Leçons de math : les fractions décimales et les nombres décimaux

Je compte mes bonnes réponses

Les fractions : écrire, nommer

FORCE 1

Observe la règle

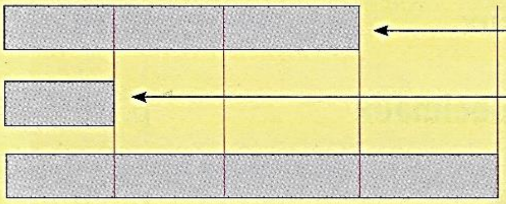
$\frac{4}{5}$ est **une fraction**.

Tu dis : quatre cinquièmes.

Tu **obtiens une fraction** en divisant une unité, un objet, une longueur… en un certain nombre de parts égales entre elles.

4 est **le numérateur** de la fraction et **5** est **le dénominateur** de la fraction.

Le numérateur correspond au nombre de parts, le dénominateur représente le nombre de parts du partage.



1 bande de papier

$\frac{1}{3}$ de la bande

$\frac{4}{3}$ de la bande

Pour **nommer les fractions**, tu utilises les mots :

$\frac{1}{2}$ un demi $\frac{1}{3}$ un tiers $\frac{1}{4}$ un quart $\frac{1}{5}$ un cinquième $\frac{1}{6}$ un sixième

N'oublie pas : quand le numérateur est égal au dénominateur, la fraction vaut **1**.

Les fractions : des égalités

Je compte mes bonnes réponses

FORCE 2

Observe la règle

Deux fractions d'écritures différentes peuvent représenter **la même quantité** :

$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ car $\frac{5}{10} = 5 \times \frac{1}{5} \times 2$: il y a 5 fois plus de parts mais elles sont 5 fois plus petites.

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ car $\frac{1}{3} = 4 : \frac{3}{12} : 3$: il y a 3 fois moins de parts mais elles sont trois fois plus grandes.

Il suffit de multiplier ou de diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre pour obtenir des fractions équivalentes :

$$\frac{4}{5} \xleftarrow{\boxed{:2}} \frac{8}{10} \xrightarrow{\boxed{\times 3}} \frac{24}{30}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$$

1 **Complète ces simplifications comme sur l'exemple.**

$\frac{6}{4} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$ $\quad \frac{8}{12} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} =$ $\quad \frac{9}{15} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} =$

$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} =$ $\quad \frac{21}{28} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} =$ $\quad \frac{56}{24} = \frac{7 \times 8}{3 \times 8} =$

.... / 5

2 **Simplifie ces fractions en procédant comme dans l'exercice 1.**

$\frac{15}{25} = \frac{\ \times\ }{\ \times\ } = \frac{3}{5}$ | $\frac{8}{12} =$ | $\frac{18}{36} =$ | $\frac{45}{81} =$ | $\frac{44}{33} =$

.... / 5

Les fractions : comparer

Je compte mes bonnes réponses

FORCE 3

Observe la règle

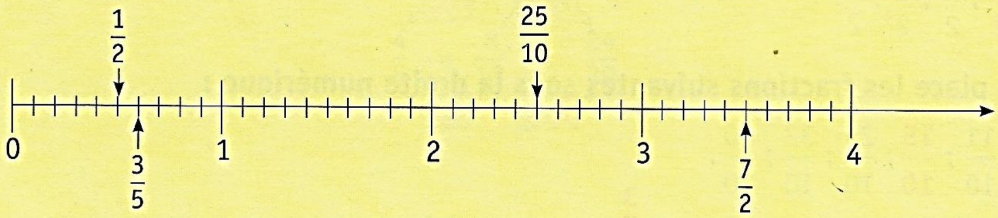
- Lorsque tu **compares le numérateur au dénominateur**, tu compares **la fraction par rapport à 1** :

Numérateur < Dénominateur	La fraction est plus petite que 1.
Numérateur = Dénominateur	La fraction vaut 1.
Numérateur > Dénominateur	La fraction est plus grande que 1.

- Si deux fractions ont **le même dénominateur**, la plus grande est celle qui a **le plus grand numérateur**.

$\frac{15}{8} > \frac{11}{8}$ car $15 > 11$

- On peut placer des fractions sur la **droite numérique** pour les **comparer** :



Ainsi, $\frac{1}{2} < \frac{3}{5}$ et $\frac{25}{10} < \frac{7}{2}$.

