

Proportionnalité

CERTIFICAT D'APTITUDE PROFESSIONNELLE

UG3 – Mathématiques-Physique-Chimie

Première Année

Objectifs :

- Reconnaître que deux suites de nombres sont proportionnelles.
- Calculer une quatrième proportionnelle.
- Traiter des problèmes relatifs à deux suites proportionnelles de nombres.

Étant donné un tableau numérique incomplet lié à deux suites proportionnelles de nombres :

- trouver le coefficient de proportionnalité permettant de passer d'une suite à l'autre ;
- compléter le tableau.

1. Reconnaître un tableau de proportionnalité

Introduction

Deux grandeurs proportionnelles sont deux grandeurs qui varient dans les mêmes proportions.

Exemples de situation de proportionnalité :

Pour faire du pain :

Si je mets 500 g de farine, il faut 300 g d'eau



Si je mets 1 kg de farine, il faut 600 g d'eau



Pour faire une installation électrique il me faut 5 mètres de câble.

1 mètre coûte



5 mètres coûtent



Les situations suivantes relèvent-elles d'une situation de proportionnalité ?

	Oui	Non
• Daniel a planté dans son potager 8 pieds de tomates et en a récolté 14 kg. L'an passé, il en avait planté 12 pieds et en avait récolté 18 kg. L'an prochain, il en plantera 10 pieds et espère en récolter 16 kg.	☐	☐
• A 6 ans, Armand chaussait du 30 et à 18 ans, il chausse du 42.	☐	☐
• On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, 5 kg et 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2,5 L d'eau pour 10 kg.	☐	☐
• Abonnement à Mathmag : - 6 mois pour 18 € - 1 an pour 32 € - 2 ans pour 60 €	☐	☐
• Si on monte 25 marches d'escalier en 30 secondes, alors on montera 100 marches en 2 minutes.	☐	☐

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une sont obtenues en **multipliant** les valeurs de l'autre **par un même nombre** non nul.

Exemple :

Pour une pâte sablée :

Il faut : 250 g de farine • 125 g de beurre • 125 g de sucre semoule

La quantité de beurre correspond àde la quantité de farine, cela correspond à multiplier la quantité de farine par

Ainsi pour connaître la quantité de beurre qu'il faudra pour 800g de farine, il faut

.....

Le **nombre par lequel on multiplie** la quantité de farine pour obtenir la quantité de beurre est nommé

Coefficient de proportionnalité

Le **coefficient de proportionnalité** est le nombre par lequel on peut multiplier toutes les valeurs d'une grandeur pour obtenir les valeurs d'une autre.

Si des grandeurs sont proportionnelles, le **coefficient de proportionnalité** est obtenu en **divisant** une valeur d'une grandeur par la valeur correspondante de l'autre grandeur.

exemple :

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la quantité de beurre pour une certaine quantité de farine est :

$$k = \frac{\text{quantité de beurre}}{\text{quantité de farine}} = \frac{125}{250} = 0.5$$

Application :

Un paquet de trois ampoules basse consommation coûte 10 euros. A quel prix reviennent 2 ampoules ?

.....

Tableau de proportionnalité

Pour une meilleure visibilité on présente souvent les valeurs des grandeurs dans un **tableau**.

Un tableau est dit « **de proportionnalité** » lorsqu'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Le **coefficient de proportionnalité** est obtenu en divisant une valeur de la deuxième ligne par sa valeur correspondante dans la première ligne.

Exemple :

Fabio se rend chez MacSandwich. Le Minisand coûte 2€. Combien devra-t-il payer pour 2, 3, 4 et 5 minisands.

Complète le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de sandwich	1	2	3	4	5
Prix (en €)	2				

X ...

On remarque que les valeurs de la première ligne (jaune) sont multipliées par pour obtenir les valeurs de la deuxième ligne.

Tableau de proportionnalité ou pas ?

