

Brevet Professionnel

1^{ère} année

Mathématiques

Fonctions

1 - Fonctions affines

Nom :

Groupe :

1- Rappel : Notion de fonction

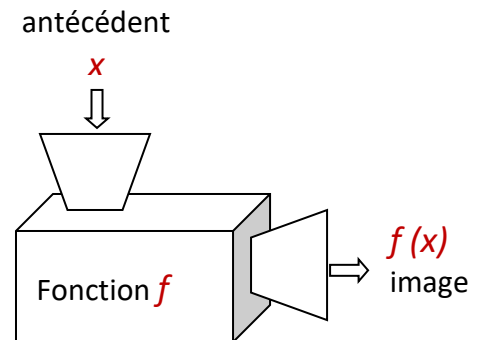
Une fonction numérique f est un procédé de calcul qui à tout nombre x associe un nombre UNIQUE $f(x)$.

Notation:

$$f: x \mapsto f(x)$$

On dit que $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f

On dit que x est l'**antécédent** de $f(x)$ par la fonction f



2- Fonction affine, fonction linéaire

Définitions

- Soient a et b des nombres réels donnés ($a \neq 0$)

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax + b$ est une **fonction affine**.

- Cas particulier $b = 0$: $f(x) = ax$ avec $a \neq 0$, c'est une **fonction linéaire**.

Exemples

- $f(x) = 3x + 5$ ou $g(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{8}$ sont des fonctions **affines**.
- $h(x) = -3x$ ou $r(x) = \frac{1}{3}x$ sont des fonctions **linéaires**

Exercice :

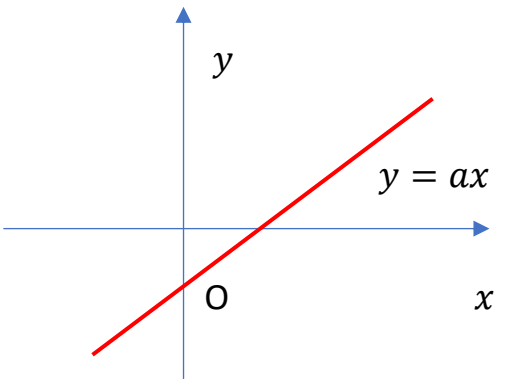
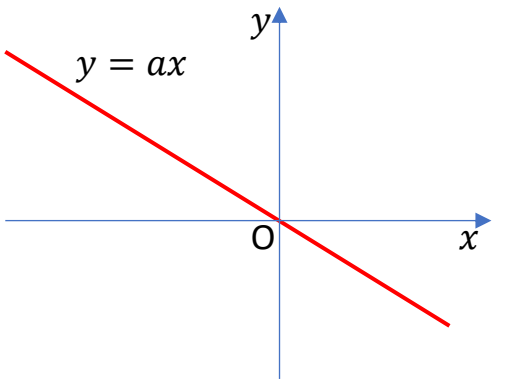
Entourer les fonctions affines

$$f(x) = -2x^2 + 3 \quad g(x) = \frac{x}{2} - 1 \quad h(x) = 3 + 5x \quad r(x) = -\frac{12}{x} + 2$$



3- Représentation graphique

Fonction linéaire (cas particulier de la fonction affine)

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax$		
$a > 0$		$a < 0$
Représentation graphique		
	La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite d'équation $y = ax$ qui passe par l'origine du repère .	
Sens de variation	$\nearrow$ f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	$\searrow$ f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
Coefficient directeur (de linéarité)	Le coefficient directeur de la droite $y = ax$ est a . Il donne une indication sur « l'inclinaison » de la droite.	

Remarque :

Soit la fonction linéaire :

$$f(x) = 3x$$

x	1	2	3	4
$f(x)$	3			

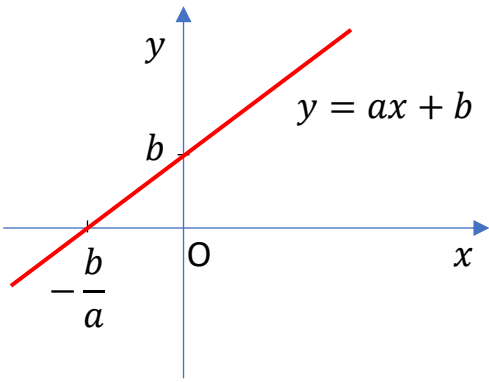
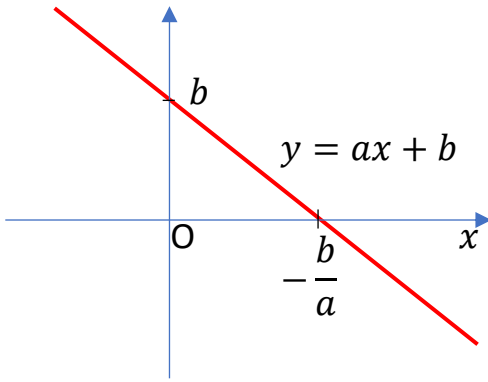


On reconnaît une situation de

Le coefficient de linéarité a de la fonction $f(x) = ax$ correspond au

.....

