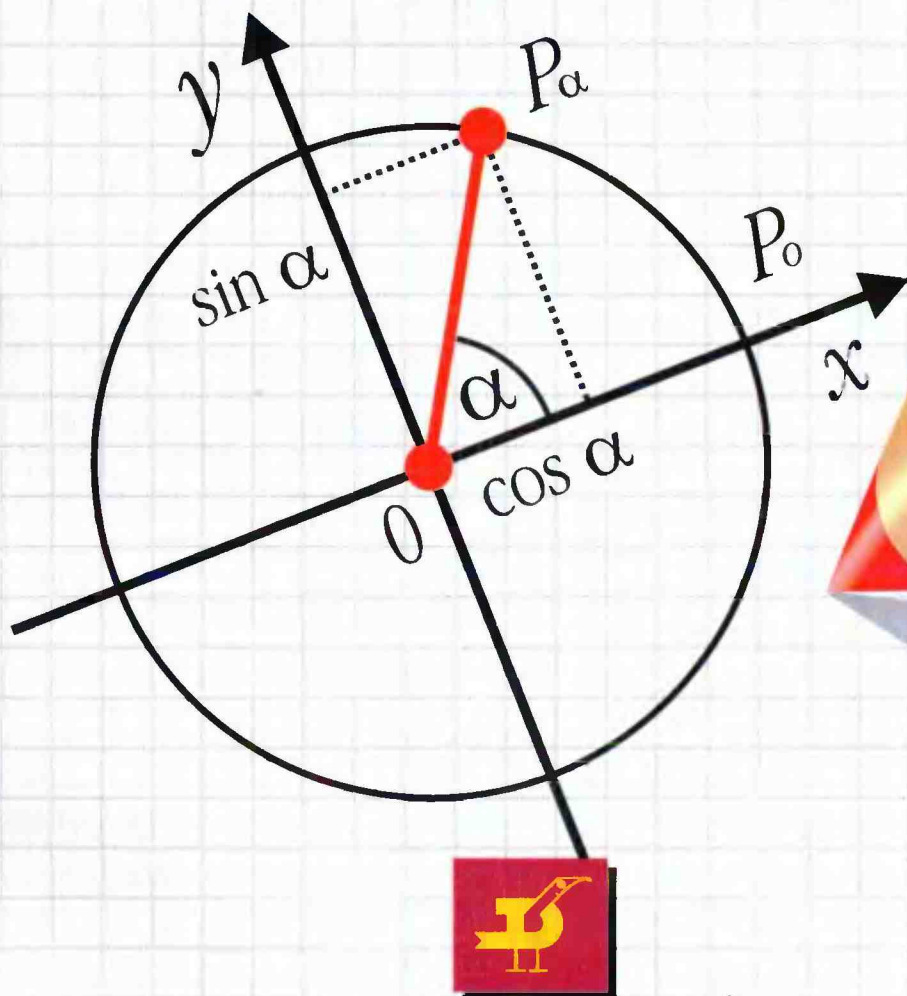


Л.И.Звавич, Л.Я.Шляпочник

Контрольные и проверочные работы по алгебре

10·11 К Л А С С Ы



ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «ДРОФА»

А
Р
Б
Е
Г
Д
А

Л.И.Звавич, Л.Я.Шляпочник

КОНТРОЛЬНЫЕ И ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

П О А Л Г Е Б Р Е

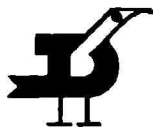
К Л А С С Ы

10-11

*Методическое
пособие*



5-е издание, стереотипное



ДРОФА
Москва · 2001

УДК 372.851
ББК 74.262.21
3-42

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
10 класс	6
Условия	7
Ответы	44
11 класс	54
Условия	55
Ответы	100

Звавич Л. И., Шляпочник Л. Я.

3-42 Контрольные и проверочные работы по алгебре.
10—11 кл.: Метод. пособие. — 5-е изд., стереотип. —
М.: Дрофа, 2001. — 112 с.: ил.

ISBN 5—7107—4748—3

Пособие содержит контрольные работы по всем важнейшим темам курса алгебры и начал математического анализа для 10—11 классов. Кроме того, в пособие включены проверочные, лабораторно-практические и итоговые контрольные работы за курс каждого класса, а также билеты для устной аттестации в конце года, дополнительные упражнения по теме «Параметры» и карточки для проведения индивидуальной итоговой контрольной работы по курсу 11 класса. Ко всем заданиям даны ответы.

Пособие адресовано учащимся, родителям, учителям математики и студентам педвузов.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

ISBN 5—7107—4748—3

© ООО «Дрофа», 1996

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данная книга является сборником контрольных работ по алгебре и началам анализа для 10 и 11 классов.

Контрольная работа является важным событием как для ученика, так и для учителя. И для одного и для другого это способ подвести определенный итог своей работы. Окончательное составление текущей контрольной работы, как правило, осуществляется учителем (а не слепо копируется из сборника, методического пособия и т. п.). Кому как не ему лучше всего известно, что надо проверить, какой уровень сложности надо задать в этом классе, как обеспечить уровневую дифференциацию. Эта книга и призвана помочь учителю в работе по составлению контрольной работы.

Большинство контрольных работ этой книги дано с некоторой долей избыточности, с тем чтобы учитель сам отобрал нужное число примеров, быть может меньшее.

В книге имеется набор контрольных работ по всем важнейшим темам курса алгебры и математического анализа. Все контрольные работы снабжены, помимо основных двух вариантов, еще и подготовительным вариантом. Подготовительный вариант может быть использован учителем для решения в классе или для задания на дом непосредственно перед контрольной работой, для задания на дом после разбора контрольной работы, ну и наконец просто как третий вариант контрольной работы.

Материал в контрольной работе распределен в основном по возрастанию степени трудности, которая задается или по принципу «до и после черты», или там, где специфическое распределение примеров этого не позволяет, по старой традиции — звездочками. Степень трудности, как мы уже писали, вещь достаточно условная и зависящая как от взглядов учителя, так и от уровня класса в целом. Мы являемся противниками очень маленьких по объему (по количеству и качеству примеров) контрольных работ. Конечно, укрупнение контрольных работ — процесс постепенный, но он должен идти. Утвержденный на 1996—97 учебный год новый «Сборник для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы» Кузнецовой Л. В. и др. содержит работы, состоящие уже не из шести, а из десяти заданий. Причем оценка «пять» ставится за полное выполнение девяти из них, а «три» — за выполнение пяти. Предлагаемые нами контрольные работы являются большими еще и потому, что учителю проще удалить

из текста те или иные примеры, чем додумывать недостающие. Вот почему данную книгу правильнее было бы назвать «СБОРНИК ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ».

Кроме контрольных работ в книгу по каждому классу включены:
проверочные работы;
лабораторно-практические работы;
итоговые контрольные работы за курс данного класса;
дополнительные упражнения, содержащие параметры;
билеты для устной итоговой аттестации.

Остановимся на каждом из этих видов поподробнее.

Проверочные работы даны по «главным» направлениям курса каждого класса: они как бы дополняют контрольные работы. По ним можно провести письменный зачет для отдельных учащихся или всего класса, они удобны для повторения темы в конце учебного года или даже в следующем учебном году, их можно давать новоприбывшим учащимся с целью определения уровня их подготовки.

Лабораторно-практические работы, как правило, многовариантны и по содержанию связаны в основном с функциями и графиками.

Итоговые контрольные работы за курс каждого класса приведены в различных модификациях, в зависимости от того, на сколько часов может или хочет дать ее преподаватель.

Дополнительные упражнения, связанные с параметрами, всегда вызывали сложности, так как в основных учебниках их либо вообще нет, либо они представлены в недостаточном объеме и качестве. Поэтому в каждом классе мы отдельно выделили небольшой блок «задач на параметры», отражающих программу данного класса. Это не контрольная работа, а вопросы и задания, которые каждый учитель использует по-своему.

Билеты для устной аттестации приведены или для индивидуальной работы, или для проведения итогового зачета или экзамена. Каждый билет состоит из трех вопросов: теоретического, практического (который конкретизирует вопросы теоретической части, а для слабых учащихся, возможно, ее заменяет) и задачи по другой теме курса.

Кроме вышеназванного в книге содержатся карточки-задания для проведения *индивидуальной итоговой контрольной работы* по курсу 11 класса.

Все основные варианты контрольных, лабораторных, проверочных и итоговых работ, а также задачи билетов устной аттестации снабжены ответами. (Символика в ответах является стандартной, но может не встречаться в конкретном учебнике.)

Книга будет полезной не только учителям, но и родителям, желающим проверить знания своих детей, т. е. самим решить, каков

уровень знания математики у их дочери или сына. Пригодится книга и студенту педагогического института, а также начинающему репетитору.

Авторы приносят искреннюю благодарность учителям московской гимназии № 1567 Козулину Б. В., Чивкиной М. В., Шилейко С. Е., Поташник А. М. — за экспериментальное опробование данных работ и многочисленные замечания и дополнения, а также Шляпочник Н. И. — за подготовку рукописи книги.

Авторы благодарят участников обнинского семинара по преподаванию математики в средней школе за советы, сделанные ими в ходе обсуждения материалов данной книги.

Все замечания по поводу этой книги мы просим направлять по адресу: Москва, 121096, а/я 534, Званицу Л. И.

10 класс

СОДЕРЖАНИЕ

Контрольные работы

	усл.	отв.
К—10—1. Тригонометрические функции числового аргумента	7	44
К—10—2. Основные свойства функций	9	—
<i>Лабораторно-практическая работа. Функции</i>	11	—
К—10—3. Простейшие тригонометрические уравнения и системы уравнений	18	45
К—10—4. Типы тригонометрических уравнений	14	—
К—10—5. Простейшие тригонометрические неравенства	16	46

Проверочные работы

П—10—1. Тригонометрические уравнения и неравенства	17	—
П—10—2. Техника решения тригонометрических уравнений	20	47

Контрольные работы

К—10—6. Техника дифференцирования	22	49
К—10—7. Применение непрерывности (метод интервалов)	24	—
К—10—8. Касательная	26	—
К—10—9. Исследование функции при помощи производной	27	50
К—10—10. Исследование функции и построение графика	29	—
<i>Лабораторно-практическая работа. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции</i>	30	—
К—10—11. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	—	51
<i>Дополнительные упражнения, содержащие параметры</i>	38	—

Итоговые работы

И—10—1	35	—
И—10—2	37	52
<i>Билеты к устному зачету по курсу 10 класса . . .</i>	41	58
Ответы	44	

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К—10—1

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

Подготовительный вариант

1. Упростите выражение:

а) $2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1$; б) $\sin \frac{9\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{9\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{7}$;

в) $\frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}$.

2. Постройте часть графика функции:

а) $y = \sin x$ на $[-\pi; \pi]$; б) $y = \cos x$ на $[\frac{\pi}{4} - 2\pi; \frac{\pi}{4}]$;

в) $y = \operatorname{tg} x$ на $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

3. Пусть $f(x) = 2 \cos 2x + 3 \sin x$. Найдите:

а) $f(0)$; б) $f(\frac{\pi}{2})$; в) $f(\frac{\pi}{8})$.

4. Запишите следующие числа в порядке убывания:

$-2 - \sin \frac{6\pi}{7}$; $\cos \frac{\pi}{9}$; $\sin \frac{5\pi}{2}$; $\operatorname{tg} 180^\circ$; $\cos \frac{4\pi}{9}$.

5. Среди чисел 0 , $\frac{\pi}{6}$, π , $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{25\pi}{6}$ укажите решения уравнения $4 \cos 2x - \sin x - 1,5 = 0$.

6. Докажите, что при всех значениях x $-5 < 2 \cos x + 3 \sin x < 5$.

7*. Найдите наименьшее значение выражения $2 \cos x + 3 \sin x$.

Вариант 1

1. Упростите выражение:

а) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$; б) $\sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{21} + \cos \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{4\pi}{21}$;

в) $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha}{\sin 3\alpha + \sin \alpha}$.

2. Постройте часть графика функции:

а) $y = \cos x$ на $[-\pi, \pi]$; б) $y = \sin x$ на $[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} + 2\pi]$;

в) $y = \operatorname{tg} x$ на $(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$.

3. Пусть $f(x) = \cos 2x - 3 \sin x$. Найдите:

а) $f(0)$; б) $f(\frac{\pi}{2})$; в) $f(\frac{\pi}{6})$.

4. Запишите следующие числа в порядке возрастания:

$\sin \frac{\pi}{7}$; $\operatorname{tg} 100^\circ$; $\sin \frac{2\pi}{7}$; $\cos \frac{\pi}{2}$; $2 + \cos \frac{17\pi}{5}$.

5. Среди чисел $0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}$ укажите решения

уравнения $2 \cos 2x + \cos x + 0,5 = 0$.

6. Докажите, что при всех значениях x

$$-8 < 3 \cos x + 5 \sin x < 8.$$

7*. Найдите наибольшее значение выражения

$$3 \cos x + 5 \sin x.$$

Вариант 2

1. Упростите выражение:

а) $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12}$; б) $\sin \frac{7\pi}{36} \cdot \cos \frac{\pi}{18} + \cos \frac{7\pi}{36} \cdot \sin \frac{\pi}{18}$;

в) $\frac{\cos \alpha - \cos 5\alpha}{\sin \alpha + \sin 5\alpha}$.

2. Постройте часть графика функции:

а) $y = \sin x$ на $[-2\pi; 0]$; б) $y = \cos x$ на $[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + 2\pi]$;

в) $y = \operatorname{ctg} x$ на $(0; 2\pi)$.

3. Пусть $f(x) = \sin 2x + \cos x$. Найдите:

а) $f(0)$; б) $f(\frac{\pi}{2})$; в) $f(\frac{\pi}{6})$.

4. Запишите следующие числа в порядке убывания:

$\cos \frac{2\pi}{5}$; $\operatorname{ctg} 160^\circ$; $\sin 3\pi$; $\cos \frac{\pi}{5}$; $3 - \sin \frac{18\pi}{7}$.

5. Среди чисел $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{18\pi}{6}$ укажите решения

уравнения $\sin 3x - \sin x - 0,5 = 0$.

6. Докажите, что при всех значениях x

$$-11 \leq 4 \cos x + 7 \sin x \leq 11.$$

7*. Найдите наименьшее значение выражения

$$4 \cos x + 7 \sin x.$$

К—10—2

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Подготовительный вариант

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{2}{x+5}$;

б) $f(x) = \sqrt{5-x}$.

2. Найдите нули функции:

а) $y = 2x + 5$;

б) $y = x^2 - 16$.

3. При каких значениях t функция $y = 3t + 2$ принимает отрицательные значения?

4. Пусть $f(x) = x - \frac{1}{x}$. Сравните:

а) $f(-5)$ и $f(\frac{1}{4})$; б) $f(4)$ и $f(-0,25)$;

в) $f(-31,3)$ и $-f(31,3)$.

5. Найдите множество значений функции:

а) $y = 2x^2$;

б) $f(x) = 2 \sin x$;

в) $\varphi(t) = \sin 3t$;

г) $y = 2 \sin \frac{x}{2} + 1$.

6. Пусть $f(4) = -2$, а $f(-2) = 6$. Найдите $f(-4)$ и $f(2)$, если:

а) $f(x)$ — четная функция;

б) $f(x)$ — нечетная функция;

в) $f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 4$.

7. Какое значение функция $y = \sin x$ принимает на $[0; \pi]$ ровно один раз?

Вариант 1

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3}{x+7}$;

б) $f(x) = \sqrt{3-x}$.

2. Найдите нули функции:

а) $y = 3x + 1$;

б) $y = x^2 - 9$.

3. При каких значениях t функция $y = 2t - 1$ принимает отрицательные значения?

4. Пусть $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Сравните:

а) $f(3)$ и $f(\frac{1}{2})$;

б) $f(-5)$ и $f(-0,2)$;

в) $f(-37,4)$ и $-f(37,4)$.

5. Найдите множество значений функции:

а) $y = x^2$;

б) $f(x) = \cos x$;

в) $\varphi(t) = \sin 2t$;

г) $y = 3 \cos \frac{x}{3} - 1$.

6. Пусть $f(3) = -5$, а $f(-4) = 3$. Найдите $f(-3)$ и $f(4)$, если:

а) $f(x)$ — четная функция;

б) $f(x)$ — нечетная функция;

в) $f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 2$.

7. Какое значение функция $y = \cos x$ принимает на $[0; 2\pi]$ ровно один раз?

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{8}{x-10}$;

б) $f(x) = \sqrt{3+x}$.

2. Найдите нули функции:

а) $y = 4x + 3$;

б) $y = x^2 - 4$.

3. При каких значениях t функция $y = 4t + 3$ принимает отрицательные значения?

4. Пусть $f(x) = -x + \frac{1}{x}$. Сравните:

а) $f(6)$ и $f(-0,25)$;

б) $f(2)$ и $f(-0,5)$;

в) $f(-25,3)$ и $-f(25,3)$.

5. Найдите множество значений функции:
а) $y = x^2$; б) $f(x) = \sin x$; в) $\varphi(t) = \cos 2t$;

г) $y = 4 \sin \frac{x}{4} - 3$.

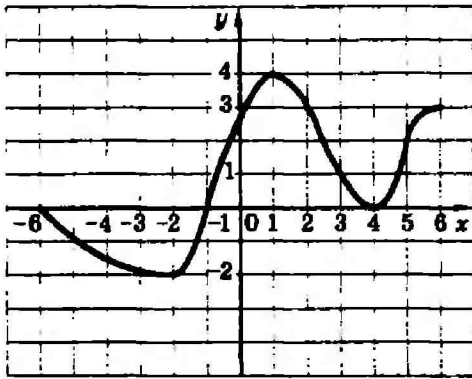
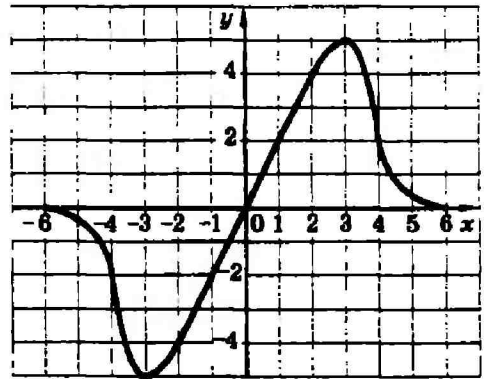
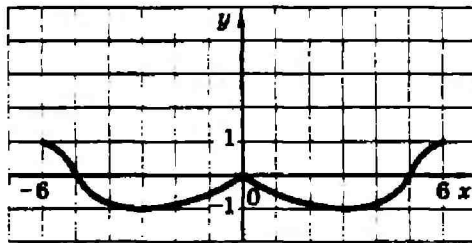
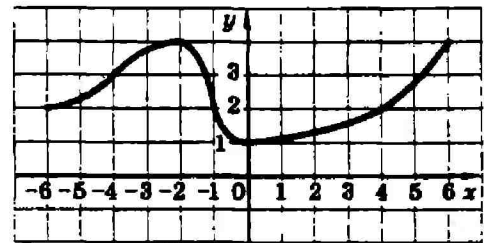
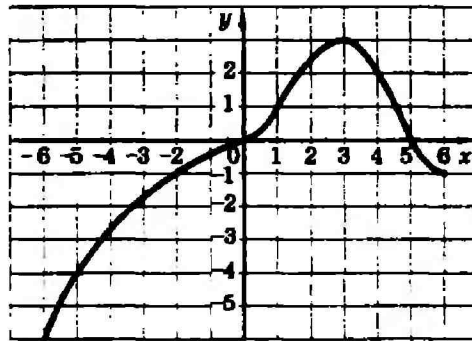
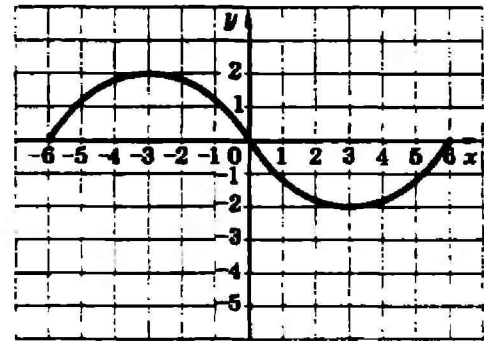
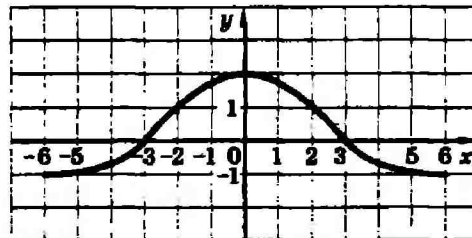
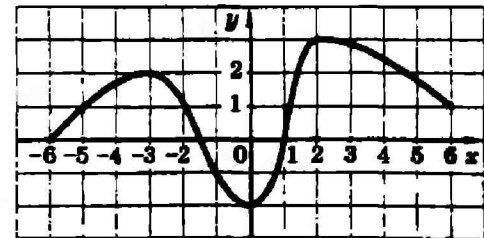
6. Пусть $f(6) = -3$, а $f(-1,5) = 4$. Найдите $f(-6)$ и $f(1,5)$, если:
а) $f(x)$ — нечетная функция;
б) $f(x)$ — четная функция;
в) $f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 3$.
7. Какое значение функция $y = \sin x$ принимает на $[\pi; 2\pi]$ ровно один раз?

