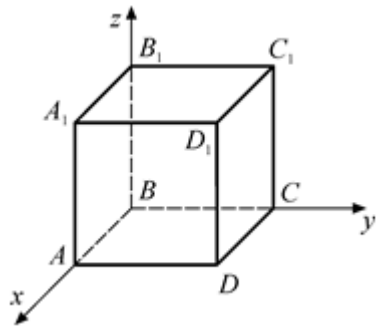


Метод координат в пространстве

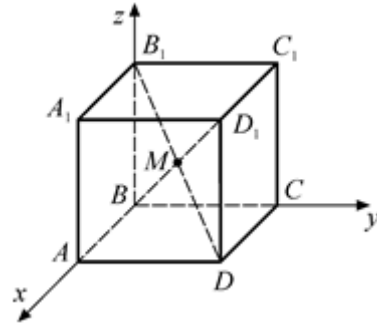
ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ
В ПРОСТРАНСТВЕ

Найдите координаты всех вершин многогранника.

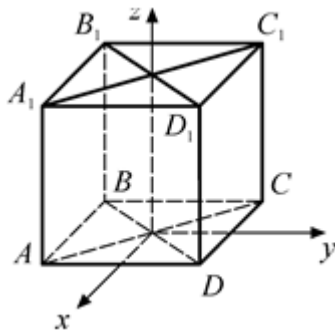
1. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб,
 $A(10; 0; 0)$.



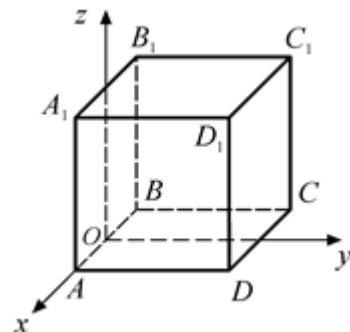
2. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб,
 $BD_1 \cap DB_1 = M, M(1; 1; 1)$.



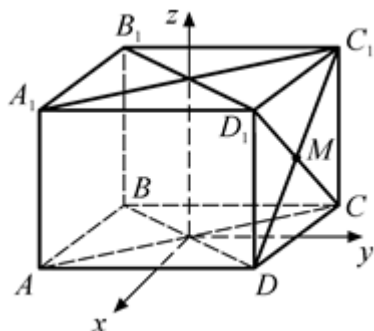
3. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб,
 $D(2; 2; 0)$.



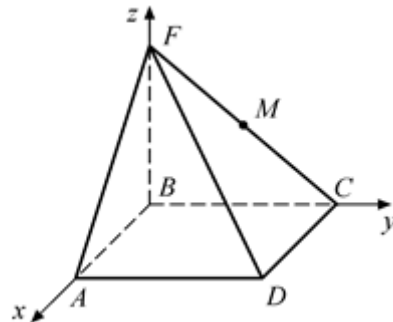
4. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб,
 $AO = OB, C(-2; 4; 0)$.



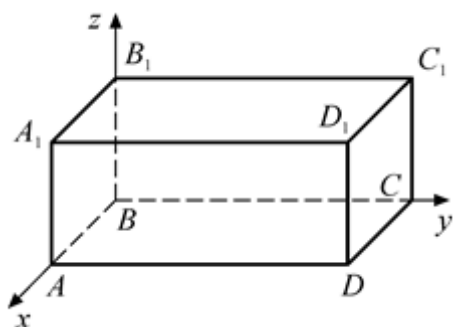
5. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ –
прямоугольный параллелепипед,
 $ABCD$ – квадрат, $DC_1 \cap D_1C = M, M(0; 2; 3)$.



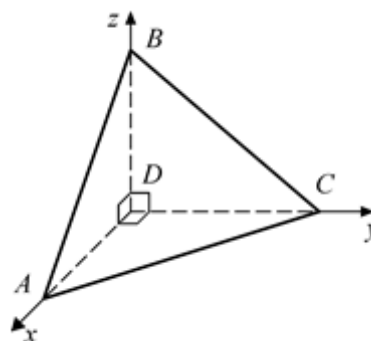
6. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $FM = MC, M(0; 1; 2)$.



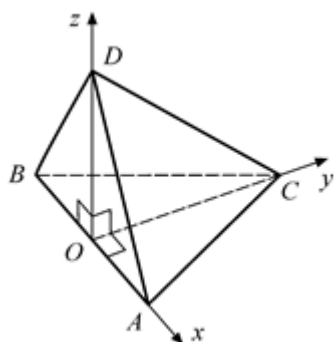
7. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ –
 прямоугольный параллелепипед,
 $AB = 3, BC = 4, AA_1 = 1$.



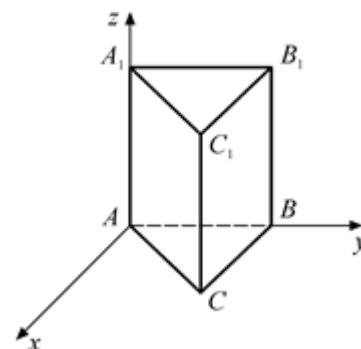
8. Дано: $AB = BC = AC = 10\sqrt{2}$.



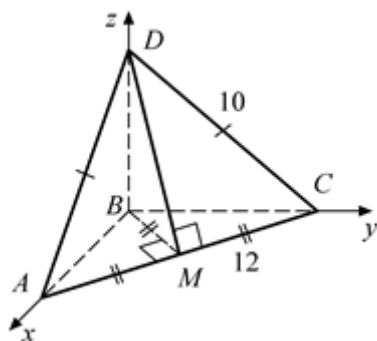
9. Дано: $(ABC) \perp (ABD)$,
 $AB = BC = AC = BD = AD = 4$.



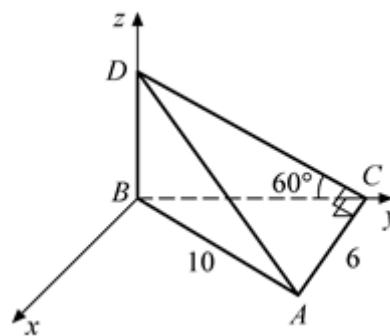
10. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = 4, AA_1 = 3$.



11. Дано: $AD = DC = 10, AC = 12$,
 $BM \perp AC$.



12. Дано: $AB = 10, AC = 6$,
 $\angle ACB = 90^\circ, \angle DCB = 60^\circ$.



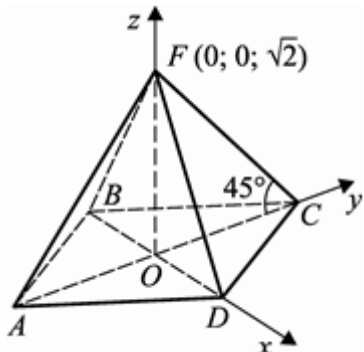
Прямоугольная система координат в пространстве

