

CAP

Mathématiques

Modéliser un problème

du 1^{er} degré

Résoudre une équation

Nom – Prénom : _____

Section : _____


Equation du 1^{er} degré

I. Notion d'équation

DEFINITIONS : Une **équation** est une **égalité** qui comporte au moins un **nombre de valeur inconnue**, généralement désigné **par une lettre**.

Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue (l'ensemble des **solutions**) et fausse pour d'autres. L'ensemble des termes à gauche du signe = forme le premier **membre**. L'ensemble des termes qui suivent ce signe forme le second **membre**.

premier membre deuxième membre


Exemple : $3 + x = 11$ est une équation d'inconnue x .

Si $x = 8$, cette égalité est **vraie** : $3 + x = 3 + 8 = 11$

Si $x = 4$, cette égalité est **fausse** : $3 + x = 3 + 4 = 7$ et $7 \neq 11$.

DEFINITION : Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est **vraie**.

D'après l'exemple précédent, 8 est une solution de l'équation et 4 n'est pas une solution de l'équation.

METHODE : Pour **tester** si un nombre est une solution d'une équation d'inconnue x

- On calcule le membre de gauche en remplaçant x par cette valeur ;
- On calcule le membre de droite en remplaçant x par cette valeur ;
- On observe si les deux membres sont égaux ou non, et on conclut.

Exemple : Soit l'équation $3x + 2 = 4x - 3$

○ On veut tester si **9** est une solution de l'équation.

$$3x + 2 = 3 \times 9 + 2 = 27 + 2 = 29$$

$$4x - 3 = 4 \times 9 - 3 = 36 - 3 = 33$$

Les deux membres n'ont pas la même valeur donc 9 n'est pas solution de l'équation.

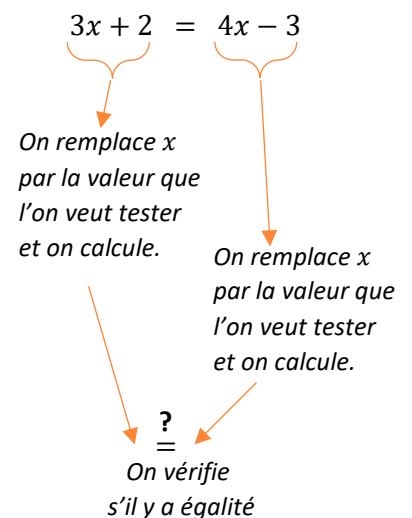
○ On veut tester si **5** est une solution de l'équation.

$$3x + 2 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

$$4x - 3 = 4 \times 5 - 3 = 20 - 3 = 17$$

Les deux membres ont la même valeur donc 5 est solution de l'équation.

Application : Tester si 4 est une solution de l'équation $5x - 1 = 4x + 3$



II. Résoudre une équation

DEFINITION : Résoudre une équation, c'est trouver **toutes les solutions** de cette équation.



Simulations : https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_fr.html

Résoudre une équation, c'est la transformer en utilisant ses propriétés pour arriver à une expression $x = \dots$

PROPRIETES :

- Une égalité reste vraie lorsque l'on **ajoute** (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.
 a, b et k désignent des nombres.

$$\text{Si } a = b, \text{ alors : } \quad a + k = b + k \quad \text{et} \quad a - k = b - k$$

- Une égalité reste vraie lorsque l'on **multiplie** (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.
 a, b et k désignent des nombres ($k \neq 0$)

$$\text{Si } a = b, \text{ alors : } \quad a \times k = b \times k \quad \text{et} \quad \frac{a}{k} = \frac{b}{k}$$

Exemples :

→ On veut résoudre l'équation $x - 7 = 2$

On ajoute **7** à chacun de ses membres :

$$\begin{aligned} x - 7 + 7 &= 2 + 7 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Ainsi, 9 est la solution de cette équation.

On peut vérifier ce résultat en remplaçant x par 9 dans l'équation : $9 - 7 = 2$; donc 9 est bien la solution de cette équation.

→ On veut résoudre l'équation $\frac{x}{2} = 5$

On multiplie par **2** chacun de ses membres :

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} \times 2 &= 5 \times 2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Ainsi 10 est la solution de cette équation.

On vérifie ce résultat en remplaçant x par 10 : $\frac{10}{2} = 5$

Application : Résoudre les équations suivantes

$$3x + 7 = 25$$

$$-8x - 1 = 27$$

$$-8x - 1 = 2x + 9$$

.....

.....

.....

.....

.....

