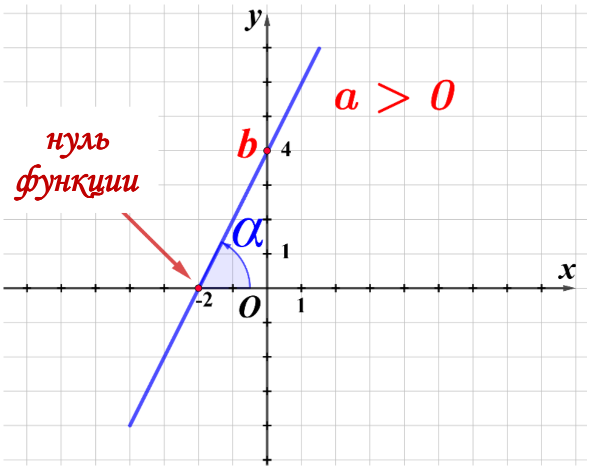
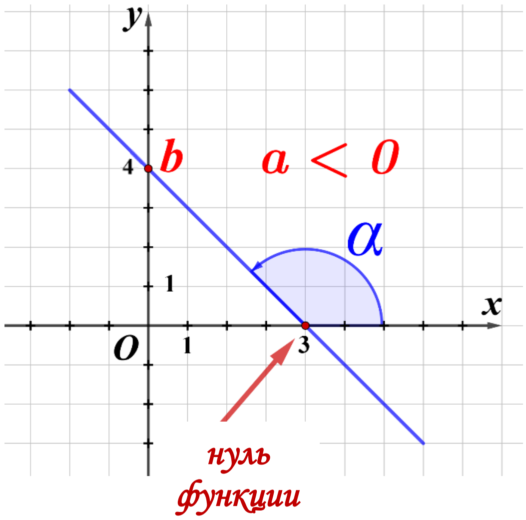
# Итем 3
# Функция I-ой степени

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = ax + b, \quad \text{где} \quad a \neq 0$$




**ПАМЯТКА**

Свойства функции I степени, имеющей вид: $\boldsymbol{f(x) = ax + b, a \neq 0}$:

- $\boldsymbol{a}$ – **угловой коэффициент прямой,** являющейся графиком функции $f$.
- $\boldsymbol{b}$ – **ордината** точки пересечения графика функции $f$ с осью $\boldsymbol{OY}$.
- *Монотонность*: при $\boldsymbol{a} > 0$ функция **строго возрастает;**
  при $\boldsymbol{a} < 0$ функция **строго убывает.**
- *Угол, образованный графиком функции с положительным направлением оси* $\boldsymbol{OX}$**:**
  при $\boldsymbol{a} > 0$ угол **острый** (первый чертёж);
  при $\boldsymbol{a} < 0$ угол **тупой** (второй чертёж);
- *Нуль функции:* число (точка) на оси $OX$, в которой график функции пересекает ось $OX$.

## I. Угловой коэффициент прямой

### *I. Определение углового коэффициента прямой, заданной формулой*

$$\boldsymbol{f(x) = ax + b}$$

**1. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$, равен $\boxed{\phantom{0}}$.”

- Угловым коэффициентом является коэффициент $a$ из формулы $f(x) = ax + b$.
- Так как в формуле $f(x) = 2x - 1$ коэффициент $a$ равен 2, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ равен $\boxed{2}$.

**2. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 5$, равен $\boxed{\phantom{0}}$."

- Так как в формуле $f(x) = x + 5$ коэффициент $a = 1$, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x + 5$, равен $\boxed{1}$.

**3. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x$, равен $\boxed{\phantom{0}}$."

- Так как в формуле $f(x) = -x$ коэффициент $a = -1$, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x$ равен $\boxed{-1}$.

***Упражнения для самостоятельного решения***

**4. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4x + 2$, равен $\boxed{\phantom{0}}$"

б) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5x - 1$, равен $\boxed{\phantom{0}}$"

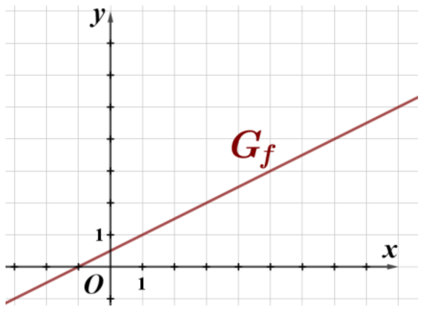
в) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x$, равен $\boxed{\phantom{0}}$"

г) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$, равен $\boxed{\phantom{0}}$"

## *II. Определение знака углового коэффициента прямой по графику функции*

**1.** На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$.

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.

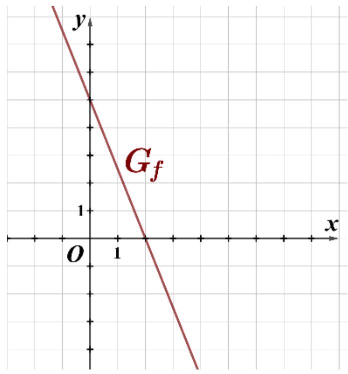



„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ число."

- Проанализируем монотонность функции: так как график представляет собой строго возрастающую функцию, то $a > 0$.
- Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть $\boxed{\text{положительное}}$ число.

**2.** На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$.

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.



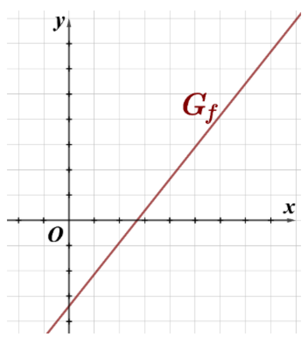

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ число."

- Проанализируем монотонность функции: так как график представляет собой строго убывающую функцию, то $a < 0$.
- Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть $\boxed{\text{отрицательное}}$ число.

### *Упражнения для самостоятельного решения*

**3.** На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$.

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.

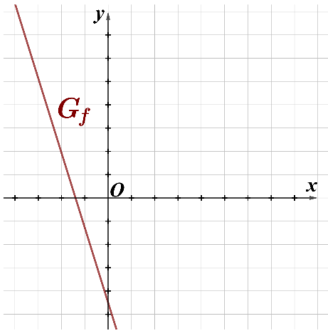


„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ число."

**4.** На чертеже представлен график функции

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.

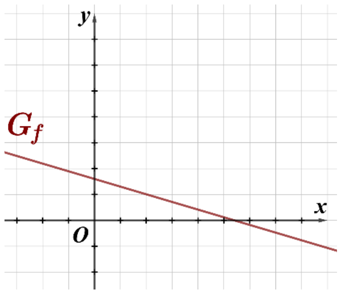



„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ число."

**5.** На чертеже представлен график функции

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.




„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ число."

## II. Монотонность функции

### I. *Исследование функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ на монотонность*

**1. Впишите в рамку одно из выражений «строго возрастает» или «строго убывает» так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 9$ $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ на $\mathbb{R}$. "

- Так как угловой коэффициент $a = 3 > 0$, получаем, что функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 9$ $\boxed{\text{строго возрастает}}$ на $\mathbb{R}$.

б) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x - 5$ $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ на $\mathbb{R}$."

- Так как угловой коэффициент $a = -2 < 0$, получаем, что функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -2x - 5$ $\boxed{\text{строго убывает}}$ на $\mathbb{R}$.

в) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 10 - x$ $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxx}}$ на $\mathbb{R}$."

- Так как угловой коэффициент $a = -1 < 0$, получаем, что функция

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 10 - x,$ $\boxed{\text{строго убывает}}$ на $\mathbb{R}$.

г) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$. ”

- Так как угловой коэффициент $a = 1 > 0$, получаем, что функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x + 4$ $\boxed{\text{строго возрастает}}$ на $\mathbb{R}$.

### *Упражнения для самостоятельного решения*

**2. Впишите в рамку одно из выражений «строго возрастает» или «строго убывает» так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -5x + 2$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$. ”

б) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 8 - 3x$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$. ”

в) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 10x$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$. ”

г) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -4x + 2$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$.”

д) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -7 + 8x$ $\boxed{\phantom{\text{строго возрастает}}}$ на $\mathbb{R}$. ”

## II. *Впишите в рамку угловой коэффициент прямой, используя свойство монотонности*

**1. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{\phantom{0}} \cdot x + 5$ строго возрастает на $\mathbb{R}$.”

- Так как функция строго возрастающая, то угловой коэффициент $a$ должен быть положительным.
- Значит, в рамку можно вписать любое положительное число. Например, „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{2} \cdot x + 5$ строго возрастает на $\mathbb{R}$.”

б) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{\phantom{0}} \cdot x + 7$ строго убывает на $\mathbb{R}$.”

- Так как функция строго убывающая, то угловой коэффициент $a$ должен быть отрицательным.
- Значит, в рамку можно вписать любое отрицательное число. Например, „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{-4} \cdot x + 7$ строго убывающая на $\mathbb{R}$.”

### *Упражнения для самостоятельного решения*

**2. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание:**

а) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \boxed{\phantom{0}} \cdot x - 2$ строго возрастает на $\mathbb{R}$.”

б) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \boxed{\phantom{0}} \cdot x + 9$ строго убывает на $\mathbb{R}$.”

в) „Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \boxed{\phantom{0}} \cdot x$ строго возрастает на $\mathbb{R}$.”

## III. Угол, образованный графиком функции и положительным направлением оси $OX$

### *I. Определение вида угла в зависимости от углового коэффициента.*

**1. Впишите в рамку одно из выражений «острый» или «тупой» так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 4x - 1$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\phantom{острый}}$. ”

- Так как угловой коэффициент $a = 4 > 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 4x - 1$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\text{острый}}$.

б) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x + 2$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\phantom{острый}}$. ”

- Так как угловой коэффициент $a = 1 > 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x + 2$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\text{острый}}$.

в) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -6x + 1$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\phantom{острый}}$. ”

- Так как угловой коэффициент $a = -6 < 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -6x + 1$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\text{тупой}}$.

### *Упражнения для самостоятельного решения*

**2. Впишите в рамку одно из выражений «острый» или «тупой» так, чтобы получилось истинное высказывание.**

а) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x - 5$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\phantom{острый}}$. ”

б) „Угол, образованный графиком функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-8x+7$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\qquad\qquad}$.”

в) „Угол, образованный графиком функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\qquad\qquad}$.”

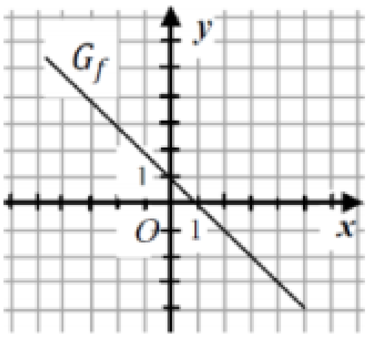
г) „Угол, образованный графиком функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2-x$ и положительным направлением оси $OX$ $\boxed{\qquad\qquad}$.”

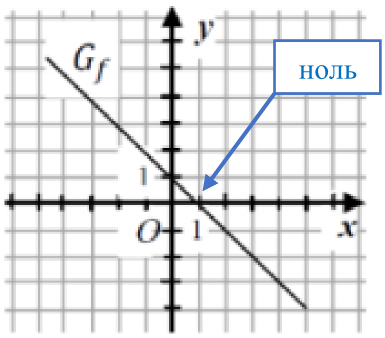
## IV. Нуль функции

### *I. Определение нуля функции по её графику*

**1. На чертеже представлен график функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b,\quad a\neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

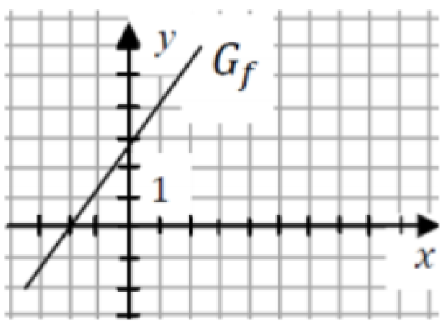
а) „Число $\boxed{\quad}$ является нулём функции $f$.”

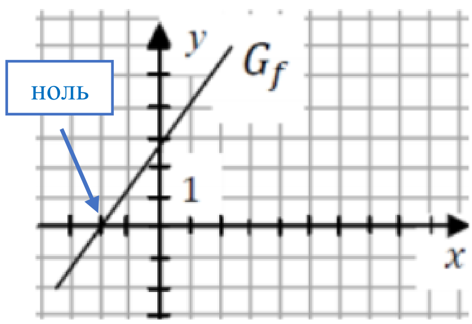



- Число на оси $OX$, в котором график функции пересекает ось $OX$ является нулём функции (смотрите чертёж справа). Значит, число $\boxed{1}$ является нулём функции $f$.

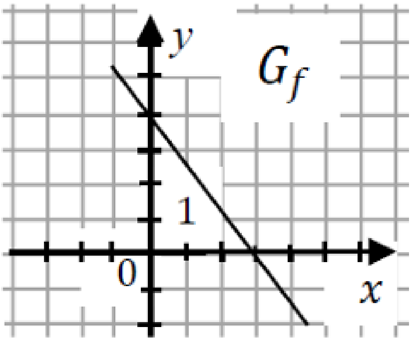
б) „Число $\boxed{\quad}$ является нулём функции $f$.”

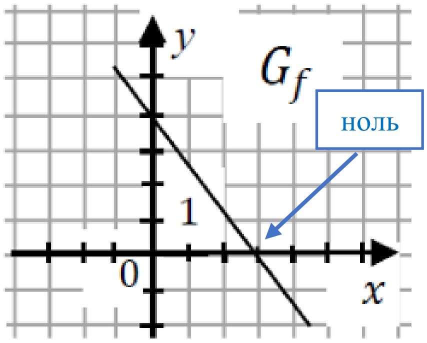



- Число на оси $OX$, в котором график функции пересекает ось $OX$ равно -2 (смотрите чертёж справа). Значит, число $\boxed{-2}$ является нулём функции $f$.

в) „ Число $\square$ является нулём функции $f$.”



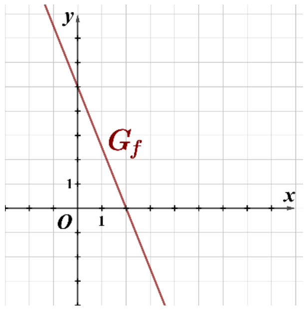




- Число на оси $OX$, в котором график функции пересекает ось $OX$ равно 3 (смотрите чертёж справа). Значит, число $\boxed{3}$ является нулём функции $f$.

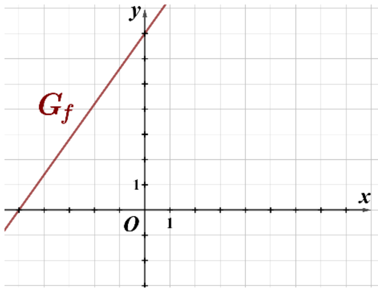
***Упражнения для самостоятельного решения***

**2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b,\ a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.**

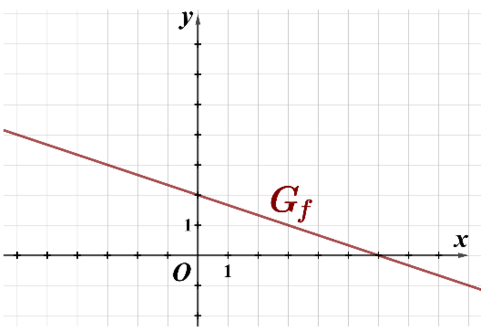
а) „Число $\square$ является нулём функции $f$.”




б) „Число $\square$ является нулём функции $f$.”




**в)** „Число $\square$ является нулём функции $f$”



## II. Определение того, что заданные числа являются/не являются нулями данной функции.

**1.** Определите, какие из чисел 1; 3 являются нулями функции

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - x.$$

- Для того, чтобы проверить, является ли заданное число нулём функции, надо в формулу, которой задаётся функция, заменить последовательно $x$ на числа 1 и 3 и вычислить значения функции. Число, для которого значение функции равно нулю, является нулём функции.
- Заменяем в формуле $x$ на 1 и вычисляем: $f(1) = 3 - 1 = 2 \neq 0$.
- Заменяем в формуле $x$ на 3 и вычисляем: $f(3) = 3 - 3 = 0$. Значит, число 3 является нулём функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$.

