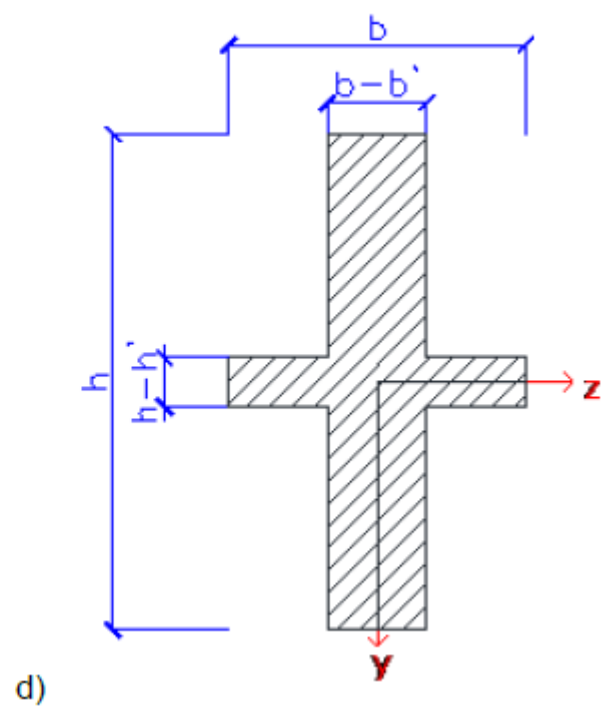
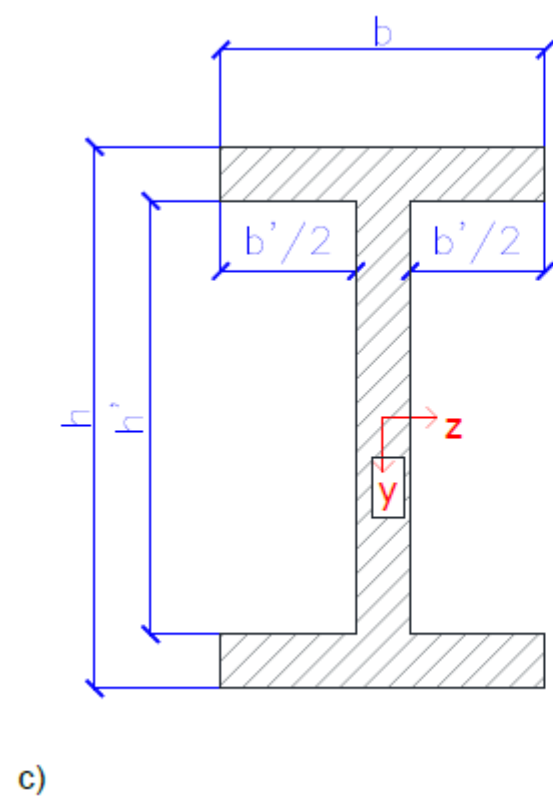
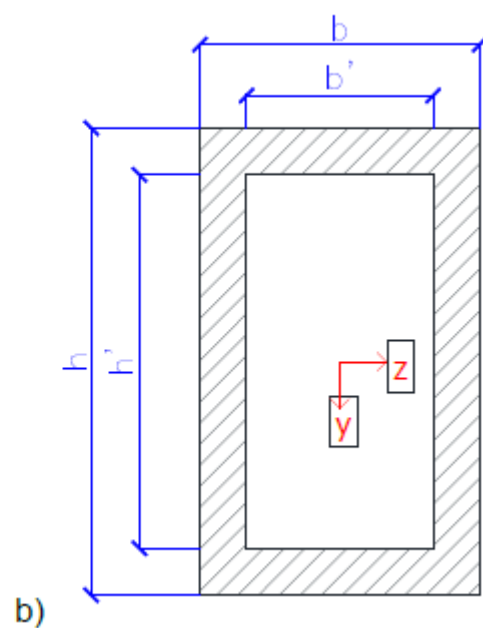
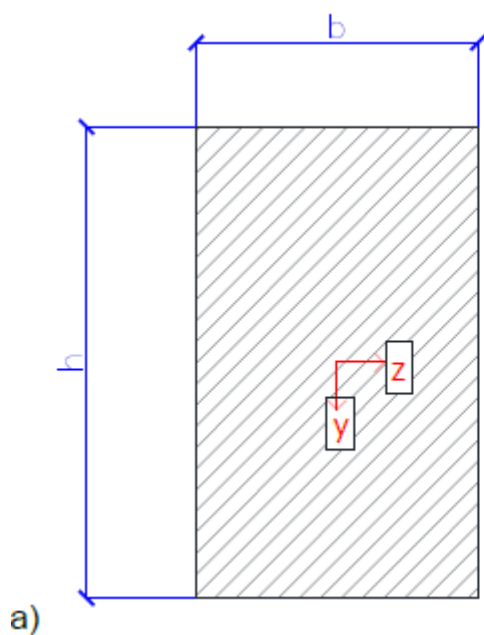


