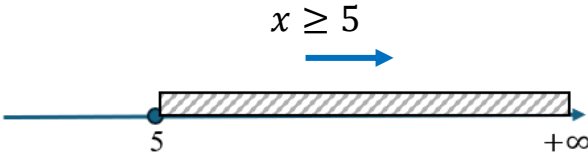

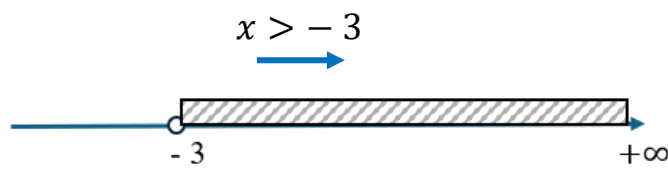
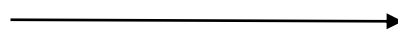
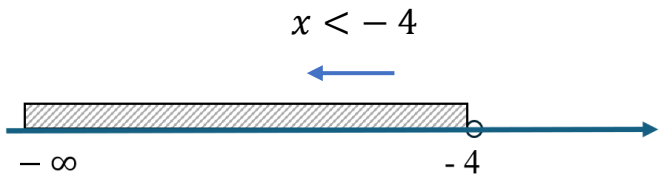
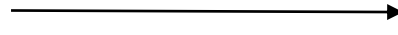
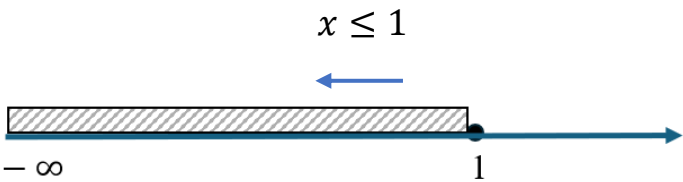
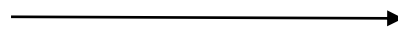


Итем № 9
„Конвертер”

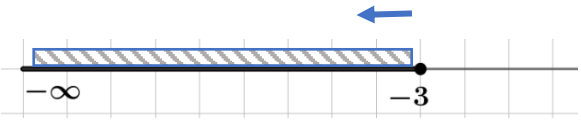
№.	Выражение/термин в условии задачи	Математический символ
1	сумма	+
2	разность	–
3	произведение	·
4	деление / отношение	:
5	положительное / принимает положительные значения	> 0
6	отрицательное / принимает отрицательные значения	< 0
7	принимает не отрицательные значения	≥ 0
8	не превосходит – 2	≤ -2
9	не более 5	≤ 5
10	не больше, чем 8	≤ 8
11	меньше или равно 13	≤ 13
12	принимает значение не больше 7	≤ 7
13	не меньше, чем –4	≥ -4
14	принимает значение не меньше 2	≥ 2
15	больше или равно 6	≥ 6
16	значение функции не превосходит значения аргумента	$f(x) \leq x$
17	значение функции большее удвоенного значения аргумента	$f(x) > 2x$
18	действительные значения x меньше соответствующих значений функции f	$x < f(x)$

Интервалы / числовые промежутки действительных чисел

Решённые примеры	Отобразите на числовой оси промежуток, соответствующий данному неравенству, и запишите соответствующий интервал
$x \geq 5$  $S = [5; +\infty)$	$x \geq -2$ 
$x > -3$  $S = (-3; +\infty)$	$x > 7$ 
$x < -4$  $S = (-\infty; -4)$	$x < 2$ 
$x \leq 1$  $S = (-\infty; 1]$	$x \leq -6$ 

I. Решение неравенства вида $ax + b \leq 0$ (или $<, >, \geq$), $a \neq 0$.

1. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство: $2x + 6 \leq 0$.

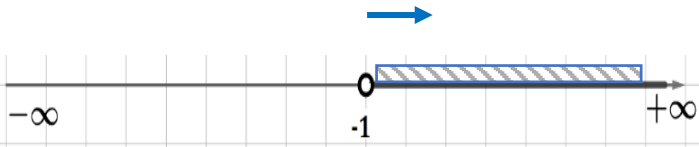
Решение	Этапы решения
$2x + 6 \leq 0$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае это +6 .
$\begin{array}{r} 2x + 6 \leq 0 \\ \underline{-6 \quad -6} \\ 2x + 0 \leq -6 \\ 2x \leq -6 \end{array}$	Запишем в обеих частях неравенства под числом +6 и соответственно под 0, число -6 . Затем выполним соответствующие вычисления: +6 - 6 = 0 и 0 - 6 = -6 .
$\begin{array}{r} \frac{2}{2}x \leq \frac{-6}{2} \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ x \leq -3 \end{array}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на 2 , который является положительным числом (!) : слева останется только x , справа - -6 : 2 = -3 . Знак неравенства ≤ не поменяется (!) , потому что мы разделили на положительное число .
 <p style="text-align: center;">$S = (-\infty; -3]$</p>	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

2. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство: $-2x - 8 \leq 0$

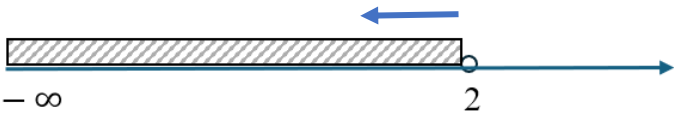
Решение	Этапы решения
$-2x - 8 \leq 0$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае это -8
$\begin{array}{r} -2x - 8 \leq 0 \\ \underline{\quad +8 \quad +8} \\ -2x + 0 \leq 8 \\ -2x \leq 8 \end{array}$	Запишем в обеих частях неравенства под числом -8 и соответственно под 0, число +8 . Затем выполним соответствующие вычисления: -8 + 8 = 0 и 0 + 8 = 8
$\begin{array}{r} \frac{-2}{-2}x \leq \frac{8}{-2} \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ x \geq -4 \end{array}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на -2 , который является отрицательным числом (!) : слева останется только x , справа - 8 : (-2) = -4 . Знак неравенства ≤ поменяется (!) на ≥ , потому что мы разделили на отрицательное число .

 <p style="text-align: center;">$S = [-4; +\infty)$.</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>
--	--

3. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство: $5x + 1 > 3x - 1$. (Неизвестная x содержится в обеих частях неравенства).

Решение	Этапы решения
Приведём неравенство к виду: $ax > b$	
$5x + 1 > 3x - 1$	Определим член, который содержит x в правой части неравенства, вместе с его знаком: $+3x$.
$\begin{array}{r} 5x + 1 > 3x - 1 \\ -3x \quad -3x \\ \hline 2x + 1 > 0 - 1 \\ 2x + 1 > -1 \end{array}$	Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x , выражение, противоположное $+3x$, а именно, $-3x$ и выполним соответствующие вычисления: $5x - 3x = 2x$ и $3x - 3x = 0$
$\begin{array}{r} 2x + 1 > -1 \\ -1 \quad -1 \\ \hline 2x + 0 > -2 \\ 2x > -2 \end{array}$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+1$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+1$, а именно, -1 и выполним соответствующие вычисления: $+1 - 1 = 0$ и $-1 - 1 = -2$
$\begin{array}{r} \frac{2}{2}x > \frac{-2}{2} \\ \hline x > -1 \end{array}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на 2 , который является положительным числом (!) : слева останется только x , справа - $-2 : 2 = -1$. Знак неравенства $>$ не поменяется (!) , потому что мы разделили на положительное число .
 <p style="text-align: center;">$S = (-1; +\infty)$</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

4. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство: $-10x + 8 > -2x - 8$.

Решение	Этапы решения
Приведём неравенство к виду: $ax > b$	
$-10x + 8 > -2x - 8$	Определим член, который содержит x в правой части неравенства, вместе с его знаком: $-2x$.
$\begin{array}{r} -10x + 8 > -2x - 8 \\ + 2x \qquad + 2x \\ \hline -8x + 8 > 0 - 8 \\ -8x + 8 > -8 \end{array}$	Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x , выражение, противоположное $-2x$, а именно, $+2x$ и выполним соответствующие вычисления: $-10x + 2x = -8x$ и $-2x + 2x = 0$.
$\begin{array}{r} -8x + 8 > -8 \\ -8 \quad -8 \\ \hline -8x + 0 > -16 \\ -8x > -16 \end{array}$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+8$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+8$, а именно, -8 и выполним соответствующие вычисления: $+8 - 8 = 0$ и $-8 - 8 = -16$
$\begin{array}{r} -8 \quad -16 \\ \hline \frac{-8}{-8}x > \frac{-16}{-8} \\ \hline x < 2 \end{array}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на -8 , который является отрицательным числом (!) : слева останется только x , справа - $-16 \div (-8) = 2$. Знак неравенства $>$ поменяется (!) на $<$, потому что мы разделили на отрицательное число .
$x < 2$  $S = (-\infty; 2)$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

Решите упражнения:

Решите на множестве \mathbb{R} неравенства:

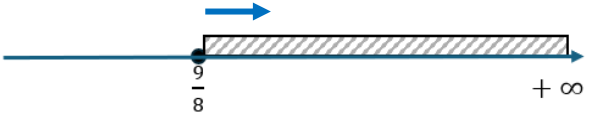
- а) $3x - 12 < 0$ в) $8 - 4x > 0$ д) $2x - 3 \geq 5x - 6$
 б) $-6x + 18 \leq 0$ г) $6x + 7 \leq x - 8$ е) $-x - 3 \leq 5x + 6$.