**2.** Определите, какие из чисел $-2$; 5 являются нулями функции

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4.$$

- Заменяем в формуле $x$ на $-2$ и вычисляем: $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$.

  Число $-2$ является нулём функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4$.
- Заменяем в формуле $x$ на 5 и вычисляем: $f(5) = 2 \cdot 5 + 4 = 10 + 4 = 14 \neq 0$.

  Число 5 не является нулём функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4$.

**3.** Определите, какие из чисел 0; 6 являются нулями функции

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 12x.$$

- Заменяем в формуле $x$ на 0 и вычисляем: $f(0) = 12 \cdot 0 = 0$.

  Число 0 является нулём функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 12x$.
- Заменяем в формуле $x$ на 6 и вычисляем: $f(6) = 12 \cdot 6 = 72 \neq 0$.

  Число 6 является нулём функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 12x$.

### Упражнения для самостоятельного решения

а) Определите, какие из чисел 2; 7 являются нулями функции

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 7 - x.$$

б) Определите, какие из чисел $-5$; 3 являются нулями функции

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 15 + 3x.$$

в) Определите, какие из чисел 4; 9 являются нулями функции

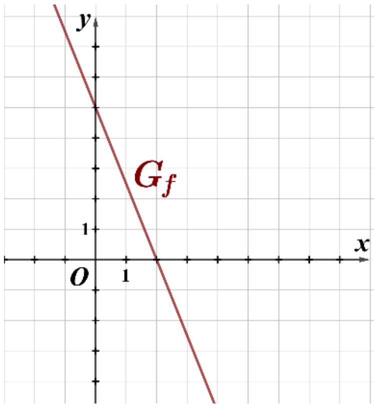
$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 27.$$

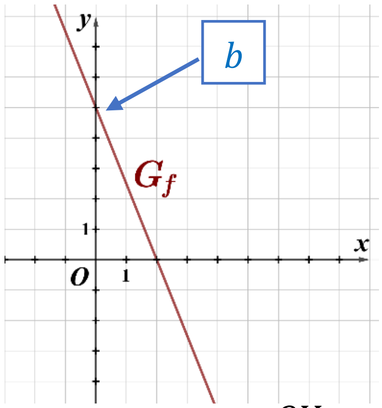
## V. Ордината точки пересечения графика функции с осью $OY$

### I. Определение значения или знака числа $b$ для функции $f(x) = ax + b$, исходя из графика

1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b,\ a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„$b = \boxed{\phantom{0}}$ ”

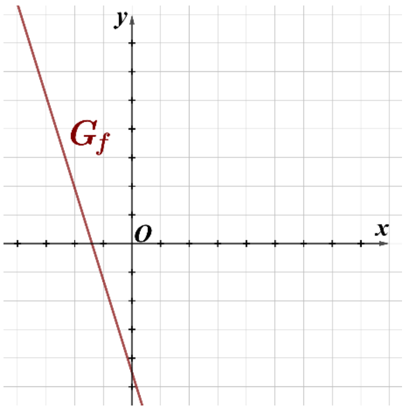


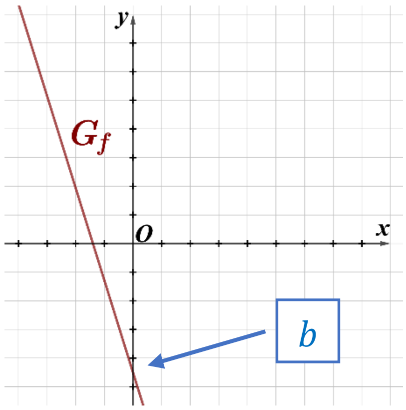




- Число на оси $OY$, в котором график функции пересекает ось $OY$, является значением числа $b$ (смотрите чертёж справа). Значит, $b = \boxed{5}$.

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b,\ a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

„$b \boxed{\phantom{0}}$ **0** .”

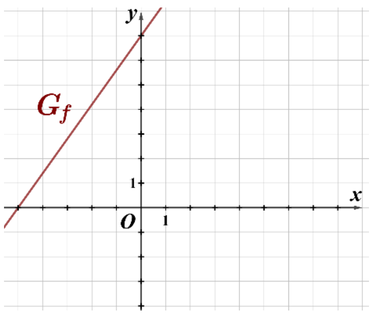


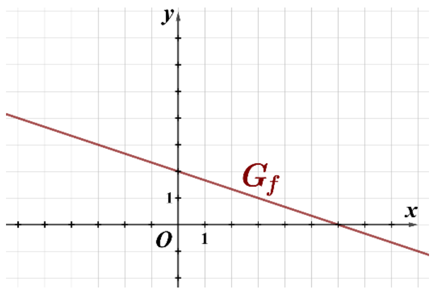

- Число на оси $OY$, в котором график функции пересекает ось $OY$, является значением числа $b$ (смотрите чертёж справа). Замечаем, что это число отрицательное, так как точка находится ниже оси $OX$. Значит, $b \boxed{<} 0$.

### *Упражнения для самостоятельного решения*

1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \quad a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

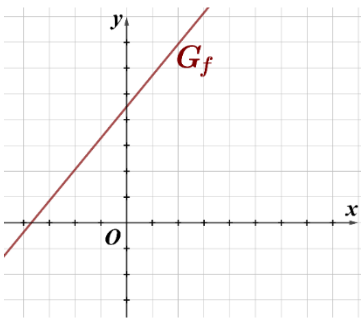



„$\boldsymbol{b} = \boxed{\phantom{00}}$.”

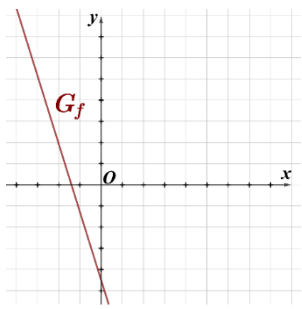



„$\boldsymbol{b} = \boxed{\phantom{00}}$.”

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \ a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.




„$\boldsymbol{b} \ \boxed{\phantom{00}} \ \mathbf{0}$.”

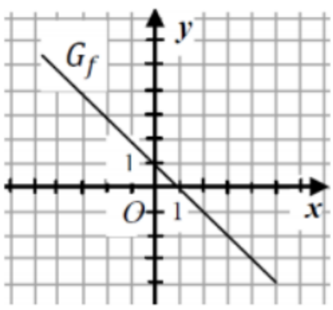


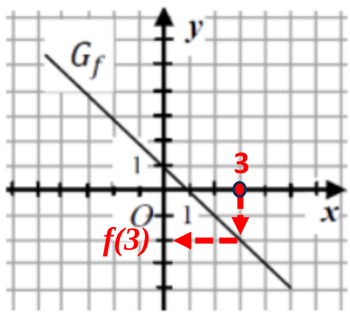

„$\boldsymbol{b} \ \boxed{\phantom{00}} \ \mathbf{0}$.”

## VI. Знак значений функции

**1.** На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \ a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

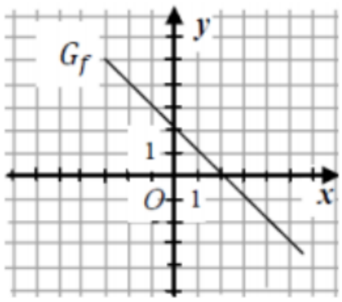
**a)** „ $f(3) \ \boxed{\phantom{00}} \ 0$”

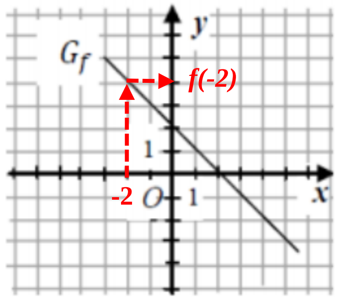


- Отметим число 3 на оси $OX$.
- От отмеченного числа перемещаемся ТОЛЬКО вверх или вниз, пока не «дойдём» до графика функции. Если мы перемещаемся вверх, то значение функции в точке 3, то есть $f(3)$, будет положительным, а если перемещаемся вниз, то значение функции в точке 3, то есть $f(3)$, будет отрицательным.
- В нашем случае, от точки 3 на оси $OX$ надо идти вниз, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(3)$ отрицательное число и: $f(3) \boxed{<} 0$.