Лабораторно-практическая работа

ФУНКЦИИ

Дана функция $y = f(x)$, определенная на $[-6; 6]$.

- Найдите по графику (с. 12):
 - $f(3)$; $f(-1)$; $f(5)$;
 - те значения x , при которых значение функции равно 1.
 - Исследуйте функцию. Укажите:
 - множество значений функции;
 - координаты пересечения графика с осями координат;
 - промежутки знакопостоянства;
 - промежутки монотонности (промежутки убывания и возрастания);
 - точки экстремума, вид экстремума, экстремумы;
 - является ли функция четной или нечетной.
-
- Для каждого a найдите число корней уравнения $f(x) = a$.
 - Найдите все такие b , при которых данная функция убывает на отрезке $[b; b + 1]$.

Вариант 1**Вариант 2****Вариант 3****Вариант 4****Вариант 5****Вариант 6****Вариант 7****Вариант 8**

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Подготовительный вариант

Решите уравнение:

1. а) $\cos x = \frac{1}{2}$; б) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$.

2. а) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. а) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$; в) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

4. а) $\cos 5x = 3$; б) $\sin \frac{x}{2} = -2$; в) $\operatorname{tg} 3x(\sqrt{2} - \sin x) = 0$.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \cos(x+y) = 0, \\ \cos y = -1. \end{cases}$

6. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x (\sin x + 1)$; б) $\frac{\sin x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$.

Вариант 1

Решите уравнение:

1. а) $\sin x = \frac{1}{2}$; б) $\sin 2x = \frac{1}{2}$; в) $\sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

2. а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos \frac{x}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. а) $\operatorname{tg} x = 1$; б) $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{8}) = 1$; в) $\operatorname{tg} x = -1$.

4. а) $\sin 3x = 2$; б) $\cos \frac{x}{4} = -\sqrt{3}$; в) $\operatorname{tg} x (2 - \cos x) = 0$.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin(x+y) = 0, \\ \cos y = 1. \end{cases}$

6. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} (\cos x + 1) = 0$; б) $\frac{\sin x}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = 0$.

Вариант 2

Решите уравнение:

1. а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. а) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. а) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; б) $\operatorname{tg} (x + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$; в) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$.

4. а) $\cos 2x = 1,5$; б) $\sin \frac{x}{3} = -\sqrt{2}$; в) $\operatorname{ctg} x (2 + \sin x) = 0$.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \cos(x - y) = 0, \\ \sin x = -1. \end{cases}$

6. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} 2x (\sin x - 1) = 0$; б) $\frac{\cos x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$.

К—10—4

ТИПЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение, упростив левую часть:

а) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \sin^2 x$; б) $4 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 1$;

в) $\sin x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3}) + \cos x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{3}) = 0$.

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0$; б) $2 \cos^2 x + 5 \sin x + 1 = 0$;

в) $\cos 2x + 5 \sin x + 2 = 0$; г) $\operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 3$.

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $3 \cos x - 2 \sin 2x = 0$; б) $\sin 3x + \sin x = 0$.

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$;

б) $4 \sin^2 x - \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$;

в) $\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

г*) $3 \sin^2 x + \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 3$.

Вариант 1

1. Решите уравнение, упростив левую часть:

а) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $2 \sin^2 x \cos 2x = 1$;

в) $\sin 3x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4}) + \cos 3x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$.

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$; б) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$;

в) $\cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$; г) $2 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 5$.

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $5 \sin x + 3 \sin 2x = 0$; б) $\sin 7x - \sin x = 0$.

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$;

б) $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$;

в) $\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$;

г*) $3 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение, упростив левую часть:

а) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin 3x \cdot \cos 3x = -\frac{1}{2}$;

в) $\sin 2x \cdot \cos(x - \frac{\pi}{3}) - \cos 2x \cdot \sin(x - \frac{\pi}{3}) = 0$.

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 = 0$; б) $4 + 5 \cos x - 2 \sin^2 x = 0$;

в) $\cos 2x + 5 \cos x = 0$; г) $3 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 8$.

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $7 \cos x - 4 \sin 2x = 0$; б) $\cos 5x + \cos x = 0$.

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x - \cos x = 0$;

б) $3 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

в) $\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0$;

г*) $6 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 3$.

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Подготовительный вариант

1. Решите неравенство:

а) $\cos x < 0$; б) $\sin x > 0$; в) $\operatorname{ctg} x > 1$.

2. Найдите какой-либо корень уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, удовлетворяющий неравенству $\sin x < 0$.

3. Найдите какое-либо решение неравенства $\sin x > 0$, удовлетворяющее уравнению $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. При каких значениях a неравенство $\cos x < a$

а) не имеет решений; б) выполняется при любых x ;

в) имеет одним из своих решений число $\frac{3\pi}{4}$;

г) не имеет среди своих решений числа $\frac{2\pi}{3}$?

Вариант 1

1. Решите неравенство:

а) $\cos x > 0$; б) $\sin x < 0$; в) $\operatorname{tg} x > 1$.

2. Найдите какой-либо корень уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$, удовлетворяющий неравенству $\sin x > 0$.

3. Найдите какое-либо решение неравенства $\cos x > 0$, удовлетворяющее уравнению $\sin x = \frac{1}{2}$.

4. При каких значениях a неравенство $\sin x < a$

а) не имеет решений; б) выполняется при любых x ;

в) имеет одним из своих решений число $\frac{5\pi}{6}$;

г) не имеет среди своих решений числа $\frac{\pi}{4}$?

Вариант 2

1. Решите неравенство:

а) $\sin x > 0$; б) $\cos x < 0$; в) $\operatorname{ctg} x < 1$.

2. Найдите какой-либо корень уравнения $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, удовлетворяющий неравенству $\cos x < 0$.

3. Найдите какое-либо решение неравенства $\sin x < 0$, удовлетворяющее уравнению $\cos x = -\frac{1}{2}$.

4. При каких значениях a неравенство $\cos x > a$

а) не имеет решений; б) выполняется при любых x ;

в) имеет одним из своих решений число $-\frac{\pi}{3}$;

г) не имеет среди своих решений числа $\frac{\pi}{6}$?

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

П—10—1

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\cos x = \frac{1}{2}$; б) $\sin \frac{x}{2} = -1$; в) $\operatorname{tg} (2x - \frac{\pi}{4}) = 1$;

г) $2 \sin^2 x = 1 + \cos x$;

д) $\sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$;

е) $\cos 2x + \cos x = 0$.

2. Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству:

а) $\sin x > 0$; б) $\cos x \leq 0$; в) $\cos x \leq \frac{1}{2}$.

3. Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трем неравенствам задания 2 одновременно.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\sin x = \frac{1}{2}$; б) $\cos \frac{x}{2} = -1$; в) $\operatorname{ctg} (2x + \frac{\pi}{4}) = -1$;

г) $2 \cos^2 x = 1 + \sin x$;

д) $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$;

е) $\cos 2x + \sin x = 0$.

2. Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству:

а) $\cos x < 0$; б) $\sin x > 0$; в) $\sin x > \frac{1}{2}$.

3. Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трем неравенствам задания 2 одновременно.

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin \frac{x}{2} = 1$; в) $\operatorname{tg} (3x + \frac{\pi}{2}) = 1$;

г) $2 \sin^2 x = 1 - \cos x$;

д) $4 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

е) $\cos 2x - \cos x = 0$.

2. Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству:

а) $\sin x < 0$; б) $\cos x > 0$; в) $\cos x > -\frac{1}{2}$.

3. Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трем неравенствам задания 2 одновременно.

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos \frac{x}{2} = 1$; в) $\operatorname{ctg} (3x - \frac{\pi}{2}) = 1$;

г) $2 \cos^2 x = 1 - \sin x$;

д) $3 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$;

е) $\cos 2x - \sin x = 0$.

2. Укажите на тригонометрической окружности все точки, удовлетворяющие неравенству:

а) $\cos x > 0$; б) $\sin x < 0$; в) $\sin x < -\frac{1}{2}$.

3. Укажите какое-либо число, удовлетворяющее всем трем неравенствам задания 2 одновременно.

***Вариант 5**

1. Решите уравнение:

а) $2 \cos^2 x = 1 + \sin x$;

б) $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 1$;

в) $\sin x + \cos x + \sin 3x = 0$;

г) $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 0$;

д) $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$;

е) $\sin^2 x + \cos^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$.

2. Решите неравенство:

а) $\cos x > -\frac{1}{2}$; б) $\sin 2x < 0$; в) $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{3}) < \sqrt{3}$.

3. При каких значениях a уравнение

$$\sin^2 x - (a + 3) \sin x + 3a = 0$$

не имеет решений?

4. Решите уравнение $\cos^2 x + \cos 4x = a$, если одно из его решений $\frac{\pi}{3}$.

*** Вариант 6**

1. Решите уравнение:

а) $2 \sin^2 x = 1 - \cos x$;

б) $5 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 1$;

в) $\cos x + \sin x - \cos 3x = 0$; г) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 0$;

д) $\cos x + \sin x = \sqrt{2}$; е) $\cos^2 x - \sin^2 2x + \cos^2 3x = \frac{1}{2}$.

2. Решите неравенство:

а) $\sin x < \frac{1}{2}$; б) $\cos 2x > 0$; в) $\operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{6}) > \sqrt{3}$.

3. При каких значениях b уравнение

$$\cos^2 x + (b - 3) \cos x - 3b = 0$$

не имеет решений?

4. Решите уравнение $\sin^2 x - \cos 4x = b$, если одно из его решений $\frac{\pi}{6}$.

П—10—2
ТЕХНИКА РЕШЕНИЯ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Решите уравнение.

Вариант 1

1. $\cos 3x = \frac{1}{2}$.
 2. $\sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{8}}{2}$.
 3. $\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$.
 4. $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.
 5. $3 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 5$.
 6. $\cos \frac{2x}{8} - 5 \cos \frac{x}{8} - 2 = 0$.
 7. $\cos 2x + 4\sqrt{2} \sin x - 4 = 0$.
 8. $\cos x - 3 \sin x = 0$.
 9. $\sin 2x - \cos x = 0$.
-
10. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \cos 3x$.
 11. $(2 \cos x - 1) \cdot \sqrt{-\sin x} = 0$.
 12. $\frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$.
 13. $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$.
 14. $\sin^3 x + \cos^4 x = 1$.
 15. $\cos 2x + \cos 7x = 2$.

Вариант 2

1. $\sin 3x = \frac{1}{2}$.
 2. $\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{8}}{2}$.
 3. $\operatorname{ctg}(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$.
 4. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
 5. $3 \operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x = 1$.
 6. $\cos \frac{2x}{8} + 5 \sin \frac{x}{8} + 2 = 0$.
 7. $\cos 2x - 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0$.
 8. $3 \cos x + \sin x = 0$.
 9. $\sin 2x + \sin x = 0$.
-
10. $\frac{\sqrt{8}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 3x$.
 11. $(2 \sin x + 1) \sqrt{-\cos x} = 0$.
 12. $\frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
 13. $\sin^2 x - \sin^2 2x - \sin^2 3x + \sin^2 4x = 0$.
 14. $\cos^3 x + \sin^4 x = 1$.
 15. $\cos 2x + \cos 5x = -2$.

Вариант 3

1. $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $\sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

4. $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.

5. $4 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 7$.

6. $\cos \frac{2x}{5} + 5 \cos \frac{x}{5} - 2 = 0$.

7. $\cos 2x - 4\sqrt{2} \sin x - 4 = 0$.

8. $2 \cos x - 5 \sin x = 0$.

9. $\sin 2x + 2 \cos x = 0$.

10. $\frac{\sqrt{8}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \cos 5x$.

11. $(2 \cos x + \sqrt{2})\sqrt{-\sin x} = 0$.

12. $\frac{2 \sin x + \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$.

13. $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$.

14. $\cos^4 x - \sin^3 x = 1$.

15. $\sin 3x + \sin 7x = -2$.

Вариант 4

1. $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. $\operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

4. $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$.

5. $4 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 1$.

6. $\cos \frac{2x}{5} - 5 \sin \frac{x}{5} + 2 = 0$.

7. $\cos 2x + 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0$.

8. $5 \cos x + 2 \sin x = 0$.

9. $\sin 2x - \sin x = 0$.

10. $\frac{\sqrt{8}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 5x$.

11. $(2 \sin x - \sqrt{3})\sqrt{-\cos x} = 0$.

12. $\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.

13. $\cos^2 x - \cos^2 2x - \cos^2 3x + \cos^2 4x = 0$.

14. $\sin^4 x - \cos^3 x = 1$.

15. $\sin 3x + \sin 4x = 2$.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К—10—6

ТЕХНИКА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Подготовительный вариант

1. Найдите производную функции в точке x_0 :

а) $y = x^4$, $x_0 = -1$;

б) $y = \sin x - \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$;

в) $y = -3 \cos x + 2 \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$;

г) $y = 1 + \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 2\sqrt{2}$.

2. Приведя функцию к виду $k \cdot x^m$ ($m \in \mathbb{Z}$), найдите производную:

а) $y = 4x^8 \cdot x^4$;

б) $y = \frac{4}{x^4}$;

в) $y = \frac{1}{7x^6}$;

г) $y = \frac{x^4}{124}$.

3. Используя формулу производной от суммы, найдите производную функции:

а) $y = x^4 - 2x - \frac{1}{x}$;

б) $y = x(x^4 - 2x - 1)$;

в) $y = \frac{x^5 - 2x^2 - 1}{x}$.

4. Используя формулы производной произведения или частного, найдите производную функции:

а) $y = x \operatorname{tg} x$;

б) $y = \frac{x^2}{1+x^2}$.

5. Используя правило дифференцирования сложной функции, найдите производную функции:

а) $y = (x^2 - x - 1)^8$;

б) $y = \sqrt{x^2 - x - 1}$;

в) $y = \operatorname{ctg}(4x - \frac{2\pi}{3})$;

г) $y = \operatorname{tg}^2 x$.

Вариант 1

1. Найдите производную функции в точке x_0 :

а) $y = 3x^2$, $x_0 = 1$; б) $y = \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$;

в) $y = -2 \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$; г) $y = 2 + \sqrt{x}$, $x_0 = 4$.

2. Приведя функцию к виду $k \cdot x^m$ ($m \in \mathbb{Z}$), найдите производную:

а) $y = 3x^2 x^3$; б) $y = \frac{2}{x^2}$; в) $y = \frac{1}{8x^5}$; г) $y = \frac{x^5}{175}$.

3. Используя формулу производной от суммы, найдите производную функции:

а) $y = x^2 - 5x + \frac{1}{x}$; б) $y = x(x^2 - 5x + 1)$;

в) $y = \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{x}$.

4. Используя формулы производной произведения или частного, найдите производную функции:

а) $y = x \cos x$; б) $y = \frac{x^2}{1+x}$.

5. Используя правило дифференцирования сложной функции, найдите производную функции:

а) $y = (x^2 - 3x + 1)^7$; б) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$.

в) $y = \operatorname{tg}(3x - \frac{\pi}{4})$; г) $y = \cos^2 x$.

Вариант 2

1. Найдите производную функции в точке x_0 :

а) $y = 2x^3$, $x_0 = -1$; б) $y = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$;

в) $y = -2 \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$; г) $y = 1 + 2\sqrt{x}$, $x_0 = 9$.

2. Приведя функцию к виду $k \cdot x^m$ ($m \in \mathbb{Z}$), найдите производную:

а) $y = 2x \cdot x^3$; б) $y = \frac{3}{x^3}$; в) $y = \frac{1}{2x^4}$; г) $y = \frac{x^6}{156}$.

3. Используя формулу производной от суммы, найдите производную функции:

а) $y = x^3 + 4x^2 - \frac{1}{x^2}$; б) $y = x(x^3 + 4x^2 - 1)$;

в) $y = \frac{x^5 + 4x^4 - 1}{x^2}$.

4. Используя формулы производной произведения или частного, найдите производную функции:

а) $y = x \sin x$; б) $y = \frac{x}{1+x^2}$.

5. Используя правило дифференцирования сложной функции, найдите производную функции:

а) $y = (x^2 + 4x - 1)^6$; б) $y = \sqrt{x^2 + 4x - 1}$;

в) $y = \operatorname{ctg}(2x + \frac{\pi}{3})$; г) $y = \sin^2 x$.

К—10—7

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ (МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ)

Подготовительный вариант

1. Решите неравенство:

а) $(x - 1)(x + 6) \geq 0$; б) $\frac{x+1}{x-5} > 0$;

в) $(x + 1)^3 x^2(x + 2) < 0$; г) $\frac{4x-3}{x+2} < 1$.

2. Пусть $f(x) = x^2(x + 1)$. Найдите те значения x , для которых:

а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.

3. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2 + 3x - 10}{x} > 0$; б) $\frac{x-7}{x+2} < \frac{2x-8}{x+3}$.

4. Найдите область допустимых значений функции:

а) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x}}$; б) $f(x) = \sqrt{4x - x^3}$;

в) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x}} - 5\sqrt{4x - x^3}$.

5. Пусть $f(x) = \frac{9x^2+1}{x}$. Найдите все x , удовлетворяющие

условию:

- а) $f'(x) = 0$; б) $f'(x) > 0$; в) $f'(x) < 0$.

Вариант 1

1. Решите неравенство:

а) $(x - 3)(x + 2) < 0$; б) $\frac{x+3}{x-4} > 0$;

в) $(x - 2)^3 x^2 (x + 1) > 0$; г) $\frac{3x-1}{x+1} < 1$.

2. Пусть $f(x) = x^2(x - 3)$. Найдите те значения x , для которых:

- а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.
-

3. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2-2x-8}{x} < 0$; б) $\frac{x-5}{x+4} > \frac{2x-4}{x+5}$.

4. Найдите область допустимых значений функции:

а) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}}$; б) $f(x) = \sqrt{9x - x^3}$;

в) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}} - 3\sqrt{9x - x^3}$.

5. Пусть $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. Найдите все x , удовлетворяющие условию:

- а) $f'(x) = 0$; б) $f'(x) > 0$; в) $f'(x) < 0$.

Вариант 2

1. Решите неравенство:

а) $(x - 2)(x + 5) \geq 0$; б) $\frac{x+2}{x-3} < 0$;

в) $(x - 3)^2 x^3 (x + 2) < 0$; г) $\frac{2x+3}{x-3} > 1$.

2. Пусть $f(x) = x(x + 2)^2$. Найдите те значения x , для которых:

- а) $f(x) > 0$; б) $f(x) < 0$; в) $f(x) \geq 0$; г) $f(x) \leq 0$.
-

3. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2+8x-4}{x} > 0$; б) $\frac{x-3}{x+6} < \frac{2x}{x+7}$.

4. Найдите область допустимых значений функции:

а) $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x}}$;

б) $f(x) = \sqrt{2x^3 - 8x}$;

в) $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x}} + 2\sqrt{2x^3 - 8x}$.

5. Пусть $f(x) = \frac{4x^2+1}{x}$. Найдите все x , удовлетворяющие условию:

а) $f'(x) = 0$;

б) $f'(x) > 0$;

в) $f'(x) < 0$.

К—10—8 КАСАТЕЛЬНАЯ

Подготовительный вариант

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $x_0 = 2$;

б) $f(x) = -\cos x$, $x_0 = 0$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 4x$, параллельной оси абсцисс.

3. Найдите все общие точки графика функции $y = x^2 - x^3$ и касательной к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

4. Найдите общую точку касательных к графику $y = x^2 - 7x + 12$, одна из которых касается графика в точке с абсциссой 3, другая в точке с абсциссой 4.

5. Напишите уравнение всех касательных к графику функции $y = -2x^2$, проходящих через точку $M(-1; 0)$.

Вариант 1

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

а) $f(x) = x^2$, $x_0 = -1$;

б) $f(x) = \cos x$, $x_0 = 0$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 2x - x^2$, параллельной оси абсцисс.

3. Найдите все общие точки графика функции $y = x^3 - 3x^2$ и касательной к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
-
4. Найдите общую точку касательных к графику $y = x^2 - 4x + 3$, одна из которых касается графика в точке с абсциссой 3, другая в точке с абсциссой 1.
5. Напишите уравнение всех касательных к графику функции $y = x^2$, проходящих через точку $M(-1; 0)$.

Вариант 2

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :
- а) $f(x) = -x^2$, $x_0 = 1$; б) $f(x) = \sin x$, $x_0 = 0$.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 3x - x^2$, параллельной оси абсцисс.
3. Найдите все общие точки графика функции $y = x^3 + 2x^2$ и касательной к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
-
4. Найдите общую точку касательных к графику $y = x^2 - 3x + 2$, одна из которых касается графика в точке с абсциссой 2, другая в точке с абсциссой 1.
5. Напишите уравнение всех касательных к графику функции $y = -x^2$, проходящих через точку $M(1; 0)$.

