

CAP

Mathématiques Géométrie

Relations dans le triangle (2)

Théorème de Thalès

Nom – Prénom : _____

Section : _____

1- Activités

1. Activité 1 : Manipulation sur Géogébra

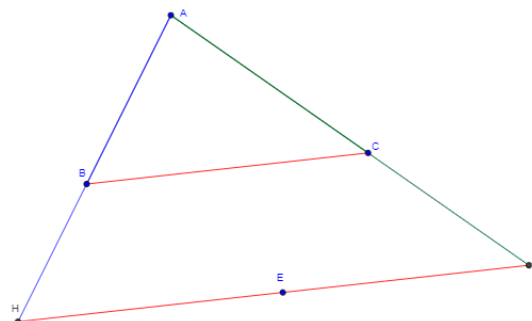
<https://www.geogebra.org/m/crxRMNWQ>

Soit un triangle quelconque ABC et un point E.

On trace une droite parallèle à BC et passant par le point E.

H et G sont les points d'intersection de la droite parallèle à (BC) avec les droites (AB) et (AC).

Avec le curseur, déplacer le point B, déplacer le point C, déplacer le point E (position de la droite parallèle).



a) Que remarque-t-on ?

.....

.....

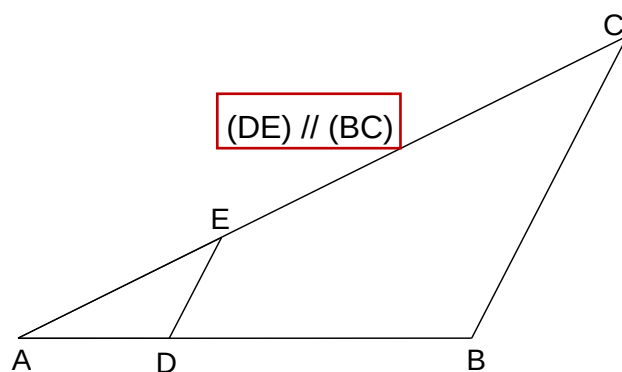
b) Cocher la case « Afficher les résultats ». Observer les rapports $\frac{AG}{AC}$, $\frac{AH}{AB}$, $\frac{GH}{BC}$

.....

2. Activité 2 :

a) En prenant les mesures nécessaires sur le dessin ci-contre, complète le tableau ci-dessous.

Longueurs des côtés dans le triangle ADE	AD =	AE =	DE =
Longueurs des côtés dans le triangle ABC	AB =	AC =	BC =
Rapports	$\frac{AD}{AB} =$	$\frac{AE}{AC} =$	$\frac{DE}{BC} =$

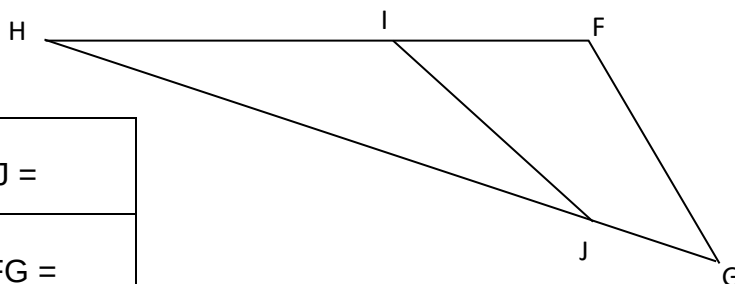


Que constatez-vous ?

.....

- b) En prenant les mesures nécessaires sur le dessin ci-contre, complète le tableau ci-dessous.

Longueurs des côtés dans le triangle ADE	HI =	HJ =	IJ =
Longueurs des côtés dans le triangle ABC	HF =	HG =	FG =
Rapports	$\frac{HI}{HF} =$	$\frac{HJ}{HG} =$	$\frac{IJ}{FG} =$



Que constatez-vous ?

- c) En conclusion, quelle condition doit être apparemment vérifiée pour que les rapports soient égaux (autrement dit pour qu'il y ait proportionnalité entre les longueurs des côtés de deux triangles) ?