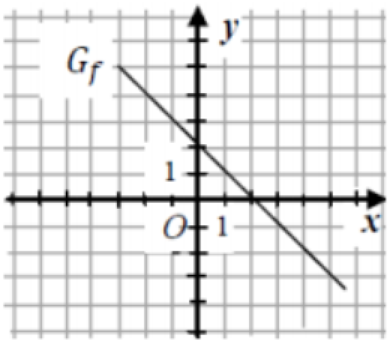
**б)** „$f(-2) \boxed{\phantom{<}}\ 0$”

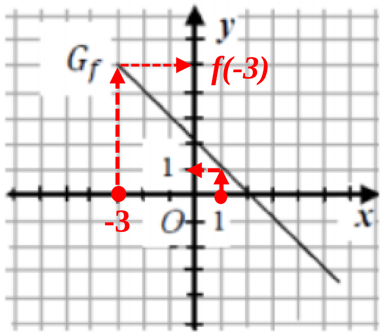



- Отметим число -2 на оси $OX$.
- От точки -2 на оси $OX$ надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(-2)$ положительное число и: $f(-2) \boxed{>} 0$.

**в)** „$f(-3) \cdot f(1) \boxed{\phantom{<}}\ 0$”



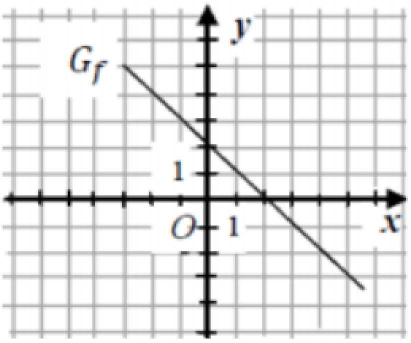

- Отметим число -3 на оси $OX$.
- От точки -3 на оси $OX$ надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(-3)$ положительное число.

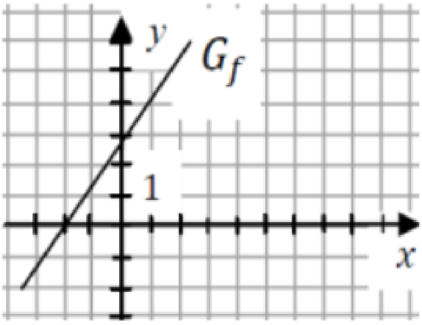
- Отметим число 1 на оси $OX$. От точки 1 на оси $OX$ надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(1)$ положительное число.
- Таким образом, $f(-3) \cdot f(1)$ $\boxed{>}$ 0.

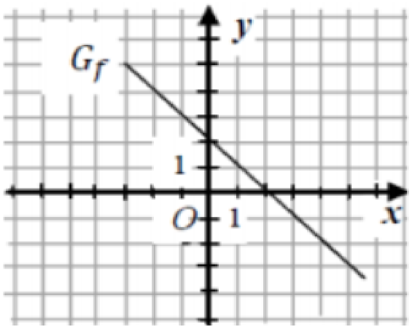
### *Упражнения для самостоятельного решения*

**2.** На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b,\ a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ < ”, „ > ” или „ = ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

**a)** „ $f(-4)$ $\boxed{\phantom{0}}$ **0**”  **b)** „ $f(5)$ $\boxed{\phantom{0}}$ **0**”  **c)** „ $f(-3)$ $\boxed{\phantom{0}}$ $f(4)$”



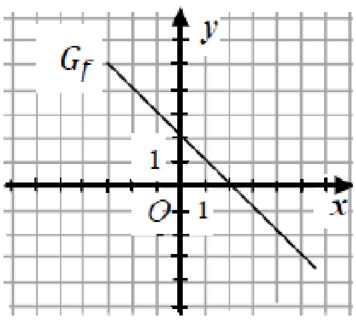

## *Решение упражнений с использованием свойств функции I степени*

**1.** На рисунке изображён график функции

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b.$$

Используя рисунок, впишите в рамку одно из выражений “*положительное число*” или “*отрицательное число*” так, чтобы получилось истинное высказывание.

“Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f$, есть $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxx}}$.”




**2.** Дана функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x + 7$.

Впишите в рамку одно из выражений “*строго возрастающей*” или “*строго убывающей*” так, чтобы получилось истинное высказывание.

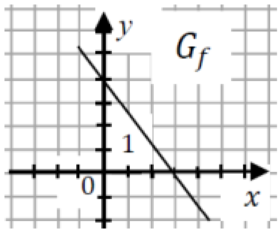
“Функция $f$ является $\boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxx}}$. “

**3.** На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax+b,\qquad a\neq 0.$$

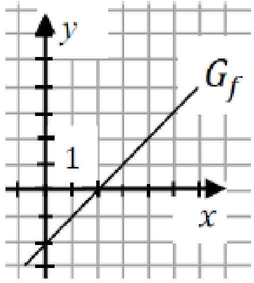
Впишите в рамку один из знаков “<” или “>” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$a\ \boxed{\phantom{00}}\ 0.$$




**4.** На рисунке изображён график функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b, a\neq 0$. Используя данные из рисунка, впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$b=\boxed{\phantom{00}}\,.$$

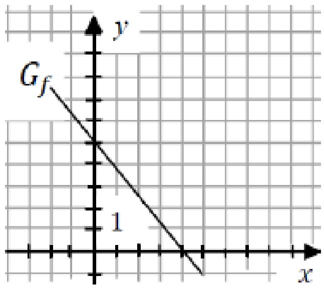



**5.** На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax+b,\qquad a\neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$a\ \boxed{\phantom{00}}\ b.$$

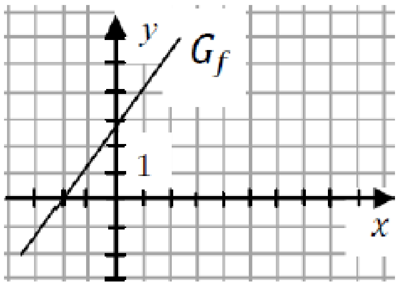



**6.** На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax+b,\qquad a\neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$-\frac{b}{a}\ \boxed{\phantom{00}}\ 0\,.$$




**7.** Впишите в рамку действительное ненулевое число так, чтобы функция

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\boxed{\phantom{00}}\,x+3,$$

являлась строго убывающей на $\mathbb{R}$.

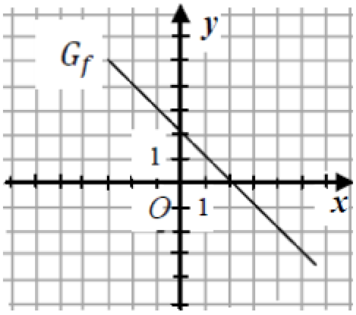
**8.**

На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$f(-1)\cdot f(4)\ \boxed{\phantom{00}}\ 0.$$



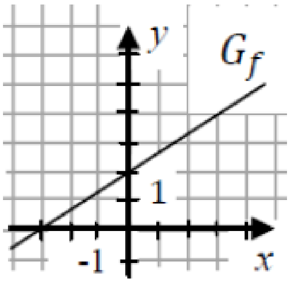

**9.**

На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax+b,\qquad a\neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$f(1)\ \boxed{\phantom{00}}\ f(3).$$