ж) $3x - 10 < -9x + 6$ з) $8 - 4x > x + 4$.

II. Задачи, решение которых сводится к составлению неравенств I-ой степени.

Решённые примеры:

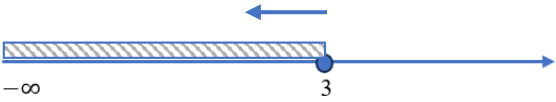
1. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Определите действительные значения x , для которых выполняется неравенство: $4f(x) \geq f(3)$.

$4f(x) \geq f(3)$	
Вычислим $f(3)$	$f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.
Вместо $f(x)$ подставляем выражение $2x - 1$, а вместо $f(3)$ число 5.	$4f(x) \geq f(3)$ $4(2x - 1) \geq 5$
Решаем на множестве \mathbb{R} неравенство: $4(2x - 1) \geq 5$	
$4(2x - 1) = 8x - 4$ $8x - 4 \geq 5$	Раскрываем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$8x - 4 \geq 5$ $\quad +4 \quad +4$ <hr/> $8x + 0 \geq 9$ $8x \geq 9$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: -4 . Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу -4 , а именно, $+4$. После чего выполним соответствующие вычисления: $-4 + 4 = 0$ и $5 + 4 = 9$
$\frac{8}{8}x \geq \frac{9}{8}$ <hr/> $x \geq \frac{9}{8}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на 8 , который является положительным числом (!) : слева останется только x , справа - $9 : 8 = \frac{9}{8}$. Знак неравенства \geq не поменяется (!) , потому что мы разделили на положительное число .
 $x \in \left[\frac{9}{8}; +\infty \right)$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

2. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - 3x$. Определите действительные значения x , для которых соответствующие значения функции будут не более, чем значения аргумента x .

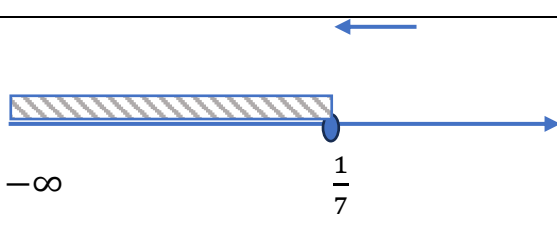
соответствующие значения функции ↓ $f(x) = 4 - 3x$	будут не более, чем ↓ \leq	значения аргумента x ↓ x
Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство: $4 - 3x \leq x$		
Приведём неравенство к виду: $ax \leq b$		
$\begin{array}{r} 4 - 3x \leq x \\ -x \quad -x \\ \hline 4 - 4x \leq 0 \end{array}$	<p>Определим член, который содержит x в правой части неравенства, вместе с его знаком: $+x$. Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+x$, а именно, $-x$ и выполним соответствующие вычисления: $-3x - x = -4x$ и $x - x = 0$</p>	
$\begin{array}{r} 4 - 4x \leq 0 \\ -4 \quad -4 \\ \hline 0 - 4x \leq -4 \\ -4x \leq -4 \end{array}$	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+4$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+4$, а именно, -4 и выполним соответствующие вычисления: $4 - 4 = 0$ и $0 - 4 = -4$</p>	
$\begin{array}{r} \frac{-4}{-4} x \leq \frac{-4}{-4} \\ \hline x \geq 1 \end{array}$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -4, который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $-4 : (-4) = 1$. Знак неравенства \leq поменяется (!) на \geq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>	
 <p style="text-align: center;">$x \in [1; +\infty)$.</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>	

3. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 18 - 6x$. Определите действительные значения x , для которых **соответствующие значения функции** будут **неотрицательными**.