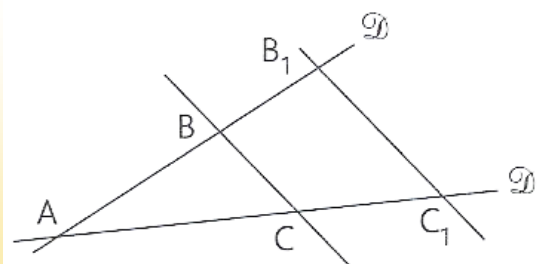
2 – Théorème de Thalès

I. Enoncé du théorème de Thalès

Deux droites (D) et (D') sécantes en A définissent les triangles ABC et AB_1C_1 .

Si (BC) et (B_1C_1) sont **parallèles** alors

$$\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC}$$



Remarques :

- On ne peut pas appliquer le théorème de Thalès s'il n'y a pas de **droites parallèles**.
- Lorsque la propriété de Thalès est vérifiée, les longueurs des côtés du triangle ABC et les longueurs des côtés associés du triangle AB_1C_1 sont **proportionnelles**.

II. Application du théorème du Thalès → calculs de longueurs

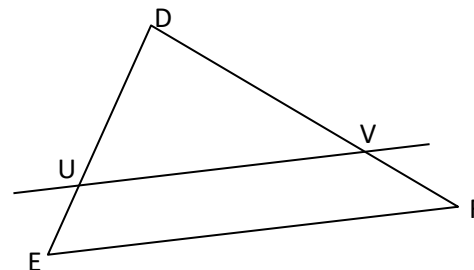
Exemple : Pour la figure ci-contre :

Les points D, U, E et les points D, V, F sont alignés.

DE = 4 cm ; DU = 3 cm ; DF = 5 cm ; UV = 3,5 cm.

Les droites (UV) et (EF) sont **parallèles**.

Calculer les longueurs des segments [DV] et [EF].



Rédaction :

Les droites (UV) et (EF) sont parallèles entre elles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

C'est-à-dire :

Calcul de DV :

$\frac{3}{4} = \frac{DV}{5} \rightarrow$ On calcule une 4^e
proportionnelle (produit en croix)

Donc

Le segment [DV] mesure

Calcul de EF :

$\frac{3}{4} = \frac{3,5}{EF} \rightarrow$ On calcule une 4^e
proportionnelle (produit en croix)

.....

Le segment [EF] mesure

III. Réciproque

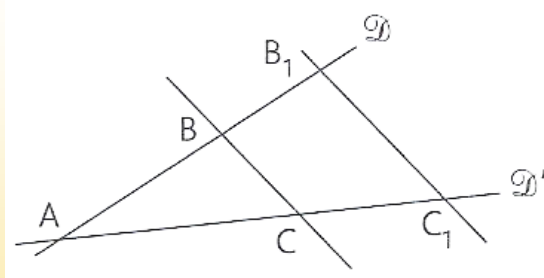
Soient deux droites (AB) et (AC) sécantes en A.

Soit un point B₁ sur la droite (AB) distinct de A et un point C₁ sur la droite (AC) distinct de A.

Si les points A, B et B₁ d'une part, et A, C et C₁ d'autre part **sont alignés** dans le même ordre et

si $\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC}$,

alors les droites (BC) et (B₁C₁) sont **parallèles**.



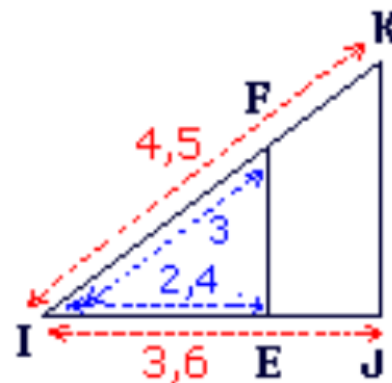
IV. Application de la réciproque ➔ Montrer que 2 droites sont parallèles

Exemple :

On donne un triangle IJK avec : $IJ = 3,6$; $IK = 4,5$.

On place E sur [IJ] et F sur [IK] tels que : $IE = 2,4$ et $IF = 3$.

On veut prouver que : $(EF) \parallel (KJ)$.



Rédaction :

On va utiliser la **réciproque du théorème de Thalès**.

Par hypothèse, I, E, J, d'une part et I, F, K, d'autre part, sont **alignés** et ceci dans le **même ordre**.

