

2. Notions élémentaires de mécanique

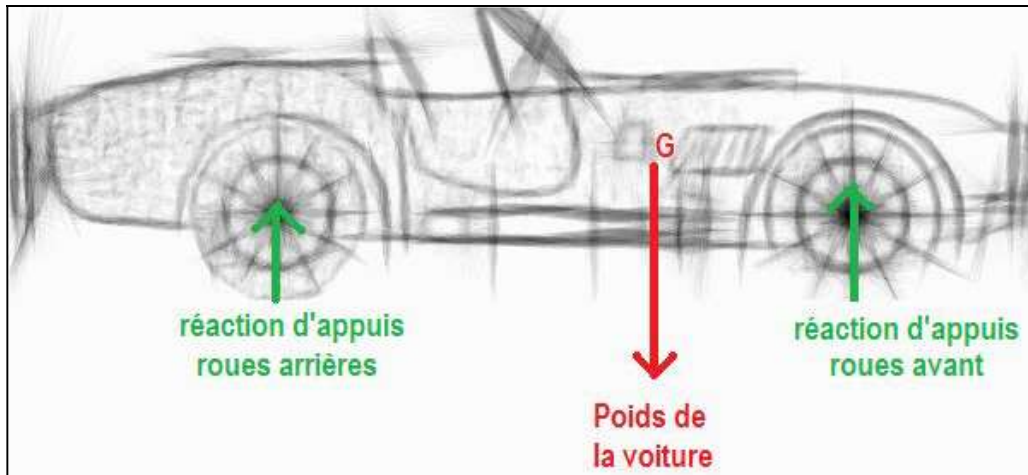
2.1 Force

2.1.1 Notions

La notion de force est utile pour modéliser des actions de contact entre solides, des résultantes de plusieurs forces ou des actions distantes (poids, aimantation, etc.).

Les forces sont généralement représentées par des vecteurs.

Exemple : poids et réactions d'appuis d'un véhicule



Définition d'une force

Une force est définie par une intensité (unité : [Newton]), une direction, un sens et un point d'application.

Propriétés

Toutes les propriétés de calculs vectoriels s'appliquent aux calculs de forces.

2.1.2 Effet de la résultante en force passant par le centre de gravité d'un solide

2^{ème} loi du principe fondamental de la dynamique pour le cas d'une translation rectiligne

L'accélération $\vec{a}_G$ du centre de gravité G d'un solide en translation rectiligne par rapport à un repère absolu est proportionnelle à la résultante des forces agissant sur le solide et a même direction que celle-ci.

C'est-à-dire :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

Avec :

$\vec{a}_G$: accélération du solide [m/s²]

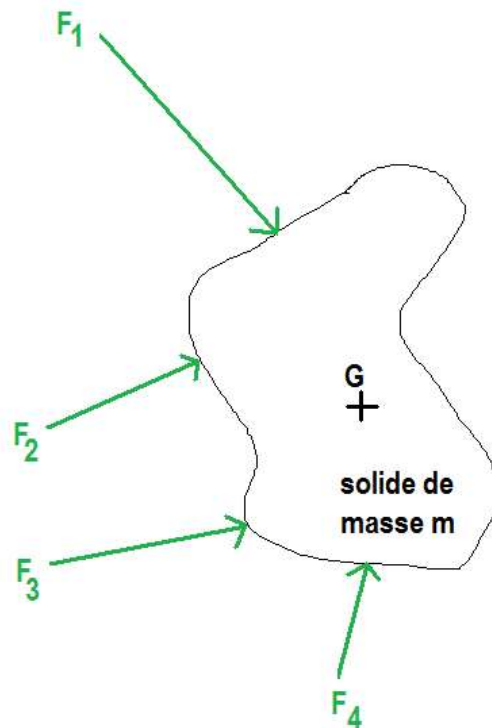
m : masse du solide [kg]

$\sum \vec{F}_{ext}$: résultante des forces extérieures [N]