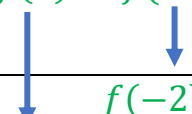




<p>соответствующие значения функции</p> <p>↓</p> $f(x) = 18 - 6x$	<p>будут неотрицательными</p> <p>↓</p> ≥ 0
<p>Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство: $18 - 6x \geq 0$.</p>	
$\begin{array}{r} 18 - 6x \geq 0 \\ -18 \quad -18 \\ \hline 0 - 6x \geq -18 \\ -6x \geq -18 \end{array}$	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком.</p> <p>В данном случае: +18.</p> <p>Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу +18, а именно, -18 и выполним соответствующие вычисления:</p> <p style="text-align: center;">$18 - 18 = 0$ и $0 - 18 = -18$</p>
$\begin{array}{r} -6x \geq -18 \\ \hline x \leq 3 \end{array}$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -6, который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $-18 : (-6) = 3$.</p> <p>Знак неравенства \geq поменяется (!) на \leq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>
 <p>$x \in (-\infty; 3]$</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

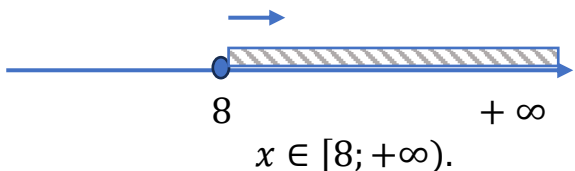
4. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x + 1$. Определите действительные значения x , для которых **соответствующие значения функции** **будут не меньше утроенных значений аргумента x** .

<p>соответствующие значения функции</p> <p>↓</p> $f(x) = -4x + 1$	<p>будут не меньше</p> <p>↓</p> \geq	<p>утроенных значений аргумента</p> <p>↓</p> $3x$
<p>Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство: $-4x + 1 \geq x$.</p>		

Приведём неравенство к виду: $ax \geq b$	
$\begin{array}{r} -4x + 1 \geq 3x \\ -3x \quad -3x \\ \hline -7x + 1 \geq 0 \end{array}$	<p>Определим член, который содержит x в правой части неравенства, вместе с его знаком: $+3x$. Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+3x$, а именно, $-3x$ и выполним соответствующие вычисления: $-4x - 3x = -7x$ и $3x - 3x = 0$</p>
$\begin{array}{r} -7x + 1 \geq 0 \\ -1 \quad -1 \\ \hline -7x + 0 \geq -1 \\ -7x \geq -1 \end{array}$	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+1$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+1$, а именно, -1 и выполним соответствующие вычисления: $+1 - 1 = 0$ и $0 - 1 = -1$.</p>
$\begin{array}{r} \frac{-7}{-7}x \geq \frac{-1}{-7} \\ \hline x \leq \frac{1}{7} \end{array}$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -7, который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $-1 : (-7) = \frac{1}{7}$. Знак неравенства \geq поменяется (!) на \leq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>
 <p style="text-align: center;">$x \in (-\infty; \frac{1}{7}]$.</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

5. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 8$. Определите действительные значения x , для которых **выражение $f(x) + f(-2)$ не превзойдёт 10** .

выражение $f(x) + f(-2)$ 	не превзойдёт 	10 
$f(-2) = -(-2) + 8 = 10$		
$-x + 8 + 10$	\leq	10
Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство: $-x + 18 \leq 10$.		

$ \begin{array}{r} -x + 18 \leq 10 \\ \underline{-18 \quad -18} \\ -x + 0 \leq -8 \\ -x \leq -8 \end{array} $	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: +18. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу +18, а именно, -18 и выполним соответствующие вычисления: $18 - 18 = 0$ и $10 - 18 = -8$</p>
$ \begin{array}{r} \frac{-1}{-1}x \leq \frac{-8}{-1} \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ x \geq 8 \end{array} $	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -1, который является отрицательным числом(!): слева останется только x, справа - $-8 : (-1) = 8$ Знак неравенства \leq поменяется (!) на \geq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>
 <p style="text-align: center;">$x \in [8; +\infty)$.</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

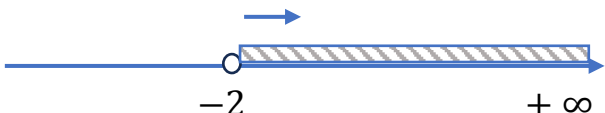
Решите упражнения:

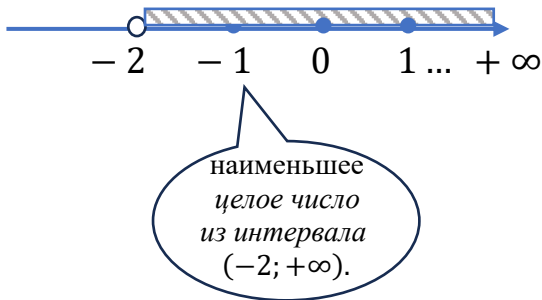
- 1) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 11 - x$. Определите действительные значения x , для которых выражение $-f(x) + f(-1)$ будет меньше или равно 0.
- 2) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -6x + 8$. Определите действительные значения x , для которых значения функции будут не меньше удвоенного значения аргумента.
- 3) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 9x - 5$. Определите действительные значения x , для которых значения функции будут не больше значений аргумента.
- 4) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 8$. Определите действительные значения x , для которых значения выражения $-2f(x) + f(-1)$ будут больше или равны 1.
- 5) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x - 4$. Определите действительные значения x , для которых значения функции будут не больше значений выражения $3x$.

