

## ITEMUL 5. PUTERI

**Definiția puterii unui număr natural cu exponent pozitiv.**

$$(\text{orice număr nenul})^0 = 1 \quad a^1 = a \quad a^2 = a \cdot a \quad a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}} \quad 1^n = 1$$

### 1. Puteri ale numerelor de la 1 la 10.

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 2 \cdot 2 = 4 \\ 2^3 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ 2^4 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \\ 2^5 &= 2^4 \cdot 2 = 32 \\ 2^6 &= 2^5 \cdot 2 = 64 \\ 2^7 &= 2^6 \cdot 2 = 128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^0 &= 1 \\ 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 3 \cdot 3 = 9 \\ 3^3 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \\ 3^4 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \\ 3^5 &= 3^4 \cdot 3 = 243 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^0 &= 1 \\ 4^1 &= 4 \\ 4^2 &= 4 \cdot 4 = 16 \\ 4^3 &= 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^0 &= 1 \\ 5^1 &= 5 \\ 5^2 &= 5 \cdot 5 = 25 \\ 5^3 &= 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6^0 &= 1 \\ 6^1 &= 6 \\ 6^2 &= 6 \cdot 6 = 36 \\ 6^3 &= 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7^0 &= 1 \\ 7^1 &= 7 \\ 7^2 &= 7 \cdot 7 = 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^0 &= 1 \\ 8^1 &= 8 \\ 8^2 &= 8 \cdot 8 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9^0 &= 1 \\ 9^1 &= 9 \\ 9^2 &= 9 \cdot 9 = 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10^0 &= 1 \\ 10^1 &= 10 \\ 10^2 &= 10 \cdot 10 = 100 \\ 10^3 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000 \end{aligned}$$

### 2. Reprezentarea unor numere sub formă de putere.

1) Completează casetele cu numere naturale potrivite:

$$32 = 2^{\square}$$

$$49 = \square^2$$

$$27 = \square^{\square}$$

$$81 = \square^2 = \square^4$$

$$8 = 2^{\square}$$

$$125 = \square^3$$

$$25 = \square^{\square}$$

$$16 = \square^2 = \square^4$$

$$27 = 3^{\square}$$

$$8 = \square^3$$

$$36 = \square^{\square}$$

$$64 = \square^2 = \square^3 = \square^6$$

$$25 = 5^{\square}$$

$$1000 = \square^3$$

$$100 = \square^{\square}$$

## 2) Scrie numerele sub formă de putere:

$$4 = \square \square$$

$$8 = \square \square$$

$$16 = \square \square$$

$$32 = \square \square$$

$$9 = \square \square$$

$$27 = \square \square$$

$$25 = \square \square$$

$$125 = \square \square$$

$$49 = \square \square$$

## 3. Utilizarea proprietății $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ , $x^m \cdot x^{-n} = x^{m-n}$ , pentru a scrie sub formă de o putere.

### Exemple rezolvate:

$$\bullet 2^5 \cdot 2^7 = 2^{5+7} = 2^{12}$$

$$\bullet 3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

$$\bullet 5 \cdot 5^3 = 5^1 \cdot 5^3 = 5^{1+3} = 5^4$$

$$\bullet 7^4 \cdot 7^3 = 7^{4+3} = 7^7$$

$$\bullet 4^2 \cdot 4^6 = 4^{2+6} = 4^8$$

$$\bullet 6 \cdot 6^2 = 6^1 \cdot 6^2 = 6^{1+2} = 6^3$$

$$\bullet 3^{-5} \cdot 3^7 = 3^{-5+7} = 3^2$$

$$\bullet 2^{-2} \cdot 2^{-5} = 2^{-2-5} = 2^{-7}$$

$$\bullet 5 \cdot 5^{-3} = 5^1 \cdot 5^{-3} = 5^{1-3} = 5^{-2}$$

$$\bullet 7^{-5} \cdot 7^3 = 7^{-5+3} = 7^{-2}$$

$$\bullet 4^{-2} \cdot 4^6 = 4^{-2+6} = 4^4$$

$$\bullet 6^7 \cdot 6^{-4} = 6^{7-4} = 6^3$$

### Exersează. Scrie sub formă de o putere:

$$1) 4^2 \cdot 4^8 =$$

$$2) 2^5 \cdot 2^3 =$$

$$3) 3 \cdot 3^{-4} =$$

$$4) 6^{-3} \cdot 6^3 =$$

$$5) 5^{-6} \cdot 5^4 =$$

$$6) 6^2 \cdot 6^{-9} =$$

$$7) 3^2 \cdot 3^3 =$$

$$8) 4^6 \cdot 4^2 =$$

$$9) 8 \cdot 8^2 =$$

$$10) 7^{-4} \cdot 7^3 =$$

$$11) 3^{-8} \cdot 3^5 =$$

$$12) 7^{-2} \cdot 7^{-9} =$$

## 4. Utilizarea proprietății $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$ pentru a scrie sub formă de o putere.