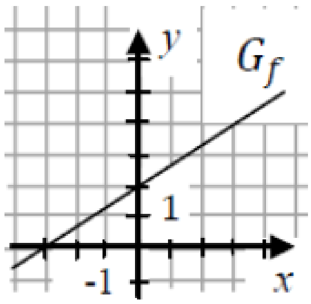

**10.**

На рисунке изображён график функции

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax+b,\qquad a\neq 0.$$

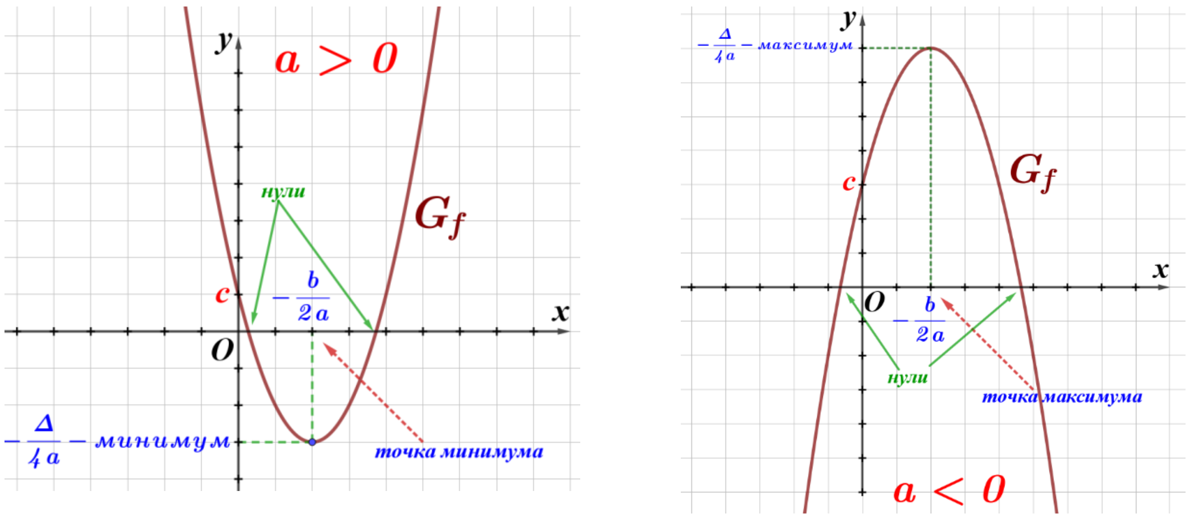
Используя рисунок, впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

“ Нуль функции $f$ есть число $\boxed{\phantom{00}}$. “



# Функция II-ой степени

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\qquad f(x)=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$$




## ПАМЯТКА

Если функция второй степени имеет вид $f(x)=ax^2+bx+c$, тогда:

- Для $a>0$ – график функции парабола, ветви направлены вверх.
- Для $a<0$ – график функции парабола, ветви направлены вниз.
- Число $c$ – ордината точки пересечения графика функции $f$ с осью $Oy$.
- Для $a>0$ функция имеет **точку минимума:**

$$x=-\frac{b}{2a}\text{ – точка минимума,}\quad y=-\frac{\Delta}{4a}\text{ – минимум функции}$$

- Для $a<0$ функция имеет **точку максимума:**

$$x=-\frac{b}{2a}\text{ – точка максимума,}\quad y=-\frac{\Delta}{4a}\text{ – максимум функции}$$

- Вершина параболы — это точка с координатами:

$$V\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$$

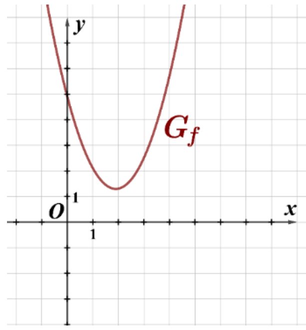
- Нуль: Число на оси $Ox$, в котором график функции пересекает ось $Ox$:
  - Если $\Delta=b^2-4ac>0$, то уравнения имеет два решения.
  - Если $\Delta=b^2-4ac=0$ тогда существует один нуль
  - Если $\Delta=b^2-4ac<0$ тогда нулей не существует

## Решённые примеры и примеры для решения

### I. *Определение знака числа a с использованием графика функции.*

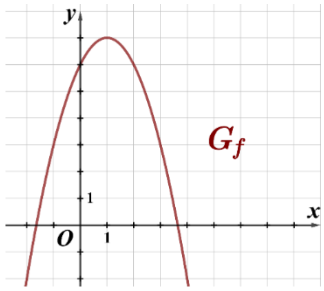
1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание:

   **„$a$ $\boxed{\phantom{>}}$ 0”.**




- *Поскольку парабола направлена ветвями вверх, делаем вывод, что число a положительное. Значит, a* $\boxed{>}$ 0.

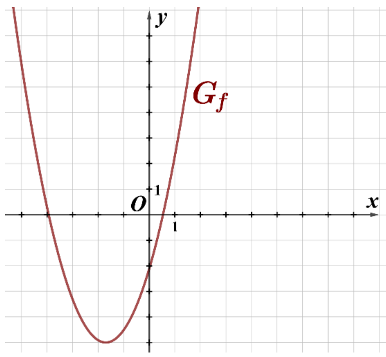
2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = ax^2 + bx + c,\quad a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание: **„$a$ $\boxed{\phantom{>}}$ 0”.**

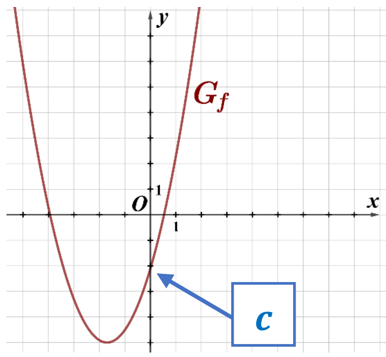



- *Поскольку парабола направлена ветвями вниз, делаем вывод, что число a отрицательное. Значит, a* $\boxed{<}$ 0.

### II. *Определение знака или значения числа c с использованием графика функции*

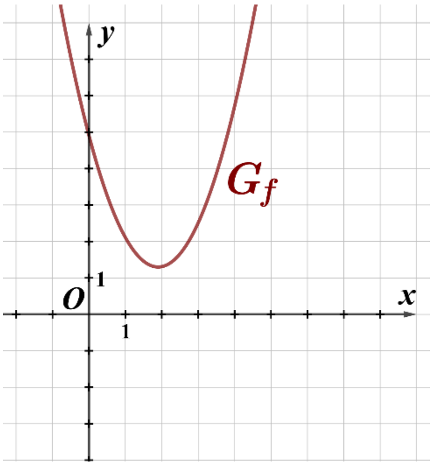
1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание: **„$c$ $\boxed{\phantom{>}}$ 0”.**

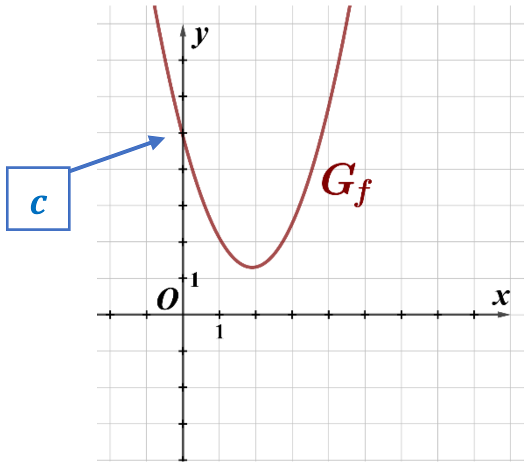



- *Число на оси Oy, в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c. Мы замечаем, что это число отрицательное. Следовательно, c* $\boxed{<}$ *0.*

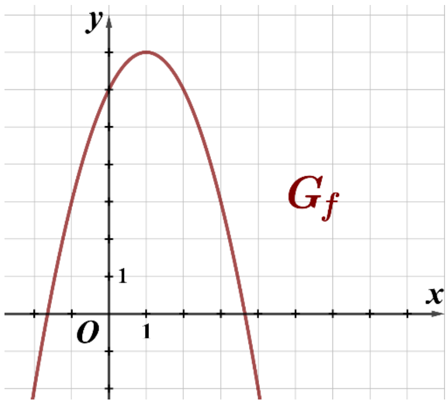
2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „$<$” или „$>$” так, чтобы получилось истинное высказывание: **„c** $\boxed{\phantom{0}}$ **0”**.

