Ю.П. Дудницын
В.Л. Кронгауз

УМК

Контрольные работы по алгебре и началам анализа

Материалы для уровневого обучения

К учебнику под ред. А.Н. Колмогорова «Алгебра и начала анализа. 10–11 классы»

11

класс

ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Ю.П. Дудницын
В.Л. Кронгауз

Контрольные работы по алгебре и началам анализа

Материалы для уровневого обучения

К учебнику под ред. А.Н. Колмогорова «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» (М.: Просвещение)

11 класс

Рекомендовано Российской Академией Образования

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2008

УДК 372.8:512(075.3)
ББК 74.262.21я72
Д81

Дудницын, Ю.П.

Д81 Контрольные работы по алгебре и началам анализа: 11 класс: материалы для уровневого обучения: к учебнику под ред. А.Н. Колмогорова «Алгебра и начала анализа. 10–11 классы» / Ю.П. Дудницын, В.Л. Кронгауз — М.: Издательство «Экзамен», 2008. — 62, [2] с. — (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-00654-1

Пособие адресовано учителям и одиннадцатиклассникам, использующим при изучении курса алгебры и начал анализа учебник «Алгебра и начала анализа, 10 – 11 кл.» А.Н. Колмогорова и др. Оно содержит комплект контрольных работ на весь учебный год, снабженных ответами, а также материалы к тематическим зачетам. Контрольные работы приведены в 4-х вариантах и даны рекомендации для оценивания их выполнения учащимися.

Рекомендовано учителям, репетиторам, а также одиннадцатиклассникам и их родителям для самостоятельного контроля знаний.

УДК 372.8:512(075.3)
ББК 74.262.21я72

Подписано в печать с диапозитивов 14.08.2007. Формат 84x108/32.
Гарнитура «Таймс». Бумага типографская. Уч.-изд. л. 1,12.
Усл. печ. л. 3,36. Тираж 10 000 экз. Заказ № 7112.

ISBN 978-5-377-00654-1

Содержание

К учителю

Уважаемые коллеги!

Основной целью создания комплекта контрольных работ по алгебре и началам анализа для 11 класса является оказание методической помощи молодому учителю в организации учебного процесса, обеспечивающего благоприятные условия для:

1) достижения всеми одиннадцатиклассниками базового уровня подготовки по алгебре и началам анализа, соответствующего государственному стандарту математического образования;

2) усвоение курса алгебры и начала анализа в 11 классе на более высоком профильном уровне учащимися, проявляющими интерес и способности к предмету.

Содержание контрольных работ соответствует программе по алгебре и началам анализа для 11 класса общеобразовательных учреждений, в которых используется учебник «Алгебра и начала анализа 10—11» А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др. «Просвещение».

Пособие найдет применение в школах различного типа с разнообразными учебными планами. В каждом конкретном случае учитель сам отбирает контрольные работы по пройденным темам и проводит их в нужной последовательности. Полный список тем и соответствующих им контрольных работ приведен в специальной таблице.

Пособие содержит 6 контрольных работ, каждая из которых приведена в четырех вариантах, примерно одинаковой трудности.

Последняя контрольная работа – № 6 – является итоговой. Она охватывает содержание всего курса алгебры и начал анализа 11 класса. Ее можно провести в конце учебного года, завершая итоговое повторение курса, если для этого будет выделено достаточное количество времени.

Каждый вариант составлен из трех частей. Они выделены на всех карточках специальными значками. Первая часть работы обозначена значком ▲, содержит материал, соответствующий базовому уровню подготовки одиннадцатиклассников по алгебре и началам анализа. Все ученики должны уметь выполнять задания этой части работы. Здесь проверяется тот минимум знаний по определенной теме, без которого ученик не может успешно усваивать последующие разделы курса. Содержание этих заданий отражает основные вопросы темы. Выполнение их проводится в один-два этапа.

Вторая часть работы обозначена значком ■. Она состоит из более сложных заданий, которые выполняются в несколько этапов. Подобные задания подробно рассматриваются в учебниках и отрабатываются в классе под руководством учителя. Для их выполнения не требуется дополнительных знаний, выходящих за пределы программы. Этот материал должен быть хорошо знаком одиннадцатиклассникам.

Последняя часть выделена значком ⬟. Эти задания позволяют ученикам проявить высокий уровень своего развития, интерес к предмету, способность применять знания в нестандартной ситуации. Однако выполнение и этих заданий не предполагает владения знаниями из дополнительных разделов алгебры и начал анализа. Они так же, как и все остальные, проверяют уровень владения программным материалом.

Перечисленные особенности контрольных работ влекут за собой соответствующую корректировку системы выставления отметок.

При верном выполнении всех заданий контрольной работы выставляем отметку «5». Если одиннадцатиклассники успешно справились со всеми заданиями первой и второй части работы, а к выполнению последней не приступали или допустили ошибки в решении, выставляем оценку «4». За безошибочное выполнение всех заданий первой части работы, даже при наличии ошибок в решениях заданий второй и третьей части или при отсутствии этих решений, выставляем отметку «3» или «зачет». Еще раз подчеркиваем, что любая из перечисленных отметок может быть выставлена при условии верного выполнения всех заданий первой части работы.

Одиннадцатиклассникам, которые допускают ошибки при выполнении первой части работы и не получают отметку «3» или «зачет», учителя могут дать возможность после работы над ошибками вторично выполнить задание, аналогичное тому, где допущена ошибка. Для этого используются соответствующие задания из других вариантов. При таком подходе ученик более ответственно относится к работе над ошибками, она становится более целенаправленной.

Предложенная вам система выставления отметок значительно повышает информативность каждой из них. Они вполне определенно характеризуют уровень усвоения материала по теме каждым учеником.

Применение пособия в течение всего года позволяет учителю предлагать для контроля каждому ученику материал, соответствующий его уровню подготовки и поэтому доступный для него. Содержание контрольных работ и система оценивания их выполнения обеспечивают благоприятную обстановку во время их проведения.

В школах, где изучается предмет «Математика» на базовом уровне (3 – 4 часа в неделю) целесообразно сократить объем контрольных работ. Можно убрать задание, которое отмечено значком ⬟ или предложить более простое задание.

В последней части пособия приводятся задания, которые содержались в вариантах экзаменационных работ по алгебре и началам анализа в 11 классе за последние годы. Эти задания систематизированы по основным разделам курса 11 класса.

Они могут быть использованы при повторении соответствующих тем и при итоговом повторении всего курса 11 класса. Учителя активно используют эти задания при проведении тематических зачетов и индивидуальном учете знаний одиннадцатиклассников.

С работами для математических и физико-математических классов можно познакомиться в специальных изданиях: журнал «Математика в школе», газета «Математика».

Приведенные в брошюре работы дают возможность учителю точнее ориентироваться в требованиях к уровню знаний школьников при использовании той или иной программы.

Ю.П. Дудницын, В.Л. Кронгауз

ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

№	Тема	Время
1	Первообразная	20-25 мин
2	Интеграл	1 урок
3	Степень с рациональным показателем	1 урок
4	Показательная и логарифмическая функции. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	1 урок
5	Производная показательной и логарифмической функций. Понятие о дифференциальных уравнениях	1 урок
6	Итоговая контрольная работа	2 урока

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа № 1

Вариант 1

▲ **1.** Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R:

а) $F(x)=x^4-3,\ f(x)=4x^3$;

б) $F(x)=5x-\cos x,\ f(x)=5+\sin x$.

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x)=\dfrac{4}{x^2}+3\cos x$;

■ б) $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$.

⬟ **3.** Для функции $f(x)=3-\dfrac{4}{\sin^2 2x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\dfrac{\pi}{4};\ \dfrac{3\pi}{4}\right)$.

Вариант 2

▲ **1.** Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве R:

а) $F(x) = 4x - x^3,\ f(x) = 4 - 3x^2$;

б) $F(x) = 0{,}5 - \sin x,\ f(x) = -\cos x$.

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-2\cos x$;

■ б) $f(x)=4\sin x\cos x$.

⬟ **3.** Для функции $f(x)=\dfrac{6}{\cos^2 3x}+1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\dfrac{\pi}{4};\ \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Вариант 3

▲ 1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f:

а) $F(x)=x^5-2x$, $f(x)=5x^4-2$;

б) $F(x)=2x+5\operatorname{ctg} x$, $f(x)=2-\dfrac{5}{\sin^2 x}$.