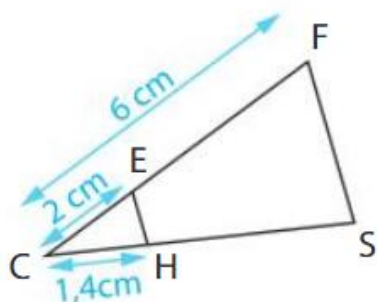
On calcule d'une part : $\frac{IJ}{IE} = \dots\dots\dots$ et d'autre part $\frac{IK}{IF} = \dots\dots\dots$

Donc $\dots\dots\dots$ On en déduit que : $\dots\dots\dots$

3 – Exercices d'application

Exercice 1 :

Dans la figure ci-dessous, les droites (EF) et (HS) se coupent en C, et (EH) et (FS) sont parallèles.

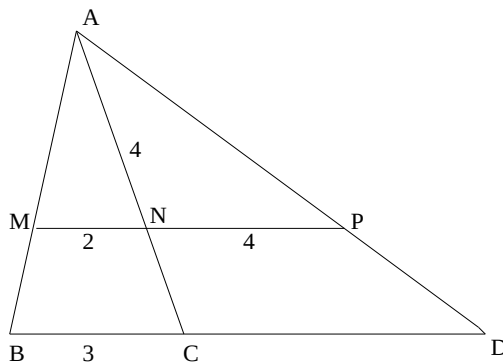


- Quelle est la longueur du segment [CS] ?

.....
.....
.....

Exercice 2 :

Sur la figure suivante, les droites (MP) et (BD) sont parallèles.



1) Calculer la distance AC. (justifier)

.....

.....

.....

2) Calculer la distance CD. (justifier)

.....

.....

.....

Entraînement en ligne :

<https://learningapps.org/view2072429>

<https://learningapps.org/view17075650>

<https://learningapps.org/view11465413>



4- Résolution de problèmes utilisant le théorème de Thalès

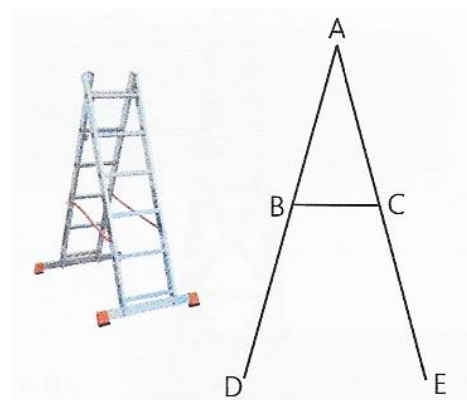
Exercice 1 :

Pour maintenir l'échelle schématisée ci-contre, on fixe un lien entre les deux barreaux. Les montants de l'échelle AD et AE mesurent 3 m et le lien BC = 0,6 m.

a) **Écrire** les rapports définis par le théorème de Thalès appliqué aux triangles ABC et ADE.

.....

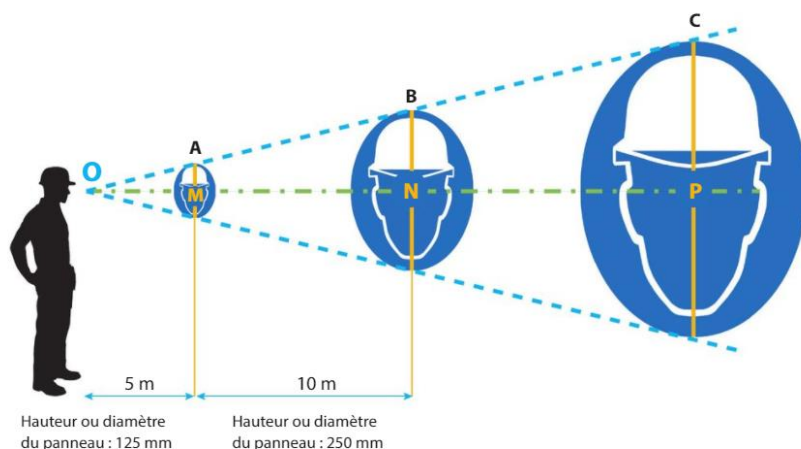
.....



b) Calculer à quelle distance AB il est nécessaire d'attacher le lien pour que la distance DE soit de 1,5 m.

Exercise 2

Un chef de chantier doit installer un panneau de sécurité informant que le port du casque est obligatoire. Les recommandations pour une bonne visibilité des panneaux et pictogrammes sont modélisées par le schéma ci-dessous. Les droites (AM) et (BN) sont parallèles.



- 1) Sur le chantier, le panneau doit être installé à une distance $OP = 25 \text{ m}$.