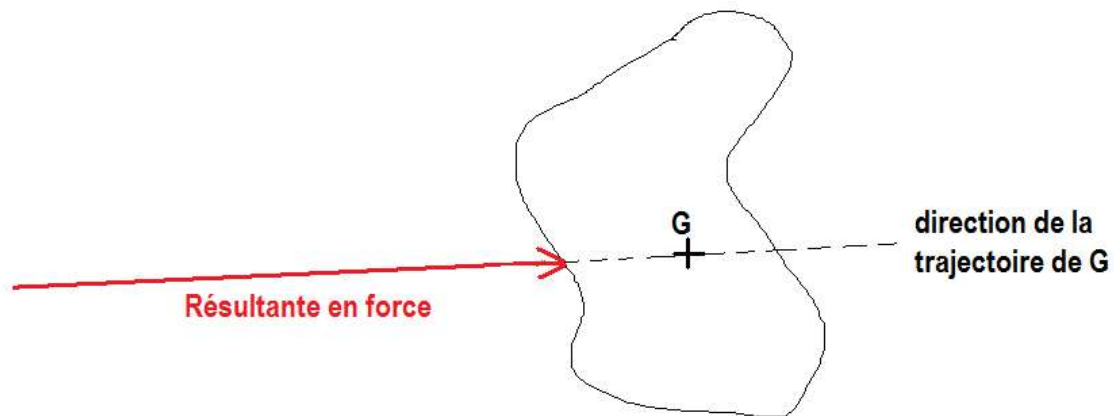
Ainsi, lorsqu'un solide subit une résultante en force passant par le centre de gravité, le mouvement du solide est une translation rectiligne.

Exemple :

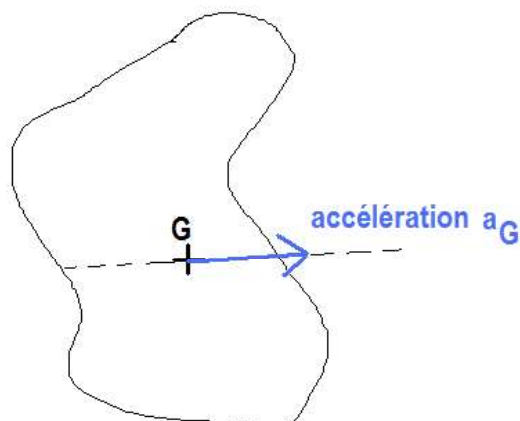
Le solide suivant subit différentes forces extérieures F_i :



La résultante de ces forces passent par le centre de gravité G .



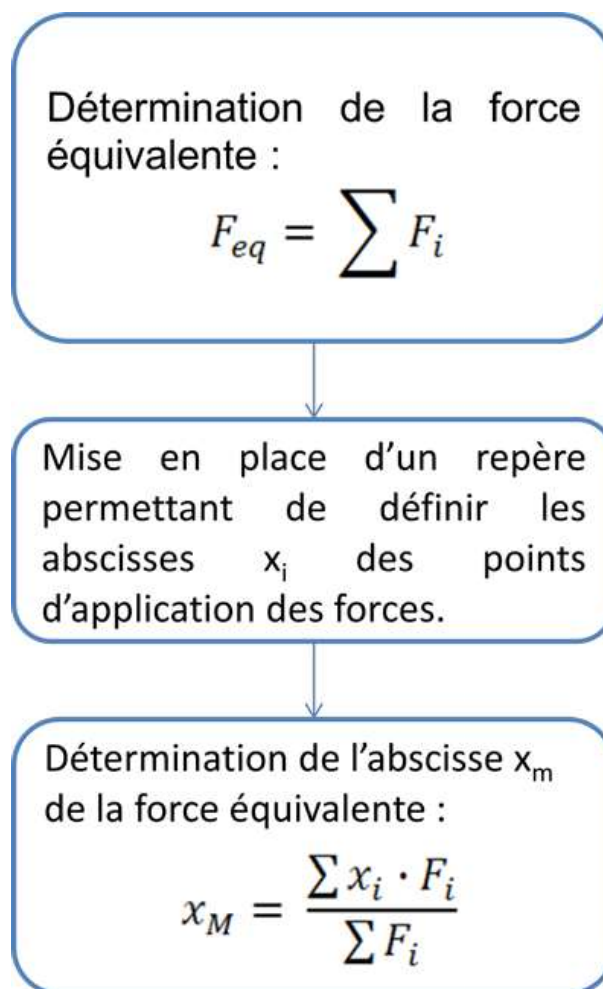
Finalement, la trajectoire est une translation rectiligne ayant pour direction celle de la résultante des forces.



