

ПЕРЕВОД: МОРОЗ Л.И.
2026



ТЕСТ 1

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $\log_{\frac{1}{2}} 6 + \log_4 144$.
2. Вычислите модуль комплексного числа $z = \begin{vmatrix} 3 + 2i & 2i^3 \\ 1 & 1 + i \end{vmatrix}$, где $i^2 = -1$.
3. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $3 + \sqrt{x - 1} = 2x$.
4. Найдите значение выражения $25 \sin(2x) - 20 \operatorname{ctg}(x)$, если $\cos(x) = \frac{3}{5}$ и $x \in [-2\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.
5. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\log_2(x+1) - \log_{0,5}(x-1)}{x^2 - 4} > 0$.

ГЕОМЕТРИЯ

6. Пусть дан треугольник ABC , в котором $BC = 15$ см. Пусть MN — его средняя линия, $M \in AB$, $N \in BC$, так что $MB = 7$ см и $MN = 6$ см. Найдите периметр треугольника ABC .
7. Осевое сечение прямого кругового конуса представляет собой равносторонний треугольник, площадь которого равна $36\sqrt{3}$ см². Найдите объем конуса.
8. Пусть дан треугольник ABC , в котором $AB = 13$ см, $AC = 14$ см и площадь равна 84 см². Найдите длину стороны BC .

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

9. Исследуйте на монотонность последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{2n+1}{n+1}$.
10. Пусть дана функция $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$.
 - а) Найдите промежутки монотонности функции f .
 - б) Найдите наклонную асимптоту на $+\infty$ к графику функции f .
 - в) Найдите площадь подграфика, ограниченного графиком функции f в пересечении с осью Ox и прямыми $x = 0$ и $x = 2$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Из цифр 3, 4, 5, 6, 7 случайным образом составляют 5-значное число без повторения цифр. Найдите вероятность того, что первые 3 цифры будут нечетными.

12. Отношение биномиальных коэффициентов третьего и второго членов разложения степени бинома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ равно $\frac{9}{2}$. Найдите член, содержащий x^2 .

ТЕСТ 2

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $8^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{32}\right)^{-0,2} - 0,5^{-1}$.

2. Найдите модуль комплексного числа $z = \frac{3+2i^7}{2-3i}$, где $i^2 = -1$.

3. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\log_9(x - 6) + \log_9(2x - 3) = 2$.

4. Разложите на неприводимые множители многочлен $P(X) = X^4 + 5X^3 - X^2 - 17X + 12$, если $X = 1$ является двукратным корнем.

5. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\sqrt{1 - x^2}(5 \sin^2(x) - \sin(x) + 3 \cos^2(x) - 4) = 0$.

6. Дан круг с центром O и длиной окружности, равной 24π см. Найдите площадь круга.

7. Основанием призмы является параллелограмм со сторонами 5 см и 12 см и углом 150° . Найдите объем призмы, если площадь ее боковой поверхности равна 136 см^2 .

8. Пусть дан треугольник ABC , в котором $AB = 5$ см, $BC = 8$ см и $AC = 7$ см. Найдите длину медианы AD .

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

9. Исследуйте на ограниченность последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{n+1}{2n+3}$.

10. Пусть дана функция $f : [1; 8] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(-x^2 + 12x)$.

а) Найдите точки глобального экстремума функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - \ln 11}{x-1} \right)$.

с) Пусть дана функция $h : [1; 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - \ln(x)$. Найдите первообразную H функции h , график которой проходит через точку $M(5; -5 \ln 3 - 7)$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Ион и Андрея вместе с еще 6 коллегами идут на концерт. Найдите вероятность того, что Ион и Андрея будут сидеть рядом, если все они садятся на один и тот же ряд, в котором ровно 8 стульев.

12. Сумма биномиальных коэффициентов разложения степени бинома $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x} \right)^n$ равна 128. Найдите член, содержащий x^{-7} .

ТЕСТ 3

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $\log_3 \frac{1}{27} + \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8}$.

2. Найдите действительные значения a , при которых остаток от деления многочлена $P(X) = aX^4 - 7X^3 + 3X^2 + (a-3)X + 4$ на двучлен $Q(X) = X - 2$ равен -10 .

3. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-4} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \left(\frac{8}{27}\right)^{-x^2}$.

4. Найдите комплексное число $z = a + bi$, $i^2 = -1$, для которого $\frac{-6+6z}{1-i+\bar{z}} = 4 - i$, где $\bar{z}$ — сопряженное число к комплексному числу.

5. Найдите действительные значения x , при которых матрица $A = \begin{pmatrix} \cos(x) & 1 \\ -\cos(x) & \operatorname{tg}(x) \end{pmatrix}$ является обратимой, где $x \in [0; 4\pi]$.

ГЕОМЕТРИЯ

6. В треугольнике ABC известно, что $AC = 6$ см, $AB = 9$ см, а отрезок $MN = 3$ см, причем $MN \parallel AB$. Найдите длину отрезка NC .

7. Периметр ромба равен 40 см. Найдите длину высоты ромба, если одна из его диагоналей имеет длину 16 см.

8. Основанием четырёхугольной пирамиды является равнобедренная трапеция, описанная около окружности, с основаниями 4 см и 16 см. Найдите длину высоты пирамиды, если боковые ребра равны между собой и их длина составляет $\frac{33}{4}$ см.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

9. Исследуйте на чётность функцию $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x| - 2x^2$.

10. Пусть дана функция $f : \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

а) Найдите точки локального экстремума функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} ((e^x - e^2)f(x))$.

с) Вычислите $\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot f(x) dx$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Случайным образом подбрасывают 5 игральных костей. Найдите вероятность того, что произведение очков на выпавших гранях будет равно 12.

12. Сумма биномиальных коэффициентов разложения степени бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ равна 512. Найдите член, содержащий x^{10} .

ТЕСТ 4

Алгебра

1. Вычислите значение выражения $0,008^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{25}{16}\right)^{-0,5}$.
2. Найдите остаток от деления полинома $P(X) = 3X^4 - 6X^3 + X^2 - 3X + 4$ на полином $Q(X) = X + 2$.
3. Решите в $\mathbb{C}$ уравнение $2z^2 + 2z + 1 = 0$.
4. Вычислите значение выражения $E(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{16}\right)$, для которого $\cos(x) = -\frac{5}{13}$ и $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$.
5. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\sqrt{2x^2-7x+5}}{x^2-16} < 0$.