1 **Compare ces fractions à 1 en complétant par les signes <, > ou =.**

$\frac{7}{5}$ …… 1	$\frac{12}{12}$ …… 1	$\frac{8}{9}$ …… 1	1 …… $\frac{53}{112}$	$\frac{24}{23}$ …… 1	1 …… $\frac{108}{99}$

…… / 6

Les fractions décimales (1)

Je compte mes bonnes réponses

FORCE 1

Observe la règle

- Les **fractions décimales** ont comme particularité d'avoir un **dénominateur égal à 10, 100, 1 000, 10 000...**
- 5,394 est un nombre décimal. Il correspond à la fraction décimale et se lit « cinq virgule trois cent quatre-vingt quatorze » ou « cinq et trois cent quatre-vingt quatorze millièmes ».
- **Un nombre décimal peut donc s'écrire de deux façons :** sous la forme d'**une fraction décimale** ou celle d'**un nombre à virgule**.
- Un nombre décimal est formé d'une **partie entière** (à gauche de la virgule) et d'une **partie décimale** non entière (à droite de la virgule) :

$$5,\boxed{394} = \frac{5\,394}{1\,000} = \frac{5\,000 + 394}{1\,000} = \frac{5\,000}{1\,000} + \frac{394}{1\,000} = 5 + \boxed{\frac{394}{1\,000}}$$

partie entière — **partie décimale**

N'oublie pas : tu peux écrire un nombre entier sous la forme d'un nombre décimal :

$$45 = 45 + \frac{0}{1\,000} = 45,000$$

1 Écris ces nombres décimaux en chiffres sous la forme d'un nombre à virgule.

- dix-sept virgule trois cent douze ....
- cinq virgule trente-deux ....
- neuf et cent onze millièmes ....
- zéro virgule sept cent trente-deux ....
- trois mille et trois cent trois millièmes ....
- douze et douze centièmes ....

...... / 6

Les fractions décimales (2)

Je compte mes bonnes réponses

FORCE 2

Observe la règle

Décompose la fraction décimale $\frac{52\,348}{1\,000}$:

$$\frac{52\,348}{1\,000} = \frac{52\,000 + 300 + 40 + 8}{1\,000} = \frac{52\,000}{1\,000} + \frac{300}{1\,000} + \frac{40}{1\,000} + \frac{8}{1\,000}$$

$$= \underbrace{52}_{\text{la partie entière}} + \underbrace{\frac{3}{10}}_{\text{3 dixièmes}} + \underbrace{\frac{4}{100}}_{\text{4 centièmes}} + \underbrace{\frac{8}{1\,000}}_{\text{8 millièmes}}$$

Tu peux donc **décomposer un nombre décimal** dans un tableau :

	partie entière				partie décimale		
	centaines	dizaines	unités		dixièmes	centièmes	millièmes
542,973	5	4	2	,	9	7	3
12,34	0	1	2	,	3	4	0
0,064	0	0	0	,	0	6	4

1 Décompose les fractions comme dans l'exemple.

$$\frac{3\,412}{1\,000} = \frac{3\,000 + 400 + 10 + 2}{1\,000} = \frac{3\,000}{1\,000} + \frac{400}{1\,000} + \frac{10}{1\,000} + \frac{2}{1\,000} = 3 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1\,000}$$

$\frac{5\,439}{1\,000}$ = ...

$\frac{85\,364}{1\,000}$ = ...

...... / 2

Les nombres décimaux

Je compte mes bonnes réponses

FORCE 1

Observe la règle

Comparer deux nombres décimaux :

- **Le plus grand** est celui qui a **la partie entière la plus grande**.
  45,3 > 9,876
- **Si les deux nombres ont la même partie entière,**
  on compare le chiffre des dixièmes. Le plus grand est celui qui a le plus grand chiffre des dixièmes : 5,51 > 5,293 ;
  s'ils ont le **même chiffre des dixièmes**, **le plus grand** est celui qui a **le plus grand chiffre des centièmes** : 14,091 > 14,079 ;
  s'ils ont le **même chiffre des centièmes**, **le plus grand** est celui qui a **le plus grand chiffre des milliers** : 1,238 > 1,235.

N'oublie pas : un nombre entier peut s'écrire comme un nombre décimal dont les dixièmes, centièmes et millièmes sont nuls : 5 = 5,000.

Encadrer un nombre décimal :

47 < 47,583 < 48 est un **encadrement** de 47,583 **à l'unité près**.
47,5 < 47,583 < 47,6 est un **encadrement** de 47,583 **au dixième près**.
47,58 < 47,583 < 47,59 est un **encadrement** de 47,583 **au centième près**.
47,582 < 47,583 < 47,584 est un **encadrement** de 47,583 **au millième près**.