III. Задачи, решение которых сводится к составлению неравенств I-ой степени и выбору решения.

Решённые примеры:

1. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - 2x$. Определите **наименьшее целое значение x** , для которых $f(x) < x + f(-3)$.

$f(-3) = 4 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$	Вычислим $f(-3)$.
$ \begin{array}{l} f(x) < x + f(-3) \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 4 - 2x < x + 10 \end{array} $	Подставляем в неравенство соответствующие выражения / значения: $f(x) = 4 - 2x$ и $f(-3) = 10$
Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство $4 - 2x < x + 10$	
Приведём неравенство к виду: $ax < b$	
$ \begin{array}{r} 4 - 2x < x + 10 \\ \underline{-x \quad -x} \\ 4 - 3x < 0 + 10 \\ 4 - 3x < 10 \end{array} $	Определим член, который содержит x в правой части неравенства, вместе с его знаком: $+x$. Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x , выражение, противоположное x , а именно, $-x$ и выполним соответствующие вычисления: $-2x - x = -3x$ и $x - x = 0$
$ \begin{array}{r} 4 - 3x < 10 \\ \underline{-4 \quad -4} \\ 0 - 3x < 6 \\ -3x < 6 \end{array} $	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+4$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+4$, а именно, -4 и выполним соответствующие вычисления: $+4 - 4 = 0$ и $10 - 4 = 6$
$ \begin{array}{r} \frac{-3}{-3}x < \frac{6}{-3} \\ \hline x > -2 \end{array} $	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на -3 , который является отрицательным числом(!) : слева останется только x , справа - $6 : (-3) = -2$. Знак неравенства $<$ поменяется (!) на $>$, потому что мы разделили на отрицательное число .
 <p style="text-align: center;">$x \in (-2; +\infty)$</p>	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

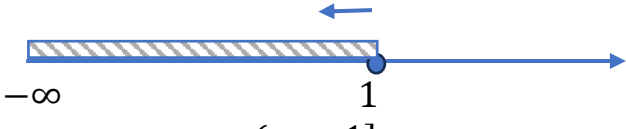
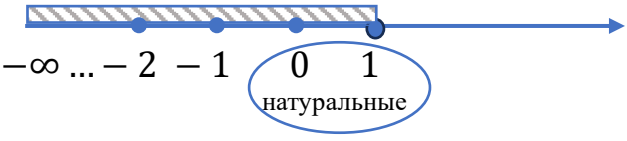


Ответ: $x = -1$

Согласно условию, выбираем **наименьшее целое число** из интервала $(-2; +\infty)$.

2. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 1$. Определите **натуральные числа x** , для которых $2f(x) - f(2) \geq x$.

$f(2) = -3 \cdot 2 + 1 = -6 + 1 = -5$	Вычислим $f(2)$.
$2f(x) - f(2) \geq x$ $2(-3x + 1) - (-5) \geq x$	Подставляем в неравенство соответствующие выражения / значения: $f(x) = -3x + 1$ и $f(2) = -5$
Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство $2 \cdot (-3x + 1) - (-5) \geq x$	
Приведём неравенство к виду: $ax \geq b$	
$2 \cdot (-3x + 1) = -6x + 2$ $-6x + 2 + 5 \geq x$ $-6x + 7 \geq x$	Раскроем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$-6x + 7 \geq x$ $\frac{-x \quad -x}{-7x + 7 \geq 0}$	Определим член, который содержит x в правой части неравенства , вместе с его знаком: $+x$. Запишем в обеих частях неравенства под членами, которые содержат x , выражение, противоположное $+x$, а именно, $-x$ и выполним соответствующие вычисления: $-6x - x = -7x$ и $x - x = 0$
$-7x + 7 \geq 0$ $\frac{-7 \quad -7}{-7x + 0 \geq -7}$ $-7x \geq -7$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+7$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+7$, а именно, -7 и выполним соответствующие вычисления: $+7 - 7 = 0$ и $0 - 7 = -7$
	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на -7 ,

$\frac{-7}{-7}x \geq \frac{-7}{-7}$ $x \leq 1$	<p>который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $7 : (-7) = 1$.</p> <p>Знак неравенства \geq меняется (!) на \leq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>
 <p>$x \in (-\infty; 1]$</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>
 <p>Ответ: $x \in \{0; 1\}$</p>	<p>Согласно условию, выбираем натуральные числа из интервала $(-\infty; 1]$.</p>