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x)=\dfrac{6}{x^3}+2\sin x$;

■ б) $f(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$.

⬟ 3. Для функции $f(x)=2-8\sin 4x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\dfrac{\pi}{8};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Вариант 4

▲ 1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f:

а) $F(x)=8x-x^5$, $f(x)=8-5x^4$;

б) $F(x)=2\operatorname{tg} x-3x$, $f(x)=\dfrac{2}{\cos^2 x}-3$.

2. Найдите общий вид первообразной для функции:

а) $f(x)=3\cos x-\dfrac{3}{x^4}$;

■ б) $f(x)=2\cos 2x\sin 2x$.

⬟ 3. Для функции $f(x)=\dfrac{1}{3}\cos 3x-1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\dfrac{\pi}{3};\ \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

▲ **1.** Вычислите интеграл:

а) $\int\limits_{0,25}^{0,5} \frac{dx}{x^2}$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

■ **2.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^3$, $y = 0$, $x = -1$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$:

а) касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x_0 = -2$ и прямой $x = 0$;

⬟ б) касательными к этому графику в его точках с абсциссами $x_0 = -2$ и $x_0 = 2$.

Вариант 2

▲ **1.** Вычислите интеграл:

а) $\int\limits_{-1}^{2} 2x^3 dx$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\frac{x}{2} dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 0$.

■ **3.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной частью графика функции $y = x^3 + 2$, $y \in [0; 4]$:

а) касательной к этой линии в ее точке с абсциссой $x_0 = 1$ и прямой $x = 0$;

⬟ б) касательными к этой линии в ее точках с абсциссами $x_0 = 1$, $x_0 = -1$ и прямой $x = 0$.

Вариант 3

▲ **1.** Вычислите интеграл:

а) $\int\limits_{0,5}^{1}\frac{dx}{x^3}$; б) $\int\limits_{2\pi}^{4\pi}\cos\frac{x}{4}dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^3-1,\ x=2,\ y=0$.

■ **3.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=1-x^2$.

а) касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x_0=-1$ и прямой $x=0$;

⬟ б) касательными к этому графику в его точках с абсциссами $x_0=-1$ и $x_0=1$.

Вариант 4

▲ **1.** Вычислите интеграл:

а) $\int\limits_{-2}^{\frac{1}{2}}3x^2dx$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\sin 4x dx$.

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=4-x^2,\ y=0$.

■ **3.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной частью графика функции $y=1-x^3,\ y\in[-1;\ 3]$:

а) касательной к этой линии в ее точке с абсциссой $x_0=1$ и прямой $x=0$;

⬟ б) касательными к этой линии в ее точках с абсциссами $x_0=-1,\ x_0=1$ и прямой $x=0$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

▲ **1.** Упростите выражение

$$\left(\frac{m^{\frac{1}{2}}+1}{m^{\frac{1}{2}}-1}-\frac{m^{\frac{1}{2}}-1}{m^{\frac{1}{2}}+1}\right)\cdot\left(\frac{m^{\frac{3}{2}}}{2}-\frac{1}{2m^{\frac{1}{2}}}\right).$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2+7}-2=x.$$

■ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases}\sqrt{5+x}+3\sqrt{2-y}=6,\\ 5\sqrt{2-y}-2\sqrt{5+x}=-1.\end{cases}$$

⬟ **4.** Решите неравенство

$$\sqrt{2x^2+7}-2\le x.$$

Вариант 2

▲ **1.** Упростите выражение

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}}-\frac{b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}\right):\frac{a-b}{4a-4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}.$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{5-x^2}+x=3.$$

■ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases}x-y=40,\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=10.\end{cases}$$

⬟ **4.** Решите неравенство

$$\sqrt{5-x^2}+x\ge 3.$$

Вариант 3

▲ 1. Упростите выражение

$$\left(\frac{m^2-n^2}{m^{\frac{3}{2}}+mn^{\frac{1}{2}}}-\frac{m-n}{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}\right):\left(\frac{m}{n}\right)^{-1}.$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{25-x^2}-7=x.$$

■ 3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}2\sqrt{3-y}+\sqrt{4+x}=4,\\3\sqrt{4+x}-4\sqrt{3-y}=2.\end{cases}$$

⬟ 4. Решите неравенство

$$\sqrt{25-x^2}-7\ge x.$$

Вариант 4

▲ 1. Упростите выражение

$$\left(\frac{a^2+b^2}{ab^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{3}{2}}}-\frac{a+b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot ab^{-1}.$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{3-2x}-x=6.$$

■ 3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}y-x=8,\\\sqrt{x}-\sqrt{y}=-2.\end{cases}$$

⬟ 4. Решите неравенство

$$\sqrt{3-2x}-x\le 6.$$

Контрольная работа № 4

Вариант 1

▲ **1.** Найдите область определения, промежутки возрастания или убывания, область значений функции $f(x) = 0{,}4^x + 1$. Постройте ее график.

2. Решите уравнения и неравенство:

а) $4^{x+3} + 4^x = 260$;

б) $\log_3^2 x - 2\log_3 x = 3$;

в) $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 5) > -1$;

■ г) $\log_2 x^4 = \log_{0,25} x + \log_3 3\sqrt{3}$.

⬟ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x - y) = 2, \\ 2^x \cdot 5^{x-2y} = 40. \end{cases}$$

Вариант 2

▲ **1.** Найдите область определения, промежутки возрастания или убывания, область значений функции $f(x) = \log_3(x + 2)$. Постройте ее график.

2. Решите уравнения и неравенство:

а) $5^{x+2} - 5^x = 120$;

б) $\log_4(x^2 - 9) - \log_4(2x - 9) = 2$;

в) $7^{2-3x} < \dfrac{1}{49}$;

■ г) $\log_5 x^2 - \log_x 5 = 1$.

⬟ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{2+\log_3(2x-y)} = 45, \\ \log_8(x + y) + \log_8(x - y) = 1. \end{cases}$$

Вариант 3

▲ **1.** Найдите область определения, промежутки возрастания или убывания, область значений функции $f(x)=0{,}2^x-1$. Постройте ее график.

2. Решите уравнения и неравенство:

а) $3^x+3^{x+1}=108$;

б) $\log_2^2 x-4\log_2 x=-3$;

в) $\log_{\frac{1}{7}}(2x-1)>-1$;

■ г) $\log_2 x^2=9+\log_{0,5} x$.

⬟ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases}\log_3(x+y)+\log_3(x-y)=3,\\ 4^{\log_4(x-y)+2}=48.\end{cases}$$

Вариант 4

▲ **1.** Найдите область определения, промежутки возрастания или убывания, область значений функции $y=\log_4(x-2)$. Постройте ее график.

2. Решите уравнения и неравенство:

а) $5^{x+1}+5^x=150$;

б) $\log_4(3x-4)-\log_4(5-x^2)=0{,}5$;

в) $2^{4-5x}>\frac{1}{32}$;

■ г) $2\log_2 x^4+\log_x 2+9=0$.

⬟ **3.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases}3^{1+\log_3(x+y)}=15,\\ \log_5(x+y)+\log_5(x-y)=1.\end{cases}$$

Контрольная работа № 5

Вариант 1

▲ 1. Найдите $f'(x)$ и $f'\left(\frac{4}{5}\right)$, если $f(x)=2\ln x-1$.

2. Докажите, что функция $y=\cos(3x+1)$ является решением дифференциального уравнения $y''=-9y$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=e^{\frac{x}{3}}$, проведенной через точку пересечения его с осью ординат.

■ 4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)=2xe^{x}$.

⬟ 5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2^{-x}$, $y=4^{-x}$, $x=-1$.

Вариант 2

▲ 1. Найдите $f'(x)$ и $f'\left(\frac{3}{4}\right)$, если $f(x)=\frac{1}{3}\ln x$.

2. Докажите, что функция $y=e^{4x}$ является решением дифференциального уравнения $y'=4y$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=3^{2x}$, проведенной через точку пересечения его с осью ординат.

■ 4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)=\frac{e^{x}}{3x}$.

⬟ 5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{4}{x}$, $y=4$, $x=4$.

Вариант 3

▲ 1. Найдите $f'(x)$ и $f'\left(\frac{2}{3}\right)$, если $f(x)=\frac{1}{2}\ln x+3$.

2. Докажите, что функция $y=\sin(2x-1)$ является решением дифференциального уравнения $y''=-4y$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=e^{-2x}$, проведенной через точку пересечения его с осью ординат.