Exercice 1 – Moment quadratique

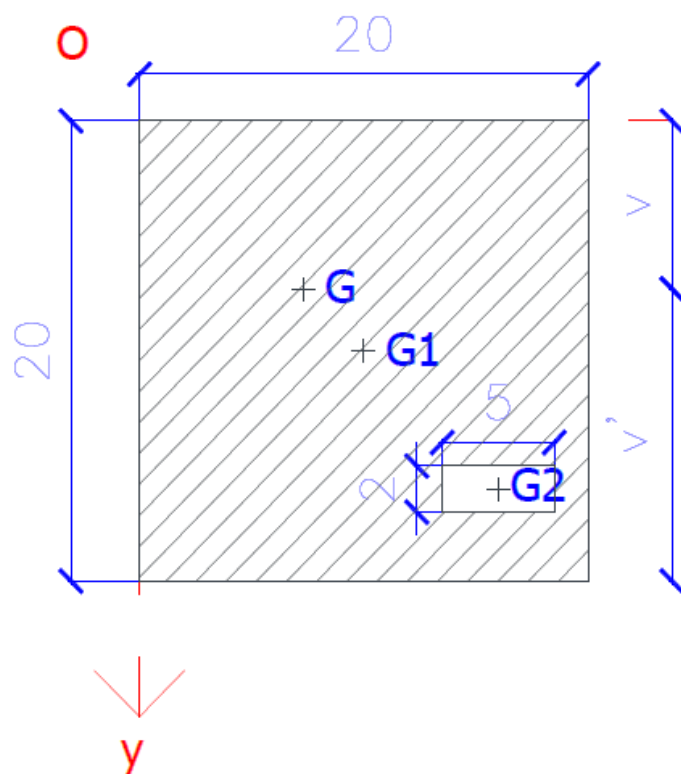
Calculer les moments quadratiques des sections suivantes :



Applications numériques :

Applications numériques : $h = 1,2\text{ m}$; $b = 0,7\text{ m}$; $b' = 0,3\text{ m}$; $h' = 0,9\text{ m}$

Exercice 2 – Centre de gravité – moment quadratique (inertie)



Les côtes sont en cm

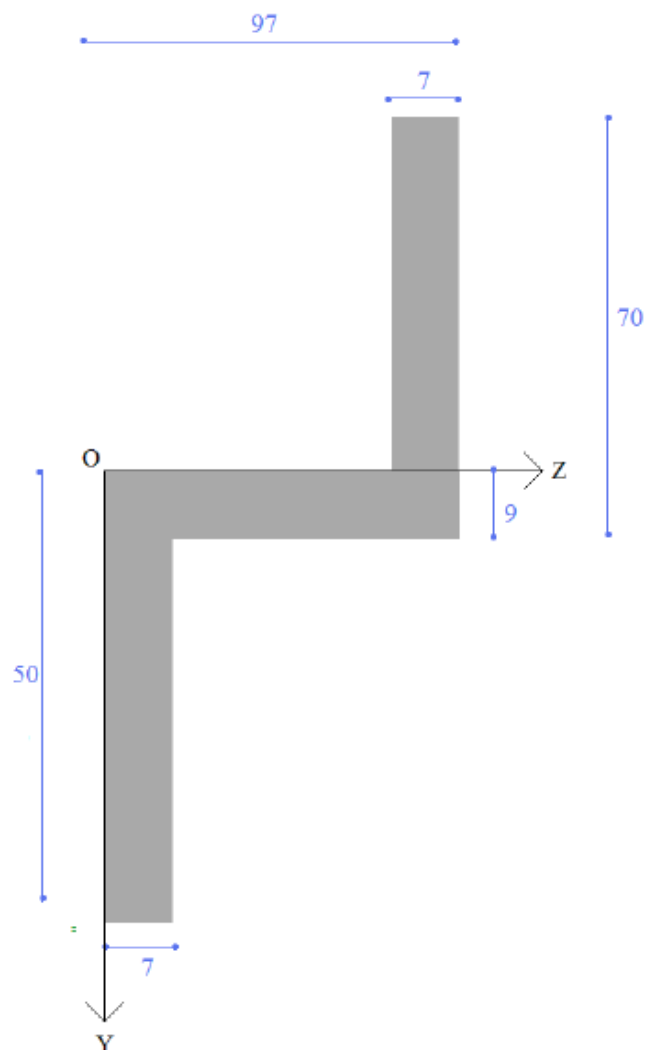
La position de G_1 est (10 ; 10) dans le repère (O,y,z)