1 **Mets le signe qui convient <, > ou =.**

4,3 5,6	8,9 9,8	3,7 3,70
45,27........ 45,314	421,3 42,13	874,2 874,21
1,525 1,528	524,308 524,305	9 7,298
12,376 12,356		

...... / 10

Les fractions décimales

Reconnaître une fraction décimale

- **C'est une fraction égale à une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, etc.**

Exemples : $\frac{4}{10}$, $\frac{35}{100}$, $\frac{1\,895}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

$\frac{3}{5} \overset{\times 2}{=} \frac{6}{10}$ $\quad$ $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{8}$ sont des fractions décimales. $\quad$ $\frac{3}{8} \overset{\times 125}{=} \frac{375}{1\,000}$

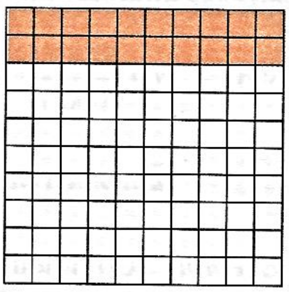
Lire et écrire les fractions décimales

$\frac{1}{10}$ se lit « *un dixième* ». $\quad$ $\frac{14}{10}$ se lit « *quatorze dixièmes* ».

$\frac{256}{1\,000}$ se lit « *deux cent cinquante-six millièmes* ».

Écrire une fraction décimale de plusieurs façons

Exemple : Fractionner une quantité.

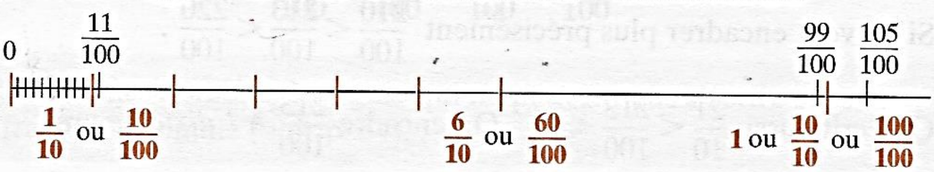


Dans ce carré de 100 petits carreaux, 20 carreaux sont coloriés : la partie colorée représente $\frac{20}{100}$ du carré.

Mais, dans ce carré de 10 rangées, on peut aussi dire que 2 rangées sont colorées : la partie colorée représente $\frac{2}{10}$ du carré. On a $\frac{20}{100} = \frac{2}{10}$.

Graduer une ligne droite en dixièmes - centièmes

Exemple :

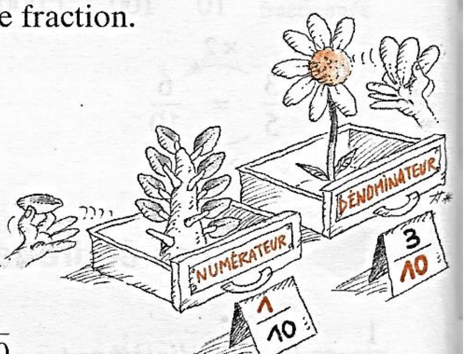


Décomposer une fraction décimale en une somme de plusieurs fractions décimales

$$\frac{114}{100} = \frac{100}{100} + \frac{10}{100} + \frac{4}{100} = 1 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$$

$$\frac{11\,434}{1\,000} = \frac{11\,000}{1\,000} + \frac{400}{1\,000} + \frac{30}{1\,000} + \frac{4}{1\,000} = 11 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1\,000}$$

$$\frac{206}{100} = \frac{200}{100} + \frac{0}{100} + \frac{6}{100} = 2 + \frac{6}{100}$$ On n'écrit pas cette fraction.



Ranger des fractions décimales

- Elles ont le même numérateur : $3 > \frac{31}{10} > \frac{31}{100} > \frac{31}{1\,000}$

Si les fractions ont le même numérateur, plus le dénominateur est « grand », plus la fraction est « petite ».

- Elles ont le même dénominateur : $\frac{3}{10} < \frac{7}{10} < \frac{11}{10}$

Si les fractions ont le même dénominateur, elles sont rangées dans le même ordre que les numérateurs.

Encadrer des fractions décimales

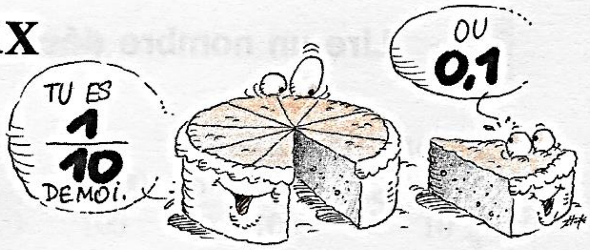
Exemple : Comment encadrer $\frac{213}{100}$?

