

Brevet Professionnel

Mathématiques

Module Géométrie

Solides usuels

Partie 1

Définition, surface, volume,
représentation, intersection avec un plan

Nom :

Groupe :

Compétences et savoirs attendus

Géométrie

Reconnaître, nommer un solide usuel. Nommer les solides usuels constitutifs d'un solide plus complexe. Représenter un solide usuel en perspective (cavalière, centrale si le besoin professionnel est exprimé) à main levée ainsi qu'à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou d'un logiciel métier. Calculer la surface et le volume d'un solide.	Solides usuels : le cube, le pavé droit, la pyramide, le prisme, le cylindre droit, le cône, la boule. Formules de la surface et du volume du cube, du pavé droit, du cylindre.
À main levée, ainsi qu'avec un logiciel de géométrie dynamique ou un logiciel métier : – réaliser la section d'un solide usuel par un plan ; – construire la section plane d'un solide passant par des points donnés ; – chanfreiner ou évider partiellement un solide.	Section d'un solide par un plan.

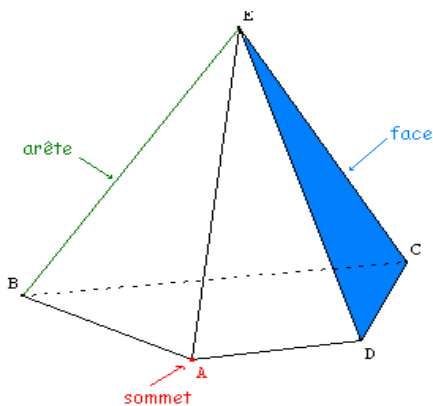
Sommaire

Solides usuels - Définitions	3
Définitions préalables	3
Activité	3
Surface et volume du cube, pavé droit, cylindre	7
1. Cube	7
2. Pavé droit	7
3. Cylindre	8
Représentation – perspective cavalière	12
1. Règles de la perspective cavalière	12
2. Représentation d'un solide partiellement évidé, d'un chanfrein	14
Section d'un solide par un plan	16
1. Pavé droit	16
2. Cylindre	16
3. Cône et pyramide	16
4. Théorème des plans parallèles	17
5. Méthode pour construire la section d'un solide par un plan	17

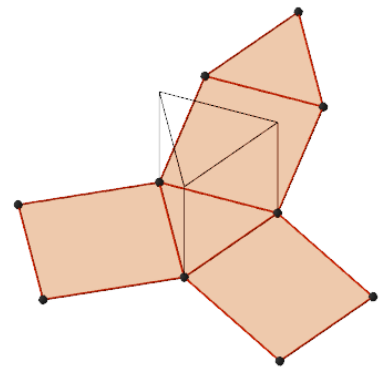
Solides usuels- Définitions

Définitions préalables

- une **arête** d'un solide géométrique est la ligne d'intersection de deux faces de ce solide (ce n'est pas forcément un segment de droite !)
- Une **face** est une surface plane fermée (ex : triangle, carré, polygone, ...)
- Un **sommet** est le point d'intersection d'arêtes du solide.



- Un **patron** est une surface plane qui, après pliage permet de construire ce solide.



- Un **polygone** est une figure plane fermée par des segments de droite

Ex d'un polygone :



- Un **polygone** régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur.
Ex : carré, triangle équilatéral etc...

Activité

A partir des définitions ci-dessous, proposer un patron pour ces solides.

Associer une représentation du solide correspondant à la définition et en déduire le nombre de faces d'arêtes, de sommets.

- Prismes

Prisme droit : Un **prisme droit** est un solide composé de :

- deux bases polygonales parallèles et superposables,
- faces latérales rectangulaires perpendiculaires aux bases.

Ex :

Faces

Arêtes

Sommets :

Pavé droit : Un **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un prisme droit particulier. Ses faces sont rectangulaires et toutes perpendiculaires entre elles.

Faces

Arêtes

Sommets :

Cube : Un cube est un pavé droit particulier. Toutes ses faces sont carrées.

Faces

Arêtes

Sommets :

- Pyramides

Pyramide : Une **pyramide** est constituée d'une base polygonale et de faces latérales triangulaires. Les triangles des faces latérales ont un sommet commun que l'on appelle le sommet de la pyramide, leurs côtés sont les arêtes de la pyramide.

Pyramide régulière : le polygone qui constitue la base est régulier.

Pyramide droite : La droite passant par le sommet et le centre de la base est perpendiculaire à la base.

Sans précision lorsqu'on parle de pyramide, il s'agit d'une pyramide droite dont la base est un carré.

Ex :

Faces

Arêtes

Sommets :

- Solides de révolution

Cylindre de révolution : Un cylindre de révolution est un solide composé :

- De deux bases en forme de disque et parallèles,
- D'une surface latérale appelée surface cylindrique.

On l'obtient en faisant tourner un rectangle autour d'un axe.

Ex :

Faces

Arêtes

Sommets :

Cône de révolution : Un cône de révolution est constitué d'une base en forme de disque et d'une surface conique

On l'obtient en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un axe.