К—10—9

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПРИ ПОМОЩИ ПРОИЗВОДНОЙ

Подготовительный вариант

1. Найдите критические точки функции, определенной на множестве действительных чисел:
- а) $f(x) = 4x + 3$; б) $f(x) = x^2 - 3x - 3$;
в) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

- а) $f(x) = 4x + 1$; б) $f(x) = x^2 - 3x + 2$;
в) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 2$.
-

3. Найдите экстремумы функции:

- а) $f(x) = x^2(x + 1)$; б) $f(x) = x^3(x - 5)$.

4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = x^3 - 6x + b$ равен 2?

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции, определенной на множестве действительных чисел:

- а) $f(x) = 3x + 5$; б) $f(x) = x^2 - 5x - 1$;

в) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$.

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

- а) $f(x) = 3x + 6$; б) $f(x) = x^2 - 5x + 5$;

в) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 3$.

3. Найдите экстремумы функции:

- а) $f(x) = x^2(x - 3)$; б) $f(x) = x^3(x - 4)$.

4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = x^3 - 3x + b$ равен 7?

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции, определенной на множестве действительных чисел:

- а) $f(x) = 2x - 3$; б) $f(x) = x^2 + 4x + 3$;

в) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$.

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

- а) $f(x) = 2x - 5$; б) $f(x) = x^2 + 4x + 5$;

в) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$.

3. Найдите экстремумы функции:

- а) $f(x) = x(x + 2)^2$; б) $f(x) = x^3(x - 2)$.

4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = 2x^3 - 3x^2 + b$ равен -1 ?

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА

Для данной функции $y = f(x)$ найдите:

- 1) Область определения $D(f)$.
- 2) Производную и критические точки.
- 3) Промежутки монотонности.
- 4) Точки экстремума и экстремумы.
- 5) Точку пересечения с осью Oy и несколько точек графика.
- 6) Постройте график функции и определите:
 - а) множество значений $E(f)$ функции;
 - б) корни функции (можно приближенно).
- 7) Найдите число корней уравнения $f(x) = 3$.

Вариант 1 $y = x^3 - 12x.$

Вариант 2 $y = 6x - 2x^3.$

Вариант 3 $y = 2x^3 - 3x^2.$

Вариант 4 $y = 3x^2 + 2x^3.$

Вариант 5 $y = -x^3 + 3x + 5.$

Вариант 6 $y = 2x^3 - 6x + 4.$

Вариант 7 $y = \frac{x^2+4}{x}.$

Вариант 8 $y = \frac{x^2}{x+1}.$

Вариант 9 $y = \frac{2x^3+x^2+1}{x^2}.$

Вариант 10 $y = x\sqrt{4-x}.$

НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Для графика функции из соответствующего варианта лабораторно-практической работы «Функции» (с. 12):

1. Укажите критические точки функции.
 2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке:
а) $[-6; 6]$; б) $[-6; 0]$; в) $[0; 6]$.
 3. Укажите какой-либо отрезок, на котором наименьшее значение функции принимается на его конце.
 4. Укажите какой-либо отрезок, на котором наибольшее значение функции принимается в критической точке.
 5. Укажите какой-либо отрезок, на котором наибольшее значение принимается более чем в одной точке.
-
6. Найдите все такие b , при которых
для вариантов 1, 2, 4, 5, 8 $\min_{[0; b]} f(x) = f(0)$;
для вариантов 3, 6, 7 $\max_{[0; b]} f(x) = f(0)$.
 7. Для каждого a ($-6 < a \leq 6$) найдите $\max f(x)$ на отрезке $[-6; a]$.

К—10—11

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Подготовительный вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке:
а) $f(x) = 1 - 4x$ на $[-3; 2]$; б) $f(x) = -2x^2$ на $[-2; 1]$;
в) $f(x) = 4x - x^2$ на $[-1; 0]$; г) $f(x) = x^3 - 3x$ на $[0; 3]$.

2. Периметр прямоугольника 24 м. Обозначим одну из его сторон за x и рассмотрим те прямоугольники, для которых $x \in [3; 8]$. Найдите среди них прямоугольник с наибольшей площадью и прямоугольник с наименьшей площадью. Укажите площади этих прямоугольников.

3. Для функции $y = x^3 - 12x - 16$ найдите все такие b ($b > -2$), при которых наибольшее значение функции на отрезке $[-2; b]$ равно нулю.

4. По возможности не производя вычислений, докажите, что:

$$\max_{[-8; 4]} \left(x + \sqrt{x^2 + 5x + 7} \right) \geq \max_{[-2; 3]} \left(x + \sqrt{x^2 + 5x + 7} \right).$$

Вариант 1

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке:

а) $f(x) = 3x - 1$ на $[-1; 2]$; б) $f(x) = -x^2$ на $[-1; 2]$;

в) $f(x) = 2x - x^2$ на $[-2; 0]$; г) $f(x) = 3x - x^3$ на $[-3; 0]$.

2. Периметр прямоугольника 20 м. Обозначим одну из его сторон за x и рассмотрим те прямоугольники, для которых $x \in [2; 8]$. Найдите среди них прямоугольник с наибольшей площадью и прямоугольник с наименьшей площадью. Укажите площади этих прямоугольников.

3. Для функции $y = x^3 - 3x - 2$ найдите все такие b ($b > -1$), при которых наибольшее значение функции на отрезке $[-1; b]$ равно нулю.

4. По возможности не производя вычислений, докажите, что:

$$\max_{[-7; 3]} \left(x + \sqrt{x^2 + 3x + 11} \right) \geq \max_{[-1; 2]} \left(x + \sqrt{x^2 + 3x + 11} \right).$$

Вариант 2

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке:

а) $f(x) = 3 - 2x$ на $[-2; 1]$; б) $f(x) = x^2$ на $[-3; 2]$;

в) $f(x) = x^2 - 3x$ на $[-3; 0]$; г) $f(x) = 2x^3 - 6x$ на $[-4; 0]$.

2. Периметр прямоугольника 32 м. Обозначим одну из его сторон за x и рассмотрим те прямоугольники, для которых $x \in [3; 9]$. Найдите среди них прямоугольник с наибольшей площадью и прямоугольник с наименьшей площадью. Укажите площади этих прямоугольников.

3. Для функции $y = 3x - x^3 - 2$ найдите все такие b ($b < 1$), при которых наибольшее значение функции на отрезке $[b; 1]$ равно нулю.

4. По возможности не производя вычислений, докажите, что:

$$\max_{[-4; 7]} \left(2x + \sqrt{x^2 + 4x + 5} \right) > \max_{[-2; 1]} \left(2x + \sqrt{x^2 + 4x + 5} \right).$$

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ,
СОДЕРЖАЩИЕ ПАРАМЕТРЫ**

Вариант 1

1. При каких значениях a функция

$$y = x^3 + 3x^2 + ax - 1$$

не имеет критических точек?

2. При каких значениях b уравнение

$$\cos^2 x - (3 + 2b) \cos x + 6b = 0$$

не имеет корней?

3. При каких значениях p уравнение $\cos x = p$ имеет ровно три корня на промежутке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}]$?

4. При каких значениях m функция

$$y = x^3 - 3m^2x + 1$$

имеет ровно одну точку экстремума на отрезке $[-2; 7]$?

5. Пусть $f(x) = x^2 - 7x + a$. При каких значениях a

$$\min_{[3; 4]} f(x) = 2?$$

6. Пусть $f(x) = x^2$. При каких значениях b ($b > -3$)

$$\max_{[-3; b]} f(x) = 9?$$

7. При каких значениях p функция $y = px + \cos 3x$ не имеет точек экстремума?

8. При каких значениях a уравнение $x^3 - 3x = a$ имеет ровно два различных корня?

9. Для всякого b найдите число корней уравнения

$$4x + \frac{1}{x} = b.$$

10. Для каждого значения p найдите число корней уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на отрезке $[p; p + \pi]$.

Вариант 2

1. При каких значениях a функция $y = -x^3 + 2x^2 + ax$ не имеет критических точек?

2. При каких значениях b уравнение

$$\sin^2 x - (2 - 3b) \sin x - 6b = 0$$

не имеет корней?

3. При каких значениях p уравнение $\sin x = p$ имеет ровно три корня на промежутке $[-\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}]$?

4. При каких значениях m функция $y = 3x^3 - m^2x - 5$ имеет ровно одну точку экстремума на отрезке $[-5; 3]$?

5. Пусть $f(x) = -x^2 + 5x + a$. При каких значениях a
 $\max_{[2; 3]} f(x) = 3$?

6. Пусть $f(x) = x^2$. При каких значениях a ($a < 4$)
 $\max_{[a; 4]} f(x) = 16$?

7. При каких значениях p функция $y = px - \sin 2x$ не имеет точек экстремума?

8. При каких значениях a уравнение $x^3 - 12x = a$ имеет три различных корня?

9. Для всякого b найдите число корней уравнения

$$x + \frac{4}{x} = b.$$

10. Для каждого значения p найдите число корней уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$ на отрезке $[p - \pi; p]$.

ИТОГОВЫЕ РАБОТЫ

И—10—1

(2—3 часа)

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции $y = x - 2\sin x$.
2. Решите неравенство $\frac{3x+1}{x} < 1$.
3. Исследуйте функцию $y = x^3 - 3x^2 - 1$ и постройте ее график.
Для этого найдите:
 - а) область определения $D(y)$;
 - б) производную и критические точки;
 - в) промежутки монотонности;
 - г) точки экстремума и экстремумы;
 - д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;
 - е) множество значений $E(y)$ функции;
 - ж) нули функции (можно приближенно).
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{9}{x}$ на отрезке $[\frac{1}{2}; 4]$.

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции $y = x + 2 \cos x$.
2. Решите неравенство $\frac{5x-1}{x} > 2$.
3. Исследуйте функцию $y = 6x^2 - x^3 - 8$ и постройте ее график.
Для этого найдите:
 - а) область определения $D(y)$;
 - б) производную и критические точки;
 - в) промежутки монотонности;
 - г) точки экстремума и экстремумы;
 - д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;
 - е) множество значений $E(y)$ функции;
 - ж) нули функции (можно приближенно).
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x + \frac{8}{x}$ на отрезке $[-5; -1]$.

Вариант 3

1. Найдите критические точки функции $y = x + 2 \sin x$.

2. Решите неравенство $\frac{8x+1}{x} < 7$.

3. Исследуйте функцию $y = x^3 + 3x^2 + 2$ и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x + \frac{1}{x^2}$ на отрезке $[\frac{1}{2}; 3]$.

Вариант 4

1. Найдите критические точки функции $y = 2 \cos x - x$.

2. Решите неравенство $\frac{8x-2}{x} > 5$.

3. Исследуйте функцию $y = 7 - x^3 - 3x^2$ и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{4}{x^2} - x$ на отрезке $[-3; -1]$.

Оценка «5» ставится за выполнение № 3
и любых остальных четырех заданий.

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $2 \cos x + 1 = 0$;

б) $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

2. Решите неравенство $x(x^2 - 9) < 0$.

3. Пусть $y = x^3 - 3x - 5$. Исследуйте функцию и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

Найдите наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[0; 3]$.

4. Найдите критические точки функции

$$y = 0,5 \sin 2x + \sin x.$$

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x^5 - 5x^3.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = \sqrt{x} + x$$

в точке с абсциссой 4.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $2 \sin x + 1 = 0$;

б) $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

2. Решите неравенство

$$x(4x^2 - 9) > 0.$$

3. Пусть $y = 3x - x^3 - 5$. Исследуйте функцию и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

Найдите наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-3; 0]$.

4. Найдите критические точки функции

$$y = 0,5 \cos 2x + \cos x.$$

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 2x^4 - x^8.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = 2x - \sqrt{x}$$

в точке с абсциссой 1.

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $2 \cos x - 1 = 0$;

б) $\sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

2. Решите неравенство

$$x(x^2 - 4) < 0.$$

3. Пусть $y = x^3 - 12x - 5$. Исследуйте функцию и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

Найдите наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[0; 4]$.

4. Найдите критические точки функции

$$y = 0,5 \sin 2x - \sin x.$$

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 - 11.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = x - 3\sqrt{x}$$

в точке с абсциссой 4.

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $2 \sin x - 1 = 0$;

б) $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

2. Решите неравенство

$$x(9x^2 - 4) > 0.$$

3. Пусть $y = 12x - x^3 + 5$. Исследуйте функцию и постройте ее график.

Для этого найдите:

а) область определения $D(y)$;

б) производную и критические точки;

в) промежутки монотонности;

г) точки экстремума и экстремумы;

д) точку пересечения графика с осью Oy и еще несколько точек графика;

е) множество значений $E(y)$ функции;

ж) нули функции (можно приближенно).

Найдите наибольшее и наименьшее значения этой функции на отрезке $[-4; 0]$.

4. Найдите критические точки функции

$$y = 0,5 \cos 2x - \cos x.$$

5. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 2x^2 + \frac{1}{x^4}.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$y = 5x - 3\sqrt{x}$$

в точке с абсциссой 1.

Билет № 1

1. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{1}{x}$ на отрезке $[0,5; 3]$.

Билет № 2

1. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.
2. Пусть $f(x) = x^3(x - 5)$. Решите неравенство $f'(x) \geq 0$.

Билет № 3

1. Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график.
2. Решите неравенство $(x + 5)(x + 3)^2 \leq 0$.

Билет № 4

1. Решение простейшего уравнения $\sin x = a$:

а) $\sin x = \frac{5}{3}$; б) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\sin x = -\frac{1}{2}$; г) $\sin x = \frac{3}{5}$.

2. Найдите производную функции

$$y = x^2 - 3x^4 + \frac{1}{x} - \sqrt{x}.$$

Билет № 5

1. Решение простейшего уравнения $\cos x = a$:

а) $\cos x = \frac{7}{5}$; б) $\cos x = \frac{1}{2}$;

в) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\cos x = \frac{5}{7}$.

2. Найдите критические точки функции

$$y = x^3 + x^2 - 5x - 11.$$

Билет № 6

1. Решение простейшего уравнения $\operatorname{tg} x = a$:

а) $\operatorname{tg} x = 1$; б) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\operatorname{tg} x = \frac{3}{5}$; г) $\operatorname{tg} x = -\frac{5}{3}$.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 3$ на отрезке $[-2; 3]$.

Билет № 7

1. Производная степенной функции. Найдите производную функции:

а) $y = x^5$; б) $y = \frac{1}{x^3}$; в) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

2. Решите уравнение $\cos^2 x - 4 \sin x = 1$.

Билет № 8

1. Производные тригонометрических функций.

2. Решите неравенство $\frac{2x+1}{3x-1} < \frac{3}{2}x$.

Билет № 9

1. Признак возрастания (убывания) функции. Исследуйте функцию $y = 3x^5 - 5x^3$ на возрастание и убывание.

2. Решите уравнение $\cos x = \cos 2x$.

Билет № 10

1. Критические точки функции, точки максимума и минимума. Найдите их для функции:

а) $y = 3x + 1$; б) $y = x^2 - 4x - 1$;

в) $y = x^3 - 3x$; г) $y = 3x^4 - 4x^3$.

2. Решите уравнение $\operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}$.

Билет № 11

1. Экстремумы функции. Найдите их для функции:

а) $y = 2x - 5$;

б) $y = x^2 + 4x - 2$;

в) $y = x^3 - 3x^2$;

г) $y = 3x^4 + 4x^3$.

2. Решите уравнение $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Билет № 12

1. Схема исследования функции и построения ее графика на примере $y = x^3 + 3x^2$.

2. Решите уравнение $\sin(2x - \frac{\pi}{8}) = 0$.

Билет № 13

1. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 3]$ для следующих функций:

а) $y = 5x + 3$;

б) $y = x^2 - 2x$.

2. Решите уравнение $\sin 2x = \cos x$.

ОТВЕТЫ

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К-10-1

Вариант 1

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $-\operatorname{tg} \alpha$. 3. а) 1; б) -4; в) -1. 4. $\operatorname{tg} 100^\circ$; $\cos \frac{\pi}{2}$; $\sin \frac{\pi}{7}$; $\sin \frac{2\pi}{7}$; $2 + \cos \frac{17\pi}{5}$. 5. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{8}$. 7. $\sqrt{34}$.

Вариант 2

1. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\operatorname{tg} 2\alpha$. 3. а) 1; б) 0; в) $\sqrt{3}$. 4. $3 - \sin \frac{13\pi}{7}$; $\cos \frac{\pi}{8}$; $\cos \frac{2\pi}{5}$; $\sin 3\pi$; $\operatorname{ctg} 160^\circ$. 5. $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$. 7. $-\sqrt{65}$.

К-10-2

Вариант 1

1. а) $(-\infty; -7) \cup (-7; +\infty)$; б) $(-\infty; 3]$. 2. а) $-\frac{1}{3}$; б) 3; -3. 3. $t < \frac{1}{2}$. 4. а) $f(3) > f(\frac{1}{2})$; б) $f(-5) = f(-0,2)$; в) $f(-37,4) = -f(37,4)$. 5. а) $[0; +\infty)$; б) $[-1; 1]$; в) $[-1; 1]$; г) $[-4; 2]$. 6. а) $f(-3) = -5$; $f(4) = 3$; б) $f(-3) = 5$; $f(4) = -3$; в) $f(-3) = -5$; $f(4) = 3$. 7. Значение $y = -1$ при $x = \pi$.

Вариант 2

1. а) $(-\infty; 10) \cup (10; +\infty)$; б) $[-3; +\infty)$. 2. а) $-\frac{3}{4}$; б) 2; -2. 3. $t < -\frac{3}{4}$. 4. а) $f(6) < f(-0,25)$; б) $f(2) = f(-0,5)$; в) $f(-25,3) = -f(25,3)$. 5. а) $(-\infty; 0]$; б) $[-1; 1]$; в) $[-1; 1]$; г) $[-7; 1]$. 6. а) $f(-6) = 3$; $f(1,5) = -4$; б) $f(-6) = -3$; $f(1,5) = 4$; в) $f(-6) = -3$; $f(1,5) = 4$. 7. Значение $y = -1$ при $x = \frac{3\pi}{2}$.

Лабораторно-практическая работа

Вариант 1

1. а) 1; 0; 2; б) $x_1 \approx -\frac{2}{3}$; $x_2 = 3$; $x_3 \approx 4\frac{2}{3}$. 2. а) $[-2; 4]$; б) $(-6; 0)$, $(-1; 0)$; $(4; 0)$; $(0; 2)$; в) $f(x) > 0$ на $(-1; 4)$ и на $(4; 6]$; $f(x) < 0$ на $[-6; -1)$; г) убывает на $[-6; -2]$ и на $[1; 4]$, возрастает на $[-2; 1]$ и на $[4; 6]$; д) минимумы: $f(-2) = -2$, $f(4) = 0$; максимум: $f(1) = 4$; е) ни четная, ни нечетная. 3. При $a < -2$ и $a > 4$ нет корней; при $a = -2$ и $a = 4$ — 1 корень; при $a \in (-2; 0) \cup (3; 4)$ — 2 корня; при $0 < a < 3$ — 3 корня. 4. $b \in [-6; -3] \cup [1; 3]$.

Вариант 8

1. а) Приблизительно 2,9; -1,1; 1,8; б) $x_1 \approx -4,6$; $x_2 = -2$; $x_3 \approx 1,2$; $x_4 = 6$. 2. а) $[-2; 3]$; б) $(-6; 0)$, $(-1,5; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -2)$; в) $f(x) > 0$ на $[-6; -1,5)$ и на $(1; 6]$; $f(x) < 0$ при $-1,5 < x < 1$; г) убывает на $[-3; 0]$ и

на $[2; 6]$, возрастает на $[-6; -3]$ и на $[0; 2]$; д) минимум: $f(0) = -2$; максимумы: $f(-3) = 2$, $f(2) = 3$; е) ни четная, ни нечетная. 3. При $a < -2$ и $a > 3$ нет корней; при $a = -2$ и $a = 3$ — 1 корень; при $a \in (-2; 0) \cup (2; 3)$ — 2 корня; при $0 < a < 1$ и $a = 2$ — 3 корня; при $1 < a < 2$ — 4 корня. 4. $b \in [-3; -1] \cup [2; 5]$.

К-10-3

Вариант 1

1. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{8} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. а) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\pm \frac{3\pi}{4} + 6\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 3. а) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 4. а) Нет решений; б) нет решений; в) πn , $n \in \mathbb{Z}$. 5. $x = \pi n$, $y = 2\pi k$; $n \in \mathbb{Z}$; $k \in \mathbb{Z}$. 6. а) $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi$; 0; π .

Вариант 2

1. а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $\pm \frac{\pi}{8} + 4\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. а) $\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) πn , $n \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{8} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 4. а) Нет решений; б) нет решений; в) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 5. $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $y = \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$. 6. а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$.