2.1.3 Détermination de la résultante de forces parallèles

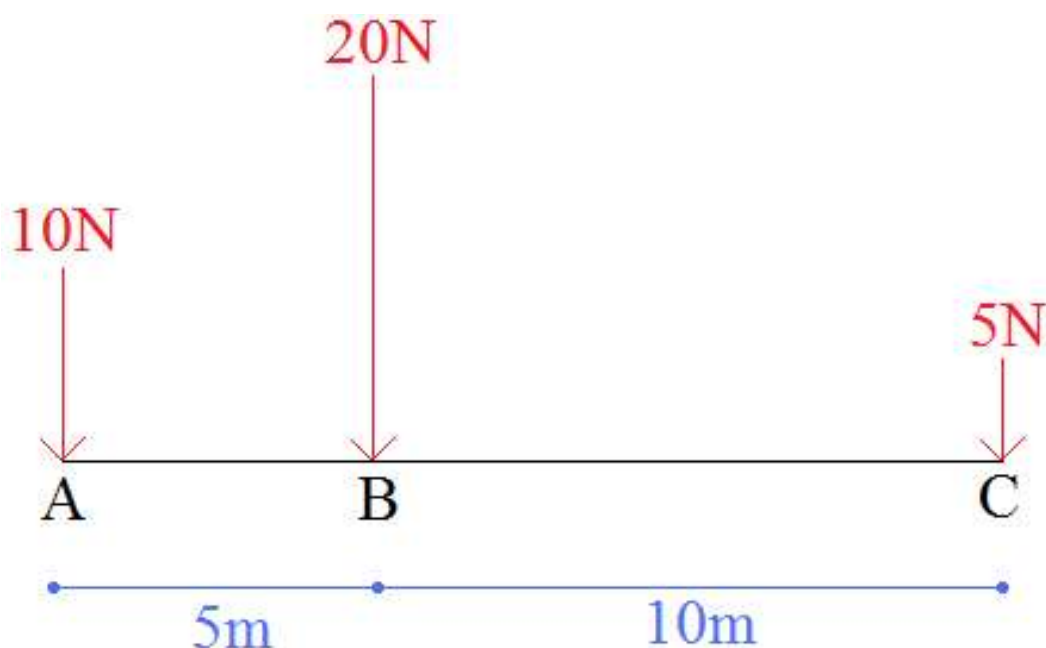
Il est courant en génie civil qu'il soit pratique de déterminer la résultante de forces parallèles. La méthode est résumée par le logigramme suivant.

2.1.3.1 Logigramme



2.1.3.2 Exemple

Déterminer la résultante des forces parallèles suivantes



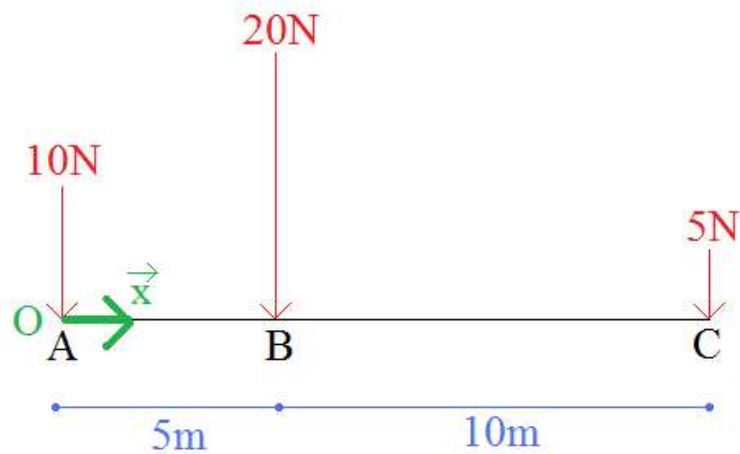
Etape 1 : Détermination de la force équivalente :

