

La festivalul „În jurul lumii” fiecare dintre cele 8 clase ale unui liceu prezintă cultura și tradițiile unei țări, printre care Georgia, Spania și Brazilia. Prezentările sunt incluse în orar în mod aleatoriu. Determinați probabilitatea că prezentările pentru aceste trei țări vor nimeri în orar alături.

Rezolvare:

$A = \{ \text{prezentările pentru aceste trei țări vor fi alături} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$n = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$m = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6$$

$$P(A) = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \overset{3}{6}}{\underset{4}{\cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}} = \frac{3}{28}$$

R/s: $\frac{3}{28}$

n: ○○○○○○○○
8 7 6 5 4 3 2 1

m: ○○○○/○○○○
6 5 3
6 5 4 3 2 1

GSB
GBS
BSG
BGS
SGB
SGB

La terasa unui restaurant sunt 5 mese numerotate cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, iar mesele cu numărul 1 și 2 sunt ocupate. Cinci clienți au intrat simultan pe terasă. Fiecare client se așează în mod aleator la una dintre mesele libere. Determinați probabilitatea că trei clienți se vor așeza la masa cu numărul 5.

Rezolvare:

$A = \{ 3 \text{ clienți vor sta la masa nr. 5} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{40}{243}$$

n: ○○○○○
3 3 3 3 3

$$n = 3^5$$

$$m = C_5^3 \cdot C_2^2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 10 \cdot 2 \cdot 2$$

m: ○○○○○
1 1 1 2 2

Într-o cutie sunt 5 ciocolate cu umplutură de lămâie și o ciocolată cu umplutură de vanilie. În altă cutie este o ciocolată cu umplutură de lămâie și m ciocolate cu umplutură de vanilie. Probabilitatea de a lua la întâmplare din prima cutie 2 ciocolate cu aceeași umplutură este egală cu probabilitatea de a lua la întâmplare din a doua cutie 2 ciocolate cu umpluturi diferite. Determinați valoarea lui m .

Rezolvare:

$A = \{ \text{din I cutie s-au luat 2 ciocolate cu aceeași umplutură} \}$

$B = \{ \text{din II cutie s-au luat 2 ciocolate cu umplutură diferite} \}$

$$P(A) = P(B)$$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$n = C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{\cancel{4!} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6}^3}{\cancel{4!} \cdot 2} = 15$$

$$m = C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2} = 10$$

$$P(B) = \frac{m}{n}$$

$$\begin{aligned} n &= C_{m+1}^2 = \frac{(m+1)!}{2! (m+1-2)!} = \frac{(m+1)!}{2 (m-1)!} \\ &= \frac{\cancel{(m-1)!} \cdot m(m+1)}{2 \cancel{(m-1)!}} = \frac{m(m+1)}{2} \end{aligned}$$

$$m = C_1^1 \cdot C_m^1 = m$$

oo
lv

$$\frac{\cancel{10}^2}{\cancel{15}^3} = \frac{\cancel{m}}{\frac{m(m+1)}{2}}$$

$$\frac{\cancel{2} (m+1)}{\cancel{2}} = 3$$

$$m+1=3$$

$$m=2$$

$$R/s: m=2$$

Un zar se aruncă de 5 ori. Determinați probabilitatea că doar la două aruncări va cădea un număr de puncte divizibil prin 3.

Rezolvare:

$A = \{ \text{doar la două aruncări va cădea un nr. de puncte divizibil prin 3} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 4 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4} \cdot 10}{\cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6}} = \frac{80}{243}$$

$$n = 6^5$$

$$m = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3$$

6 3

00000
d d
2 2 4 4 4

Șapte copii, printre care Ana și Maria, participă la un maraton. Copiii ajung la linia de finis în diferite momente de timp. Determinați probabilitatea că Ana va ajunge la linia de finis următoarea după Maria.

Rezolvare:

$A = \{ \text{Ana ajunge la finis după Maria} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{7}$$

$$n = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$m = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

n: 0000000
7 6 5 4 3 2 1

m: 0000000
6 5 4 3 2 1

R/s: $\frac{1}{7}$

Cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6 se formează numere de cinci cifre. Determinați probabilitatea că cifrele unui număr format la întâmplare nu se repetă, iar suma ultimelor trei cifre este egală cu 13.