Fonction affine

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$		
$a > 0$		$a < 0$
Représentation graphique		
	La représentation graphique d'une fonction affine est une droite d'équation $y = ax + b$.	
Sens de variation	 f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	 f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
	f est strictement monotone (le sens de variation ne change pas)	
Coefficient directeur	Le coefficient directeur de la droite $y = ax + b$ est a . Il donne une indication sur « l'inclinaison » de la droite. b est l' ordonnée à l'origine .	

Exercice

- Construire la droite dont une équation est $y = -2x + 1$
- Déterminer les coordonnées de deux points A et B où la droite D coupe les axes de coordonnées. Vérifier sur le graphique.

Méthode :

.....

.....

.....

Résolution :

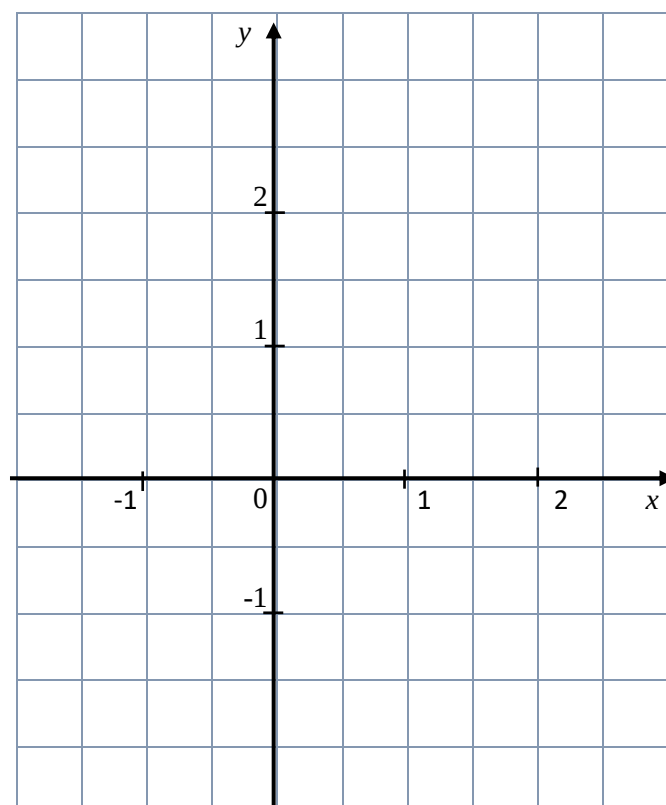
.....

.....

.....

.....

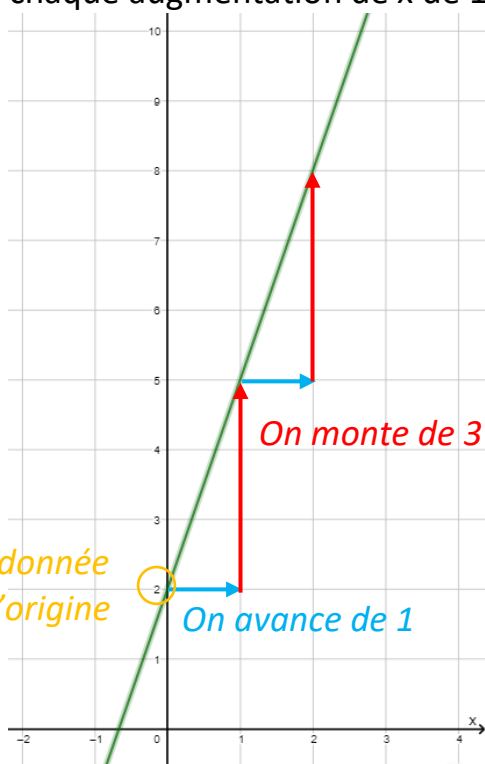
.....





4- Lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite

Le coefficient directeur de la droite quantifie l'augmentation / diminution de y pour chaque augmentation de x de 1



Dans l'exemple ci-contre, le coefficient directeur est 3.

L'ordonnée à l'origine est 2.

L'équation de la droite est donc : $y = 3x + 2$

https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-lines/latest/graphing-lines_fr.html



De manière plus générale :

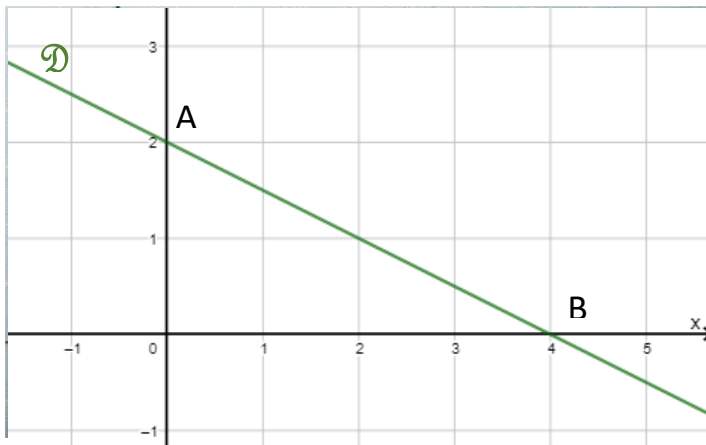
Soit D la droite d'équation $y = mx + p$

m est le de la droite D.

Si A et B sont deux points distinctifs de la droite D de coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B)

alors : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple :



Sur la figure ci-jointe a été tracée la droite (AB).
L'équation de cette droite est de la forme

.....

La droite passe par les points :

A (.... ,)

B (.... ,)

Le coefficient directeur de la droite est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dots\dots\dots$$

L'équation de la droite s'écrit alors : $y = \dots x + p$

(AB) passe par le point B donc :

D'où l'équation :

<https://learningapps.org/view13033624>



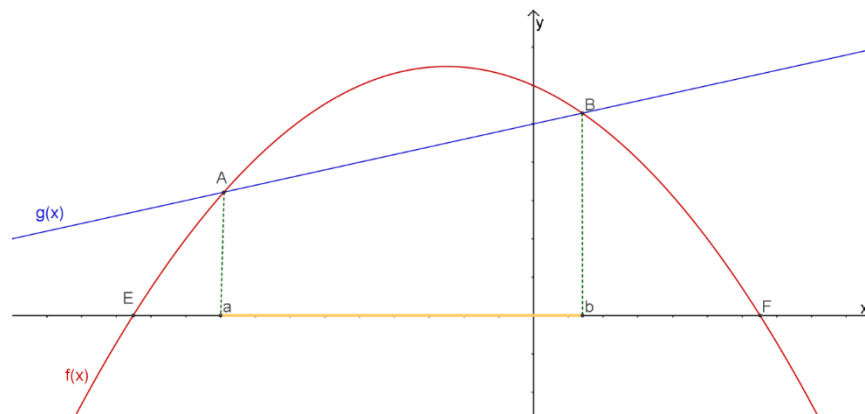
5- Résoudre graphiquement une inéquation

Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) \geq g(x)$

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les **abscisses** des points de $f(x)$ qui sont situés **au-dessus de** $g(x)$ et les **abscisses** des points **communs** à $f(x)$ et $g(x)$.

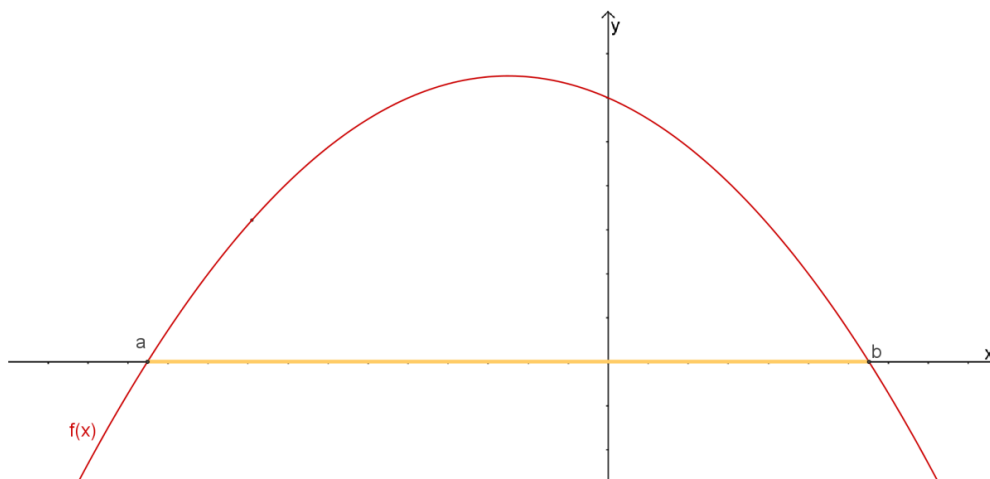
Les solutions de l'inéquation sont donc **les nombres de l'intervalle fermé** $[a ; b]$.

