

Présentation générale : La division euclidienne et l'ensemble des multiples d'un nombre

Thème : *Activité sur l'apprentissage des nombres naturels : Ensemble des multiples d'un nombre et division euclidienne.*

Compétences principalement entraînées, en lien avec les programmes.

Activité :

- Appliquer une procédure :
 - o Rechercher un PGCD ou un PPCM (indirectement)
- Résoudre un problème :
 - o Résoudre un problème faisant appel à la division euclidienne.

Concepteur : Frères Julianna

Sources utilisées (inspirations pour les activités) :

Activité :

- <https://youtu.be/9LxYuYyhAeo>
- <https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb160d16ce6d113eff9896e>
- <https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb1785e5c57706405b63bd5>
- Leenaers, G., Ouanassi, J., Sluiter, G. et Wuyts, V. (2019). *Croc'math 2A*. Braine-l'Alleud, Belgique : Plantyn
- Lot, B. (2010). *Math 5^e*. Paris, France : Magnard
- Chevalier, A., Degen, D., Docq, C., Krysinska, M., Cuisinier, G. et Hauchart, C. (2017). *Référentiel de maths à l'école comme à la maison !* Mont-Saint-Guibert, Belgique : De Boeck
- Tournier, S. (s.d.). Cours de maths : Division euclidienne. Repéré à <https://www.jeuxmaths.fr/cours/division-euclidienne.php>
- Eveilleau, T. (s.d.). *Le crible* d'Eratosthène. Repéré à http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/textes/crible_an.htm

Décrivez en quelques lignes les diverses activités proposées.

Activité : Vidéo reprenant l'ensemble de la théorie nécessaire à la mise en place de cette activité.
Exercices via Wooclap sur la division euclidienne et les ensembles de multiples d'un nombre.

Objectifs : L'élève sera capable de :

- Déterminer l'ensemble des multiples d'un nombre.
- Déterminer l'ensemble des diviseurs d'un nombre.
- Formuler et utiliser dans différents contextes la relation fondamentale : $D = d \cdot q + r$ avec r inférieur à d et $d \neq 0$.
- Résoudre des problèmes en utilisant la division euclidienne.
- Trouver le PGCD et le PPCM de deux nombres sans pour l'instant chercher à le faire.

Matériel nécessaire

- Lien vers la vidéo : <https://youtu.be/9LxYuYyhAeo>
- Lien vers les wooclap :
 - o <https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb160d16ce6d113eff9896e>
 - o <https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb1785e5c57706405b63bd5>
- Un ordinateur ou une tablette
- Une connexion internet
- Une feuille de brouillon et de quoi écrire.

Activité :

L'activité se trouve à la page 3 de ce document. Voir bas de page « Feuilles élèves ».

Méthodologie : justification didactique des objectifs visés au travers de l'activité

Pour cette activité, les élèves travailleront surtout, dans un premier temps, sur la partie calculatoire. Ils auront une vidéo sur l'ensemble de la matière ainsi qu'une synthèse sur la partie ciblée dans cette activité. Le questionnaire Wooclap créé pour cette étape pourra être réalisé par les élèves lorsqu'ils le souhaiteront. Grâce à cette application, le réalisateur de l'exercice pourra voir ses réponses et son taux de réussite. Le professeur réalisant cette activité pourra quant à lui utiliser le solutionnaire inclus à partir de la page 5 pour pouvoir faire un retour plus personnalisé.

Étape 1 : Scanner le QR-code de la page 3 directement à l'aide d'une application sur le GSM ou copier/coller le lien sous le QR-code afin de visionner la vidéo de théorie.

Étape 2 : Imprimer la page 4 reprenant une synthèse de la matière abordée dans les exercices.

Étape 3 : Scanner le QR-code de la page 5 directement à l'aide d'une application sur le GSM ou copier/coller le lien sous le QR-code. Faire le jeu afin de s'entraîner à résoudre des problèmes liés à la division euclidienne.

Étape 4 : Scanner le QR-code de la page 6 directement à l'aide d'une application sur le GSM ou copier/coller le lien sous le QR-code. Faire le jeu afin de s'entraîner à résoudre des problèmes liés aux ensembles de multiples et diviseurs d'un nombre.

Étape 5 : Faire le jeu afin de s'entraîner à résoudre des problèmes liés aux ensembles des multiples et diviseurs d'un nombre.