■ 4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)=\frac{e^x}{2x}$.

⬟ 5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{2}{x}$, $y=3-x$.

Вариант 4

▲ 1. Найдите $f'(x)$ и $f'\left(\frac{3}{5}\right)$, если $f(x)=3\ln x$.

2. Докажите, что функция $y=e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения $y'=2y$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=2^{3x}$, проведенной через точку пересечения его с осью ординат.

■ 4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)=4xe^x$.

⬟ 5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=5x^{-1}$, $y=6-x$.

Контрольная работа № 6 (2 урока)

Вариант 1

▲ **1.** Найдите область определения функции

$y=\sqrt{x-5+\frac{6}{x}}$.

2. Решите уравнение

$7\sin^2 x-6\cos x+6=0$.

Найдите наибольший отрицательный его корень.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}4^{1+\log_4(x^2+y^2)}=20,\\ \log_{\sqrt{3}}(x^2-y^2)-2=0.\end{cases}$$

■ **4.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=\frac{1}{x}$, $x=\frac{1}{2}$.

● **5.** Найдите на графике функции $y=x^2+2$ точки, ближайшие к точке K (0; 3).

Вариант 2

▲ **1.** Найдите область определения функции

$y=\sqrt{\frac{8}{x+2}-x}$.

2. Решите уравнение

$6\cos^2 x=5\sin x-5$.

Найдите наименьший положительный его корень.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}2^{2+\log_2(x^2+y^2)}=20,\\ \log_6(x^2-y^2)=\log_6(x+y).\end{cases}$$

■ **4.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+4x+1$ и $y=\frac{4}{x}$.

● **5.** Найдите на графике функции $y=\frac{4}{x}$ точки, ближайшие к началу координат.

Вариант 3

▲ 1. Решите уравнение
$\sqrt{x^4+x-9}=x^2-1.$

2. Решите неравенство
$\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(2x-3)\ge -4.$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sin 2x-2x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

■ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=e^x$, $y=e$, $x=-1$.

⬟ 5. При каких значениях a корни уравнения $x^2+(a^3-9a-7)x+a^4-21a-8=0$ равны 2 и 5?

Вариант 4

▲ 1. Решите уравнение
$\sqrt{x^4-3x-1}=x^2-1.$

2. Решите неравенство
$\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}}(2x-2)\ge -2.$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=2x+\cos 2x$ на отрезке $[0;\ \pi]$.

■ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=e^{-x}$, $y=e$, $x=1$.

⬟ 5. При каких значениях a корни уравнения $x^2+(a^3-4a+1)x+a^4-7a-14=0$ равны 3 и -4?

Вариант 5

▲ **1.** Решите уравнение
$\sqrt{3x+4}=2-x.$

2. Решите неравенство
$3\log_2(x+3{,}7)<0.$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{2}x^2$ и $y = 2$.

■ **4.** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 5^{-x}\cdot 25^{x+y}=5, \\ y^2-x=-2. \end{cases}$$

⬟ **5.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=3^{x+2}+3^{-x-1}$ на отрезке $[-2;\ 0]$.

Вариант 6

▲ **1.** Решите уравнение
$\sqrt{7-3x}=1-x.$

2. Решите неравенство
$2\log_3(x+4{,}3)<0.$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y = 4$.

■ **4.** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^{x+y}\cdot 81^{x}=81, \\ 3y^2-x=2. \end{cases}$$

⬟ **5.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=2^x+2^{2-x}$ на отрезке $[0;\ 2]$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ТЕМАТИЧЕСКОГО ПОВТОРЕНИЯ КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА»

I. Первообразная и интеграл

1. Для функции f найдите первообразную, график которой проходит через начало координат.

а) $f(x)=\frac{x^2}{2}+3\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$;

б) $f(x)=\frac{x^3}{3}-3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$.

2. Для функции f найдите первообразную, график которой проходит через начало координат. Постройте график найденной первообразной.

а) $f(x) = (x + 1)(x - 3)$;
б) $f(x) = (1 - x)(3 + x)$.

3. Для функции f найдите первообразную, значение которой при $x = x_0$ равно a. Постройте график этой первообразной.

а) $f(x)=1{,}5-\frac{x^2}{6},\ x_0=2,\ a=2\frac{5}{9}$;

б) $f(x)=2-0{,}5x^2,\ x_0=3,\ a=1{,}5$.

4. Найдите уравнение кривой, проходящей через точку A, если угловой коэффициент ее касательной в точке с абсциссой x вычисляется по данной формуле. Напишите уравнение касательной, проведенной в точке A.

а) $A\ (1;\ -5)$, $k = 1 - x$;
б) $A\ (2;\ 1)$, $k = x$.

5. Первообразная функции f при $x = a$ принимает значение p. Найдите ее значение при $x = b$.

а) $f(x)=3x^2+2x,\ a=1,\ p=81,\ b=-1$.

б) $f(x)=4x^3+2x,\ a=1,\ p=25,\ b=2$.

6. Вычислите интегралы:

а) $\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}} \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)dx$;   б) $\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)dx$;

в) $\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}} 2\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)dx$;   г) $\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)dx$.

7. Дана функция $f(x)=\begin{cases}1, & x<-1,\\ x^2, & x\ge -1.\end{cases}$

Вычислите $\int\limits_{-2}^{0} f(x)\,dx$.

8. Дана функция $f(x)=\begin{cases}2-x^2, & x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$

Вычислите $\int\limits_{2}^{0} f(x)\,dx$.

9. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите:

а) $\int\limits_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx$;

б) $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx$.

II. Площадь фигур

Найдите площадь фигуры, ограниченной данными линиями (1 – 20).

1. а) $y = x^2$, $y = 4$;
б) $y = x^2 - 9$, $y = 0$.

2. а) $y = 9x^2 - 6x + 1$, $x = 0$, $y = 0$;
б) $y = 4x^2 + 12x + 9$, $x = 0$, $y = 0$.

3. а) $y = -x^2 + 4x - 4$, $x = 0$, $y = 0$;
б) $y = x^2 + 6x + 9$, $x = 0$, $y = 0$;

4. а) $y = 3 - x^2$, $y = 2x$;
б) $y = x^2 - 4x - 4$, $y = -x$.

5. а) $y = (x-2)(2x-3)$, $y = 0$;
б) $y = (3x+2)(x-1)$, $y = 0$.

6. а) $y = x^2 - 2x$, $y = \dfrac{1}{2}x^2$;
б) $y = 4x - x^2$, $y = \dfrac{1}{3}x^2$.

7. а) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$;
б) $y = \sqrt{x}$, $y = \dfrac{1}{2}x$.

8. а) $y = \dfrac{1}{x}$, $y = x$, $x = e$;
б) $y = \dfrac{5}{x}$, $y = 6 - x$.

9. а) $y = \dfrac{2}{x}$, $y = 3 - x$;
б) $y = x^2$, $y = 2x - x^2$.

10. а) $y=1-x,\ y=0,\ y=(x+1)^2$, где $x\geq -1$;

б) $y=x-1,\ y=0,\ y=(x-3)^2$, где $x\leq 3$.

11. а) $y=\sqrt{x},\ x=9,\ y=0$;

б) $y=\dfrac{1}{x^2},\ x=1,\ x=2,\ y=0$.

12. а) $y=\dfrac{1}{2}\sin x,\ y=0,\ x=\dfrac{\pi}{3},\ x=\dfrac{2\pi}{3}$;

б) $y=2\cos x,\ y=0,\ x=-\dfrac{\pi}{4},\ x=\dfrac{\pi}{4}$.

13. а) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sin x$, определенной на отрезке $[0;\ \pi]$, и прямой, проходящей через точки $M\left(\dfrac{\pi}{2};\ 1\right)$ и $N(\pi;\ 0)$.

б) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \cos x$, определенной на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right]$, и прямой, проходящей через точки $A\left(-\dfrac{\pi}{2};\ 0\right)$ и $B\ (0;\ 1)$.

14. а) $y=\cos x,\ y=1-\cos x,\ -\dfrac{\pi}{3}\leq x\leq\dfrac{\pi}{3}$;

б) $y=\sin x,\ y=\sin 2x,\ 0\leq x\leq\dfrac{\pi}{3}$.

15. а) $y=\dfrac{4}{x^2},\ y=-\dfrac{x}{2},\ x=4$;

б) $y=\dfrac{2}{x^2},\ y=2x^2,\ x=-2$.