Ex :

Faces

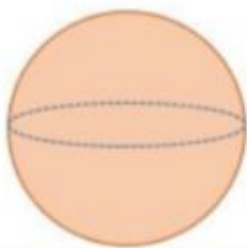
Arêtes

Sommets :

Boule : Une **boule** est délimitée par une surface sphérique.

On l'obtient en faisant tourner un demi-cercle autour d'un axe.

Remarque : Différence entre boule et sphère



La boule représente l'espace intérieur d'une sphère. Elle est donc pleine.



La sphère représente la délimitation extérieure d'une boule. Elle est donc vide.

Simulations <https://www.geogebra.org/m/WBQexSFJ>

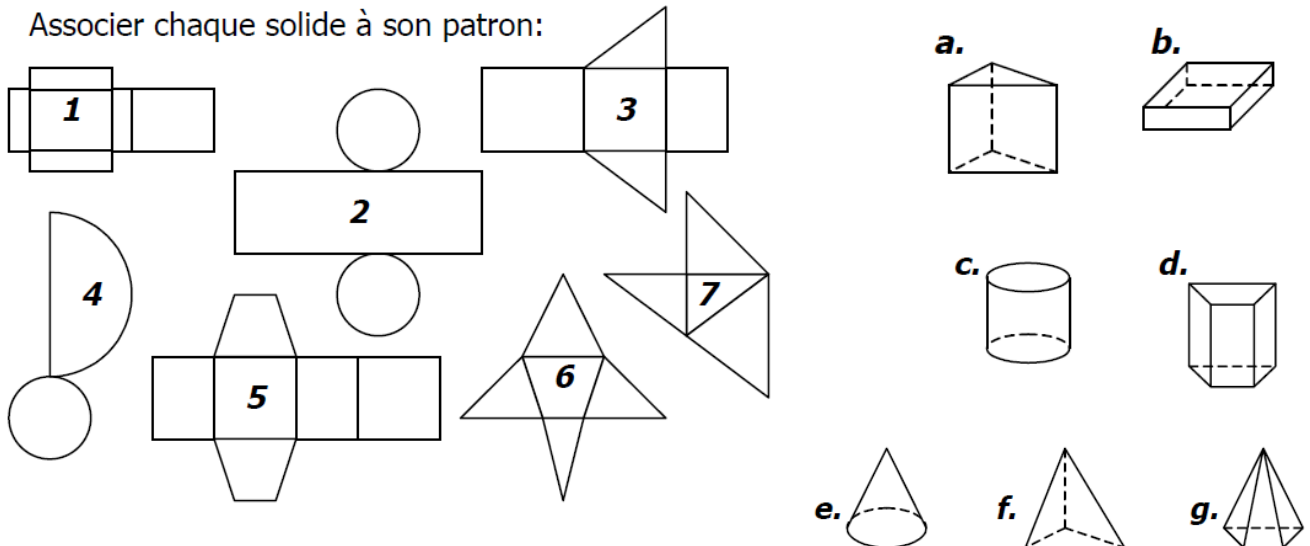
<https://learningapps.org/view5734931>

<https://learningapps.org/view3910388>



Exercice 1

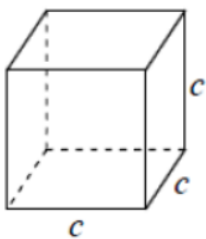
Associer chaque solide à son patron:



PATRON	1	2	3	4	5	6	7
SOLIDE							

Surface et volume du cube, pavé droit, cylindre

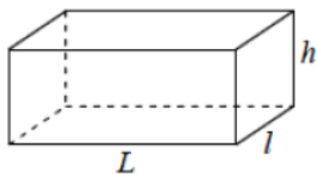
1. Cube



Surface :

Volume :

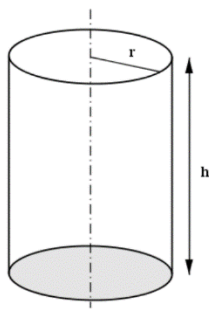
2. Pavé droit



Surface :

Volume :

3. Cylindre



Surface :

Volume :

Les formules de calcul du volume d'autres solides sont données dans le formulaire en fin de livret.

Exercice 2 : Citernes

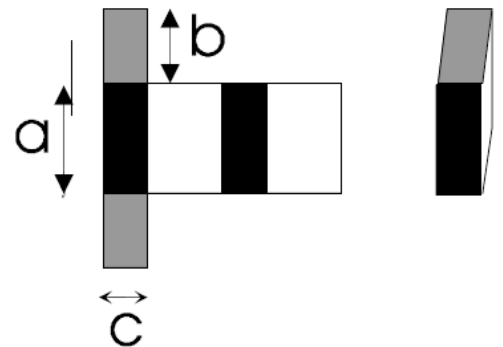
Vous travaillez dans une fabrique de citernes de fuel obtenues par soudage. Vous êtes chargé de la gestion des commandes matière. Vous avez plusieurs types de citerne à étudier.