Rezolvare:

$A = \{ \text{cifrele unui nr. format nu se repetă, iar suma ultimelor 3 cifre este 13} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{6} \cdot 6} = \frac{1}{108}$$

$$n = 6^5$$

$$m = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$R/s: \frac{1}{108}$$

○○○○○
66666

2 { ○○○○○
652
32(3)2(1)
○○○○○
643
32(3)2(1)

O echipă din trei sportivi se califică pentru etapa următoare, dacă cel puțin doi dintre membrii ei ating performanțele setate. Probabilitatea că fiecare sportiv în parte va atinge performanțele setate este egală cu 0,9. Determinați probabilitatea că echipa se va califica pentru etapa următoare.

Rezolvare:

$A = \{ \text{sportivul își atinge performanțele} \}$

$B = \{ \text{echipa se califică} \}$

$$P(A) = 0,9$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$$

○○○
+ + - [·3]
+ + +

$$P(B) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot 3 + P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) =$$

$$= 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 \cdot 3 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,243 + 0,729 = 0,972$$

$$R/s: 0,972$$

Cinci scrisori cu destinatari diferiți sunt aruncate în mod aleator în cinci cutii poștale ale acestor destinatari, câte una în fiecare cutie. Determinați probabilitatea că doar trei dintre ele vor nimeri la destinatari.

Rezolvare:

$$A = \{ \text{doar 3 dintre ele vor nimeri la destinatari} \}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\cancel{10}}{\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}} = \frac{1}{12}$$

$$n: \begin{array}{c} \text{OOOOO} \\ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \end{array}$$

$$n = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$m: \begin{array}{c} \text{OOOOO} \\ ++ + -- \end{array}$$

$$m = C_5^3 \cdot C_2^2 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

$$R/s: \frac{1}{12}$$

Într-un magazin activează secțiile A, B și C. Pe parcursul unei ore în magazin intră 7 persoane. Fiecare persoană poate intra aleator în una dintre secții. Determinați probabilitatea că 3 persoane intră în secția A, 2 persoane intră în secția B și 2 persoane intră în secția C.

Rezolvare:

$$A = \{ 3 \text{ pers. intră în A, } 2 \text{ p. în B, } 2 \text{ p. în C} \}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{35 \cdot \cancel{6}^2}{\cancel{3 \cdot 3}^6} = \frac{70}{729}$$

$$n: \begin{array}{c} \text{OOOOOOO} \\ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \end{array}$$

$$n = 3^7$$

$$m = C_7^3 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 35 \cdot 6$$

$$m: \begin{array}{c} \text{OOOOOOO} \\ A \ A \ A \ B \ B \ C \ C \end{array}$$

$$R/s: \frac{70}{729}$$

Cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6 se formează la întâmplare un număr de patru cifre. Determinați probabilitatea că cifrele numărului format nu se repetă și primele trei cifre sunt impare.

Rezolvare:

$A = \{ \text{cifrele nr. format nu se repetă și primele 3 cifre sunt impare} \}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{72}$$

$$n = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$m = 3 \cdot 2 \cdot 3$$

$$n: \begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

$$m: \begin{array}{cccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

135

$$R/s: \frac{1}{72}$$

Într-o clasă cu 22 de elevi sunt două fete gemene. Clasa se împarte în mod aleator în două subgrupuri cu același număr de elevi. Determinați probabilitatea că gemenele vor nimeri în aceeași subgrupă.

Rezolvare:

$A = \{ \text{gemenele vor nimeri în aceeași subgrupă} \}$

$$\begin{array}{cc} & 22 \\ \swarrow & \searrow \\ 2g & 20 \end{array}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10}{21}$$

$$n = C_{22}^{11}$$

$$m = C_2^2 \cdot C_{20}^9 \cdot 2$$

$$I \text{ sub } \begin{array}{cccccccccccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ gg & & & & & & & & & & & & & & & \end{array}$$

II sub .

$$R/s: \frac{10}{21}$$