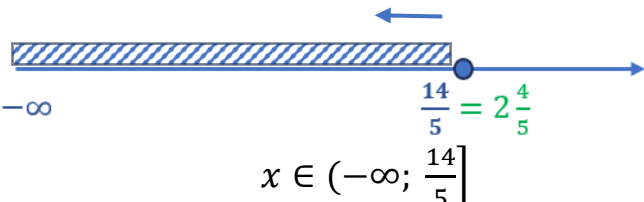
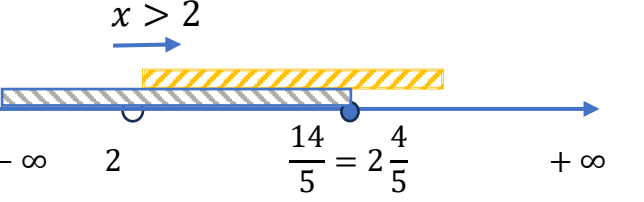
3. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 11$. Определите **положительные значения x** , для которых **соответствующие значения функции будут не меньше, чем 5**.

<p>соответствующие значения функции</p> <p>↓</p>	<p>будут не меньше, чем</p> <p>↓</p>	<p>5</p> <p>↓</p>
<p>$f(x) = -2x + 11$</p>	<p>\geq</p>	<p>5</p>
<p>Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство $-2x + 11 \geq 5$</p>		
$\begin{array}{r} -2x + 11 \geq 5 \\ \underline{-11 \quad -11} \\ -2x + 0 \geq -6 \\ -2x \geq -6 \end{array}$	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: +11. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу +11, а именно, -11 и выполним соответствующие вычисления: +11 - 11 = 0 и 5 - 11 = -6</p>	
$\frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2}$ $x \leq 3$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -2, который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $-6 : (-2) = 3$.</p>	

	Знак неравенства \geq меняется (!) на \leq , потому что мы разделили на отрицательное число .
<p>$x \in (-\infty; 3]$</p>	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.
<p>положительные значения x означает, что: $x > 0$</p> <p>Ответ: $x \in (0; 3]$.</p>	Согласно условию, выбираем положительные значения x , принадлежащие интервалу $(-\infty; 3]$.

4. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -5x + 14$. Определите **значения $x, x > 2$** , для которых **соответствующие значения функции будут неотрицательными**.

соответствующие значения функции	будут неотрицательными	
$f(x) = -5x + 14$	\geq	0
Значит, необходимо решить на множестве \mathbb{R} неравенство $-5x + 14 \geq 0$		
$ \begin{array}{r} -5x + 14 \geq 0 \\ \underline{-14 \quad -14} \\ -5x + 0 \geq -14 \\ -5x \geq -14 \end{array} $	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: +14. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу +14, а именно, -14 и выполним соответствующие вычисления: +14 - 14 = 0 и 0 - 14 = -14</p>	
$ \begin{array}{r} \frac{-5}{-5} x \geq \frac{14}{-5} \\ \hline x \leq \frac{14}{5} \end{array} $	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -5, который является отрицательным числом (!): слева останется только x, справа - $-14 : (-5) = \frac{14}{5}$.</p> <p>Знак неравенства \geq меняется (!) на \leq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>	

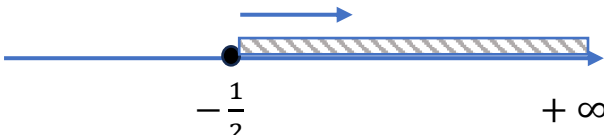
 <p style="text-align: center;">$x \in (-\infty; \frac{14}{5}]$</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>
 <p>Ответ: $x \in (2; \frac{14}{5}]$.</p>	<p>Согласно условию, покажем на числовой оси значения x, для которых $x > 2$ из интервала $(-\infty; 2\frac{4}{5}]$.</p>

Решите упражнения:

- 1) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3 + 2x$. Определите наибольшее натуральное значение x , для которого $f(x) < x + f(4)$.
- 2) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 8$. Определите натуральные нечётные значения x , для которых $f(x) - f(2) \geq x - 1$.
- 3) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - 3x$. Определите отрицательные значения x , для которых значения функции будут меньше 14.
- 4) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 10$. Определите неотрицательные значения x , для которых значения функции будут положительными.
- 5) Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 8$. Определите значения x , которые являются точными квадратами и для которых $f(x) - f(-2) \geq 6x - 27$.

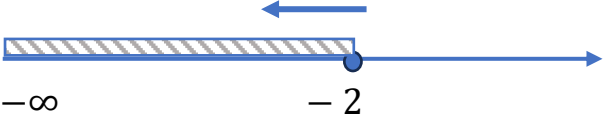
IV. Задачи на нахождение области определения функции или других множеств.

