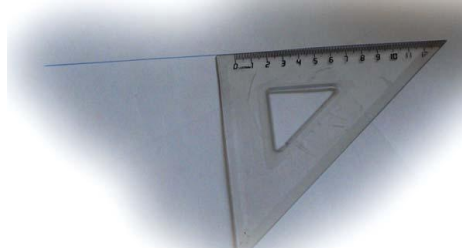


Les droites parallèles

Dans certains manuels, dans certaines classes peut-être, le travail sur les droites parallèles consiste essentiellement à apprendre le procédé de tracé ci-dessous, ou un procédé voisin, ou encore des procédés analogues destinés à reconnaître que des droites sont parallèles.

1) Je place un côté de mon équerre sur la première droite.

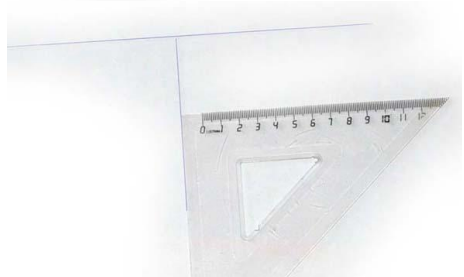


2) Je trace une droite en suivant l'autre côté de mon équerre.



3) Je place un côté de mon équerre sur la droite que je viens de tracer.

L'autre côté de mon équerre forme alors une droite parallèle à la première droite.



Cette façon de décrire le tracé de parallèles ne manque pas d'inconvénients

- Il s'agit d'une succession d'étapes dont chacune n'a par elle-même aucune signification parce qu'on décrit des gestes, et non le résultat mathématique qu'on veut atteindre. Le procédé est trop compliqué pour qu'on puisse l'évoquer facilement et s'appuyer sur lui pour construire une image mentale de deux droites parallèles.
- L'équerre est utilisée comme référence (et non l'angle droit) or l'équerre est un objet complexe : elle a trois côtés, mais deux seulement sont utiles, elle comporte souvent une graduation qui n'est pas pertinente pour tracer des perpendiculaires. Parler de "côtés de l'angle droit de l'équerre" à la place de "côtés de l'équerre" serait plus exact, mais rendrait les formulations encore plus lourdes.

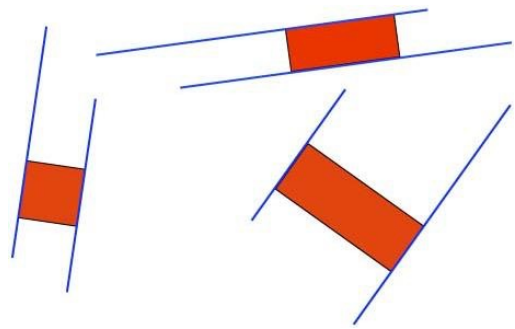
Il nous semble essentiel d'expliquer ce que sont des droites parallèles avant d'apprendre à les tracer. Quand, un peu plus tard, les élèves apprendront à faire cette construction, ils pourront ainsi s'appuyer sur une image mentale claire de ce qu'ils doivent obtenir.

La suite de ce document propose une façon de répondre à la question « **des droites parallèles, qu'est ce que c'est ?** »

Nous proposons la "définition" suivante :

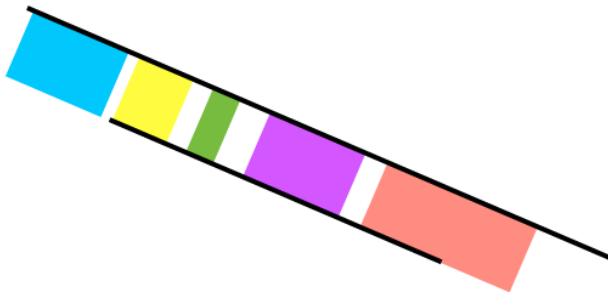
Des droites parallèles, c'est ce qu'on obtient en prolongeant deux côtés opposés d'un rectangle ou d'un carré.

Sur chacun des trois dessins, les deux droites bleues sont parallèles.



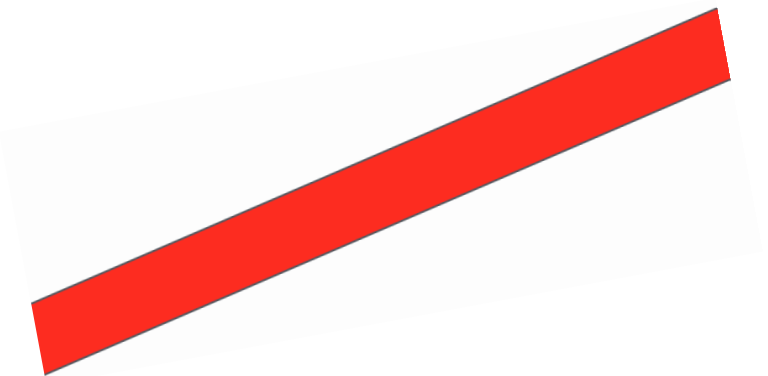
Remarque : cette définition est un retournement par rapport aux mathématiques savantes dans lesquelles les rectangles sont définis à partir des notions de parallèles et de perpendiculaires (un rectangle est un quadrilatère ayant quatre angles droits, ou bien un parallélogramme ayant un angle droit). Mais les élèves de l'école primaire reconnaissent les rectangles dès la maternelle, alors que l'idée de parallèles leur est encore étrangère.