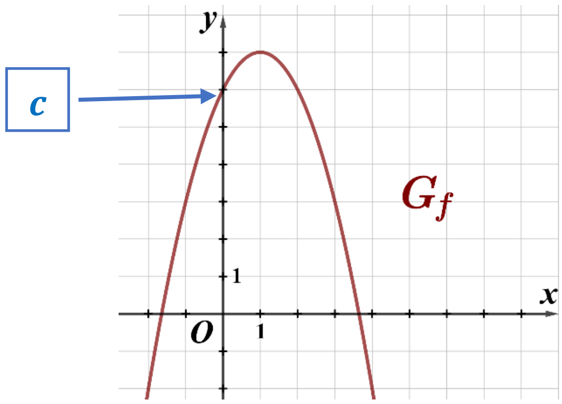



- *Число на оси Oy, в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c. Мы замечаем, что это число положительное. Следовательно, c* $\boxed{>}$ *0.*

3. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание: **„c =** $\boxed{\phantom{0}}$ ”.



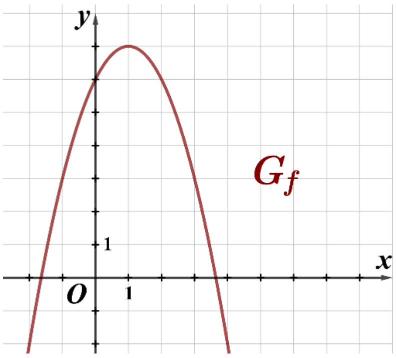



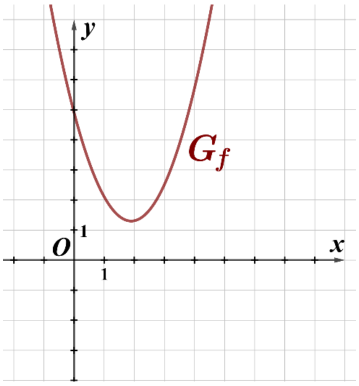

- *Число на оси Oy, в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c. Значит* **c** = $\boxed{6}$ .

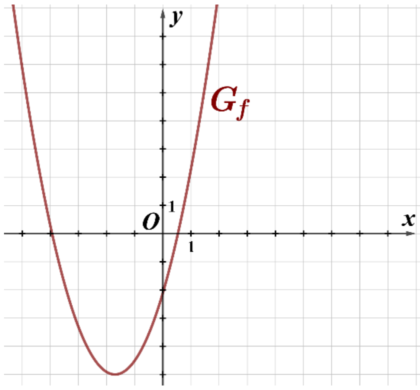
## Решите задачи:

**1.** На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамки один из знаков „<” или „>” так, чтобы получились истинные высказывания:

**а)** „$\boldsymbol{a}$ $\square$ **0**”. **б)** „$\boldsymbol{c}$ $\square$ **0**”. **в)** „$\boldsymbol{a}$ $\square$ $\boldsymbol{c}$”.

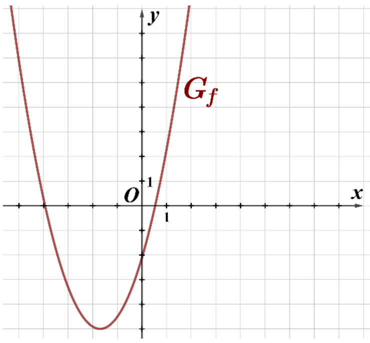


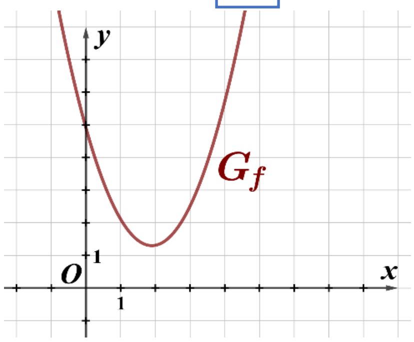




**2.** На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамки целые числа такие, чтобы получились истинные высказывания:

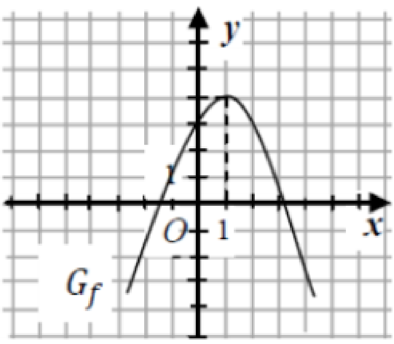
**а)** „$\boldsymbol{c} =$ $\square$ ”.



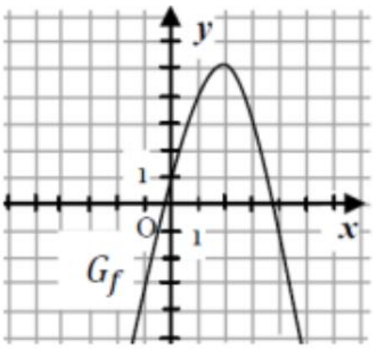

**б)** „$\boldsymbol{c} =$ $\square$ ”




**в)** „$\boldsymbol{c} =$ $\square$ ”



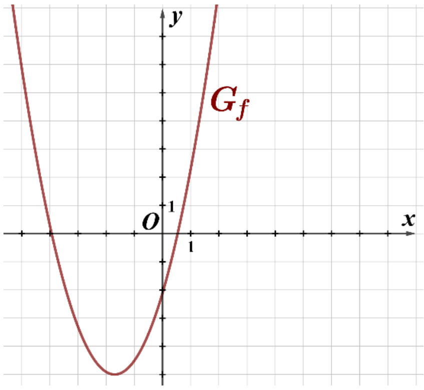

**г)** „$\boldsymbol{c} =$ $\square$ ”

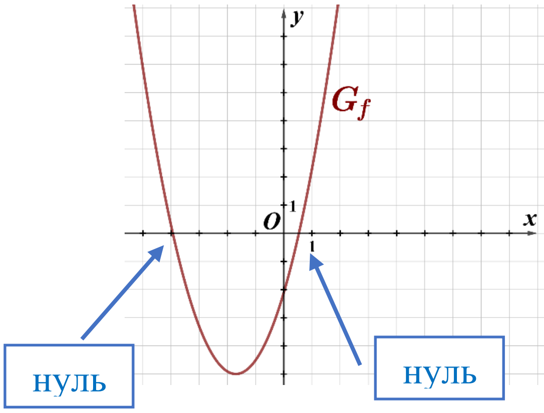


## *III. Определение знака выражения $\Delta = b^2 - 4ac$, с использованием графика функции.*

**1.** На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

$$„\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \ \boxed{\phantom{>}} \ \mathbf{0}”$$



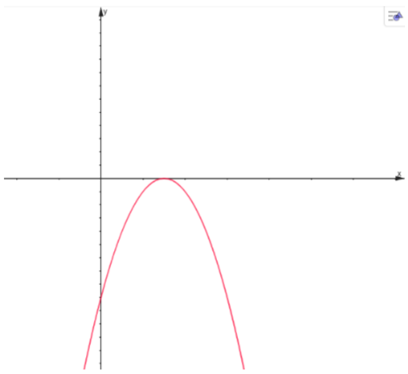



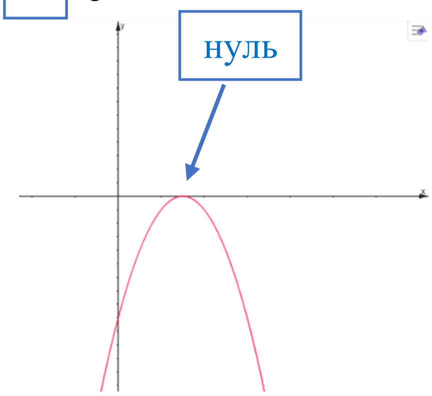

- *Определим количество нулей функции f, то есть определим, в каких точках график функции пересекает ось Ox. В данном примере есть два нуля (см. рисунок). Поскольку у нас два нуля, мы получаем*

  $$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \ \boxed{>} \ \mathbf{0}.$$

**2.** На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

$$„\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \ \boxed{\phantom{>}} \ \mathbf{0}”$$



