Ministerul Educației și Cercetării

Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare

Proiectul „Reforma Învățământului în Republica Moldova”

Pregătirea pentru examenul național de bacalaureat la disciplina MATEMATICA

DOMENIUL *GEOMETRIE*

GEOMETIE ÎN PLAN

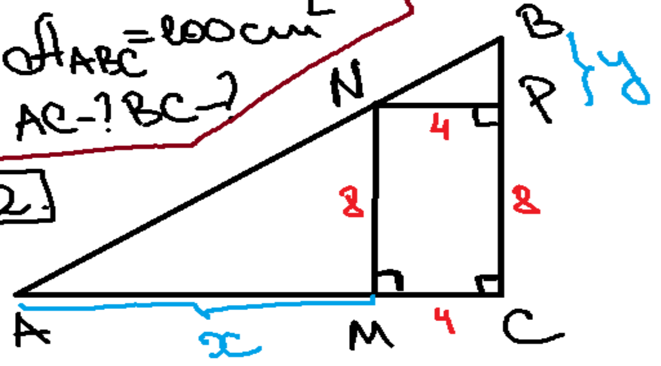
TEOREME CARE NU SE REGĂSESC ÎN ANEXĂ LA BAC:

❑ TEOREMA LUI THALES. TRIUNGHIURI ASEMENEA. TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ASEMĂNĂRII

1. Un punct de pe ipotenuza unui triunghi dreptunghic este situat la distanțele de $4cm$ și $8cm$ de catete. Determinați lungimile catetelor, dacă aria triunghiului este egală cu $100cm^2$.

$\mathcal{A}_{ABC} = 100cm^2$

$AC-?\ BC-?$



1. $MN \perp AC,\ BC \perp AC \Rightarrow MN \parallel BC \xRightarrow{T.F.A} \Delta AMN \sim \Delta ACB \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{x}{x+4} = \dfrac{8}{8+y} \Leftrightarrow \dfrac{x}{4} = \dfrac{8}{y} \Leftrightarrow \boxed{x \cdot y = 32}$

2. $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{(x+4)(y+8)}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 100 = \dfrac{x \cdot y + 8x + 4y + 32}{2} \Leftrightarrow 8x + 4y + 64 = 200 \Leftrightarrow$

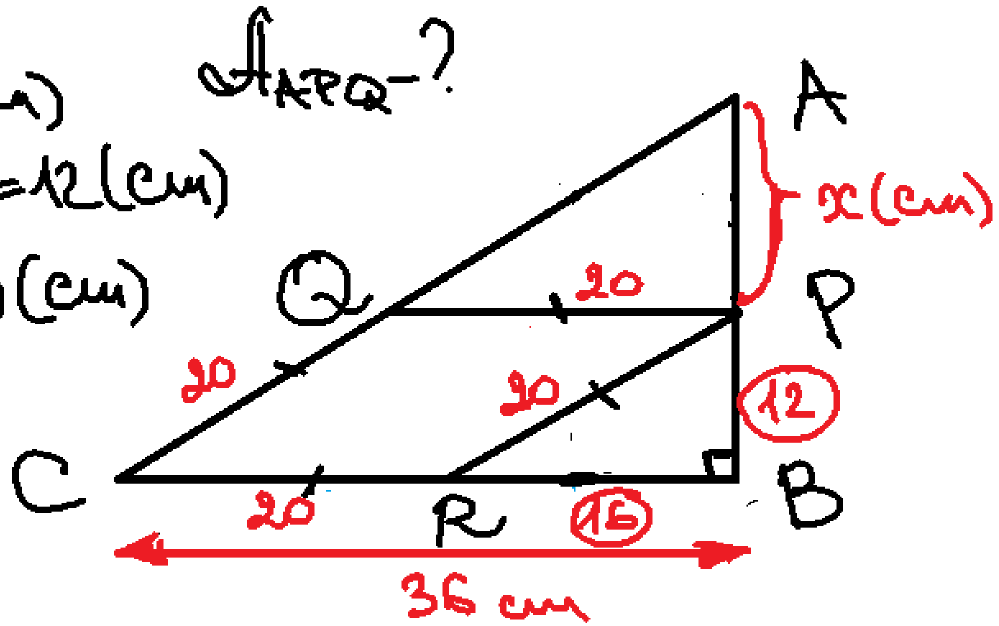
$\Leftrightarrow y + 2x = 34 \Leftrightarrow \boxed{y = 34 - 2x}$

$x(34-2x) = 32 \Leftrightarrow x^2 - 17x + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 16 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 32 \\ y = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} AC = 5(cm);\ BC = 40(cm) \\ AC = 20(cm);\ BC = 10(cm). \end{array}\right.$

Răspuns: (5cm și 40cm) sau (20cm și 10cm)

2. Fie ABC un triunghi dreptunghic, în care $m(\angle ABC) = 90°$, iar $BC = 36$ cm. Pe laturile AB, AC și BC se consideră respectiv punctele P, Q și R, astfel încât $PQCR$ este un romb cu latura de 20 cm. Determinați aria triunghiului APQ.



<u>Rezolvare</u>

1. $BR = 36 - 20 = 16$ (cm)
2. Din $\triangle$dr. $BPR \Rightarrow BP = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$ (cm)
3. Fie $AP = x$ (cm) $\Rightarrow AB = (x + 12)$ (cm)
4. $CRPQ$ - romb $\Rightarrow$

$\Rightarrow PQ \parallel BC \xRightarrow{T.F.A}$

$\Rightarrow \triangle APQ \sim \triangle ABC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+12} = \frac{20}{36} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{20}{16} \Rightarrow x = 15 \text{ (cm)}$$

5. $\mathcal{A}_{APQ} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150$ (cm^2).

3. Fie trapezul isoscel $ABCD$, în care $AD \parallel BC$, $AD = 6\ cm$, $CD = 2\ cm$, $BC = 5\ cm$. Dreptele suport ale laturilor AB și CD se intersectează în punctul M. Determinați lungimea înălțimii triunghiului AMD, corespunzătoare laturii AD.

4. Determinați lungimea bisectoarei unghiului drept al unui triunghi cu catetele de 21 cm și 28 cm.

1. $AB = \sqrt{21^2+28^2} = \sqrt{7^2\cdot(3^2+4^2)} = 35(cm)$

2. Fie $BM = x(cm) \Rightarrow AM = (35-x)(cm)$.

3. Din th. bisectoarei $\Rightarrow$

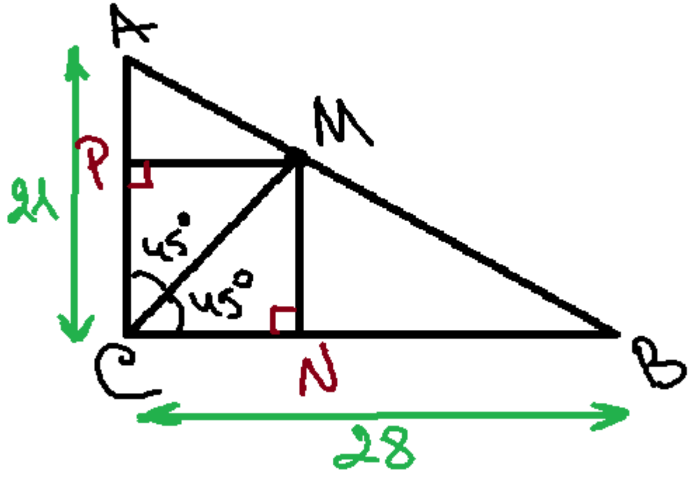
$$\Rightarrow \frac{BC}{BM} = \frac{AC}{AM} \Leftrightarrow \frac{28}{x} = \frac{21}{35-x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4(35-x) = 3x \Leftrightarrow x = 20(cm)$$