On note $S = [a ; b]$



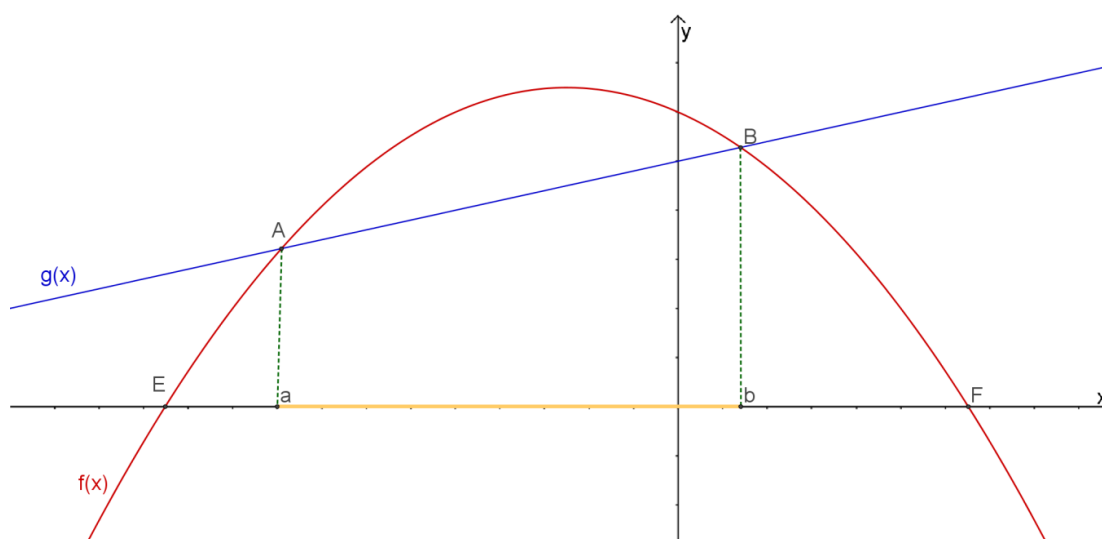
Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) > 0$

Les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ sont les **abscisses** des points de $f(x)$ qui sont situés de l'axe des abscisses. Les solutions de l'inéquation sont donc **les nombres de l'intervalle ouvert $]a ; b[$** , on note $S =]a ; b[$.



Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) \geq g(x)$

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ sont les **abscisses** des points de $f(x)$ qui sont situés de $g(x)$ et les **abscisses** des points **communs** à $f(x)$ et $g(x)$. Les solutions de l'inéquation sont donc les nombres de l'intervalle fermé $[a ; b]$, on note $S = [a ; b]$



6- Exercices

Exercise 1

Dans chacun des cas, indiquer le **coefficient directeur** et l'**ordonnée à l'origine** de la fonction et préciser, en justifiant, le **sens de variation** de la fonction (croissante ou décroissante).

1. $f(x) = 3x + 5$

$$2. f(x) = -2x - 7,5$$

$$3. f(x) = -\frac{5}{7}x + 0,9$$

4. $f(x) = 2 - 3x$

5. $f(x) = -3 + \frac{1}{2}x$

Exercice 2

Représenter graphiquement (en respectant le code couleur) les fonctions f, g, h, k et l d'équations respectives :