К-10-4

Вариант 1

1. а) $\pm \frac{\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; г) $\arctg 2 + \pi k$, $\arctg(\frac{1}{2}) + \pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$. 3. а) πn , $n \in \mathbb{Z}$; $\pm(\pi - \arccos(\frac{5}{6})) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$, $\frac{\pi n}{8}$, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$. 4. а) $\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg 2 + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; г) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg 2 + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Вариант 2

1. а) $\pm \frac{\pi}{8} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; в) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

г) $\arctg 3 + \pi k$, $-\arctg(\frac{1}{3}) + \pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$. 3. а) $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$,
 $(-1)^k \cdot \arcsin(\frac{7}{8}) + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}$, $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.
 4. а) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $-\arctg(\frac{1}{3}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; в) πn ,
 $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; г) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $-\arctg(\frac{1}{3}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

К-10-5

Вариант 1

1. а) $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$;
 в) $(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. Например, $\frac{\pi}{3}$. 3. Например, $\frac{\pi}{6}$.
 4. а) $(-\infty; -1]$; б) $(1; +\infty)$; в) $(\frac{1}{2}; +\infty)$; г) $(-\infty; \frac{\sqrt{2}}{2}]$.

Вариант 2

1. а) $(2\pi k; \pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(\frac{\pi}{4} + \pi k;$
 $\pi + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. Например, $\frac{2\pi}{3}$. 3. Например, $\frac{4\pi}{3}$. 4. а) $[1; +\infty)$;
 б) $(-\infty; -1)$; в) $(-\infty; \frac{1}{2})$; г) $[\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty)$.

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

П-10-1

Вариант 1

1. а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$;
 г) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\pi + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$; д) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg 4 + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$;
 е) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\pi + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$. 3. Например, $\frac{2\pi}{3}$.

Вариант 2

1. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$;
 г) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; д) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg(\frac{8}{2}) + \pi k$,
 $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; е) $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 3. Напри-
 мер, $\frac{2\pi}{3}$.

Вариант 3

1. а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\pi + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$;
 г) $2\pi k$, $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$; д) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arctg(-\frac{1}{4}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$;
 е) $2\pi k$, $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$. 3. Например, $-\frac{\pi}{3}$.

Вариант 4

1. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{8}$, $n \in \mathbb{Z}$;
 г) $(-1)^{k-1} \cdot \frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; д) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\operatorname{arctg}(-\frac{2}{3}) + \pi k$,
 $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; е) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 3. Напри-
 мер, $-\frac{\pi}{3}$.

Вариант 5

1. а) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\operatorname{arctg} 4 + \pi k$,
 $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; г) $\frac{\pi}{8} + \pi n$,
 $n \in \mathbb{Z}$; д) $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; е) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$, $\pm \frac{\pi}{8} + \pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$.
 2. а) $(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-\frac{\pi}{6} + \pi k;$
 $\frac{2\pi}{3} + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. При $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. 4. $\pm \frac{\pi}{8} + \pi n$,
 $\pm \frac{1}{2} \operatorname{arccos}(\frac{1}{4}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Вариант 6

1. а) $2\pi k$, $\pm \frac{2\pi}{9} + 2\pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\operatorname{arctg}(\frac{1}{4}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$;
 в) $(-1)^{k-1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; πn , $n \in \mathbb{Z}$; г) $\frac{6\pi}{8} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; д) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$,
 $n \in \mathbb{Z}$; е) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$, $\pm \frac{\pi}{8} + \pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$. 2. а) $(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k)$,
 $k \in \mathbb{Z}$; б) $(-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$; в) $(-\frac{\pi}{8} + \pi k; \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. При
 $b \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. 4. $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$, $\pm \frac{1}{2} \operatorname{arccos}(-\frac{3}{4}) + \pi k$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

П-10-2**Вариант 1**

1. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $x = (-1)^{m+1} \frac{2\pi}{9} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 3. $x = \frac{\pi}{12} + \pi k$,
 $k \in \mathbb{Z}$. 4. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = (-1)^{m-1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 5. $x =$
 $-\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 6. $x = \pm 2\pi + 6\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
 7. $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 8. $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 9. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$,
 $k \in \mathbb{Z}$; $x = (-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 10. $x = \frac{\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$,
 $n \in \mathbb{Z}$. 11. $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = -\frac{\pi}{8} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 12. $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
 13. $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$. 14. $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$,
 $k \in \mathbb{Z}$. 15. $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Вариант 2

1. $x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{8}$, $k \in \mathbf{Z}$. 2. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 3. $x = \frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 4. $x = 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$; $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 5. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = -\arctg \frac{2}{3} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 6. $x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + 3\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 7. $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 8. $x = \arctg(-3) + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 9. $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 10. $x = \frac{\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. 11. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 12. $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 13. $x = \frac{\pi k}{5}$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi l}{2}$, $l \in \mathbf{Z}$. 14. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 15. \emptyset .

Вариант 3

1. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. 2. $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 3. $x = \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 4. $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$; $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 5. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \arctg \frac{3}{4} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 6. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + 10\pi l$, $l \in \mathbf{Z}$. 7. $x = (-1)^{k-1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 8. $x = \arctg \frac{2}{5} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 9. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 10. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$; $x = -\frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{8}$, $n \in \mathbf{Z}$. 11. $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 12. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi l$, $l \in \mathbf{Z}$. 13. $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. 14. $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l$, $l \in \mathbf{Z}$. 15. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

Вариант 4

1. $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}$, $n \in \mathbf{Z}$. 2. $x = \pm \frac{3\pi}{2} + 4\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 3. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 4. $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 5. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = -\arctg \frac{3}{4} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 6. $x = (-1)^n \cdot \frac{5\pi}{6} + 5\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 7. $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 8. $x = -\arctg \frac{5}{2} + \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. 9. $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 10. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi n}{3}$, $n \in \mathbf{Z}$. 11. $x = \frac{\pi}{2} + \pi l$, $l \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 12. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi l$, $l \in \mathbf{Z}$. 13. $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$, $k \in \mathbf{Z}$; $x = \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. 14. $x = \frac{\pi}{2} + \pi l$, $l \in \mathbf{Z}$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. 15. \emptyset .

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К-10-6

Вариант 1

1. а) 6; б) $-\frac{1}{2}$; в) $-\sqrt{2}$; г) $\frac{1}{4}$. 2. а) $15x^4$; б) $-4x^{-3}$; в) $-\frac{5}{8}x^{-6}$; г) $\frac{1}{35}x^4$.
 3. а) $2x - 5 - \frac{1}{x^2}$; б) $3x^2 - 10x + 1$; в) $2x - 5 - \frac{1}{x^2}$. 4. а) $\cos x - x \sin x$;
 б) $\frac{2x-x^2}{(1-x)^2}$. 5. а) $7(x^2 - 3x + 1)^6(2x - 3)$; б) $\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+1}}$; в) $\frac{3}{\cos^2(3x-\frac{\pi}{4})}$;
 г) $-\sin 2x$.

Вариант 2

1. а) 6; б) $\frac{1}{2}$; в) $\sqrt{2}$; г) $\frac{1}{3}$. 2. а) $8x^3$; б) $-9x^{-4}$; в) $-2x^{-5}$; г) $\frac{1}{28}x^5$.
 3. а) $3x^2 + 8x + \frac{2}{x^3}$; б) $4x^3 + 12x^2 - 1$; в) $3x^2 + 8x + \frac{2}{x^3}$. 4. а) $\sin x +$
 $+ x \cos x$; б) $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$. 5. а) $6(x^2 + 4x - 1)^5 \cdot (2x + 4)$; б) $\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x-1}}$;
 в) $-\frac{2}{\sin^2(2x-\frac{\pi}{3})}$; г) $\sin 2x$.

К-10-7

Вариант 1

1. а) $[-2; 3]$; б) $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$; в) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$; г) $(-1; 1)$.
 2. а) $(3; +\infty)$; б) $(-\infty; 0) \cup (0; 3)$; в) $\{0\} \cup [3; +\infty)$; г) $(-\infty; 3]$.
 3. а) $(-\infty; -1) \cup (0; 3)$; б) $(-5; -4)$. 4. а) $(-\infty; 0] \cup (7; +\infty)$; б) $(-\infty; -3] \cup [0; 3]$;
 в) $(-\infty; -3] \cup \{0\}$. 5. а) $\{-1; 1\}$; б) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; в) $(-1; 0) \cup (0; 1)$.

Вариант 2

1. а) $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$; б) $(-2; 3)$; в) $(-2; 0)$; г) $(-\infty; -6) \cup (3; +\infty)$.
 2. а) $(0; +\infty)$; б) $(-\infty; -2) \cup (-2; 0)$; в) $\{-2\} \cup [0; +\infty)$; г) $(-\infty; 0]$.
 3. а) $(-4; 0) \cup (1; +\infty)$; б) $(-\infty; -7) \cup (-6; +\infty)$. 4. а) $(-\infty; -5] \cup (0; +\infty)$;
 б) $[-2; 0] \cup [2; +\infty)$; в) $[2; +\infty)$. 5. а) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$; б) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$;
 в) $(-\frac{1}{2}; 0) \cup (0; \frac{1}{2})$.

К-10-8

Вариант 1

1. а) $y = -2x - 1$; б) $y = 1$. 2. $y = 1$. 3. $(0; 0)$, $(3; 0)$. 4. $(2; -2)$. 5. $y = 0$;
 $y = -4x - 4$.

Вариант 2

1. а) $y = -2x + 1$ б) $y = x$. 2. $y = \frac{9}{4}$. 3. $(0; 0)$, $(-2; 0)$. 4. $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$.
 5. $y = 0$; $y = -4x + 4$.

Вариант 1

1. а) Критических точек нет; б) $\frac{5}{2}$; в) 1; $-\frac{5}{3}$. 2. а) $f(x)$ возрастает на R , точек экстремума нет; б) $f(x)$ возрастает на $[\frac{5}{2}; +\infty)$, убывает на $(-\infty; \frac{5}{2}]$, точка минимума $x = \frac{5}{2}$; в) $f(x)$ возрастает на $(-\infty; -\frac{5}{3}]$ и на $[1; +\infty)$, убывает на $[-\frac{5}{3}; 1]$, точка максимума $x = -\frac{5}{3}$, точка минимума $x = 1$. 3. а) 0 — максимум, -4 — минимум; б) -27 — минимум. 4. 5; 9.

Вариант 2

1. а) Критических точек нет; б) -2; в) 1; $-\frac{1}{3}$. 2. а) $f(x)$ возрастает на R , точек экстремума нет; б) $f(x)$ возрастает на $[-2; +\infty)$, убывает на $(-\infty; -2]$, точка минимума $x = -2$; в) $f(x)$ возрастает на $(-\infty; -\frac{1}{3}]$ и на $[1; +\infty)$, убывает на $[-\frac{1}{3}; 1]$, точка максимума $x = -\frac{1}{3}$, точка минимума $x = 1$. 3. а) 0 — максимум, $-\frac{32}{27}$ — минимум; б) $\frac{27}{16}$ — минимум. 4. -1; 0.

Вариант 1

1. R . 2. $y' = 3(x^2 - 4)$, критические точки $x = -2$ и $x = 2$. 3. Функция y возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, убывает на $[-2; 2]$. 4. -2 и 2 — точки экстремума, 16 и -16 — экстремумы. 5. (0; 0). 6. а) $E(y) = R$; б) $-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$.

Вариант 10

1. $(-\infty; 4]$. 2. $y' = \frac{8-3x}{2\sqrt{4-x}}$, одна критическая точка $x = \frac{8}{3}$. 3. Функция y возрастает на $(-\infty; \frac{8}{3}]$, убывает на $[\frac{8}{3}; 4]$. 4. $\frac{8}{3}$ — точка экстремума, $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ — экстремум. 5. (0; 0). 6. а) $E(y) = (-\infty; \frac{16\sqrt{3}}{9}]$; б) 0; 4.

Лабораторно-практическая работа

Вариант 1

1. -2; 1; 4. 2. а) 4; -2; б) 2; -2; в) 4; 0. 3. Например, $[-6; -2]$. 4. Например, $[0; 2]$. 5. Например, $[2; 6]$. 6. $b \in (0; b_0]$, где $b_0 = 2,5$. 7. При $-6 < a < -1$ $\max f(x) = f(-6)$, при $-1 < a < 1$ $\max f(x) = f(a)$, при $1 < a < 6$ $\max f(x) = f(1)$.

Вариант 8

1. -3 ; 0; 2. а) 8; -2 ; б) 2; -2 ; в) 8; -2 . 3. Например, $[-6; 0]$.
 4. Например, $[-6; 0]$. 5. Например, $[x_0; 1]$, где $x_0 = -1,5$. 6. $b \in (0; 6]$.
 7. При $-6 < a < -3$ $\max f(x) = f(a)$, при $-3 < a < a_0$ $\max f(x) = f(-3)$,
 ($a_0 = 1\frac{1}{2}$), при $a_0 < a < 2$ $\max f(x) = f(a)$, при $2 < a < 6$ $\max f(x) = f(2)$.

К-10-11**Вариант 1**

1. а) 5; -4 ; б) 0; -4 ; в) 0; -8 ; г) 18; -2 . 2. Прямоугольники: 5×5 м,
 2×8 м; 25 м^2 , 16 м^2 . 3. $(-1; 2]$.

Вариант 2

1. а) 7; 1; б) 9; 0; в) 18; 0; г) 4; -104 . 2. Прямоугольники: 8×8 м,
 8×18 м; 64 м^2 , 89 м^2 . 3. $[-2; 1)$.

Дополнительные упражнения, содержащие параметры**Вариант 1**

1. $a > 8$. 2. $b \in (-\infty; -0,5) \cup (0,5; +\infty)$. 3. $p = 0,5$. 4. $m \in [-7; -2) \cup (2; 7]$.
 5. $a = 14,25$. 6. $b \in (-8; 8]$. 7. $p \in (-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$. 8. $a \in \{-2; 2\}$.
 9. Для $b \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ два корня, для $b \in (-4; 4)$ один корень,
 для $b \in (-4; 4)$ нет корней. 10. Для $p \in [-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$
 два корня, для $p \in (\frac{\pi}{6} + 2\pi l; \frac{5\pi}{6} + 2\pi l) \cup [\frac{7\pi}{6} + 2\pi l; \frac{11\pi}{6} + 2\pi l]$, $l \in \mathbb{Z}$
 один корень, для $p \in (\frac{5\pi}{6} + 2\pi m; \frac{7\pi}{6} + 2\pi m)$, $m \in \mathbb{Z}$ корней нет.

Вариант 2

1. $a < -\frac{4}{3}$. 2. $b \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$. 3. $p = -0,5$. 4. $m \in [-15; -9) \cup$
 $\cup (9; 15]$. 5. $a = -8,25$. 6. $a \in [-4; 4)$. 7. $p \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 8. $a \in (-16; 16)$. 9. Для $b \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ два корня, для $b \in (-4; 4)$
 один корень, для $b \in (-4; 4)$ нет корней. 10. Для $p \in [\frac{\pi}{3} + 2\pi k;$
 $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$ два корня, для $p \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi l; \frac{\pi}{3} + 2\pi l) \cup (\frac{2\pi}{3} + 2\pi l;$
 $\frac{4\pi}{3} + 2\pi l]$, $l \in \mathbb{Z}$ один корень, для $p \in (\frac{4\pi}{3} + 2\pi m; \frac{5\pi}{3} + 2\pi m)$, $m \in \mathbb{Z}$
 корней нет.

ИТОГОВЫЕ РАБОТЫ**К-10-1****Вариант 1**

1. $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $[-\frac{1}{2}; 0)$. 3. а) $D(y) = \mathbb{R}$; б) $y' = 8x^2 - 6x$, $x = 0$ и
 $x = 2$; в) y возрастает на $(-\infty; 0]$ и на $[2; +\infty)$, убывает на $[0; 2]$; г) 0 и

2 — точки экстремума, -1 и -5 — экстремумы; д) $y(0) = -1$;
е) $E(y) = R$; ж) $x \approx 3,1$. 4. $\max y = 18,5$, $\min y = 6$.

Вариант 2

1. $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$. 2. $(-\infty; 0) \cup [\frac{1}{8}; +\infty)$. 3. а) $D(y) = R$;
б) $y' = -3x^2 + 12x$, $x = 0$ и $x = 4$; в) y убывает на $(-\infty; 0]$ и на $[4; +\infty)$,
возрастает на $[0; 4]$; г) 0 и 4 — точки экстремума, -8 и 24 — экстре-
мумы; д) $y(0) = -8$; е) $E(y) = R$; ж) $x_1 \approx -1,06$, $x_2 \approx 1,8$, $x_3 \approx 5,76$.
4. $\max y = -8$, $\min y = -11,6$.

Вариант 3

1. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$. 2. $[-1; 0)$. 3. а) $D(y) = R$; б) $y' = 3x^2 + 6x$, $x = 0$ и
 $x = -2$; в) y возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[0; +\infty)$, убывает на $[-2; 0]$;
г) -2 и 0 — точки экстремума, 6 и 2 — экстремумы; д) $y(0) = 2$;
е) $E(y) = R$; ж) $x \approx -3,1$. 4. $\max y = 6\frac{1}{9}$; $\min y = 3$.

Вариант 4

1. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$. 2. $[-1; 0)$. 3. а) $D(y) = R$; б) $y' = -3x^2 - 6x$,
 $x = 0$ и $x = -2$; в) y убывает на $(-\infty; -2]$ и на $[0; +\infty)$, возрастает на
 $[-2; 0]$; г) -2 и 0 — точки экстремума, 3 и 7 — экстремумы;
д) $y(0) = 7$; е) $E(y) = R$; ж) $x \approx 1,5$. 4. $\max y = 5$; $\min y = 3$.

И-10-2

Вариант 1

1. а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in Z$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$, $\operatorname{arctg} 2 + \pi n$, $n \in Z$.
2. $(-\infty; -3] \cup [0; 3]$. 3. а) $D(y) = R$; б) $y' = 3x^2 - 3$, $x = 1$ и $x = -1$; в) y
возрастает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, убывает на $[-1; 1]$; г) -1 и 1 —
точки экстремума, -3 и -7 — экстремумы; д) $x = 0$, $y = -5$;
е) $E(y) = R$; ж) $x \approx 2,2$, $\max y = 13$, $\min y = -7$. 4. $\pi + 2\pi k$, $k \in Z$,
 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$. 5. y возрастает на $(-\infty; -\sqrt{3}]$ и на $[\sqrt{3}; +\infty)$.
6. $y = 1,25x + 1$.

Вариант 2

1. а) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$; б) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in Z$, $\operatorname{arctg}(\frac{1}{2}) + \pi n$, $n \in Z$.
2. $[-\frac{3}{2}; 0] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$. 3. а) $D(y) = R$; б) $y' = -3x^2 + 3$, $x = 1$ и $x = -1$;
в) y убывает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, возрастает на $[-1; 1]$; г) -1 и
1 — точки экстремума, -7 и -3 — экстремумы; д) $x = 0$, $y = -5$;
е) $E(y) = R$; ж) $x \approx -2,2$, $\max y = 13$; $\min y = -7$. 4. πk , $k \in Z$ и
 $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$. 5. y убывает на $(-\infty; \frac{3}{8}]$. 6. $y = 1,5x - 0,5$.

Вариант 3

1. а) $\pm \frac{\pi}{8} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $-\arctg 2 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
 2. $(-\infty; -2] \cup [0; 2]$. 3. а) $D(y) = \mathbb{R}$; б) $y' = 3x^2 - 12$, $x = -2$ и $x = 2$;
 в) y возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, убывает на $[-2; 2]$; г) -2 и 2 — точки экстремума, 11 и -21 — экстремумы; д) $x = 0$, $y = -5$;
 е) $E(y) = \mathbb{R}$; ж) $x_1 \approx -3,5$; $x_2 \approx -0,5$; $x_3 \approx 3,7$. 4. $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;
 $\pm \frac{2\pi}{8} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. y убывает на $(-\infty; 0]$. 6. $y = 0,25x - 3$.

Вариант 4

1. а) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $-\arctg(\frac{1}{2}) + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
 2. $[-\frac{2}{3}; 0] \cup [\frac{2}{3}; +\infty)$. 3. а) $D(y) = \mathbb{R}$; б) $y' = 12 - 3x^2$, $x = -2$ и $x = 2$;
 в) y убывает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, возрастает на $[-2; 2]$; г) -2 и 2 — точки экстремума, -11 и 21 — экстремумы; д) $x = 0$, $y = -5$;
 е) $E(y) = \mathbb{R}$; ж) $x_1 \approx -3,7$; $x_2 \approx 0,5$; $x_3 \approx 3,3$. 4. $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\pm \frac{\pi}{8} + 2\pi k$,
 $k \in \mathbb{Z}$. 5. y убывает на $(-\infty; -1]$ и на $(0; 1]$. 6. $y = 8,5x - 1,5$.

Билеты к устному зачету по курсу 10 класса
 (Дается ответ только на второй вопрос.)