Геометрия

6. Пусть $ABCD$ — равнобедренная описанная трапеция, $AB \parallel CD$, $AB = 4$ см, $DC = 8$ см. Найдите периметр трапеции $ABCD$.
7. Основанием четырехугольной пирамиды является ромб со стороной 5 см. Найдите длину апофемы, если одна из диагоналей ромба имеет длину, равную 8 см, а объем пирамиды равен 8 см^3 .

8. Пусть дан треугольник ABC , в котором $AB = 9$ см, $BC = 18$ см. Найдите длину биссектрисы BD , если длина отрезка AD равна 6 см.

Математический анализ

9. Найдите множество значений $E(f)$ для функции $f : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 10$.

10. Пусть дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^{2x+1}$.

а) Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке $x_0 = 0$.

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - e^3}{x^2 - 1} \right)$.

с) Найдите первообразную F функции f , график которой проходит через точку $K \left(0; \frac{e}{2} \right)$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Вероятность того, что игрок попадет мячом в корзину, равна 0,7. Найдите вероятность того, что из 3 бросков он попадет в корзину ровно 2 раза.

12. Найдите количество рациональных членов в разложении бинома $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{5})^{50}$.

ТЕСТ 5

Алгебра

1. Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{-\frac{0,008}{0,027}} - 3^{-1}$.

2. Пусть дано комплексное число $z = (1 - 3i)(3 - 4i) + 6 + 2i^3$, где $i^2 = -1$. Вычислите $\frac{\operatorname{Im} z}{\operatorname{Re} z}$.

3. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение $\log_3(x + 6) - \log_3(x^2 - 36) = 0$.

4. Пусть дан полином $P(X) = X^4 + 6X^3 + 9X^2 + 2aX - b$. Найдите действительные числа a и b , для которых $X = 2$ является двукратным корнем.

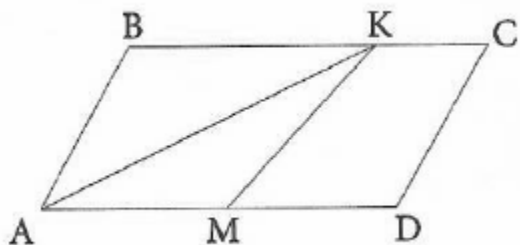
5. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\frac{\cos(2x) - \cos(x)\operatorname{tg}(x) - 1}{\sqrt{x - x^2 + 6}} = 0$.

Геометрия

6. Пусть дан цилиндр с высотой, равной 10 см, и длиной окружности основания, равной 8π см. Найдите объем цилиндра.

7. Длина ребра основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см. Найдите объем пирамиды, если длина боковых ребер равна 8 см.

8. В параллелограмме $ABCD$ мера острого угла равна 180° , а биссектриса AK делит сторону BC на отрезки $BK = 2$ см и $KC = 4$ см. Найдите площадь четырехугольника $MKCD$, если сторона AB равна 8 см, а отрезок KM делит сторону AD на два равных отрезка.



Математический анализ

9. Пусть дана арифметическая прогрессия $(a_n)_{n \geq 1}$, в которой $a_3 = 7$ и $a_7 = 19$. Найдите сумму первых 10 членов.

10. Пусть дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4x + 12}$.

а) Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке $x_0 = 1$.

b) Определите горизонтальную асимптоту на $+\infty$ к графику функции f .

с) Пусть дана функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{2x-4x}{-f(x)}$. Определите площадь подграфика функции g , ограниченного осью Ox и прямыми $x = 0$ и $x = 4$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. На 11 карточках написаны буквы $\hat{I}$, N, T, R, E, R, U, P, E, R, E. Наугад извлекаются 3 карточки. Найдите вероятность того, что из них можно будет составить слово PUR.

12. Найдите количество рациональных членов в разложении бинома $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{5})^{50}$.

ТЕСТ 6

Алгебра

1. Вычислите значение выражения $\log_{0,25} 16 + \log_3 36 - \log_{\sqrt{3}} 2$.

2. Найдите значения действительного параметра a , при которых остаток от деления полинома $P(X) = aX^4 - 6X^3 - 2X^2 - 2aX - 2$ на полином $Q(X) = X - 2$ равен 6.

3. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{-x^2-x+2}{x^2-8x+12} \geq 0$.

4. Найдите комплексное число $z = a + bi$, $i^2 = -1$, для которого $\frac{2\bar{z}}{3+z} = -i$, где $\bar{z}$ — сопряженное комплексное число.

5. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\log_{0,2}\left(\frac{25}{x}\right) + \log_5^2(x)}{x-26} > 0$.

Геометрия

6. Найдите объем куба с общей площадью поверхности, равной 150 см^2 .

7. Стороны оснований правильной усеченной треугольной пирамиды имеют длину 6 см и 12 см. Найдите объем усеченной пирамиды, если длина бокового ребра равна 4 см.

8. Основанием четырехугольной пирамиды с вершиной V является параллелограмм $ABCD$ с площадью, равной $40\sqrt{3}$ см², и углом 60° . Известно, что $AB = 8$ см и $VA = 8$ см. Найдите объем пирамиды, если ортогональная проекция вершины пирамиды находится в точке пересечения диагоналей основания.

Математический анализ

9. Исследуйте монотонность последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{3n-5}{n+2}$.

10. Пусть дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 4)$.

а) Найдите точки перегиба функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - \ln 8}{x - 2} \right)$.

с) Найдите постоянную интегрирования C , для которой первообразная F функции f проходит через точку $A(0; 2)$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составляется случайное четырехзначное число, в котором цифры не повторяются. Найдите вероятность того, что сумма последних трех цифр составленного числа равна 5.

12. Сумма биномиальных коэффициентов нечетного порядка в разложении бинома $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x\sqrt{x}} \right)^n$ равна 16 384. Найдите член, содержащий x^4 .

ТЕСТ 7

АЛГЕБРА

1 Вычислите значение выражения: $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + 25 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} - 16^{0,25}$.

2 Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} i^3 & 2 - 4i \\ 1 - 3i & 4 - i \end{pmatrix}$, где $i^2 = -1$.

3 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\sqrt{6x - 14} \geq x - 1$.

- 4 Пусть дано выражение $E(\alpha) = \frac{\sin^2(\alpha) - 1,5}{\cos^2(\alpha)}$. Найдите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{x^2 - 3x + 2}{4^{x+1} + 2^x - 5} \leq 0$.