4. Din $\triangle ABC \Rightarrow \sin B = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$

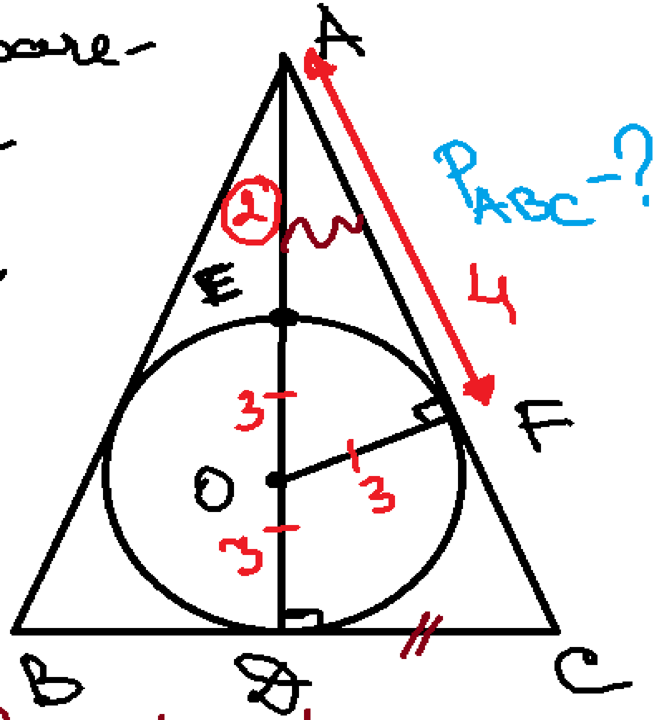
5. În $\triangle BCM$ aplicăm th. sinusurilor:

$$\frac{CM}{\sin B} = \frac{BM}{\sin 45^\circ} \Leftrightarrow \frac{CM}{\frac{3}{5}} = \frac{20}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow CM = \frac{24}{\sqrt{2}} = 12\sqrt{2}\,(cm)$$



5. Centrul cercului înscris în triunghiul isoscel împarte înălțimea corespunzătoare bazei în segmente de 5cm și 3cm, începând de la vârful triunghiului. Calculați perimetrul triunghiului.

1. O-punctul de intersecție a bisectoarelor triunghiului $\Rightarrow$ [AD] bisectoare și înălțime



2. [OF] rază dusă în punctul de tangență a cercului cu AC $\Rightarrow$
$\Rightarrow OF \perp AC$

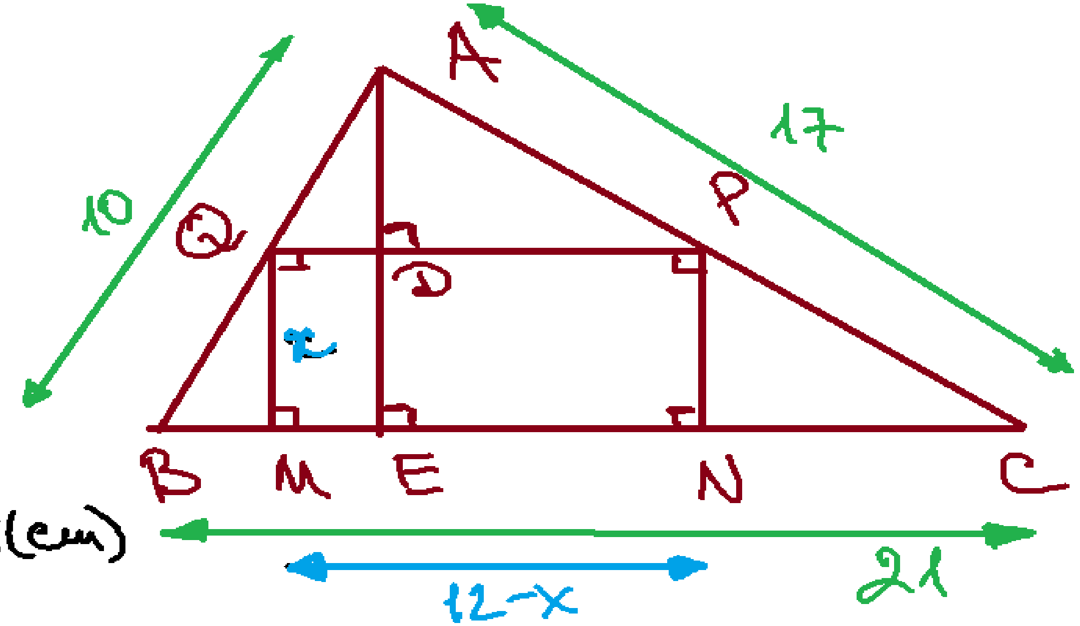
3. $r = 3cm$; $AO = 5cm \Rightarrow$
$\Rightarrow AF = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(cm)$

4. $\triangle AOF \sim \triangle ACD$ (au câte un unghi drept și un unghi ascuțit comun $\Rightarrow$.

$$\frac{AO}{AC} = \frac{AF}{AD} = \frac{OF}{CD} \Leftrightarrow \frac{5}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{3}{CD} \Rightarrow CD = 6(cm)$$

$AC = 10(cm) \Rightarrow BC = 12(cm)$; $P = 10 + 10 + 12 = 32(cm)$

6. **Într-un triunghi cu laturile de lungimile 10*cm*, 17*cm*, 21*cm* se înscrie un dreptunghi cu perimetrul de 24*cm*, astfel încât o latură a dreptunghiului se include în latura mai mare a triunghiului. Determinați lungimile laturilor dreptunghiului.**



1. Fie $MQ = x\,(cm)$; $PQ = y\,(cm)$ $\rightarrow$
$\Rightarrow x + y = 12 \Rightarrow y = (12 - x)\,(cm)$

2. $\mathcal{A}_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$
$= \sqrt{24 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 14} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2} =$
$= 84\,(cm^2)$ $\rightarrow$
$\rightarrow AE = \dfrac{2\mathcal{A}_{ABC}}{BC} = \dfrac{2 \cdot 84}{21} = 8\,(cm)$
$\Rightarrow AD = (8 - x)\,(cm)$

3. $\Delta APQ \sim \Delta ACB$ (T.F.A.), iar $[AD]$ și $[AE]$ – înălțimi corespunzătoare laturilor omoloage $\Rightarrow$
$\dfrac{AD}{AE} = \dfrac{PQ}{BC} \Leftrightarrow \dfrac{8 - x}{8} = \dfrac{12 - x}{21} \Leftrightarrow 168 - 21x = 96 - 8x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 13x = 72 \Leftrightarrow \boxed{x = \dfrac{72}{13}\,(cm)}$ $\boxed{y = 12 - \dfrac{72}{13} = \dfrac{84}{13}\,(cm)}$

7. Bazele unui trapez au lungimile 4*cm* și 12*cm*. Prin punctul de intersecție a diagonalelor trapezului se duce o dreaptă paralelă cu bazele. Determinați lungimea segmentului determinat de laturile neparalele ale trapezului pe această dreaptă.