On peut écrire $\frac{200}{100} < \frac{213}{100} < \frac{300}{100}$ c'est-à-dire $2 < \frac{213}{100} < 3$. On encadre $\frac{213}{100}$ à *1 près.*

Si on veut encadrer plus précisément $\frac{210}{100} < \frac{213}{100} < \frac{220}{100}$.

On écrit aussi $\frac{21}{10} < \frac{213}{100} < \frac{22}{10}$. On encadre $\frac{213}{100}$ à *1 dixième près.*

Les nombres décimaux



Écrire un nombre décimal

Un nombre décimal s'écrit soit sous forme de fraction, soit avec une virgule.

Fraction	Signification	Écriture à virgule	Lecture
$\frac{1}{10}$	1 : 10 l'unité est divisée en 10	0,1	un dixième
$\frac{1}{100}$	1 : 100 l'unité est divisée en 100	0,01	un centième
$\frac{1}{1\,000}$	1 : 1 000 l'unité est divisée en 1 000	0,001	un millième
$\frac{1}{10\,000}$	1 : 10 000 l'unité est divisée en 10 000	0,000 1	un dix-millième

Transformer des écritures de nombres décimaux

- **De la fraction décimale au nombre à virgule**

$5 \times \frac{1}{10}$ s'écrit $\frac{5}{10}$ ou encore 0,5 $\qquad$ $15\,628 \times \frac{1}{1\,000}$ s'écrit $\frac{15\,628}{1\,000}$ soit 15,628

0,5 ; 15,628 sont appelés **nombres décimaux.**

- **Du nombre à virgule à la fraction décimale**

Exemple : $1{,}4 = 1 + 0{,}4 = 1 + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = \frac{14}{10}$

$15{,}68 = 15 + 0{,}68 = 15 + \frac{68}{100} = \frac{1\,500}{100} + \frac{68}{100} = \frac{1\,568}{100}$

Attention ! Il existe des nombres à virgule qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction décimale (voir p. 54).

Lire un nombre décimal

Exemple : 15,628

15,628

à gauche de la virgule c'est la *partie entière* de 15,628 — à droite de la virgule c'est la *partie décimale* de 15,628

La virgule est toujours placée après le chiffre des unités.

- **En précisant la partie entière, la partie décimale**

15,628 se lit « ***quinze** unités **six cent vingt-huit** millièmes* »
ou plus rapidement « *quinze et six cent vingt-huit millièmes* »
ou encore « *quinze virgule six cent vingt-huit* ».
Le nombre de chiffres après la virgule donne le nom de l'unité utilisée pour lire la partie décimale.
1 chiffre → on lit en *dixièmes* : 4,2 c'est 4 unités et 2 dixièmes.
2 chiffres → on lit en *centièmes* : 4,25 c'est 4 unités et 25 centièmes.
3 chiffres → on lit en *millièmes* : 4,256 c'est 4 unités et 256 millièmes.
4 chiffres → on lit en *dix millièmes* : 4,256 7 c'est 4 unités et 2 567 dix millièmes.
Etc.

- **En désignant séparément chaque chiffre de la partie décimale**

4,25 se lit « *quatre unités, deux dixièmes et cinq centièmes* ».
15,628 se lit « *quinze unités, six dixièmes, deux centièmes, huit millièmes* ».

Connaître le tableau des unités

10 000	1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{1}{10\,000}$
dix mille	mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
0	0	3	0	5	6	2	0	0

Ce nombre s'écrit $\boxed{305{,}62}$.
On n'écrit pas les zéros qui sont à gauche de la partie entière, ni ceux qui sont à droite de la partie décimale.

Décomposer un nombre décimal

- **En fractions décimales**

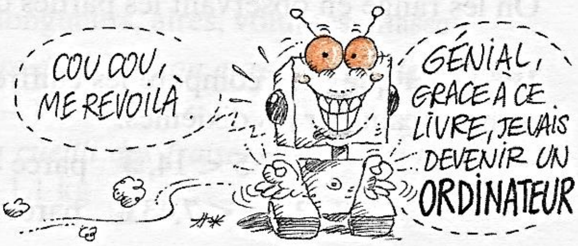
$$305{,}62 = \frac{30\,562}{100} = \frac{30\,500}{100} + \frac{62}{100} = 305 + \frac{62}{100} = \frac{30\,500}{100} + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} = 305 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100}$$