Solutionnaire :

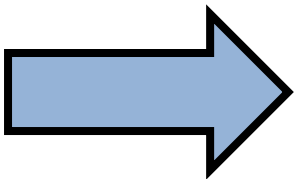
Le solutionnaire se trouve à partir de la page 5 de ce document. Voir bas de page « Solutionnaire ».

Activité sur l'apprentissage des nombres naturels : Ensemble des multiples d'un nombre et division euclidienne.

1. Vidéo

Afin de revoir les bases et entamer la matière à voir, voici une petite vidéo sur toute la théorie dont tu auras besoin. Je t'invite à scanner le QR-code à l'aide d'une application sur ton GSM tel que « QR code reader » ou bien copie/colle le lien qui se trouve en dessous de l'image dans ton moteur de recherche.

Découvre la
théorie au travers
d'une petite vidéo



<https://youtu.be/9LxYuYyhAeo>

2. Synthèse de la première partie de la vidéo

Division euclidienne

Notation et termes utilisés pour la division euclidienne :

47 est le <i>dividende</i> noté <i>D</i>	47		5	5 est le <i>diviseur</i> noté <i>d</i>
	-45		9	9 est le <i>quotient</i> noté <i>q</i>
	2			
2 est le <i>reste</i> noté <i>r</i>				

Effectuer la division euclidienne du dividende (D) par le diviseur (d) non nul (q), c'est trouver deux nombres naturels, le quotient (q) et le reste (r), qui vérifient l'égalité : $D = d \cdot q + r$ avec $0 \leq r < d$

Ensemble des diviseurs et multiples d'un entier

Le nombre naturel a est un diviseur du nombre naturel b si on peut trouver un nombre naturel c tel que : $b : a = c$ ou $b = a \cdot c$

Notation : $\text{div } b = \{1, \dots, a, \dots, c, \dots, b\}$

Si a représente un nombre naturel, alors un multiple de a est un nombre de la table de multiplication de a .

Notation : $a\mathbb{N} = \{0, a, 2a, 3a, \dots, \dots\}$



L'ensemble des multiples/diviseurs communs à deux naturels se note par le signe de l'intersection.

Exemples :

L'ensemble des multiples de 3 et 5 se note : $3\mathbb{N} \cap 5\mathbb{N}$

L'ensemble des diviseurs de 18 et 24 se note : $\text{div } 18 \cap \text{div } 24$

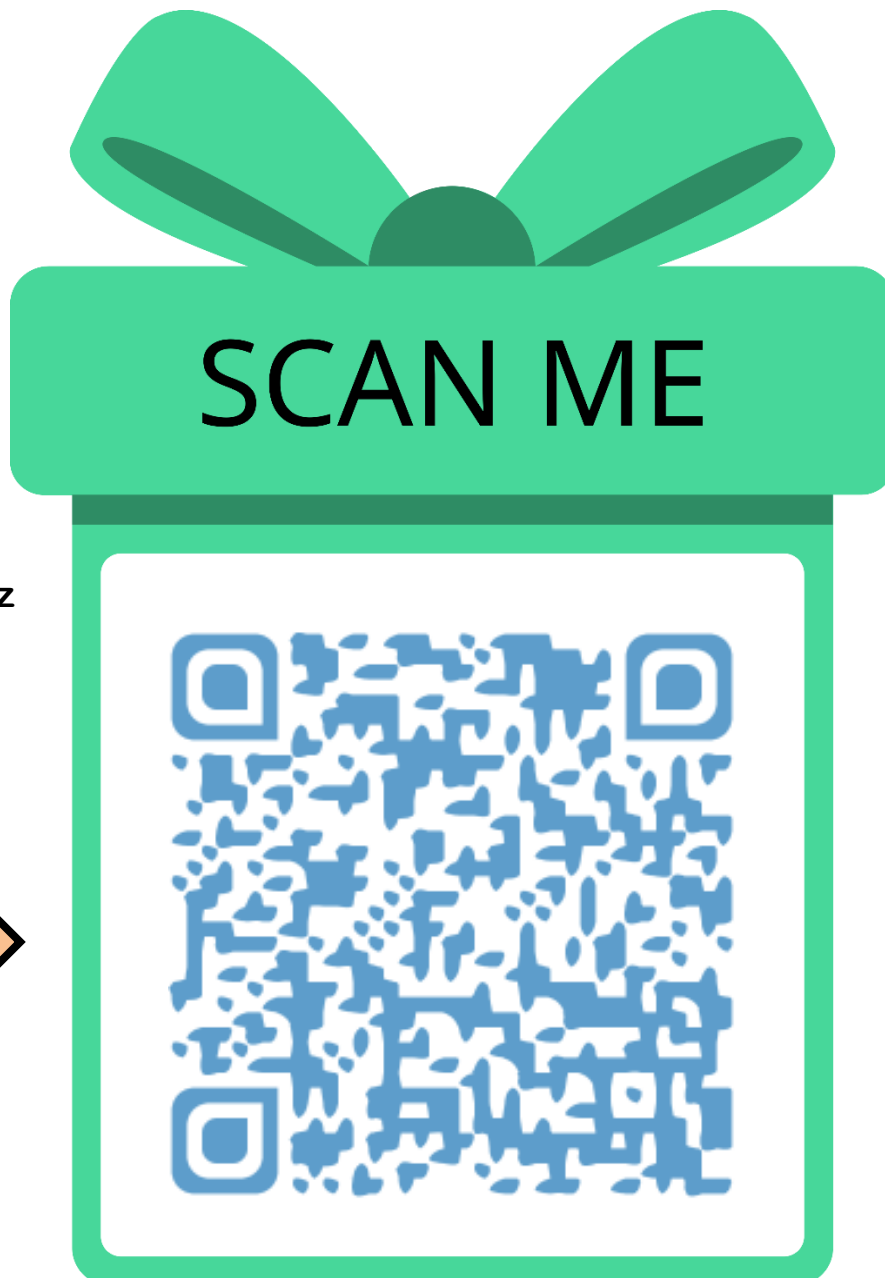
L'ensemble des multiples de 3 et des diviseurs de 9 se note : $3\mathbb{N} \cap \text{div } 9$