Il semble normal d'expliquer les nouveautés en s'appuyant sur ce qui est connu...

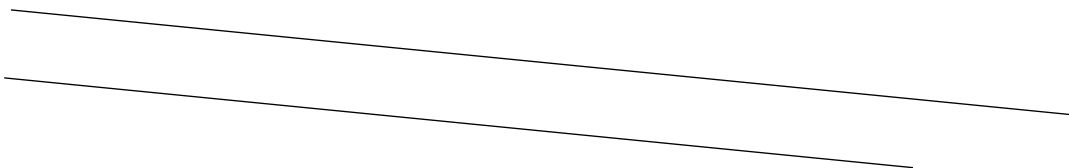


Deux droites parallèles peuvent servir de côtés opposés à beaucoup de rectangles, pas seulement à celui qu'on a utilisé pour les tracer. Si on colorie beaucoup de ces rectangles, on obtient une grande bande de couleur.

Deux droites parallèles, ce sont aussi les deux bords d'une grande bande, ou d'un grand ruban bien droit.



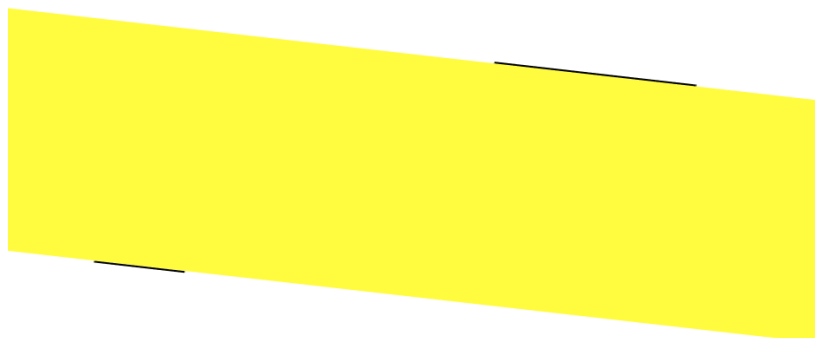
Si la bande est assez mince, et si on dessine une partie assez longue de chaque droite, on reconnaît assez facilement des droites parallèles.



Si la bande est large et qu'on dessine une toute petite partie de chaque droite, c'est plus difficile de reconnaître des droites parallèles.



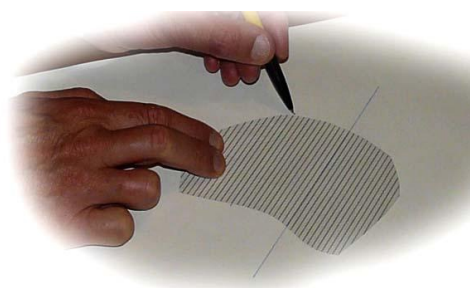
En montrant la bande, ou en allongeant la partie des droites qui est dessinée, on voit mieux.



Pour juger si des droites sont parallèles, ou pour tracer deux droites parallèles, on peut utiliser une bande ou un rectangle, ce qui ne conduit pas nécessairement à la construction classique :

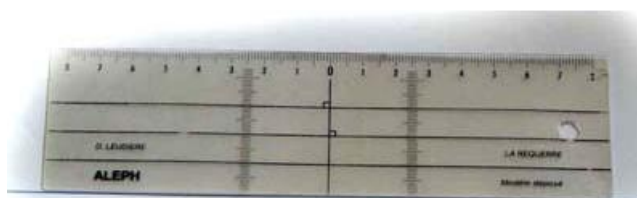
L'idée de bande conduit plutôt à l'utilisation du guide-âne (support transparent portant de nombreuses droites parallèles distantes les unes des autres de quelques millimètres)

Sur la photo ci-contre, on l'utilise pour tracer des parallèles, mais il peut aussi servir à juger si deux droites sont parallèles.

