

## Activité 1 : PGCD/PPCM

Thème : PGCD/PPCM

Concepteur : Alice de Wolf

Compétences :

- Justifier les procédures de recherche d'un PGCD ou d'un PPCM
- Recherche un PGCD et/ou un PPCM

Description de l'activité : Les élèves impriment et découpent les différentes fiches sur lesquelles on retrouve 2 nombres. Ils vont ensuite mettre tous les papiers dans une boîte. Les élèves piochent un papier à la fois et lancent un dé.

- ✓ Si le nombre indiqué par le dé est pair, les élèves doivent déterminer le PGCD des deux nombres.
- ✓ Si le nombre indiqué par le dé est impair, les élèves doivent déterminer le PPCM de deux nombres.

Source(s) utilisée(s) :

- G. Leenaers ; J. Ouanassi ; V. Wuyts ; « Cro'math aide-mémoire » ; Braine l'alleud ; plantyn ; 2018

### Activité n°1 :

Objectifs : Travailler le PGCD et le PPCM

### Matériel nécessaire :

- Cartes
- 1 Dé
- Feuilles de brouillon + bic

### Activité :

Les élèves impriment et découpent les différentes fiches sur lesquelles on retrouve 2 nombres. Ils vont ensuite mettre tous les papiers dans une boîte. Les élèves piochent un papier à la fois et lancent un dé.

- ✓ Si le nombre indiqué par le dé est pair, les élèves doivent déterminer le PGCD des deux nombres. Le premier nombre représente le nombre de bonbons bleus et le deuxième, le nombre de bonbons rouges. Les élèves doivent arriver à faire le plus de sachets de bonbons composés du même nombre de bonbons bleus et de bonbons rouges.
- ✓ Si le nombre indiqué par le dé est impair, les élèves doivent déterminer le PPCM de deux nombres.

### Solutionnaire :

A la suite du document avec les fiches.

### Différenciation/choix didactiques :

- Si les élèves ont trop facile, ils peuvent prendre 3 nombres à la suite du document.

## PGCD et PPCM

|                                                  | PGCD                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | PPCM                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ensemble des diviseurs                           | <p>On cherche l'ensemble des diviseurs et on prend le <i>plus grand en commun</i>.</p> <p>Exemple : PGCD (12 ; 15)<br/> Div 12 = {1, 2, 3, 4, 6, 12}<br/> Div 15 = {1, 3, 5, 15}<br/> Le plus grand diviseur commun est 3.</p>                                                                                                            | <p>On cherche l'ensemble des multiples et on prend le <i>plus petit en commun</i> (excepté 0).</p> <p>Exemple : PPCM (12 ; 15)<br/> 12N = {0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...}<br/> 15N = {0, 15, 30, 45, 60, 75, ...}<br/> Le plus petit commun multiple est 60.</p>                                                                                      |
| Décomposition en un produit de facteurs premiers | <p>On multiplie les facteurs communs munis du <i>plus petit exposant</i>.</p> <p>Exemple : Décomposition en un produit de facteurs premiers de 540 et 8400.<br/> <math>540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5</math><br/> <math>8400 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7</math><br/> <math>\text{PGCD}(540 ; 8400) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60</math></p> | <p>On multiplie tous les facteurs avec leur <i>plus grand exposant</i>.</p> <p>Exemple : Décomposition en un produit de facteurs premiers de 540 et 8400.<br/> <math>540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5</math><br/> <math>8400 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7</math><br/> <math>\text{PPCM}(540 ; 8400) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 75600</math></p> |
| Nombres premiers entre eux                       | Toujours 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Toujours le produit des deux.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| L'un est multiple de l'autre                     | Le plus petit                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Le plus grand                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

PGCD et PPCM : cartes à imprimer et découper (ou à reproduire si tu ne peux pas imprimer).