1. $AB \parallel CD \xRightarrow{T.F.A.} \triangle AOB \sim \triangle COD$

$\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} = \frac{AB}{CD} = \frac{12}{4} = 3$

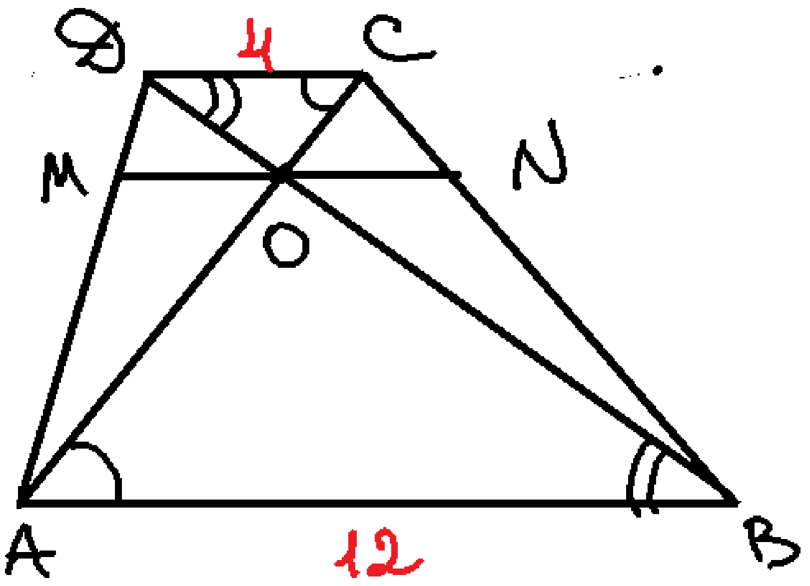
$\Rightarrow \begin{cases} AO = 3 \cdot CO \\ BO = 3 \cdot DO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC = 4 \cdot CO \\ BD = 4 \cdot DO \end{cases}$

2. $\triangle DMO \sim \triangle DAB$ (T.F.A.) $\Rightarrow$

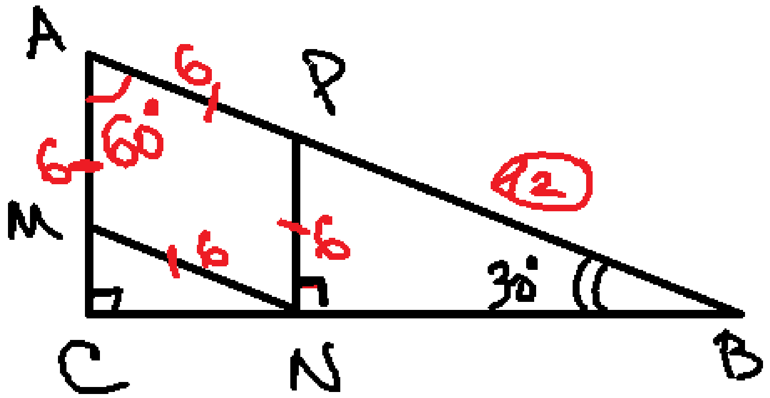
$\frac{MO}{AB} = \frac{DO}{DB} \Rightarrow \frac{MO}{12} = \frac{DO}{4 \cdot DO} \Rightarrow$

$\Rightarrow MO = 3$ (cm)

3. Idem $NO = 3$ (cm) $\Rightarrow MN = 6$ cm.



8. Într-un triunghi dreptunghic se înscrie un romb cu latura de lungimea 6*cm*. Rombul și triunghiul au un unghi comun cu măsura de 60°. Toate vârfurile rombului aparțin laturilor triunghiului. Determinați lungimile laturilor triunghiului.



1. AMNP-romb $\Rightarrow$ $MN \parallel AC$.
   $AC \perp BC \Rightarrow MN \perp BC$
2. $m(\angle B) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow$
   $\Rightarrow BP = 2 \cdot PN = 12(cm) \Rightarrow$
   $\Rightarrow AB = 18(cm) \Rightarrow$
   $\Rightarrow AC = \frac{1}{2} AB = 9(cm)$
3. $BC = AB \cdot \sin 60^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}(cm)$

Răspuns: 18 cm; 9 cm; $9\sqrt{3}$ cm

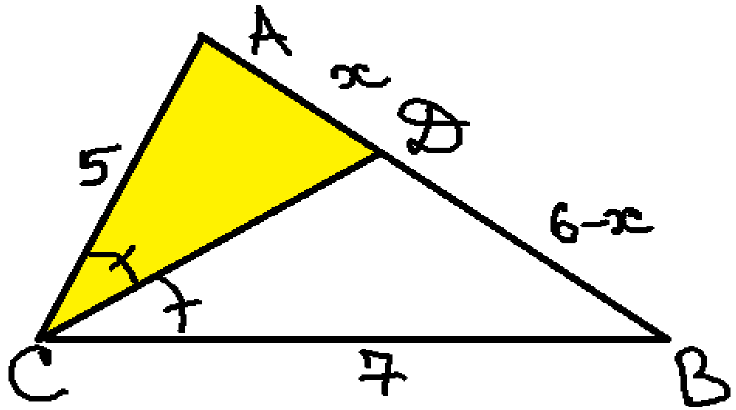
❑ TEOREMA BISECTOAREI

1. Fie ABC un triunghi, în care $AB = 15cm, BC = 12cm, AC = 18cm$. Să se determine în ce raport împarte centrul cercului înscris în triunghi bisectoarea unghiului C.

2. Într-un triunghi isoscel baza are lungimea $5cm$, iar laturile congruente au lungimile $20cm$. Calculaţi lungimea bisectoarei unghiului de la baza triunghiului.

3. În triunghiul ABC, $AB = 6cm, BC = 7cm, AC = 5cm$. Bisectoarea unghiului C intersectează latura AB în punctul D. De calculat aria triunghiului ADC. (Două metode).

3. În triunghiul ABC, $AB = 6cm, BC = 7cm, AC = 5cm$. Bisectoarea unghiului C intersectează latura AB în punctul D. De calculat aria triunghiului ADC. (**Două metode**).



Fie $AD = x$ (cm); $BD = (6-x)$ (cm)

Din th bisectoarei $\frac{5}{x} = \frac{7}{6-x} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ (cm)

$\Rightarrow AD = \frac{5}{2}$ (cm); $BD = 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$ (cm).