En vous aidant du tableau de proportionnalité (1), recherchez le segment manquant dans le (2). Calculez la longueur de ce segment.

OM = 5	AM = 0,125/2
ON = 10	BN = 0,250/2

OM = 5	AM = 0,125/2
OP = 25	

- 2) Choisissez le modèle de panneau le plus adapté pour une bonne visibilité à 25 m.

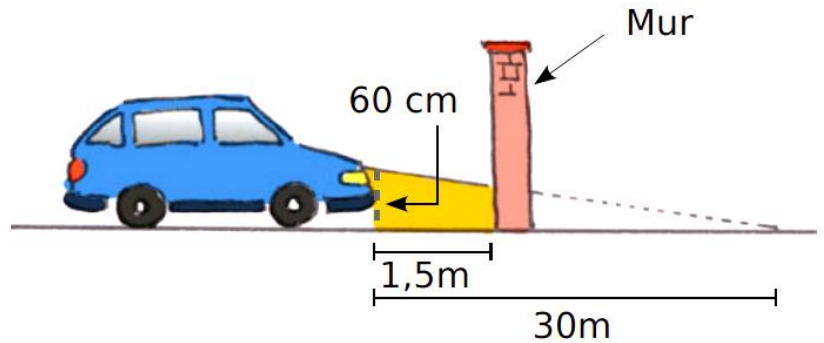
Modèle de panneau	XS	S	M	L	XL	XXL
Diamètre (en mm)	125	250	350	450	650	850

Exercice 3

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage. La figure n'est pas à l'échelle. Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.

À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?



5 – Pythagore ou Thalès ?

1 - Quelques pistes

Il s'agit de faire le point sur les hypothèses (ce que l'on sait) et sur ce que l'on veut montrer.

- Si on a un **triangle rectangle** et que l'on cherche une longueur d'un côté du triangle
→
- Si on veut **montrer qu'un triangle est rectangle** et que l'on connaît les longueurs des côtés
→
- Si on a 2 triangles dont 2 côtés sont **parallèles** et que l'on cherche une longueur
→
- Si on a 2 triangles « emboîtés » (ou formant un papillon) et que l'on veut **montrer que 2 côtés (droites) sont parallèles** →

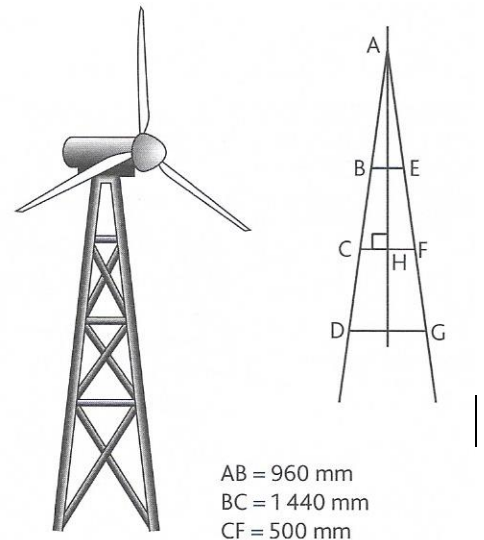
2 - Exercices

Exercice 1 : Madame Toudverte veut fixer une éolienne au sommet d'un pylône métallique.

Elle schématise le pylône par la figure ci-dessous.

Les traverses horizontales (BE) et (CF) sont parallèles entre elles.

La verticale (AH) est un axe de symétrie.



1. Calculer la longueur de la traverse BE (indiquer le théorème utilisé, justifier).

.....

.....

.....

2. Déterminer la hauteur AH (indiquer le théorème utilisé, justifier).

.....

.....

Exercice 2

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne

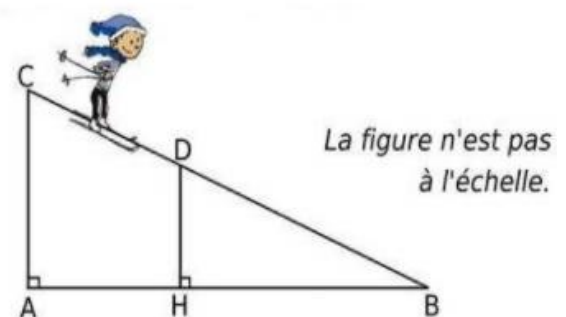
représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m.

A son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m.

Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste.

Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.

Calculer la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.



.....

.....

.....