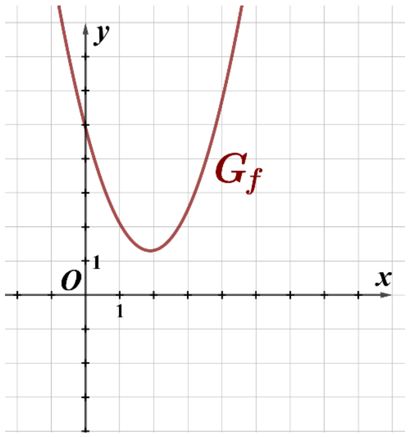



- *Определим количество нулей функции f. В данном примере есть один нуль (см. рисунок). Поскольку у нас только один нуль, мы получаем*

  $$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac} \ \boxed{=} \ \mathbf{0}.$$

3. На рисунке изображён график функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

„$\Delta=\boldsymbol{b^2-4ac}$ $\boxed{\phantom{0}}$ **0**”

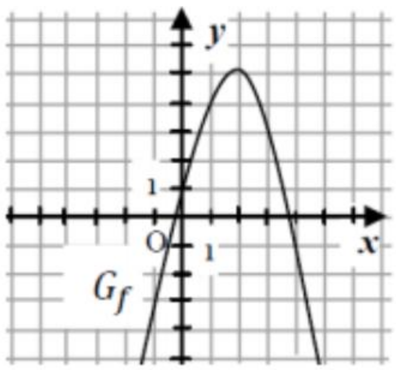


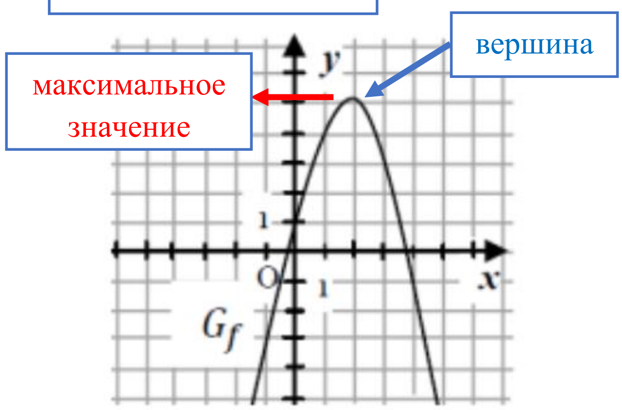

- *В данном примере график функции не пересекает ось Ox, что означает, что функция не имеет нулей. Тогда,* $\Delta=\boldsymbol{b^2-4ac}$ $\boxed{<}$ **0.**

### *IV. Нахождение максимального/ минимального значения функции*

1. На рисунке изображён график функции $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$. Впишите в рамку одно из выражений „*положительное*” или „*отрицательное*”, так, чтобы получилось истинное высказывание:

„ **Максимальное значение функции *f*** $\boxed{\phantom{положительное}}$ **число.”**

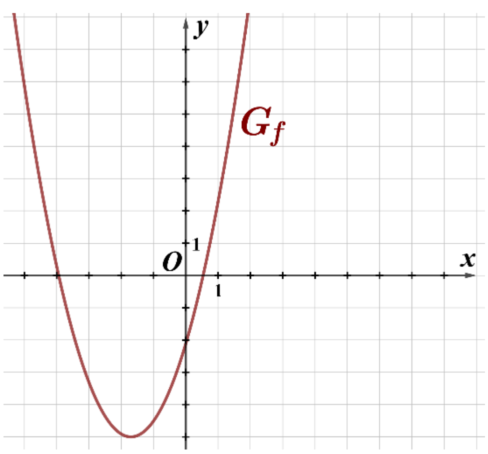


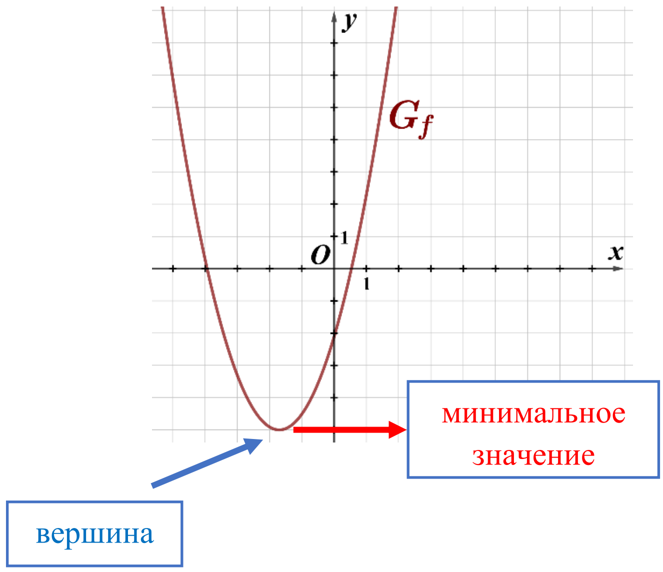




- *Определим вершину параболы (см. рисунок). От вершины параболы двигаемся по горизонтали к оси Oy. Соответствующее число на оси Oy представляет собой максимальное значение функции f (см. рисунок). Таким образом, в этом примере максимальное значение функции f — это* $\boxed{\textit{положительное}}$ *число.*

2. На рисунке изображён график функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

**„Минимальное значение функции *f* равно $\boxed{\phantom{0}}$.”**



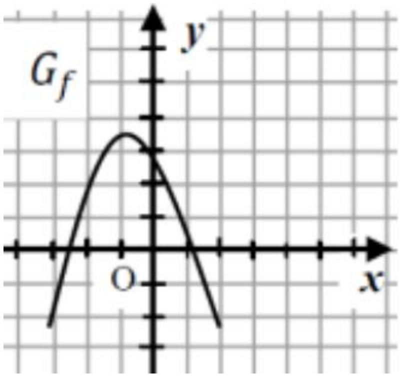



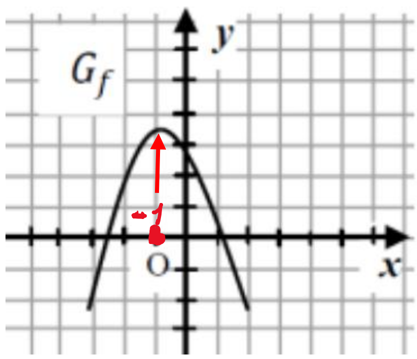

- *Определим вершину параболы (см. рисунок). От вершины параболы двигаемся по горизонтали к оси Oy. Соответствующее число на оси Oy представляет собой минимальное значение функции f (см. рисунок). Таким образом, в этом примере минимальное значение функции f равно* $\boxed{-5}$.

### V. *Знак значений функции*

1. На рисунке изображён график функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

**„$f(-1)$ $\boxed{\phantom{0}}$ 0”.**



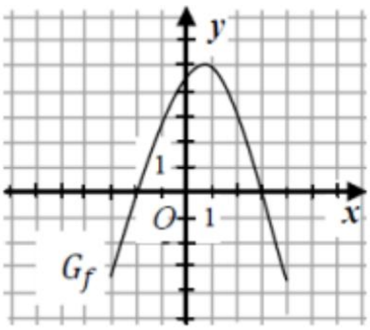

- *Находим число $-1$ на оси $Ox$.*

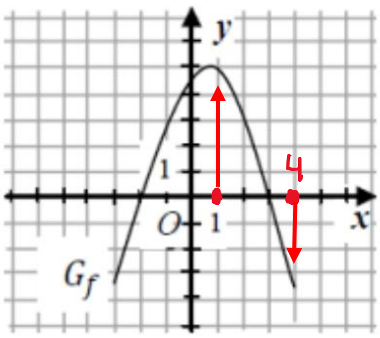
- *Мы движемся от позиции найденного числа к параболе, представляющей график функции f. Важно: мы можем двигаться только «вверх» или «вниз». Если движение к графику функции происходит «вверх», то значение функции является положительным числом. Если движение к графику функции происходит «вниз», то значение функции является отрицательным числом.*

- *В нашем случае, начиная с числа –1 на оси Ox, мы должны двигаться «вверх», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f. Следовательно,* $f(-1)$ *— это положительное число. Значит* $\boldsymbol{f(-1)}$ $\boxed{>}$ **0.**

2. На рисунке изображён график функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

„$\boldsymbol{f(1)}$ $\boxed{\phantom{>}}$ $\boldsymbol{f(4)}$”




- *Находим число 1 на оси Ox. От числа 1 на оси Ox нужно двигаться «вверх», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f (см. рисунок). Следовательно,* $f(1)$ *— это положительное число* $f(1)$ *este un nuтăr pozitiv.*

- *Находим число 4 на оси Ox. От числа 4 на оси Ox нужно двигаться «вниз», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f (см. рисунок). Следовательно,* $f(4)$ *— это отрицательное число.*

- *Следовательно,* $f(1)$ $\boxed{>}$ $f(4)$.