Tableau de proportionnalité

Nombre de macarons	6	10	15
Prix (en €)	8,4	14	21

x 1,4

$$\frac{8,4}{6} = 1,4 ; \frac{14}{10} = 1,4 ; \frac{21}{15} = 1,4$$

Le coefficient de proportionnalité est **1,4**
Cela signifie que 1 macaron coûte 1,40€.

Tableau de NON proportionnalité

Durée de location (en h)	2	5
Prix (en €)	17	38

$$\frac{17}{2} = 8,5 ; \frac{38}{5} = 7,6 ; 8,5 \neq 7,6$$

Ce n'est pas un tableau de Proportionnalité.

Exercices : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

.....
.....

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

.....
.....



Propriétés

Afin de résoudre des problèmes de proportionnalité on utilise souvent ses **propriétés** :

- Multipliées par la même valeur, deux grandeurs proportionnelles le restent.
- Somme des valeurs de deux grandeurs proportionnelles est proportionnelle (additivité)

Exemple de situation proportionnelle :

La masse de pommes et le prix à payer sont deux grandeurs proportionnelles.

Si on achète **deux fois plus** de pommes alors on paie **deux fois plus cher**.

Des pommes sont vendues au prix de 4,60€ les 2 kg.

Compléter le tableau suivant. Pour cela on peut chercher les relations qu'il y a **entre les valeurs** d'une même grandeur.

Masse de pommes (en kg)	2	1	6	7
Prix (en €)				

1 kg de pommes c'est **2 fois moins** que 2kg de pommes donc on payera **2 fois moins**.

6 kg de pommes c'est **3 fois plus** que 2 kg de pommes donc on va payer **3 fois plus**.

Si deux grandeurs sont proportionnelles, si on multiplie (ou divise) les valeurs de l'une par un nombre, alors on **multiplie** (ou divise) les valeurs de l'autre **par le même nombre**.

Si deux grandeurs sont proportionnelles, la **somme** (ou différence) de valeurs de l'une, correspond à la **somme** (ou différence) des valeurs de l'autre.

Exercice :

La durée de transfert d'un fichier d'un ordinateur vers une clé USB est proportionnelle à la taille du fichier.

Compléter le tableau suivant en utilisant les propriétés de la proportionnalité :

Taille (en Mo)	220		22		
Durée (en secondes)	4	24		20	28

Quatrième proportionnelle

Pour calculer la valeur manquante d'un tableau (4^{ème} proportionnelle), on peut utiliser différentes techniques. En l'absence de consigne, il faut **bien observer les valeurs** pour choisir la technique la plus « pratique ».

Exemple

2 kg de pommes coûtent 2,50€.

Le prix payé pour l'achat de pommes est proportionnel à la masse de pommes achetées.

Compléter le tableau (au fur et à mesure), en utilisant les différentes techniques.

Masse de pommes (en kg)	2	1	4	5	7	7,2
Prix (en €)	2,50					

Passage par l'unité

Combien coûtent 5 kg de pommes ?

On peut calculer le prix de 1kg.

$2,5 : 2 = 1,25$ donc 1 kg coûte 1,25€.

5 kg de pommes coûtent cinq fois plus.

$5 \times 1,25 = 6,25$

donc 5 kg de pommes coûtent

Multiplication par un même facteur

Combien coûtent 4 kg de pommes ?

On connaît le prix de 2 kg.

Le prix de 4 kg est donc égal à 2 fois celui de 2 kg.

..... Donc 4 kg de pommes coûtent

x	
2	4
2,50	

Additivité

Combien coûtent 7 kg de pommes ?

On connaît le prix de 2 kg et celui de 5 kg.

Le prix de 7 kg est donc égal à la somme des prix de 2 kg et de 5 kg.

..... Donc 7 kg de pommes coûtent

+		
2	5	7
2,50		

Coefficient de proportionnalité

Combien coûtent 7,2 kg de pommes ?