1. Citerne parallélépipédique

Voici le patron d'une citerne parallélépipédique :

$a = 100\text{cm}$, $b = 60\text{cm}$, $c = 40\text{cm}$

- Calculez le volume de la citerne en cm^3 , le convertir en dm^3 . Donner ce volume en litres.



.....

.....

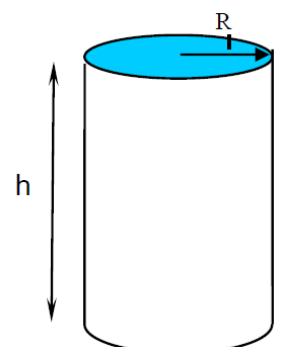
- La surface extérieure de la citerne est à peindre, déterminez cette surface en m^2 .

.....

.....

2. Citerne cylindrique

Voici le patron d'une citerne cylindrique : $h = 100\text{cm}$, $r = 30\text{cm}$. Elle est fabriquée grâce à un pourtour roulé sur lequel se fixe un fond et un couvercle.



2.1. Calculez la surface du fond en dm^2 à 0,01 près.

.....

.....

2.2. Calculez le volume de la citerne en dm^3 à 0,1 près., le convertir en cm^3 .

.....

.....

2.3. Calculez la surface extérieure de la citerne en m^2 à 0,01 près.

.....

.....

3. Citerne silo.

La citerne silo est fabriqué par l'assemblage de deux cônes : $d = 1 \text{ m}$, $h_1 = 50 \text{ cm}$, $h_2 = 80 \text{ cm}$.

3.1. Calculez, en mètres, le périmètre circulaire maximum de cette citerne à 0,01 près.

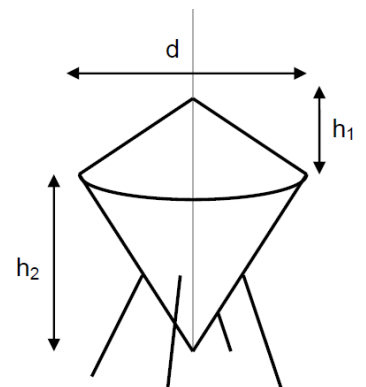
.....

.....

3.2. Calculez le volume de la cuve en m^3 à 0,01 près, en déduire le volume en litre.

.....

.....



3.3. Déduisez la surface extérieure de la citerne à peindre en m^2 à 0,01 près.

.....

.....

4. Citerne sphérique

La citerne sphérique est de diamètre $d = 60$ cm.

4.1. Calculez, en mètres, le périmètre circulaire de la citerne à 0,01 près.

.....
.....

4.2. Calculez son volume en m^3 à 0,01 près. En déduire le volume en litre.

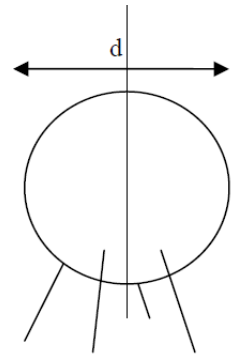
.....
.....

4.3. Calculez la surface extérieure de la citerne à peindre en m^2 à 0,01 près.

.....
.....

4.4. Classer les citernes 1, 2, 3, 4 par ordre croissant de volume.

.....



5. Citerne de gaz.

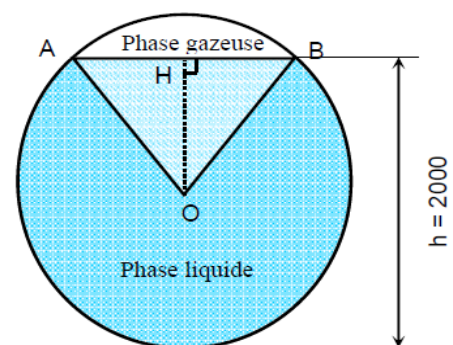
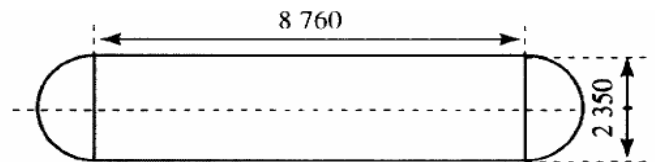
Une citerne se décompose en trois parties :

- un cylindre de 2 350 mm de diamètre extérieur et de 8 750 mm de longueur.
- deux demi-sphères de 2 350 mm de diamètre extérieur (une à chaque extrémité du cylindre).

Le rayon intérieur de la cuve étant de 1 170 mm, et la cuve contient du butane liquide dont le niveau se situe à 2 m du fond de la cuve.

a) Calculez en m^2 l'aire de la surface extérieure de la cuve.

.....
.....
.....



b) Calculer OH à 1 mm près.

.....

.....

c) Calculer AB à 1 mm près.

.....

.....

d) Calculer l'angle $\widehat{AOB}$

.....

.....

e) Calculer l'aire de la surface grisée en m².

.....

.....