|          |            |            |           |          |
|----------|------------|------------|-----------|----------|
| 45 et 75 | 99 et 21   | 42 et 60   | 2 et 3    | 17 et 18 |
| 27 et 63 | 180 et 120 | 50 et 300  | 84 et 396 | 63 et 66 |
| 15 et 60 | 125 et 5   | 250 et 750 | 12 et 16  | 7 et 2   |
| 15 et 16 | 16 et 24   | 26 et 9    | 36 et 126 | 24 et 32 |
| 32 et 25 | 84 et 180  | 72 et 36   | 42 et 70  | 12 et 36 |

Solutionnaire : PGCD - En fluo, on retrouve les facteurs communs aux deux nombres dont on cherche le PGCD.

|                                                               |                                                                           |                                                                          |                                                                        |                                                                    |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| <p>PGCD (45, 75) = 15</p> <p>45 = 3.3.5</p> <p>75 = 3.5.5</p> | <p>PGCD (99, 21) = 3</p> <p>99 = 3.3.11</p> <p>21 = 3.7</p>               | <p>PGCD (42, 60) = 6</p> <p>42 = 2.3.7</p> <p>60 = 2.2.3.5</p>           | <p>PGCD (2, 3) = 1 car 2 et 3 sont premiers entre eux</p>              | <p>PGCD (17, 18) = 1 car 17 et 18 sont premiers entre eux</p>      |
| <p>PGCD (27, 63) = 9</p> <p>27 = 3.3.3</p> <p>63 = 3.3.7</p>  | <p>PGCD (180, 120) = 60</p> <p>180 = 2.2.3.3.5</p> <p>120 = 2.2.2.3.5</p> | <p>PGCD (50, 300) = 50</p> <p>50 = 2.5.5</p> <p>300 = 2.2.3.5.5</p>      | <p>PGCD (84, 396) = 12</p> <p>84 = 2.2.3.7</p> <p>396 = 2.2.3.3.11</p> | <p>PGCD (63, 66) = 6</p> <p>63 = 3.3.7</p> <p>66 = 2.3.11</p>      |
| <p>PGCD (15, 60) = 15</p> <p>15 = 3.5</p> <p>60 = 2.2.3.5</p> | <p>PGCD (125, 5) = 5</p> <p>125 = 5.5.5</p> <p>5 = 5</p>                  | <p>PGCD (250, 750) = 250</p> <p>250 = 2.5.5.5</p> <p>750 = 2.3.5.5.5</p> | <p>PGCD (12, 16) = 4</p> <p>12 = 2.2.3</p> <p>16 = 2.2.2.2</p>         | <p>PGCD (7, 2) = 1 car 7 et 2 sont premiers entre eux</p>          |
| <p>PGCD (15, 16) = 1 car 15 et 16 sont premiers entre eux</p> | <p>PGCD (16, 24) = 8</p> <p>16 = 2.2.2.2</p> <p>24 = 2.2.2.3</p>          | <p>PGCD (26, 9) = 1 car 26 et 9 sont premiers entre eux</p>              | <p>PGCD (36, 126) = 18</p> <p>36 = 2.2.3.3</p> <p>126 = 2.3.3.7</p>    | <p>PGCD (24, 32) = 8</p> <p>24 = 2.2.2.3</p> <p>32 = 2.2.2.2.2</p> |
| <p>PGCD (32, 25) = 1 car 15 et 16 sont premiers entre eux</p> | <p>PGCD (84, 180) = 12</p> <p>84 = 2.2.3.7</p> <p>180 = 2.2.3.3.5</p>     | <p>PGCD (72, 36) = 36</p> <p>72 = 2.2.2.3.3</p> <p>36 = 2.2.3.3</p>      | <p>PGCD (42, 70) = 14</p> <p>42 = 2.3.7</p> <p>70 = 2.5.7</p>          | <p>PGCD (12, 36) = 12</p> <p>12 = 2.2.3</p> <p>36 = 2.2.3.3</p>    |