3. Activités

Maintenant que tu as vu la matière abordée grâce à la vidéo, je t'invite à réaliser ces 2 exercices qui se trouvent sur Wooclap. Cette première partie reprend la matière sur la division euclidienne et les ensembles des multiples et diviseurs d'un nombre.



<https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb160d16ce6d113eff9896e>



Et un autre quizz
autour des
ensembles de
multiples et
diviseurs d'un
nombre

<https://app.wooclap.com/DIVISIONEUCLIDIENNE/questionnaires/5eb1785e5c57706405b63bd5>

Solutionnaire :

Wooclap 1 (Division euclidienne) :

Dans $52=6.8+4$, comment s'appelle le 4 ?

4 est le reste de cette division de 52 par 6 par définition.

Dans $72=14.5+2$, comment s'appelle 72 ?

72 est le dividende de cette division de 72 par 14 par définition.

Dans la division de 109 par 25, quel sera le reste ?

Le reste sera 9 car $109 = 25.4 + 9$

$$\begin{array}{r|l} 109 & 25 \\ - 100 & 4 \\ \hline 9 & \end{array}$$

Dans la division de 202 par 20, quel sera le quotient ?

Le quotient sera 10 car $202 = 20.10 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 202 & 20 \\ - 200 & 10 \\ \hline 2 & \end{array}$$

5 est le quotient de la division de 48 par 9.
Quel est le reste de cette division ?

Le reste sera 3 car $48 = 9 \cdot 5 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 9 \\ - 45 & 5 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Dans une division euclidienne, le diviseur est 9, le quotient est 12 et le reste est 3.
Quel est le dividende ?

Le dividende sera 111 car $111 = 9 \cdot 12 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 111 & 9 \\ - 108 & 12 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Combien faut-il enlever au nombre 371 pour que le reste de sa division par 8 soit égal à 0 ?

Il faudra retirer 3 à 371 car $371 - 3 = 368$ et $368 = 8 \cdot 46 + 0$

$$\begin{array}{r|l} 371 & 8 \\ - 368 & 46 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Quel est le reste de la division de 59 par 14 ?

Le reste sera 3 car $59 = 14 \cdot 4 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 59 & 14 \\ - 56 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Quels sont les restes possibles de la division euclidienne d'un nombre naturel par 4 ?

Les restes possibles d'une division euclidienne d'un nombre par 4 seront : $\{0, 1, 2, 3\}$ car le reste doit toujours être plus petit que le diviseur et plus grand ou égal à 0.