Metoda 1 Aplicăm th cosinusului în

$\triangle ABC$: $\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB} =$

$= \frac{25+36-49}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{12}{12 \cdot 5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\Rightarrow \mathcal{A}_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ (cm)

Metoda a II-a $\mathcal{A}_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h_{AB}$; $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h_{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\mathcal{A}_{ACD}}{\mathcal{A}_{ABC}} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow A_{ACD} = \frac{\frac{5}{2} \cdot A_{ABC}}{6} = \frac{5}{12} \cdot \sqrt{9 \cdot (9-5)(9-7)(9-6)} =$

$= \frac{5}{12} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ (cm)

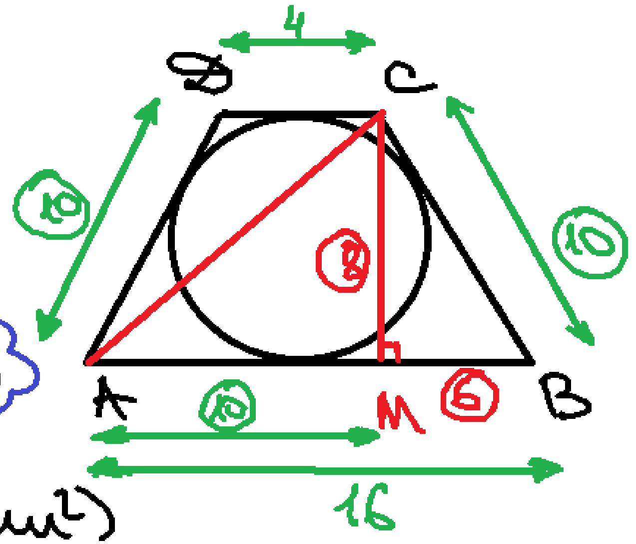
❑ PATRULATERUL ÎNSCRIS ÎN CERC / CIRCUMSCRIS CERCULUI

1. Bazele unui trapez au lungimile 4*cm* și 16*cm.* Determinați lungimea razei cercului înscris în trapez și lungimea razei cercului circumscris trapezului, dacă se știe că aceste cercuri există.

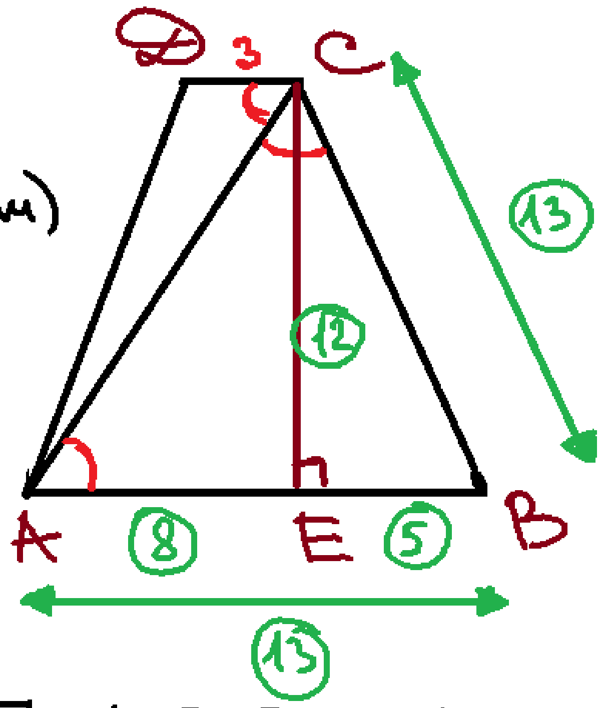
1. ABCD - înscris în cerc $\Rightarrow [BC] \equiv [AD]$
2. Cercul este înscris în trapez $\Rightarrow$
   $\Rightarrow AB + CD = 2 \cdot BC \Rightarrow BC = 10\,(cm)$
3. $BM = \dfrac{AB - CD}{2} = 6\,(cm) \Rightarrow AM = 10\,(cm)$
4. $CM = \sqrt{BC^2 - BM^2} = 8\,(cm) \Rightarrow r = 4\,(cm)$
5. $AC = \sqrt{10^2 + 8^2} = 2\sqrt{41}\,(cm)$
6. $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 8 = 64\,(cm^2)$
7. Trapezul și ΔABC au același cerc circumscris.
   Vom utiliza formula $R = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4\mathcal{A}_\Delta} =$

$$= \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot 64} = \frac{16 \cdot 10 \cdot 2\sqrt{41}}{4 \cdot 64} = \frac{5\sqrt{41}}{4}\,(cm) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{5\sqrt{41}}{4}\ cm$$



2. Diagonala unui trapez isoscel împarte unghiul obtuz în părţi congruente. Baza mai mică are lungimea de 3*cm*, iar perimetrul trapezului este egal cu *42cm.* Determinaţi lungimea razei cercului circumscris trapezului.



1. $AB \parallel CD$, AC-secantă $\Rightarrow$
$\Rightarrow \sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle DCA \equiv \sphericalangle ACB \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta ABC$-isoscel $\Rightarrow AB = BC = AD = x\,(cm)$

2. $3x + 3 = 42 \Leftrightarrow x = 13\,(cm)$

3. $BE = \dfrac{13-3}{2} = 5\,(cm) \Rightarrow$
$\Rightarrow CE = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\,(cm)$

4. $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 12 = 78\,(cm^2)$

5. $AC = \sqrt{12^2 + (13-5)^2} = \sqrt{144+64} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}\,(cm)$

6. $R = \dfrac{AB \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot \mathcal{A}_{ABC}} = \dfrac{13 \cdot 13 \cdot 4\sqrt{13}}{4 \cdot 78} = \dfrac{13\sqrt{13}}{6}\,(cm).$

❑ PATRULATERUL ÎNSCRIS ÎN CERC / CIRCUMSCRIS CERCULUI

3. Aria unui trapez isoscel circumscris unui cerc este egală cu $32\sqrt{3}cm^2$. Determinați lungimile laturilor neparalele ale trapezului, dacă măsura unghiului de la baza lui este de 60^0.

4. Unui trapez i se circumscrie un cerc. Măsura unghiului format de baza mare și latura laterală este α, iar măsura unghiului format de aceeași bază și diagonală este β. Determinați raportul dintre aria discului mărginit de cerc și aria trapezului.

5. Unui cerc i se circumscrie un trapez dreptunghic $ABCD$, în care $AD \parallel BC$, $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle D) = 30^\circ$ și $BC = 2\sqrt{3}\ cm$. Determinați lungimea razei cercului.

6. Unui cerc cu diametrul de lungimea $15cm$ i se circumscrie un trapez isoscel cu laturile neparalele de lungimea *17cm.* Calculați aria trapezului.

❑ DIVERSE

1. Problemă de sinteză.

În triughiul ABC avem: $a = BC = 13cm,\ b = AC = 20cm, c = AB = 21cm$.

a) Calculați aria triunghiului *ABC;*

b) Calculați lungimea înălțimii $[CH]$ a triunghiului;

c) Calculați lungimea razei cercului înscris în triunghi și lungimea razei cercului circumscris triunghiului;

d) Calculați lungimea medianei $[BM]$ a triunghiului ABC;

e) Fie T punctul de tangență a cercului înscris în triunghiul ABC cu latura AB . Calculați lungimea segmentului *TM;*