16. а) $y=x^2,\ y=4x-4,\ y=-4x-4$;

б) $y=x^2+4,\ y=4x,\ y=-4x$.

17. а) $y=2^x$, $y=-x+3$, $y=0$, $x=0$;

б) $y=3^x$, $y=-x+4$, $y=0$, $x=0$.

18. а) $y=\frac{1}{4}x^3$, $y=\sqrt{2x}$;

б) $y=\frac{1}{9}x^3$, $y=\sqrt{3x}$.

19. а) $y=\frac{1}{8}x^3$, $y=3-x$, $y=-4x$;

б) $y=-\frac{1}{4}x^3$, $y=x+4$, $y=5x$.

20. а) $y-x^2=0$ и $y^2-x=0$;

б) $y-x^2=0$ и $y^2+x=0$.

21. а) Фигура ограничена линиями $y = 0$ и

$$y = -x^2 + 2x + 3.$$

Найдите отношение площадей фигур, на которые данная фигура делится графиком функции $y = (x + 1)^2$.

б) Фигура ограничена линиями $y = 0$ и

$$y = -x^2 + 6x - 5.$$

Найдите отношение площадей фигур, на которые данная фигура делится графиком функции $y = (x - 5)^2$.

22. Фигура, ограниченная данными линиями, делится прямой $x = a$ на две части. Равны ли их площади?

а) $y=\frac{4}{x}, x=1, x=4, y=0, a=2$;

б) $y=\frac{2}{x}, x=1, x=4, y=0, a=2$;

в) $y=2^x, x=0, x=4, y=0, a=3$;

г) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $x=-4$, $x=0$, $y=0$, $a=-3$;

д) $y=3-\sqrt{x}$, $x=1$, $y=0$, $a=4$.

23. Фигура, ограниченная линиями $y = -x^3$, $y = 0$, $x = -2$, делится прямой $x = a$ на две части. При каком значении a их площади равны?

24. а) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sin x$, касательной к графику в его точке с абсциссой $x_0 = \pi$ и прямой $x = 0{,}5\pi$.

б) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \cos x$, касательной к графику в его точке с абсциссой $x_0 = 1{,}5\pi$ и прямой $x = 2\pi$.

25. При каких значениях a площадь фигуры, ограниченной данными линиями, равна S?

а) $y=x^4$, $y=0$, $x=a$, $S=6{,}4$;

б) $y=x^2$, $y=0$, $x=a$, $S=9$.

26. Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямой $x = 0$, графиком функции f и касательной к этому графику в его точке с абсциссой x_0:

а) $f(x)=-x^2+3$, $x_0=1$;

б) $f(x)=x^2+3$, $x_0=-1$;

в) $f(x)=x^2-4x+5$, $x_0=2$;

г) $f(x)=x^2+6x+10$, $x_0=-3$;

д) $f(x)=4x-x^2$, $x_0=3$;

е) $f(x)=-4x-x^2$, $x_0=-3$.

27. Вычислите площадь фигуры, ограниченной биссектрисой данного координатного угла, графиком функции f и касательной, проведенной через его вершину.

а) $f(x) = -x^2 + 4x$, биссектриса первого координатного угла;

б) $f(x) = -x^2 + 2$, биссектриса второго координатного угла.

28. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f и двумя касательными к нему, проходящими через точку оси ординат и образующими между собой угол 90°.

а) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$;

б) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2{,}5$.

29. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f и двумя касательными, проведенными к нему в точках пересечения графика с осью абсцисс.

а) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$;

б) $f(x) = -x^2 + 4x$.

III. Иррациональные уравнения и неравенства

Решите уравнение (1 – 6).

1. а) $\sqrt{3x+1}=x-1$;

б) $\sqrt{2x+9}=x-3$;

в) $x+3\sqrt{x-5}=5$.

2. а) $2-x+3\sqrt{2-x}=4$;

б) $\sqrt{5+2x-x^2}=x+1$.

3. а) $\sqrt{x^2+7}+5=x^2$;

б) $\sqrt{13-x^2}+1=x^2$;

в) $\sqrt{x^4+x-9}=x^2-1$.

4. а) $(x^2-9)(\sqrt{6-5x}-x)=0$;

б) $(x^2-4)(\sqrt{4-3x}-x)=0$;

в) $\sqrt{16-x^2}\cdot\sin x=0$;

г) $\sqrt{4-x^2}\cdot\cos x=0$.

5. а) $\sin 2x\sqrt{4-x^2}=0$;

б) $(\cos 3x-1)\sqrt{6+5x-x^2}=0$.

6. а) $\sqrt{|2x+1|}=1-2|x|$;

б) $\sqrt{|1-3x|}=1-3|x|$.

7. Найдите все значения x, при которых значения данных выражений равны.

а) $\sqrt{3x+1}$ и $\sqrt{2x-1}+1$;

б) $\sqrt{2x-4}$ и $\sqrt{x+5}+1$.

8. Найдите абсциссы всех точек пересечения графиков функций f и g.

а) $f(x)+x,\ g(x)=1+\sqrt{x+5}$;

б) $f(x)=-x,\ g(x)=2-2\sqrt{x+5}$.

9. Найдите координаты общих точек данной прямой и графика функции f .

а) $f(x)=\sqrt{x+7},\ y-x-1=0$;

б) $f(x)=\sqrt{x-4},\ y-2x+9=0$.

10. Вычислите координаты точек пересечения графиков функций f и g.

а) $f(x)=\sqrt{2x^2-4x-5},\ g(x)=x-2$;

б) $f(x)=\sqrt{2x^2-10x+9},\ g(x)=x-3$.

11. При каких значениях a число m является корнем данного уравнения?

а) $\sqrt{x-a}=3a-x,\ m=2$;

б) $3\sqrt{a-x}=2a-x,\ m=-2$.

12. При каком значении a число 6 является корнем уравнения $\sqrt{x+10}-\sqrt{x+3}=\sqrt{4x+a}$?

Существуют ли другие корни при найденном значении a?

13. При каком значении a число 4 является корнем уравнения $\sqrt{x+a}+\sqrt{x}=\sqrt{4x+9}$?

Докажите, что при найденном значении a уравнение не имеет других корней.

Решите уравнение (14 – 16).

14. а) $\sqrt{x^2+4x}=\sqrt{5|x+2|+2}$;

б) $\sqrt{x^2-6x}=\sqrt{10|x-3|+2}$.

15. а) $\sqrt{|2x+1|}=1-2|x|$;

б) $\sqrt{|1-3x|}=1-3|x|$.

16. а) $\sqrt{x(x-2)(x+3)}=3-x$;

б) $\sqrt{x(x-3)(x+4)}=6-x$.

17. Найдите координаты всех точек графика функции f, равноудаленных от осей координат.

а) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+x-1$;

б) $f(x)=\sqrt{x^2+4x+8}-x-2$.

Решите неравенство (18 – 20).

18. а) $(x-5)\sqrt{x}\le 0$;

б) $x\sqrt{x+1}\le 0$.

19. а) $(x^2-9)\sqrt{x+2}\ge 0$;

б) $(x+1)\sqrt{4-x^2}\le 0$.

20. а) $\dfrac{\sqrt{x^2-5x}-4x+26}{7-x}>2$;

б) $\dfrac{\sqrt{x^2+5x}-4x+6}{x-2}\le -2$.

21. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} 2\sqrt{3y+x}-\sqrt{6y-x}=x, \\ \sqrt{3y+x}+\sqrt{6y-x}=3y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{x+y}-\sqrt{2y-5x}=x, \\ \sqrt{x+y}+\sqrt{2y-5x}=y. \end{cases}$

22. Для каждого a найдите все решения неравенства:

а) $(x-a)\sqrt{x-2}\ge 0;$

б) $(5-x)\sqrt{x-a}\le 0.$

IV. Показательные уравнения и неравенства

Решите уравнение (1 – 11).

1. а) $0{,}4^{\frac{3x-1}{5}}=2{,}5^{x+1}$;

б) $0{,}7^{\frac{2x-3}{4}}=\left(1\frac{3}{7}\right)^{2-x}$.

2. а) $2^{x^2+3}=8^{x+1}$;

б) $27^{5-x^2}=3^{x^2-1}$.

3. а) $\dfrac{2x^2-5x-3}{3^x-27}=0$;

б) $\dfrac{3x^2+5x-2}{2^x-0{,}25}=0$.