### Exemple rezolvate:

$$\bullet \frac{2^7}{2^5} = 2^{7-5} = 2^2$$

$$\bullet \frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$$

$$\bullet \frac{5^8}{5^7} = 5^{8-7} = 5^1$$

$$\bullet \frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$$

$$\bullet \frac{6^9}{6^7} = 6^{9-7} = 6^2$$

$$\bullet \frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$$

$$\bullet \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

$$\bullet \frac{6^7}{6^4} = 6^{7-4} = 6^3$$

$$\bullet \frac{5^3}{5} = \frac{5^3}{5^1} = 5^{3-1} = 5^2 = 25$$

$$\bullet \frac{4^7}{4^7} = 4^{7-7} = 4^0 = 1$$

$$\bullet \frac{7^{10}}{7^8} = 7^{10-8} = 7^2 = 49$$

$$\text{Sau } \frac{4^7}{4^7} = 4^7 : 4^7 = 1$$

$$\bullet \frac{4^6}{4^2} = 4^{6-2} = 4^4$$

**Exersează. Scrie sub formă de putere cu o singură bază:**

$$1) \frac{4^8}{4^2} =$$

$$7) \frac{3^3}{3^2} =$$

$$2) \frac{2^5}{2^3} =$$

$$8) \frac{4^6}{4^4} =$$

$$3) \frac{3^4}{3} =$$

$$9) \frac{8^{12}}{8^{10}} =$$

$$4) \frac{6^3}{6^3} =$$

$$10) \frac{7^4}{7^3} =$$

$$5) \frac{5^6}{5^4} =$$

$$11) \frac{3^8}{3^5} =$$

$$6) \frac{6^9}{6^7} =$$

$$12) \frac{7^9}{7^6} =$$

## 5. Calcularea, utilizând proprietatea $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$ , $n$ – număr natural.

**Exemple rezolvate:**

$$\bullet \frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$\bullet \frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

**Exersează. Scrie sub formă de putere cu exponent natural și calculează valoarea expresiei:**

$$1) \frac{1}{2^{-4}} =$$

$$5) \frac{1}{7^{-2}} =$$

$$2) \frac{1}{3^{-3}} =$$

$$6) \frac{1}{4^{-3}} =$$

$$3) \frac{1}{5^{-2}} =$$

$$7) \frac{1}{3^{-4}} =$$

$$4) \frac{1}{10^{-3}} =$$

$$8) \frac{1}{8^{-2}} =$$

## 6. Utilizarea proprietății $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$ pentru a scrie sub formă de o putere.

**Exemple rezolvate:**

$$\bullet (5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

- $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$
- $(3^5)^{-6} = 3^{5 \cdot (-6)} = 3^{-30}$
- $(7^{-2})^4 = 7^{-2 \cdot 4} = 7^{-8}$
- $(6^{-3})^{-5} = 6^{-3 \cdot (-5)} = 6^{15}$
- $(8^4)^3 = 8^{4 \cdot 3} = 8^{12}$

**Exersează:**

- |                   |                    |                       |
|-------------------|--------------------|-----------------------|
| 1) $(2^3)^8 =$    | 6) $(7^3)^3 =$     | 11) $(6^{-4})^{-7} =$ |
| 2) $(3^4)^5 =$    | 7) $(8^2)^{-8} =$  | 12) $(7^{-2})^{-5} =$ |
| 3) $(4^7)^6 =$    | 8) $(3^{-3})^9 =$  | 13) $(8^{-6})^3 =$    |
| 4) $(5^3)^{-4} =$ | 9) $(4^8)^{-2} =$  | 14) $(9^4)^{-2} =$    |
| 5) $(6^7)^2 =$    | 10) $(5^{-4})^3 =$ | 15) $(5^{-2})^{-3} =$ |

**7. Calcul cu puteri cu exponenți întregi și cu aceeași bază.**

- $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} = \frac{2^{-3} \cdot 2^5}{1} = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$
- $\frac{2^3 \cdot 2^{-10}}{2^{-8}} = \frac{2^{3+(-10)}}{2^{-8}} = \frac{2^{-7}}{2^{-8}} = \frac{2^{-7} \cdot 2^8}{1} = 2^{-7+8} = 2^1 = 2$
- $\frac{5^{-4} \cdot 5^{-10}}{5^{-16}} = \frac{5^{-4+(-10)}}{5^{-16}} = \frac{5^{-14}}{5^{-16}} = \frac{5^{-14} \cdot 5^{16}}{1} = 5^{-14+16} = 5^2 = 25$
- $\frac{(3^2)^{-4} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{2 \cdot (-4)} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8+6}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2} \cdot 3^5}{1} = 3^{-2+5} = 3^3 = 27$

Rezolvare	Etapele de rezolvare
$\frac{(3^2)^{-4} \cdot 3^6}{3^{-5}}$	
$\frac{3^{2 \cdot (-4)} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^6}{3^{-5}}$	Utilizăm formula $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{3^{-8+6}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2}}{3^{-5}}$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{3^{-2} \cdot 3^5}{1}$	Utilizăm formula $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$3^{-2+5} = 3^3$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
27	Calculăm $3^3$

$$5) \frac{(7^{-2})^5 \cdot 7^8}{7^{-3}} = \frac{7^{-2 \cdot 5} \cdot 7^8}{7^{-3}} = \frac{7^{-10} \cdot 7^8}{7^{-3}} = \frac{7^{-10+8}}{7^{-3}} = \frac{7^{-2}}{7^{-3}} = \frac{7^{-2} \cdot 7^3}{1} = 7^{-2+3} = 7^1 = 7$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{(7^{-2})^5 \cdot 7^8}{7^{-3}}$	
$\frac{7^{-2 \cdot 5} \cdot 7^8}{7^{-3}} = \frac{7^{-10} \cdot 7^8}{7^{-3}}$	Utilizăm formula $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{7^{-10+8}}{7^{-3}} = \frac{7^{-2}}{7^{-3}}$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{7^{-2} \cdot 7^3}{1}$	Utilizăm formula $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$7^{-2+3} = 7^1$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
7	Calculăm $7^1$