1. $A (10; 0; 0), B (0; 0; 0), C (0; 10; 0), D (10; 10; 0),$
 $A_1 (10; 0; 10), B_1 (0; 0; 10), C_1 (0; 10; 10), D_1 (10; 10; 10).$
2. $A (2; 0; 0), B (0; 0; 0), C (0; 2; 0), D (2; 2; 0),$
 $A_1 (2; 0; 2), B_1 (0; 0; 2), C_1 (0; 2; 2), D_1 (2; 2; 2).$
3. $A (2; -2; 0), B (-2; -2; 0), C (-2; 2; 0), D (2; 2; 0),$
 $A_1 (2; -2; 4), B_1 (-2; -2; 4), C_1 (-2; 2; 4), D_1 (2; 2; 4).$
4. $A (2; 0; 0), B (-2; 0; 0), C (-2; 4; 0), D (2; 4; 0),$
 $A_1 (2; 0; 4), B_1 (-2; 0; 4), C_1 (-2; 4; 4), D_1 (2; 4; 4).$
5. $A (2; -2; 0), B (-2; -2; 0), C (-2; 2; 0), D (2; 2; 0),$
 $A_1 (2; -2; 6), B_1 (-2; -2; 6), C_1 (-2; 2; 6), D_1 (2; 2; 6).$
6. $A (2; 0; 0), B (0; 0; 0), C (0; 2; 0), D (2; 2; 0), F (0; 0; 4).$
7. $A (3; 0; 0), B (0; 0; 0), C (0; 4; 0), D (3; 4; 0),$
 $A_1 (3; 0; 1), B_1 (0; 0; 1), C_1 (0; 4; 1), D_1 (3; 4; 1).$
8. $A (10; 0; 0), B (0; 0; 10), C (0; 10; 0), D (0; 0; 0).$
9. $A (2; 0; 0), B (-2; 0; 0), C (0; 0; 2\sqrt{3}), D (0; 0; 2\sqrt{3}),$
10. $A (0; 0; 0), B (0; 4; 0), C (2\sqrt{3}; 2; 0), A_1 (0; 0; 3), B_1 (0; 4; 3),$
 $C_1 (2\sqrt{3}; 2; 3).$
11. $A (6\sqrt{2}; 0; 0), B (0; 0; 0), C (0; 6\sqrt{2}; 0), D (0; 0; 2\sqrt{7}).$
12. $A (6; 8; 0), B (0; 0; 0), C (0; 8; 0), D (0; 0; 8\sqrt{3}).$

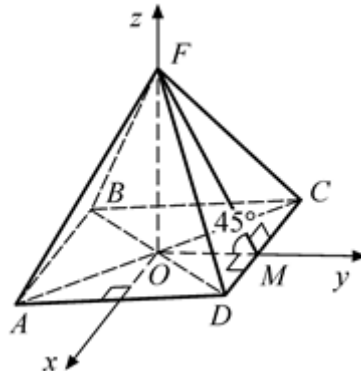
НАХОЖДЕНИЕ КООРДИНАТ ВЕРШИН МНОГОГРАННИКОВ

Найдите координаты всех вершин многогранника.

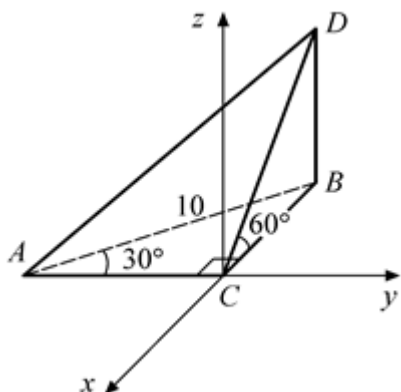
1. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $\angle FCO = 45^\circ$, $F(0; 0; \sqrt{2})$.



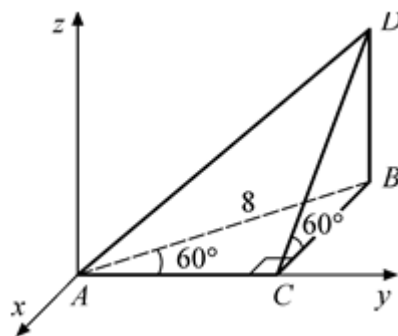
2. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $\angle FDCB = 45^\circ$, $M(0; 6; 0)$.



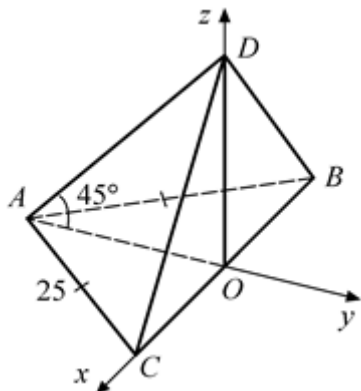
3. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$,
 $AB = 10$, $DB \perp (ABC)$, $\angle DCB = 60^\circ$.



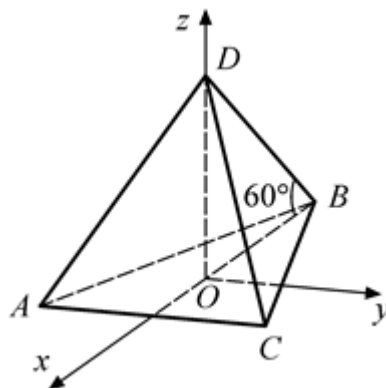
4. Дано: $AB = 8$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\angle BAC = 60^\circ$, $DB \perp (ABC)$,
 $\angle DCB = 60^\circ$.



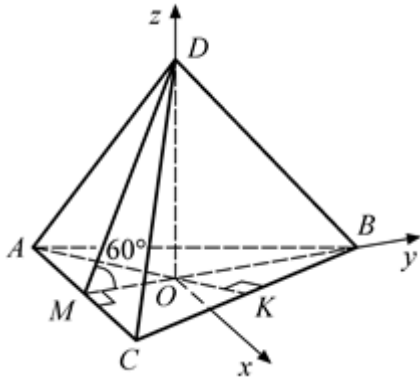
5. Дано: $AB = AC = 25$, $BC = 30$,
 $BO = OC$, $\angle DAO = 45^\circ$.



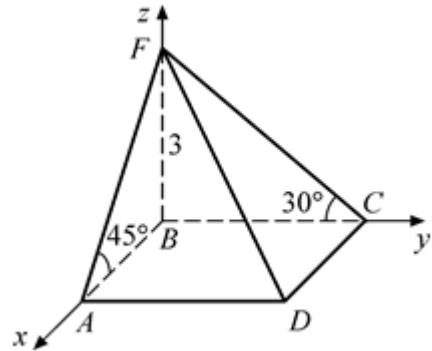
6. Дано: $AB = BC = AC = 6$,
 $\angle DBO = 60^\circ$, O – точка
 пересечения высот $\triangle ABC$.



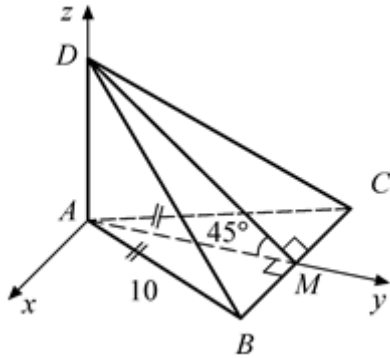
7. Дано: $AB = BC = AC = 6$,
 $AK \perp BC$, $BM \perp AC$, $\angle DMB = 60^\circ$.



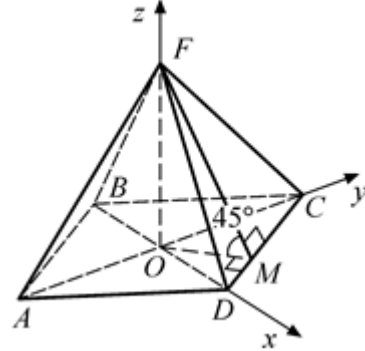
8. Дано: $ABCD$ – прямоугольник,
 $FB \perp (ABC)$, $FB = 3$, $\angle FCDB = 30^\circ$,
 $\angle FADB = 45^\circ$.



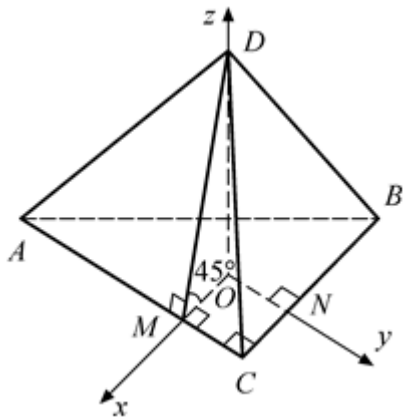
9. Дано: $AB = AC = 10$, $BC = 12$,
 $\angle DBCA = 45^\circ$.