4. а) $9^{x+1}+3^{2x+4}=30$;

б) $9^{x+1}+26\cdot 3^x-3=0$.

5. а) $4^{x+1}-2^{2x-2}=60$;

б) $2\cdot 4^{x+1}+15\cdot 2^x-2=0$.

6. а) $-3\cdot 9^x-2\cdot 3^x+1=0$;

б) $2\cdot 4^x+3\cdot 2^x-2=0$.

7. а) $(\sqrt{3})^{\operatorname{tg} x}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3^{\operatorname{tg} x}}$;

б) $(\sqrt{2})^{2\cos x}=\dfrac{1}{2\cdot 2^{\cos x}}$.

8. а) $5^x\cdot 2^{\frac{2+x}{x}}=40$;

б) $2^x\cdot 5^{\frac{1+x}{x}}=50$.

9. а) $5^{2x^2-1}-3\cdot5^{(x+1)(x+2)}-2\cdot5^{6(x+1)}=0;$

б) $3^{2x^2-1}-3^{(x-1)(x+5)}-2\cdot3^{8(x-1)}=0.$

10. а) $3\cdot\sqrt{4^x+4-2^{x+2}}=3\cdot2^{x+1}-2^{2x}-2;$

б) $\sqrt{1-2\cdot3^x+9^x}=3^{2x+1}+3\cdot3^{x-\frac{2}{3}}.$

11. а) $27^x-3\cdot18^x-12^x+3\cdot2^{3x}=0;$

б) $8^x-2\cdot20^x+3\cdot50^x=6\cdot125^x.$

12. Вычислите абсциссу точки пересечения графиков функций $y=3^x-3$ и $2\cdot3^{x-2}+4.$

13. Вычислите ординату точки пересечения графиков функций f и g.

а) $g(x)=4^x-10;\ f(x)=3\cdot4^{x-2}+3;$

б) $g(x)=0{,}3^{2x-3};\ f(x)=\left(3\frac{1}{3}\right)^x.$

14. Сколько корней имеет уравнение:

а) $4e^{-x}(x^2+x-5)=1;$

б) $e^{x-1}(x^2-3x-3)+12=0?$

15. Для каждого a укажите количество корней уравнения: $\dfrac{a}{2x+1}=e^{-x^2}.$

16. Найдите точки экстремума функции:

а) $y=e^{2x}+e^x-3x+2;$

б) $y=4x-2e^x-e^{2x}-5.$

Решите неравенство (17 – 21).

17. а) $4^{1-x}\le\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2};$

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x} > 9^{2x-1}$.

18. а) $8^{3x^2-5x} \geq 1$;

б) $0{,}6^{x^2-5x} \geq 1$.

19. а) $\left(\frac{1}{9}\right)^{3-0{,}5x^2} < 27$;

б) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x^2} > \left(\frac{9}{49}\right)^{x+1{,}5}$.

20. а) $2^{\frac{x+1}{x-2}} \leq 4$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+3}{x-1}} \leq 2$.

21. а) $81^{x} \leq \frac{1}{3} \cdot 27^{2x+1}$;

б) $16^{x} \geq 0{,}5 \cdot 8^{2x-3}$.

22. а) Найдите наименьшее целое число, являющееся решением неравенства $\frac{1}{8} \cdot 4^{2x-1} > (\sqrt{2})^{10}$.

б) Найдите наибольшее целое число, являющееся решением неравенства $9^{4x-1} \cdot \frac{1}{81} < (\sqrt{3})^{4}$.

Решите неравенство (23 – 29).

23. а) $5^{x} \leq 0{,}2^{x-3}$;

б) $2^{\frac{3}{x}} \geq 0{,}5^{x-4}$.

24. а) $25^{t+2} \geq 0{,}2^{\frac{t-7}{t}}$;

б) $0{,}5^{t-3} \leq 4^{\frac{t}{t+1}}$.

25. а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+4x} \geq \left(\frac{8}{27}\right)^{x+2}$;

б) $0{,}25^{2{,}5-0{,}5x} \geq \frac{1}{16}$.

26. а) $3^{x+2} - 3^x < 72$;

б) $2^x + 2^{x+1} > 6$.

27. а) $3^{x-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 8 > 0$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 2^{3+x} \leq 9$.

28. а) $2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} > 2{,}8$;

б) $3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} < 10{,}5$.

29. а) $3^{x+1} + 3^{x-1} \leq 90$;

б) $5^x - 5^{x+2} > -120$.

30. а) Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $2^x + 0{,}5^{3-x} < 9$.

б) Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $3^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} \geq 10$.

Решите неравенство (31 – 37).

31. а) $3 + 2 \cdot 3^x - 9^x > 0$;

б) $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 < 0$.

32. а) $9^{x-1}-3^{x-2}-\frac{2}{3}\geq 0$;

б) $4^{x-1}+2^{x-2}-\frac{3}{2}\geq 0$.

33. а) $2^{4t-2}+1\leq 5\cdot 4^{t-1}$;

б) $9^{t-1}+1\geq 10\cdot 3^{t-2}$.

34. а) $9^{x}>4-3^{x+1}$;

б) $5-16^{x}>4^{x+1}$.

35. а) $x^{2}\cdot 5^{x}-5^{x+2}>0$;

б) $2^{x+4}-2^{x}\cdot x^{2}<0$.

36. а) $\frac{x^{2}+6x+9}{2^{x}-4}\geq 0$;

б) $\frac{0{,}2^{x}+0{,}008}{x^{2}-10x+25}\leq 0$.

37. а) $3^{x}\cdot 2^{\frac{1}{x}}\leq 6$;

б) $2^{x}\cdot 5^{\frac{1}{x}}>10$.

38. Решите неравенства. Укажите какое-либо отрицательное число, являющееся решением неравенства.

а) $0{,}5^{x+2}-0{,}5^{x}\cdot x^{2}<0$;

б) $3^{x+4}-3^{x}\cdot x^{2}>0$.

39. Решите неравенство $\frac{e^{3x-1}}{x+8}\geq 0$ и укажите какое-либо целое значение x, не удовлетворяющее данному неравенству.

V. Логарифмы. Логарифмические уравнения и неравенства

Вычислите (1 – 6).

1. $\sqrt{5}(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{0,5\lg 5}$.

2. $\frac{3}{7}(\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{2\log_5 7}$.

3. $\log_{0,5} 16 \cdot \log_5 \frac{\sqrt[3]{5}}{25} : 9^{\log_3 2}$.

4. $\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} : 7^{2\log_{49} 2}$.

5. $\sqrt[3]{\log_{\sqrt{2}}\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right) + \log_{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)}$.

6. $3^{\log_{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}\right)+\log_{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{8}\right)}$.

7. Что больше:

$$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} - \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}-40}{\sqrt{5}} - \frac{1}{3} \text{ или } 3^{2\log_3 \cos\frac{\pi}{6}}?$$

8. Что меньше:

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{14\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ или } 5^{\log_5 \sin\frac{3\pi}{4}}?$$

Решите уравнение (9 – 19).

9. а) $\log_2(x-3)=2-\log_2 x$;

б) $\log_4(x+4)=2-\log_4(x-2)$.

10. а) $\log_3(1-6x)=\log_3(17-x^2)$;

б) $\log_2(x+2)=\log_2(x^2+x-7)$.

11. а) $1+\log_7(x+4)=\log_7(x^2+9x+20)$;

б) $1+\log_5(x^2+4x-5)=\log_5(x+5)$.

12. а) $\log_3(x+3)=\log_3(2x^2-4)-\log_3 x$;

б) $\log_6(x+4)=\log_6(2x^2-5)-\log_6 x$.

13. а) $2-\log_2 x=\log_2(3x-4)$;

б) $3-\log_3(2x-1)=\log_3(18x-27)$.

14. а) $2\log_{\frac{1}{8}} x=\log_{\frac{1}{8}}(9-8x)$;

б) $2\log_{\frac{1}{7}} x=\log_{\frac{1}{7}}(11-10x)$.

15. а) $\log_{0,5}(x^2-3x+4)-\log_{0,5}(x-1)=-1$;

б) $\log_4(x^2-6x+16)-\log_4(x-2)=1$.

16. а) $(x^2-9)\lg(x+1)=0$;

б) $(4-x^2)\lg(4-2x)=0$.

17. а) $(x^2-x-2)\log_2(x^2+2x+1)=0$;

б) $(x^2-4)\log_4(x^2-4x+4)=0$.