La position de G_2 est (16 ; 16) dans le repère (O,y,z)

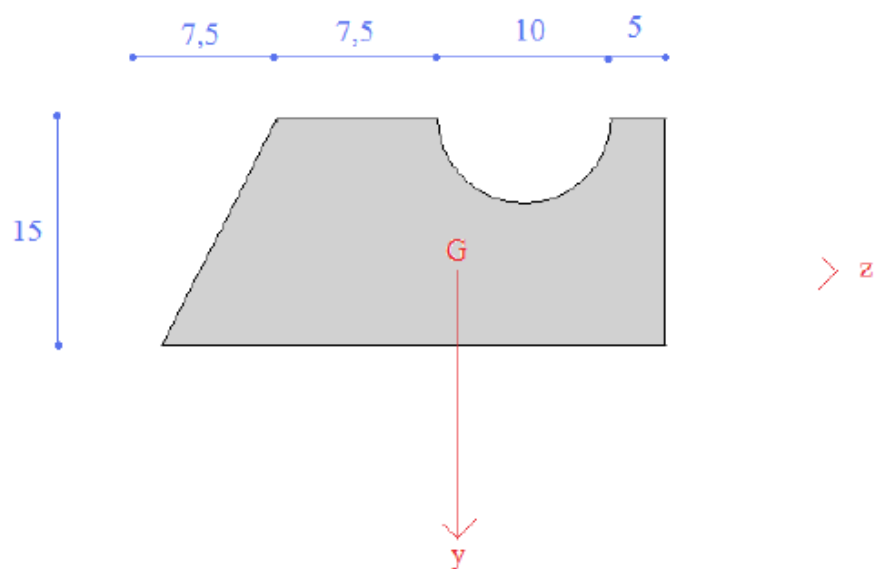
Calculer l'inertie I_{Gz}

Exercice 3 – centre de gravité – moment quadratique (inertie)

Calculer les moments d'inertie I_{Gz} et I_{Gy} de la cornière suivante.



Exercice 4 – centre de gravité – moment quadratique (inertie)



Calculer le moment d'inertie I_{Gz}

Correction exercice 1 – centre de gravité – moment quadratique

Remarque préliminaire :

Il est licite de sommer (ou soustraire) des moments d'inertie par rapport au même axe (dans nos cas par rapport au centre de gravité de la section complète)

Mais il n'est pas correct de sommer (ou soustraire) des moments d'inertie si ceux-ci ne sont pas calculés par rapport au même axe. Il convient d'utiliser le théorème de Huygens afin d'obtenir des moments d'inertie par rapport au même point avant de sommer (ou de soustraire).

Autrement écrit :

$$I_{Gz} = \sum_i^n I_{Gz}^{[i]}$$

$$I_{Gz} \neq \sum_i^n I_{Giz}^{[i]}$$

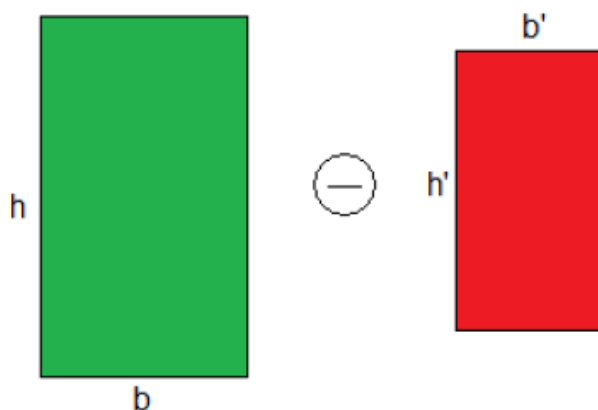
a) Section rectangulaire =>

$$\Rightarrow I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$$

AN : $I_{Gz} = 0,1008 \text{ m}^4$

b)

