

EFFORTS INTERNES

(Partie 2)

Tracé des diagrammes

1. Introduction

En général, les efforts et moments internes **varient** le long de la poutre. Il est important en particulier d'en connaître les valeurs maximales et minimales et leur localisation afin de vérifier le bon dimensionnement de la structure. Il s'agit donc de tracer les courbes qui permettent de visualiser l'évolution des efforts et moments en n'importe quelle section : les diagrammes des efforts et des moments.

On se limite ici à l'étude des diagrammes des efforts et des moments dans les poutres à deux dimensions (plan XOY), ce qui réduit le nombre des efforts et des moments à trois, à savoir un effort normal N (Nx), un effort tranchant T (Ty), et un moment fléchissant Mf (Mz).

Les zones des efforts internes dans une poutre

La variation d'un effort ou moment dans une zone (ou tronçon) d'une poutre est caractérisée par une **même fonction mathématique**. Chaque particularité de la poutre constitue une extrémité d'une section (extrémité libre, appuis intermédiaire, changement de la charge répartie, charge ponctuelle).

n particularités $\rightarrow n - 1$ tronçons à étudier

Construction des diagrammes des efforts internes d'une poutre

Pour pouvoir tracer les diagrammes, il est indispensable de connaître toutes les forces extérieures y compris les réactions qui doivent être préalablement déterminées.

Le tracé des diagrammes des efforts et des moments peut être fait à l'aide des équations analytiques ou par la méthode directe.

La méthode directe est essentiellement basée sur des **relations différentielles** qui existent entre la charge répartie, l'effort tranchant et le moment de flexion.

Ces relations permettent également de valider les expressions trouvées par la méthode analytique.

Relations différentielles entre charges, efforts et moments

On peut démontrer que :

$$\frac{dV(x)}{dx} = q(x) \quad \text{et} \quad \frac{dM_f(x)}{dx} = V(x)$$

Cela a de nombreuses conséquences en ce qui concerne les caractéristiques des différents diagrammes. Elles seront détaillées dans le chapitre sur le tracé direct.

On remarque cependant que le moment fléchissant maximum $M_f \max$ se situe à l'endroit où l'effort tranchant est nul.

Méthode analytique

La méthode analytique consiste à trouver les expressions des efforts et moments pour chaque zone en fonction de l'abscisse x de la ligne moyenne de la poutre. Ces expressions peuvent être établies par les équations d'équilibre de toutes les forces (y compris les réactions des appuis) appliquées à gauche ou à droite de la section considérée. Une fois que ces expressions sont déterminées, on peut alors tracer leurs diagrammes.

Méthode :

- Travail préalable : Déterminer les réactions d'appuis
- Mettre en place un repère local sur chaque poutre de la structure
- Effectuer une **coupure** entre chaque singularité
- Pour chaque coupure :
 - Conserver la partie droite ou la partie gauche et dessiner le torseur
 - Remplacer toutes les forces réparties (s'il y en a) **de la partie de structure conservée** par une force ponctuelle globalement équivalente
 - Ecrire les **équations d'équilibre** du système (partie conservée) en fonction de x (abscisse de la coupure)
 - Somme des forces horizontales nulle
 - Somme des forces verticales nulle
 - Somme des moments au niveau de la coupure nulle
 - Vérification des relations différentielles (étape est facultative mais est conseillée)
- Tracer les **diagrammes de sollicitations**

Exemple : (voir exercice du camion sur le pont)