f) Calculați sinusul unghiului *BAC;*

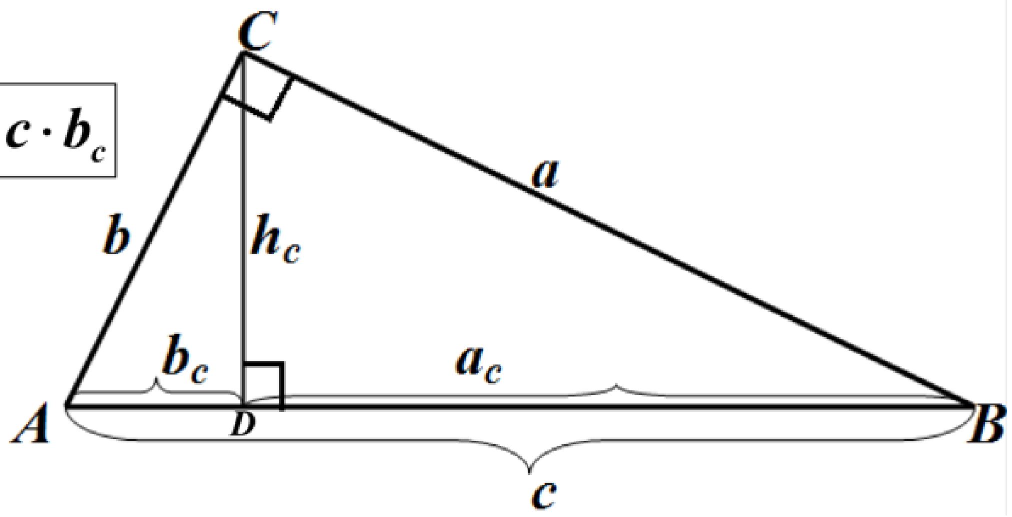
g) Calculați aria triunghiului *ATM.*

CÂTEVA FORMULE IMPORTANTE

Teorema înălţimii: $\boxed{h_c^2 = a_c \cdot b_c}$

Teorema catetei: $\boxed{a^2 = c \cdot a_c \quad ; \quad b^2 = c \cdot b_c}$

$\boxed{h_c = \dfrac{a \cdot b}{c}}$



Lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei triunghiului dreptunghic.

Relaţia între laturile şi diagonalele paralelogramului: $\boxed{d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)}$

Triunghiul echilateral: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad r = \frac{1}{3}h; \quad R = 2r = \frac{2}{3}h \quad (utile\ și\ pentru\ hexagonul\ regulat)$

Aria triunghiului echilateral: $A = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Proprietatea referitoare la ariile triunghiurilor formate de o mediană a unui triunghi.

❑ DIVERSE

2. Dintr-un punct al unui cerc se duc două coarde ale cercului de lungimile 9*cm* și 17*cm.* Determinați lungimea razei cercului, dacă distanța dintre mijlocurile acestor coarde este de 5*cm.*

3. O diagonală a unui romb îl împarte în două triunghiuri echilaterale. Raza cercului înscris în romb are lungimea 2*cm*. Calculaţi lungimea laturii rombului.

4. Raza cercului înscris într-un triunghi dreptunghic are lungimea 2*cm*, iar raza cercului circumscris triunghiului are lungimea *5cm*. Calculați aria triunghiului.

5. O perpendiculară dusă dintr-un vârf al paralelogramului pe o diagonală o împarte în segmente de lungimile 6*cm* și 15*cm*. O latură a paralelogramului are lungimea cu 7*cm* mai mare decât alta. Calculaţi lungimile laturilor paralelogramului și lungimile diagonalelor.

6. Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile *6cm* și *8cm*. Calculaţi distanţa dintre centrul cercului înscris în triunghi şi centrul cercului circumscris triunghiului.

GEOMETIE ÎN SPAȚIU

NOȚIUNI ȘI TEOREME IMPORTANTE PE CARE TREBUIE SĂ LE CUNOASCĂ ELEVII:

- **Teorema celor trei perpendiculare;**
- **Unghiul dintre dreaptă și plan;**
- **Unghiul liniar al unghiului diedru – construcție, calculare;**
- **Piramide – momente cheie (printre care – unde se află piciorul unei perpendiculare, sau proiecția vârfului piramidei.**

GEOMETIE ÎN SPAȚIU

❖ **Piramida regulată: piciorul înălțimii piramidei coincide cu centrul bazei – centrul cercului înscris în bază / circumscris bazei.**

1. Muchia laterală a unei piramide triunghiulare regulate este de 5 cm, iar latura bazei de $4\sqrt{3}\ cm$. Determinați volumul piramidei.

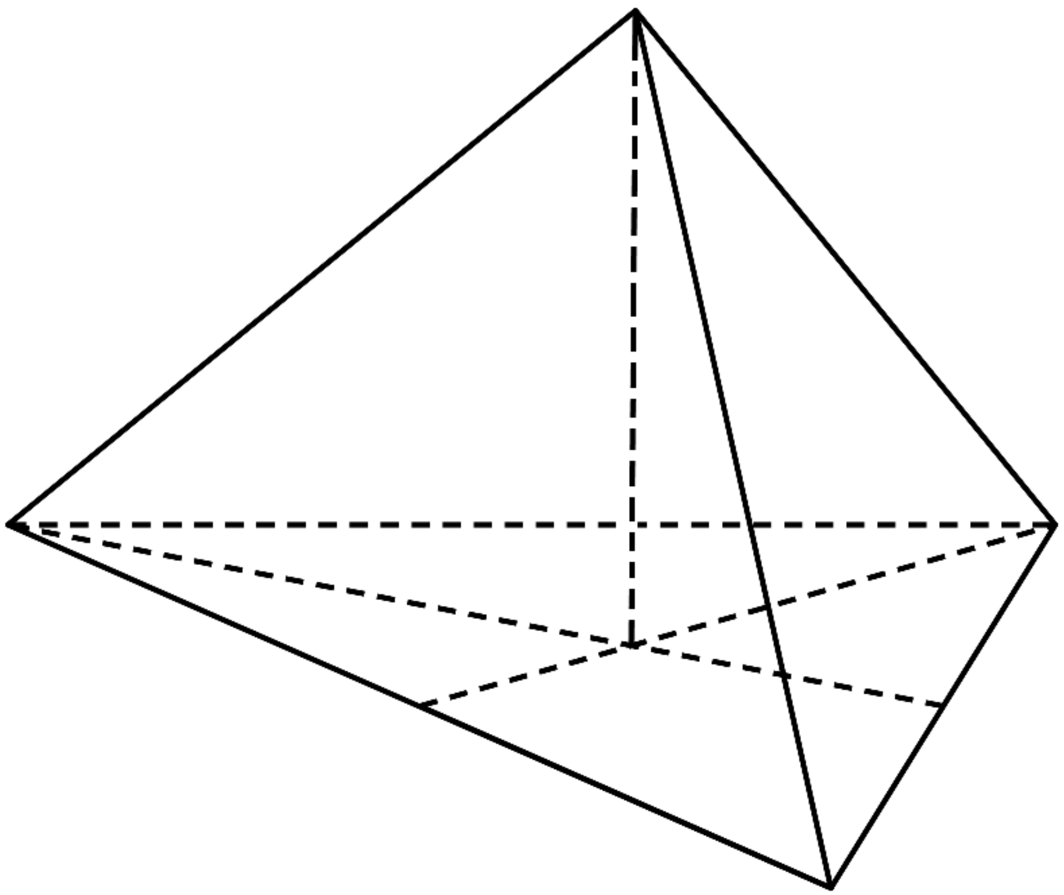
2. Într-o piramidă patrulateră regulată muchia laterală are lungime de $2\sqrt{6}\ cm$ și formează cu planul bazei un unghi cu măsura de 30°. Determinați aria laterală a piramidei.