- **En partie entière et partie décimale**

$305{,}62 = 305 + 0{,}62 = 305 + 0{,}6 + 0{,}02$

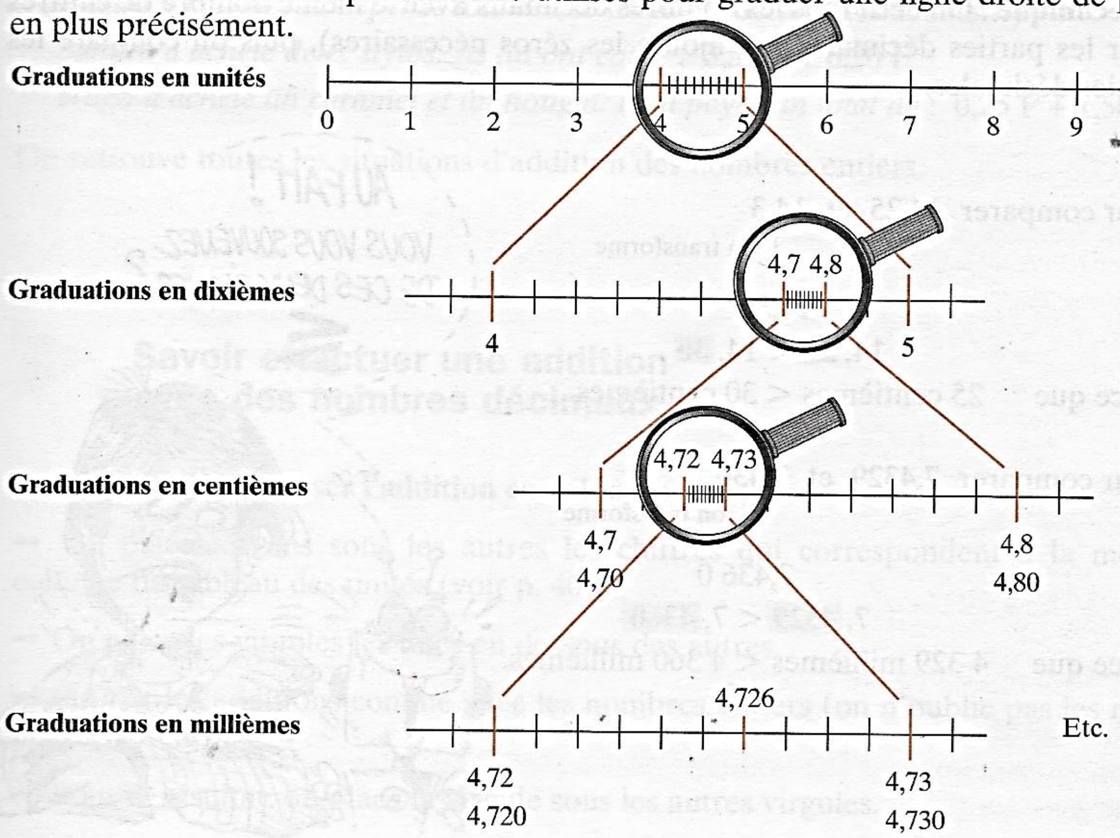
- **En différentes unités**

$$305{,}62 = 300 + 5 + 0{,}6 + 0{,}02$$
$$= (3 \times 100) + (\underset{\text{on ne l'écrit pas}}{0 \times 10}) + (5 \times 1) + (6 \times 0{,}1) + (2 \times 0{,}01)$$



Graduer une ligne droite

Les nombres décimaux peuvent être utilisés pour graduer une ligne droite de plus en plus précisément.



Ranger les nombres décimaux

Pour comparer 2 nombres décimaux, deux cas peuvent se présenter.

- **Ils n'ont pas la même partie entière**

Le plus petit est celui qui a la plus petite partie entière (on ne regarde pas les parties décimales).

Exemple : 3,656 < 9,1 parce que 3 < 9
36,2593 < 41,2 parce que 36 < 41

- **Ils ont la même partie entière**

On les range en observant les parties décimales.

1ère technique : On compare les chiffres après la virgule les uns après les autres en commençant par les dixièmes.

14,**2**5 < 14,**3** parce que 2 dixièmes < 3 dixièmes
7,43**2**9 < 7,43**6** parce que 2 millièmes < 6 millièmes

2e technique : On écrit tous les nombres décimaux avec le même nombre de chiffres pour les parties décimales (on ajoute les zéros nécessaires), puis on compare les parties décimales.

Pour comparer 14,25 et 14,3
↓ on transforme
14,30
14,**25** < 14,**30**
parce que 25 centièmes < 30 centièmes.

Pour comparer 7,4329 et 7,436
↓ on transforme
7,436 0
7,**4329** < 7,**4360**
parce que 4 329 millièmes < 4 360 millièmes.