On suppose que l'aire de la surface non grisée est 3,9 m² et que l'axe de la cuve est horizontal.

f) Calculez le volume de liquide contenu dans la partie cylindrique.

.....

.....

g) Calculez le volume de liquide contenu dans la partie sphérique. (les deux demi-sphères).

.....

.....

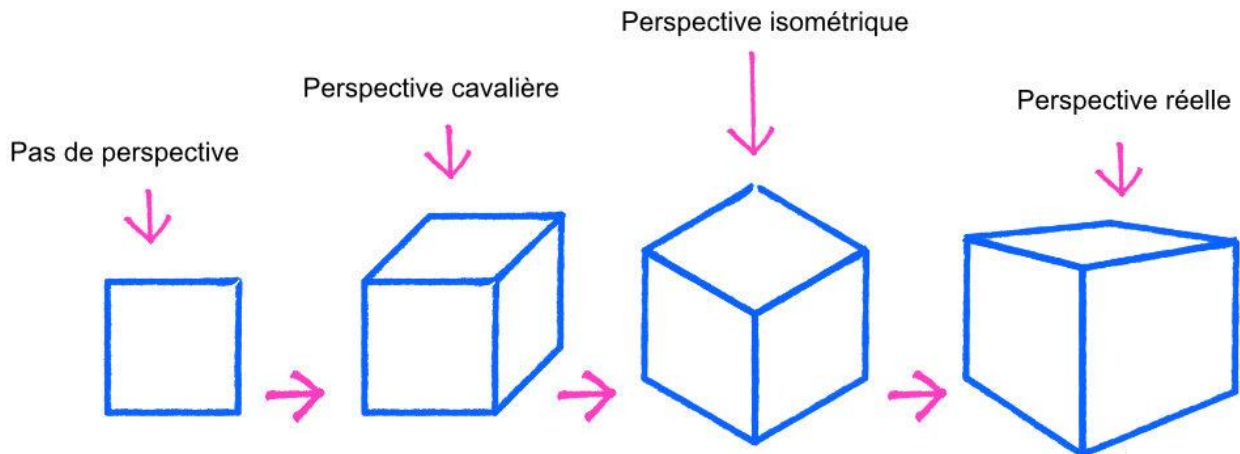
h) Donnez le volume total de gaz liquide contenu dans la citerne.

.....

.....

Représentation – perspective cavalière

Il existe différentes façons de représenter un solide (3D) sur un plan (2D).

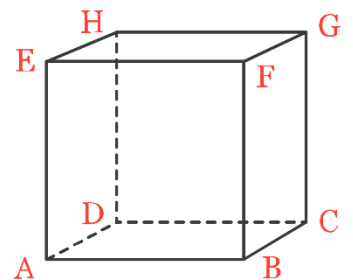


La plus courante est la perspective cavalière.

1. Règles de la perspective cavalière

Voici les règles que l'on utilise pour faire une représentation en perspective cavalière :

- a) Les arêtes cachées sont représentées en **pointillés**.
Les arêtes visibles sont représentées en traits pleins.
- b) Les éléments situés dans un **plan frontal** (un plan face au dessinateur, perpendiculaire au regard) sont représentés **non déformés** : mêmes angles, mêmes longueurs.
- c) Deux droites **parallèles** dans la réalité restent parallèles sur le dessin
- d) Des points **alignés** dans la réalité restent alignés sur le dessin
- e) Les **milieux** sont conservés

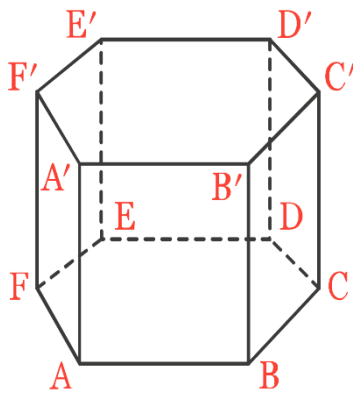


Exemple 1 : le cube

Entraînement en ligne : <https://learningapps.org/view12027882>



Exemple 2 : le prisme à base hexagonale.

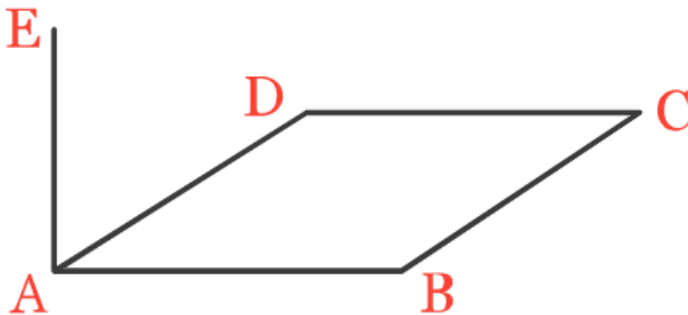


Toutes les arêtes verticales sont parallèles et de même longueur.