## VI. *Решение упражнений с использованием свойств функции II степени, заданной аналитически $f(x) = ax^2 + bx + c$.*

1. **Впишите в рамку натуральное число так, чтобы получилось истинное высказывание**:

   **“**Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x + 2$ равно $\boxed{\phantom{0}}$**.”**

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения: $x^2 + 3x + 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1$.
- Поскольку $\Delta = 1 > 0$, уравнение имеет два действительных решений, а функция имеет два нуля.
- Записываем в рамку: $\boxed{\mathbf{2}}$.

2. **Впишите в рамку натуральное число так, чтобы получилось истинное высказывание:**

   „Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + x - 2$ равно $\boxed{\phantom{0}}$.”

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения: $-x^2 + x - 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$.
- Поскольку $\Delta = -7 < 0$, уравнение не имеет действительных решений, а функция не имеет нулей.
- Записываем в рамку: $\boxed{\mathbf{0}}$.

3. **Впишите в рамку натуральное число так, чтобы получилось истинное высказывание:**

   „Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 + 4x + 1$ равно $\boxed{\phantom{0}}$.”

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения: $4x^2 + 4x + 1 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$.
- Поскольку $\Delta = 0$, уравнение имеет единственное действительное решение, а функция имеет один нуль.

- Записываем в рамку: $\boxed{1}$.

4. **Впишите в рамку натуральное число так, чтобы получилось истинное высказывание**:

„Количество точек пересечения графика функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x - 2$ с осью абсцисс равно $\boxed{\phantom{0}}$“.

- Количество точек пересечения графика функции с осью абсцисс равно количеству решений уравнения: $2x^2 - x - 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 16 = 17 > 0$.
- Поскольку $\Delta > 0$, уравнение имеет два действительных решения, а график функции имеет две точки пересечения с осью абсцисс.
- Записываем в рамку: $\boxed{2}$.

5. **Впишите в рамку одно из выражений „*минимум*” или „*максимум* так, чтобы получилось истинное высказывание**.

Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 5x + 6$ имеет $\boxed{\phantom{максимум}}$.”

- Поскольку $a = -1 < 0$, функция имеет максимум.
- Записываем в рамку: $\boxed{\textit{максимум}}$

6. **Впишите в рамку одно из выражений „*минимум*” или „*максимум* так, чтобы получилось истинное высказывание**.

Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 1$ имеет $\boxed{\phantom{минимум}}$ ”

- Поскольку $a = 3 > 0$, функция имеет минимум.
- Записываем в рамку: $\boxed{\textit{минимум}}$

## *Решите задачи, касающиеся функции второй степени*

1. **Впишите в рамку одно из выражений „является” или „не является так, чтобы получилось истинное высказывание**:

„ Число 4 $\boxed{\phantom{xxxxxxxx}}$ нулём функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -4x^2 + 5x + 12$.”

2. **Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:**

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 4$ равно $\boxed{\phantom{x}}$.”

3. **Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание**:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + x - 4$ равно $\boxed{\phantom{x}}$.”

4. **Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание**:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$ равно $\boxed{\phantom{x}}$.”

5. **Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание**:

„ Количество точек пересечения графика функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - x$ с осью абсцисс равно $\boxed{\phantom{x}}$.”

6. **Впишите в рамку одно из выражений „*минимум*” или „*максимум* так, чтобы получилось истинное высказывание**:

„Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 6x^2 + 5x - 1$ имеет $\boxed{\phantom{xxxxxxxx}}$ функции.”

7. **Впишите в рамку одно из выражений „*минимум*” или „*максимум* так, чтобы получилось истинное высказывание**:

„ Функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x + 7$ имеет $\boxed{\phantom{xxxxxxxx}}$ функции.”

8. Впишите в рамку действительное ненулевое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„График функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{\phantom{0}}x^2 + x - 3$ – парабола, ветви которой направлены вниз.”

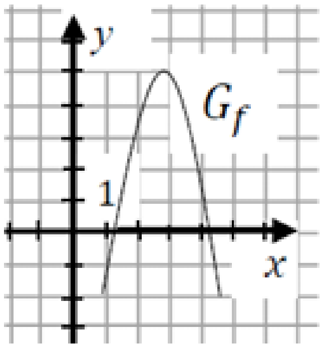
9. Впишите в рамку действительное ненулевое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„График функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \boxed{\phantom{0}}x^2 - x - 4$ – парабола, ветви которой направлены вверх.”

10. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.

Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание

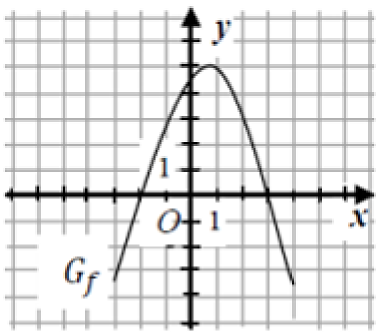
**«$b^2 - 4ac$ $\boxed{\phantom{0}}$ 0».**




11. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

„График функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + x + c, a \neq 0$ пересекает ось $OX$ в единственной точке, тогда $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ $\boxed{\phantom{0}}$ **0**.”

12. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Впишите в рамку одно из выражений „*положительное*” или „*отрицательное*”, так, чтобы получилось истинное высказывание.




„ Произведение нулей функции $f$ $\boxed{\phantom{000000}}$ число.”

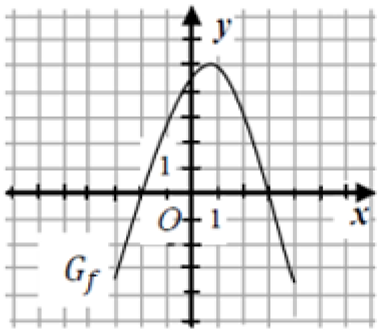
13. Дана функция $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 4$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание.

„Количество точек пересечения графика функции $f$ с осью $Ox$ равно $\boxed{\phantom{0}}$.”

14. На рисунке изображён график функции

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$

Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=”
так, чтобы получилось истинное высказывание:

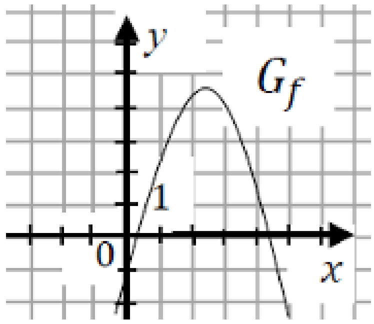



**«$\boldsymbol{a}$ $\boxed{\phantom{00}}$ $\Delta$ ,** где $\Delta = \boldsymbol{b^2 - ac}$**».**

15. На рисунке изображён график функции

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$

Впишите в рамку одно из выражений
„*положительное*” или „*отрицательное*”, так,
чтобы получилось истинное высказывание.




„ Максимальное значение функции *f* $\boxed{\phantom{0000000000}}$ число.”

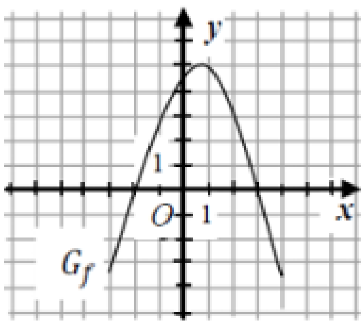
16. Дана функция $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x + 1$. Впишите в рамку абсциссу вершины *V* параболы, представляющей график функции *f*.

$x_0 = \boxed{\phantom{00}}$

17. На рисунке изображён график функции

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$

Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так,
чтобы получилось истинное высказывание:




„ $\boldsymbol{f(0)\cdot f(4)}$ $\boxed{\phantom{00}}$ **0**”.