$$D_1 : y = 0.2x$$

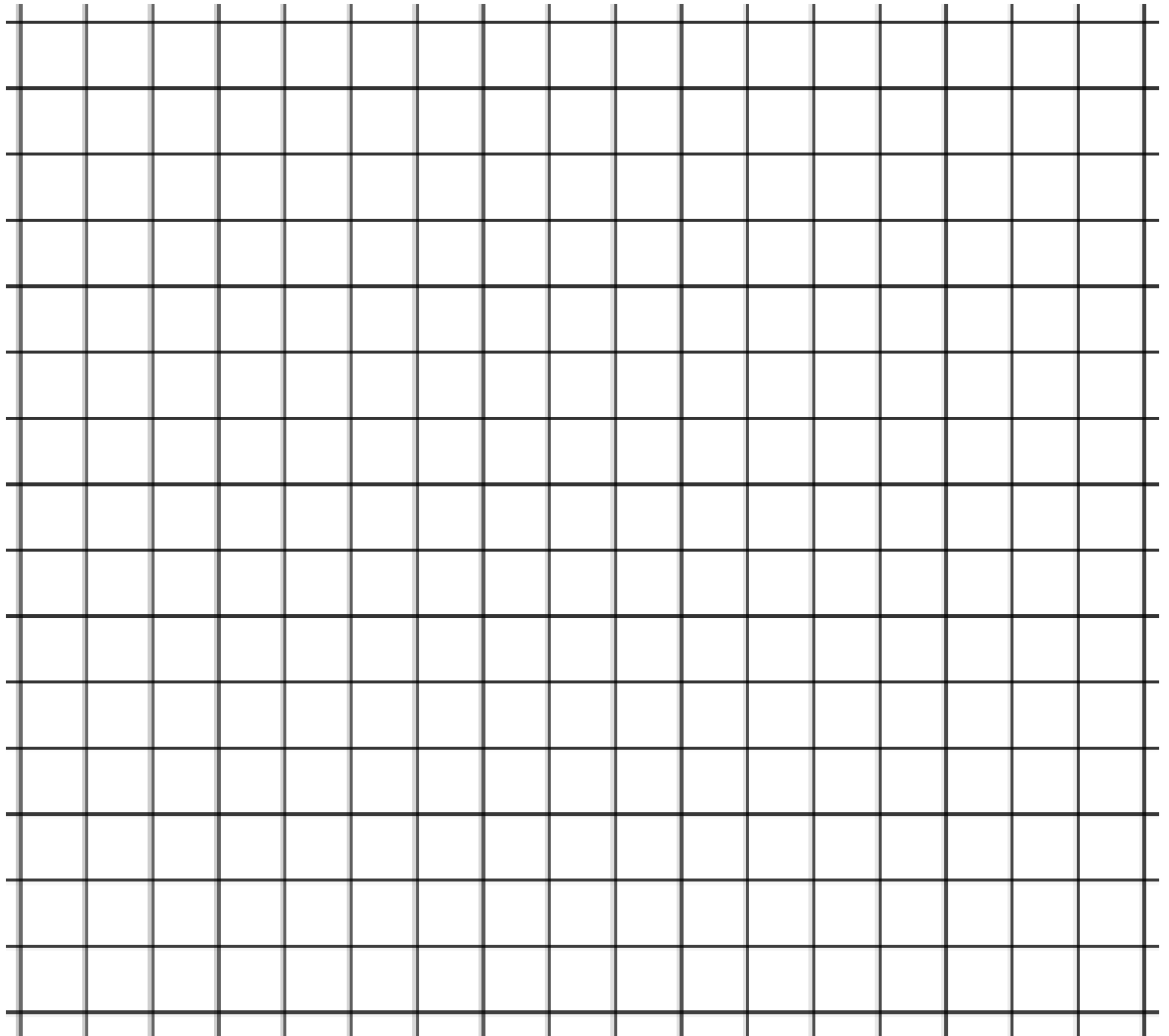
$$D_2 : y = 3x$$

$$D_3 : y = -0.5x$$

$$D_4 : y = -3x$$

$$D_5 : y = x$$

Ce sont des fonctions



Exercice 3

Soit f la fonction linéaire définie sur $[-5 ; 5]$, telle que $f(x) = 1,5x + 1$

1. Compléter le tableau suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)											

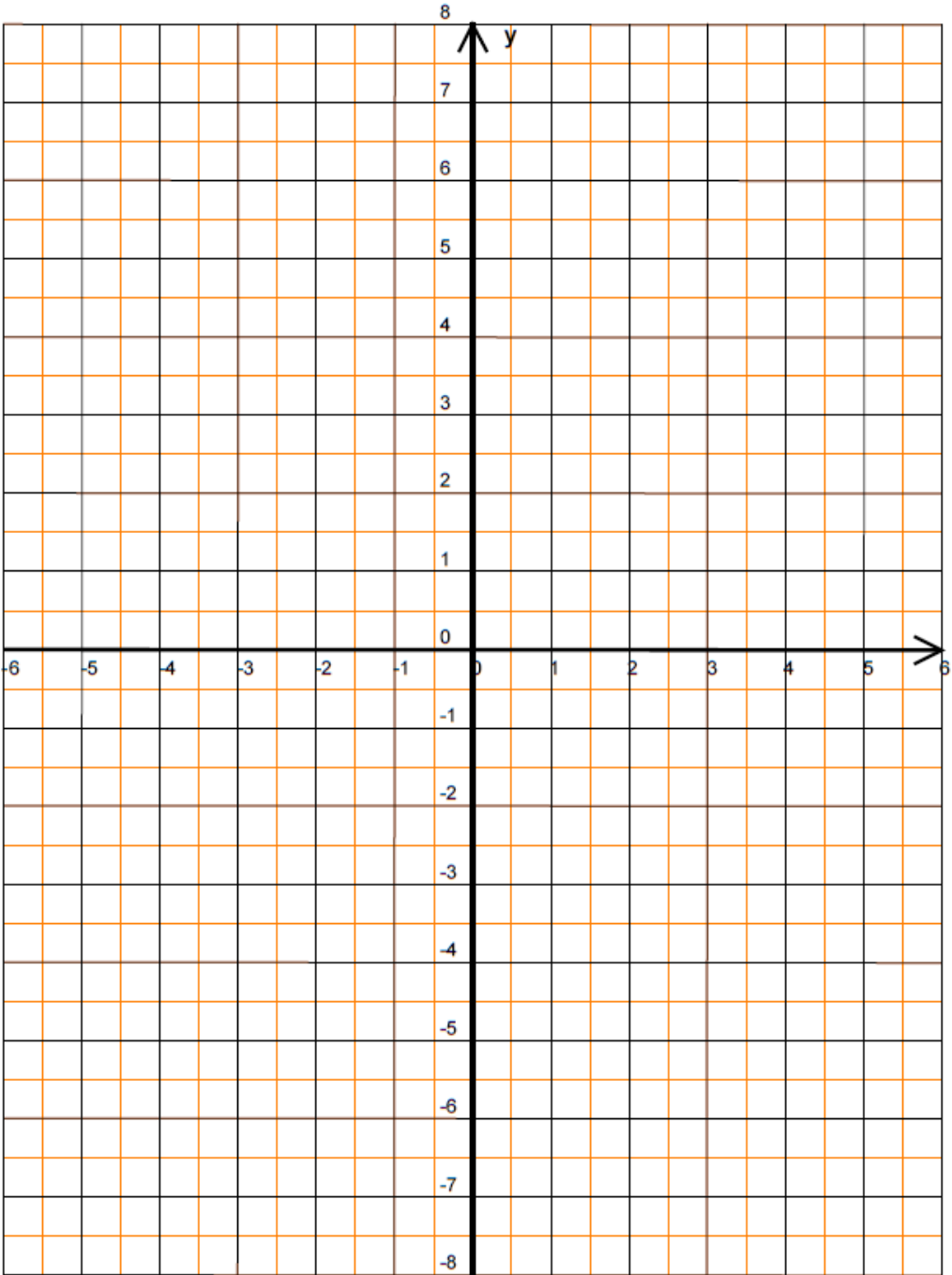
2. Reporter tous les point $(x ; f(x))$ dans un repère orthonormé.

3. Joindre les points.

4. Qu'en concluez-vous ?

.....

.....



Exercice 4

On parle beaucoup des voitures électriques...

Cette volonté de l'électrique, liée à la dépendance au pétrole, traduit une véritable prise de conscience sur les problèmes de pollution et de gaz à effet de serre

La plupart des véhicules électriques disposent de batteries d'accumulateurs qui doivent être rechargées sur des bornes spécifiques.



Le tableau suivant indique le coût des voitures thermiques et électriques :

	Thermique	Électrique
Coût énergétique	6 L/100 km et 1,40 euros par litre de gazole soit 8,4 euros/100 km	Heures pleines : 1,75 euros/100 km Heures creuses : 1,18 euros/100 km
Entretien courant	400 euros/an	200 euros/an
Location batterie		79 euros/mois

A partir de combien de kilomètres l'électrique est-il financièrement plus intéressant que le thermique ?

Méthode :

1. Calculer les frais sur 1 an : Expression sous forme de fonctions avec x le nombre de km
2. Écrire les équations
3. Représenter graphiquement les 3 fonctions
4. Lire graphiquement les points d'intersection.
5. Étudier les fonctions sur l'intervalle $[0 ; 16000[$
6. Étudier graphiquement les inéquations
7. Conclure

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