Masse de pommes (en kg)	2	7,2
Prix (en €)	2,50	

On calcule le coefficient de proportionnalité

.....

7,2 kg de pommes coûtent

Produit en croix

La technique du produit en croix est liée à la définition du coefficient de proportionnalité :

Le tableau ci-dessous est proportionnel et k est le coefficient de proportionnalité :

a	c
b	d

 $k = \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ donc $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

on peut alors écrire l'égalité des produits en croix :

$$a \times d = b \times c$$

Ainsi dans la pratique :

En appliquant l'égalité
des produits en croix :

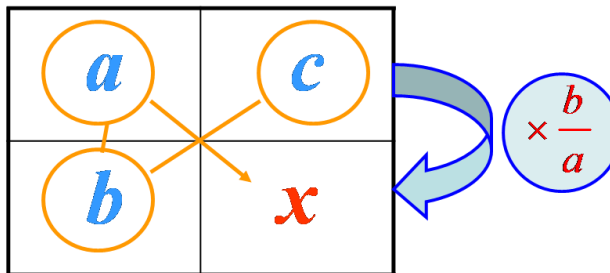
$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ est équivalent à :

$$a \times x = c \times b$$

$$a \times x \div a = c \times b \div a$$

$$x = c \times b \div a$$

Ce qui revient à utiliser le
raisonnement vu précédemment :



$$x = c \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a} \text{ soit } x = c \times b \div a$$

Application dans notre exemple :

Combien coûtent 9,84 kg de pommes ?

Masse de pommes (en kg)	2	9,84
Prix (en €)	2,50	x

x représente le prix de 9,84 kg de pommes.

$$x = \frac{2,50 \times 9,84}{2} = \dots\dots\dots$$

donc 9,84 kg de pommes coûtent

Applications :

Exercice 1 : Les tableaux ci-dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

Si oui, indiquez le coefficient de proportionnalité k .

Volume (L)	1	3	8
Tarif (€)	2	6	16

.....

Quantité d'œufs	6	12	25
Prix (€)	1,94	2,28	4,75

.....

5	10	15
15	30	45

.....

2	8,5	10,5
4	17	21

.....

1	5	10
4	20	30

.....

6	7	10
30	42	60

.....

Exercice 2 : Déterminer le coefficient de proportionnalité de chaque tableaux de proportionnalité suivant et compléter:

- 2 canettes coûtent

Nombre de canettes	2	5	
Prix à payer (en €)	3,40		15,30



- Sur une étiquette, on peut lire : « Dissoudre 2 volumes de poudre dans 3 volumes d'eau. »

Volume de poudre	2	7	13	
Volume d'eau	3			15



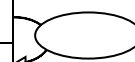
- Le yen (¥) est la monnaie du Japon. En 2020, une somme de 5€ équivalait à 650 ¥.

Somme en euro	3	5	7,90	
Somme en yen				975



- 100g d'un chocolat blanc contiennent 20g de beurre de cacao.

Masse de chocolat blanc (en g)		30		
Masse de beurre de cacao (en g)	16		20	34



-

Nombre de pots de peinture	3	5	6	8	7
Surface peinte (en m ²)	78	130			

Entraînement en ligne : <https://learningapps.org/view25887287>



Exercice 3 : Compléter chaque tableau avec la valeur de la quatrième proportionnelle.

4,1	0,6
8,2	

3,3	6
	2

0,4	
4	42

3	0,5
12	

100	
500	0,5

	3,5
5	7

3,1	1,1
	3,3

150	600
25	

1	
20	50

Entraînement en ligne :

<https://learningapps.org/view8838609>



Exercice 4 :

Martin est pensionnaire d'une maison de retraite. Avant les vacances de Noël, un goûter est organisé avec les enfants de l'école voisine. Pour les boissons, Martin prépare à l'avance une boisson au sirop de framboise.

Elle souhaite préparer 20 L de cette boisson.