- Билет №1. $\frac{10}{8}; 2$.
 Билет №2. $\{0\} \cup [3,75; +\infty)$.
 Билет №3. $(-\infty; -5] \cup \{-3\}$.
 Билет №4. $y' = 2x - 12x^3 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
 Билет №5. $1; -\frac{5}{8}$.
 Билет №6. $-8; 6$.
 Билет №7. πk , $k \in \mathbb{Z}$.
 Билет №8. $[-\frac{2}{9}; \frac{1}{8}] \cup [1; +\infty)$.
 Билет №9. $\frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$.
 Билет №10. $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$.
 Билет №11. $\pm \frac{5\pi}{12} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.
 Билет №12. $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$.
 Билет №13. $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$, $n, m \in \mathbb{Z}$.

11 класс

СОДЕРЖАНИЕ

Контрольные работы

	усл.	отв.
К—11—1. Первообразная и определенный интеграл	55	100
К—11—2. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла	57	—
К—11—3. Обобщение понятия степени. Иррациональные уравнения и неравенства	59	—
К—11—4. Логарифмы. Показательные уравнения и неравенства	60	101
К—11—5. Логарифмические уравнения и неравенства . .	62	—
К—11—6. Показательная и логарифмическая функции	64	—

<i>Лабораторно-практическая работа. Исследование функций и построение графиков</i>	66	102
--	----	-----

Проверочные работы

П—11—1. Уравнения	67	—
П—11—2. Неравенства	69	108
П—11—3. Функции и производная	71	104

<i>Дополнительные упражнения, содержащие параметры</i>	74	105
--	----	-----

Итоговые работы

И—11—1	76	—
И—11—2	78	106
И—11—3	80	—
И—11—4	82	107

<i>Карточки-задания для проведения индивидуальной итоговой контрольной работы по курсу 11 класса</i>	84	—
--	----	---

<i>Билеты для проведения итоговой устной аттестации</i>	96	110
---	----	-----

Ответы	100	
-------------------------	-----	--

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К—11—1

ПЕРВООБРАЗНАЯ И ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Подготовительный вариант

1. Найдите общий вид первообразных $F(x)$ функции $y = f(x)$ на указанном промежутке:

а) $f(x) = 2x - 5$ на \mathbb{R} ;

б) $f(x) = x^7 - 2 \sin x$ на \mathbb{R} ;

в) $f(x) = -\frac{1}{x^3}$ на $(-\infty; 0)$ или на $(0; +\infty)$.

2. Найдите ту первообразную функции

$$f(x) = 6x^2 - 4x + 1,$$

график которой проходит через начало координат.

3. Вычислите:

а) $\int_1^4 2x^2 dx$;

б) $\int_{-1}^0 (3x^2 - 4x + 2) dx$;

в) $\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} (x^3 + 2x) dx$;

г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$.

4. Пусть $F(x)$ — та первообразная функции

$$f(x) = 5 - 2x,$$

график которой имеет с графиком функции $f(x)$ общую точку на оси ординат. Найдите все общие точки графиков функций $f(x)$ и $F(x)$.

5. Пусть $F(x)$ — первообразная функции $f(x) = 2x^2 + x$.

Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции $F(x)$.

6. Найдите все такие a , что $\int_{-1}^a 2x dx < 8$.

Вариант 1

1. Найдите общий вид первообразных $F(x)$ функции $y = f(x)$ на указанном промежутке:

а) $f(x) = 3x - 1$ на R ;

б) $f(x) = x^5 + \cos x$ на R ;

в) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ на $(-\infty; 0)$ или на $(0; +\infty)$.

2. Найдите ту первообразную функции

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1,$$

график которой проходит через начало координат.

3. Вычислите:

а) $\int_2^3 x^2 dx$;

б) $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x - 1) dx$;

в) $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{2}{3}} (3x^3 - 2x) dx$;

г) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

4. Пусть $F(x)$ — та первообразная функции $f(x) = 4x - 1$, график которой имеет с графиком функции $f(x)$ общую точку на оси ординат. Найдите все общие точки графиков функций $f(x)$ и $F(x)$.

5. Пусть $F(x)$ — первообразная функции $y = x^2 - 4x$. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции $F(x)$.

6. Найдите все такие a , что $\int_1^a 2x dx > 3$.

Вариант 2

1. Найдите общий вид первообразных $F(x)$ функции $y = f(x)$ на указанном промежутке:

а) $f(x) = 2 - x$ на R ;

б) $f(x) = x^4 - \sin x$ на R ;

в) $f(x) = \frac{2}{x^3}$ на $(-\infty; 0)$ или на $(0; +\infty)$.

2. Найдите ту первообразную функции

$$f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 1,$$

график которой проходит через начало координат.

3. Вычислите:

а) $\int_1^3 x^3 dx;$

б) $\int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx;$

в) $\int_{-\frac{4}{3}}^{\frac{4}{3}} (3x^3 + 4x) dx;$

г) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$

4. Пусть $F(x)$ — та первообразная функции $f(x) = 2x + 3$, график которой имеет с графиком функции $f(x)$ общую точку на оси ординат. Найдите все общие точки графиков функций $f(x)$ и $F(x)$.

5. Пусть $F(x)$ — первообразная функции $f(x) = x^2 + 3x$. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции $F(x)$.

6. Найдите все такие a , что $\int_2^a 2x dx < 5$.

К—11—2

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ
КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАПЕЦИИ
С ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА**

Подготовительный вариант

Найдите площадь фигуры (предварительно сделайте рисунок), ограниченной:

а) графиком функции $y = 2x - x^2$ и осью абсцисс;

б) графиком функции $y = 2x - x^2$, осью ординат и прямой $y = 1$;

в) графиком функции $y = -\sin x$, осью абсцисс и прямыми $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{3}$;

г) графиками функций $y = 2x^2$ и $y = 2x - 3x^2$;

д) графиками функций $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{3}{4} - x$ и осью абсцисс.

Вариант 1

Найдите площадь фигуры (предварительно сделайте рисунок), ограниченной:

а) графиком функции $y = 4x - x^2$ и осью абсцисс;

б) графиком функции $y = 4x - x^2$, осью ординат и прямой $y = 4$;

в) графиком функции $y = \cos x$, осью абсцисс и прямыми $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$;

г) графиками функций $y = x^2$ и $y = 4x - 3x^2$;

д) графиками функций $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ и осью абсцисс.

Вариант 2

Найдите площадь фигуры (предварительно сделайте рисунок), ограниченной:

а) графиком функции $y = 6x - x^2$ и осью абсцисс;

б) графиком функции $y = 6x - x^2$, осью ординат и прямой $y = 9$;

в) графиком функции $y = \sin x$, осью абсцисс и прямыми $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$;

г) графиками функций $y = x^2$ и $y = 3x + 2x^2$;

д) графиками функций $y = \sqrt{x}$, $y = 6 - x$ и осью абсцисс.

**ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЯ СТЕПЕНИ.
ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И НЕРАВЕНСТВА**

Подготовительный вариант**1. Упростите:**

а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{3} - (\sqrt[7]{4})^7$;

б) $\frac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1+x^{\frac{1}{10}}} + \left(1+x^{\frac{1}{80}}\right) \cdot \left(1-x^{\frac{1}{80}}+x^{\frac{1}{16}}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{4x+1} = -4$; б) $\sqrt{4x+1} = -4$; в) $\sqrt{4x+1} = 4$;

г) $\sqrt{4x+1} = \sqrt{x^2+3x-1}$; д) $\sqrt{4x+1} = -1-4x$;

е) $\sqrt{4x+1} = x-1$;

ж) $x-5\sqrt{x}+4=0$.

3. Решите неравенство:

а) $\sqrt{x-1} > 2$;

б) $\sqrt{x-1} < 2$;

в) $\sqrt{x-1} > -3$;

г) $\sqrt{x-1} < -3$;

д) $\sqrt{x-1} > \sqrt{4-x}$.

Вариант 1**1. Упростите:**

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2} + (\sqrt[5]{5})^5$;

б) $\frac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1-x^{\frac{1}{12}}} + \left(1-x^{\frac{1}{86}}\right) \cdot \left(1+x^{\frac{1}{86}}+x^{\frac{1}{18}}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{3x-1} = -5$; б) $\sqrt{3x-1} = -5$; в) $\sqrt{3x-1} = 5$;

г) $\sqrt{3x-1} = \sqrt{x^2+x-4}$; д) $\sqrt{3x-1} = 1-3x$;

е) $\sqrt{3x+1} = x-3$;

ж) $x-3\sqrt{x}+2=0$.

3. Решите неравенство:

а) $\sqrt{x-2} > 3$;

б) $\sqrt{x-2} < 3$;

в) $\sqrt{x-2} > -2$;

г) $\sqrt{x-2} < -2$;

д) $\sqrt{x-2} > \sqrt{3-x}$.

Вариант 2

1. Упростите:

а) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5} - (\sqrt[6]{3})^6;$

б) $\frac{1-x^{\frac{1}{7}}}{1+x^{\frac{1}{14}}} + \left(1+x^{\frac{1}{42}}\right) \cdot \left(1-x^{\frac{1}{42}}+x^{\frac{1}{21}}\right).$

2. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{2x+3} = -3;$ б) $\sqrt{2x+3} = -3;$ в) $\sqrt{2x+3} = 3;$

г) $\sqrt{4x+3} = \sqrt{x^2+x-1};$ д) $\sqrt{2x+3} = -3-2x;$

е) $\sqrt{2x+3} = x;$

ж) $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0.$

3. Решите неравенство:

а) $\sqrt{x+3} > 2;$

б) $\sqrt{x+3} < 2;$

в) $\sqrt{x+3} > -1;$

г) $\sqrt{x+3} < -1;$

д) $\sqrt{x+3} > \sqrt{1-x}.$

К—11—4

ЛОГАРИФМЫ.

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Подготовительный вариант

1. Вычислите:

а) $\log_2 32 - \log_3 \frac{1}{27} - \log_{32} \sqrt{32};$ б) $\lg 8 + \lg 12,5;$

в) $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}.$

2. Решите уравнение:

а) $5^x = 125;$

б) $7^x = 10;$

в) $2^x + 2^{x+3} = 9;$

г) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0.$

3. Решите неравенство:

а) $4^x > \frac{1}{64};$

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \frac{1}{16};$

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} < \left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}$

4. Найдите все такие t , что $25^t + 49 \cdot 5^{2t} > 9^t + 17 \cdot 3^{2t}$.

5. При каких значениях a уравнение

$$25^x - (a + 1)5^x + 3a - 6 = 0$$

имеет ровно один корень?

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\log_3 27 + \log_2 \frac{1}{2} - \log_{15} \sqrt{15}$; б) $\lg 2 + \lg 5$;

в) $\frac{\log_3 32}{\log_3 2}$.

2. Решите уравнение:

а) $2^x = 32$;

б) $3^x = 7$;

в) $3^x + 3^{x+1} = 4$;

г) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$;

3. Решите неравенство:

а) $2^x > \frac{1}{4}$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8}$;

в) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{4}{3}\right)^{2x-3}$

4. Найдите все такие t , что $9^t + 5 \cdot 3^{2t} > 4^t + 3 \cdot 2^{2t}$.

5. При каких значениях a уравнение

$$4^x - (a + 1) \cdot 2^x + 2a - 2 = 0$$

имеет ровно один корень?

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\log_4 64 - \log_5 \frac{1}{5} + \log_{18} \sqrt[4]{18}$; б) $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$;

в) $\frac{\lg 81}{\lg 3}$.

2. Решите уравнение:

а) $3^x = 81$;

б) $5^x = 9$;

в) $5^x + 5^{x+2} = 26$;

г) $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$.

3. Решите неравенство:

а) $3^x > \frac{1}{27}$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \frac{1}{9}$;

в) $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2} < \left(\frac{5}{4}\right)^{3x-4}$

4. Найдите все такие t , что $16^t + 15 \cdot 4^{2t} < 9^t + 11 \cdot 3^{2t}$.

5. При каких значениях a уравнение

$$9^x - a \cdot 3^x + 3a - 9 = 0$$

имеет ровно один корень?

К—11—5

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 1) = -1$;

б) $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 1) = \log_{\frac{1}{4}}(x^2 + x - 3)$;

в) $\log_4(x^2 - 6x) = 2$;

г) $\log_4 x + \log_4(x - 6) = 2$;

д) $\lg^2 x - 4 \lg x - 5 = 0$.

2. Решите неравенство:

а) $\log_{16}(4x + 3) > \frac{1}{2}$;

б) $\log_{\frac{1}{4}}(4x + 3) > -1$;

в) $\log_4^2 x - \log_4 x - 6 < 0$;

г) $\log_2(3x - 1) > \log_2(2 - 7x)$.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_4(2x + y) = 2, \\ \log_5(2x - y) = 1. \end{cases}$$

4. Для каждого a решите уравнение

$$\log_4(3x - 2) = \log_4(2x - a).$$

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = -1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 5) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3)$;

в) $\log_2(x^2 - 3x) = 2$;

г) $\log_2 x + \log_2(x - 3) = 2$;

д) $\lg^2 x - 2 \lg x - 3 = 0$.

2. Решите неравенство:

а) $\log_4(2x - 1) > \frac{1}{2}$; б) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1$;

в) $\log_2^2 x - 3 \log_2 x - 4 < 0$;

г) $\log_3(5x - 1) > \log_3(2 - 3x)$.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x + y) = 1, \\ \log_3(x - y) = 2. \end{cases}$$

4. Для каждого a решите уравнение

$$\log_3(x - 3) = \log_3(2x + a).$$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{3}}(4x + 5) = -1$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(4x + 5) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 8x)$;

в) $\log_3(x^2 - 8x) = 2$; г) $\log_5 x + \log_5(x - 4) = 1$;

д) $\lg^2 x - 3 \lg x - 4 = 0$.

2. Решите неравенство:

а) $\log_9(3x - 4) > \frac{1}{2}$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(3x - 4) > -1$;

в) $\log_3^2 x + 2 \log_3 x - 3 < 0$;

г) $\log_4(5x + 1) > \log_4(3 - 4x)$.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_3(x + 2y) = 2, \\ \log_4(x - 2y) = 1. \end{cases}$$

4. Для каждого a решите уравнение

$$\log_2(2x - 1) = \log_2(x - 2a).$$

К—11—6
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ
И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

Подготовительный вариант

1. Найдите производную функции:

а) $y = x^3 + e^x$;

б) $y = 2x^2 - 3e^x$.

2. Найдите множество первообразных функции на заданном промежутке:

а) $y = -\frac{1}{x}$ на $(0; +\infty)$;

б) $y = 2e^x - \cos x$ на \mathbb{R} .

3. Найдите область определения, критические точки, промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $y = e^x - x \cdot e$;

б) $y = x - 2 \ln x$.

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{6}{x}$ и $y = 5 - x$.

5. Докажите, что уравнение $e^x = x \cdot e$ имеет ровно один корень и найдите этот корень.

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а) $y = 2x - e^x$;

б) $y = x^2 + 3 \cdot \ln x$.

2. Найдите множество первообразных функции на заданном промежутке:

а) $y = \frac{2}{x}$ на $(0; +\infty)$;

б) $y = 2x + e^x$ на \mathbb{R} .

3. Найдите область определения, критические точки, промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $y = x - e^x$;

б) $y = 0,5x^2 - \ln x$.

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$ и $y = 3 - x$.

5. Докажите, что уравнение $e^x - 1 = x$ имеет ровно один корень, и найдите этот корень.

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а) $y = x^2 - \ln x$;

б) $y = 3x - 2e^x$.

2. Найдите множество первообразных функции на заданном промежутке:

а) $y = \sin x + \frac{4}{x}$ на $(0; +\infty)$;

б) $y = 2e^x$ на \mathbb{R} .

3. Найдите область определения, критические точки, промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $y = 2 - e^x + x \cdot e$;

б) $y = x - \ln x$.

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{8}{x}$ и $y = 4 - x$.

5. Докажите, что уравнение $x = 1 + \ln x$ имеет ровно один корень, и найдите этот корень.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

(допустимо использование микрокалькуляторов)

- 1) Найдите область $D(f)$ определения данной функции $f(x)$.
- 2) Найдите $f'(x)$ и $D(f')$.
- 3) Найдите критические точки, исследуйте функцию на монотонность и определите точки экстремума функции.
- 4) Найдите экстремумы функции.
- 5) Определите точку пересечения графика функции с осью Oy .
- 6) Исследуйте функцию на четность и нечетность.
- 7) Найдите значения функции в нескольких дополнительных точках.
- 8) Постройте график функции.
- 9) Определите множество $E(f)$ значений функции $f(x)$.
- 10) Укажите какой-либо отрезок $[a; b]$, такой, что
 - а) $\max_{[a; b]} f(x) = f(a)$;
 - б) $\min_{[a; b]} f(x) = f(a)$.

Вариант 1 $f(x) = x - e^x + 2.$

Вариант 2 $f(x) = x - \ln x.$

Вариант 3 $f(x) = x - 2x^{\frac{1}{2}}.$

Вариант 4 $f(x) = e^x - x.$

Вариант 5 $f(x) = 2 \ln x - x^2.$

Вариант 6 $f(x) = x \cdot e^x.$

Вариант 7 $f(x) = x \cdot \ln x.$

Вариант 8 $f(x) = x + e^{-x}.$

Вариант 9 $f(x) = \frac{e^x}{x}.$

Вариант 10 $f(x) = x - 3x^{\frac{1}{3}}.$

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

П—11—1

УРАВНЕНИЯ

Вариант 1

1. Решите тригонометрическое уравнение:

а) $2 \sin \frac{x}{3} - 1 = 0$; б) $2 \cos x \cdot \cos 2x + \cos x = 0$;

в) $\sin x - \cos x = 0$; г*) $\cos 2x + \cos^2 \frac{x}{2} = 0,25$.

2. Решите иррациональное уравнение:

а) $\sqrt{2x^2 + 3x - 10} = 2$; б*) $\sqrt{2x^2 + 3x - 10} = x$;

в*) $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 3$.

3. Решите показательное уравнение:

а) $2^{x^2+x} = 4$; б) $2^x = 7$;

в*) $4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 2 = 0$.

4. Решите логарифмическое уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(5x-3) = -1$;

б) $\log_2(x^2-1) = \log_2(2x-1)$;

в*) $\log_5(3x-1) - 2 \log_5(2x+1) = \log_{\frac{1}{3}} 3$.

5*. Решите трансцендентное уравнение

$$3^{2 \cos x} \cdot 4^{\cos x} = \frac{1}{6}$$

Вариант 2

1. Решите тригонометрическое уравнение:

а) $2 \cos \frac{x}{5} - 1 = 0$; б) $2 \sin x \cdot \cos 3x + \sin x = 0$;

в) $\sin x + \cos x = 0$; г*) $\cos 2x + \sin^2 \frac{x}{2} = -0,25$.

2. Решите иррациональное уравнение:

а) $\sqrt{3x^2 + 2x - 12} = 2$; б*) $\sqrt{3x^2 + 2x - 12} = x$;

в*) $\sqrt{2x} + \sqrt{2x-3} = 3$.

3. Решите показательное уравнение:

а) $3^{x^2+2x} = 27$; б) $3^x = 5$;

в*) $4^{x+\frac{3}{2}} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$.

4. Решите логарифмическое уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(3x + 5) = -1$;

б) $\log_3(1 - 2x^2) = \log_3(1 - 6x)$;

в*) $\log_7(2x + 3) - 2 \log_7(3x + 1) = \log_{\frac{1}{2}} 2$.

5*. Решите трансцендентное уравнение

$$9^{\sin x} \cdot 2^{2 \sin x} = 6.$$

Вариант 3

1. Решите тригонометрическое уравнение:

а) $2 \sin \frac{x}{2} + 1 = 0$; б) $2 \cos x \cdot \cos 4x - \cos x = 0$;

в) $\sin x + \sqrt{3} \cdot \cos x = 0$; г*) $\cos^2 \frac{x}{2} - \cos 2x = 1,25$.

2. Решите иррациональное уравнение:

а) $\sqrt{3x^2 - x - 15} = 3$; б*) $\sqrt{3x^2 - x - 15} = x$;

в*) $\sqrt{x} + \sqrt{x + 5} = 5$.

3. Решите показательное уравнение:

а) $3^{x^2-x} = 9$; б) $4^x = 6$;

в*) $9^{x-\frac{1}{2}} - 4 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$.

4. Решите логарифмическое уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{3}}(4x - 1) = -1$;

б) $\log_2(3x^2 - 11) = \log_2(6x - 11)$;

в*) $\log_3(2x - 1) - 2 \log_3(2x + 5) = \log_{\frac{1}{2}} 8$.

5*. Решите трансцендентное уравнение

$$2,5^{\cos x} \cdot (\sqrt{10})^{2 \cos x} = 5.$$

Вариант 4

1. Решите тригонометрическое уравнение:

а) $2 \cos \frac{x}{4} + \sqrt{2} = 0$; б) $2 \sin x \cdot \sin 2x - \sin x = 0$;

в) $\sqrt{3} \cdot \sin x - \cos x = 0$; г*) $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos 2x = 0,75$.

2. Решите иррациональное уравнение:

а) $\sqrt{2x^2 - x - 6} = 3$; б*) $\sqrt{2x^2 - x - 6} = x$;

в*) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} = 5$.

3. Решите показательное уравнение:

а) $2^{x^2-2x} = 8$; б) $2^x = 3$;

в*) $9^{x-1} - 10 \cdot 3^{x-2} + 1 = 0$.