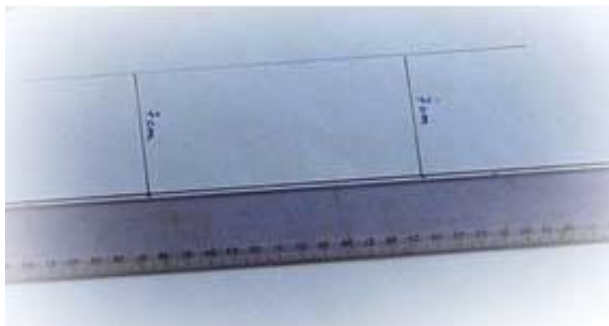


L'idée de rectangle incite à utiliser un objet rectangulaire tel qu'une boîte, une règle ou un rectangle en carton

Dans la pratique, cette méthode n'est pas très commode, car on ne dispose pas toujours d'un objet rectangulaire dont la largeur ou la longueur conviennent pour ce qu'on veut faire.



Cette contrainte matérielle pousse à utiliser une construction géométrique : si on ne dispose pas d'un rectangle qui convient, pourquoi ne pas le dessiner ?



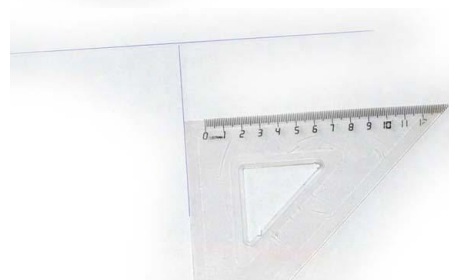
Sur cette photo, on a tracé deux segments perpendiculaires à la première droite. Ces deux segments ont la même longueur. Avec une partie de la première droite, ils forment trois côtés d'un rectangle. En traçant à la règle le quatrième côté du rectangle (et éventuellement en le prolongeant), on obtient la parallèle cherchée.

On peut aussi construire le rectangle de la façon suivante :

J'imagine qu'il y a un côté de rectangle sur la première droite, je trace un deuxième côté du rectangle en formant un angle droit.



Je trace un troisième côté du rectangle en formant un autre angle droit... en prolongeant ce côté, j'obtiens la parallèle cherchée.



Les gestes à accomplir sont les mêmes que dans la version montrée au début de ce document, mais la description en est très différente : les gestes sont finalisés par le projet d'obtenir un rectangle.

Il est probable qu'au début beaucoup d'élèves complèteront le rectangle. Ne les en dissuadons pas trop vite. Tracer le rectangle complet n'est pas nécessaire, mais cela renforce probablement l'image mentale que ces élèves se font des droites parallèles.

La tâche consistant à vérifier si deux droites sont parallèles s'effectue dans le même esprit : on essaie de tracer un rectangle entre les deux droites, par exemple en traçant deux perpendiculaires à l'une des droites, et on vérifie ensuite si le quadrilatère obtenu a bien tous les caractères du rectangle (les autres angles sont-ils droits? Les côtés opposés ont-ils la même longueur ?)

Notons au passage que cette tâche de vérification avec les outils n'a de sens que si les droites semblent parallèles à vue d'œil... dans le cas contraire, la question est réglée, inutile de sortir les instruments.

Quand on juge que l'idée de droites parallèles est bien comprise et associée aux côtés opposés du rectangle, il est intéressant d'élargir la conception que les élèves se font du parallélisme en explorant de nouvelles façons de tracer des parallèles.

Nous en proposons ici un certain nombre.

Il est difficilement envisageable d'explorer toutes ces méthodes dans une classe, à moins que cette question fasse l'objet d'un projet de classe (par exemple la construction d'un « musée » des parallèles rassemblant le plus de méthodes possible).

Dans la plupart des classes, l'enseignant choisira donc d'explorer avec ses élèves une ou deux méthodes susceptibles selon lui d'éveiller leur intérêt.

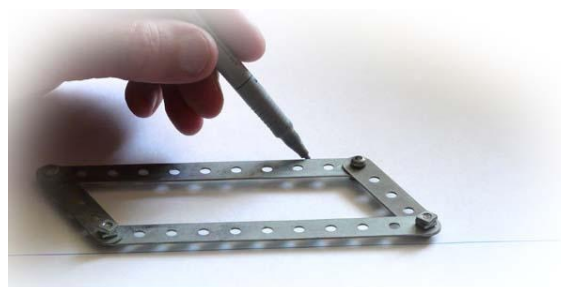
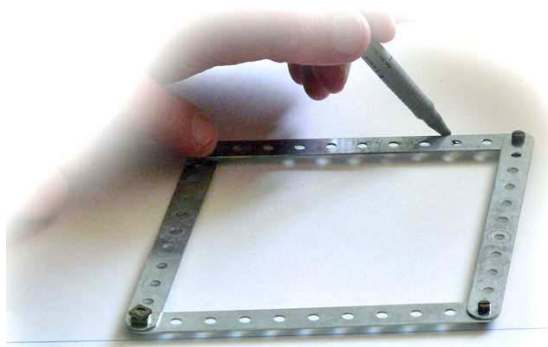
Les méthodes du mécano

Du carton et des punaises, des œilletons ou des attaches parisiennes, font également l'affaire...

