

CAP

Mathématiques

Géométrie

Relations dans le triangle (1)

Théorème de Pythagore

Nom – Prénom : _____

Section : _____

1- Rappels

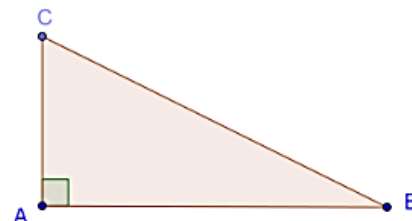
1. Vocabulaire

Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle droit (égal à°).

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté **opposé** à l'angle droit.

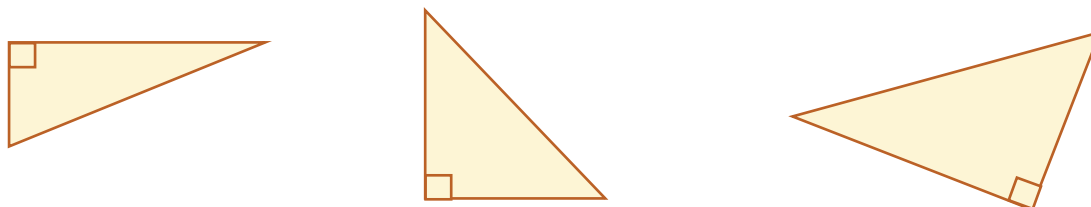
Exemple : Sur le dessin ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en
- le côté est l'hypoténuse du triangle ABC.



Remarque : L'hypoténuse est le côté du triangle **le plus long**.

Application : Repasser sur l'hypoténuse de chaque triangle.



2. Carré d'une longueur, racine carrée

Définition : Soit [AB] un segment, sa longueur est AB.

Le **carré** de sa longueur est $AB^2 = AB \times AB$

Remarque : on dit que 16 est le carré de 4 ($4^2 = 16$) mais aussi que 4 est la **racine carrée** de 16.

Et on le note : $\sqrt{16}$

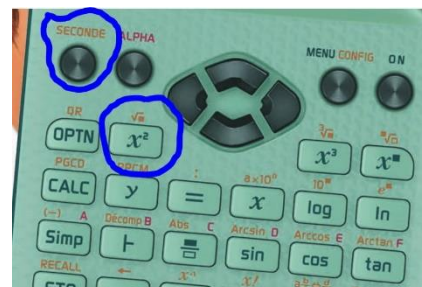
Comment trouver la racine carrée de 10 ?

On cherche un nombre x tel que $x^2 = 10$

On utilise la calculatrice : en général « seconde » x^2

valeur exacte $\sqrt{10}$

valeur approchée 3,16



Attention : On ne peut prendre la racine carrée d'un nombre QUE s'il est **POSITIF** !!

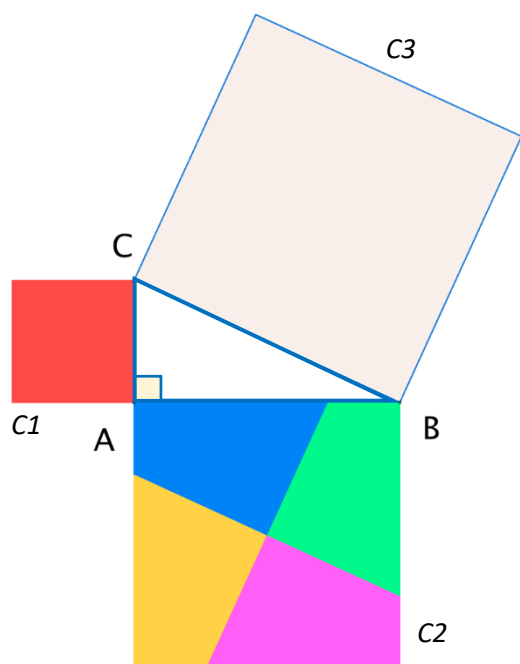
Exemples : Compléter le tableau

Nombre	Racine carrée Valeur exacte	Racine carrée (Valeur approchée à 0,01 près)
0	0	-
17		
.....	9	-
2		
36		

2 – Théorème de Pythagore

I. Activité

Objectif : Démontrer le théorème Pythagore



Le triangle ABC est rectangle en A.