1. Дана функция: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x + 1}$. Найдите область определения функции.

Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений .	
$f(x) = \sqrt{2x + 1}$	
Значит, необходимо решить неравенство $2x + 1 \geq 0$	
$\begin{array}{r} 2x + 1 \geq 0 \\ \underline{-1 \quad -1} \\ 2x + 0 \geq -1 \\ 2x \geq -1 \end{array}$	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: +1. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу +1, а именно, -1 и выполним соответствующие вычисления: +1 - 1 = 0 и 0 - 1 = -1</p>
$\begin{array}{r} \frac{2}{2}x \geq \frac{-1}{2} \\ \underline{\quad \quad} \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{array}$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на 2, который является положительным числом (!): слева останется только x, справа - $-1 : 2 = -\frac{1}{2}$. Знак неравенства \geq не поменяется (!), потому что мы разделили на положительное число.</p>
 <p>Ответ: $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

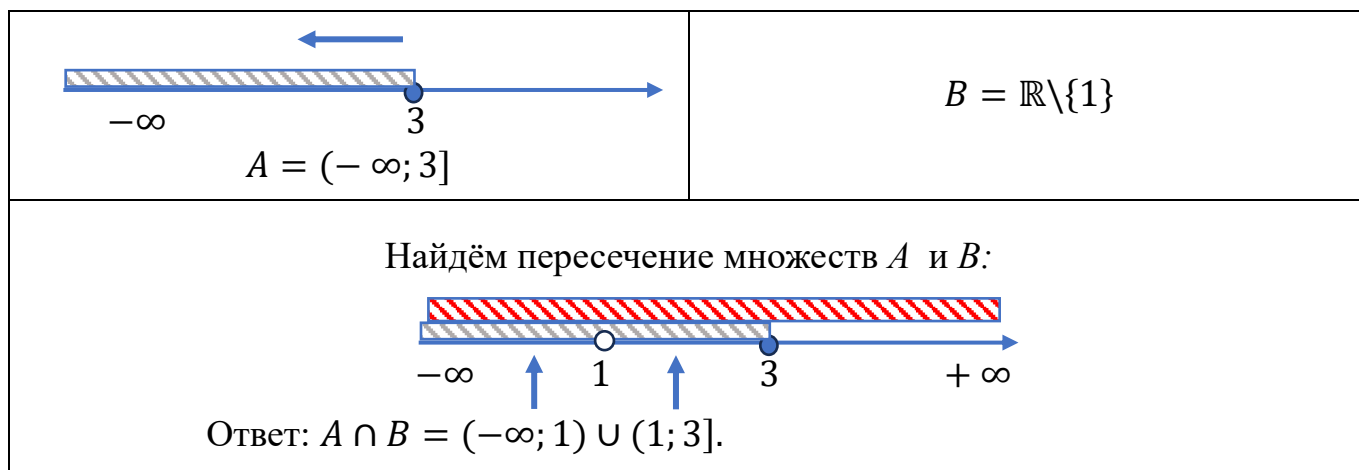
2. Дана функция: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{-3x - 6}$. Найдите область определения функции.

Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений .	
$f(x) = \sqrt{-3x - 6}$	
Значит, необходимо решить неравенство $-3x - 6 \geq 0$	
	<p>Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком.</p>

$\begin{array}{r} -3x - 6 \geq 0 \\ +6 \quad +6 \\ \hline -3x + 0 \geq 6 \\ -3x \geq 6 \end{array}$	<p>В данном случае: -6.</p> <p>Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу -6, а именно, $+6$ и выполним соответствующие вычисления:</p> $-6 + 6 = 0 \text{ и } 0 + 6 = +6$
$\begin{array}{r} -3x \geq 6 \\ -3 \quad -3 \\ \hline x \leq -2 \end{array}$	<p>Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -3, который является отрицательным числом(!): слева останется только x, справа -</p> $6 : (-3) = -2.$ <p>Знак неравенства \geq поменяется (!) на \leq, потому что мы разделили на отрицательное число.</p>
 <p>Ответ: $D = (-\infty; -2]$</p>	<p>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</p>

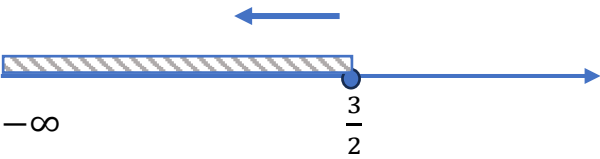
3. Даны функции: $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$ и $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{3}{x-1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.