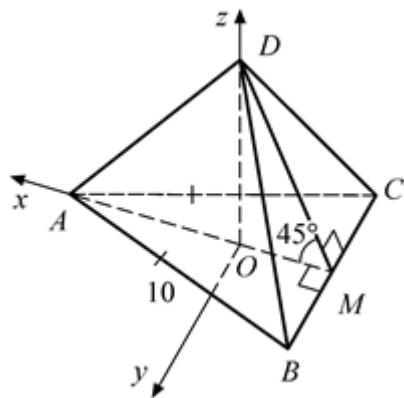
10. Дано: $ABCD$ – ромб, $AC = 8$, $BD = 6$,
 $\angle FDCB = 45^\circ$.



11. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$,
 $CB = 3$, O – центр вписанной
 окружности, $\angle DACB = 45^\circ$.



12. Дано: $AB = AC = 10$, $BC = 12$,
 $\angle DBCA = 45^\circ$, O – центр вписанной
 окружности.



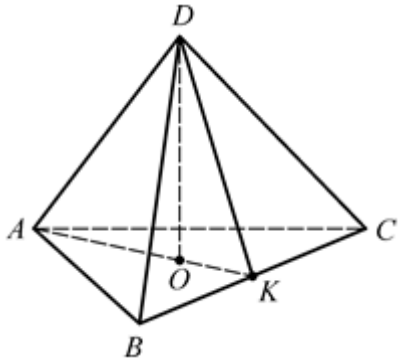
Нахождение координат вершин многогранников

1. $A(0; -\sqrt{2}; 0)$, $B(-\sqrt{2}; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{2}; 0)$, $D(\sqrt{2}; 0; 0)$, $F(0; 0; \sqrt{2})$.
2. $A(6; -6; 0)$, $B(-6; -6; 0)$, $C(-6; 6; 0)$, $D(6; 6; 0)$, $F(0; 0; 6)$.
3. $A(0; -5\sqrt{3}; 0)$, $B(-5; 0; 0)$, $C(0; 0; 0)$, $D(-5; 0; 5\sqrt{3})$.
4. $A(0; 0; 0)$, $B(-4\sqrt{3}; 4; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(-4\sqrt{3}; 4; 12)$.
5. $A(0; -20; 0)$, $B(-15; 0; 0)$, $C(15; 0; 0)$, $D(0; 0; 20)$.
6. $A(\sqrt{3}; -3; 0)$, $B(-2\sqrt{3}; 0; 0)$, $C(\sqrt{3}; 3; 0)$, $D(0; 0; 6)$.
7. $A(-3; -\sqrt{3}; 0)$, $B(0; 2\sqrt{3}; 0)$, $C(3; -\sqrt{3}; 0)$, $D(0; 0; 3)$.
8. $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 0)$, $C(0; 3\sqrt{3}; 0)$, $D(3; 3\sqrt{3}; 0)$, $F(0; 0; 3)$.
9. $A(0; 0; 0)$, $B(6; 8; 0)$, $C(-6; 8; 0)$, $D(0; 0; 8)$.
10. $A(0; -4; 0)$, $B(-3; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(3; 0; 0)$, $F(0; 0; 2,4)$.
11. $A(1; -3; 0)$, $B(-2; 1; 0)$, $C(1; 1; 0)$, $D(0; 0; 1)$.
12. $A(5; 0; 0)$, $B(-3; 6; 0)$, $C(-3; -6; 0)$, $D(0; 0; 3)$.

УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ

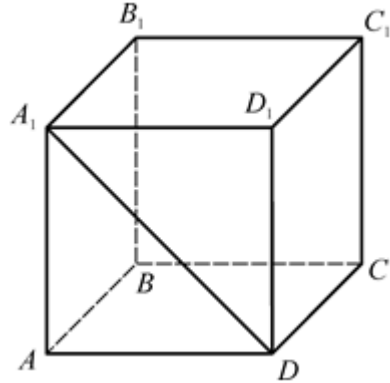
1. Дано: $DABC$ – правильный тетраэдр.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD})$,
 $(\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{AD})$, $(\overrightarrow{DK} \wedge \overrightarrow{BC})$.



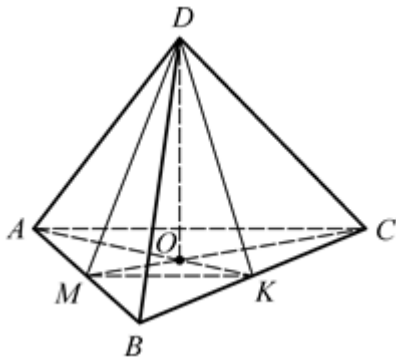
2. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_1 C_1})$,
 $(\overrightarrow{A_1 D} \wedge \overrightarrow{BC})$, $(\overrightarrow{A_1 D} \wedge \overrightarrow{BC_1})$.



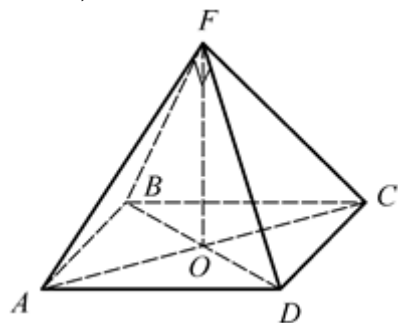
3. Дано: $DABC$ – правильный тетраэдр.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{DO})$,
 $(\overrightarrow{MK} \wedge \overrightarrow{CA})$, $(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{AD})$.



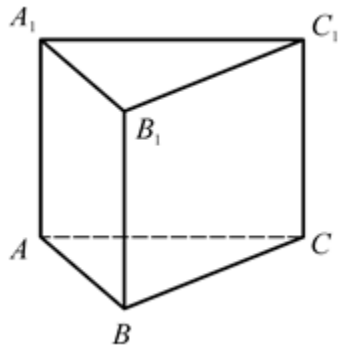
4. Дано: $FABCD$ – правильная пирамида, $\angle BFD = 90^\circ$.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{DB})$,
 $(\overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{CA})$, $(\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{FO})$.



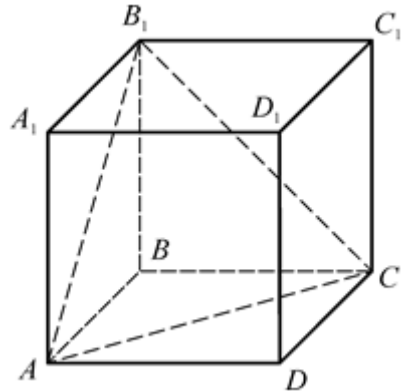
5. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_1C_1})$,
 $(\overrightarrow{AA_1} \wedge \overrightarrow{BC})$, $(\overrightarrow{BB_1} \wedge \overrightarrow{C_1C})$.



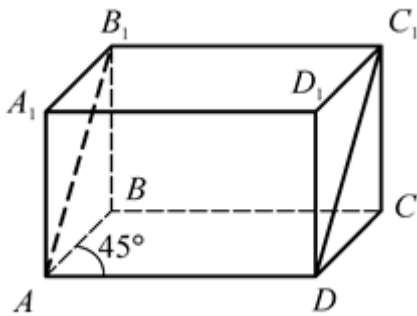
6. Дано: $ABCA_1B_1C_1D_1$ – куб.

Найдите: $(\overrightarrow{AB_1} \wedge \overrightarrow{CB_1})$,
 $(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{CB_1})$, $(\overrightarrow{CB_1} \wedge \overrightarrow{AA_1})$.