On construit trois carrés de longueur de côtés AB, BC et CA.

a) Exprimer l'aire de chaque carré :

- Aire de $c1$:
- Aire de $c2$:
- Aire de $c3$:

b) A l'aide du « puzzle » montrer que :

$$\text{aire de } c3 = \text{aire de } c1 + \text{aire de } c2$$

c) Reproduire la démonstration sur le dessin ci-contre

d) En déduire le théorème de Pythagore qui permet de calculer le carré de la longueur de l'hypoténuse en fonction de la longueur des 2 autres côtés du triangle rectangle :

.....

Puzzles en ligne : <https://www.geogebra.org/m/PujhpZtM>

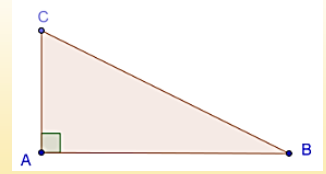


II. Théorème de Pythagore

Si un triangle est **rectangle**, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Autrement dit :

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$



Attention ! Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

⇒ Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 5 cm et BC = 8 cm.

- 1) Tracer le triangle.
- 2) Enoncer le théorème de Pythagore.
- 3) Calculer la longueur AB (arrondir à 0,1 cm).

Vérifier sur la figure.

.....
.....
.....
.....

<https://learningapps.org/view3970891>
<https://learningapps.org/view10469773>



III. Réciproque du théorème de Pythagore

Qu'est-ce qu'une **réciproque** ?

On considère une propriété : « S'il y a du soleil, alors il fait beau »

⇒ La propriété « S'il fait beau, alors il y a du soleil » est sa **réciproque**.

Attention ! Une propriété peut être vraie et sa réciproque fausse !

Exemple : Propriété "Si je suis un Homme, alors j'ai des yeux". La propriété **réciproque** "Si j'ai des yeux, alors je suis un Homme" est **fausse**.

Le théorème de Pythagore est : "Si le triangle ABC est rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Sa réciproque est :

"Si le triangle ABC est tel que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors il est rectangle en A".

Inversement :

"Si le triangle ABC est tel que $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$, alors il n'est pas rectangle en A".

Concrètement, cela sert à montrer qu'un triangle dont on connaît les mesures est rectangle ou pas.

Exemple 1 :

Démontrer que le triangle MNP, tel que $MN = 3$ cm, $NP = 4$ cm et $PM = 5$ cm est un triangle rectangle.

.....

.....

.....

Exemple 2 :

Le triangle ABC de côtés $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm et $BC = 4$ cm est-il rectangle ?

.....

.....

.....

Entraînement en ligne :

<https://learningapps.org/view15972760>

<https://learningapps.org/view5956431>

<https://learningapps.org/view3669947>



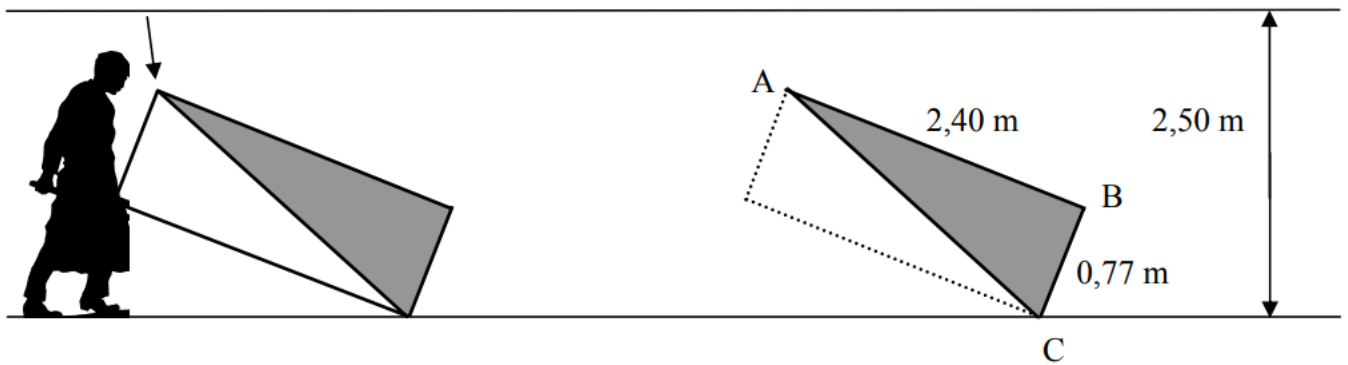
Résolution de problèmes utilisant le théorème de Pythagore

Exercice 1 :

Lors d'un déménagement, tu dois faire entrer dans la maison une très grosse armoire ...

Elle passe bien par la porte, mais tu n'es pas sûr de pouvoir la redresser dans la pièce.