On a fabriqué un rectangle ou un carré en mécano.

On peut se servir des côtés opposés pour tracer des parallèles.

Si l'outil se déforme et n'a plus d'angles droits, il peut encore servir à tracer des parallèles !



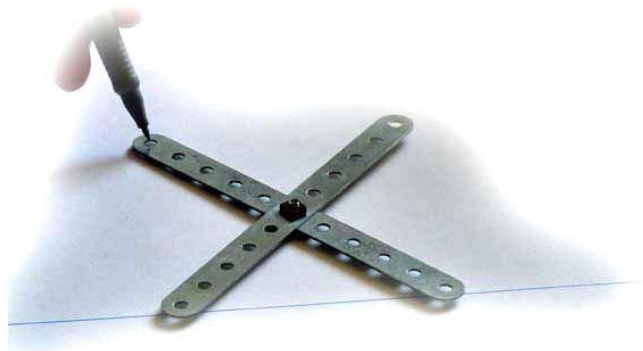
On peut aussi fabriquer un outil comme celui-ci, qui n'a que deux côtés parallèles...



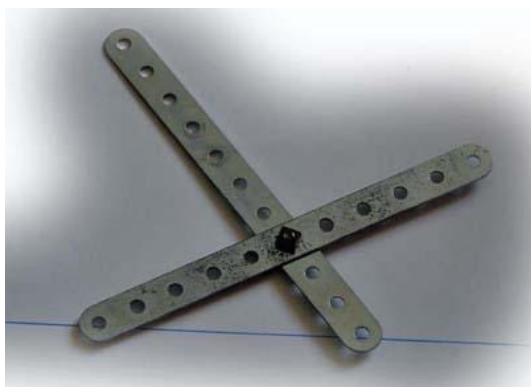
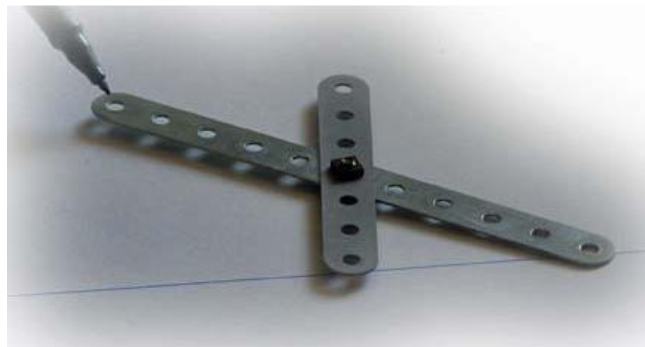
...mais s'il se déforme, ça ne va plus du tout.



On a assemblé deux tiges de même longueur par leurs milieux.
En faisant attention à utiliser le centre des trous, si les trous de deux extrémités sont placés sur une droite, les deux autres extrémités permettent d'obtenir une parallèle à cette droite.

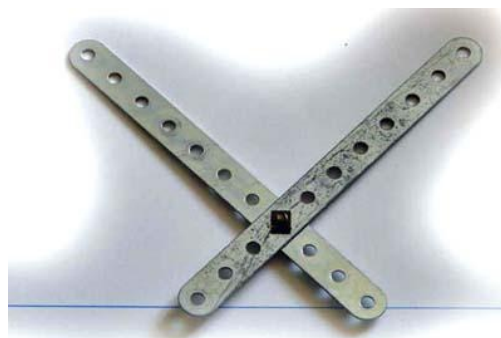


En assemblant par leurs milieux des tiges qui n'ont pas la même longueur, ça marche encore.

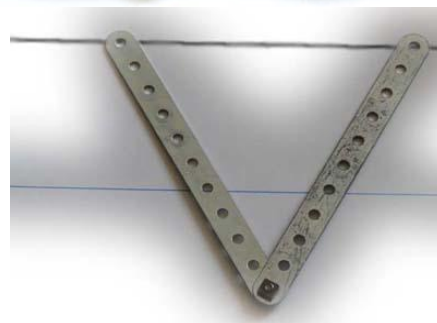


Comme ça, on n'obtient pas de droites parallèles...
comment faut-il assembler les tiges pour que ça marche ?

Peut-on obtenir des parallèles comme ça ?