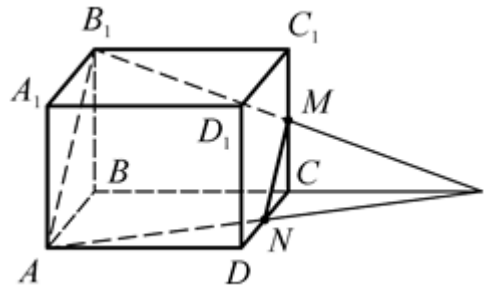
7. Дано: $ABCA_1B_1C_1D_1$ – прямой параллелепипед, $\angle BAD = 45^\circ$.

Найдите: $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{C_1D_1})$,
 $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{D_1A_1})$, $(\overrightarrow{AB_1} \wedge \overrightarrow{DC_1})$.



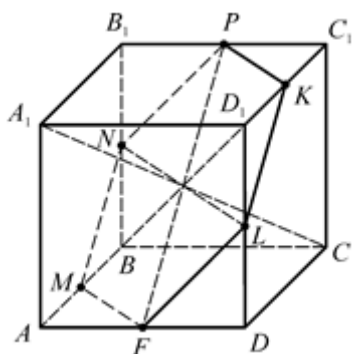
8. Дано: $ABCA_1B_1C_1D_1$ – куб, $CM = MC_1$, $CN = ND$.

Найдите: $(\overrightarrow{AB_1} \wedge \overrightarrow{NM})$,
 $(\overrightarrow{DD_1} \wedge \overrightarrow{MN})$, $(\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{AB_1})$.



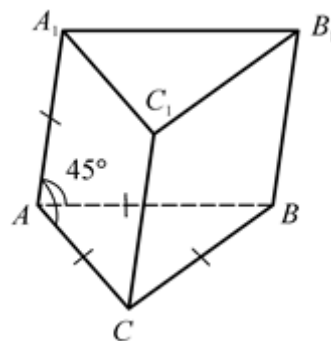
9. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб,
 $AM = MB, BN = NB_1,$
 $B_1 P = PC_1, C_1 K = KD_1,$
 $DL = LD_1, AF = FD.$

Найдите: $(\overline{MF} \wedge \overline{LK}),$
 $(\overline{PF} \wedge \overline{NL}), (\overline{A_1 C} \wedge \overline{PF}).$



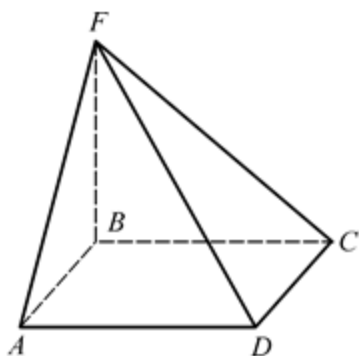
10. Дано: $ABCA_1 B_1 C_1$ – призма,
 $\angle CAA_1 = \angle BAA_1 = 45^\circ,$
 $AB = BC = AC = AA_1.$

Найдите: $(\overline{AC} \wedge \overline{C_1 B_1}),$
 $(\overline{CC_1} \wedge \overline{CB}), (\overline{BA} \wedge \overline{CC_1}).$



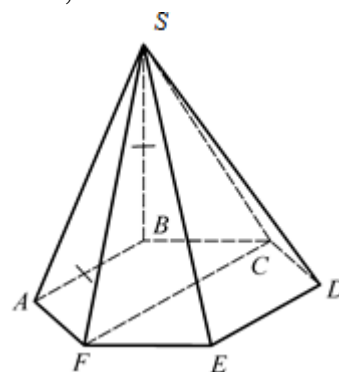
11. Дано: $FABCD$ – пирамида,
 $ABCD$ – квадрат, $FB \perp (ABC).$

Найдите: $(\overline{AD} \wedge \overline{BF}),$
 $(\overline{AC} \wedge \overline{BF}), (\overline{DC} \wedge \overline{FC}).$



12. Дано: $SABCDKF$ – пирамида, $BS \perp (ABC),$
 $BS = AB, ABCDEF$ –
 правильный шестиугольник.

Найдите: $(\overline{BS} \wedge \overline{DE}),$
 $(\overline{SD} \wedge \overline{DE}), \cos (\overline{FS} \wedge \overline{CF}).$



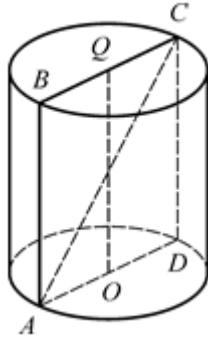
Угол между векторами

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $60^\circ, 120^\circ, 90^\circ$. | 5. $120^\circ, 90^\circ, 180^\circ$. | 9. $120^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. |
| 2. $90^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. | 6. $60^\circ, 120^\circ, 45^\circ$. | 10. $120^\circ, 90^\circ, 135^\circ$. |
| 3. $90^\circ, 180^\circ, 90^\circ$. | 7. $180^\circ, 135^\circ, 0^\circ$. | 11. $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$. |
| 4. $45^\circ, 135^\circ, 90^\circ$. | 8. $0^\circ, 135^\circ, 90^\circ$. | 12. $90^\circ, 90^\circ, -0,75$. |

ЦИЛИНДР, КОНУС, ШАР

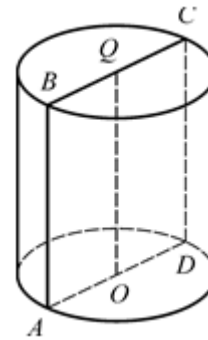
ЦИЛИНДР

1. Дано: $R = 3, H = 8$.
Найдите AC .

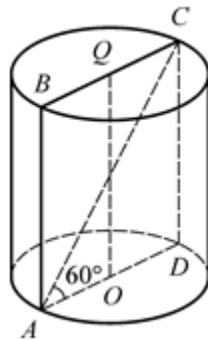


2. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $S_{ABCD} = 12$.

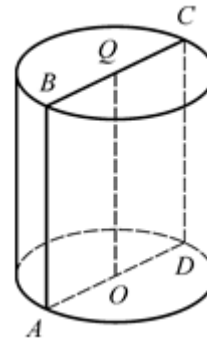
Найдите $\frac{S_{\text{осн}}}{\pi}$.



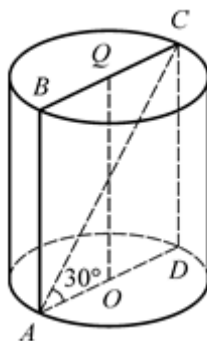
3. Дано: $R = \sqrt{3}, \angle CAD = 60^\circ$.
Найдите H .



4. Дано: $S_{\text{бок}} = 36\pi$.
Найдите S_{ABCD} .

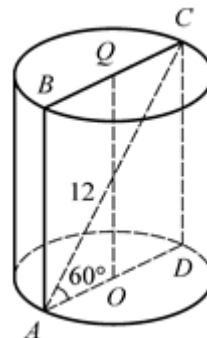


5. Дано: $S_{\text{осн}} = 3\pi, \angle CAD = 30^\circ$.
Найдите H .

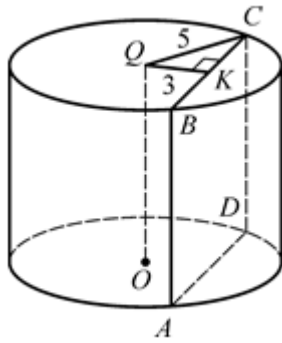


6. Дано: $AC = 12, \angle CAD = 60^\circ$.

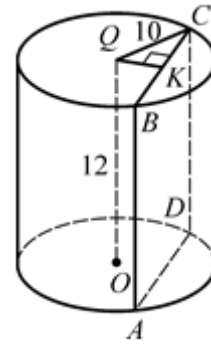
Найдите $\frac{S_{\text{осн}}}{\pi}$.



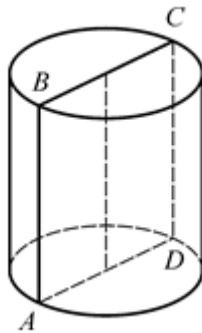
7. Дано: $H = 7$, $R = 5$, $AB \parallel OQ$,
 $QK \perp BC$, $QK = 3$.
 Найдите S_{ABCD} .