III. Equations – Exercices

Résoudre les équations du type $x + a = b$ suivantes :

- $x + 6 = 13$
- $6 + x = 11$
- $x + 6 = -6$
- $x - 5 = 2$
- $23 - x = 20$
- $x - 1 = -1$
- $x - 7 = 4$
- $x + 7 = 1$
- $x - 2 = -8$
- $x + 4 = 7$
- $x - 4 = -5$
- $x - 3 = 8$
- $x + 3 = -4$

Résoudre les équations du type $ax = b$ suivantes :

- $4x = 16$
- $5x + 6 = 11$
- $-5x - 10 = 65$
- $5x = 10$
- $4x - 5 = 7$
- $-7x - 21 = -21$
- $3x = 9$
- $6x + 1 = -5$
- $-2x = 14$
- $3x + 4 = 6$
- $-3x + 5 = 26$

Entraînements en ligne :

<https://learningapps.org/view20310657>

<https://learningapps.org/view18472091>



Résoudre les équations du type $ax + b = cx + d$ suivantes :

- $4x = 16x - 24$

- $-4x - 2 = 4x + 8$

- $2x + 15 = -3x$

- $3x + 5 = \frac{x}{2}$

- $5x + 5 = -4 - 2x$

- $2x + 5 = x - 2 + \frac{1}{2}x$

Modéliser une situation par une équation du 1^{er} degré

I. Modéliser une situation

METHODE : Pour **modéliser** une situation à l'aide d'une **équation**

- on choisit **l'inconnue** x en fonction de ce que l'on cherche
- on **traduit** les données de l'énoncé du problème par une équation
- on **résout** l'équation
- on **interprète** le résultat.

Exemple 1 :

Pour fabriquer des étagères, Kylian a acheté 3 planches identiques. Il a payé 45€ ? Combien coûte 1 étagère ?

L'inconnue x correspond

La traduction en équation est :

On résout l'équation :

On interprète et on conclue :

Exemple 2 :

Léa a acheté 19 bonbons de trois parfums différents : à la fraise, à la réglisse et à la menthe. Elle constate qu'elle a 4 bonbons à la menthe et deux fois plus de bonbons à la réglisse qu'à la fraise. Combien a-t-elle de bonbons à la fraise ?

On choisit l'inconnue :

On traduit l'énoncé du problème par une équation :

.....
.....
.....
.....

On résout l'équation :

.....
.....
.....
.....

On interprète le résultat :

II. Modéliser une situation - Exercices

Problème 1 : Pour un match de handball, on compte 1030 entrées payantes avec deux tarifs: 10 € pour les adultes et 5 € pour les enfants. La recette s'élève à 8800 €.

Combien d'adultes et d'enfants étaient présents au match ?

1. Identifier la grandeur inconnue : C'est le nombre d'adultes, on note x .

2. Traduire le problème par une équation : nombre d'enfants est $1030 - x$, on peut écrire :

.....
.....
.....

Problème 2 : Retrouvez, puis résolvez, l'équation qui correspond à la situation suivante :

« 3 places de cinéma plein tarif et 5 places tarif réduit coûtent 52,50€. Le plein tarif est de 6,50€ et on note x le tarif réduit.»

1) $3x + 5 \times 6,5 = 52,5$

2) $3 \times 6,5 + 5x = 52,5$

.....
.....
.....

Problème 3 : Mettez en équation puis résolvez le problème suivant :

« En additionnant 10 et le double d'un nombre, on obtient 50. Quel est ce nombre ? »

.....
.....
.....

Problème 4 : Mettez en équation puis résolvez le problème suivant :

« Dans un lycée, 70 élèves sont inscrits en CAP. Il y a 10 externes et 2 fois plus d'internes que de demi-pensionnaires. Combien y a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ? »

.....
.....
.....

Problème 5 : Un magicien demande à un spectateur : « pensez à un nombre, multipliez-le par 2, retranchez 3 au résultat, multipliez- le tout par 6. Le spectateur annonce 294. A quel nombre pensait-il ?

.....
.....
.....

Problème 6 : Pour la rentrée, Yasmine a acheté une calculatrice, un téléphone et une clé USB. La calculatrice est 2 fois plus chère que la clé USB mais 4 fois moins que le téléphone. Elle a dépensé au total 275€.

Quel est le prix de chacun des articles ?

.....
.....
.....

Problème 7 : Jeanne vend deux modèles de housses de téléphone portable : le premier uni à 20 € et le second avec des motifs à 25 €. Elle applique une remise de 25% au modèle uni et souhaite accorder une remise d'un même montant en euro à l'autre modèle.

1) Déterminez le montant de la housse unie

.....

.....

2) On note $x / 100$ le pourcentage de remise appliqué à la housse avec motifs. Cochez l'équation qui correspond au problème posé. Justifiez votre réponse.

.....

.....

$25 \times \frac{x}{100} = 5$

$20 \times \frac{x}{100} = 5$

3) Résolvez l'équation choisie.

.....

4) Jeanne s'interroge : « Comme 20% de 20€ est égal à 20% de 25€, de la même façon, 22% de 30€ est-il égal à 30% de 22€ ? ». Vérifiez l'hypothèse de Jeanne.

.....

.....

Entraînements en ligne :

☆ Associer énoncé et équation :

<https://learningapps.org/view9680119>



☆☆☆ QCM

<https://learningapps.org/view20455108>



☆☆ QCM (« qui veut gagner des millions »)

<https://learningapps.org/view3543723>



☆☆☆☆ Associer énoncé et équation

<https://learningapps.org/view18201751>



☆☆ Associer énoncé, solution et équation

<https://learningapps.org/view15327437>