Completează și rezolvă exercițiile propuse:

$$1) \frac{(3^{-4})^2 \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{-4 \cdot 2} \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{-8+7}}{3^{-3}} = \frac{3^{-1}}{3^{-3}} = \frac{3^{-1} \cdot 3^3}{1} = 3^{-1+3} = 3^2 = 9.$$

$$2) \frac{(5^{-8})^2 \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{5^{-8 \cdot 2} \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{5^{-16} \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{5^{-16+10}}{5^{-9}} = \frac{5^{-6}}{5^{-9}} = \frac{5^{-6} \cdot 5^9}{1} = 5^{-6+9} = 5^3 = 125.$$

$$3) \frac{(7^{-3})^{-4} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{-3 \cdot (-4)} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{12} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{12+(-15)}}{7^{-5}} = \frac{7^{-3}}{7^{-5}} = \frac{7^{-3} \cdot 7^5}{1} = 7^{-3+5} = 7^2 = 49.$$

$$4) \frac{(6^2)^{-10} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{2 \cdot (-10)} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{-20} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{-20+18}}{6^{-4}} = \frac{6^{-2}}{6^{-4}} = \frac{6^{-2} \cdot 6^4}{1} = 6^{-2+4} = 6^2 = 36.$$

Exersează. Află valoarea expresiei:

$$1) \frac{2^5 \cdot 2^{-6}}{2^{-4}} =$$

$$6) \frac{3^6 \cdot 3^{-7}}{3^{-5}} =$$

$$11) \frac{3^{-5} \cdot 3^{-2}}{3^{-9}} =$$

$$2) \frac{7^{-5} \cdot 7^{-4}}{7^{-8}} =$$

$$7) \frac{2^5 \cdot 2^{-2}}{2^{-1}} =$$

$$12) \frac{5^{-3} \cdot 5^{-2}}{(5^2)^{-3}} =$$

$$3) \frac{(6^{-2})^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-4}} =$$

$$8) \frac{(9^{-3})^2 \cdot 9^{-1}}{9^{-9}} =$$

$$13) \frac{(5^{-4})^2 \cdot 5^7}{5^{-3}} =$$

$$4) \frac{4^{-7} \cdot 4^{-6}}{(4^{-1})^{11}} =$$

$$9) \frac{(4^{-2})^4 \cdot 4^{-6}}{4^{-5}} =$$

$$14) \frac{2^{-5} \cdot (2^{-4})^3}{2^{-19}} =$$

$$5) \frac{8^{-2} \cdot 8^{-5}}{8^{-7}} =$$

$$10) \frac{6^{-2} \cdot 6^{-3}}{6^{-4}} =$$

$$15) \frac{3^{-8} \cdot (3^{-2})^{-3}}{3^{-2}} =$$

## 8. Calcul cu puteri, aducând puterile la aceeași bază.

Exerciții rezolvate:

$$1) \frac{8 \cdot 2^5}{2^6} = \frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6} = \frac{2^{3+5}}{2^6} = \frac{2^8}{2^6} = 2^{8-6} = 2^2 = 4$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{8 \cdot 2^5}{2^6}$	
$\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6}$	Scriem 8 sub formă de putere: $8 = 2^3$
$\frac{2^{3+5}}{2^6} = \frac{2^8}{2^6}$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$= 2^{8-6} = 2^2$	Utilizăm formula $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$
4	Calculăm $2^2$ .

$$2) \frac{125 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}} = \frac{5^3 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}} = \frac{5^{3+(-4)}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1} = 5^{-1+2} = 5^1 = 5$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{125 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}}$	
$\frac{5^3 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}}$	Scriem 125 sub formă de putere: $125 = 5^3$
$\frac{5^{3+(-4)}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1}}{5^{-2}}$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1}$	Utilizăm formula $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$= \frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1} = 5^{-1+2} = 5^1$	Utilizăm formula $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
5	Calculăm $5^1$ .

$$3) \frac{27^2 \cdot 3^{-8}}{9^{-2}} = \frac{(3^3)^2 \cdot 3^{-8}}{(3^2)^{-2}} = \frac{3^{3 \cdot 2} \cdot 3^{-8}}{3^{2 \cdot (-2)}} = \frac{3^6 \cdot 3^{-8}}{3^{2 \cdot (-2)}} = \frac{3^{6+(-8)}}{3^{-4}} = \frac{3^{-2}}{3^{-4}} = \frac{3^{-2} \cdot 3^4}{1} = 3^{-2+4} =$$

$$= 3^2 = 9$$

$$4) \frac{9 \cdot 3^4}{27} = \frac{3^2 \cdot 3^4}{3^3} = \frac{3^{2+4}}{3^3} = \frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3 = 27$$