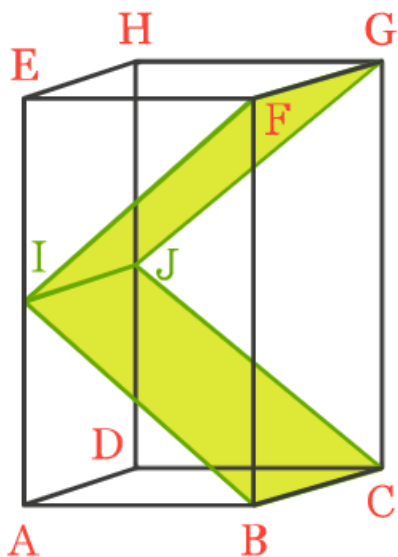
Remarque 1 : Des points peuvent paraître alignés dans la représentation alors qu'ils ne le sont pas en réalité (ex A, B', C' ne sont pas alignés)

Remarque 2 : la perspective cavalière ne conserve pas les angles !

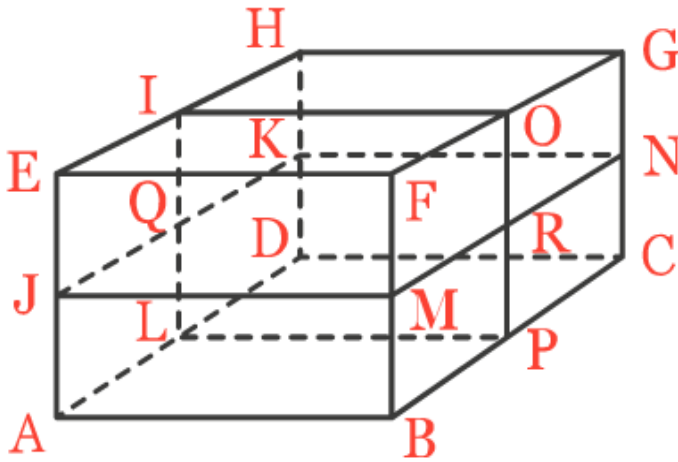
Exercice 3 : Complétez le pavé droit ci-dessus en traçant en pointillé les éléments cachés.



Exercice 4 : Reproduisez la figure ci-dessous (mesures libres) en traçant en pointillé les éléments cachés.



Exercice 5 : Indiquez si les points suivants sont alignés.

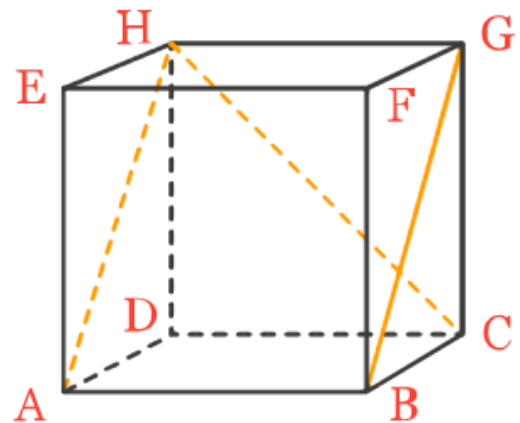


- B, P et C :
- J, Q et K :
- K, F et N :
- O, R et P :
- L, D et G :
- I, K et P :
- E, K et F :

Exercice 6 : Parallèle ou pas ?

Répondez par vrai ou faux.

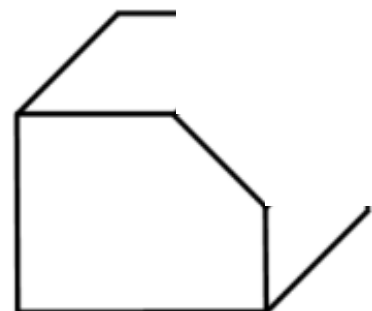
- (AH) et (BG) sont parallèles.
☐ Vrai. ☐ Faux.
- (BG) et (CH) sont sécantes.
☐ Vrai. ☐ Faux.
- (AG) et (CH) sont sécantes.
☐ Vrai. ☐ Faux.
- (BG) et (CD) sont sécantes.
☐ Vrai. ☐ Faux.
- (EG) et (BD) sont parallèles.
☐ Vrai. ☐ Faux.