18. а) $(x^2-16)\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)=0$;

б) $(3x^2-x)\log_{0,5}(5x-1)=0$.

19. а) $\log_3\sqrt{x+8}+\frac{1}{2}\log_3(x-8)=1+\log_3 2$;

б) $\lg\sqrt{x+10}+0,5\lg(10-x)=3\lg 2$.

20. Вычислите абсциссы точек пересечения графиков функций:

а) $f(x)=\log_{0,3}(x^2-x-5)$ и $f(x)=\log_{0,3}\left(\frac{x}{3}\right)$;

б) $f(x)=1+\lg(x^2-4x+4)$ и $f(x)=\lg(1+x^2)+2\lg(2-x)$;

в) $f(x)=2\lg(1-x)$ и $f(x)=1+\lg(1-2x+x^2)$;

г) $f(x)=\log_2(4-x)$ и $f(x)=2\log_2 3-\log_2(1-2x)$.

21. Вычислите ординату точки пересечения графиков функций:

а) $y=\log_2(x^2-2)$, $y=\log_2 x$;

б) $y=\log_{\frac{1}{3}}\left(x-\frac{1}{6}\right)$, $y=1-\log_{\frac{1}{3}}\left(x+\frac{1}{2}\right)$.

22. Найдите абсциссы точек пересечения графика функций f с осью абсцисс.

а) $f(x)=1-\lg x-\lg(x+3)$;

б) $f(x)=\log_7 x+\log_7(x+6)-1$.

23. Найдите все числа b, удовлетворяющие данному условию:

а) $\log_2(b+1)=1+\log_2 3-\log_2 b$;

б) $\log_3(b+5)-1=3\log_3 2-\log_3 b$.

24. Найдите произведение корней уравнения

$(3x^2-4x-7)\log_3(2-x)=0$.

25. Найдите сумму корней уравнения

$$(x^2-3x-4)\log_5(3x-8)=0.$$

26. Не пользуясь микрокалькулятором, сравните с нулем $\cos\sqrt[8]{x_0}$, где x_0 — корень уравнения

$$\log_9\left(\log_3\frac{x}{27}\right)=-\log_9\left(\log_3\sqrt[10]{x}\right).$$

27. Решите уравнение $x^{\log_6\frac{x}{6}}=36$. Не пользуясь микрокалькулятором, сравните с нулем число $\cos(\sqrt[3]{a})$, где a – произведение корней уравнения.

Решите неравенство (28 – 42).

28. а) $\log_{0,25}(5x-1)\ge-0{,}5$;

б) $\log_{27}(8-3x)\le\frac{1}{3}$.

29. а) $\log_{1,7}(1-3x)<0$;

б) $\log_{\frac{1}{7}}(2x-1)>-1$.

30. а) $\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)>-1$;

б) $\log_2(x-1)\le\log_2(2x+3)$.

31. а) $\log_{\frac{\sqrt{6}}{3}}(2x-1)>2$;

б) $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1)>\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)$.

32. а) $\log_2(3-x)-\log_2 3\le\frac{1}{2}\log_2 25$;

б) $\log_2(x^2-8{,}5)>-1$.

33. а) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{10}{3}-x^2\right)<1$;

б) $\lg(x^2-1)\cdot\lg 0{,}5\le 0$.

34. а) $\log_4\frac{5-x}{x-2}>1$;

б) $\log_{0,5}\frac{3-x}{x+2}>1$.

35. а) $\log_{0,5}(x^2+x)<-1$;

б) $\log_{0,5}(x^2-1)\ge -2$.

36. а) $\log_5(2x+1)\ge\log_5(x-3)$;

б) $\log_{\frac{\sqrt{10}}{3}}(1-3x)<2$.

37. а) $\log_{\frac{1}{9}}(2x-3)>\log_{\frac{1}{9}}(x+1)$;

б) $\log_{\frac{1}{7}}(x+3)<\log_{\frac{1}{7}}(2x-1)$.

38. а) $\log_{\frac{1}{7}}(x+3)\le\log_{\frac{1}{7}}(4x-3)$;

б) $\log_{0,5}(4-x)\ge 2\log_{0,5}3+\log_{0,5}1$.

39. а) $\log_4(x-7)\le\log_4(20-x)-1$;

б) $\log_{0,5}(2x-7)\le\log_{0,5}(10-x)+1$.

40. а) $\log_{0,25}\frac{x+1}{2x-1}\ge -1$;

б) $\log_{\sqrt{2}}\frac{x-6}{2x+6}\le 4$.

41. а) $\log_{0,3}((x+2)(4-x))-\log_{0,3}(x+2)\geq -2\log_{0,3}\sqrt{\frac{1}{7}}$;

б) $\log_2\frac{1}{x+3}+\log_2((x+3)(1-x))\leq 2\log_2\sqrt{3}$.

42. а) $\log_{0,3}(6-x)-\log_{0,3}(x-2)>\frac{1}{2}\log_{0,3}4$;

б) $\log_{0,5}(x+3)-\log_{0,5}(3-x)\leq 2\log_{0,5}2$.

43. Решите неравенство $(x-3)\log_{\frac{1}{3}}x\leq 0$. Укажите какое-либо целое значение x, удовлетворяющее данному неравенству.

Решите неравенство (44 – 50).

44. а) $2^{\log_{0,7}(1+2x)}>4$;

б) $3^{\log_{0,3}(2,3-2x)}>9$.

45. а) $3\log_8(3x+2)<2$;

б) $4\log_{16}(4x+3)<3$.

46. а) $\log_2 x>\log_4\frac{3x-2}{x}$;

б) $2\log_{16}(x+1)<0,5-\log_4|x|$.

47. а) $\log_4^2(2x)+\log_{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{x}}{2}>1,5$;

б) $\log_{\frac{1}{9}}^2\frac{x}{3}+3\log_{27}(3\sqrt{x})<2,25$.

48. а) $\log_2(x^2-3x)\le 5+\log_{0,5}(x+4)$;

б) $\log_{0,5}(2x^2+3x)\ge \log_2(2-x)-3$.

49. а) $\log_x \dfrac{1-x}{2-x}>1$;

б) $\log_x \dfrac{2x-1}{x-1}>1$.

50. а) $2\log_{3x-6}9-\log_3(x-2)\ge 1$;

б) $\log_2(x+2)+\log_{2x+4}4\le 4$.

VI. Исследование функций

Найдите область определения функции.

1. а) $y=\log_2\frac{x-1}{x+3}+\log_2(x+3)(x-2)$;

б) $y=\log_3\frac{x+1}{x-4}+\log_3(x-4)(x+3)$.

2. а) $y=\frac{1}{\lg(3-x)}+\sqrt{x+2}$;

б) $y=\sqrt{x+5}-\frac{1}{\log_{12}(6-x)}$.

3. а) $y=\sqrt{0{,}3-0{,}3^{\frac{6x}{x+5}}}$;

б) $y=\sqrt{0{,}5^{\frac{x}{x+3}}-0{,}5^x}$.

4. а) $y=\frac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}$;

б) $y=\frac{\sqrt{x^2-4}}{\log_6(x-3)}$.

5. а) $y=\log_2(16^{2x+1}-0{,}25\cdot 2^x)$;

б) $y=\log_{\frac{1}{2}}(0{,}04\cdot 5^x-25^{3x+2})$.

6. а) $y=\frac{1}{3^{x+1}-3^x-6}$;

б) $y=\frac{1}{5^{x-1}-5^x+4}$.

7. Определите, возрастает или убывает функция y на данном промежутке:

а) $y=\frac{2}{3}x^3-9x$, $[1;\ 2]$;

б) $y=-x^3+8x$, $[-3;\ -2]$.

8. Докажите, что функция $y=x^3-9x$ убывает на промежутке $[-1;\ 0]$.

9. Докажите, что функция $y = 15x - x^3$ возрастает на промежутке $[0;\ 2]$.

10. Докажите, что функция $y=e^{-x}-5x$ убывает на всей области определения.

11. Докажите, что функция $y=3x-e^{-x}$ возрастает на всей области определения.

12. Докажите, что функция $f(x)=e^{1-2x}-x$ убывает на всей числовой прямой.

13. Докажите, что функция $f(x)=x^3+e^{3+2x}$ возрастает на всей числовой прямой.