4. Решите логарифмическое уравнение:

а) $\log_{\frac{1}{3}}(6x+9) = -1$;

б) $\log_3(4x^2-3) = \log_3(4x-3)$;

в*) $\log_6(x+4) - 2 \log_6(5x-4) = \log_7 \frac{1}{7}$.

5*. Решите трансцендентное уравнение

$$6^{2 \sin x} \cdot 4^{\sin x} = \frac{1}{12}.$$

П-11-2

НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1

Решите неравенства.

1. $3x + 5 < 2$.

2. $x^2 - 6x - 7 > 0$.

3. $\frac{2x-1}{x+1} > 1$.

4. $\log_2(3x-1) < 0$.

5. $2^{8x} > \sqrt{2}$.

6. $x^2(3x-1) \geq 0$.

7. $(5-2x)\sqrt{x} \leq 0$.

8. $\lg^2 x - 2 \lg x < 0$.

9. $\sqrt{x+2} > x$.

10. $\sin x \leq \frac{1}{2}$.

Вариант 2

Решите неравенства.

1. $2x + 7 > 3.$

2. $x^2 + 5x - 6 \leq 0.$

3. $\frac{3x-2}{x-2} < 2.$

4. $\log_2(4x - 1) < 0.$

5. $3^{2x} > \frac{1}{\sqrt{3}}.$

6. $x^2(3x + 2) \leq 0.$

7. $(4 - 3x)\sqrt{x} \leq 0.$

8. $\log_2^2 x + 3 \cdot \log_2 x < 0.$

9. $\sqrt{2x + 3} > x.$

10. $\cos x \leq \frac{1}{2}.$

Вариант 3

Решите неравенства.

1. $4x + 3 < 5.$

2. $x^2 - 4x - 5 \geq 0.$

3. $\frac{4x-3}{x+2} > 3.$

4. $\log_2(2x + 3) < 0.$

5. $2^{4x} < \frac{1}{\sqrt{2}}.$

6. $x^2(2x - 3) \geq 0.$

7. $(5 - 3x)\sqrt{x} \leq 0.$

8. $\lg^2 x + \lg x < 0.$

9. $\sqrt{3x + 4} > x.$

10. $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Вариант 4

Решите неравенства.

1. $5x + 4 > 6.$

2. $x^2 + 7x - 8 \leq 0.$

3. $\frac{5x+2}{x-1} < 4.$

4. $\log_3(3x + 4) < 0.$

5. $3^{5x} < \sqrt{3}.$

6. $(x - 1)^2(4x + 3) \leq 0.$

7. $(6 - 5x)\sqrt{x} \leq 0.$

8. $\log_3^2 x - 3 \cdot \log_3 x < 0.$

9. $\sqrt{4x + 5} > x.$

10. $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$

ФУНКЦИИ И ПРОИЗВОДНАЯ

Вариант 1

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{1-x} + x^{\frac{1}{7}}.$$

2. Найдите производную заданной функции:

а) $f(x) = x^3 + e^x - \cos 3x;$

б) $f(x) = \sqrt{x} - 2 \ln x;$

в*) $f(x) = x \cdot e^{-x};$

г*) $f(x) = \frac{\cos 3x}{x+1}.$

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $f(x) = 3x - x^3 + 2;$

б*) $f(x) = x \cdot \ln x.$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $f(x) = x^2 - 6x + 1$ на $[2; 4];$

б*) $f(x) = x \cdot e^{-x}$ на $[0; 2].$

5*. При каких значениях a ($a > 0$) наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 6x + 1$ на $[0; a]$ равно 1?

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{3-2x} + x^{\frac{1}{5}}.$$

2. Найдите производную заданной функции:

а) $f(x) = x^4 - e^x - \cos x;$

б) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \ln x;$

в*) $f(x) = x \cdot e^{-2x};$

г*) $f(x) = \frac{\sin 2x}{x-1}.$

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $f(x) = x^3 - 12x - 1;$

б*) $f(x) = x \cdot e^x.$

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $f(x) = 1 + 4x - x^2$ на $[1; 3]$;

б*) $f(x) = x \cdot e^{-2x}$ на $[0; 1]$.

5*. При каких значениях a ($a > 0$) наибольшее значение функции

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

на $[0; a]$ равно 1?

Вариант 3

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{2-x} + (x-1)^{\frac{1}{3}}.$$

2. Найдите производную заданной функции:

а) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2e^x + \cos x$;

б) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 5 \cdot \ln x$;

в*) $f(x) = x \cdot e^x$;

г*) $f(x) = \frac{\cos 2x}{2x-1}$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$;

б*) $f(x) = 1 - x \ln x$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ на $[0; 2]$;

б*) $f(x) = x \cdot e^x$ на $[-2; 0]$.

5*. При каких значениях a ($a > 0$) наибольшее значение функции

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$

на $[0; a]$ равно -1?

Вариант 4

1. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt{5 - 2x} + (x - 2)^{\frac{1}{9}}.$$

2. Найдите производную заданной функции:

а) $f(x) = \frac{1}{x} - 5 \cdot e^x + \cos 3x$; б) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} - 2 \cdot \ln x$;

в*) $f(x) = (x + 1) \cdot \ln(x + 1)$; г*) $f(x) = \frac{\sin 3x}{2x + 3}$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции:

а) $f(x) = 12x - x^3 + 2$;

б*) $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $f(x) = x^2 - 8x + 2$ на $[3; 5]$;

б*) $f(x) = (x + 1) \cdot \ln(x + 1)$ на $[-1; 0]$.

5*. При каких значениях a ($a > 0$) наибольшее значение функции

$$f(x) = x^2 - 8x + 2$$

на $[0; a]$ равно 2?

Вариант 1

1. При каких значениях a первообразная $F(x)$ функции $f(x) = x^2 - 2x + a$ возрастает на множестве действительных чисел?

2. Для каждого значения a решите уравнение

$$\log_2(3x - 1) = \log_2(x + a).$$

3. При каких значениях a уравнение

$$4^x - (3a + 7) \cdot 2^x + 21a = 0$$

имеет ровно один корень?

4. При каких значениях a функция $y = x \cdot e^{-x}$ возрастает на $[a - 3; a + 4]$?

5. При каких значениях a график функции $y = ax + 1$ является касательной к графику функции $y = \ln x$?

6. При каких значениях a число 2 удовлетворяет неравенству $\log_a(3x - 1) < 3$?

7. При каком целом значении b решением неравенства $(x - b)(x - \log_2 7) < 0$ будет отрезок наименьшей длины?

8. При каком значении a площадь, ограниченная линиями $y = x^2$, $x = a$, $x = a + 3$, $y = 0$, принимает наименьшее значение?

9. При каком положительном значении b прямая $x = 6$ делит площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 4$, $x = b + 6$, на две равные части?

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3x^2$, осью абсцисс и прямыми $x = a - 1$ и $x = a + 1$, где $a \in \mathbb{R}$. При каком значении a эта площадь наименьшая?

Вариант 2

1. При каких значениях a первообразная $F(x)$ функции $f(x) = x^2 + 4x - a$ возрастает на множестве действительных чисел?

2. Для каждого значения a решите уравнение

$$\log_3(4x + 1) = \log_3(x - a).$$

3. При каких значениях a уравнение

$$9^x - (2a + 5) \cdot 3^x + 10a = 0$$

имеет ровно один корень?

4. При каких значениях a функция $y = x \cdot e^x$ убывает на $[a - 5; a + 3]$?

5. При каких значениях a график функции $y = ax$ является касательной к графику функции $y = e^x$?

6. При каких значениях a число 3 удовлетворяет неравенству $\log_a(2x + 1) < 5$?

7. При каком целом значении b решением неравенства $(x - b)(x - \log_3 8) \leq 0$ будет отрезок наименьшей длины?

8. При каком значении a площадь, ограниченная линиями $y = x^2$, $x = a$, $x = a + 2$, $y = 0$, принимает наименьшее значение?

9. При каком положительном значении b прямая $x = 10$ делит площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 6$, $x = b + 10$, на две равные части?

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 6x^2$, осью абсцисс и прямыми $x = a - 2$ и $x = a + 2$, где $a \in \mathbb{R}$. При каком значении a эта площадь наименьшая?

ИТОГОВЫЕ РАБОТЫ

И-11-1

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = \frac{1}{2}$;

б) $\log_2(2x + 1) = 3$;

в) $\sqrt{3x^2 - 5} = 2$.

2. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} > 2$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремумов и экстремумы функции

$$y = 2x - x^2.$$

4. Найдите площадь, ограниченную графиком функции $y = 2x - x^2$ и осью абсцисс.

5. При каких a уравнение

$$2 \sin 3x = a$$

не имеет решений?

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\sin 2x = \frac{1}{2}$;

б) $\log_3(3x - 2) = 2$;

в) $\sqrt{10 - 3x^2} = 2$.

2. Решите неравенство $\left(\frac{1}{8}\right)^{2+x} < 3$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремумов и экстремумы функции

$$y = x^2 - 4x.$$

4. Найдите площадь, ограниченную графиком функции $y = 4x - x^2$ и осью абсцисс.

5. При каких a уравнение

$$3 \cos 2x = a$$

не имеет решений?

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\log_4(2x + 3) = \frac{1}{2}$;

в) $\sqrt{3x^2 + 4} = 5$.

2. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^{3-x} > \frac{1}{2}$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремумов и экстремумы функции

$$y = 6x - x^2.$$

4. Найдите площадь, ограниченную графиком функции $y = 6x - x^2$ и осью абсцисс.

5. При каких a уравнение

$$\sin 5x - 1 = a$$

не имеет решений?

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\log_2(4x - 3) = 2$;

в) $\sqrt{2x^2 + 1} = 5$.

2. Решите неравенство $\left(\frac{1}{9}\right)^{2-x} < \frac{1}{3}$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремумов и экстремумы функции

$$y = 1 - 9x^2.$$

4. Найдите площадь, ограниченную графиком функции $y = 1 - 3x^2$ и осью абсцисс.

5. При каких a уравнение

$$\cos 4x + 2 = a$$

не имеет решений?

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = \cos x - 1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 5x - 4) = -1$;

в) $\sqrt{3x - 2} = x$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{3x+5}{x+1} > 2$;

б) $2^x + 2^{x+1} < 6$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = x^3 - 12x$.4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3 - 12x$ и прямыми $x = 0$, $x = -2$, $y = 0$.5. При каких значениях a функция $y = 2e^x + ax - 3$ не имеет критических точек?

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = \sin x$;

б) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 4x - 2) = -1$;

в) $\sqrt{4x - 3} = x$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{4x+7}{x+1} < 3$;

б) $3^x + 3^{x+1} > 12$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = 3x - x^3$.4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3x - x^3$ и прямыми $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.5. При каких значениях a функция $y = 3 \cdot \ln x + ax - 2$ не имеет критических точек?

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = -\cos x$;

б) $\log_2(x^2 + 3x - 3,5) = -1$;

в) $\sqrt{5x - 4} = x$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{5x+7}{x+1} > 4$;

б) $4^x + 4^{x+1} < 80$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = x^4 - 4x + 3$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^4 - 4x + 3$ и прямыми $x = 0$, $x = -1$, $y = 0$.

5. При каких значениях a функция $y = 3e^{-x} - ax - 4$ не имеет критических точек?

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = -\sin x$;

б) $\log_3(x^2 + 2x - 2\frac{2}{3}) = -1$;

в) $\sqrt{6x - 5} = x$.

2. Решите неравенство:

а) $\frac{6x+11}{x+1} < 5$;

б) $5^x + 5^{x+1} > 30$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^4 - 2x^2 + 2$ и прямыми $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.

5. При каких значениях a функция $y = 2 \cdot \ln x - ax - 1$ не имеет критических точек?

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{4^{\frac{5}{12}}} \cdot \pi^0$.

2. Решите уравнение

$$\log_2(2x - 1) + \log_2(3x - 2) = 0.$$

3. Решите неравенство $3^x \leq 9$.

4. Найдите абсциссы тех точек графика функции

$$y = \sin x \cos x,$$

ординаты которых равны 0,25.

5. Найдите промежутки монотонности функции

$$y = x^3(3x^2 - 5)$$

и точки ее экстремумов.

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{3}}{e^0 \cdot \sqrt{3}} : 9^{\frac{7}{12}}$.

2. Решите уравнение

$$\log_{\frac{1}{3}}(2 + x) + \log_{\frac{1}{3}}(5 + 4x) = 0.$$

3. Решите неравенство $8^x \leq 2$.

4. Найдите абсциссы тех точек графика функции

$$y = \sin^2 x - \cos^2 x,$$

ординаты которых равны 0,5.

5. Найдите промежутки монотонности функции

$$y = x^3(x^3 + 16)$$

и точки ее экстремумов.

Вариант 3

1. Решите уравнение

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

и укажите любой его положительный корень.

2. Решите неравенство

$$\log_2(3 - 2x) < -1.$$

3. Найдите все числа a , для которых выполняется усло-

вие $4 \cdot 2^{3a} = 0,25^{\frac{a^2}{2}}$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x(4 - x)$ и осью абсцисс.

5. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{4 - \frac{9}{x+1} + \frac{1}{x-8}}.$$

Вариант 4

1. Решите уравнение

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

и укажите любой его отрицательный корень.

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(3x - 1) > -1.$$

3. Найдите все числа b , для которых выполняется усло-

вие $0,2^{3b-5} = 25b^2$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x(x + 2)$ и осью абсцисс.

5. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{2 - \frac{1}{x+6} + \frac{9}{x-2}}.$$

Вариант 1

1. Найдите абсциссы всех точек пересечения графиков функций $y = x$ и $y = 1 + \sqrt{x + 5}$.

2. Вычислите

$$\sqrt[3]{\log_{\sqrt{2}}(2 \sin \frac{\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(\cos \frac{\pi}{8})}.$$

3. Решите неравенство $2^{\frac{3}{x}} > 0,5^{x-4}$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x - 2)(3 - 2x)$ и $y = 0$.

5. На промежутке $[-2; 2]$ исследуйте функцию

$$f(x) = xe^{\frac{1}{8}x^2}$$

и постройте ее график.

Вариант 2

1. Найдите абсциссы всех точек пересечения графиков функций $y = 2 - 2\sqrt{x + 5}$ и $y = -x$.

2. Вычислите

$$\sqrt[3]{\log_{\sqrt{2}}(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8})}$$

3. Решите неравенство $5^x < 0,2^{x-8}$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (3x + 2)(1 - x)$ и $y = 0$.

5. На промежутке $[-1; 3]$ исследуйте функцию

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

и постройте ее график.

Вариант 3

1. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) = \sin x .$$

2. Вычислите значение производной функции

$$y = e^{2x-1} + \sqrt{4x+7} \text{ в точке } x_0 = 0,5.$$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 4x + 4$ и прямой $y = -x + 8$.

4. Решите неравенство

$$(x - 3) \log_{\frac{1}{3}} x < 0 .$$

5. Определите координаты всех точек графика функции

$$y = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + x - 1,$$

равноудаленных от осей координат.

Вариант 4

1. Решите уравнение

$$\cos 3x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) .$$

2. Вычислите значение производной функции

$$y = \ln(3x + 1) + \sqrt{6x + 5} \text{ в точке } x_0 = \frac{2}{3}.$$

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 9 - x^2$ и прямой $y = 2x + 6$.

4. Решите неравенство

$$\frac{e^{3x-1} - 1}{x+8} > 0 .$$

5. Определите координаты всех точек графика функции

$$y = \sqrt{x^2 + 4x + 8} - x - 2,$$

равноудаленных от осей координат.

**КАРТОЧКИ-ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ИТОВОГОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО КУРСУ 11 КЛАССА**

Задание 1

1. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = 1 - 3 \cos x$ и $y = \cos x - 1$.

2. Найдите все решения уравнения $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$, принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{2x - 1}$.

3. Решите неравенство

$$\log_{25}(3 - x) < -\frac{1}{2}.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ и $x = \frac{1}{2}$.

5. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x^2}$, где $x > 0$, отсекающей на осях координат треугольник площадью 2,25.

Задание 2

1. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{2} - 3 \sin x$ и $y = \sin x - \sqrt{2}$.

2. Найдите все решения уравнения $\log_2(3x^2 - x) = 1$, принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{2 - 5x}$.

3. Решите неравенство

$$2^{x^2} > 16.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = \frac{1}{x}$ и $x = \frac{1}{8}$.

5. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = x^3$, где $x > 0$, отсекающей на осях координат треугольник площадью $\frac{2}{9}$.

Задание 3

1. Найдите все такие x , при которых

$$\sin 2x = \cos x.$$

2. Найдите ординаты точек пересечения графиков функций

$$y = \log_2 x \text{ и } y = 5 - \log_2(x + 4).$$

3. Решите неравенство $3^{\frac{1}{x}} > \frac{1}{9}$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 2x - x^2$, касательной к этому графику, проходящей через точку с абсциссой $x = 2$, и осью ординат.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}, \\ 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1. \end{cases}$$

Задание 4

1. Найдите все такие x , при которых

$$\sin 2x = \sin x.$$

2. Найдите ординаты точек пересечения графиков функций

$$y = 2 - \log_3(x + 1) \text{ и } y = \log_3(2x - 1).$$

3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 25$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^2 - 2x$, касательной к этому графику, проходящей через точку с абсциссой $x = -2$, и осью ординат.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_y x - 2 \log_x y = 1, \\ x^2 + 2y^2 = 3. \end{cases}$$

Задание 5

1. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x - \ln x.$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = -2\sqrt{x} \text{ и } x = 4.$$

3. Пусть $f(x) = \log_3(5x - 2)$. Решите уравнение

$$f(x) = f(3x - 1).$$

4. Решите неравенство

$$(2^x - 3)(3x - 4) < 0$$

и определите, является ли его решением число 1,5.

5. Найдите все решения уравнения

$$\left| \cos x - \frac{1}{4} \right| = 8 \cos^2 \frac{x}{2} - 5$$

на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Задание 6

1. Найдите промежутки убывания функции

$$y = x - e^2.$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2\sqrt{x}, y = -\sqrt{x} \text{ и } x = 9.$$

3. Пусть $f(x) = \log_2(8x - 1)$. Решите уравнение

$$f(x) = f\left(\frac{x}{2} + 5\right).$$

4. Решите неравенство

$$(3 \log_3 x - 1)(3 - 4x) > 0$$

и определите, является ли его решением число 1,5.

5. Найдите все решения уравнения

$$\left| \frac{3}{5} - \sin^2 \frac{x}{2} \right| = 5 \cos x + 1$$

на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Задание 7

1. Решите неравенство

$$\log_3 x > \log_3(5 - x)$$

и укажите все его целые решения.

2. Сравните значения функции

$$y = \cos 3x - 2 \sin \frac{x}{2} + 2 \ln(1 + x)$$

в точке $x = 0$ со значением производной этой функции в этой же точке.

3. Решите уравнение

$$\sin 2x + \sin x = 2 \cos x + 1.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x} \text{ и } y = 2.$$

5. Решите уравнение $3^x \cdot 2^{\frac{3}{x}} = 24.$

Задание 8

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{7}}(2x + 3) < \log_{\frac{1}{7}}(3x - 2)$$

и укажите все его целые решения.

2. Сравните значение функции

$$y = \cos \frac{x}{2} - \sin 3x + 4 \ln(1 + x)$$

в точке $x = 0$ со значением производной этой функции в этой же точке.

3. Решите уравнение

$$\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1.$$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{x} \text{ и } x = \frac{1}{4}.$$

5. Решите уравнение $2^x \cdot 3^{\frac{2}{x}} = 18.$

Задание 9

1. Решите уравнение

$$(1,5)^x \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^{2x-1} = 1.$$

2. Решите неравенство $\cos t < 0$ и укажите какое-либо его решение, большее чем 100.

3. Исследуйте функцию

$$y = 2x^3 + 3x^2$$

и постройте ее график.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = e^{2x-1} - \cos 2\pi x - 1$ в точке графика с абсциссой $x = \frac{1}{2}$.

5. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \frac{x-1}{2-x} > -1.$$

Задание 10

1. Решите уравнение

$$(0,4)^x \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+3} = 1.$$

2. Решите неравенство $\sin t > 0$ и укажите какое-либо его решение, меньшее, чем -100.

3. Исследуйте функцию

$$y = x^3 + 6x^2$$

и постройте ее график.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2x - 1) + \sin \frac{\pi x}{2} - 2$ в точке графика с абсциссой $x = 1$.

5. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x-2}{1-x} > -1.$$

Задание 11

1. Найдите все решения уравнения

$$\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

на отрезке $[-\frac{5\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$.

2. Найдите ту первообразную функции

$$f(x) = e^{2x} - \cos x,$$

график которой проходит через начало координат.

3. Решите неравенство

$$\sqrt{2 - 5x} < 1.$$

4. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $y = x^2 \cdot \ln x$.

5. Напишите уравнения всех касательных к графику функции $y = \sqrt{4x - 3}$, которые проходят через точку $A(2; 3)$.