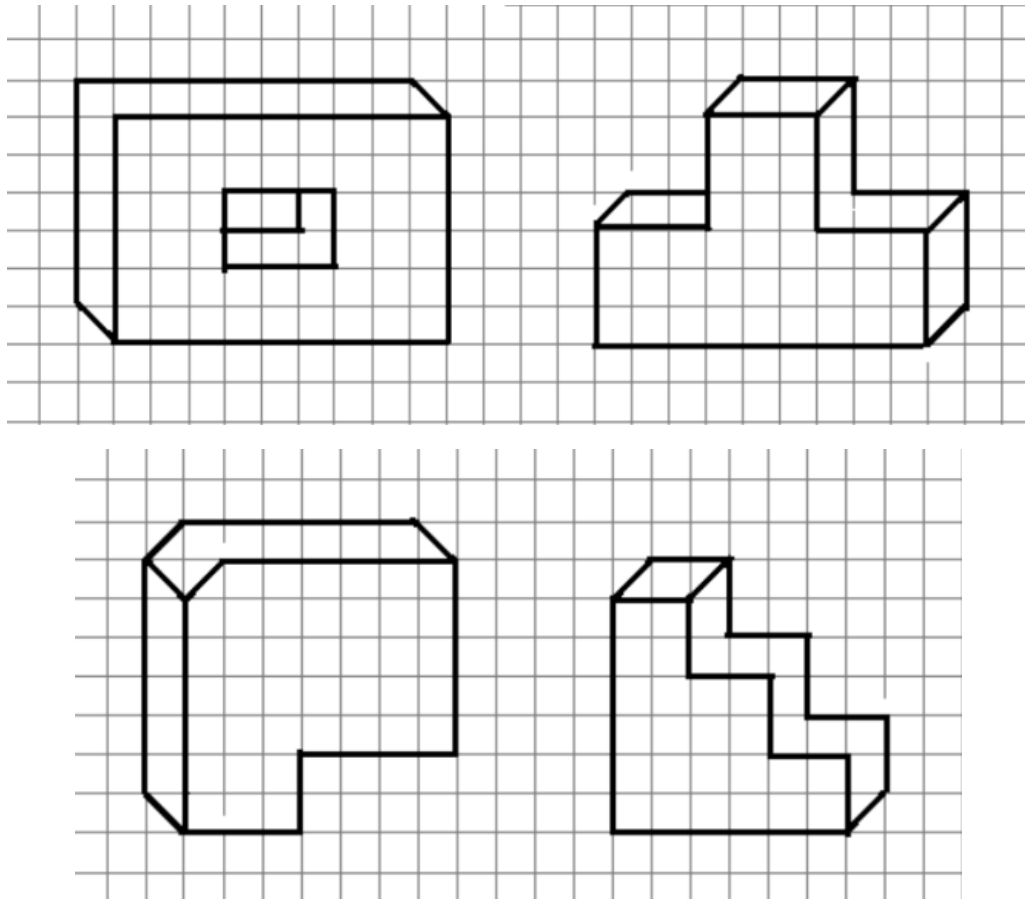
2. Représentation d'un solide partiellement évidé, d'un chanfrein

Un **chanfrein** est la surface formée par une arête abattue, souvent obtenue par limage de l'arête. Généralement, le chanfrein entre deux faces à angle droit est à 45°.

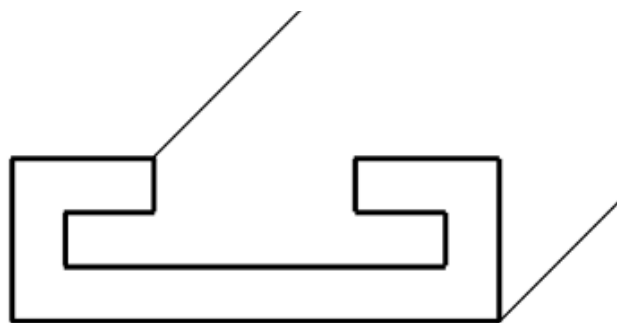
Ex : Terminer la représentation en perspective de ce pavé droit chanfreiné



Exercice 7 : Terminer les représentations des solides suivants :



Exercice 8 : Terminer la représentation de ce pavé droit rainuré

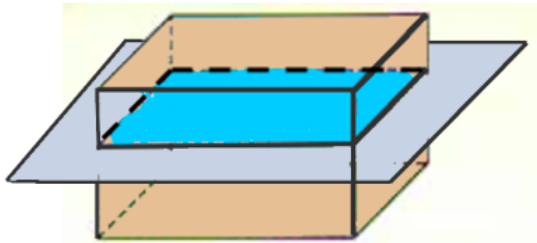


Section d'un solide par un plan

1. Pavé droit

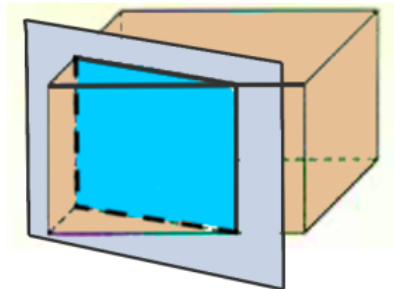
Avec un pavé droit

Plan parallèle à la base



La section est un

Plan perpendiculaire à la base.