Геометрия

6. Пусть дана окружность с центром O и точки A, B, C , принадлежащие окружности. Найдите длину меньшей дуги AC , если радиус окружности равен 6 см и $m(\angle ABC) = 30^\circ$.
7. Стороны оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 4 см и 8 см соответственно. Найдите площадь боковой поверхности усеченной пирамиды, если ее высота равна 1 см.
- 8 Пусть дан треугольник ABC , в котором сторона $AB = 8$ см, $BC = 6$ см, а биссектриса $BD = 4$ см. Определите длину стороны AC .

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

- 9 Исследуйте ограниченность последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{n^2 + 1}{n + 4}$.
- 10 Пусть дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$.
- а) Определите интервалы выпуклости и вогнутости функции f .
- б) Пусть дана функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Определите наклонную асимптоту к $+\infty$ графика функции g .
- в) Пусть дана функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(e^x)$. Определите первообразную G функции g , график которой проходит через начало координат.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 На уроке физкультуры класс из 20 учащихся разделили на две команды. Какова вероятность того, что Андрей и Кэлин будут играть в одной команде?
- 12 Определите количество рациональных членов в разложении степени бинома $\left(\sqrt[5]{x^2} + \sqrt{x}\right)^{80}$.

ТЕСТ 8

АЛГЕБРА

- 1 Вычислите значение выражения: $0,00032^{0,2} + \left(\frac{25}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} + 17^0$.
- 2 Покажите, что определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 - 2i & i^4 \\ 5 + 6i^3 & 1 + 2i \end{pmatrix}$, где $i^2 = -1$, является чисто мнимым числом.
- 3 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $2\sqrt{x-5} = x - 4$.
- 4 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{-1 + \log_2 |2x+6|}{x^2+6x} < 0$.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $8 \sin^2(x) + 3 \cos(2x) - 4 - \sin(x) = 0$, для $|x| < 3$.

ГЕОМЕТРИЯ

- 6 Пусть дан треугольник ABC , в котором $BC = 9$ см, $NC = 3$ см, $MN = 3$ см и $MN \parallel AC$. Найдите длину стороны AC .
- 7 Длина меньшего основания усеченного прямого кругового конуса равна 4π см, а высота равна 3 см. Найдите объем усеченного конуса, если его образующая составляет с плоскостью большего основания угол 45° .
- 8 Полная площадь поверхности правильного тетраэдра равна $36\sqrt{3}$ см². Найдите величину косинуса угла, образованного апофемой с плоскостью основания, если объем тетраэдра равен $9\sqrt{3}$ см³.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

- 9 Исследуйте на четность/нечетность функцию $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3-27}{x^2+4}$.
- 10 Пусть дана функция $f: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}$.
 - а) Определите точки локального экстремума функции f .
 - б) Определите наклонную асимптоту к $+\infty$ графика функции f .
 - в) Вычислите $\int_0^2 f(x)dx$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 В 7-этажный дом на первом этаже входят 4 человека. Они могут подняться на лифте на любой из этажей, начиная со второго. Определите вероятность того, что только 2 человека поднимутся на последний этаж.

- 12 Биномиальный коэффициент третьего члена в разложении степени бинома $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ на 8 больше суммы биномиальных коэффициентов первого и второго членов. Найдите номер члена, содержащего x^{-4} .

ТЕСТ 9

АЛГЕБРА

- 1 Вычислите значение выражения: $\log_{25} 125 + \log_2(2\sqrt{2})$.
- 2 Найдите сопряженное число для комплексного числа $z = \frac{2-9i}{4-i}$, где $i^2 = -1$.
- 3 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\log_2(x+1) + \log_2(x-2) = 2$.
- 4 Найдите действительные значения x , при которых матрица $D(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ x & x & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ является обратимой.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\cos^2(x) + 0,5 \sin(2x) = 0$, для которого $x \in [0; \pi]$.

ГЕОМЕТРИЯ

- 6 Пусть дан куб, диагональ которого равна $5\sqrt{6}$ см. Найдите полную площадь поверхности куба.
- 7 Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3 см и 2 см, объем которого равен 36 см^3 .
- 8 Основанием четырехугольной пирамиды является равнобедренная трапеция с периметром 58 см и основаниями, равными 11 см и 21 см. Найдите объем пирамиды, если высота трапеции равна 12 см, а все боковые ребра равны между собой и имеют длину $\frac{65\sqrt{2}}{6}$ см.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

- 9 Пусть дана геометрическая прогрессия $(b_n)_{n \geq 1}$, в которой $b_1 = -32$ и $b_8 = \frac{1}{4}$. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.
- 10 Пусть дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{2x^2 + 4}$.
- а) Определите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции f образует с положительным направлением оси Ox угол 45° .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)-2}{x} \right)$.

в) Пусть дана функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$. Определите объем тела вращения, полученного вращением графика функции g вокруг оси Ox и ограниченного прямыми $x = 1$ и $x = 2$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 Игральный кубик подбрасывают до тех пор, пока не выпадет грань с 4 очками. Найдите вероятность того, что кубик будет подброшен не менее 2 раз и менее 5 раз.
- 12 Сумма биномиальных коэффициентов второго и предпоследнего членов в разложении степени бинoma $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2}\right)^n$ равна 20. Найдите член, содержащий x .

ТЕСТ 10

- 1 Вычислите значение выражения: $\sqrt{\sqrt{16,5}} + \sqrt{0,25} + 2^{-1}$.
- 2 Найдите действительные значения a , при которых остаток от деления многочлена $P(X) = 3X^4 - 2aX^3 - 12X^2 + 8X - a - 2$ на $Q(X) = X + 2$ равен 27.
- 3 Решите в $\mathbb{C}$ уравнение: $(1 + i)z^2 - (2 - i)z + 1 - 2i = 0$.
- 4 Найдите действительные значения m , при которых матрица $D(m) = \begin{pmatrix} -m & 5 & m \\ -4 & m & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ является обратимой.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\sqrt{-3x^2+10x-7}}{4^x-2^{2+x}} > 0$.