Задание 12

1. Найдите все решения уравнения

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

на отрезке $[-\frac{4\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}]$.

2. Найдите ту первообразную функции

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sin(x - 1),$$

график которой проходит через точку $M(1; 1)$.

3. Решите неравенство

$$\sqrt{1 - 3x} < 2.$$

4. Найдите промежутки монотонности и экстремум функции $y = x^3 \cdot e^{-x}$.

5. Напишите уравнения всех касательных к графику функции $y = \sqrt{2x + 1}$, которые проходят через точку $A(1; 2)$.

Задание 13

1. Решите уравнение $2^{3 \cos 2x} = \frac{4}{\sqrt{2}}$.
2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 5) > 1$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 4x - x^2 - 4$ и осями координат.
4. Исследуйте функцию $y = x^3 - 12x$ и постройте ее график.
5. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $y = 10\sqrt{3x + 1} - 3 \ln(5x - 3) - 2$.

Задание 14

1. Решите уравнение $3^{5 \sin \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{8}}{27}$.
2. Решите неравенство $\log_2(3 - 5x) < 2$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 8x + 16$ и осями координат.
4. Исследуйте функцию $y = x^3 + 3x$ и постройте ее график.
5. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции $y = 5 - \ln(3x - 5) + 3\sqrt{2x - 8}$.

Задание 15

1. Решите неравенство $2^{\frac{3}{x-1}} > \sqrt{2}$.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции $y = x^2 + 3$ и прямой $x = 2$.
3. Вычислите без использования таблиц и микрокалькулятора $(2 \lg 5 - \lg(0,5 \sin \frac{5\pi}{6})) \cdot \log_2^2 \sin \frac{\pi}{4}$.
4. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = e^{2x-1}$, параллельной прямой $y = 2x + 7$.
5. Решите уравнение $\sqrt{3} \cos 3x + \sin 3x = 2 \sin x$.

Задание 16

1. Решите неравенство

$$3^{\frac{2}{x+1}} < \sqrt{3}.$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции $y = 1 + \sqrt{x}$ и прямой $x = 4$.

3. Вычислите без использования таблиц и микрокалькулятора

$$\left(\frac{1}{2} \lg 25 - 2 \lg \cos 45^\circ\right) \cdot \log_2^3 \left(-\cos \frac{2\pi}{3}\right).$$

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = e^{4x-3}$, параллельной прямой $y = 4x + 5$.

5. Решите уравнение

$$\cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x = 2 \cos x.$$

Задание 17

1. Пусть $f(x) = 3x - \sqrt{x} + 7$. Найдите те значения x , при которых производная $f'(x) = 1$.

2. Решите неравенство

$$\log_3 \frac{x-1}{x+1} > 1.$$

3. Найдите область определения, нули, промежутки монотонности и экстремумы функции

$$y = x^3 - 3x.$$

Постройте график функции.

4. Найдите значение выражения $\cos 2\alpha$, если α удовлетворяет условию $\sin 4\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{3x+2} (4x^2 - 5x)$$

на отрезке $[0,5; 1,5]$.

Задание 18

1. Пусть $f(x) = 2\sqrt{x} - 5x + 7$. Найдите те значения x , при которых производная $f'(x) = 2$.
2. Решите неравенство

$$\log_2 \frac{x+2}{x-1} > 2.$$

3. Найдите область определения, нули, промежутки монотонности и экстремумы функции

$$y = 2x^3 - 3x^2.$$

Постройте график функции.

4. Найдите значение выражения $\sin 3\alpha$, если α удовлетворяет условию $\sin 6\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Найдите наибольшее значение функции

$$y = e^{2x-3}(3x^2 + 4x)$$

на отрезке $[-2,5; -1,5]$.

Задание 19

1. Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin x = 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_2(3x + 7) > \log_2(5x - 1).$$

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x \cdot e^{x-1}$ в точке с абсциссой $x = 1$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{2}{x-4}$, осью абсцисс и прямыми $x = 5$ и $x = 7$.
5. Для каждого a решите уравнение

$$\sqrt{x^2 - 6x - a} = x - 3.$$

Задание 20

1. Решите уравнение

$$\cos 2x - \sin x = 0.$$

2. Решите неравенство

$$\log_3(4x - 1) < \log_3(5x - 11).$$

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x - 2 \ln x$ в точке с абсциссой $x = 1$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{8}{x-8}$, осью абсцисс и прямыми $x = 4$ и $x = 6$.

5. Для каждого a решите уравнение

$$\sqrt{x^2 + 2x + a} = x + 1.$$

Задание 21

1. Решите уравнение

$$3 \cos 2x - 5 \cos x = 1.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x + 1) > -1.$$

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2$ в точке графика с абсциссой $x_0 = -1$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^2 + 4x - 4$ и осями координат.

5. Какие целые значения принимает функция

$$y = -9x\sqrt{2x + 1}$$

на промежутке $[-0,5; 0]$?

Задание 22

1. Решите уравнение $5 \cos 2x + 21 \sin x = 13$.
2. Решите неравенство $\log_{1,7}(1 - 3x) < 0$.
3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = -x^3 + x - 1$ в точке графика с абсциссой $x_0 = -2$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 6x + 9$ и осями координат.
5. Какие целые значения принимает функция $y = 2x - \sqrt{16x - 4}$ на промежутке $[\frac{1}{4}; +\infty)$?

Задание 23

1. Решите неравенство $\log_2(x - 1) < \log_2(2x + 3)$.
2. Решите уравнение $\sin 2x - \sin x = 0$.
3. Найдите область определения функции
$$y = \sqrt{3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3}$$
.
4. Исследуйте функцию $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ на монотонность.
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 2x + 3$, касательной к графику в его точке с абсциссой 2 и прямой $x = -1$.

Задание 24

1. Решите неравенство $\log_5(2x + 1) > \log_5(x - 3)$.
2. Решите уравнение $\sin 2x = \sqrt{3} \cdot \cos x$.
3. Найдите область определения функции
$$y = \sqrt{2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1}$$
.
4. Исследуйте функцию $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$ на монотонность.
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3 + 2x - x^2$, касательной к графику в его точке с абсциссой 3 и прямой $x = 0$.

Задание 25

1. Решите уравнение

$$\log_3(1-x) = \log_3(17-x-x^2).$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$ и $x = 0$.

3. Найдите все решения уравнения

$$3 \operatorname{tg}^2 x - 4 \cos^2 x = 8.$$

4. Решите неравенство $(0,5)^{t-3} < 4^{\frac{t}{t+1}}$.

5. При каких положительных значениях a наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x+a}$ равно $-6\sqrt{3}$?

Задание 26

1. Решите уравнение

$$\log_2(x+2) = \log_2(x^2+x-7).$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 6x + 9$, $y = 0$ и $x = 0$.

3. Найдите все решения уравнения

$$4 \sin^2 x + 9 \operatorname{tg}^2 x = 4.$$

4. Решите неравенство $25^{t+2} > (0,2)^{\frac{t-7}{t}}$

5. При каких положительных значениях k наибольшее значение функции $y = (k-x)\sqrt{x}$ равно $10\sqrt{5}$?

БИЛЕТЫ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИТОГОВОЙ УСТНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Билет № 1

1. Степенная функция для натурального, целого и рационального показателя. Ее свойства и график.
2. Постройте графики функций

$$y = x^2, \quad y = x^{-1}, \quad y = x^{\frac{1}{3}}.$$

3. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) > 1$.

Билет № 2

1. Показательная функция, ее свойства и график.
2. Постройте графики функций

$$y = 2^x, \quad y = \left(\frac{1}{8}\right)^x, \quad y = \left(\frac{8}{\pi}\right)^x$$

3. Решите уравнение $\sin\left(3x - \frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите какой-либо его корень x_0 , для которого $\cos x_0 < 0$.

Билет № 3

1. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
2. Постройте графики функций

$$y = \log_3 x, \quad y = \log_{\frac{1}{2}} x, \quad y = \log_{\frac{\pi}{9}} x.$$

3. Решите уравнение $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и укажите какой-либо его корень x_0 , для которого $\sin x_0 < 0$.

Билет № 4

1. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.
2. Постройте графики функций

$$y = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}, \quad y = \sin^3 x + \cos^2 x \sin x.$$

3. Решите уравнение $\log_2(x + 2) + \log_2 x = 3$.

Билет № 5

1. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.

2. Постройте графики функций

$$y = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}, \quad y = \cos^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x.$$

3. Решите уравнение $2^x + 3 \cdot 2^{x-1} = 5$.

Билет № 6

1. Решение уравнения $\sin x = a$.

2. Решите уравнения $\sin 2x = 1$, $\sin \frac{x}{2} = 0$, $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = x^3 - 3x - 1$.

Билет № 7

1. Решение уравнения $\cos x = a$.

2. Решите уравнения $\cos 2x = 0$, $\cos \frac{x}{2} = -1$, $\cos x = -\frac{1}{2}$.

3. Найдите значения производной функции

$$y = x^3 + \sqrt{x} - \frac{1}{x} \text{ в точке } x_0 = 1.$$

Билет № 8

1. Решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

2. Решите уравнения $\operatorname{tg} 2x = 1$, $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0$, $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = e^x - x$ на отрезке $[-1; 3]$.

Билет № 9

1. Определение логарифма. Логарифм произведения.

2. Вычислите $\log_2 16$, $\log_8 32$, $\lg 25 + \lg 4$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 6x - x^2$ и осью абсцисс.

Билет № 10

1. Определение логарифма. Логарифм частного.
2. Вычислите $\log_3 27$, $\log_{27} 81$, $\log_2 12 - \log_2 3$.
3. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 + x - 8} = x$.

Билет № 11

1. Область определения функции. Четность и нечетность функции.
2. Найдите область определения функций $f(x) = x^2 - 5$, $f(x) = x + \frac{3}{x}$, $f(x) = \sqrt{1 - 5x}$. Исследуйте каждую из них на четность и нечетность.
3. Решите неравенство $\frac{2x}{x+1} < 1$.

Билет № 12

1. Промежутки монотонности и точки экстремума функции.
2. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = 3x^4 - 4x^3 - 2$.
3. Решите уравнение $\cos 5x \cdot \sin 3x + \sin 5x \cdot \cos 3x = -1$.

Билет № 13

1. Множество значений функции. Нули функции. Периодические функции.
2. Найдите множество значений каждой из функций и ее нули: $f(x) = x^2 - 4$, $f(x) = 5 \cos x$, $f(x) = e^x$. Какие из этих функций являются периодическими?

3. Вычислите $\frac{4 - 4 \cdot 5^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}}{2 - 5^{\frac{1}{3}}} + \sqrt[3]{5}$.

Билет № 14

1. Корень n -й степени и его свойства.

2. Упростите:

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{9}; \quad \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}; \quad \sqrt[7]{\sqrt{5}} - \sqrt[14]{5};$$

$$\sqrt[3]{7^5} - \sqrt[15]{7^{25}}; \quad \sqrt[3]{2} - \sqrt[6]{4}; \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[6]{7}.$$

3. Решите уравнение $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

Билет № 15

1. Степень с рациональным показателем и ее свойства.

2. Упростите:

$$\frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{7}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}}; \quad \left(9^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{9}{4}}; \quad (4 \cdot 3^{\frac{1}{5}})^8 - 64 \cdot 3^{\frac{8}{5}}; \quad \frac{27^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}.$$

3. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^3 - x}$.

ОТВЕТЫ

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К-11-1

Вариант 1

1. а) $\frac{3x^2}{2} - x + C$; б) $\frac{x^6}{6} + \sin x + C$; в) $-\frac{1}{x} + C$. 2. $F(x) = x^3 + x^2 - x$.
3. а) $6\frac{1}{9}$; б) $-2\frac{2}{3}$; в) 0; г) 0,5. 4. (0; -1), (2,5; 9). 5. Возрастает на $(-\infty; 0]$, $[4; +\infty)$, убывает на $[0; 4]$; 0 и 4 — точки экстремума.
6. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Вариант 2

1. а) $-\frac{x^2}{2} + 2x + C$; б) $\frac{x^6}{6} + \cos x + C$; в) $\frac{-1}{x^2} + C$. 2. $F(x) = x^4 - x^3 - x$.
3. а) 20; б) $\frac{1}{9}$; в) 0; г) 1,5. 4. (0; 3), (-1; 1). 5. Возрастает на $(-\infty; -3]$, $[0; +\infty)$, убывает на $[-3; 0]$; -3, 0 — точки экстремума.
6. (-3; 3).

К-11-2

Вариант 1

- а) $\frac{32}{3}$; б) $\frac{8}{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; г) $\frac{2}{3}$; д) $1\frac{1}{6}$.

Вариант 2

- а) 36; б) 9; в) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; г) 4,5; д) $7\frac{1}{9}$.

К-11-3

Вариант 1

1. а) 7; б) 2. 2. а) $-41\frac{1}{3}$; б) \emptyset ; в) $8\frac{2}{3}$; г) 3; д) $\frac{1}{9}$; е) 8; ж) 1; 4.
3. а) (11; $+\infty$); б) [2; 11); в) [2; $+\infty$); г) \emptyset ; д) (2,5; 3].

Вариант 2

1. а) 2; б) 2. 2. а) -15; б) \emptyset ; в) 3; г) 4; д) -1,5; е) 8; ж) 1; 9.
3. а) (1; $+\infty$); б) [-3; 1); в) [-3; $+\infty$); г) \emptyset ; д) (-1; 1].

Вариант 1

1. а) 1,5; б) 1; в) 5. 2. а) 5; б) $\log_3 7$; в) 0; г) 1; 0. 3. а) $(-2; +\infty)$; б) $(3; +\infty)$; в) $[-3; 1]$. 4. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. 5. $(-\infty; 1] \cup \{3\}$.

Вариант 2

1. а) 4,25; б) 1; в) 4. 2. а) 4; б) $\log_5 9$; в) 0; г) 0; 1. 3. а) $(-3; +\infty)$; б) $(2; +\infty)$; в) $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$. 4. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. 5. $(-\infty; 3] \cup \{6\}$.

К-11-5

Вариант 1

1. а) $2\frac{1}{3}$; б) 2; в) -1; 4; г) 4; д) 0,1; 1000. 2. а) $[1,5; +\infty)$; б) $(0,5; 1,5)$; в) $(0,5; 16)$; г) $(\frac{2}{8}; \frac{2}{8})$. 3. $(5,5; -3,5)$. 4. При $a < -6$ $x = -a - 3$, при $a > -6$ решений нет.

Вариант 2

1. а) -0,5; б) 1; в) -1; 9; г) 5; д) 0,1; 10 000. 2. а) $(2\frac{1}{3}; +\infty)$; б) $(\frac{1}{3}; \frac{7}{3})$; в) $(\frac{1}{27}; 3)$; г) $(\frac{2}{9}; \frac{3}{4})$. 3. $(6,5; -1,25)$. 4. При $a < 0,25$ $x = 1 - 2a$, при $a > 0,25$ решений нет.

К-11-6

Вариант 1

1. а) $2 - e^x$; б) $2x + \frac{3}{x}$. 2. а) $2 \ln x + C$; б) $x^2 + e^x + C$. 3. а) $D(y) = \mathbb{R}$, критическая точка $x = 0$, возрастает на $(-\infty; 0]$, убывает на $[0; +\infty)$, $x = 0$ — точка экстремума, -1 — экстремум; б) $D(y) = (0; +\infty)$, критическая точка $x = 1$, возрастает на $[1; +\infty)$, убывает на $(0; 1]$, $x = 1$ — точка экстремума, 0,5 — экстремум. 4. $1,5 - 2 \ln 2$. 5. $x = 0$.

Вариант 2

1. а) $2x - \frac{1}{x}$; б) $3 - 2e^x$. 2. а) $-\cos x + 4 \ln x + C$; б) $2e^x + C$. 3. а) $D(y) = \mathbb{R}$, критическая точка $x = 1$, возрастает на $(-\infty; 1]$, убывает на $[1; +\infty)$, $x = 1$ — точка экстремума, 2 — экстремум; б) $D(y) = (0; +\infty)$, критическая точка $x = 1$, возрастает на $[1; +\infty)$, убывает на $(0; 1]$, $x = 1$ — точка экстремума, 1 — экстремум. 4. $4 - 3 \ln 3$. 5. $x = 1$.

Вариант 1

1. $D(f) = \mathbb{R}$. 2. $f'(x) = 1 - e^x$; $D(f') = \mathbb{R}$. 3. $x = 0$ — критическая точка, возрастает на $(-\infty; 0]$, убывает на $[0; +\infty)$, $x = 0$ — точка максимума.
 4. 1 — максимум. 5. $x = 0$, $y = 1$. 6. Ни четная, ни нечетная.
 9. $E(f) = (-\infty; 2]$. 10. Например, при $x \in [2; 3]$ $\max f(x) = f(2)$, при $x \in [-3; -1]$ $\min f(x) = f(-3)$.

Вариант 10

1. $D(f) = [0; +\infty)$. 2. $f'(x) = 1 - x^{-\frac{2}{3}}$; $D(f') = (0; +\infty)$. 3. $x = 1$ — критическая точка, убывает на $[0; 1]$, возрастает на $[1; +\infty)$, $x = 1$ — точка минимума.
 4. -2 — минимум. 5. $x = 0$, $y = 0$. 6. Ни четная, ни нечетная.
 9. $E(f) = [-2; +\infty)$. 10. Например, при $x \in [0; 1]$ $\max f(x) = f(0)$; при $x \in [8; 9]$ $\min f(x) = f(8)$.

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ

П-11-1

Вариант 1

1. а) $(-1)^n \frac{\pi}{2} + 3\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$; в) $\frac{\pi}{4} + \pi l$, $l \in \mathbb{Z}$;
 г) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $\pm \arccos(-\frac{3}{4}) + 2\pi l$, $k, l \in \mathbb{Z}$. 2. а) 2; $-\frac{7}{2}$; б) 2; в) 1. 3. а) -2;
 1; б) $\log_2 7$; в) 0; 2. 4. а) 1; б) 2; в) 2; $\frac{3}{4}$. 5. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Вариант 2

1. а) $\pm \frac{5\pi}{3} + 10\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; б) πl ; $\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$, $k, l \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{4} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; г)
 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $\pm \arccos(-\frac{1}{4}) + 2\pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$. 2. а) $\frac{8}{3}$; 2; б) 2; в) 2. 3. а) -3; 1;
 б) $\log_3 5$; в) -3; 0. 4. а) -1; б) 0; в) 2. 5. $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Вариант 3

1. а) $(-1)^{n-1} \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $n, k \in \mathbb{Z}$; в) $-\frac{\pi}{3} + \pi l$, $l \in \mathbb{Z}$;
 г) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $\pm \arccos(-\frac{1}{4}) + 2\pi l$, $k, l \in \mathbb{Z}$. 2. а) $-\frac{8}{3}$; 3; б) 3; в) 4. 3. а) -1;
 2; б) $\log_4 6$; в) 0; 1. 4. а) 1; б) 2; в) 2; $\frac{13}{2}$. 5. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Вариант 4

1. а) $\pm 8\pi + 8\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$; б) πl ; $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k, l \in \mathbf{Z}$; в) $\frac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbf{Z}$;
 г) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $\pm \arccos(-\frac{3}{4}) + 2\pi n$, $k, n \in \mathbf{Z}$. 2. а) $-\frac{5}{2}$; б) 3; в) 3. 3. а) -1;
 б) $\log_2 3$; в) 0; 2. 4. а) -1; б) 1; в) 2. 5. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

П-11-2**Вариант 1**

1. $(-\infty; -1)$. 2. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. 3. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. 4. $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$.
 5. $(\frac{1}{6}; +\infty)$. 6. $[\frac{1}{3}; +\infty) \cup \{0\}$. 7. $\{0\} \cup [2,5; +\infty)$. 8. (1; 100). 9. [-2; 2).
 10. $\left\{ \left[\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{13\pi}{6} + 2\pi k \right], k \in \mathbf{Z} \right\}$.

Вариант 2

1. $(-2; +\infty)$. 2. [-6; 1]. 3. (-2; 2). 4. (0,25; 0,5). 5. $(-\frac{1}{4}; +\infty)$.
 6. $(-\infty; -\frac{2}{3}] \cup \{0\}$. 7. $\{0\} \cup [\frac{4}{3}; +\infty)$. 8. $(\frac{1}{3}; 1)$. 9. [-1,5; 3).
 10. $\left\{ \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k \right], k \in \mathbf{Z} \right\}$.

Вариант 3

1. $(-\infty; 0,5)$. 2. $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$. 3. $(-\infty; -2) \cup (9; +\infty)$. 4. $(-\frac{3}{2}; -1)$.
 5. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. 6. $[\frac{3}{2}; +\infty) \cup \{0\}$. 7. $\{0\} \cup [\frac{5}{3}; +\infty)$. 8. (0,1; 1). 9. $[-\frac{4}{3}; 4)$.
 10. $\left\{ \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right], k \in \mathbf{Z} \right\}$.