Sur une bouteille de sirop de 1L, on peut lire les indications suivantes :

1 volume de sirop pour 4 volumes d'eau
Agiter avant emploi
Pour 1 L de sirop, vous disposez de 5 L de boisson !

1. Compléter le tableau suivant.

Volume de sirop pur (en L)	1	2	3	5	6	8
Volume de boisson prête à boire (en L)						

2. Peut-on dire que le volume de boisson et le volume de sirop pur sont des grandeurs proportionnelles ? Justifier.

.....
.....

En déduire le nombre de bouteilles de sirop que Martin doit prévoir.

Exercice 5 :

Léa fait le plein d'essence de sa voiture et relève le prix à payer, en euros, en fonction du volume de carburant en litres. Elle obtient le tableau suivant :

Volume de carburant (en L)	5	15	28	54
Prix à payer (en €)	7,95	23,85	44,52	85,86

Problématique : le prix à payer est-il proportionnel au volume de carburant acheté ?

- 1) Relevez le prix à payer, en euros, pour 5 litres de carburant.

- 2) Proposez et mettez en œuvre une méthode qui permet à Léa de calculer le prix de 1 litre de carburant à partir des deux valeurs de la question 1.

- 3) Calculez le prix du litre de carburant pour toutes les colonnes du tableau.

- 4) Cochez la bonne réponse. Ce prix est-il le même pour toutes les colonnes ?

☐ Oui ☐ Non ☐ On ne peut pas savoir

- 5) Valider Communiquer - Répondez à la problématique en justifiant votre réponse.

Exercice 6 :

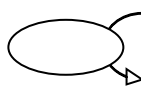
Théo décide de faire des crêpes pour son anniversaire. Il trouve une recette avec des proportions pour 20 crêpes, mais il souhaite en faire deux fois plus. Il pense démarrer la cuisson des crêpes une heure et demie avant de partir pour son match de foot.

A-t-il suffisamment d'ingrédients et de temps pour faire ses crêpes ?

1) Donner le nombre de crêpes que Théo souhaite faire.

2) Le tableau suivant donne les quantités d'ingrédients pour 20 crêpes.

a. Donner la valeur du coefficient de proportionnalité et compléter la deuxième ligne du tableau.



	Farine (en g)	Oeufs	Lait (en cL)	Sucre (en c.s)	Huile (en c.s)
20 crêpes	300	4	60	1	2
40 crêpes					
		6			

b . Théo s'aperçoit qu'il n'a que 6 œufs. Il faut donc adapter les proportions.

Compléter la dernière ligne du tableau.

3) Théo a estimé à environ 2 min le temps de cuisson d'une crêpe. Calculer le temps de cuisson nécessaire pour la cuisson de 30 crêpes.

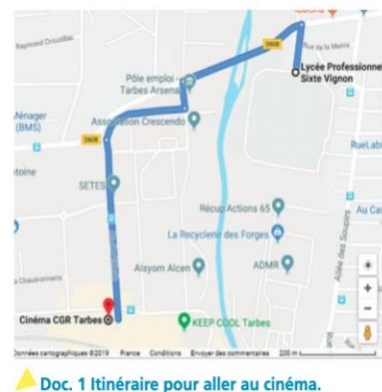
4) a. Théo peut-il faire 40 crêpes comme il le souhaitait ? Justifier.

b. A-t-il suffisamment de temps pour cuire ses crêpes ? Justifier.

Exercice 7 :

Des élèves du lycée Sixte-Vignon souhaitent se rendre à pied au cinéma pour la séance de 16h15. Les cours se terminent à 15h55 et ils se déplacent à 4,6 km/h. Le cinéma est à 2,1 km du lycée.

Seront-ils à l'heure au cinéma ?



Entraînements en ligne :

<https://learningapps.org/view2309109>

<https://learningapps.org/view6411751>

<https://learningapps.org/view17562209>



Notes :