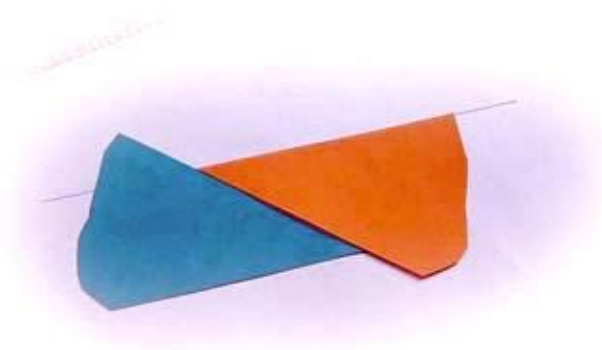


Et comme ça ?

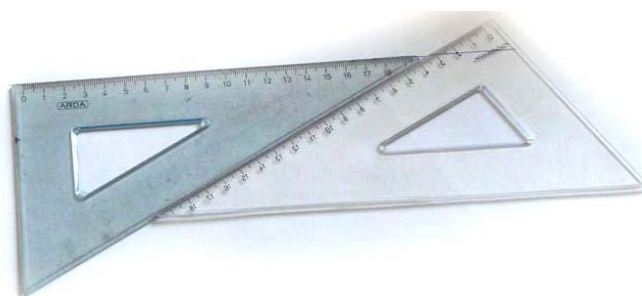


Les méthodes de l'angle en carton

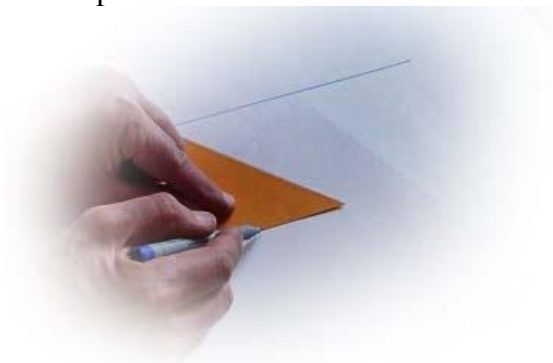
Avec deux gabarits d'angles égaux placés comme sur la photo, on obtient des droites parallèles (ce qui suppose évidemment d'avoir travaillé la notion d'angle auparavant) :



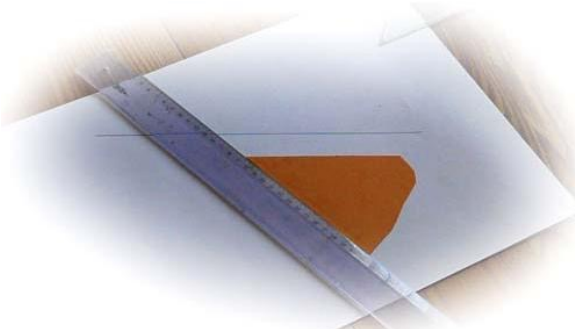
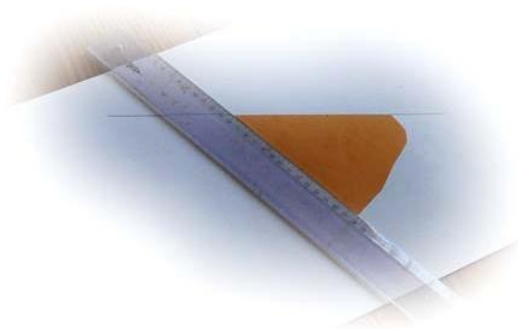
On peut remplacer les gabarits par des équerres, c'est peut-être plus difficile à voir.



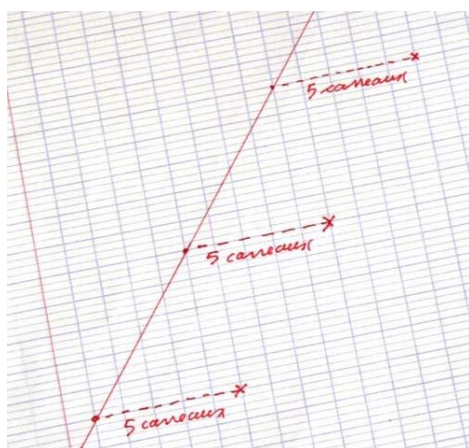
On peut aussi utiliser un seul gabarit, tracer un côté puis le déplacer :



Une autre méthode, assez difficile, où l'on fait glisser un seul gabarit le long d'une règle :



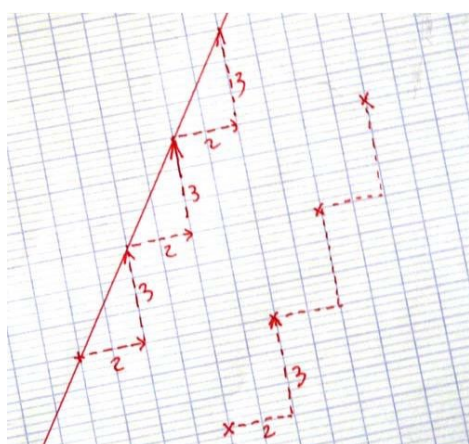
Les méthodes du papier quadrillé



On choisit plusieurs points de la première droite situés sur des nœuds du quadrillage.