La décomposition de la section est :



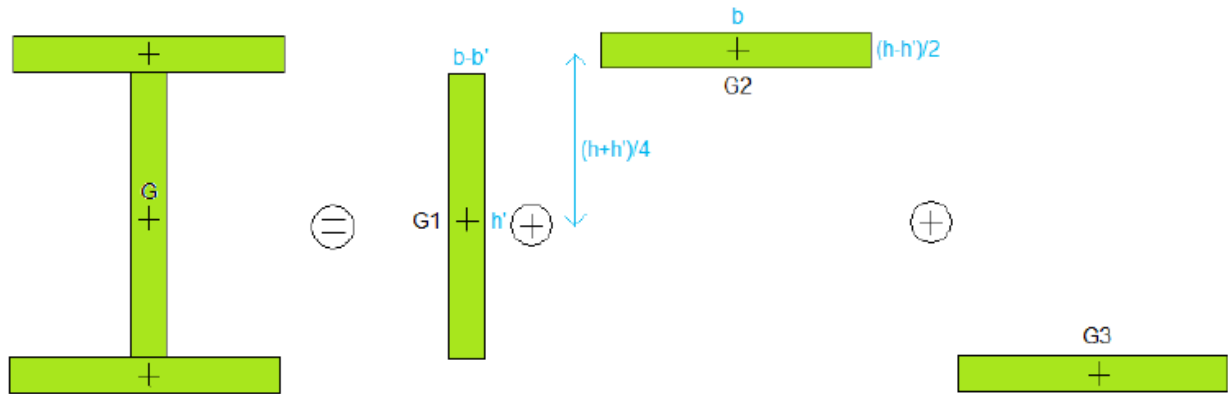
La soustraction directe est licite, puisque les centres de gravité des différents éléments sont confondus.

$$I_{Gz} = \frac{bh^3}{12} - \frac{b'h'^3}{12}$$

AN : $I_{Gz} \approx 0,0826 \text{ m}^4$

c)

La décomposition de la section est :



Aile 1

$$I_{G1z}^{[1]} = I_{Gz}^{[1]} \text{ car } G_1 \equiv G$$

$$\Rightarrow I_{G1z}^{[1]} = \frac{(b - b') \times h'^3}{12}$$

Aile 2

$$I_{G2z}^{[2]} = \frac{b \times \left(\frac{h - h'}{2}\right)^3}{12} = \frac{b \times (h - h')^3}{96}$$

$$\overline{GG_2} = \frac{h + h'}{4}$$

$$S_{aile 2} = \frac{b(h - h')}{2}$$

L'application du théorème de Huygens est

$$I_{Gz}^{[2]} = I_{G2z}^{[2]} + \left(\frac{h+h'}{4}\right)^2 \times \frac{b(h-h')}{2} = \frac{b(h-h')^3}{96} + \frac{b(h-h')(h+h')^2}{32}$$

Aile 3

Le calcul est identique à celui de l'aile 2 donc

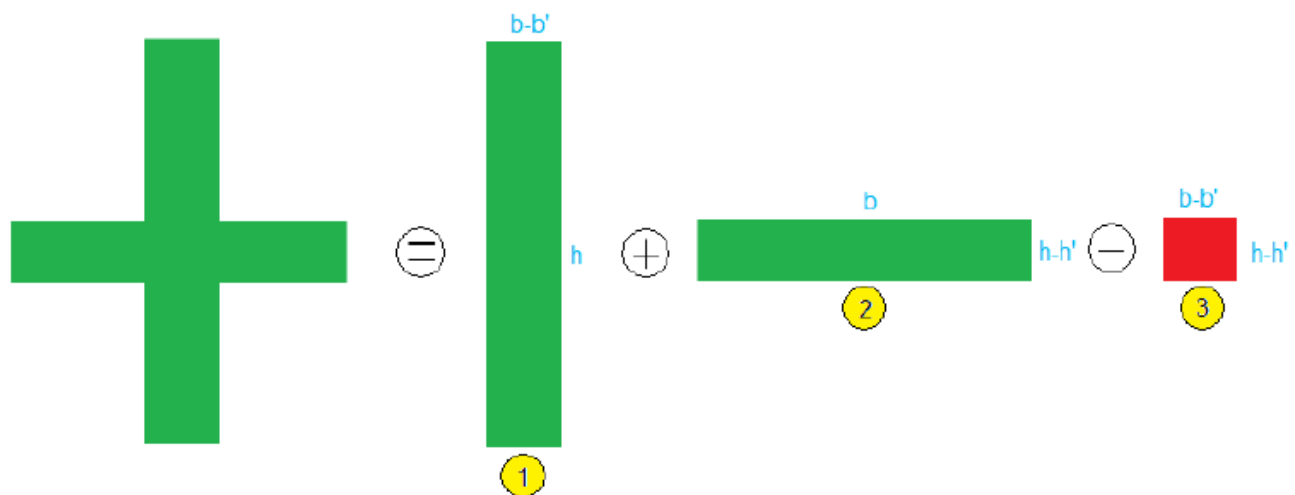
$$I_{Gz}^{[3]} = \frac{b(h - h')^3}{96} + \frac{b(h - h')(h + h')^2}{32}$$