<p>Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений.</p> $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$	<p>Дробь определена только, если её знаменатель не равен нулю.</p> $g(x) = \frac{3}{x-1}$
$6 - 2x \geq 0$	$x - 1 \neq 0$
$\begin{array}{r} 6 - 2x \geq 0 \\ -6 \quad -6 \\ \hline 0 - 2x \geq -6 \\ -2x \geq -6 \\ \hline -2 \quad -2 \\ \hline x \leq 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} x - 1 \neq 0 \\ +1 \quad +1 \\ \hline x \neq 1 \end{array}$

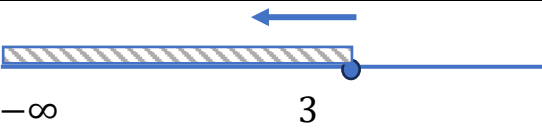
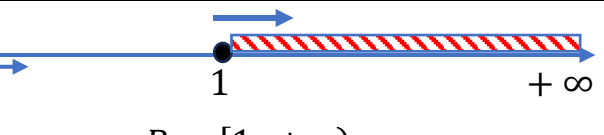
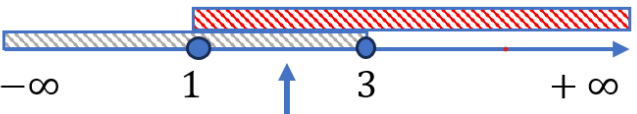


4. Дана функция: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{8 - 2(2x + 1)}$. Найдите область определения функции.

Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений .	
$f(x) = \sqrt{8 - 2(2x + 1)}$	
Значит, необходимо решить неравенство $8 - 2(2x + 1) \geq 0$	
Приведём неравенство к виду: $ax \geq b$	
$2(2x + 1) = 4x + 2$	Раскроем скобки по правилу:
$8 - (4x + 2) = 8 - 4x - 2$ $8 - 4x - 2 \geq 0$ $8 - 2 - 4x \geq 0$ $6 - 4x \geq 0$	$a(b + c) = ab + ac$
$8 - 4x - 2 \geq 0$ $8 - 2 - 4x \geq 0$ $6 - 4x \geq 0$	Раскроем скобки по правилу:
$6 - 4x \geq 0$ $\begin{array}{r} -6 \\ \hline 0 - 4x \geq -6 \\ -4x \geq -6 \end{array}$	$-(b + c) = -b - c$
$6 - 4x \geq 0$ $\begin{array}{r} -6 \\ \hline 0 - 4x \geq -6 \\ -4x \geq -6 \end{array}$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+6$. Запишем в обеих частях неравенства под свободными членами, число, противоположное числу $+6$, а именно, -6 и выполним соответствующие вычисления: $6 - 6 = 0$ и $0 - 6 = -6$
$\begin{array}{r} -4 \\ \hline -4x \geq -6 \\ \hline x \leq \frac{3}{2} \end{array}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x , а именно, на -4 , который является отрицательным числом (!) : слева останется только x , справа - $-6 : (-4) = \frac{3}{2}$.

	Знак неравенства \geq меняется (!) на \leq , потому что мы разделили на отрицательное число .
 <p> $-\infty$ $\frac{3}{2}$ Ответ: $D = (-\infty; \frac{3}{2}]$ </p>	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

5. Даны функции: $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$ и $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x - 1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.

Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений .	
$f(x) = \sqrt{6 - 2x}$	$g(x) = \sqrt{x - 1}$
$6 - 2x \geq 0$	$x - 1 \geq 0$
$\begin{array}{r} 6 - 2x \geq 0 \\ -6 \quad -6 \\ \hline 0 - 2x \geq -6 \\ -2x \geq -6 \\ \hline -2x \geq -6 \\ -2 \quad -2 \\ \hline x \leq 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} x - 1 \geq 0 \\ +1 \quad +1 \\ \hline x \geq 1 \end{array}$
 <p> $-\infty$ 3 $A = (-\infty; 3]$ </p>	 <p> 1 $+\infty$ $B = [1; +\infty)$ </p>
Найдём пересечение множеств A и B :	
 <p> $-\infty$ 1 3 $+\infty$ </p>	
Ответ: $A \cap B = [1; 3]$.	

Решите упражнения:

- 1) Дана функция: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{-2x - 3}$. Найдите область определения функции.
- 2) Дана функция: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{7 - (-4x + 3)}$. Определите наименьшее целое значение x , которое принадлежит области определения функции.
- 3) Дана функция: $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{15 - 5x}$ и $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x + 3}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.
- 4) Дана функция: $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{15 - 3x}$ и $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{12}{x+1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.