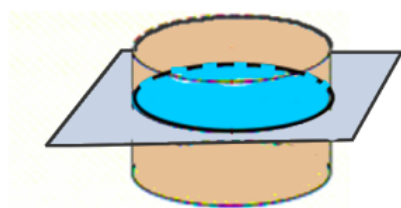


La section est un | |

2. Cylindre

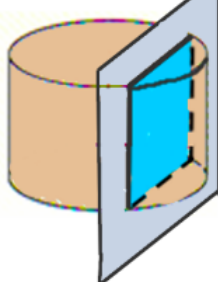
Avec un cylindre

Plan parallèle à la base



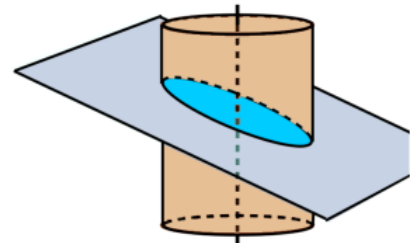
La section est un

Plan perpendiculaire à la base



La section est un

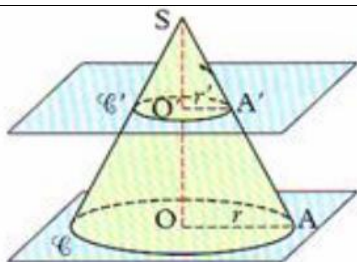
Plan non parallèle à l'axe



La section est une ellipse

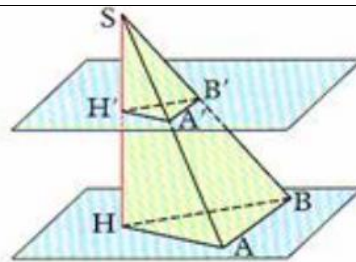
3. Cône et pyramide

avec un cône



La section est un

avec une pyramide

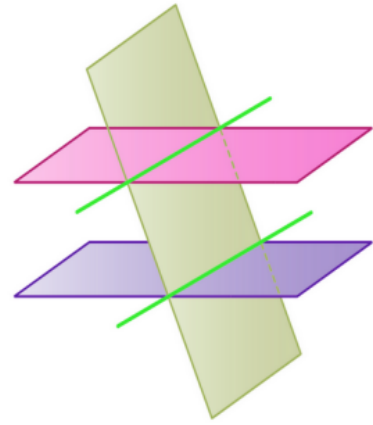


La section est un **polygone**
du même type que la base (ici triangle)

4. Théorème des plans parallèles

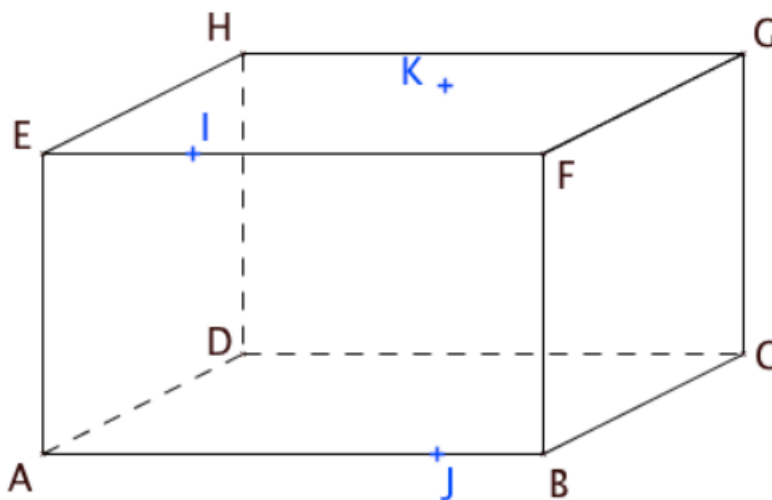
Théorème des plans parallèles :

Si deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre, et leurs intersections sont deux droites parallèles.



5. Méthode pour construire la section d'un solide par un plan

ABCDEFGH est un pavé droit. I est un point de l'arête [EF], J est un point de l'arête [AB] et K est un point de la face EFGH. Construire la section du pavé par le plan (IJK).



- Le plan (IJK) coupe la face ABFE suivant la droite (IJ). On commence donc par tracer le segment [IJ].
- Le plan (IJK) coupe la face EFGH suivant la droite (IK). Soit L le point d'intersection de la droite (IK) avec l'arête [HG]. On trace le segment [IL].
- D'après le théorème des plans parallèles, les faces ABFE et DCGH étant parallèles, le plan (IJK) coupe la face DCGH suivant une droite parallèle à (IJ). Le plan (IJK) coupe donc la face DCGH suivant la droite parallèle à (IJ) et passant par L. On trace cette droite qui coupe l'arête [CG] en M.
- On justifie de même que le plan (IJK) coupe la face ABCD suivant la droite parallèle à (IK) passant par J. On trace cette droite qui coupe l'arête [BC] en N.
- Pour finir la section, on trace le segment [MN].

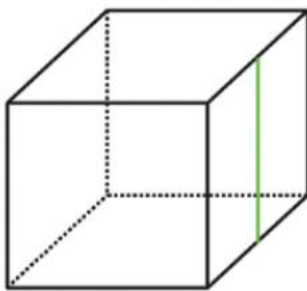
Vidéo : <https://youtu.be/vgXcf3M0f9w>



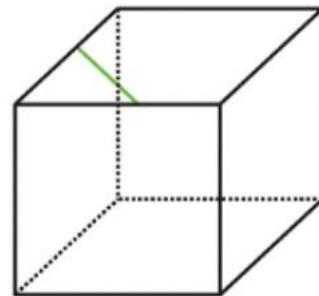
D'après Yvan Monka – www.maths-et-tiques.fr

Exercice 9

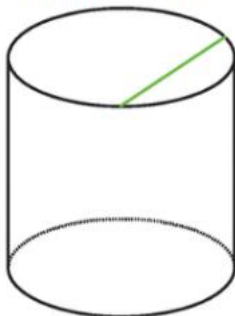
Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part verticalement. Compléter les traits de coupe sur toutes les faces et indiquer la nature des sections obtenues.



