

Реферат

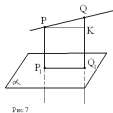
Ученицы 11"а" класса Чепой Александры на тему: "Перпендикулярность в пространстве"

Затрагиваемые темы:

1. Что такое перпендикуляр в пространстве?
2. Теорема Евклида
3. Теорема Лежандра
4. Теория о трех перпендикулярах
5. Примеры и задачи

1. Что такое перпендикуляр в пространстве?

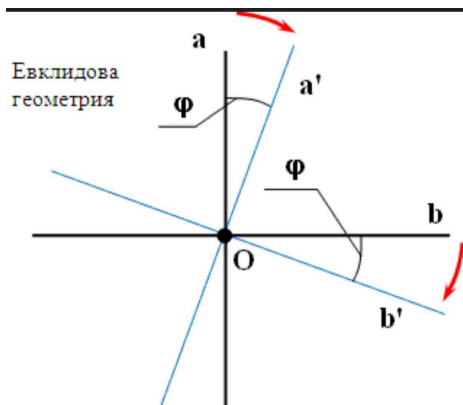
Две прямые в пространстве перпендикулярны друг другу, если они соответственно параллельны некоторым двум другим взаимно перпендикулярным прямым, лежащим в одной плоскости. Две прямые, лежащие в одной плоскости, называются перпендикулярными (или взаимно перпендикулярными), если они образуют четыре прямых угла.



2. Теорема Евклида

Теорема Евклида — основной элемент теории чисел. Она утверждает, что для любого конечного списка простых чисел найдётся простое число, не вошедшее в этот список (то есть существует бесконечно много простых чисел).

Аксиома параллельности Евклида, или пятый постулат, — одна из аксиом, лежащих в основании классической планиметрии. Впервые приведена в «Началах» Евклида



3. Теорема Лежандра

Французский математик. Член Парижской Академии наук (1783). Окончил Колледж Мазарини в Париже (1774). Работал в Парижской военной школе (1775—1780) и Политехнической школе Парижа (с 1788). Был членом Бюро долгот (1813—1833). Основные труды в области теории чисел, геометрии и математического анализа. Первым применил в вычислениях метод наименьших квадратов (1805). В вариационном исчислении установил признак существования экстремума (условие Лежандра). В теории чисел получил эмпирическую формулу для нахождения числа простых чисел, не превосходящих заданного числа (1798); известен также символ Лежандра. В теории специальных функций построил один из ортогональных полиномов — многочлен Лежандра. Автор учебника «Начала геометрии» (1794), в котором осуществил арифметизацию и алгебраизацию древнейшего раздела математики, для обоснования некоторых фактов использовал элементы учения о симметрии. Теорема Лежандра в сферической тригонометрии позволяет упростить решение сферического треугольника, если известно, что его стороны достаточно малы по сравнению с радиусом сферы, на которой он расположен.

4. Теория о трех перпендикулярах

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной, перпендикулярная к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной. Пример использования
 править

Докажите, что через любую точку прямой в пространстве можно провести перпендикулярную ей прямую.

Решение: пусть a — прямая и A — точка на ней. Возьмем любую точку X вне прямой a и проведем через эту точку и прямую a плоскость α . В плоскости α через точку A можно провести прямую b , перпендикулярную a .

5. Примеры и задачи

Задача №1

Прямая PQ параллельна плоскости α (рис. 1). Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α , которые пересекают эту

плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1 . Докажите, что $PQ = P_1Q_1$. Доказательство:

1. Две прямые PP_1 и QQ_1 перпендикулярны к одной и той же плоскости α . Значит, эти прямые параллельны между собой. Пусть через них проходит плоскость β . В плоскости β прямые PQ и P_1Q_1 параллельны, так как по условию PQ параллельна α .

2. Рассмотрим прямоугольник PP_1Q_1Q . В прямоугольнике PP_1Q_1Q противоположные стороны равны, значит, $PQ = P_1Q_1$, что и требовалось доказать.



Задача №2

Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные плоскости α и пересекающие ее соответственно в точках P_1 и Q_1 .

Найдите P_1Q_1 , если $PQ = 15$ см, $PP_1 = 21,5$ см, $QQ_1 = 33,5$ см. Решение:

1. Две прямые PP_1 и QQ_1 перпендикулярны к одной и той же плоскости α . Значит, прямые PP_1 и QQ_1 параллельны. Значит, через них проходит единственная плоскость PQQ_1P_1 .

2. Прямая PP_1 перпендикулярна плоскости α , а значит и прямой P_1Q_1 .

3. Так как прямые PP_1 и QQ_1 параллельны, а угол PP_1Q_1 прямой, то четырехугольник PP_1Q_1Q - прямоугольная трапеция.



Рис. 3

4. Проведем прямую PA перпендикулярно прямой QQ_1 . Отрезки PA и P_1Q_1 равны.

5. Отрезок Q_1A равен отрезку PP_1 . Найдем QA : $QA = QQ_1 - AQ_1 = QQ_1 - PP_1 = 33,5 - 21,5 = 12$ см.

6. Рассмотрим треугольник APQ . Он прямоугольный, так как угол QAP прямой. Найдем катет PA .

см.

$P_1Q_1 = PA = 9$ см.

Ответ: 9 см.