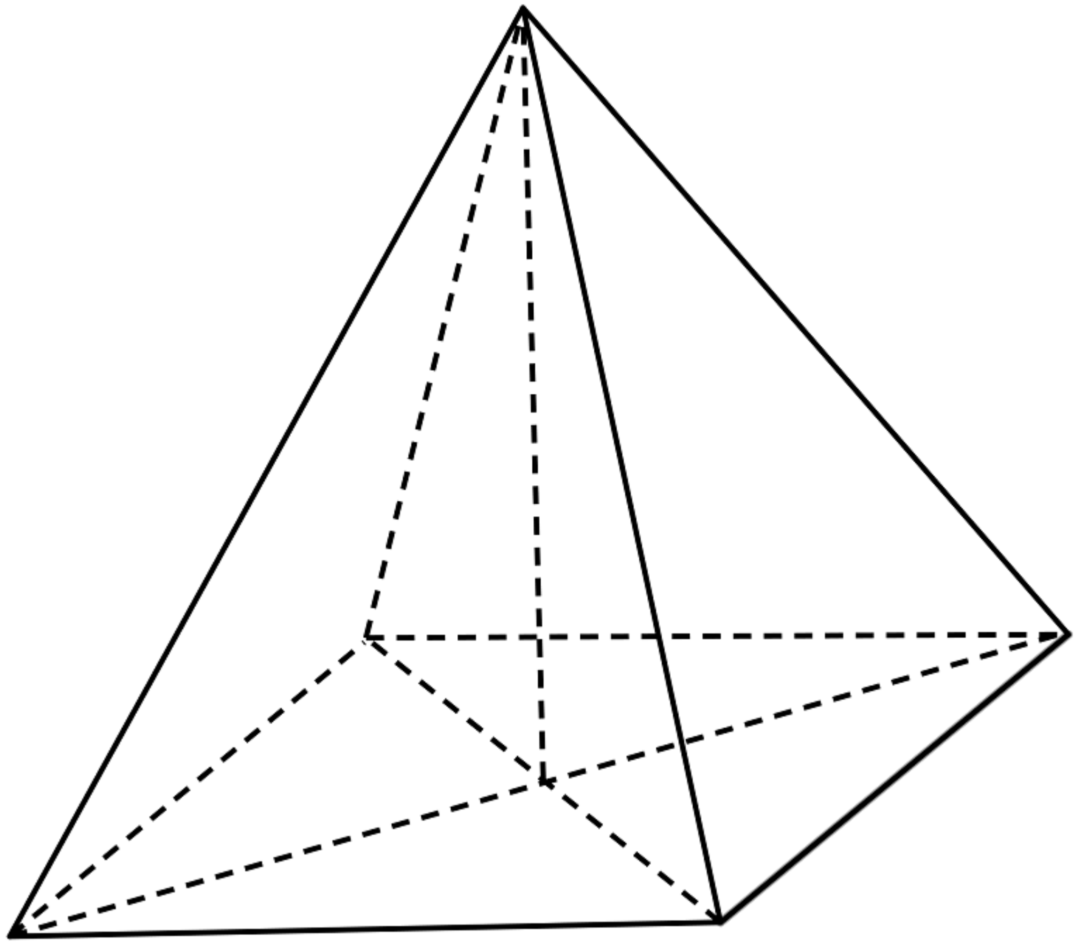
3. Lungimea laturii bazei unei piramide triunghiulare regulate este $5\sqrt{3}\ cm$, iar lungimea muchiei laterale este de $13cm$. Calculați distanța de la piciorul înălțimii piramidei la muchia laterală.

4. Determinați volumul unui tetraedru regulat, dacă se știe că distanța de la centrul bazei până la o față laterală este egală cu este egală cu $\frac{2}{\sqrt{3}}dm$.

5. Înălțimea unei piramide triunghiulare regulate este de 2 cm, iar măsura unghiului diedru format de fața laterală cu planul bazei este de 30°. Calculați aria suprafeței laterale a piramidei.

❖ Piramida regulată





GEOMETIE ÎN SPAȚIU

❖ **Muchiile laterale sunt congruente sau formează cu planul bazei unghiuri congruente: piciorul înălțimii piramidei coincide cu centrul cercului circumscris bazei.**

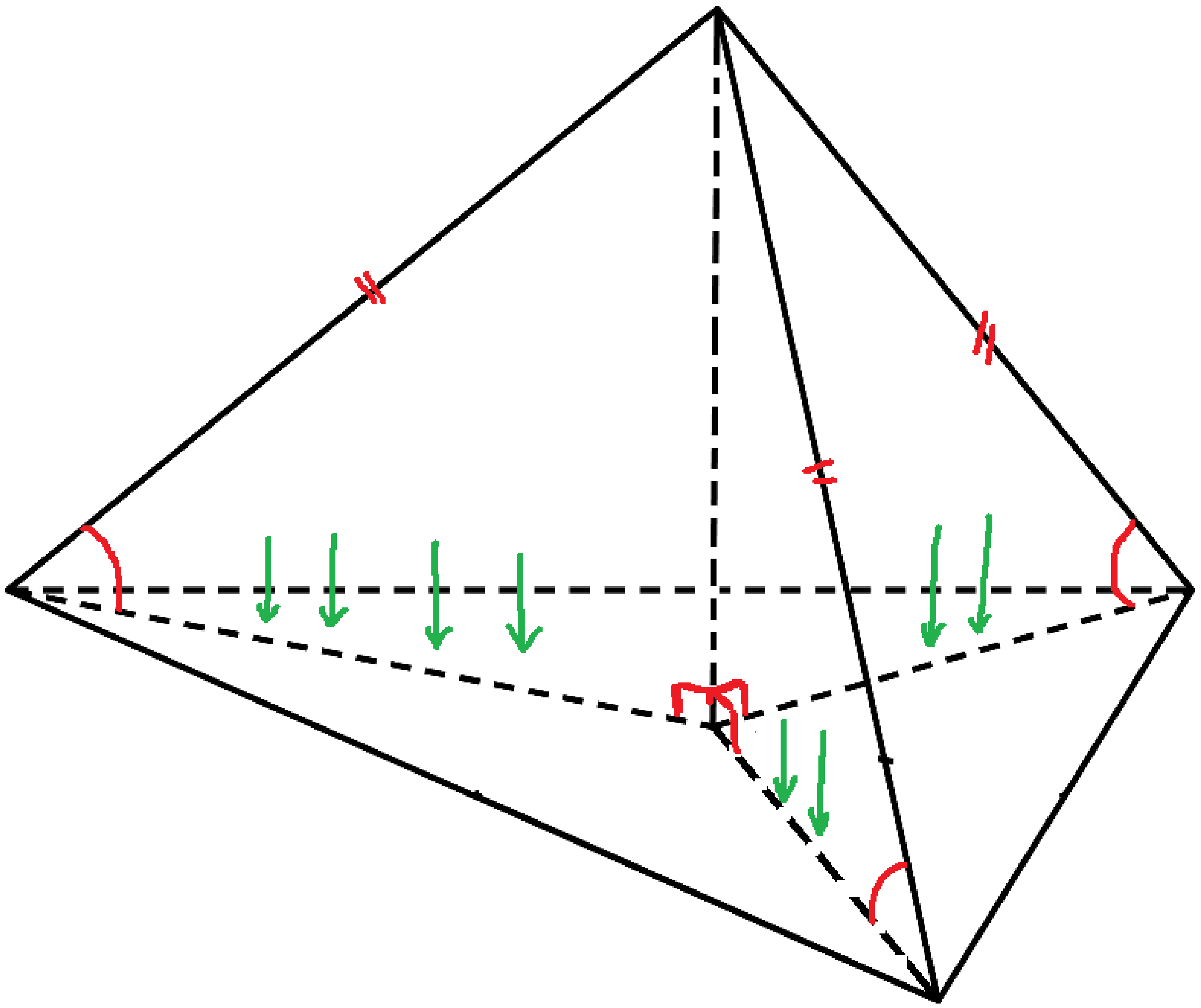
1. **Baza piramidei $VABC$ este triunghiul isoscel ABC, în care $AB = AC = 10\ cm$, $BC = 12\ cm$. Muchiile laterale ale piramidei sunt congruente. Determinați măsura unghiului format de muchia laterală și planul bazei, dacă volumul piramidei este egal cu $100\sqrt{3}\ cm^3$.**