ГЕОМЕТРИЯ

- 6 Пусть дана равнобедренная трапеция $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 4$ см, $AD = BC = 10$ см и высота трапеции равна 6 см. Найдите площадь трапеции.
- 7 Основанием правильной треугольной призмы является равнобедренный треугольник, две стороны которого равны по 13 см, а третья сторона равна 24 см. Найдите площадь сечения, проходящего через боковое ребро и середину большей стороны основания, если объем этой призмы равен 180 см^3 .
- 8 Пусть дан параллелограмм $ABCD$, в котором $BC = 21$ см, $AC = 18$ см и $m(\angle AOB) = 60^\circ$. Найдите площадь параллелограмма.

- 9 Найдите множество значений $E(f)$ для функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \sin x + 5$.
- 10 Пусть дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$.
- а) Напишите уравнение касательной к графику функции f , проходящей через точку $E(1; 2)$.
- б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - x)$.
- в) Пусть дана функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{f(x)}$. Определите площадь подграфика функции g , ограниченного осью Ox и прямыми $x = -1$ и $x = \sqrt{6}$.

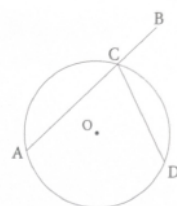
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 случайным образом составляется четырехзначное число. Определите вероятность того, что цифры в составленном числе не повторяются и само число делится на 2.
- 12 Отношение биномиальных коэффициентов третьего и второго членов в разложении степени бинома $\left(\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ равно 6. Определите член, содержащий x .

ТЕСТ 11

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} + 0,5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$.
2. Дано многочлен $P(X) = 2X^5 + 3X^3 - (m+1)X^2 + (m-1)X + 6 + m$. Найдите действительные значения m , при которых многочлен $P(X)$ делится без остатка на $Q(X) = X + 1$.
3. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\log_x(4x^2 - 3x) = 3$.
4. Найдите комплексное число $z = a + bi, i^2 = -1$, для которого $\frac{5\bar{z}}{-2+z} = 5 + i$, где $\bar{z}$ — сопряжённое комплексное число.
5. Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\sqrt{\pi x - x^2}(\cos(2x) + \sin(2x) + 2\sin^2(x)) = 0$.
6. Найдите градусную меру меньшей дуги AD , если $m(\angle DCB) = 102^\circ$.



7. Основанием призмы является параллелограмм со сторонами 3 см и 8 см и углом 60° . Найдите объём призмы, если площадь её боковой поверхности равна 220 см^2 .

8. Дан остроугольный треугольник ABC , в котором $AB = 5 \text{ см}$, $BC = 6 \text{ см}$ и $AC = \sqrt{13} \text{ см}$. Найдите площадь треугольника ABD , если точка D — середина стороны BC .

9. Дана арифметическая прогрессия $(a_n)_{n \geq 1}$, в которой $a_5 = 8$ и $a_9 = 2$. Найдите a_6 .

10. Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2 + x)e^{x+2}$.

а) Найдите точки перегиба функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{f(x)}{x+2} \right)$.

с) Найдите первообразную F функции f , график которой проходит через точку $M(0; 2e^2)$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Анна и Ион вместе с ещё 8 коллегами идут на концерт. Найдите вероятность того, что Анна и Ион будут сидеть рядом, если все они садятся в один ряд из 10 стульев.

12. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома $(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x})^n$ равна 128. Найдите член разложения, содержащий x^2 .

ТЕСТ 12

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $\frac{1}{\log_3 6} + \log_6 12 - \log_3 1$.

2. Дано комплексное число $z = \begin{vmatrix} 2 + 2i & 6 \\ 1 & 5 - i \end{vmatrix}$, где $i^2 = -1$. Вычислите модуль числа z .

3. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\sqrt{x^2 - 4x} \leq 2x$.

4. Найдите значение выражения $\frac{26}{7} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos(x) = \frac{5}{13}$ и $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

5. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{5 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 25^x}{x} \geq 0$.

6. Дан прямоугольный треугольник ABC , вписанный в окружность, $m(\angle BAC) = 90^\circ$.

Найдите длину стороны AC , если $AB = 6$ см и радиус окружности равен 5 см.

7. Основанием прямого кругового конуса является круг с центром O , а его образующая

составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объём конуса MBN , где $MN \parallel AC$,

если $BC = 12$ см и $OO_1 = 4$ см.



8. Объём правильной усечённой треугольной пирамиды равен $1750\sqrt{3}$ см³. Вычислите котангенс угла, образованного апофемой усечённой пирамиды с плоскостью большего основания, если периметр меньшего основания в 4 раза меньше периметра большего основания, а их сумма равна 150 см.

9. Дана последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_{n+1} = -2a_n + 6$, $a_1 = 1$. Найдите сумму $a_4 + a_3$.

10. Дана функция $f : [-6; 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2+8}$.

а) Найдите точки глобального экстремума функции f .

б) Дана функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Найдите наклонную асимптоту при $+\infty$ к графику функции g .

с) Вычислите $\int_0^2 \frac{1}{f(x)} dx$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. Вероятность того, что первый игрок в гольф попадёт мячом в лунку с первого раза, равна 0,6, а вероятность того, что второй игрок попадёт мячом в лунку с первого раза, равна 0,8. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них попадёт мячом в лунку с первого раза.

12. Найдите количество иррациональных членов разложения бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{100}$.

ТЕСТ 13

АЛГЕБРА

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{16}{81}\right)^{0,25} - 4^0 + \sqrt{3}^{-2}$.

2. Дано комплексное число $z = (3 - 5i)(1 + 42i) - 6 + 7i^{13}$, где $i^2 = -1$. Вычислите разность между действительной частью и мнимой частью.

3. Дано $d = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{x^2-d}{x-4} \geq 0$.

4. Дано выражение $E(\alpha) = \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{\cos^2(x)}$. Найдите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

5. Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\sqrt{\log_3(x^2 - 3x + 27)} - 2 \geq 1$.

GEOMETRIE

6. В треугольнике ABC отрезок BD является биссектрисой угла ABC . Найдите длину отрезка AD , если $BC = 6$ см, $AB = 9$ см и $DC = 3$ см.

7. Основанием правильной треугольной пирамиды является треугольник со стороной 12 см. Найдите объём пирамиды, если длина её бокового ребра равна $4\sqrt{7}$ см.

8. В треугольнике ABC сторона $AB = 21$ см, высота $AN = 22,5$ см и $m(\angle APB) = 60^\circ$. Найдите длину высоты BM , если точка P является точкой пересечения высот.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

9. Исследуйте на чётность функцию $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x}}{x}$.

10. Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$.

а) Найдите промежутки монотонности функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - \ln 5}{x - 1} \right)$.

в) Вычислите $\int_0^1 f(x - 1) dx$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11. На 9 карточках написаны буквы А, С, U, M, U, L, A, R, E. Наугад извлекают 3 карточки. Найдите вероятность того, что получится слово AUR.

12. Отношение биномиальных коэффициентов третьего и второго членов разложения бинома $\left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ равно 35. Найдите номер члена разложения, содержащего x^{13} .

ТЕСТ 14

- 1 Вычислите значение выражения $\log_4 \frac{1}{64} + 0,25 \log_{\sqrt{9}} 81$.
- 2 Пусть комплексное число $z = \begin{vmatrix} 1 & 2-i & 0 \\ 1+i & 1 & 2 \\ 3 & 1-i & -1 \end{vmatrix}$, где $i^2 = -1$. Найдите $\frac{\operatorname{Re} z}{\operatorname{Im} z}$.
- 3 Определите остаток от деления многочлена $P(X) = X^4 + 2X - 2 - a$ на многочлен $Q(X) = X^2 - 2$, если остаток от деления при $X = 2$ равен 8.
- 4 Найдите значение выражения: $9 \operatorname{tg}(x) - 25 \sin(2x)$, если $\cos(x) = -\frac{3}{5}$ и $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{3}} \leq 0$.
- 6 Пусть $ABCD$ — равнобедренная трапеция, $AB \parallel CD$, $AB = 1$ см, $AD = BC = 4$ см и $CD = 5$ см. Найдите периметр трапеции $MABN$, если MN — средняя линия.
- 7 Пусть $ABCD$ — ромб с периметром, равным 20 см. Найдите высоту ромба, если одна из его диагоналей имеет длину 8 см.

- 8 В основание прямого кругового конуса вписан треугольник, площадь которого равна $10\sqrt{3}$ см², а две его стороны имеют длины 5 см и 7 см. Найдите высоту конуса, если образующая составляет с плоскостью основания угол 60° .



- 9 Найдите множество значений $E(f)$ для функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^x + 4$.
- 10 Пусть функция $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x + 4$.

а) Найдите точки локального экстремума функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-x}{f(x)-4} \right)$.

с) Пусть функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 4$. Определите площадь подграфика функции g , ограниченного осью Ox и прямыми $x = 1$ и $x = e$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 Игральный кубик бросают до тех пор, пока не выпадет грань с 3 очками. Найдите вероятность того, что кубик будет брошен 4 раза.
- 12 Отношение биномиальных коэффициентов третьего и второго членов разложения бинома $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}} \right)^n$ равно 6. Найдите член разложения, содержащий x^{-3} .

ТЕСТ 15

- 1 Вычислите значение выражения $\sqrt[5]{27^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{9}{32}\right)^{-1}}$.
- 2 Найдите действительные значения a , при которых остаток от деления многочлена $P(X) = (a + 3)X^5 - 2X^3 + (9 + a)X^2 + 2X + 7 - a$ на многочлен $Q(X) = X - 2$ равен -13 .
- 3 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\log_6(2x - 1) + \log_6(x - 6) = 1$.
- 4 Найдите комплексное число $z = a + bi$, $i^2 = -1$, для которого $\frac{\bar{z}}{2+z} = 1 + 2i$, где $\bar{z}$ — сопряженное комплексное число.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\frac{1 - \sin(2x) + \cos^2(x)}{1 - \sin^2(x)} - 1 = 0$, для которого $|x| < 2$.
- 6 Пусть дан куб с диагональю грани, равной 4 см. Найдите полную площадь поверхности куба.
- 7 Пусть дан усеченный прямой круговой конус с радиусами оснований 3 см и 7 см. Вычислите объем усеченного конуса, если площадь его боковой поверхности равна 50π см².
- 8 Боковые стороны равнобедренной трапеции имеют длину 12 см, а мера угла при основании равна 60° . Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если в трапецию можно вписать окружность.
- 9 Исследуйте на ограниченность последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{-n^2 - 3}{n + 3}$.
- 10 Пусть функция $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{2-x}$.

а) Найдите интервалы выпуклости функции f .

б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f(-x))^{2x+1}]$.

с) Пусть функция $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x)$. Найдите первообразную G функции g , график которой проходит через точку $A(4; -2 \ln 2)$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 случайным образом составляется четырехзначный код. Найдите вероятность того, что цифры в коде не повторяются и код содержит последовательность «23».

- 12 Сумма биномиальных коэффициентов четного порядка разложения бинома $\left(x\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{x}\right)^n$ равна 2048. Найдите член разложения, содержащий x^9 .

ТЕСТ 16

- 1 Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{-243 \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)^{-2}}$.
- 2 Пусть комплексное число $z = (3 + 2i)(6 - i) - 6 + 2i^7$. Вычислите $\frac{\operatorname{Im} z}{\operatorname{Re} z}$.
- 3 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\sqrt{10 - 3x} + 2 < x$.
- 4 Пусть выражение $E(x) = \begin{vmatrix} 4 \sin(x) & -4 \\ \sin^2(x) & \cos(x) \end{vmatrix}$. Найдите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{\sqrt{\log_3(x-1)-3}}{4^x-8 \cdot 2^x+16} > 0$.
- 6 Цилиндр имеет длину окружности основания 6π см и высоту 7 см. Найдите объем цилиндра.
- 7 Основанием прямой треугольной призмы является равнобедренный треугольник с периметром, равным 32 см, а основание треугольника на 2 см больше, чем его равные стороны. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если объем призмы равен 96 см^3 .
8. В треугольнике ABC , $AB = 12$ см, $AC = 6$ см, а биссектриса BD делит сторону BC так, что $BD = 4$ см. Определите длину биссектрисы AD .
9. Дана геометрическая прогрессия $(b_n)_{n \geq 1}$, где $b_1 = 0,5\sqrt{2}$ и $b_6 = 4$. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.
10. Дана функция $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2-3}{x+2}$.
 - а) Определите точки локального экстремума функции f .
 - б) Определите наклонную асимптоту к $+\infty$ графика функции f .
 - в) Вычислите $\int_{-3}^3 |f(x)(2+x)| dx$.