Вариант 4

1. (0,4; $+\infty$). 2. [-8; 1]. 3. (-6; 1). 4. $(-\frac{4}{3}; -1)$. 5. $(-\infty; 0,1)$.
 6. $(-\infty; -\frac{3}{4}] \cup \{1\}$. 7. $\{0\} \cup [1,2; +\infty)$. 8. (1; 27). 9. [-1,25; 5).
 10. $\left\{ \left[-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k \right], k \in \mathbf{Z} \right\}$.

Вариант 1

1. [0; 1]. 2. а) $3x^2 + e^x + 3 \sin 3x$; б) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x}$; в) $e^{-x}(1-x)$;
 г) $\frac{-3(x+1)\sin 3x - \cos 3x}{(x+1)^2}$. 3. а) Возрастает на $[-1; 1]$, убывает на $(-\infty; -1]$
 и на $[1; +\infty)$, $-1; 1$ — точки экстремума, $0; 4$ — экстремумы; б) воз-
 растает на $[\frac{1}{e}; +\infty)$, убывает на $(0; \frac{1}{e}]$, $x = \frac{1}{e}$ — точка экстремума,
 $-\frac{1}{e}$ — экстремум. 4. а) $-7; -8$; б) $\frac{1}{e}$; 0. 5. (0; 6].

Вариант 2

1. $[0; \frac{3}{2}]$. 2. а) $4x^3 - e^x + \sin x$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^3}} + \frac{1}{x}$; в) $\ln x + 1$;
 г) $\frac{2 \cos 2x(x-1) - \sin 2x}{(x-1)^2}$. 3. а) Возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, убыв-
 ает на $[-2; 2]$, $-2; 2$ — точки экстремума, $15; -17$ — экстремумы;
 б) возрастает на $[-1; +\infty)$, убывает на $(-\infty; -1]$, $x = -1$ — точка
 экстремума, $-\frac{1}{e}$ — экстремум. 4. а) $5; 4$; б) $\frac{1}{2e}$; 0. 5. (0; 4].

Вариант 3

1. [1; 2]. 2. а) $-\frac{2}{x^3} + 2e^x - \sin x$; б) $-\frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{5}{x}$; в) $e^x(1+x)$;
 г) $\frac{-2 \sin 2x(2x-1) - 2 \cos 2x}{(2x-1)^2}$. 3. а) Возрастает на $(-\infty; 0]$ и на $[1; +\infty)$, убыв-
 ает на $[0; 1]$, $0; 1$ — точки экстремума, $\frac{1}{e}; 0,5$ — экстремумы;
 б) убывает на $[\frac{1}{e}; +\infty)$, возрастает на $(0; \frac{1}{e}]$, $x = \frac{1}{e}$ — точка экстре-
 мума, $1 + \frac{1}{e}$ — экстремум. 4. а) $-1; -2$; б) $0; -\frac{1}{e}$. 5. (0; 2].

Вариант 4

1. [2; 2,5]. 2. а) $-\frac{1}{x^2} - 5e^x - 8 \sin x$; б) $-\frac{1}{4}x^{\frac{5}{4}} - \frac{2}{x}$; в) $\ln(x+1) + 1$;
 г) $\frac{3(2x+3)\cos 3x - 2 \sin 3x}{(2x+3)^2}$. 3. а) Убывает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, воз-
 растает на $[-2; 2]$, $-2; 2$ — точки экстремума, $-14; 18$ — экстремумы;
 б) возрастает на $(-\infty; 1]$, убывает на $[1; +\infty)$, $x = 1$ — точка экстре-
 мума, $\frac{1}{e}$ — экстремум. 4. а) $-18; -14$; б) $0; -\frac{1}{e}$. 5. (0; 8].

Вариант 1

1. $[1; +\infty)$. 2. На $(-\infty; \frac{1}{3}]$ решений нет, на $(-\frac{1}{3}; +\infty)$ $x = \frac{a+1}{2}$.
 3. $(-\infty; 0] \cup \{\frac{7}{3}\}$. 4. $(-\infty; -3]$. 5. e^{-2} . 6. $(0; 1) \cup (\sqrt[3]{5}; +\infty)$. 7. 3. 8. -1,5.
 9. 3.

Вариант 2

1. $(-\infty; -4]$. 2. На $(-\infty; -0,25)$ $x = \frac{-(a+1)}{3}$, на $[-0,25; +\infty)$ решений нет. 3. $(-\infty; 0] \cup \{2,5\}$. 4. $(-\infty; -4]$. 5. e . 6. $(0; 1) \cup (\sqrt[3]{7}; +\infty)$. 7. 2. 8. -1. 9. $6\frac{2}{3}$.

ИТОГОВЫЕ РАБОТЫ

И-11-1

Вариант 1

1. а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$; б) 3,5; в) $-\sqrt{3}; \sqrt{3}$. 2. $(2; +\infty)$. 3. Возрастает на $(-\infty; 1]$, убывает на $[1; +\infty)$, $x = 1$ — точка экстремума, 1 — экстремум. 4. $\frac{4}{3}$. 5. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Вариант 2

1. а) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{11}{3}$; в) $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$. 2. $(-3; +\infty)$. 3. Возрастает на $[2; +\infty)$, убывает на $(-\infty; 2]$, $x = 2$ — точка экстремума, -4 — экстремум. 4. $\frac{32}{3}$. 5. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Вариант 3

1. а) $\pm \frac{5\pi}{12} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$; б) -0,5; в) $-\sqrt{7}; \sqrt{7}$. 2. $(2,5; +\infty)$. 3. Возрастает на $(-\infty; 3]$, убывает на $[3; +\infty)$, $x = 3$ — точка экстремума, 9 — экстремум. 4. 36. 5. $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

Вариант 4

1. а) $(-1)^{m+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}, m \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7}{4}$; в) $-\sqrt{12}; \sqrt{12}$. 2. $(-\infty; 1,5)$. 3. Возрастает на $(-\infty; 0]$, убывает на $[0; +\infty)$, $x = 0$ — точка экстремума, 1 — экстремум. 4. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. 5. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Вариант 1

1. а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $k, l \in \mathbb{Z}$; б) 1; -5; в) 2; 1. 2. а) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$; б) $(-\infty; 1)$. 3. Возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[2; +\infty)$, убывает на $[-2; 2]$, -2; 2 — точки экстремума, 16; -16 — экстремумы. 4. 20. 5. $[0; +\infty)$.

Вариант 2

1. а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi l$, $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $l, k \in \mathbb{Z}$; б) 1; -5; в) 1; 3. 2. а) $(-4; -1)$; б) $(1; +\infty)$. 3. Возрастает на $[-1; 1]$, убывает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, -1; 1 — точки экстремума, -2; 2 — экстремумы. 4. $1\frac{1}{4}$. 5. $[0; +\infty)$.

Вариант 3

1. а) $\pi + 2\pi l$, $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $l, k \in \mathbb{Z}$; б) 1; -4; в) 1; 4. 2. а) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$. 3. Убывает на $(-\infty; 1]$, возрастает на $[1; +\infty)$, $x = 1$ — точка экстремума, 0 — экстремум. 4. 5,2. 5. $[0; +\infty)$.

Вариант 4

1. а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi l$, $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$, $l, k \in \mathbb{Z}$; б) 1; -3; в) 1; 5. 2. а) $(-6; -1)$; б) $(1; +\infty)$. 3. Возрастает на $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$, убывает на $(-\infty; -1]$ и на $[0; 1]$, 0; -1; 1 — точки экстремума, 2; 1 — экстремумы. 4. $1\frac{8}{15}$. 5. $(-\infty; 0]$.

Вариант 1

1. 1. 2. 1. 3. $(-\infty; 0) \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$. 4. $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. Возрастает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, убывает на $[-1; 1]$, точки экстремумов $x = -1$ и $x = 1$.

Вариант 2

1. 3. 2. -1. 3. $(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$. 4. $\pm \frac{\pi}{3} + \pi l$, $l \in \mathbb{Z}$. 5. Возрастает на $[-2; +\infty)$, убывает на $(-\infty; -2]$, точка экстремума $x = -2$.

Вариант 3

1. $\frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2}{3} \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{7\pi}{86}$. 2. (1,25; 1,5). 3. -1; -2. 4. $10\frac{2}{3}$. 5. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \cup \{2\}$.

Вариант 4

1. $\frac{\pi}{6} + (-1)^m \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} m$, $m \in \mathbb{Z}$; $-\frac{11\pi}{24}$. 2. $(\frac{1}{3}; \frac{4}{3})$. 3. -2,5; 1. 4. $\frac{4}{8}$. 5. $x < -6$, $x = -4$, $x > 2$.

Вариант 1

1. 4. 2. -1. 3. $(0; 1] \cup [3; +\infty)$. 4. $\frac{1}{24}$. 5. Функция нечетная, непрерывная на $[-2; 2]$, возрастает на $[-1; 1]$, убывает на $[-2; -1]$ и на $[1; 2]$, при $-2 < x < 0$ $f(x) < 0$, при $0 < x < 2$ $f(x) > 0$, при $x = 0$ $f(x) = 0$; $x = -1$ — точка минимума; $\min = -\frac{1}{\sqrt{e}}$, $x = 1$ — точка максимума; $\max = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Вариант 2

1. 4. 2. $\frac{1}{3}$. 3. $(-\infty; 0) \cup [1; 2]$. 4. $2\frac{17}{54}$. 5. Функция четностью и нечетностью не обладает, непрерывна на $[-1; 3]$, убывает на $[-1; 0]$ и на $[2; 3]$, возрастает на $[0; 2]$, на $[-1; 0]$ и на $(0; 3]$ $f(x) > 0$, $x = 0$ — точка минимума; $\min = 0$, $x = 2$ — точка максимума; $\max = \frac{4}{e^2}$.

Вариант 3

1. $\frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{2} + \pi l$, $k, l \in \mathbb{Z}$. 2. $\frac{8}{3}$. 3. $20\frac{5}{8}$. 4. $(0; 1] \cup [3; +\infty)$. 5. $(1; 1)$; $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$.

Вариант 4

1. $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \frac{\pi}{2} + \pi m$, $k, m \in \mathbb{Z}$. 2. 2. 3. $10\frac{2}{3}$. 4. $(-\infty; -8) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$. 5. $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$; $(-2; 2)$.

**Карточки-задания для проведения индивидуальной
итоговой контрольной работы по курсу 11 класса**

Задание 1

1. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $x = 1$. 3. $(2, 8; 8)$. 4. $\ln 2 - \frac{7}{24}$. 5. $y = -2x + 3$.

Задание 2

1. $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi l$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $-\frac{2}{3}$. 3. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. 4. $\ln 3 - \frac{4}{9}$. 5. $y = 3x - 2$.

Задание 3

1. $\frac{\pi}{2} + \pi l$, $n \in \mathbb{Z}$; $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 2. 2. 3. $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (0; +\infty)$. 4. $2\frac{2}{3}$. 5. $x = \frac{1}{9}$; $y = \frac{1}{81}$.

Задача 4

1. $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pm \frac{\pi}{8} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$. 2. 1. 3. $(-\infty; -0,5) \cup (0; +\infty)$. 4. $2\frac{2}{3}$.
 5. $x = \sqrt{2}; y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Задача 5

1. $[1; +\infty)$. 2. 16. 3. $\frac{1}{2}$. 4. $(1\frac{1}{3}; \log_2 3]$; 1,5 является решением неравенства. 5. $\arccos \frac{1}{4}; -\arccos \frac{1}{4}$.

Задача 6

1. $[0; +\infty)$. 2. 54. 3. 10. 4. $(0; \frac{3}{4}] \cup [\sqrt[3]{9}; +\infty)$; 1,5 — не является решением неравенства. 5. $-\arccos(-\frac{1}{5}); \arccos(-\frac{1}{5})$.

Задача 7

1. $(2,5; 5)$; целые решения 3; 4. 2. Указанные значения равны.
 3. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$. 4. $2\frac{1}{3} - \ln 2$. 5. 1; $3 \cdot \log_3 2$.

Задача 8

1. $(\frac{2}{3}; 5)$, из них целые 1; 2; 3; 4. 2. Значения равны.
 3. $(-1)^k \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$. 4. $\ln 4 - \frac{7}{12}$. 5. 1; $\log_2 9$.

Задача 9

1. 1. 2. $\frac{\pi}{2} + 2\pi l < t < \frac{3\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$; например, 101π . 4. $y = 2x$.
 5. $(\frac{3}{2}; \frac{17}{9})$.

Задача 10

1. -3. 2. $(2\pi k; \pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$; например, $\frac{\pi}{2} - 100\pi$. 4. $y = 2x - 3$.
 5. $(1\frac{1}{10}; 1\frac{1}{2})$.

Задача 11

1. $(-\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$. 2. $\frac{1}{2}e^{2x} - \sin x - \frac{1}{2}$. 3. $(0,2; 0,4]$. 4. $(0; e^{-\frac{1}{2}}]$ — промежуток убывания; $[e^{-\frac{1}{2}}; +\infty)$ — промежуток возрастания; $y = -\frac{1}{2e}$ — экстремум (минимум). 5. Таких касательных две: $y = 2x - 1$, $y = 0,4x + 2,2$.

Задача 12

1. $-\frac{4\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$. 2. $\ln x + \cos(x-1)$. 3. $(-1; \frac{1}{3}]$. 4. $(-\infty; 3]$ — промежуток возрастания; $[3; +\infty)$ — промежуток убывания; $\frac{27}{e^3}$ экстремум (максимум). 5. Таких касательных две: $y = x + 1$; $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$.

Задача 13

1. $\pm\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $(2\frac{1}{2}; 2\frac{2}{3})$. 3. $2\frac{2}{3}$. 5. $[0,6; 1]$ — убывает; $[1; +\infty)$ — возрастает; $y(1) = 18 - 3 \ln 2$ экстремум (минимум).

Задача 14

1. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $(-0,2; 0,6)$. 3. $21\frac{1}{3}$. 5. $(1\frac{2}{3}; 2]$ — убывает; $[2; +\infty)$ — возрастает.

Задача 15

1. $(1; 7]$. 2. $8\frac{2}{3}$. 3. 0,5. 4. $y = 2x$. 5. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n$; $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$, где n и k — целые числа.

Задача 16

1. $(-\infty; -1) \cup [8; +\infty)$. 2. $9\frac{1}{3}$. 3. -1. 4. $y = 4x - 2$. 5. $-\frac{\pi}{6} + \pi k$; $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$, где k и n — целые числа.

Задача 17

1. При $x = \frac{1}{16}$. 2. $[-2; -1)$. 3. Область определения $(-\infty; +\infty)$; промежутки монотонности: $(-\infty; -1]$ — возрастания, $[-1; 1]$ — убывания, $[1; +\infty)$ — возрастания; экстремумы -2 и 2. 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$. 5. $-e^5$.

Задача 18

1. $\frac{1}{49}$. 2. $(1; 2]$. 3. Область определения $(-\infty; +\infty)$; промежутки монотонности: $(-\infty; 0]$ — возрастания, $[0; 1]$ — убывания, $[1; +\infty)$ — возрастания; экстремумы: -1; 0. 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$. 5. $\frac{4}{e^7}$.

Задача 19

1. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $(-1)^{m+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$. 2. $(0,2; 4)$. 3. $y = 2x - 1$. 4. $2 \ln 8$. 5. $a \neq -9$ — решений нет; $a = -9$ — $[3; +\infty)$.

Задача 20

1. $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $(10; +\infty)$. 3. $y = 2 - x$. 4. $\ln 27$ кв. ед. 5. $a \neq 1$ — решений нет; $a = 1$ — $[-1; +\infty)$.

Задача 21

1. $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $(-0,5; 1)$. 3. $y = 9x + 5$. 4. $\frac{8}{3}$. 5. 0 и 1.

Задачки 22

1. $(-1)^n \frac{\pi}{9} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. $(0; \frac{1}{8})$. 3. $y = -11x - 17$. 4. 9. 5. -1.

Задачки 23

1. $(1; +\infty)$. 2. $\pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$. 3. $[1; +\infty)$. 4. Функция возрастает в промежутках $(-\infty; 0)$ и $[2; +\infty)$; функция убывает в промежутке $(0; 2)$. 5. 9.

Задачки 24

1. $(8; +\infty)$. 2. $\frac{\pi}{2} + \pi k, (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$, $k, n \in \mathbb{Z}$. 3. $[0; +\infty)$. 4. Функция возрастает в промежутках $[-2; 0)$ и $(0; +\infty)$; функция убывает в промежутке $(-\infty; -2]$. 5. 9.

Задачки 25

1. -4. 2. $2\frac{2}{3}$. 3. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$; $\pm \frac{\pi}{3} + \pi l$, $l \in \mathbb{Z}$. 4. $[-\sqrt{3}; -1) \cup [\sqrt{3}; +\infty)$. 5. При $a = 9$.

Задачки 26

1. 3. 2. 9. 3. $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 4. $(-3,5; 0) \cup [1; +\infty)$. 5. При $k = 15$.

Билеты для проведения итоговой устной аттестации

(Дается ответ только на третий вопрос.)

Билет № 1. $(\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$.

Билет № 2. $\frac{\pi}{9} + (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; например π .

Билет № 3. $-\frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{8} + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; например $-\frac{\pi}{4}$.

Билет № 4. 1.

Билет № 5. 1.

Билет № 6. Возрастает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, убывает на $[-1; 1]$, $-1; 1$ — точки экстремума, $1; -3$ — экстремумы.

Билет № 7. 4,5.

Билет № 8. $e^3 - 3$ и 1.

Билет № 9. 36.

Билет № 10. 1.

Билет № 11. $(-1; 1)$.

Билет № 12. $-\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Билет № 13. 2.

Билет № 14. $\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Билет № 15. $[-1; 0] \cup [1; +\infty)$.

Учебное издание

**Звавич Леонид Исаакович
Шляпочник Леонид Яковлевич**

**КОНТРОЛЬНЫЕ И ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ
ПО АЛГЕБРЕ**

10—11 классы

**Зав. редакцией М. Г. Циновская
Редактор Л. А. Телищева
Оформление А. В. Кузнецов
Компьютерная верстка А. Е. Косых
Технический редактор В. Ф. Козлова
Корректор Н. С. Соболева**

Изд. лиц. № 061622 от 07.10.97.

Подписано к печати 12.07.01. Формат 84x108 ¹/₃₂.

Бумага типографская. Ганитура «Школьная». Печать высокая.

Усл. печ. л. 5,88. Тираж 20 000 экз. Заказ № 1015-4.

ООО «Дрофа». 127018, Москва, Суцэвский вал, 49.

**По вопросам приобретения продукции
издательства «Дрофа» обращаться по адресу:**

127018, Москва, Суцэвский вал, 49.

Тел.: (095) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (095) 795-05-52.

Торговый дом «Школьник».

109172, Москва, ул. Малые Каменщики, д. 6, стр. 1А.

Тел.: (095) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.

Отпечатано с готовых диапозитивов в Тульской типографии.

300600, г. Тула, пр. Ленина, 109.

Учительская страничка

Уважаемый учитель математики!

Издательский дом «Дрофа» предлагает вашему вниманию программно-методические, дидактические и справочные материалы по математике. Эти пособия разработаны в соответствии с современными образовательными стандартами и школьными программами, структурно соответствуют действующим учебникам.

Программно-методические материалы

- «Математика. Программно-методические материалы. Сборник нормативных документов». 5—11 классы.
- «Математика. Программно-методические материалы. Тематическое планирование». 5—11 классы.

Контрольные и проверочные работы

- П. И. Алтынов. «Контрольные и проверочные работы по математике». 5—6 классы.
- Л. И. Звавич, Л. Я. Шляпочник. «Контрольные и проверочные работы по алгебре». 7—9 классы.

- А. И. Медяник. «Контрольные и проверочные работы по геометрии». 7—11 классы.

Тесты

- Е. В. Юрченко, Ел. В. Юрченко. «Тесты по математике». 5—6 классы.
- П. И. Алтынов. «Тесты по алгебре». 7—9 классы.
- П. И. Алтынов. «Тесты по алгебре и началам анализа». 10—11 классы.
- П. И. Алтынов. «Тесты по геометрии». 7—9 классы.
- П. И. Алтынов. «Тесты по геометрии». 10—11 классы.

Школьные практикумы

- Р. К. Гордин. «Геометрия. Решение задач. Школьный практикум». 7 класс.

Эти и многие другие книги Издательского дома «Дрофа» можно приобрести во всех регионах России и странах СНГ по минимальным издательским ценам.

Телефоны отдела реализации ИД «Дрофа»:

(095) 795-05-50, 795-05-51, 795-05-52.

Адрес: 127018, Москва, Сушевский вал, 49.

Кроме того, вы можете приобрести любое количество книг Издательского дома «Дрофа» в оптово-розничном магазине издательства —

Торговом доме «Школьник» по адресу:

Москва, ул. Малые Каменщики (м. «Таганская», радиальная), д. 6, стр. 1А.

Телефоны для справок: (095) 912-15-16, 911-70-24, 912-45-76.

Оперативная информация об издательстве в глобальной сети Интернет — по адресу <http://www.drofa.ru>. E-mail: Info@drofa.msk.ru