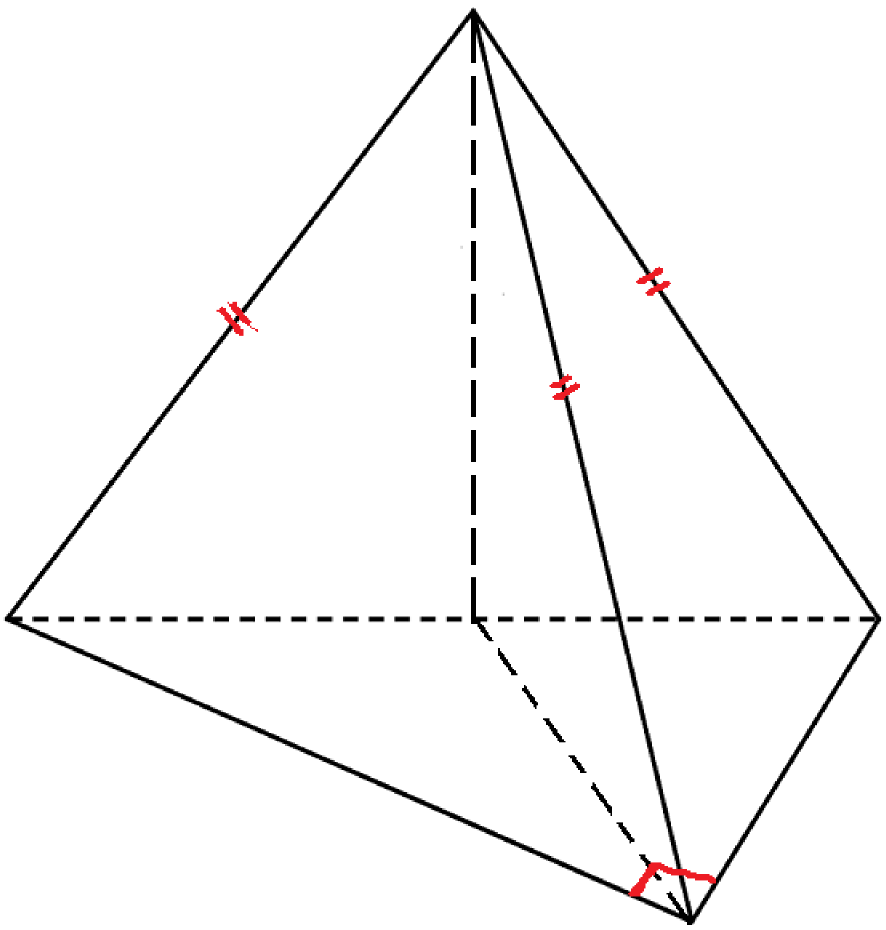
2. **Baza piramidei $VABCD$ este trapezul isoscel $ABCD$, în care $AB \parallel CD$, $AB = 4\ cm$, $CD = 2\ cm$, iar diagonalele sunt reciproc perpendiculare. Muchiile laterale ale piramidei au lungime de $3\ cm$. Determinați lungimea înălțimii piramidei $VABCD$.**

3. **Baza unei piramide este un triunghi dreptunghic cu ipotenuza de lungimea $20cm$ și un unghi ascuțit de 30°. Fiecare dintre muchiile laterale ale piramidei formează cu planul bazei un unghi de $45°$. Determinați volumul piramidei.**

4. **Baza unei piramide $PABC$ este un triunghi dreptunghic cu ipotenuza de lungimea c. Știind că lungimile catetelor se raportă ca $m{:}\,n$ și că fiecare dintre muchiile laterale are lungimea egală cu b, determinați volumul piramidei.**

❖ **Muchiile laterale sunt congruente sau formează cu planul bazei unghiuri congruente**





GEOMETIE ÎN SPAȚIU

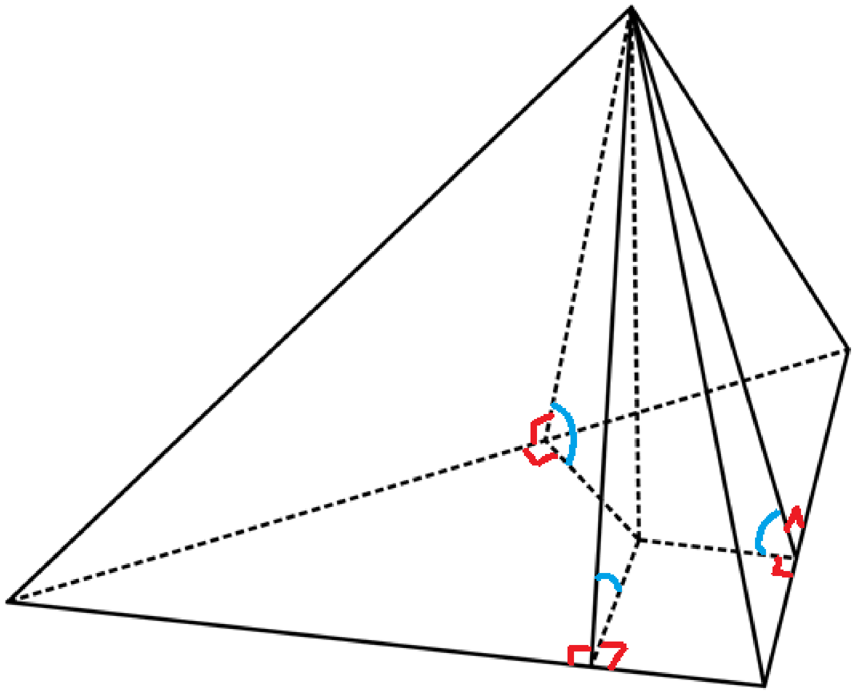
- **Fețele laterale formează cu planul bazei unghiuri congruente sau unghiurile diedre da la bază sunt congruente: piciorul înălțimii piramidei coincide cu centrul cercului înscris în bază.**