$$F_{eq} = \sum F_i = 10 + 20 + 5 = 35 \text{ N}$$

Etape 2 : Mise en place d'un repère

Le choix est de prendre :

- l'origine O confondu avec le point A
- les abscisses sont croissantes de gauche à droite



Ainsi, les abscisses dans le repère sont :

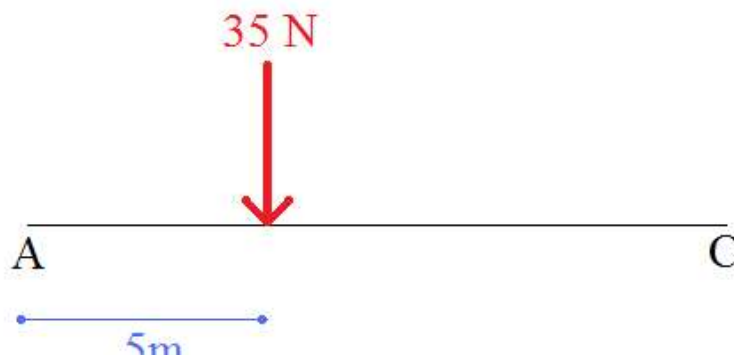
F_i [N]	x_i [m]
10	0
20	5
5	15

Remarque : le choix d'un autre repère aboutirait à un résultat identique concernant l'intensité et la position de la force équivalente.

Etape 3 : Détermination de l'abscisse de la force équivalente

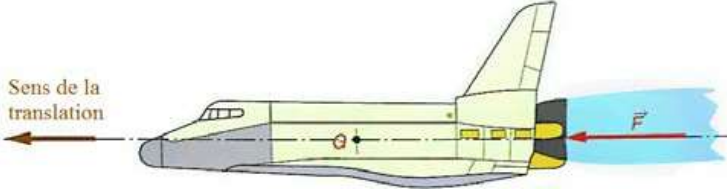
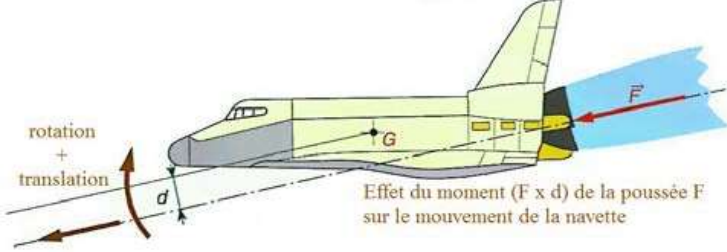
$$x_M = \frac{\sum x_i \cdot F_i}{\sum F_i} = \frac{0 \times 10 + 5 \times 20 + 15 \times 5}{10 + 20 + 5} = 5 \text{ m}$$

Au final, la force équivalente est égale à 35N et est positionné à 5 m à droite du point A :



2.2 Moment

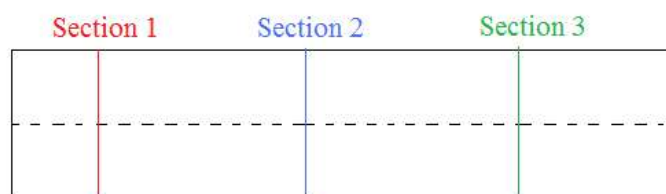
2.2.1 Comparaison des effets d'une résultante en force passant ou non par le centre de gravité d'un solide

Cas 1	Cas 2
La force de poussée F est alignée avec le centre de gravité G	La force de poussée F n'est pas alignée avec le centre de gravité G
	
La navette a un mouvement de translation rectiligne.	La navette a un mouvement de translation rectiligne et de rotation autour de G . Le mouvement de rotation est d'autant plus important que la distance d entre G et la direction de la force de poussée F est élevée. Le produit entre F et d est appelé moment de F par rapport à G.