14. Укажите промежутки возрастания и убывания функции:

а) $y=2x^2-\ln x$;

б) $y=\ln x-4{,}5x^2$.

15. Найдите все такие значения a, что функция $y=(x^2-3)e^{1-x}$ возрастает на интервале $(a;\ a+2)$.

16. Найдите все такие значения b, что функция $y=(8-x^2)e^{x+1}$ убывает на интервале $(b;\ b+3)$.

17. Исследуйте на монотонность функцию:

а) $y = 3 - x + e^{x+2}$;

б) $y = e^{3-x} + x + 2$.

18. Найдите точки экстремума функции:

а) $y = x + \sqrt{1 - x}$;

б) $y = x - \sqrt{2x + 1}$.

19. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0:

а) $f(x) = x \cdot \ln 0{,}5x,\ x_0 = 2$;

б) $f(x) = x \cdot \ln 2x,\ x_0 = 0{,}5$.

20. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 4^x - 2^{x+1}$ в точке ее минимума.

21. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 3^{x+1} - 27^x$ в точке ее максимума.

22. При каких значениях параметра a прямая $y = ax - 2$ касается графика функции $y = 1 = \ln x$?

23. При каких значениях параметра b прямая $y = bx + 1$ касается графика функции $y = 2 - \ln x$?

24. При каких положительных значениях параметра a максимум функции $y = \ln x - ax$ равен 2?

25. При каких положительных значениях параметра b минимум функции $y = bx - \ln x$ равен 2?

26. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке:

а) $y = 4 \cdot 2^{3x} - 27 \cdot 2^{2x} + 24 \cdot 2^x$ на $[-2;\ 0]$;

б) $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 3^x$ на $[-1;\ 1]$.

27. Найдите множество значений функции:

а) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$;

б) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3}$.

28. При каких значениях параметра a наименьшее значение функции $y = x + e^{a-x}$ равно 4?

29. При каких значениях параметра b наименьшее значение функции $y = e^{x-b} - x$ равно -3?

VII. Системы уравнений и неравенств

Решите систему уравнений (1 – 17).

1. а) $\begin{cases} 3x+y=8^{\log_8 12}, \\ x^2+y^2-2xy=\log_2 144-\dfrac{1}{2}\log_2 81; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2+y^2+2xy=25^{\log_5 3}, \\ 2x-y=\log_3 135-\dfrac{1}{2}\log_3 25. \end{cases}$

2. а) $\begin{cases} 2\sqrt{3y+x}-\sqrt{6y-x}=x, \\ \sqrt{3y+x}+\sqrt{6y-x}=3y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{x+y}-\sqrt{2y-5x}=x, \\ \sqrt{x+y}+\sqrt{2y-5x}=y. \end{cases}$

3. а) $\begin{cases} 2^x+2^{y+1}=10, \\ y-x=1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 4^x\cdot 4^y=64, \\ 4^x-4^y=63. \end{cases}$

4. а) $\begin{cases} 4^x\cdot 2^y=32, \\ 2^{2x}-2^y=14; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 8^{\log_8(x-y)}=2, \\ 2^x-2^y=6\log_4 2. \end{cases}$

5. а) $\begin{cases} 5^{\log_5(x-y)}=1, \\ 3^x-3^y=6\log_2 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 8 \cdot 2^{y} = 4^{1,5x+0,5}, \\ 5^{2x} = \dfrac{1}{25} \cdot 5^{y}. \end{cases}$

6. а) $\begin{cases} \dfrac{3^{y}}{27} = \left(\dfrac{1}{9}\right)^{y-3,5}, \\ \left(\sqrt{2}\right)^{2x} = 2^{y-3,5}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2^{x-y} \cdot 2^{xy} = 8, \\ 9^{y} = 3^{4-x}. \end{cases}$

7. а) $\begin{cases} \dfrac{3^{x-y}}{3^{xy}} = \dfrac{1}{3}, \\ 2^{x} \cdot 2^{y} = 32; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \sqrt{4^{2x+y}} = 2^{x-y+3}, \\ \left(\dfrac{1}{25}\right)^{2xy-2y^2} = 5^{9-x^2}. \end{cases}$

8. а) $\begin{cases} 9^{xy} \cdot 3^{x^2+y^2} = 3, \\ \sqrt{25^{2x+y}} = \dfrac{5^{x}}{5^{y}}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2^{x-y} = 4^{y}, \\ \dfrac{6}{x} + \dfrac{1}{5y} = 1. \end{cases}$

9. а) $\begin{cases} 27^{x} = 3^{7-y}, \\ \dfrac{1}{x} + 2 = \dfrac{10}{y}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_3 x - 2\log_3 y = 1, \\ x + 3y^2 = 54. \end{cases}$

10. а) $\begin{cases} 2\log_5 x - \log_5 y = 1, \\ 2x^2 + 5y = 75; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1, \\ 3^{x-y} = \left(\dfrac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}. \end{cases}$

11. а) $\begin{cases} 10^{\lg(x^2-y^2)} = 16, \\ \lg(x+y) - 2\lg 2 = \lg(x-y); \end{cases}$

б) $\begin{cases} \lg(x^2+y^2) = \lg 2 + \lg 17, \\ 10^{\lg x + \lg y} = 15. \end{cases}$

12. а) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2 + \dfrac{1}{2}\log_2 49, \\ 2^{\log_2(x-y)} = \log_2 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_5 x + \log_5 y = 1 + 2\log_5 3, \\ 5^{\log_5(y-x)} = \log_5 625. \end{cases}$

13. а) $\begin{cases} \log_3(x-y) + \log_3(x+y) = 1 + \dfrac{1}{3}\log_3 125, \\ 3^{\log_3(x-y)} = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_5(x+y) + \log_5(x-y) = 1 + \dfrac{1}{2}\log_5 9, \\ 5^{\log_5(x+y)} = 5. \end{cases}$

14. а) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = \log_3 4 + 2, \\ 2^{\log_2(x+y)} = 5\log_2 16; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = \log_3 3 + 2, \\ 3^{\log_3(x+y)} = 3{,}5\log_3 9. \end{cases}$

15. а) $\begin{cases} 3^{1+\log_3(x+y)} = 15, \\ \log_5(x+y) + \log_5(x-y) = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_3(x+y) + \log_3(x-y) = 3, \\ 4^{\log_4(x-y)+2} = 48. \end{cases}$

16. а) $\begin{cases} 2^{x-y} = \sqrt{2}, \\ \log_2(x+y) = 2 + \log_2(4y-1); \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5^{x+y} = 625, \\ \log_3(2x+3) - 2 = \log_3(x-2y). \end{cases}$

17. а) $\begin{cases} x^{0{,}5+\log_y x} = \sqrt{y}, \\ \log_{x+1}\left(\dfrac{xy+y}{x}\right) = 1 + \log_{x+1}(3+4x^2); \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^{1-0{,}2\log_x y} = x^{\frac{4}{5}}, \\ 2 + \log_x\left(1 - \dfrac{3y}{x^2}\right) = \log_x 4. \end{cases}$

Решите систему неравенств (18 – 19).

18. а) $\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2x+1} > 32, \\ \log_4(x-6)^2 \le 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3^{2x-6} < \dfrac{1}{27}, \\ \log_3(1-x)^2 \le 2. \end{cases}$

19. а) $\begin{cases} \dfrac{2^{4x+2}}{4^{x+1}} > 1, \\ 1+\log_3(x-4) \le \log_3(x+21); \end{cases}$

б) $\begin{cases} \dfrac{27^x}{3^{x-7}} > 9, \\ \log_{0,5}(x+16) \le \log_{0,5}(x+2)-1. \end{cases}$

Найдите область определения выражения (20 – 22).

20. а) $\sqrt{4-x^2}+\log_3\dfrac{1}{x+1}$;

б) $\sqrt{x^4-16}-\log_4(2-x)$.

21. а) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{x-2}}-\lg(5x-x^2)$;

б) $(x-8)^{\frac{1}{3}}+\log_2\dfrac{x}{10-x}$.

22. а) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x+7}}-\ln\dfrac{x-3}{x}$;

б) $(5-2x)^{\frac{2}{5}}+\log_5(2{,}5x-x^2)$.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Контрольная работа № 1

Вариант 1

2. а) $F(x) = -\frac{4}{x} + 3\sin x + C$; б) $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

3. $F(x) = 3x + 2\operatorname{ctg} 2x$.