Solutionnaire : PPCM – Pour déterminer le PPCM, On multiplie le PGCD par tous les facteurs qui ne sont pas en fluo.

|                                                   |                                                             |                                                           |                                                           |                                                      |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| PPCM (45, 75) = 225<br>45 = 3.3.5<br>75 = 3.5.5   | PPCM (99, 21) = 693<br>99 = 3.3.11<br>21 = 3.7              | PPCM (42, 60) = 420<br>42 = 2.3.7<br>60 = 2.2.3.5         | PPCM (2, 3) = 6                                           | PPCM (17, 18) = 306                                  |
| PPCM (27, 63) = 189<br>27 = 3.3.3<br>63 = 3.3.7   | PPCM (180, 120) = 360<br>180 = 2.2.3.3.5<br>120 = 2.2.2.3.5 | PPCM (50, 300) = 300<br>50 = 2.5.5<br>300 = 2.2.3.5.5     | PPCM (84, 396) = 2772<br>84 = 2.2.3.7<br>396 = 2.2.3.3.11 | PPCM (63, 66) = 1386<br>63 = 3.3.7<br>66 = 2.3.11    |
| PPCM (15, 60) = 60<br>15 = 3.5<br>60 = 2.2.3.5    | PPCM (125, 5) = 125<br>125 = 5.5.5<br>5 = 5                 | PPCM (250, 750) = 750<br>250 = 2.5.5.5<br>750 = 2.3.5.5.5 | PPCM (12, 16) = 48<br>12 = 2.2.3<br>16 = 2.2.2.2          | PPCM (7, 2) = 14<br>7 = 7<br>2 = 2                   |
| PPCM (15, 16) = 240<br>15 = 3.5<br>16 = 2.2.2.2   | PPCM (16, 24) = 48<br>16 = 2.2.2.2<br>24 = 2.2.2.3          | PPCM (26, 9) = 234<br>26 = 2.13<br>9 = 3.3                | PPCM (36, 126) = 252<br>36 = 2.2.3.3<br>126 = 2.3.3.7     | PPCM (24, 32) = 96<br>24 = 2.2.2.3<br>32 = 2.2.2.2.2 |
| PPCM (32, 25) = 800<br>32 = 2.2.2.2.2<br>25 = 5.5 | PPCM (84, 180) = 1260<br>84 = 2.2.3.7<br>180 = 2.2.3.3.5    | PPCM (72, 36) = 72<br>72 = 2.2.2.3.3<br>36 = 2.2.3.3      | PPCM (42, 70) = 1260<br>42 = 2.3.7<br>70 = 2.5.7          | PPCM (12, 36) = 36<br>12 = 2.2.3<br>36 = 2.2.3.3     |

PGCD et PPCM à partir de trois nombres

|              |              |              |               |
|--------------|--------------|--------------|---------------|
| 12, 21 et 15 | 14, 6 et 21  | 36, 12 et 15 | 99, 27 et 9   |
| 16, 42 et 63 | 72, 32 et 12 | 84, 21 et 30 | 36, 90 et 270 |