11. Студент выучил к экзамену 7 вопросов из 10. Определите вероятность того, что он сдаст экзамен, если экзаменационный билет состоит из 3 вопросов, а для успешной сдачи необходимо ответить как минимум на 2 из них.

12. Отношение биномиальных коэффициентов третьего и второго членов разложения бинома $\left(\sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{x^2}\right)^n$ равно $\frac{17}{2}$. Определите член, содержащий x^8 .

ТЕСТ 17

Алгебра

1. Вычислите значение выражения

$$\left(\frac{13}{2}\right)^{-1} \cdot 169^{0,5} + 9^{1,5}.$$

2. Определите действительные значения a , при которых остаток от деления многочлена

$$2aX^4 - 7X^3 + 2X^2 - 10X + a$$

на

$$Q(X) = X - 1$$

равен 3.

3. Решите в множестве $\mathbb{C}$ уравнение

$$4iz^2 - (4 + 2i)z + 1 - i = 0.$$

4. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - 2^x} & 1 \\ 17 & \sqrt{1 + 2^x} \end{pmatrix}.$$

Определите действительные значения x , при которых матрица A является обратимой.

5. Решите в множестве $\mathbb{R}$ уравнение

$$\sqrt{4 - x^2} (\sqrt{3} \sin x - \cos x) = 0.$$

6. В треугольнике ABC , $MN \parallel AC$, $AB = 8$ см, $AM = 3$ см, $NC = 6$ см. Найдите длину стороны BC .

7. Основанием прямого кругового конуса является круг длиной 10π см. Найдите полную площадь поверхности конуса, если образующая образует с плоскостью основания угол 45° .

8 Дан треугольник ABC , где $m(\angle ABC) = 120^\circ$, $AB = 8$ см и $BC = 16$ см. Найдите длину биссектрисы BD .

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

9 Исследуйте четность функции $f : \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\cos(x)+3}{x^2-4}$.

10 Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} + x$.

а) Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке $x_0 = 1$.

б) Определите наклонную асимптоту к $-\infty$ графика функции f .

с) Дана функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)-x}{x}$. Определите объем тела вращения функции g вокруг оси Ox , ограниченного прямыми $x = 1$ и $x = 2$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11 Бросают 4 игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6.

Определите количество рациональных членов в разложении бинома $(\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{5})^{72}$

ТЕСТ 18

АЛГЕБРА

1 Вычислите значение выражения $10^{-\lg 3} + \log_{27} 9 - \lg 100$.

2 Дано комплексное число $z = (2i - 5)(1 + 4i) + 1 - 13i^7$, где $i^2 = -1$. Вычислите модуль комплексного числа z .

3 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $3 \cdot 2^{x+3} + 2^x > 100$.

- 4 Разложите на неприводимые множители многочлен $P(X) = X^4 + 7X^3 + 12X^2 - 4X - 16$, если $X = -2$ является двойным корнем.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $-2 \log_3(x^2) + \log_3^2\left(\frac{-x}{3}\right) - 4 = 0$.

ГЕОМЕТРИЯ

- 6 Дан круг с центром O и $m(\angle ABC) = 47^\circ$. Найдите $m(\angle AOC)$.
- 7 Основанием прямой четырёхугольной пирамиды является прямоугольник с периметром 20 см и одной стороной 4 см. Найдите объём пирамиды, если боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45° .
- 8 Осевым сечением усечённого прямого кругового конуса является равнобедренная трапеция с длинами оснований 8 см и 10 см. Найдите объём усечённого конуса, если отношение его диагонали к его высоте равно $\frac{5}{4}$.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ

- 9 Найдите множество значений $E(f)$ для функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos(2x + 1) - 3$
- 10 Дана функция $f : \left[\frac{\pi}{6}; \pi\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cos(x) + x$.
- а) Определите точки глобального экстремума функции f .
- б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x) - 2}{2x} \right)$.
- с) Дана функция $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x) - x}{2}$. Определите объём тела вращения функции g вокруг оси Ox , ограниченного прямыми $x = 0$ и $x = \frac{\pi}{2}$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

- 11 В школьном совете 5 учеников 12-го класса, 3 ученика 11-го класса и один ученик 10-го класса. Формируется комиссия из 3 учеников. Определите вероятность того, что в комиссию войдет хотя бы по одному ученику из каждого класса.
- 12 Сумма биномиальных коэффициентов второго и предпоследнего членов разложения бинома $\left(\sqrt[5]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ равна 40. Найдите член, содержащий x^{-3} .

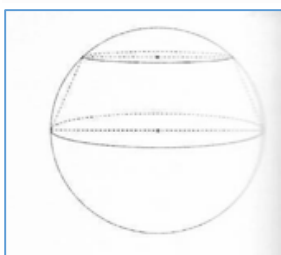
ТЕСТ 19

АЛГЕБРА

- 1 Вычислите значение выражения $\log_4 32 - \log_9 27 + \log_3 6 - \log_3 2$.
- 2 Дано комплексное число $z = 1 + 2i$, где $i^2 = -1$. Вычислите обратное число для комплексного числа z .
- 3 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\sqrt{x-1} = x-3$.
- 4 Определите значение выражения $\frac{1-\operatorname{ctg}(x)}{\sin^2(x)}$, если $\cos(x) = \frac{4}{5}$ и $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$.
- 5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $\begin{vmatrix} 4^{x+1} & 3^x \\ 13 \cdot 2^x - 3^{x+2} & 1 \end{vmatrix} = 0$.

ГЕОМЕТРИЯ

- 6 Дано прямоугольный треугольник ABC , $m(\angle ACB) = 90^\circ$, $BC = 5$ см и медиана $CM = 6,5$ см. Найдите длину стороны AC .
- 7 Стороны оснований усечённой правильной четырёхугольной пирамиды имеют длины 2 см и 8 см. Найдите боковую площадь усечённой пирамиды, если высота пирамиды равна $\sqrt{7}$ см.
- 8 Сфера с площадью поверхности 1156π см² пересечена плоскостью на расстоянии 15 см от центра сферы. Вычислите объём усечённого конуса, вписанного в сферу, если плоскость большего основания совпадает с плоскостью центра сферы, а плоскость меньшего основания совпадает с плоскостью сечения сферы.