Exersează. Află valoarea expresiei:

$$1) \frac{7^{-5} \cdot 7^3}{7^{-4}} =$$

$$2) \frac{2^{-3} \cdot 2^2}{2^{-5}} =$$

$$3) \frac{3^{-7} \cdot 27}{3^{-4}} =$$

$$4) \frac{2^2 \cdot 2^7}{8^3} =$$

$$5) \frac{125 \cdot 5^5}{5^6} =$$

$$6) \frac{2^{23}}{4^3 \cdot 8^5} =$$

$$7) \frac{3^{15}}{27^3 \cdot 81} =$$

$$8) \frac{9^{-3} \cdot 27^3}{3^4} =$$

$$9) \frac{5^{14}}{25^3 \cdot 125^2} =$$

$$10) \frac{4^{-3} \cdot 16}{2^{-5}} =$$

$$11) \frac{8^{-4} \cdot 32}{2^{-9}} =$$

$$12) \frac{7^{-5} \cdot 49^3}{7^{-2}} =$$

$$13) \frac{7^5 \cdot 7^3}{49^4} =$$

$$14) \frac{16^{-4} \cdot 32^5}{2^{-9}} =$$

$$15) \frac{27^2 \cdot 3^5}{81^2} =$$

### 9. Transformarea expresiilor cu puteri cu exponent întreg și baze diferite.

$$1) \frac{32^3 \cdot 9^6}{4^8 \cdot 27^4} = \frac{(2^5)^3 \cdot (3^2)^6}{(2^2)^8 \cdot (3^3)^4} = \frac{(2^5)^3}{(2^2)^8} \cdot \frac{(3^2)^6}{(3^3)^4} = \frac{2^{5 \cdot 3}}{2^{2 \cdot 8}} \cdot \frac{3^{2 \cdot 6}}{3^{3 \cdot 4}} = \frac{2^{15}}{2^{16}} \cdot \frac{3^{12}}{3^{12}} = 2^{15-16} \cdot 1 =$$

$$= 2^{-1} \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{32^3 \cdot 9^6}{4^8 \cdot 27^4}$	
$\frac{(2^5)^3 \cdot (3^2)^6}{(2^2)^8 \cdot (3^3)^4}$	Scriem toate numerele din bază sub formă de putere: $32 = 2^5, 9 = 3^2, 4 = 2^2, 27 = 3^3$
$\frac{(2^5)^3}{(2^2)^8} \cdot \frac{(3^2)^6}{(3^3)^4}$	Selectăm numerele cu aceeași bază și separăm fracțiile
$\frac{2^{5 \cdot 3}}{2^{2 \cdot 8}} \cdot \frac{3^{2 \cdot 6}}{3^{3 \cdot 4}} = \frac{2^{15}}{2^{16}} \cdot \frac{3^{12}}{3^{12}}$	Utilizăm formula $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$2^{15-16} \cdot 1 = 2^{-1} \cdot 1$	Utilizăm formula $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$ și $\frac{x^m}{x^m} = 1$
$\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$	Calculăm $2^{-1} = \frac{1}{2}$ și efectuăm înmulțirea.

$$2) \frac{125^6 \cdot 49^5}{25^9 \cdot 7^8} = \frac{(5^3)^6 \cdot (7^2)^5}{(5^2)^9 \cdot 7^8} = \frac{(5^3)^6}{(5^2)^9} \cdot \frac{(7^2)^5}{7^8} = \frac{5^{3 \cdot 6}}{5^{2 \cdot 9}} \cdot \frac{7^{2 \cdot 5}}{7^8} = \frac{5^{18}}{5^{18}} \cdot \frac{7^{10}}{7^8} =$$

$$= 1 \cdot 7^{10-8} = 1 \cdot 7^2 = 1 \cdot 49 = 49.$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{125^6 \cdot 49^5}{25^9 \cdot 7^8}$	
$\frac{(5^3)^6 \cdot (7^2)^5}{(5^2)^9 \cdot 7^8}$	Scriem numerele din bază sub formă de putere: $125 = 5^3, 49 = 7^2, 25 = 5^2$
$\frac{(5^3)^6}{(5^2)^9} \cdot \frac{(7^2)^5}{7^8}$	Selectăm numerele cu aceeași bază și separăm fracțiile
$\frac{5^{3 \cdot 6}}{5^{2 \cdot 9}} \cdot \frac{7^{2 \cdot 5}}{7^8} = \frac{5^{18}}{5^{18}} \cdot \frac{7^{10}}{7^8}$	Utilizăm formula $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$1 \cdot 7^{10-8} = 1 \cdot 7^2$	Utilizăm formula $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$ și $\frac{x^m}{x^m} = 1$
$1 \cdot 49 = 49$	Calculăm $7^2 = 49$ și efectuăm înmulțirea.