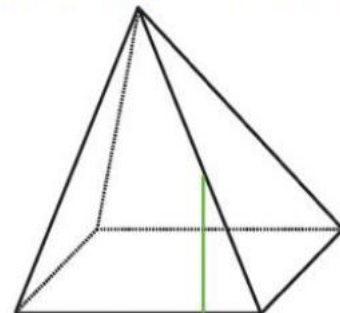
Nature de la section :



Nature de la section :



Nature de la section :

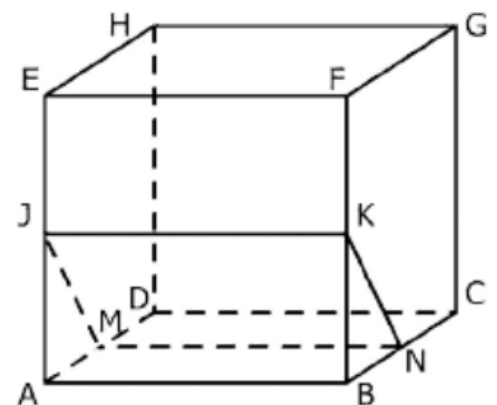


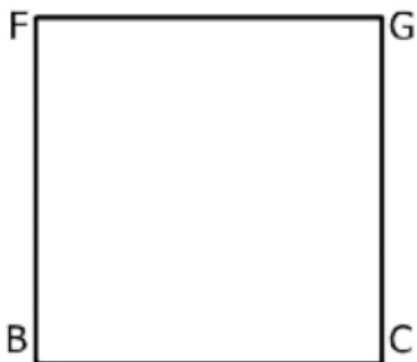
Nature de la section :

Exercice 10 : ABCDEFGH est un cube.

Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC]. JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].

- Donner, sans justifier, la nature de la section JKNM.
- La face FGCB a été dessinée en vraie grandeur ci-dessous. Placer les points K et N sur cette face.





c. Dessiner la section JKNM en vraie grandeur.

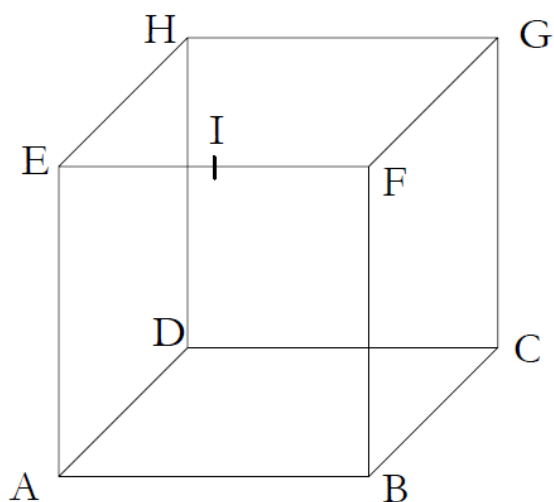
d. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?

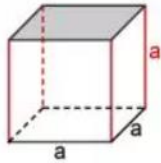
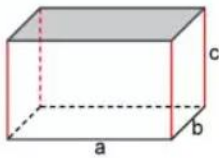
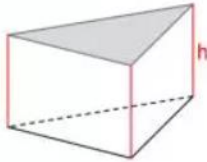
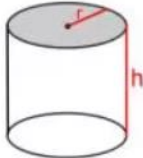
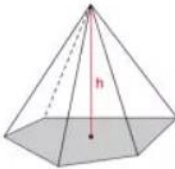
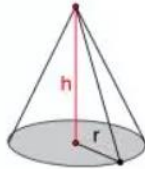
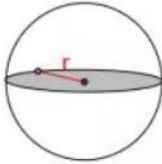
.....

Exercice 11 :

On considère un cube ABCDEFGH et le point I milieu de l'arête [EF]. On considère le plan par les points B, E et G : ce plan est noté BEG.

Déterminer et tracer l'intersection du cube et du plan parallèle à BEG et contenant le point I.



Solides			
Le cube  Volume = a^3 Aire totale = $6 \times a^2$	Le pave droit  Volume = $a \times b \times c$	Le prisme  Volume = Aire de la base $\times$ h Aire latérale = périmètre de la base $\times$ h	Le cylindre  Volume = $\pi r^2 h$ Aire latérale = $2 \pi r h$
La pyramide  $V = \frac{\text{Aire de la base} \times h}{3}$		Le cône  $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$	La boule  Volume = $\frac{4}{3} \pi r^3$ Aire de la sphère = $4 \pi r^2$