- 9 Дана последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_{n+1} = 3a_n - 5$, $a_1 = 2$. Найдите a_4 .
- 10 Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2-x}$.
а) Напишите уравнение касательной к графику функции f , проходящей через точку $M(1; 1)$.

b) Вычислите $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f(-x)(5+x))^{x+2}]$.

c) Вычислите $\int_{-2}^1 f(x) \left(\frac{2-x}{x^2+4x+13} \right) dx$.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

11 Вероятность того, что первая гоночная машина сломается во время гонки, равна 0,4, а вероятность того, что вторая гоночная машина сломается во время гонки, равна 0,3. Определите вероятность того, что только одна машина будет нуждаться в ремонте.

12 Определите количество рациональных членов разложения бинома $(\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x^2})^{32}$.

ТЕСТ 20

АЛГЕБРА

1 Вычислите значение выражения $2 \log_6 2 + 0,5 \log_6 81$.

2 Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1+i & i^5 \\ 2 & 1-2i \end{pmatrix}$, где $i^2 = -1$.

3 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $2\sqrt{x+1} = x - 2$.

4 Решите в $\mathbb{R}$ неравенство: $\frac{1}{\sqrt{4-2x}} \geq \sqrt{x-1}$.

5 Решите в $\mathbb{R}$ уравнение: $3 \sin^2(x) - (3 + \sqrt{3}) \sin(x) \cos(x) + \sqrt{3} \cos^2(x) = 0$ для $x \in [0; 2\pi]$.

ГЕОМЕТРИЯ

6 Дан треугольник ABC , где $AB = 6$ см, $AM = 2$ см, $MN = 2$ см и $MN \parallel AC$.
Найдите длину стороны AC .

7 Основанием призмы является параллелограмм со сторонами 2 см и 6 см и углом 135° .
Найдите объём призмы, если её боковая площадь равна 320 см^2 .

8 Дан треугольник ABC , где $AB = 8$ см, $BC = 6$ см и биссектриса $BD = 4$ см.
Определите длину стороны AC .

9 Исследуйте монотонность последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = \frac{n-3}{2n+1}$.

10 Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x+3}$.

а) Определите интервалы монотонности функции f .

б) Определите наклонную асимптоту к $+\infty$ графика функции f .

с) Определите площадь подграфика, ограниченного графиком функции f , пересечением с осью Ox и прямыми $x = -2$ и $x = 2$.

**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

11 Внутри банка есть три окошка, пронумерованные от 1 до 3. В течение дня заходит 7 человек. Определите вероятность того, что три человека подойдут к окошку № 1, два человека — к окошку № 2 и два человека — к окошку № 3.

12 Сумма биномиальных коэффициентов разложения степени бинома $(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x})^n$ равна 128. Определите член, содержащий x^2 .

Răspunsuri

T2 1) 4; 2) 1; 3) $S = \{10, 5\}$; 4) $(x-1)^2(x+3)(x+4)$; 5) $S = \left\{-1; -\frac{\pi}{6}; 1\right\}$; 6) $144\pi \text{ cm}$; 7) 120 cm^3 ; 8) $\sqrt{21} \text{ cm}$; 9) șirul este mărginit inferior și superior; 10) a) $x = 6$ - punct de max. global; $x = 1$ - punct de min. global; b) $\frac{10}{11}$; c) $H(x) = (x-6)\ln(6-x) - x - x\ln 3 + 2$; 11) $\frac{1}{4}$; 12) x^{-7} ;

T3 1) -9; 2) 2; 3) $S = \left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$; 4) $z = 5 - i$; 5) $S = (0; 4) \setminus \left\{\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}\right\}$; 6) 2 cm; 7) 9,6 cm; 8) 2 cm; 9) f este pară; 10) a) $x = 0$ - punct de max. local; b) $\frac{e^2}{4}$; c) $-\ln 2$; 11) $\frac{35}{3888}$; 12) $21x^{10}$;

T4 1) 1; 2) 110; 3) $S = \left\{-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i\right\}$; 4) $\frac{5+12\sqrt{3}}{26}$; 5) $S = (-4; 1) \cup \left(\frac{5}{3}; 4\right)$; 6) 24 cm; 7) 2,6 cm; 8) $3\sqrt{10} \text{ cm}$; 9) $E(f) = [-10; 8]$; 10) a) $y = xe$; b) e ; c) $F(x) = \frac{(4x-1)e^{2x+1}}{4} + \frac{3e}{4}$; 11) 0,441; 12) 4 termeni raționali;

T5 1) -1; 2) 5; 3) $S = \{7\}$; 4) $a = -2$; $b = 12$; 5) $S = \left\{0; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$; 6) $160\pi \text{ cm}^2$; 7) $48\sqrt{3} \text{ cm}^3$; 8) $\frac{7\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$; 9) 145; 10) a) $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$; b) $y = 2$; c) 8 u.p.; 11) $\frac{1}{990}$; 12) $6x$;

T6 1) 0; 2) 4; 3) $S = [-2; 1] \cup (2; 6)$; 4) $z = 1 + 2i$; 5) $S = \left(\frac{1}{25}; 5\right) \cup (26; +\infty)$; 6) 125 cm^2 ; 7) $42\sqrt{3} \text{ cm}^3$; 8) 40 cm^3 ; 9) șirul este monoton crescător; 10) a) $x = -2$; $x = 2$; - puncte de inflexiune; b) $\frac{1}{2}$; c) $F(x) = x\ln(x^2+4) - 2x + 4\arctg \frac{x}{2} + 2$; 11) $\frac{1}{54}$; 12) $455x^4$;

T7 1) 5; 2) $9 + 6i$; 3) $S = [3; 5]$; 4) $\sqrt{2} - 3$; 5) $S = (-\infty; 0) \cup [1; 2]$; 6) $2\pi \text{ cm}$; 7) $24\sqrt{5} \text{ cm}^2$; 8) $\frac{14\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$; 9) șirul este mărginit inferior; 10) a) $x = -\sqrt{3}$; 0; 3; - puncte de inflexiune; b) $y = x$; c) $G(x) = \arctg(e^x) - \frac{\pi}{4}$; 11) $\frac{9}{19}$; 12) 6 termeni raționali;

T8 1) 2; 2) $6i$; 3) $S = \{6\}$; 4) $S = (-6; -4) \cup (-2; 0)$; 5) $S = \left\{-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right\}$; 6) 4,5 cm; 7) $39\pi \text{ cm}$; 8) $\frac{1}{2}$; 9) f nu este nici pară, nici impară; 10) a) $x = -5$ - punct de max. local; $x = 1$ - punct de min. local; b) $y = x - 2$; c) $9\ln 2 - 2$; 11) $\frac{25}{216}$; 12) T ;