**Exersează. Calculează valoarea expresiei:**

$$1) \frac{32^2 \cdot 9^8}{16^3 \cdot 81^4} =$$

$$3) \frac{64^2 \cdot 125^2}{16^3 \cdot 25^4} =$$

$$5) \frac{16^2 \cdot 27}{4^3 \cdot 9^2} =$$

$$2) \frac{27^2 \cdot 25^9}{9^3 \cdot 125^5} =$$

$$4) \frac{9^4 \cdot 5^4}{27^2 \cdot 25^2} =$$

**10. Aflați valoarea expresiei (subiecte de examen):**

$$1) \frac{4^7 \cdot 8^3}{4 \cdot 2^3} =$$

$$7) \frac{2^3 \cdot 4^{-2}}{8^{-1}} =$$

$$2) \frac{4^{-2} \cdot 16^2}{2^3} =$$

$$8) \frac{125 \cdot 25^2}{5^{-1}} =$$

$$3) \frac{25^3 \cdot 125^{-3}}{5^{-4}} =$$

$$9) \frac{8^4 \cdot 2^{-2}}{16^2} =$$

$$4) \frac{3^2 \cdot 9^5}{3^{12}} =$$

$$10) 8^9 : 4^{13} - 2^0 =$$

$$5) \frac{125 \cdot 5^5}{25^4} =$$

$$11) \frac{25^{-3} \cdot 5^9}{124 + 5^0} =$$

$$6) \frac{9 \cdot 3^5}{27^2} =$$

$$12) \frac{9^{-3} \cdot 27}{3^{-4}} =$$

## ITEMUL 5. RADICALI

1) Pătratul numerelor:  $a^2 = a \cdot a$

$$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

$$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$$

$$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$11^2 = 11 \cdot 11 = 121$$

Completează casetele:

$$49 = \square^2$$

$$64 = \square^2$$

$$25 = \square^2$$

$$81 = \square^2$$

$$4 = \square^2$$

$$9 = \square^2$$

$$16 = \square^2$$

$$36 = \square^2$$

$$1 = \square^2$$

$$121 = \square^2$$

$$144 = \square^2$$

$$169 = \square^2$$

$$196 = \square^2$$

$$225 = \square^2$$

2) Definiția radicalului.

$$\sqrt{a} = b, a, b \geq 0 \text{ astfel încât } b^2 = a$$

Exemple rezolvate:

$$\sqrt{1} = 1, \text{ deoarece } 1^2 = 1$$

$$\sqrt{0} = 0, \text{ deoarece } 0^2 = 0$$

$$\sqrt{4} = 2, \text{ deoarece } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ deoarece } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ deoarece } 4^2 = 16$$

Completează spațiile conform exemplelor rezolvate:

$$\sqrt{25} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = 36$$

$$\sqrt{100} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = 100$$

$$\sqrt{49} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = \square$$

$$\sqrt{64} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = \square$$
$$\sqrt{81} = \square, \text{ deoarece } \square^2 = \square$$

**Calculează:**

$$\sqrt{25} =$$

$$\sqrt{64} =$$

$$\sqrt{100} =$$

$$\sqrt{49} =$$

$$\sqrt{121} =$$

$$\sqrt{169} =$$

$$\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{36} =$$

$$\sqrt{144} =$$

$$\sqrt{196} =$$

$$\sqrt{225} =$$

**Calculează radical din fracții ordinare după modelul dat:**

$$1) \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$2) \sqrt{\frac{1}{16}} =$$

$$3) \sqrt{\frac{25}{36}} =$$

$$4) \sqrt{\frac{64}{121}} =$$

$$5) \sqrt{\frac{25}{49}} =$$

$$6) \sqrt{\frac{169}{225}} =$$

$$7) \sqrt{\frac{36}{121}} =$$

$$8) \sqrt{\frac{16}{81}} =$$

$$9) \sqrt{\frac{1}{49}} =$$

$$10) \sqrt{\frac{4}{81}} =$$

$$11) \sqrt{\frac{49}{25}} =$$

$$12) \sqrt{\frac{9}{64}} =$$

**3) Proprietățile:**  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ ,  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ ,  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

**Exemple rezolvate:**

- $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$
- $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$
- $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{144} = 12$
- $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$
- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$
- $\sqrt{125} \cdot \sqrt{125} = 125$

- $(\sqrt{8})^2 = 8$
- $(\sqrt{61})^2 = 61$
- $(\sqrt{9})^2 = 9$
- $(\sqrt{11})^2 = 11$ .

**Completează și rezolvă exercițiile propuse:**

$$1) \sqrt{45} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{\square \cdot 5} = \sqrt{\square} = \square$$

$$2) \sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75 \cdot \square} = \sqrt{\square} = \square$$

$$3) (\sqrt{21})^2 = \square$$

$$4) \sqrt{45} \cdot \sqrt{45} = \square$$

$$5) \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{\square \cdot 7} = \sqrt{\square} = \square$$

## Exeresează:

1)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

6)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$

11)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} =$

2)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} =$

7)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$

12)  $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} =$

3)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72} =$

8)  $\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} =$

13)  $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} =$

4)  $(\sqrt{27})^2 =$

9)  $(\sqrt{15})^2 =$

14)  $\sqrt{22} \cdot \sqrt{22} =$

5)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} =$

10)  $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} =$

15)  $(\sqrt{8})^2 =$

### 4) Scoaterea factorului de sub radical.

#### Exemple rezolvate:

1)  $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Descompunem 8 prin a - l împărți la un pătrat perfect:  $8 : 4 = 2$ . Deci,  $8 = 4 \cdot 2$ .

2)  $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 25} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{3} \cdot 5 = 5\sqrt{3}$

Descompunem 75 prin a - l împărți la un pătrat perfect ( 4 sau 9 sau 25):  $75 : 25 = 3$ . Deci,

$$75 = 25 \cdot 3.$$

3)  $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

Descompunem 24 prin a - l împărți la un pătrat perfect:  $24 : 4 = 6$ . Deci,  $24 = 4 \cdot 6$ .