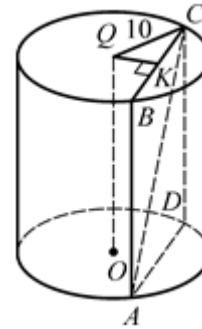
8. Дано: $H = 12$, $R = 10$,
 $AB \parallel OQ$, $AB = BC$, $QK \perp BC$.
 Найдите QK .



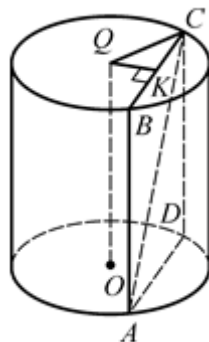
9. Дано: $S_{ABCD} = 6$.
 Найдите $S_{\text{бок.цил.}}$.



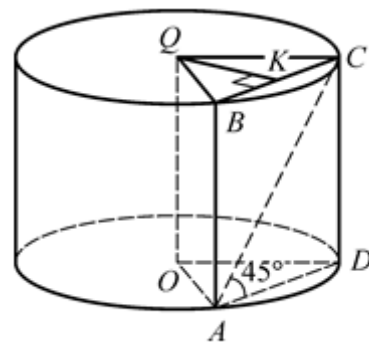
10. Дано: $H = 5$, $R = 10$,
 $AB \parallel OQ$, $AC = 13$, $QK \perp BC$.
 Найдите QK .



11. Дано: $H = 7$, $AB \parallel OQ$,
 $AC = 25$, $QK \perp BC$, $QK = 5$.
 Найдите R .



12. Дано: $R = 13$, $QK \perp BC$,
 $QK = 5$, $\angle CAD = 45^\circ$.
 Найдите H .



Цилиндр

1. 10.

2. 3.

3. 6.

4. 36.

5. 2.

6. 9.

7. 56.

8. 8.

9. 6π.

10. 8.

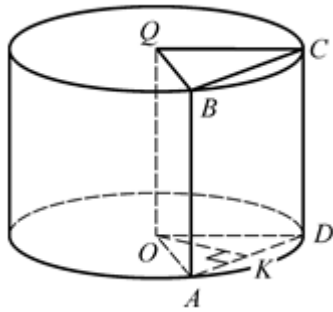
11. 13.

12. 24.

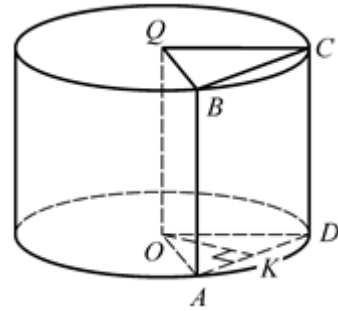
ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Найдите $S_{\text{бок.цил.}}$.

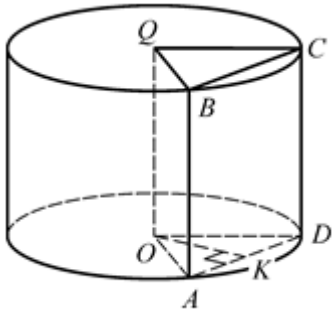
1. Дано: $H = 10$, $\angle AOD = 60^\circ$,
 $OK \perp AD$, $OK = 4\sqrt{3}$.



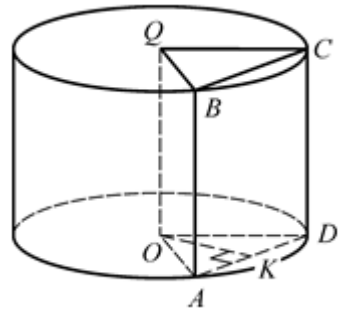
2. Дано: $H = 10$, $\angle AOD = 90^\circ$,
 $OK \perp AD$, $OK = \sqrt{2}$.



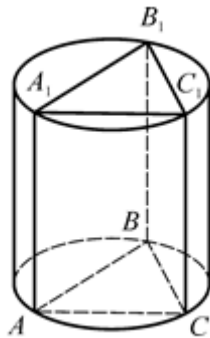
3. Дано: $H = 10$, $\angle AOD = 120^\circ$,
 $OK \perp AD$, $OK = 5$.



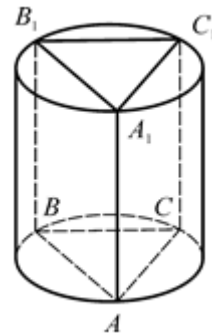
4. Дано: $\angle AOD = 60^\circ$, $OK \perp AD$, $OK = \sqrt{3}$, $S_{ABCD} = 8$.



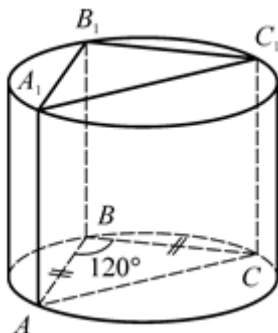
5. Дано: $AC = 8$, $BC = 6$,
 $AB = 10$, $AA_1 = 4$.



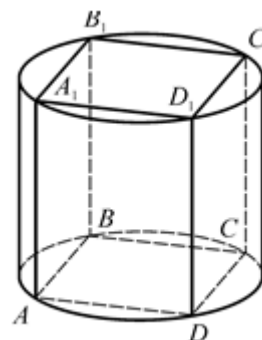
6. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – правильная
 призма, $AB = \sqrt{3}$, $AA_1 = 5$.



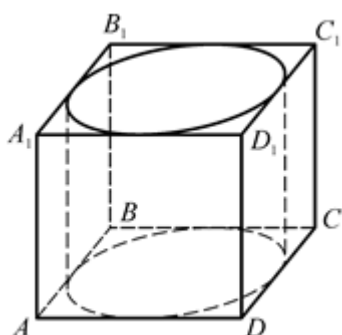
7. Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма, $AB = AC = 6$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA_1 = 10$.



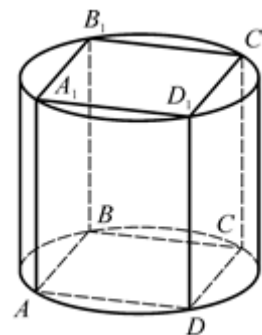
8. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед, $ABCD$ – квадрат, $AB = \sqrt{2}$, $AA_1 = 3$.



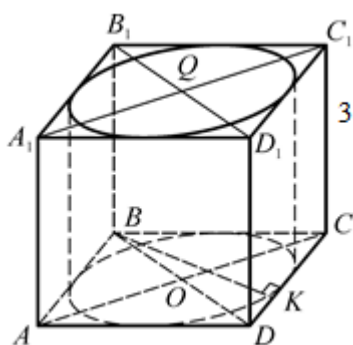
9. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, $AC_1 = 6\sqrt{3}$.



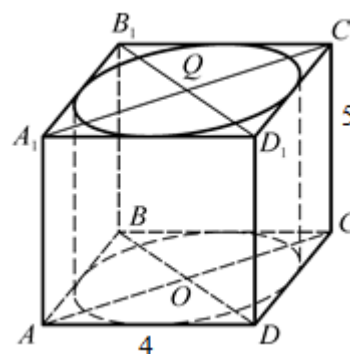
10. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, $AC_1 = 6\sqrt{3}$.



11. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 3$, $ABCD$ – ромб, $BK \perp DC$, $BK = 8$.



12. Дано: $H = 5$, $ABCD$ – ромб, $\angle BAD = 30^\circ$, $AB = 4$.