Moment d'inertie totale

$$I_{Gz} = I_{G1z}^{[1]} + I_{G1z}^{[2]} + I_{G1z}^{[3]} = \frac{(b - b')h'^3}{12} + \frac{b(h - h')^3}{48} + \frac{b(h - h')(h + h')^2}{16}$$

$$\text{AN : } I_{Gz} \approx 0,0826 \text{ m}^4$$

d)



$G_1 \equiv G_2 \equiv G_3 \equiv G$ donc la somme (et la soustraction) directe des moments d'inertie est licite (sans l'utilisation du théorème de Huygens).

$$I_{Gz}^{[1]} = \frac{(b - b')h^3}{12}$$

$$I_{Gz}^{[2]} = \frac{b(h - h')^3}{12}$$

$$I_{Gz}^{[3]} = \frac{(b - b')(h - h')^3}{12}$$

Au final, le moment d'inertie totale est

$$I_{Gz} = I_{G1z}^{[1]} + I_{G1z}^{[2]} - I_{G1z}^{[3]} = \left[\frac{(b - b')h^3}{12} + \frac{b(h - h')^3}{12} - \frac{(b - b')(h - h')^3}{12} \right]$$

AN : $\boxed{I_{Gz} \approx 0,0583 \text{ m}^4}$

Correction exercice 2 – centre de gravité – moment quadratique

$$A_1 = 400 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 10 \text{ cm}^2$$

$$\text{La position du centre de gravité G est : } y_G = \frac{10 \times 400 + 16 \times (-10)}{400 - 10} = 9,85 \text{ cm}$$

$$\text{L'inertie du solide 1 par rapport à l'axe z au point G}_1 \text{ est : } I_{G1z}^{[1]} = \frac{20^4}{12} \approx 13333 \text{ cm}^4$$

L'inertie du solide 1 par rapport à l'axe z au point G est :

$$I_{Gz}^{[1]} = 13333 + 400 \times (10 - 9,85)^2 = 13342 \text{ cm}^4$$

$$\text{L'inertie du solide 2 par rapport à l'axe z au point G}_2 \text{ est : } I_{G2z}^{[2]} = \frac{5 \times 2^3}{12} \approx 3,33 \text{ cm}^4$$

L'inertie du solide 2 par rapport à l'axe z au point G est :

$$I_{Gz}^{[2]} = 3,33 + 10 \times (16 - 9,85)^2 = 382 \text{ cm}^4$$

Au final, l'inertie totale par rapport à l'axe z au point G est :

$$I_{Gz} = I_{Gz}^{[1]} - I_{Gz}^{[2]} = 12960 \text{ cm}^4$$

Comme $v = 9,85 \text{ cm}$, il vient :

$$\frac{I_{Gz}}{v} = \frac{12960}{9,85} \approx 1316 \text{ cm}^3$$

Réponses exercice 3 – centre de gravité – moment quadratique

$$\text{Aire} = 1587 \text{ mm}^2$$

$$I_Y = 321971 \text{ mm}^4$$

$$I_Z = 2629050 \text{ mm}^4$$

Réponses exercice 4 – centre de gravité – moment quadratique

$$\text{Aire} = 354 \text{ mm}^2$$

$$I_Y = 5764 \text{ mm}^4$$

$$I_Z = 22892 \text{ mm}^4$$