Вариант 2

2. а) $F(x) = -\frac{1}{x} - 2\sin x + C$; б) $F(x) = -\cos 2x + C$.

3. $F(x) = 2\operatorname{tg} 3x + x + 2$.

Вариант 3

2. а) $F(x) = -\frac{3}{x^2} - 2\cos x + C$; б) $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

3. $F(x) = 2x + 2\cos 4x + \frac{\pi}{4.}$

Вариант 4

2. а) $F(x) = 3\sin x + \frac{1}{x^3} + C$; б) $F(x) = -\frac{1}{4}\cos 4x + C$.

3. $F(x) = \frac{1}{9}\sin 3x - x + \frac{\pi}{2}$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. а) 2; б) $\frac{1}{2}$.
2. 2.
3. а) $1\frac{1}{3}$; б) $2\frac{2}{3}$.

Вариант 2

1. а) 7,5; б) $2\sqrt{2}$.
2. $1\frac{2}{3}$.
3. а) $\frac{3}{4}$; б) 1,5.

Вариант 3

1. а) 1,5; б) -4.
2. $2\frac{3}{4}$.
3. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{3}$.

Вариант 4

1. а) $8\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{4}$.
2. $10\frac{2}{3}$.
3. а) $\frac{3}{4}$; б) 1,5.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. $2(m+1)$.
2. 3; 1.
3. $x = 4$, $y = 1$.
4. [1; 3].

Вариант 2

1. $\dfrac{4a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$.
2. 1; 2.
3. $x = 49$, $y = 9$.
4. [1; 2].

Вариант 3

1. $m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}$.
2. –3; –4.
3. $x = 0$, $y = 2$.
4. [–4; –3].

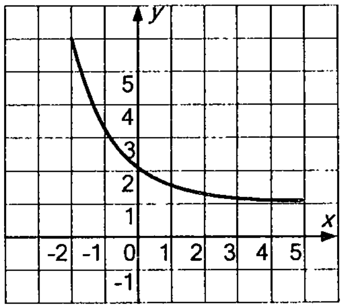
Вариант 4

1. $b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}$.
2. –3.
3. $x = 1$, $y = 9$.
4. [–3; 1,5].

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. $D(f) = R$; функция f убывает на R; $E(f) = (1; +\infty)$.

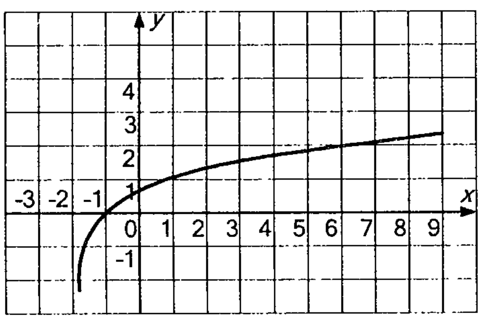


2. а) 1; б) 27, $\frac{1}{3}$; в) (2,5; 4,5); г) $2^{\frac{1}{3}}$.

3. $x = 3$, $y = 1$.

Вариант 2

1. $D(f) = (-2; +\infty)$; функция f возрастает на $(-2; +\infty)$; $E(f) = R$.

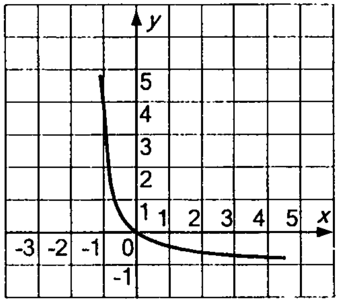


2. а) 1; б) 5; 27; в) $\left(1\frac{1}{3}; +\infty\right)$; г) $5^{-\frac{1}{2}}$; 5

3. $x = 3\frac{2}{3}$, $y = 2\frac{1}{3}$; $x = 3$, $y = 1$.

Вариант 3

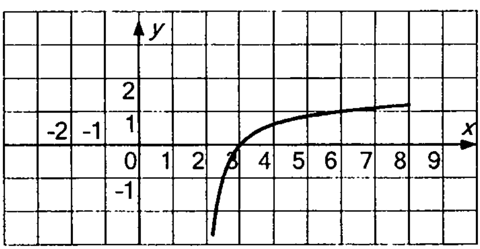
1. $D(f) = R$; функция f убывает на R; $E(f) = (-1; +\infty)$.



2. а) 3; б) 2; 8; в) (0,5; 4); г) 8.
3. $x = 6$, $y = 3$.

Вариант 4

1. $D(f) = (2; +\infty)$; функция f возрастает на $(2; +\infty)$; $E(f) = R$.



2. а) 2; б) 2; в) $(-\infty; 1{,}8)$; г) $\frac{1}{2}$; $2^{-\frac{1}{8}}$.

3. $x = 3$, $y = 2$.

Контрольная работа № 5

Вариант 1

1. $f'(x)=\frac{2}{x}$; 2,5.

3. $y=\frac{1}{3}x+1$.

4. Функция f убывает на $(-\infty;\ -1]$, возрастает на $[-1;\ +\infty)$.

5. $\frac{1}{\ln 4}$.

Вариант 2

1. $f'(x)=\frac{1}{3x}$, $\frac{4}{9}$.

3. $y=x\ln 9+1$.

4. Функция f убывает на $(-\infty;\ 0)$, $(0;\ 1]$, возрастает на $[1;\ +\infty)$. **5.** $12-8\ln 2$.

Вариант 3

1. $f'(x)=\frac{1}{2x}$, $\frac{3}{4}$.

3. $y=-2x+1$.

4. Функция f убывает на $(-\infty;\ 0)$, $(0;\ 1]$, возрастает на $[1;\ +\infty)$. **5.** $1{,}5-\ln 4$.

Вариант 4

1. $f'(x)=\frac{3}{x}$, 5.

3. $y=x\ln 8+1$.

4. Функция f убывает на $(-\infty;\ -1]$, возрастает на $[-1;\ +\infty)$.

5. $12-5\ln 5$.

Контрольная работа № 6

Вариант 1

1. $(0;\ 2] \cup [3;\ +\infty)$.
2. $2\pi n,\ n \in Z;\ -2\pi$.
3. $x_1 = 2,\ y_1 = 1;\ x_2 = -2,\ y_2 = 1;\ x_3 = 2,\ y_3 = -1;$

$x_4 = -2,\ y_4 = -1$.

4. $\ln 2 - \frac{7}{24}$.
5. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 2{,}5\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 2{,}5\right)$.

Вариант 2

1. $(-\infty;\ -4] \cup (-2;\ 2]$.
2. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z; \frac{\pi}{2}$.
3. $x = 2,\ y = 1$.
4. $12 - 8 \ln 2$.
5. $(2;\ 2),\ (-2;\ -2)$.

Вариант 3

1. $2;\ -2{,}5$.
2. $(1{,}5;\ 3{,}5]$.
3. $\max f(x) = \pi, \min f(x) = -\pi$.

$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

4. $e + \frac{1}{e};\ \approx 3{,}07$.
5. 3.

Вариант 4

1. 2.
2. (1; 2,5].
3. $\min\limits_{[0;\pi]} f(x) = 2\pi + 1, \quad \min\limits_{[0;\pi]} f(x) = 1$.
4. $e + \dfrac{1}{e}$; $\approx 3{,}07$.
5. 2.

Вариант 5

1. 0.
2. (– 3,7; –2,7).
3. $5\dfrac{1}{3}$.
4. $x = 3,\ y = -1$.
5. $\max\limits_{[-2;\ 0]} f(x) = f(0) = 9\dfrac{1}{3}, \quad \max\limits_{[-2;\ 0]} f(x) = f(-1{,}5) = 2\sqrt{3}$.

Вариант 6

1. – 3.
2. (– 4,3; – 3,3).
3. $10\dfrac{2}{3}$.
4. $x_1 = 1,\ y_1 = -1;\ x_2 = \dfrac{46}{75},\ y_2 = \dfrac{14}{15}$.
5. $\max\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = f(2) = 5, \quad \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(1) = 4$.

Учебно-методическое издание

Дудницын Юрий Павлович
Кронгауз Валерий Лазаревич

Контрольные работы по алгебре и началам анализа

К учебнику А.Н. Колмогорова и др.
«Алгебра и начала анализа. 10 – 11 классы».

11 класс

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ 77.99.02.953.Д.008330.09.06 от 14.09.2006 г.

Редактор *И.М. Бокова*
Корректор *Г.М. Морозова*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *М.В. Дерендяева*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).