Le quotient de la division euclidienne de 455 par b est 32 et le reste est 7. Que vaut b ?

b est le diviseur et sera égal à 14 car $455 = 14 \cdot 32 + 7$

$$\begin{array}{r|l} 455 & b=14 \\ - 448 & 32 \\ \hline 7 & \end{array}$$

Le quotient de la division de a par 7 est 32 et le reste est 5. Que vaut a ?

a est le dividende et sera égal à 229 car $229 = 7 \cdot 32 + 5$

$$\begin{array}{r|l} a=229 & 7 \\ - 224 & 32 \\ \hline & 5 \end{array}$$

Dans une division euclidienne, si le diviseur vaut 4 et le quotient 5, quels sont les dividendes possibles ? (Plusieurs réponses possibles)

Les dividendes possibles seront : $\{20, 21, 22, 23\}$. Car les restes possibles pour une division par 4 sont $\{0, 1, 2, 3\}$ car le reste est plus petit que le diviseur et plus grand ou égal à 0. Donc, les résultats possibles seront :

- $20 = 4 \cdot 5 + 0$
- $21 = 4 \cdot 5 + 1$
- $22 = 4 \cdot 5 + 2$
- $23 = 4 \cdot 5 + 3$

Ludivine dit à ses 5 frères : "Si je vous donne à chacun 6 billes, il m'en restera 7". Et si Ludivine donnait 7 billes à chacun de ses frères, combien lui en resterait-il ?

D'après la première situation, nous pouvons en déduire que Ludivine possédait un total de 37 billes : $5 \cdot 6 + 7 = 37$.

Si elle en distribue 7 à chacun de ses frères, il lui restera 2 billes car $37 = 7 \cdot 5 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 37 & 7 \\ - 35 & 5 \\ \hline & 2 \end{array}$$

Dans le roman de Jules Verne, Phileas Fogg doit faire le tour du monde en 80 jours. Combien cela représente-t-il de semaines entières ?

80 jours représentent un total de 11 semaines entières et de 3 jours car $80 = 7 \cdot 11 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 80 & 7 \\ - 77 & 11 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Dans le dessin animé "Le petit prince", adapté du livre d'Antoine de Saint-Exupéry, la maman dit à sa fille qu'il lui reste 72 320 minutes de préparation pour rentrer dans une célèbre école reconnue du monde des adultes, l'Académie Werth ! Combien lui reste-t-il de jours, heures et minutes afin de s'y préparer au mieux ? (Réponses complémentaires et multiples)

1 jour = 1440 minutes

$72\,320 = 1440 \cdot 50 + 320$ En 72 320 minutes, il y a 50 jours et 320 minutes.

1 heure = 60 minutes

$320 = 60 \cdot 5 + 20$ En 320 minutes, il y a 5 heures et 20 minutes.

« 72 320 minutes » représentent donc « 50 jours, 5 heures et 20 minutes ».

$$\begin{array}{r|l} 72\,320 & 1440 \\ - 72\,000 & 50 \\ \hline 320 & \\ 320 & 60 \\ - 300 & 5 \\ \hline 20 & \end{array}$$

Le jour de la Saint-Nicolas, le titulaire d'une classe distribue des bonbons à ses élèves. Chaque élève reçoit 3 bonbons. Le titulaire s'aperçoit alors qu'il lui en reste encore beaucoup dans son sachet et rend 1 bonbon à chaque enfant. Malheureusement, en agissant de la sorte, il lui en manque 1. Si tu sais qu'il y a 24 élèves dans la classe, détermine le nombre de bonbons contenus dans le sachet du titulaire.

$$\text{Nombre de bonbons} = 4 \times 24 - 1$$

$$\text{Nombre de bonbons} = 96 - 1$$

$$\text{Nombre de bonbons} = 95$$

Il y avait un total de 95 bonbons dans le sachet du titulaire.

Un moniteur de colonie distribue des coquillages à ses petits protégés pour qu'ils réalisent un motif décoratif sur le sable. Chacun en reçoit 75 et le moniteur compte ce qu'il lui reste. "Zut, dit-il, il m'en reste 46, j'aurai pu en donner 2 de plus à chaque enfant." Détermine le nombre de coquillages dont dispose le moniteur.

$$46 : 2 = 23 \text{ Il y a 23 enfants.}$$

$$75 \times 23 + 46 = 1771$$

Le moniteur avait 1771 coquillages.