4)  $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

5)  $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

6)  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

7)  $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

8)  $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3 \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

9)  $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

10)  $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ .

#### Competează spațiile libere:

1)  $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$

2)  $\sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$

3)  $\sqrt{40} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$

4)  $\sqrt{44} = \sqrt{\square \cdot 11} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$

$$5) \sqrt{108} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

$$6) \sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

$$7) \sqrt{180} = \sqrt{\square \cdot 5} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

$$8) \sqrt{90} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

**Exersează. Scoate factorul de sub radical:**

$$1) \sqrt{18} =$$

$$10) \sqrt{63} =$$

$$2) \sqrt{12} =$$

$$11) \sqrt{20} =$$

$$3) \sqrt{27} =$$

$$12) \sqrt{45} =$$

$$4) \sqrt{28} =$$

$$13) \sqrt{52} =$$

$$5) \sqrt{300} =$$

$$14) \sqrt{60} =$$

$$6) \sqrt{99} =$$

$$15) \sqrt{54} =$$

$$7) \sqrt{80} =$$

$$16) \sqrt{72} =$$

$$8) \sqrt{125} =$$

$$9) \sqrt{48} =$$

### 5) Reducerea termenilor asemenea cu radicali.

**Exemple rezolvate:**

$$1) -4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2}(-4 + 2 + 5) = \sqrt{2} \cdot 3 = 3\sqrt{2}$$

$$2) \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 1\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = \sqrt{5}(1 - 4 + 6) = \sqrt{5} \cdot 3 = 3\sqrt{5}$$

$$3) 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 1\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(8 - 1 + 2) = \sqrt{3} \cdot 9 = 9\sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32} = ?$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32} = ?$	
$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$	Scoatem factorul de sub radical pentru fiecare termen
$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} =$	Substituim fiecare termen cu numerele determinate

$\sqrt{2}(3 + 2 - 4)$	Scoatem factorul comun $\sqrt{2}$
$\sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$	Calculăm suma coeficienților și aflăm rezultatul final

$$5) -\sqrt{125} + \sqrt{20} + \sqrt{45} = -5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = \sqrt{5}(-5 + 2 + 3) = \sqrt{5} \cdot 0 = 0$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$6) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}(3 - 2 - 4) = \sqrt{3} \cdot (-3) = -3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

**Completează rezolvările:**

$$1) 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 + \square - \square) = \sqrt{2} \cdot \square = \square\sqrt{2}$$

$$2) 9\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - \square\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5}(\square - \square + 2) = \sqrt{5} \cdot \square = \square\sqrt{5}$$

$$3) 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \square(\square - 4 + 2) = \square \cdot \square = \square\sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = ?$$

Scoatem factorul de sub radical pentru fiecare termen:

$$\sqrt{12} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{\square}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = \square\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = 4\sqrt{\square}$$

Substituim fiecare termen cu numerele determinate:

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{\square} + \square\sqrt{3} - 4\sqrt{\square} = \square(\square + \square - \square) = \sqrt{3} \cdot \square = \square\sqrt{3}$$

$$5) \sqrt{80} + \sqrt{180} = \square\sqrt{5} + \square\sqrt{5} = \sqrt{5}(\square + \square) = \square \cdot \square = \square\square$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$$

$$6) \sqrt{90} - \sqrt{40} + \sqrt{160} = \square\sqrt{10} - \square\sqrt{10} + \square\sqrt{\square} = \square(3 - \square + \square) = \square \cdot \square = 5\sqrt{\square}$$

$$\sqrt{90} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{10} = \square\sqrt{\square}$$

$$\sqrt{40} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{10}$$

$$\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = 4\sqrt{\square}$$

**Exersează. Redu la o formă mai simplă expresiile:**

1)  $-2\sqrt{7} + 9\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

6)  $\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$

2)  $6\sqrt{11} + 8\sqrt{11} - 20\sqrt{11}$

7)  $\sqrt{12} - \sqrt{75}$

3)  $-3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + \sqrt{10}$

8)  $\sqrt{99} - \sqrt{44}$

4)  $2\sqrt{17} - 10\sqrt{17} - 4\sqrt{17}$

9)  $\sqrt{27} + \sqrt{48}$

5)  $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48}$

10)  $\sqrt{20} - \sqrt{45}$

**6) Raționalizarea numitorului fracției de forma  $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ .**

**( Reamintim:  $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$  )**

**Exemple rezolvate:**

a)  $\frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$ .

b)  $\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ .

c)  $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = \frac{10^{(:5)\sqrt{5}}}{5^{(:5)}} = \frac{2\sqrt{5}}{1} = 2\sqrt{5}$ .

d)  $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = \frac{8^{(:2)\sqrt{2}}}{2^{(:2)}} = \frac{4\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}$ .

e)  $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = \frac{6^{(:3)\sqrt{3}}}{3^{(:3)}} = \frac{2\sqrt{3}}{1} = 2\sqrt{3}$ .

f)  $\frac{21}{\sqrt{7}} = \frac{21}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{21\sqrt{7}}{7} = \frac{21^{(:7)\sqrt{7}}}{7^{(:7)}} = \frac{3\sqrt{7}}{1} = 3\sqrt{7}$ .