À partir de chacun de ces points on se déplace dans la même direction du même nombre de carreaux (5 carreaux vers la droite sur la photo) et on place un nouveau point.

Les points obtenus sont sur une même droite. Cette droite est parallèle à la première droite.



On commence par chercher un escalier régulier qui relie des points de la première droite.

En dessinant un escalier dont les marches ont la même taille que pour la première droite, on obtient des points d'une droite parallèle.

Une méthode avec plusieurs règles

Si l'épaisseur d'une règle n'est pas suffisante, on peut en mettre plusieurs côte à côte.

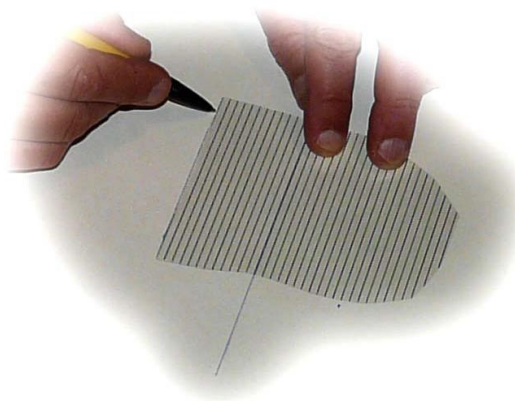
Certains enseignants refusent cette méthode, jugée peut-être trop primitive.

Pourtant, elle préfigure en actes le théorème "Si deux droites sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles" de la même façon que la construction classique à l'équerre préfigure le théorème "Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles".

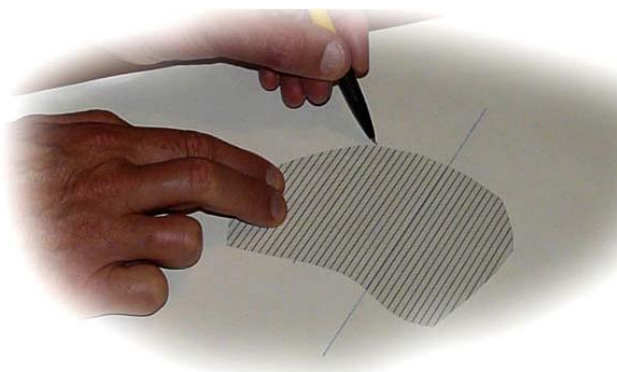


La manipulation de plusieurs règles à la fois n'est pas très pratique. Le guide-âne (réseau de droites parallèles sur un support transparent) a été inventé pour rendre plus aisée l'utilisation de la même idée.

Une feuille de parallèles à imprimer, dans laquelle on peut découper plusieurs guide-âne est fournie en fin de document.

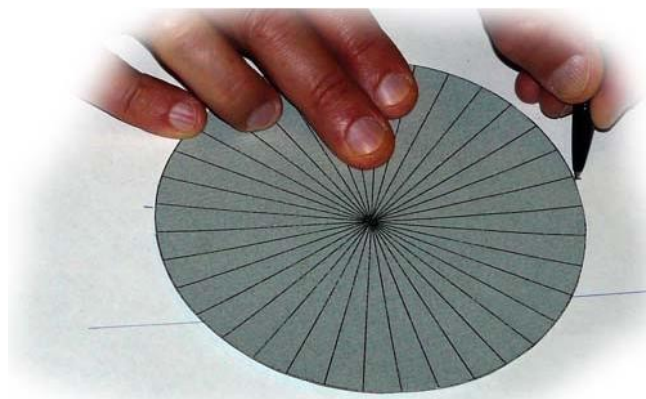


Si un des bords du guide-âne est parallèle aux droites dessinées, on peut s'en servir pour tracer.



Sinon, on commence par marquer les deux extrémités d'une des lignes figurant sur le guide-âne.

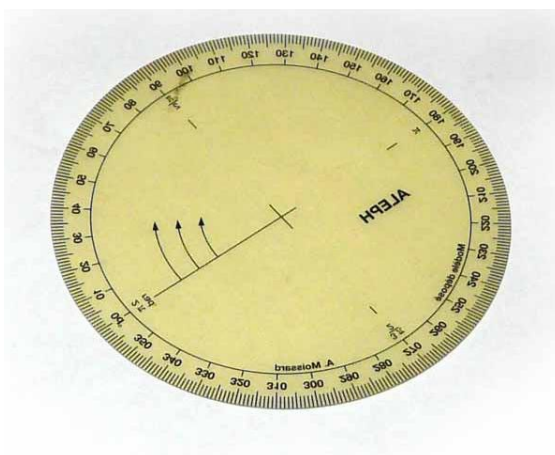
La méthode de la rosace



En plaçant les extrémités de deux rayons sur la première droite et en marquant les extrémités de deux autres rayons, on obtient deux points d'une droite parallèle... encore faut-il bien choisir les rayons.