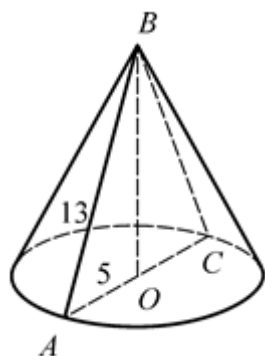


Площадь боковой поверхности цилиндра

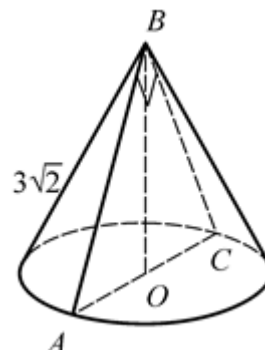
- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|-----------------------|
| 1. 160π . | 4. 16π . | 7. 120π . | 10. $36\sqrt{2}\pi$. |
| 2. 40π . | 5. 40π . | 8. 6π . | 11. 24π . |
| 3. 200π . | 6. 10π . | 9. 36π . | 12. 10π . |

КОНУС

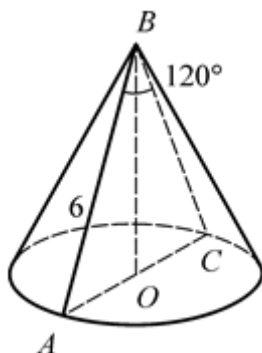
1. Дано: $l = 13, R = 5$.
Найдите H .



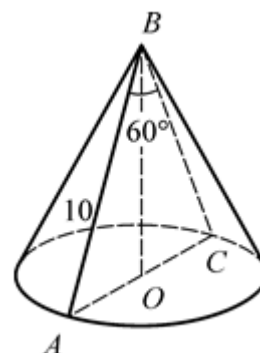
2. Дано: $\angle ABC = 90^\circ, l = 3\sqrt{2}$.
Найдите H .



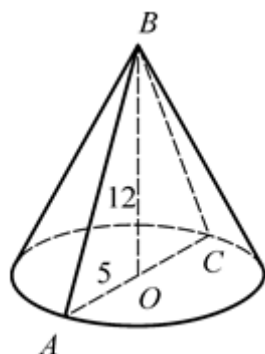
3. Дано: $\angle ABC = 120^\circ, l = 6$.
Найдите H .



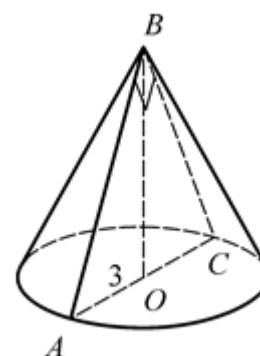
4. Дано: $\angle ABC = 60^\circ, l = 10$.
Найдите R .



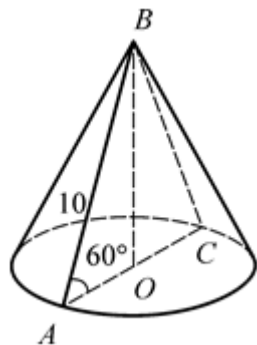
5. Дано: $R = 5, H = 12$.
Найдите l .



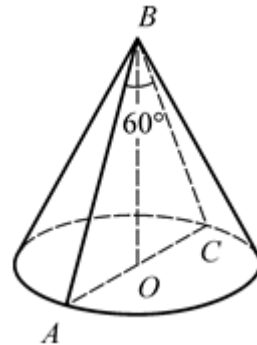
6. Дано: $\angle ABC = 90^\circ, R = 3$.
Найдите S_{ABC} .



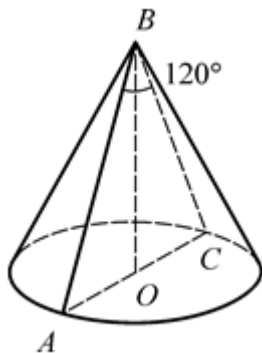
7. Дано: $l = 10$, $\angle BAC = 60^\circ$.
Найдите R .



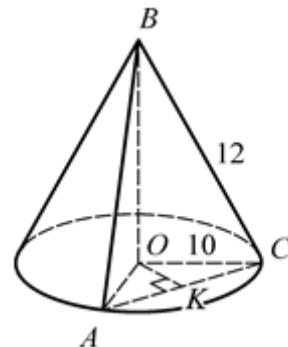
8. Дано: $\angle ABC = 60^\circ$, $S_{ABC} = 16\sqrt{3}$.
Найдите l .



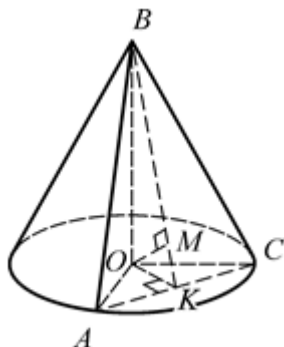
9. Дано: $\angle ABC = 120^\circ$,
 $S_{ABC} = 16\sqrt{3}$.
Найдите l .



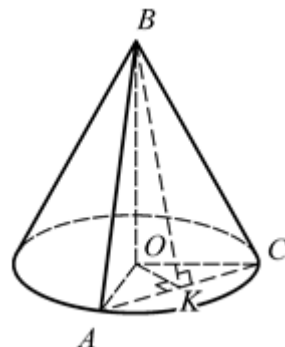
10. Дано: $\triangle ABC$ – равносторонний, $l = 12$, $R = 10$, $OK \perp AC$.
Найдите OK .



11. Дано: $H = 12$, $OK \perp AC$,
 $\angle OKB = 60^\circ$, $OM \perp BK$.
Найдите OM .



12. Дано: $H = 12$, $OK \perp AC$,
 $\angle OKB = 30^\circ$, $\angle AOC = 60^\circ$.
Найдите R .



Конус

1. 12.

2. 3.

3. 3.

4. 5.

5. 13.

6. 9.

7. 5.

8. 8.

9. 8.

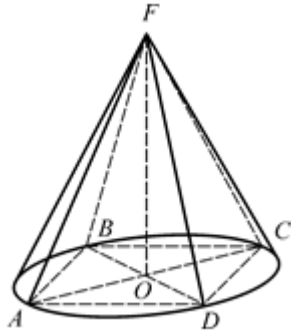
10. 8.

11. 6.

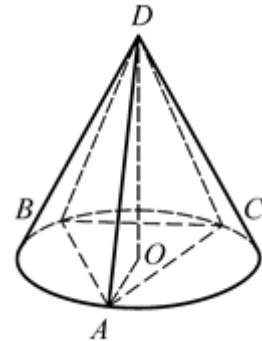
12. 24.

ВПИСАННЫЙ ИЛИ ОПИСАНЫЙ КОНУС

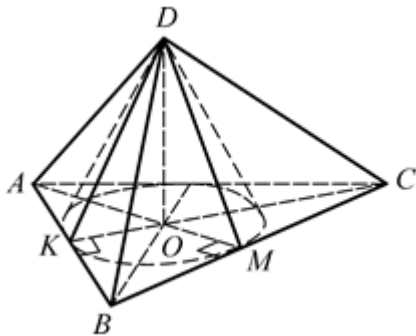
1. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AB = 4\sqrt{2}$, $H = 3$.
 Найдите $S_{\text{бок. кон.}}$.



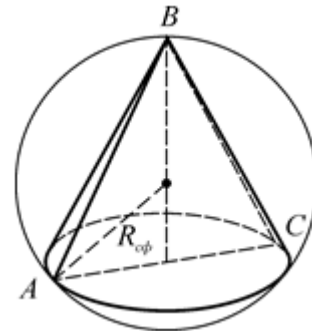
2. Дано: $AB = AC = BC = 3$, $H = 1$.
 Найдите l .