**Completează rezolvările:**

a)  $\frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}$ .

b)  $\frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{\square}{\sqrt{14}} \cdot \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}$ .

c)  $\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{\square^{(:3)\sqrt{\square}}}{\square^{(:3)}} = \frac{4\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}$ .

d)  $\frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}$ .

e)  $\frac{11}{\sqrt{6}} = \frac{11}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}$ .

f)  $\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{15^{(:5)\sqrt{\square}}}{\square^{(:5)}} = \frac{3\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}$ .

$$g) \frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{14(\cdot\square)\sqrt{\square}}{\square(\cdot\square)} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$h) \frac{21}{\sqrt{3}} = \frac{21}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{21(\cdot\square)\sqrt{\square}}{\square(\cdot\square)} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$i) \frac{15}{\sqrt{6}} = \frac{15}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{15(\cdot\square)\sqrt{\square}}{\square(\cdot\square)} = \square\sqrt{\square}.$$

$$j) \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$k) \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}.$$

**Exersează. Raționalizează numitorul fracției:**

1)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

6)  $\frac{9}{\sqrt{3}}$

11)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

2)  $\frac{3}{\sqrt{3}}$

7)  $\frac{20}{\sqrt{5}}$

12)  $\frac{6}{\sqrt{2}}$

3)  $\frac{5}{\sqrt{5}}$

8)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$

13)  $\frac{42}{\sqrt{7}}$

4)  $\frac{12}{\sqrt{2}}$

9)  $\frac{4}{\sqrt{2}}$

14)  $\frac{20}{\sqrt{8}}$

5)  $\frac{25}{\sqrt{5}}$

10)  $\frac{18}{\sqrt{6}}$

15)  $\frac{4}{\sqrt{6}}$

### 7) Aflarea valorii unei expresii ce conține radicali:

**Exerciții rezolvate:**

1)  $\sqrt{2}(5 + 2\sqrt{8}) - \sqrt{50} = ?$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\sqrt{2}(5 + 2\sqrt{8}) - \sqrt{50}$	
$\sqrt{2} \cdot 5 + \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{8} - \sqrt{50}$	Deschidem parantezele după regula: $a(b + c) = ab + ac$
$\boxed{\sqrt{2} \cdot 5} + \boxed{\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{8}} - \boxed{\sqrt{50}}$ <p>1) <math>\sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2}</math></p> <p>2) <math>\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{8} = 2 \cdot (\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}) = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 8} = 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8</math></p> <p>3) <math>\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}</math></p>	Pentru fiecare termen al expresiei efectuăm calculele respective

$5\sqrt{2} + 8 - 5\sqrt{2}$	Revenim la exercițiu și continuăm calculele
$5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8 = 0 + 8 = 8$	Reducem radicalii asemenea și calculăm rezultatul final

$$2) \sqrt{3}(4 - \sqrt{12}) - \sqrt{48} = \sqrt{3} \cdot 4 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{48}$$

$$\sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Revenim la exercițiu și continuăm calculele:

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(4 - \sqrt{12}) - \sqrt{48} &= \sqrt{3} \cdot 4 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{48} = \\ &= 4\sqrt{3} - 6 - 4\sqrt{3} = \\ &= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 6 = 0 - 6 = -6. \end{aligned}$$

Completează rezolvarea după modelul de mai sus:

$$3) \sqrt{3}(5 + 2\sqrt{27}) - \sqrt{75} = ?$$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\sqrt{3}(5 + 2\sqrt{27}) - \sqrt{75}$	
$\sqrt{3} \cdot \square + \sqrt{3} \cdot \square - \sqrt{75}$	Deschidem parantezele după regula: $a(b + c) = ab + ac$
$\sqrt{3} \cdot \square + \sqrt{3} \cdot \square - \sqrt{75}$ 1) $\sqrt{3} \cdot \square = \square \sqrt{3}$ 2) $\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{27} = 2 \cdot \sqrt{\square \cdot \square} = 2 \cdot \sqrt{81} =$ $= 2 \cdot \square = \square.$ 3) $\sqrt{75} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = \square \sqrt{3}$	Pentru fiecare termen al sumei efectuăm calculele respective
$\square \sqrt{3} + \square - \square \sqrt{3}$	Revenim la exercițiu și continuăm calculele
$5\sqrt{3} - \square \sqrt{3} + 18 = 0 + \square = \square.$	Reducem radicalii asemenea și calculăm rezultatul final

$$4) \sqrt{5}(3 - \sqrt{20}) - \sqrt{45} = \sqrt{5} \square - \sqrt{\square} \cdot \sqrt{20} - \sqrt{45}$$

$$\bullet \sqrt{5} \cdot \square = \square \sqrt{5}$$

$$\bullet \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{100} = \square$$

$$\bullet \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{5}$$

Revenim la exercițiu și continuăm calculele:

$$\begin{aligned} \sqrt{5}(3 - \sqrt{20}) - \sqrt{45} &= \sqrt{5} \cdot \square - \sqrt{\square} \cdot \sqrt{20} - \sqrt{45} = \\ &= \square \sqrt{5} - \square - \square \sqrt{5} = \\ &= 3\sqrt{5} - \square \sqrt{\square} - \square = 0 - \square = \square . \end{aligned}$$