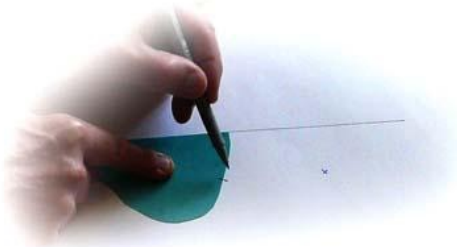
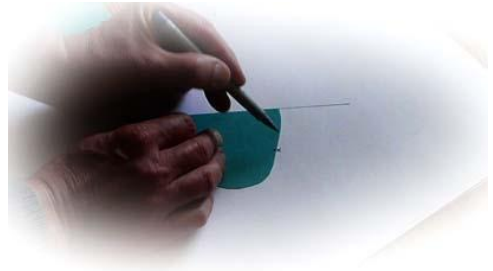
La même méthode peut être utilisée avec un rapporteur, mais les graduations risquent de perturber plus que d'aider.

Une rosace et un rapporteur simplifié sont fournis à la fin du document.

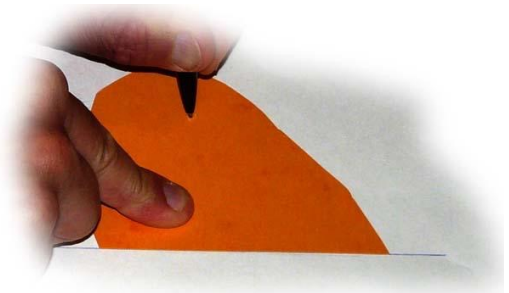


La méthode du glisseur

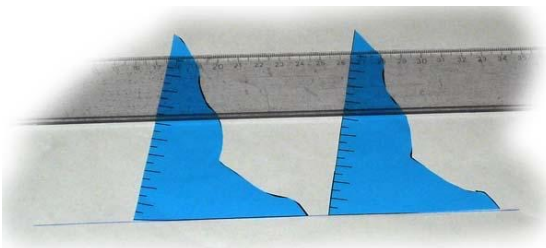
Le glisseur est une forme en carton ayant un côté rectiligne que l'on peut faire glisser le long de la première droite. On fait une marque sur le bord du glisseur et sur la feuille.



On utilise ensuite la marque du glisseur pour placer un deuxième point de la parallèle qu'on cherche à tracer.

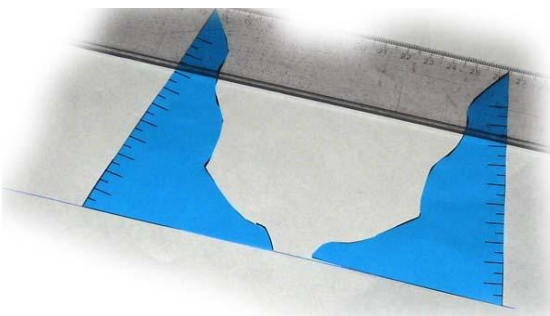


On peut aussi faire un trou dans le glisseur et marquer plusieurs positions du trou.



Si le glisseur a deux côtés rectilignes et qu'un de ses côtés est gradué, il est inutile d'écrire dessus ou de le percer (*modèles fournis en fin de document*).

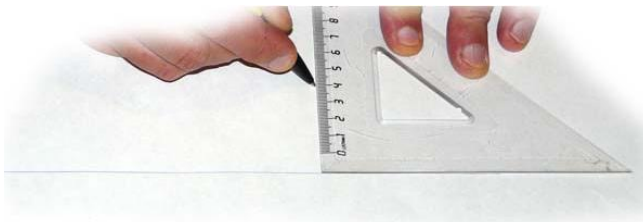
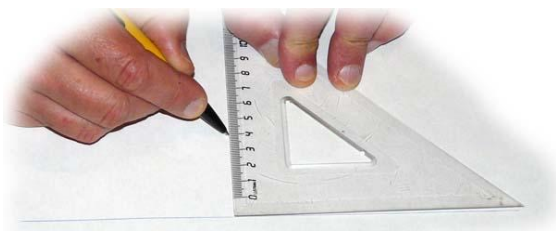
Si on dispose de deux glisseurs du même modèle, on peut même directement placer une règle pour tracer la parallèle.