L'exemple précédent permet de différencier la cause d'une translation (force) et la cause d'une rotation (moment) mais s'applique sur un objet différent d'une structure (qui est pourtant l'objet de la RDM).

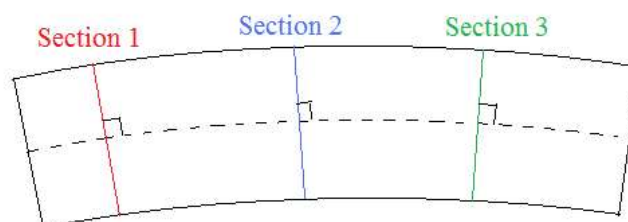
Pour revenir à un problème de RDM, l'effet d'un moment sur une poutre est :

En considérant une poutre à l'état de repos initialement :



Les sections 1, 2 et 3 sont parallèles les unes par rapport aux autres.

Admettons qu'il existe des moments (la méthode pratique de calculs est présentée par la suite) le long de cette poutre, l'état déformé devient :



Nous pouvons constater une rotation des sections les unes par rapport aux autres. Les moments sont donc la cause d'un fléchissement de la poutre. Il est ainsi courant de les appeler moment fléchissant dans le cadre d'un calcul de structure.

2.2.2 Notion de moment - vecteur

Définition du moment – vecteur

Le moment vectoriel d'une force $\vec{F}$ appliquée en A par rapport à un point B est défini par :

$$\vec{M}_B(\vec{F}) = \overrightarrow{BA} \wedge \vec{F}.$$

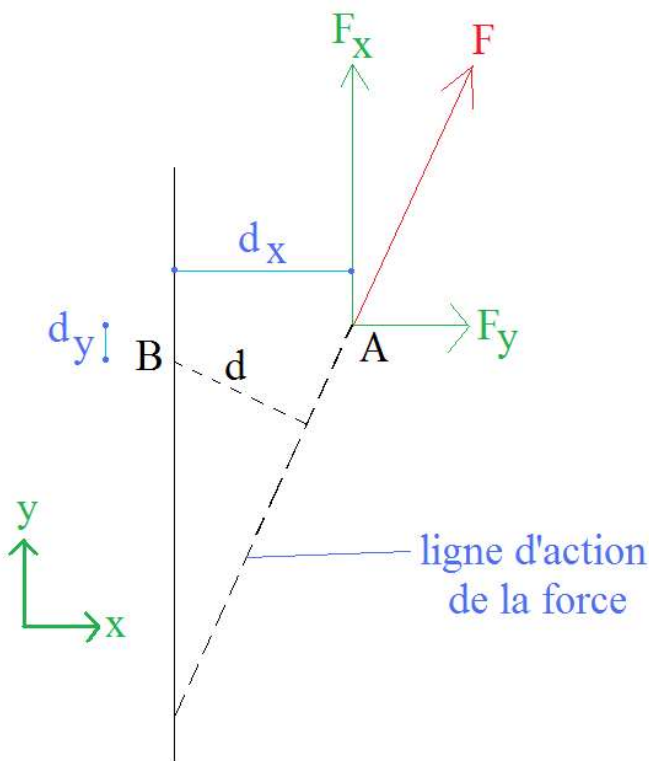
Un moment vectoriel $\vec{M}$ est caractérisé par :

- un vecteur et un point d'application
- l'intensité d'un moment qui est la norme du vecteur associé
- l'axe de rotation qui est l'axe du vecteur.

La composante d'un moment sur son axe sera positive si la rotation est trigonométrique, négative dans le cas contraire ; les composantes sur les autres axes sont nulles.