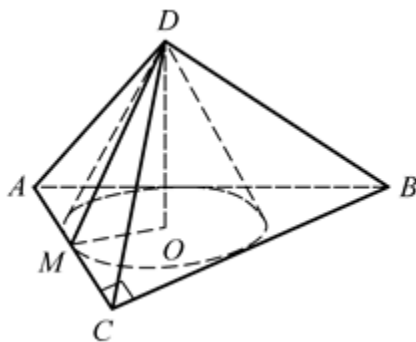
3. Дано: $AB = AC = BC = 6$,
 $DO \perp (ABC)$, $DO = 1$.
 Найдите l .



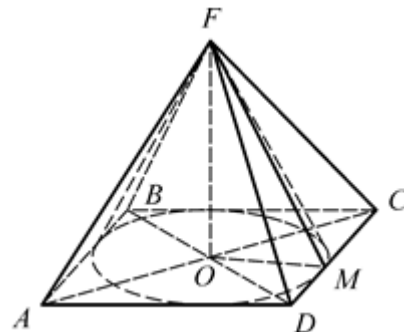
4. Дано: $\angle ABC = 60^\circ$,
 $R_{\text{опис. сферы}} = 6$.
 Найдите $S_{\text{бок. кон.}}$.



5. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$,
 $CB = 4$, $l = \sqrt{5}$.
 Найдите H .



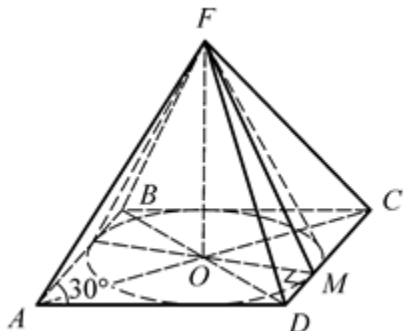
6. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $S_{ABCD} = 64$, $H = 3$.
 Найдите $S_{\text{бок. кон.}}$.



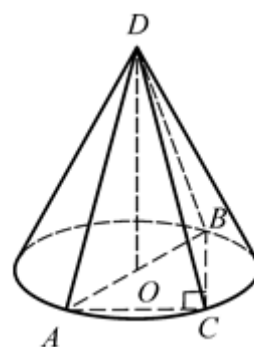
7. Дано: $ABCD$ – ромб, $\angle BAD = 30^\circ$,
 $S_{\text{бок. кон.}} = 20\pi$, $l = 5$.

8. Дано: $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = 6$,
 $BC = 8$, $H = 12$.

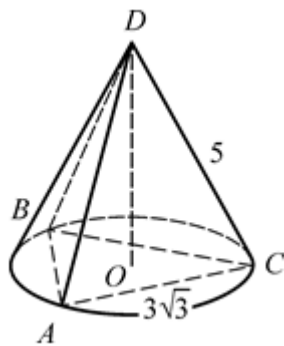
Найдите S_{ABCD} .



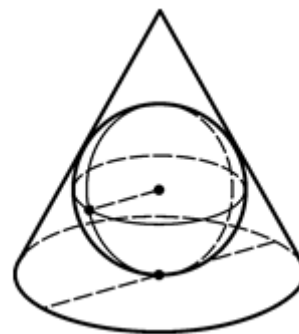
Найдите $S_{\text{бок. кон.}}$.



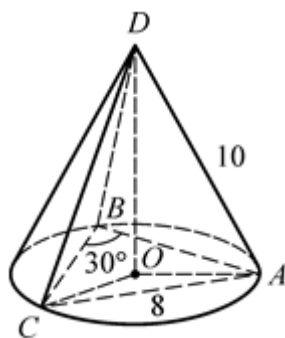
9. Дано: $AB = AC = BC = 3\sqrt{3}$,
 $DC = 5$.
 Найдите H .



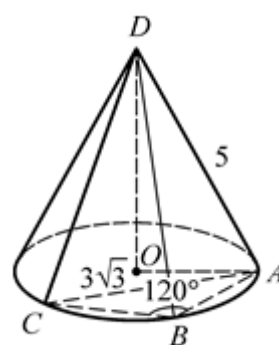
10. Дано: $r_{\text{впис. сферы}} = \sqrt{3}$,
 $H = 3r_{\text{сф.}}$.
 Найдите $S_{\text{бок. кон.}}$.



11. Дано: $AC = 8$, $\angle ABC = 30^\circ$,
 $AD = 10$.
 Найдите $S_{\text{бок. цил.}}$.



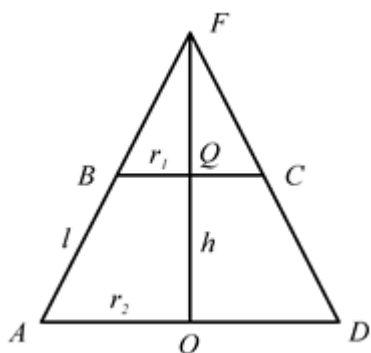
12. Дано: $AC = 3\sqrt{3}$,
 $\angle ABC = 120^\circ$, $AD = 5$.
 Найдите $S_{\text{бок. цил.}}$.



Вписанный или описанный конус

- | | | |
|--------------|---------------------|--|
| 1. 20π . | 5. $2(r = p - c)$. | 9. 4. |
| 2. 2. | 6. 20π . | 10. 18π . |
| 3. 2. | 7. 128. | 11. 80π ($R = 8$ по теореме синусов). |
| 4. 54π . | 8. 65π . | 12. 15π . |

УСЕЧЕННЫЙ КОНУС



AFD – осевое сечение конуса;

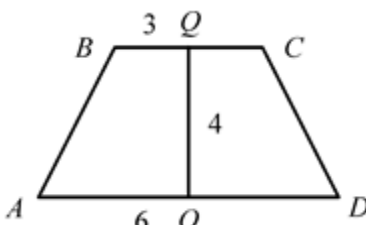
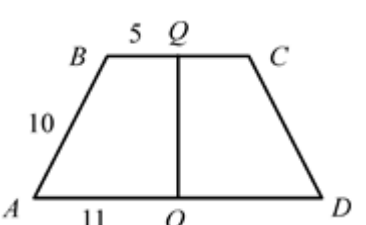
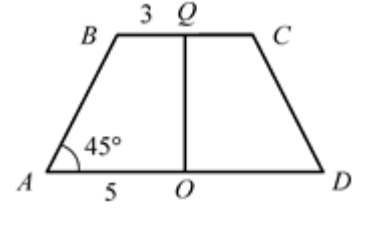
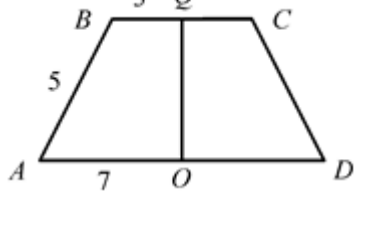
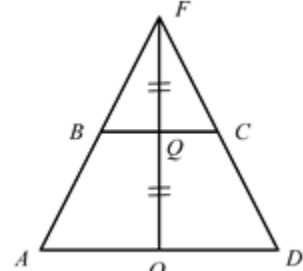
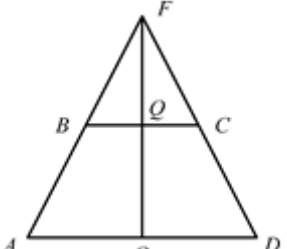
$ABCD$ – осевое сечение усеченного конуса;