# Solutionnaire : PGCD

|                                                                                                    |                                                                                                                                                                                    |                                                                                                |                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>PGCD (12, 21, 15) = 3</p> <p>12 = 2 . 2 . 3</p> <p>21 = 3 . 7</p> <p>15 = 3 . 5</p>             | <p>PGCD (14, 6, 21) = 1</p> <p>14 = 2 . 7</p> <p>6 = 2 . 3</p> <p>21 = 3 . 7</p>                                                                                                   | <p>PGCD (36, 12, 15) = 3</p> <p>36 = 2 . 2 . 3 . 3</p> <p>12 = 2 . 2 . 3</p> <p>15 = 3 . 5</p> | <p>PGCD (99, 27, 9) = 9</p> <p>99 = 3 . 3 . 11</p> <p>27 = 3 . 3 . 3</p> <p>9 = 3 . 3</p>                                                                                                         |
| <p>PGCD (16, 42, 63) = 1</p> <p>16 = 2 . 2 . 2 . 2</p> <p>42 = 2 . 3 . 7</p> <p>63 = 3 . 3 . 7</p> | <p>PGCD (72, 32, 12) = 4</p> <p>72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 = 2<sup>3</sup> . 3<sup>2</sup></p> <p>32 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2<sup>5</sup></p> <p>12 = 2 . 2 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3</p> | <p>PGCD (84, 21, 30) = 3</p> <p>84 = 2 . 2 . 3 . 7</p> <p>21 = 3 . 7</p> <p>30 = 2 . 3 . 5</p> | <p>PGCD (36, 90, 270) = 18</p> <p>36 = 2 . 2 . 3 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3<sup>2</sup></p> <p>90 = 2 . 3 . 3 . 5 = 2 . 3<sup>2</sup> . 5</p> <p>270 = 2 . 3 . 3 . 3 . 5 = 2 . 3<sup>3</sup> . 5</p> |

# Solutionnaire : PPCM

|                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>PPCM (12, 21, 15) = 420</p> <p>Car 2<sup>2</sup> . 3 . 5 . 7 = 420</p> <p>12 = 2 . 2 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3</p> <p>21 = 3 . 7</p> <p>15 = 3 . 5</p>                                       | <p>PPCM (14, 6, 21) = 42</p> <p>Car 2 . 3 . 7 = 42</p> <p>14 = 2 . 7</p> <p>6 = 2 . 3</p> <p>21 = 3 . 7</p>                                                                                                                         | <p>PPCM (36, 12, 15) = 180</p> <p>Car 2<sup>2</sup> . 3<sup>2</sup> . 5 = 180</p> <p>36 = 2 . 2 . 3 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3<sup>2</sup></p> <p>12 = 2 . 2 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3</p> <p>15 = 3 . 5</p> | <p>PPCM (99, 27, 9) = 297</p> <p>Car 3<sup>3</sup> . 11 = 297</p> <p>99 = 3 . 3 . 11 = 3<sup>2</sup> . 11</p> <p>27 = 3 . 3 . 3 = 3<sup>3</sup></p> <p>9 = 3 . 3 = 3<sup>2</sup></p>                                                                  |
| <p>PPCM (16, 42, 63) = 1008</p> <p>Car 2<sup>4</sup> . 3<sup>2</sup> . 7 = 1008</p> <p>16 = 2 . 2 . 2 . 2 = 2<sup>4</sup></p> <p>42 = 2 . 3 . 7</p> <p>63 = 3 . 3 . 7 = 3<sup>2</sup> . 7</p> | <p>PPCM (72, 32, 12) = 288</p> <p>Car 2<sup>5</sup> . 3<sup>2</sup> = 288</p> <p>72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 = 2<sup>3</sup> . 3<sup>2</sup></p> <p>32 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2<sup>5</sup></p> <p>12 = 2 . 2 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3</p> | <p>PPCM (84, 21, 30) = 420</p> <p>Car 2<sup>2</sup> . 3 . 5 . 7 =</p> <p>84 = 2 . 2 . 3 . 7 = 2<sup>2</sup> . 3 . 7</p> <p>21 = 3 . 7</p> <p>30 = 2 . 3 . 5</p>                                         | <p>PPCM (36, 90, 270) = 540</p> <p>Car 2<sup>2</sup> . 3<sup>3</sup> . 5 = 540</p> <p>36 = 2 . 2 . 3 . 3 = 2<sup>2</sup> . 3<sup>2</sup></p> <p>90 = 2 . 3 . 3 . 5 = 2 . 3<sup>2</sup> . 5</p> <p>270 = 2 . 3 . 3 . 3 . 5 = 2 . 3<sup>3</sup> . 5</p> |