2.2.3 Notion de moment scalaire

Définition du moment scalaire dans un problème plan



Considérons l'axe Δ de vecteur unitaire $\vec{z}$ perpendiculaire aux vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\vec{F}$

d est la distance entre la ligne d'action de $\vec{F}$ et l'axe Δ est appelé **bras de levier**.

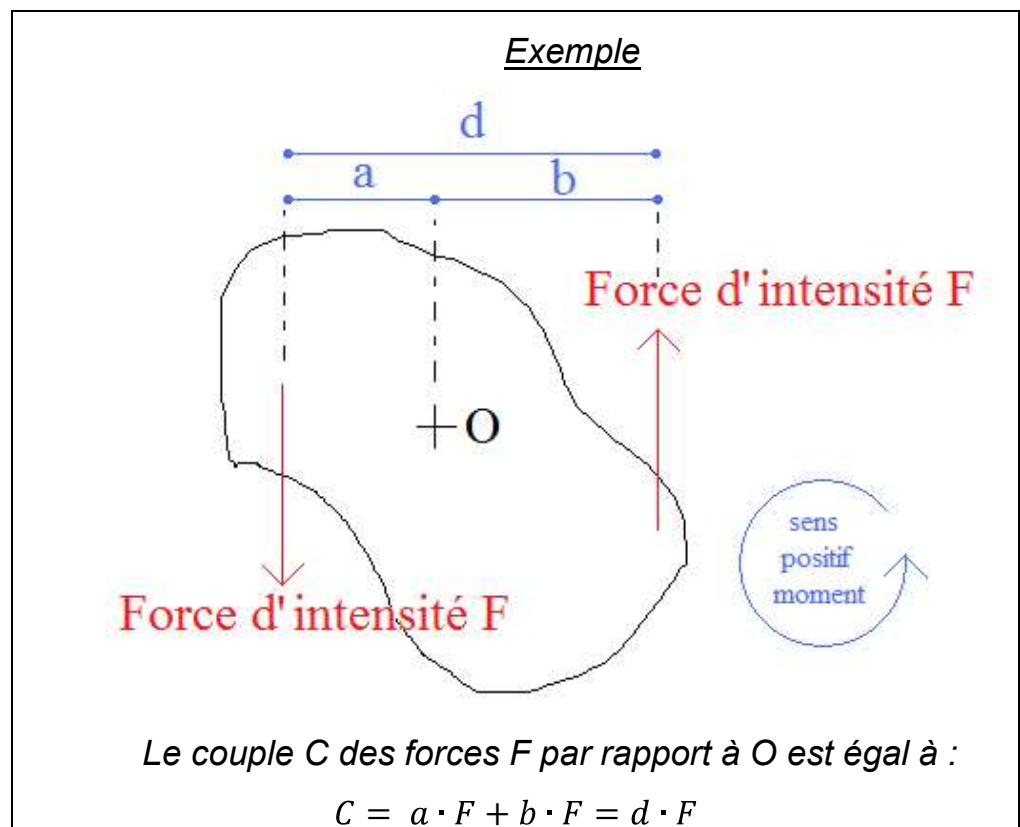
On peut calculer le moment au niveau du point B de la force F autour de l'axe Δ de trois façons :

- Par le bras de levier :
 $M_B(\vec{F}) = \pm Fd$
- Par la décomposition de la force :
 $M_B(\vec{F}) = \pm F_x d_y \pm F_y d_x$
- Par la norme du moment vecteur

2.2.4 Notions de couple et de vecteur-couple

Définitions de couple et de vecteur couple

Le moment scalaire (respectivement moment-vecteur) engendré par deux forces égales et opposées ayant des lignes d'actions différentes est également appelé **couple** (respectivement **vecteur-couple**).



