

Les Statistiques

I. EXEMPLE ET VOCABULAIRE

On interroge les 25 élèves d'un club sportif afin de connaître leurs âges.

Voici leurs réponses, triées par ordre croissant :

11; 11; 12; 12; 12; 12; 13; 13; 13; 13; 14; 14; 14;
14; 14; 14; 15; 15; 16; 16; 16; 17; 17; 17.

- L'ensemble de ces résultats forme une **série statistique**.
- La **population** étudiée est l'ensemble des élèves du club sportif.
- Le **caractère** étudié est l'âge des élèves.
- Dans notre exemple, ce caractère peut prendre sept **valeurs** distinctes : 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17.
- Pour chacune de ces valeurs, l'**effectif** correspond au nombre de fois où la valeur a été obtenue. Par exemple, l'effectif de la valeur 11 est 2, l'effectif de la valeur 12 est 4, etc.
- L'**effectif total** est le nombre d'élèves du club. Ici, l'effectif total est 25.

Pour présenter les résultats de manière plus pratique, on utilise fréquemment un tableau des effectifs :

âges	11	12	13	14	15	16	17
effectifs	2	4	4	6	2	3	4

II. FRÉQUENCES

âges	11	12	13	14	15	16	17
fréquences	0,08	0,16	0,16	0,24	0,08	0,12	0,16
fréquences en %	8%	16%	16%	24%	8%	12%	16%

PROPRIÉTÉ

La somme de toutes les fréquences est égale à 1 (c'est à dire 100%).

EXEMPLE

Si l'on reprend l'exemple du paragraphe I., la fréquence des élèves âgés de 11 ans est :

$$f = \frac{2}{25} = 0,08 = 8\%$$

L'ensemble des fréquences de cet exemple peut être présenté dans un tableau :

III. MOYENNE

DÉFINITION

La **moyenne** d'une série statistique s'obtient en divisant la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total.

Si l'on note $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ les valeurs de la série et N l'effectif total, la moyenne M vaut :

$$M = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N}$$

EXEMPLE

Sonia a obtenu les notes suivantes à ses contrôles de mathématiques :

14; 9; 12; 13; 12; 15

L'effectif total est de 6 notes. La moyenne vaut :

$$M = \frac{14 + 9 + 12 + 13 + 12 + 15}{6} = 12,5$$

MOYENNE PONDÉRÉE

Lorsque l'effectif est important, ce mode de calcul peut rapidement devenir fastidieux.

On peut alors utiliser la méthode de la moyenne « pondérée » .

Par exemple, si l'on reprend la série statistique de la partie I., le tableau des effectifs montre que l'âge de 11 ans est présent 2 fois, l'âge de 12 ans : 4 fois, l'âge de 13 ans : 4 fois, etc.

La somme $11 + 11 + 12 + 12 + 12 + 12 + 13 + 13 + 13 + 13 + \dots$ peut donc être remplacée par $11 \times 2 + 12 \times 4 + 13 \times 4 + \dots$.

La moyenne vaut alors : $M = \frac{11 \times 2 + 12 \times 4 + 13 \times 4 + 14 \times 6 + 15 \times 2 + 16 \times 3 + 17 \times 4}{25}$
 $= 14,08$

IV. MÉDIANE

DÉFINITION

On s'intéresse à une série statistique dont on a classé les valeurs par ordre croissant.
La **médiane** est la valeur qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

EXEMPLE 1 (EFFECTIF TOTAL IMPAIR)

Chiara a obtenu les cinq notes suivantes :

15; 12; 7; 13; 17.

On ordonne ces notes :

7; 12; **13**; 15; 17.

La note médiane est 13 (il y a deux notes inférieures et deux notes supérieures).

EXEMPLE 2 (EFFECTIF TOTAL PAIR)

Luc a obtenu les six notes suivantes (déjà triées par ordre croissant) :

11; 12; 14 ; 14; 15; 17.

La note médiane est 14 (le « milieu » étant situé entre deux notes égales à 14).

EXEMPLE 3 (EFFECTIF TOTAL PAIR)

Sacha a obtenu les six notes suivantes (triées par ordre croissant) :

7; 12; 12 ; 13; 15; 16.

Sa note médiane est située entre 12 et 13.

On choisira la moyenne de 12 et 13 soit 12,5 comme médiane.

V. ÉTENDUE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

DÉFINITION

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

EXEMPLE

Si l'on reprend l'exemple de la partie I. :

âges	11	12	13	14	15	16	17
effectifs	2	4	4	6	2	3	4

l'étendue est :

$$17 - 11 = 6$$

Cela correspond à la différence d'âge entre l'élève le plus âgé et l'élève le plus jeune.

REMARQUE

L'étendue mesure la **dispersion** ou l'hétérogénéité d'une série statistique.

Par exemple, si l'on considère les notes d'un élève, une étendue élevée signifiera que les résultats de l'élève sont irréguliers.