Wooclap 2 (Diviseurs et multiples) :

Quel est l'ensemble représentant les diviseurs de 24 ?

$$\text{div } 24 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Quel est l'ensemble représentant les multiples de 12 ?

$$12\mathbb{N} = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$$

Cite les nombres naturels qui sont diviseurs de 30 et strictement inférieur à 10 (Sépare ces nombres par une virgule, sans laisser d'espace)

$$\text{div } 30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

Les diviseurs de 30 strictement inférieurs à 10 sont donc : $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

Cite les nombres naturels multiples de 3 et inférieurs ou égaux à 18 (Sépare ces nombres par une virgule, sans laisser d'espace)

$$3\mathbb{N} = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\}$$

Les multiples de 3 inférieurs ou égaux à 18 sont : $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

Cite les nombres naturels qui sont multiples de 5 et diviseurs de 50 (Sépare ces nombres par une virgule, sans laisser d'espace)

$$5\mathbb{N} = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, \dots\}$$

$$\text{div } 50 = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$$

Les nombres naturels qui sont à fois multiples de 5 et diviseurs de 50 sont : $\{5, 10, 25, 50\}$

Pour justifier que 24 est divisible par 3, j'écris que...

$$24 = 3 \cdot 8 \text{ car } 24 : 3 = 8$$

Pour justifier que 25 n'est pas un multiple de 3, j'écris que...

$$25 = 3.8 + 1 \text{ car}$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ - 24 & 8 \\ \hline 1 & \end{array}$$

25 est divisible par 7

$$\text{Faux car } 25 = 7.3 + 4$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 7 \\ - 21 & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

165 est divisible par 3

$$\text{Vrai car } 165 = 3.55 \text{ ou } 165 : 3 = 55$$

18 est un multiple de 6

$$\text{Vrai car } 18 = 6.3 \text{ ou}$$

$6\mathbb{N} = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}$ 18 se trouve dans l'ensemble des multiples de 6.

222 est un multiple de 8

$$\text{Faux car } 222 = 8.27 + 6 \text{ ou}$$

$8\mathbb{N} = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112, 120, 128, 136, 144, 152, 160, 168, 176, 184, 192, 200, 208, 216, 224, \dots\}$

222 ne se trouve pas dans l'ensemble des multiples de 8.

Exprime en langage mathématique (la lettre n représentant des nombres naturels) :
Un nombre naturel multiple de 2

L'ensemble des multiples de 2 est représenté par : $2\mathbb{N}$

Exprime en langage mathématique (la lettre n représentant des nombres naturels) :
Un nombre naturel multiple de 5

L'ensemble des multiples de 5 est représenté par : $5\mathbb{N}$

Exprime en langage mathématique (la lettre n représentant des nombres naturels) :
Un nombre naturel multiple de 4 augmenté de 1

L'ensemble des multiples de 4 augmenté de 1 est représenté par : $4\mathbb{N} + 1$

Exprime en langage mathématique (la lettre n représentant des nombres naturels) :
Un nombre naturel pair

L'ensemble des naturels pairs est représenté par : $2\mathbb{N}$

Exprime en langage mathématique (la lettre n représentant des nombres naturels) :
Un nombre naturel impair

L'ensemble des naturels impairs est représenté par : $2\mathbb{N} + 1$

n étant un naturel, $2n+1$ est un nombre naturel...

$2n + 1$ est impair car $2n$ est pair pour tout n , donc augmenter un nombre naturel pair de 1 le rendra impair.

n étant un naturel, $2n+2n$ est un nombre naturel...

$2n + 2n$ est pair car $2n + 2n = 4n$ et 4 étant pair et multiple de 2, pour tout n , $4n$ sera pair.

n étant un naturel, si $n > 1$, $2n-3$ est un nombre naturel...

$2n - 3$ est impair car $2n$ étant pair et -3 étant impair, un nombre pair diminué d'un nombre impair rendra ce nombre impair. Ex : Si $n = 2$, $2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1$, 1 étant impair.

n étant un naturel, $2n+4$ est un nombre naturel...

$2n + 4$ est pair car $2n$ est pair et 4 aussi, donc un nombre pair augmenté d'un autre nombre pair restera pair.

n étant un naturel, $2n+2n+3$ est un nombre...

$2n + 2n + 3$ est impair car $2n + 2n + 3 = 4n + 3$, $2n$ et $4n$ étant pair et 3 étant impair, un nombre pair augmenté d'un nombre impair le rendra impair.

n étant un naturel, $2n+1-n$ est un nombre naturel...

$2n + 1 - n$ peut être à la fois pair et impair car $2n + 1 - n = n + 1$, en fonction de si n est pair ou impair, $2n + 1 - n$ sera pair si n est impair et $2n + 1 - n$ sera impair si n est pair.