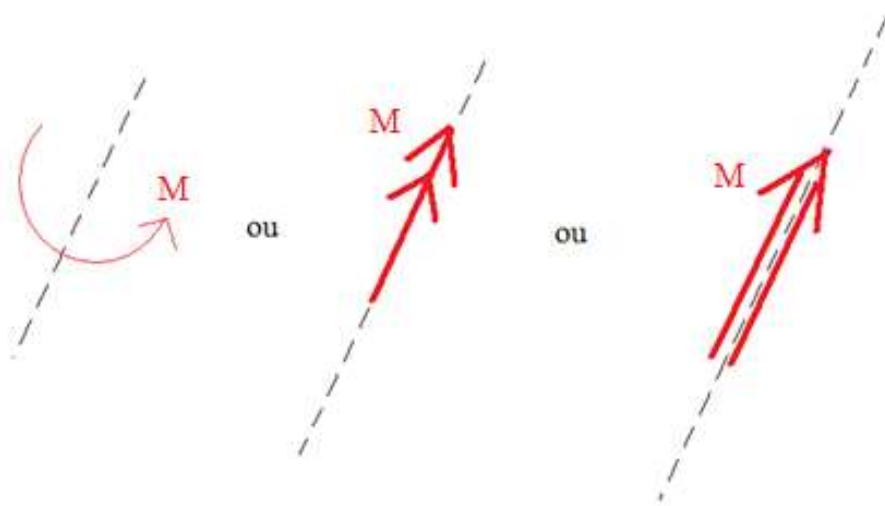
2.2.5 Vocabulaire appliqué au génie civil

Par abus de langage, toutes les notions précédentes (moment-vecteur, moment scalaire, couple, vecteur-couple) sont réunies sous le terme moment, sans distinction, pour une utilisation courante du génie civil, contrairement en mécanique.

2.2.6 Convention et représentation

Représentation d'un moment

On utilise couramment une flèche courbe mais d'autres symboles peuvent être employés pour représenter un moment

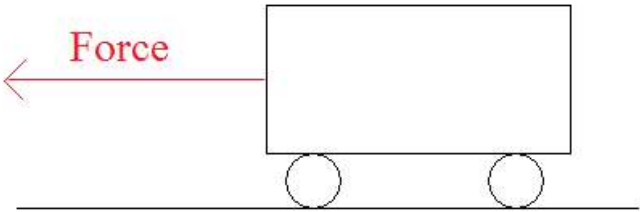
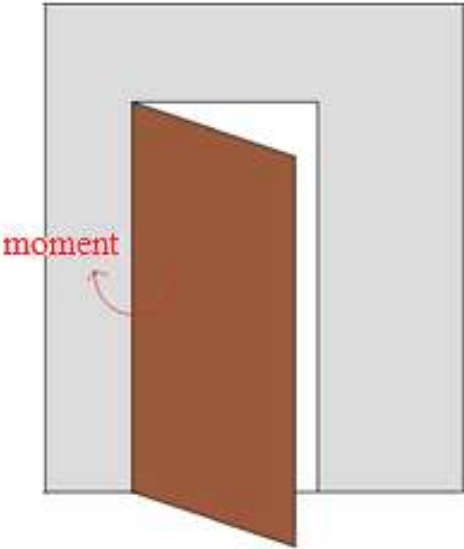


2.3 Modélisation des actions mécaniques

Définition des actions mécaniques

Les actions mécaniques sont la cause de toute modification du mouvement ou du repos d'un corps.

On distingue dans les actions mécaniques, celles qui communiquent un mouvement de translation (les forces) et celles qui communiquent un mouvement de rotation (les moments).

Exemple de force	Exemple de moment
Force de traction exercée sur un wagonnet 	Force sur une poignée de porte <u>excentrée</u> par rapport à l'axe de rotation induisant un moment 

L'objet de ce cours est de traiter la statique. Puisque les forces sont responsables des déplacements en translation et que les moments sont responsables des rotations, il convient de respecter le principe fondamental de la statique (**principe très important pour la suite du cours !**) pour rester dans le domaine statique.

Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Un solide sous l'action de n forces reste en équilibre si :

- 1) La somme vectorielle des forces est nulle

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

- 2) Le moment résultant de toutes les forces M_A en tout point A est nul

$$M_A = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) + \dots + M_A(\vec{F}_n) = 0$$