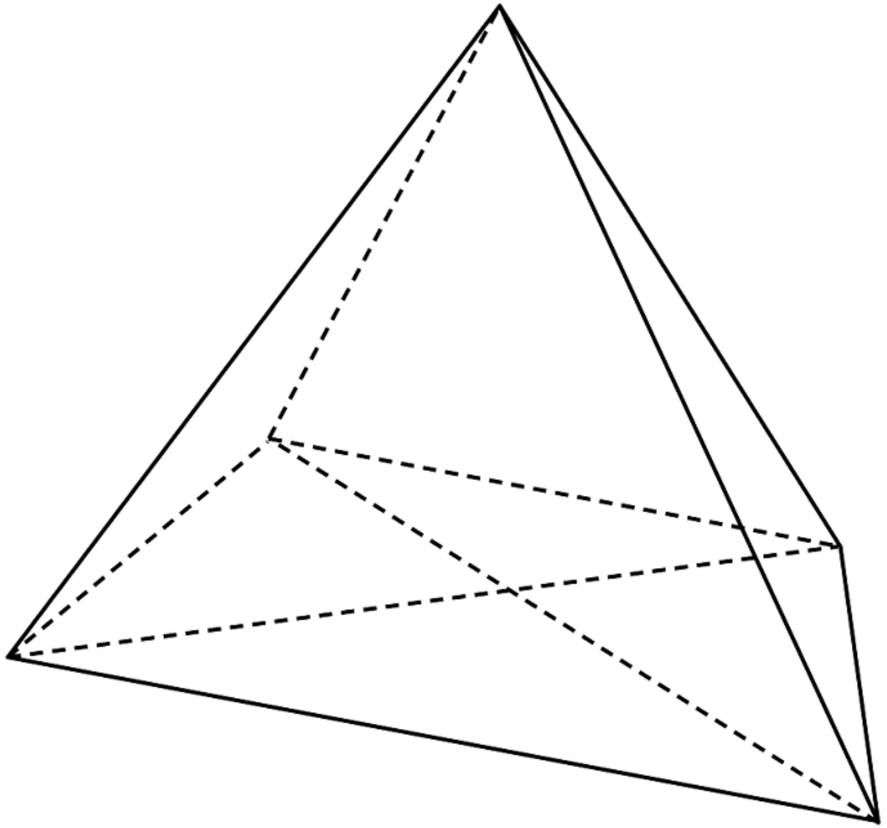
1. Baza unei piramide este un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimile $6cm$ și $8cm$. Unghiurile diedre de la baza piramidei sunt congruente și au măsura de 60°. Să se calculeze aria laterală a piramidei. (Două metode)

2. Baza unei piramide este un trapez isoscel cu un unghi de măsura 60°. Înălțimea piramidei are lungimea $\sqrt{3}\,cm$ și este congruentă cu raza cercului înscris în trapezul din bază. Determinați volumul piramidei.

3. Baza unei piramide este un romb cu diagonalele de $30\ cm$ și $40\ cm$, iar înălțimea piramidei are lungimea $12\ cm$ și trece prin punctul de intersecție al diagonalelor rombului. Determinați măsura unghiului diedru de la baza piramidei.

- Fețele laterale formează cu planul bazei unghiuri congruente sau unghiurile diedre da la bază sunt congruente





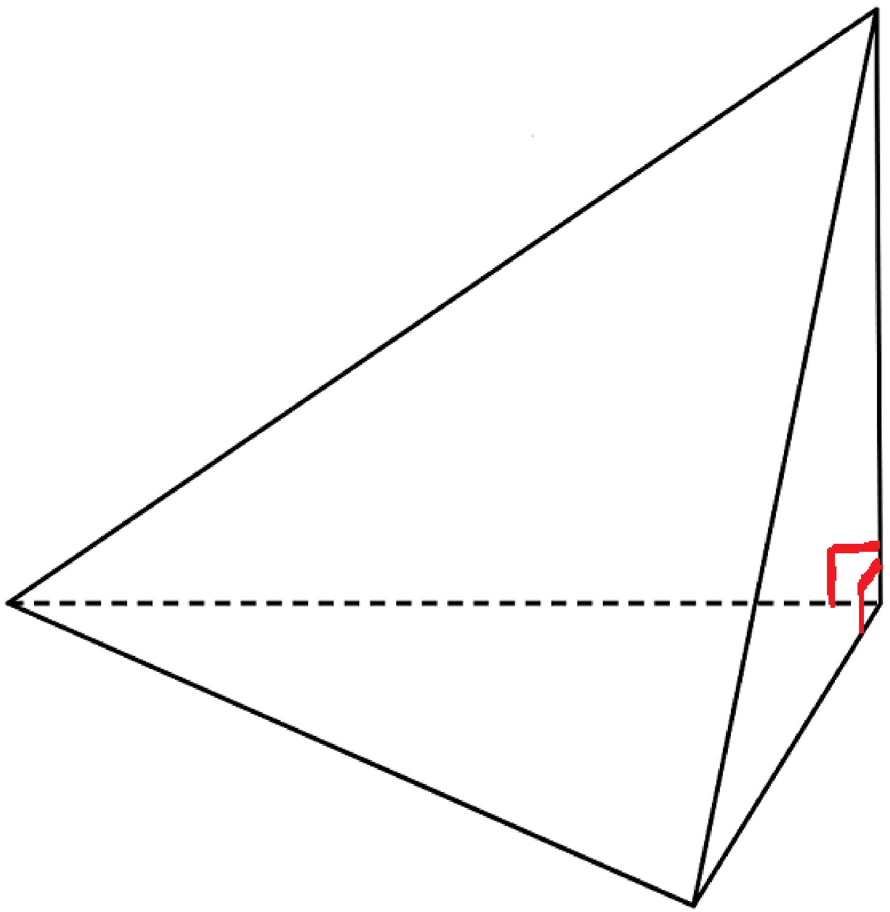
GEOMETIE ÎN SPAȚIU

- **O muchie este perpendiculară pe planul bazei: piciorul înălțimii piramidei coincide cu un vârf al poligonului din bază.**

1. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară, în care $m(\measuredangle ABC) = 90^0$, $AB = 15cm$ și $BC = 20cm$, iar $VB \perp (ABC)$. Distanța de la punctul V la dreapta AC este egală cu $13cm$. Determinați volumul piramidei.

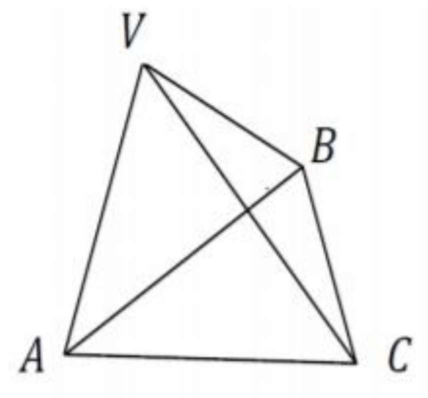
2. Piramida $PABCD$ are baza un pătrat cu latura de $1dm$. Știind că $PB \perp (ABC)$ și că măsura unghiului diedru format de planele (PDA) și (PDC) este de 120^0, calculați volumul piramidei.

❖ **O muchie este perpendiculară pe planul bazei:**



GEOMETIE ÎN SPAȚIU

❖ O față este perpendiculară pe planul bazei: piciorul înălțimii piramidei aparține dreptei suport a unei laturi a poligonului din bază.



1. Baza piramidei $VABC$ este un triunghi echilateral ABC. Fața VAB, unde $VA = VB$, este perpendiculară pe planul bazei, iar celelalte două fețe formează cu planul bazei mari unghiuri de 45°. Înălțimea piramidei este de $2\sqrt{3}\ cm$. Determinați lungimea muchiei bazei piramidei.

2. Baza piramidei $VABC$ este un triunghi echilateral ABC cu latura bazei de 12cm. Fața VCB este perpendiculară pe planul ABC. Se știe că $m(\measuredangle VAB) = m(\measuredangle VAC) = 30^0$.

Să se determine:

a) lungimile muchiilor laterale ale piramidei,

b) aria laterală a piramidei,

c) măsura unghiului diedru format de fețele VAB și CAB.

3. Baza unei piramide este un dreptunghi. Două fețe laterale sunt perpendiculare planului bazei, iar celelalte două fețe formează cu planul bazei unghiuri de măsurile α și β. Să se determine aria suprafeței laterală a piramidei, dacă lungimea înălțimii piramidei este egală cu h.

❖ **O față este perpendiculară pe planul bazei:**