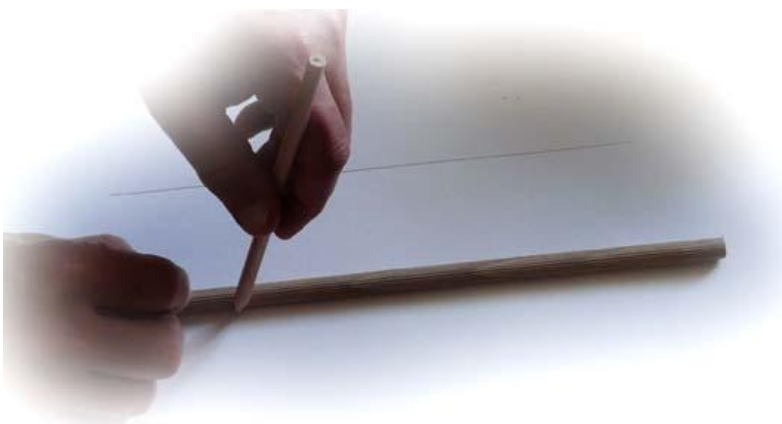
Si les deux glisseurs sont superposables seulement après retournement, obtient-on encore une parallèle ?

Et si le glisseur était tout bêtement une équerre graduée ?

Les deux points placés sur les photos ne sont pas situés à 4 cm de la première droite, mais ils sont situés à la même distance de cette droite, ce qui permet d'obtenir une parallèle.



La méthode du rouleau.



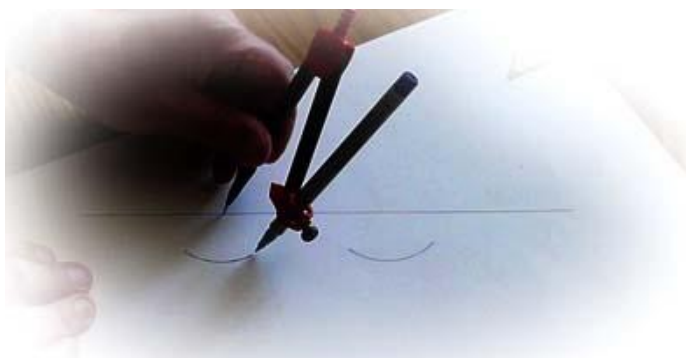
On place un objet cylindrique le long de la première droite, on le fait rouler puis on l'utilise pour tracer la parallèle.

Placer une règle contre le cylindre avant de tracer améliore la précision, surtout si le diamètre du cylindre a un grand diamètre grand.

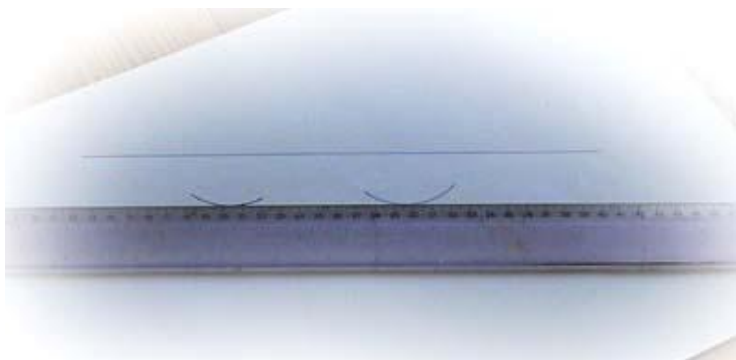
On trouve dans le commerce des règles à rouleau qui utilisent ce principe.



Une méthode au compas



On trace deux arcs de cercle de même rayon.
Les centres sont sur la première droite.



On place la règle pour qu'elle "frôle" les deux cercles.

Les autres méthodes de tracé au compas ne sont pas évoquées ici, il nous semble qu'on peut sans aucun problème les garder pour le collège.

Remarquons tout de même que les méthodes au compas qui s'appuient sur la construction d'un parallélogramme sont préfigurées par certaines méthodes évoquées plus haut, en particulier dans la rubrique « mécano ».

La dernière méthode présentée pose un cas de conscience à tout professeur de mathématiques :

- *D'un point de vue pratique, elle est efficace, plus précise que bien d'autres méthodes que nous avons évoquées.*
- *D'un point de vue théorique (c'est à dire du point de vue de l'enseignement secondaire), elle est fautive : on peut en réalité tracer de cette façon de nombreuses droites suffisamment proches les unes des autres pour qu'on ne les différencie pas à l'œil. La description de la méthode ne permet pas de choisir parmi toutes ces droites celle (ou celles ?) qui est parallèle à la première droite.*

De notre point de vue ce n'est pas une raison suffisante pour rejeter cette méthode.

C'est dans l'enseignement secondaire qu'on apprendra à faire la différence entre ce qui relève de l'empirique (les objets matériels, les traces de crayons sur une feuille) et les figures géométriques (purement abstraites, dont les dessins ne sont qu'une évocation destinée à faciliter le raisonnement).