Plutôt que d'épuiser les livreurs pour rien, tu décides de faire un calcul pour savoir !! On ne pourra redresser l'armoire que si le coin supérieur A ne tape pas dans le plafond. Tu vas donc calculer la longueur de la diagonale AC de l'armoire.



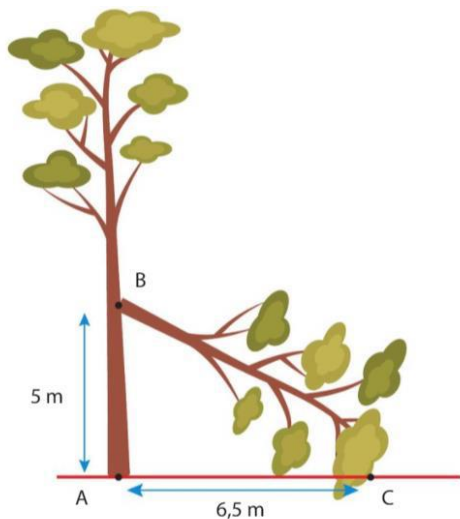
Le triangle ABC est rectangle en donc l'hypoténuse est le segment

.....
.....
.....

Alors, pourras-tu redresser l'armoire ? Pourquoi ?

.....

Exercice 2 :



Lors de la dernière tempête, un arbre vertical situé à 12 m d'une maison s'est brisé en deux vers la maison, 5 m au-dessus du sol horizontal. La longueur au sol de la partie cassée est de 6,5 m.

- 1) Définissez la nature du triangle ABC ci-dessous.
- 2) L'arbre aurait-il pu toucher la maison s'il s'était déraciné au lieu de se casser ?

.....

.....

.....

.....

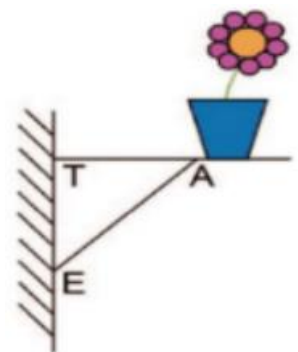
.....

Exercice 3 :

Valérie ne sait plus où ranger ses pots de fleurs. Sur un mur vertical, Valérie a installé une étagère pour y poser un pot de fleurs. Les mesures qu'elle a utilisées sont les suivantes :

$ET = 15\text{ cm}$, $AE = 17\text{ cm}$ et $TA = 8\text{ cm}$.

L'étagère de Valérie est-elle horizontale ? Justifier votre réponse.



.....

.....

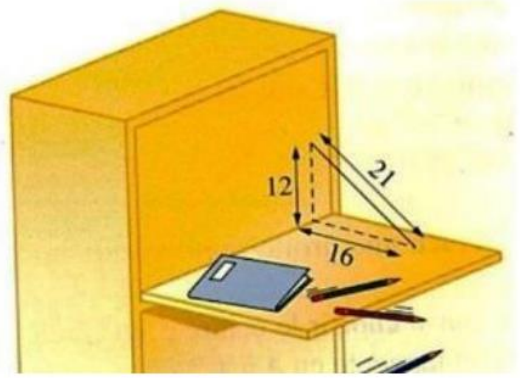
.....

.....

.....

Exercice 4 :

Mathieu est perplexe. Ses parents lui ont acheté un secrétaire, mais ses stylos roulent et tombent. Ce meuble est pourtant bien fixé au mur qui lui-même est bien vertical. Mathieu a donc pris quelques mesures pour trouver une explication. Peux-tu lui expliquer pourquoi ses stylos ne restent pas en place ?



.....

.....

.....

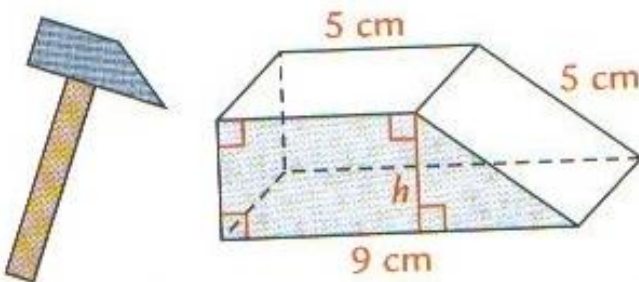
.....

.....

Exercice 5 :

La tête d'un marteau a la forme d'un prisme droit représenté sur la figure ci-dessous.

La base de ce prisme est le trapèze rectangle colorié ci-dessous.
Tracer ce trapèze à main levée et calculer sa hauteur h .



.....

.....

.....

.....