T9 1) 3; 2) $z = 1 + 2i$; 3) $S = \{3\}$; 4) $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{2}\}$; 5) $S = \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right\}$; 6) 300 cm^2 ; 7) $4\sqrt{3} \text{ cm}$; 8) $\frac{2080}{3} \text{ cm}^3$; 9) $-\frac{1}{2}$; 10) a) $\sqrt{2}$; b) 0; c) $(4\ln 2 + 3)\pi$ u.c.; 11) $\frac{455}{1296}$; 12) $10x$;

T10 1) 3; 2) 3; 3) $S = \left\{1; \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right\}$; 4) $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 5\sqrt{2}\}$; 5) $S = \left(2; \frac{7}{3}\right)$; 6) 72 cm^2 ; 7) 15 cm^2 ; 8) $135\sqrt{3} \text{ cm}^2$; 9) $E(f) = [3; 7]$; 10) a) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$; b) 1; c) $5 - 2\sqrt{3}$ u.p.; 11) $\frac{5}{36}$; 12) $286x$;

T11 1) 1; 2) 5; 3) $S = \{3\}$; 4) $z = 102 + 10i$; 5) $S = \left\{0; \frac{3\pi}{4}; \pi\right\}$; 6) 156° ; 7) $120\sqrt{3} \text{ cm}^3$; 8) $\frac{9}{2} \text{ cm}$; 9) 6,5; 10) a) $x = -4$; - puncte de inflexiune; b) 1; c) $F(x) = (x+2)e^{x+2} + e^2$; 11) $\frac{1}{5}$; 12) $21x^2$;

T12 1) 2; 2) 10; 3) $S = [4; +\infty) \cup \{0\}$; 4) $-\sqrt{2}$; 5) $S = [1; +\infty)$; 6) 8 cm; 7) $16\pi \text{ cm}^3$; 8) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 9) 8;
10) a) $x = 2$; - punct de max. global; $x = -4$ - punct de min. global; b) $y = x - 1$; c) $9\ln 3$;
11) 0,92; 12) 84;

T13 1) 0; 2) -21; 3) $S = [-3; 3] \cup (4; +\infty)$; 4) $\sqrt{2}$; 5) $S = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$; 6) 4,5 cm;
7) $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$; 8) 13,5 cm; 9) f este impară; 10) a) f este descrescătoare pe $(-\infty; -1]$; f este
crescătoare pe $[-1; +\infty)$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$; 11) $\frac{1}{126}$; 12) T_{56} ;

T14 1) -2; 2) -4; 3) $2x - 8$; 4) -12; 5) $S = (-2; -1] \cup \{5\}$; 6) 8 cm; 7) 4,8 cm; 8) $\frac{343\pi}{3} \text{ cm}^3$;
9) $E(f) = (4; +\infty)$; 10) a) $x = \frac{1}{e}$ - punct de min. local; b) -1; c) $\frac{e^2+1}{4} \text{ u.p.}$; 11) $\frac{125}{1296}$;
12) $715x^{-3}$;

T15 1) 2; 2) -4; 3) $S = \left\{\frac{13}{2}\right\}$; 4) $z = -3 + i$; 5) $S = \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$; 6) 48 cm^2 ; 7) $79\pi \text{ cm}^3$;
8) $2\sqrt{21} \text{ cm}$; 9) șirul este mărginit superior; 10) a) f este concavă pe $(-\infty; 2)$; f este convexă pe
 $(2; +\infty)$; b) e^2 ; c) $G(x) = \frac{x^2}{2} - x - 2\ln|x-2| - 4$; 11) $\frac{1}{36}$; 12) $964x^9$;

T16 1) -6; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $S = \left(3; \frac{10}{3}\right]$; 4) $3 - \sqrt{3}$; 5) $S = (28; +\infty)$; 6) $63\pi \text{ cm}^3$; 7) 64 cm^2 ; 8) 8 cm;
9) $\sqrt{2}$; 10) a) $x = -3$ - punct max. local; $x = -1$ - punct de min. local; b) $y = x - 2$; c) $8\sqrt{3}$;
11) $\frac{49}{60}$; 12) $153x^8$;

T17 1) 29; 2) 6; 3) $S = \left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i; -\frac{1}{2}i\right\}$; 4) $x \in (-\infty; 0]$; 5) $S = \left\{-2; \frac{\pi}{6}; 2\right\}$; 6) 10 cm;
7) $25(\sqrt{2}+1)\pi \text{ cm}^2$; 8) $\frac{16}{3} \text{ cm}$; 9) f este pară; 10) a) $y = 2x + 2$; b) -2; c) $(4\ln 2 + 3)\pi \text{ u.c.}$;
11) $\frac{5}{648}$; 12) 4;

048

T18 1) -1; 2) 13; 3) $S = (2; +\infty)$; 4) $(x+2)^2(x-1)(x+4)$; 5) $S = \{-243; -3\}$; 6) 94° ;
7) $24\sqrt{13} \text{ cm}^3$; 8) $976\pi \text{ cm}^3$; 9) $E(f) = [-4; -2]$; 10) a) $x = \frac{\pi}{6}$ - punct max. global
 $x = \pi$ - punct min. global; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{\pi}{4} \text{ u.c.}$; 11) $\frac{5}{28}$; 12) $15504x^{-3}$;

T19 1) 2; 2) $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$; 3) $S = \{5\}$; 4) $\frac{25}{27}$; 5) $S = \{-2; 0\}$; 6) 12 cm; 7) 80 cm^2 ; 8) $2445\pi \text{ cm}^3$; 9) -
11; 10) a) $y = x$; b) e^3 ; c) $\frac{\pi}{12}$; 11) 0,46; 12) 2;

T20 1) 2; 2) $3 - 3i$; 3) $S = \{8\}$; 4) $S = [1; 2)$; 5) $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{4}\right\}$; 6) 3 cm; 7) $120\sqrt{2} \text{ cm}^3$;
8) $\frac{14\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$; 9) șirul este monoton crescător; 10) a) f este cresc. pe $(-\infty; -6] \cup [0; +\infty)$; f este
descresc. pe $[-6; 0] \setminus \{-3\}$; b) $y = x - 3$; c) $9\ln 5 - 12$; 11) $\frac{70}{729}$; 12) $35x^2$.