**Exersează:**

a)  $\sqrt{6}(3 + \sqrt{24}) - \sqrt{54}$

f)  $\sqrt{2}(\sqrt{8} - 2\sqrt{3}) + \sqrt{24}$

b)  $\sqrt{2}(5 + \sqrt{32}) - \sqrt{50}$

g)  $\sqrt{5}(3\sqrt{2} - \sqrt{5}) - \sqrt{300}$

c)  $\sqrt{3}(5 + \sqrt{12}) + \sqrt{75}$

h)  $-3\sqrt{2}(2 + \sqrt{8}) + \sqrt{72}$

d)  $\sqrt{5}(\sqrt{45} - 2) + \sqrt{20}$

i)  $-5\sqrt{2}(2 + \sqrt{8}) + \sqrt{200}$

e)  $\sqrt{3}(-6 + \sqrt{12}) + \sqrt{108}$

j)  $\sqrt{3}(15 + 2\sqrt{3}) - 5\sqrt{27}$

### 8) Calcul cu expresii, care conțin radical la numitor.

1) Calculează:  $\frac{9 + \sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$ .

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{9 + \sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = ?$	
$\frac{9 + \sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = \frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$ .	Utilizăm formula $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ („separarea fracțiilor”)
	Efectuăm calculele respective pentru fiecare termen al sumei:
$\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{9^{(3)}\sqrt{3}}{3^{(3)}} = \frac{3\sqrt{3}}{1} = 3\sqrt{3}$ .	Raționalizăm numitorul primei fracții
$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{48 : 3} = \sqrt{16} = 4$ .	Pentru a doua fracție utilizăm formula: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$

$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$	Scoatem factorul de sub radical pentru al treilea termen
$\frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 4 - 3\sqrt{3}.$	Revenim la exercițiu și substituim fiecare termen cu rezultatul determinat
$3\sqrt{3} + 4 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4 = 0 + 4 = 4.$	Reducem radicalii asemenea și calculăm rezultatul final

2) Calculează:  $\frac{12+\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}.$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{12 + \sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48} = ?$	
$\frac{12 + \sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48} = \frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}.$	Utilizăm formula $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ („separarea fracțiilor”)
	Efectuăm calculele respective pentru fiecare termen al sumei:
$\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{12^{(3)}\sqrt{3}}{3^{(3)}} = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3}.$	Raționalizăm numitorul primei fracții
$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{75 : 3} = \sqrt{25} = 5.$	Pentru a doua fracție utilizăm formula: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$
$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$	Scoatem factorul de sub radical pentru al treilea termen
$\frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48} = 4\sqrt{3} + 5 - 4\sqrt{3}.$	Revenim la exercițiu și substituim fiecare termen cu rezultatul determinat
$4\sqrt{3} + 5 - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5 = 0 + 5 = 5.$	Reducem radicalii asemenea și calculăm rezultatul final

### Completează rezolvările:

3) Calculează:  $\frac{10+\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50}$

Rezolvarea	Etapele de rezolvare
$\frac{10 + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = ?$	
$\frac{10 + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = \frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\square}.$	Utilizăm formula $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ („separarea fracțiilor”)
	Efectuăm calculele respective pentru fiecare termen al sumei:
$\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{10\sqrt{\square}}{\square \cdot \sqrt{\square}} = \frac{10^{(:2)}\sqrt{\square}}{\square^{(:2)}} =$ $= \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$	Raționalizăm numitorul primei fracții
$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{\square : \square} = \sqrt{\square} = \square$	Pentru a doua fracție utilizăm formula: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$
$\sqrt{50} = \sqrt{\square \cdot 2} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{2} = \square\sqrt{2}.$	Scoatem factorul de sub radical pentru al treilea termen
$\frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = \square\sqrt{\square} + \square - \square\sqrt{\square}.$	Revenim la exercițiu și substituim fiecare termen cu rezultatul determinat
$5\sqrt{2} + 4 - 5\sqrt{2} = \square\sqrt{\square} - \square\sqrt{\square} + \square =$ $= \square + \square = \square.$	Reducem radicalii asemenea și calculăm rezultatul final

4)  $\frac{6+\sqrt{8}}{\sqrt{2}} - \sqrt{18} = \frac{6}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\square} = 3\sqrt{2} + \square - \square\sqrt{\square} = \square\sqrt{\square} - \square\sqrt{\square} + \square =$   
$$= \square + \square = \square.$$

Calculele pentru fiecare termen al sumei:

- $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{6\sqrt{\square}}{\square} = \frac{6^{(:\square)}\sqrt{\square}}{\square^{(:\square)}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$
- $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\square}{2}} = \sqrt{8 : \square} = \sqrt{\square} = \square$
- $\sqrt{18} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$

**Exersează. Calculează valoarea expresiei:**

$$1) \frac{4+\sqrt{72}}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}$$

$$2) \frac{15+\sqrt{125}}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$$

$$3) \frac{21+\sqrt{28}}{\sqrt{7}} - \sqrt{63}$$

$$4) \frac{12+\sqrt{54}}{\sqrt{6}} - \sqrt{24}$$

$$5) \frac{10+\sqrt{80}}{\sqrt{5}} - \sqrt{20}$$

$$6) \frac{6+\sqrt{96}}{\sqrt{6}} - \sqrt{6}$$

$$7) \frac{6+\sqrt{108}}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$$

$$8) \frac{22+\sqrt{99}}{\sqrt{11}} - \sqrt{44}$$

$$9) \frac{20+\sqrt{128}}{\sqrt{2}} - \sqrt{200}$$

$$10) \frac{9+\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$$