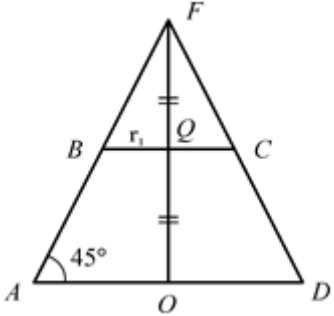
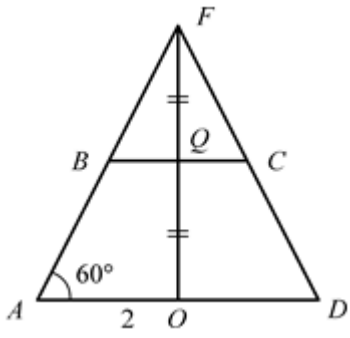
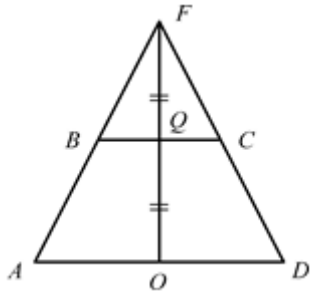
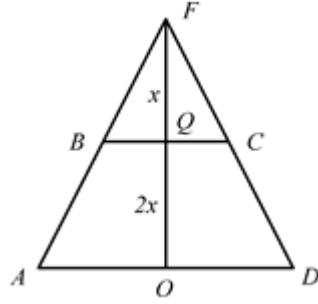
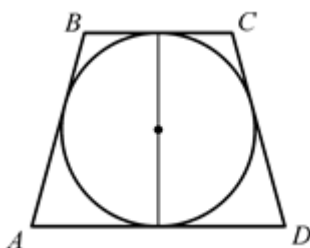
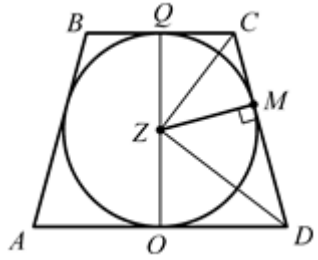
r_1 – радиус верхнего основания усеченного конуса;

r_2 – радиус нижнего основания усеченного конуса;

h – высота усеченного конуса;

l – образующая усеченного конуса.

<p>1. Дано: $r_1 = 3, r_2 = 6, h = 4$. Найдите l.</p> 	<p>2. Дано: $r_1 = 5, r_2 = 11, l = 10$. Найдите h.</p> 
<p>3. Дано: $r_1 = 3, r_2 = 5$, $\angle BAO = 45^\circ$. Найдите h.</p> 	<p>4. Дано: $r_1 = 3, r_2 = 7, l = 5$. Найдите S_{ABCD}.</p> 
<p>5. Дано: $OQ = QF, S_1 = 16\pi$. Найдите r_2.</p> 	<p>6. Дано: $S_1 = 9\pi, S_2 = 36\pi$. Найдите $\frac{OF}{QF}$.</p> 
<p>7. Дано: $OQ = QF$, $S_{\text{бок. усеч}} = 12\pi\sqrt{2}$.</p>	<p>8. Дано: $OQ = QF, r_2 = 2$. Найдите $S_{\text{бок. усеч}}$.</p>

<p>Найдите r_1.</p> 	
<p>9. Дано: $OQ = QF$.</p> <p>Найдите $\frac{S_{\text{бок. усеч}}}{S_{\text{бок}}}$.</p> 	<p>10. Дано: $FQ : QO = 1 : 2$.</p> <p>Найдите $\frac{S_{\text{бок}}}{S_{\text{бок. усеч}}}$.</p> 
<p>11. Дано: в усеченный конус вписана сфера, $l = 5$, $r_2 = 4r_1$. Найдите радиус вписанной сферы.</p> 	<p>12. Дано: в усеченный конус вписана сфера, $r_1 = 9$, $r_2 = 16$. Найдите S_{ABCD}.</p> 

Усеченный конус

1. 5.

4. 30.

7. 2.

10. 1,125.

2. 8.

5. 8.

8. 6π .

11. 2.

3. 2.

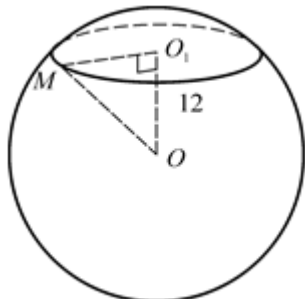
6. 2.

9. 0,75.

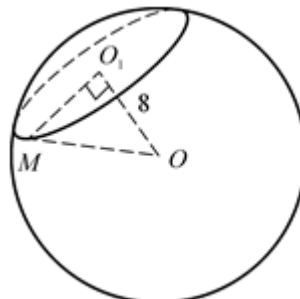
12. 600.

СФЕРА

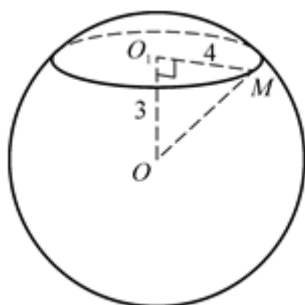
1. Дано: $\alpha \cap W = \omega$, $OO_1 \perp \alpha$,
 $OO_1 = 12$, $S_\omega = 25\pi$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



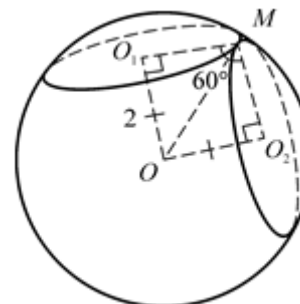
2. Дано: $\alpha \cap W = \omega$, $OO_1 \perp \alpha$,
 $OO_1 = 8$, $C_\omega = 12\pi$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



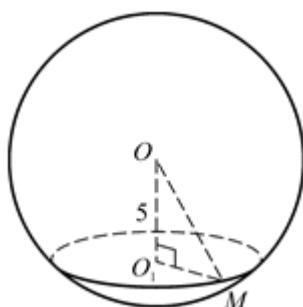
3. Дано: $\alpha \cap W = \omega$, $OO_1 \perp \alpha$,
 $OO_1 = 3$, $r_\omega = 4$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



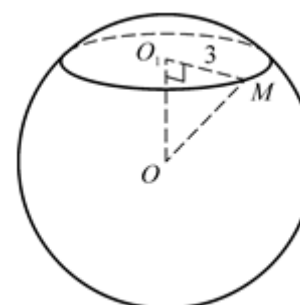
4. Дано: $\alpha \cap W = \omega_1$, $\beta \cap W = \omega_2$, $\omega_1 \cap \omega_2 = M$,
 $OO_1 \perp \alpha$, $OO_2 \perp \beta$, $OO_1 = OO_2 = 2$, $\angle O_1MO_2 = 60^\circ$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



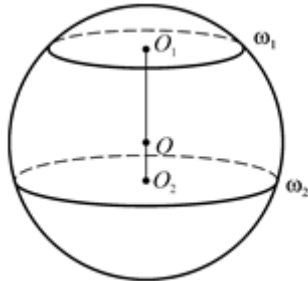
5. Дано: $\alpha \cap W = \omega$, $OO_1 \perp \alpha$,
 $S_{\text{сф}} = 676\pi$, $OO_1 = 5$.
 Найдите r_ω .



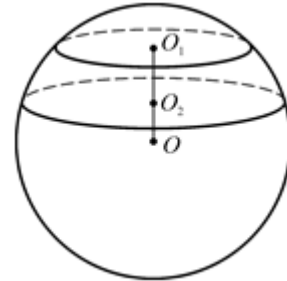
6. Дано: $\alpha \cap W = \omega$, $OO_1 \perp \alpha$,
 $S_{\text{сф}} = 100\pi$, $r_\omega = 3$.
 Найдите $\rho(O, \alpha)$.



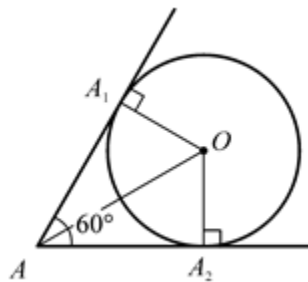
7. Дано: $\alpha_1 \cap W = \omega_1$,
 $S_{\omega_1} = 25\pi$, $\alpha_2 \cap W = \omega_2$,
 $S_{\omega_2} = 144\pi$, $\alpha_1 \parallel \alpha_2$, $O_1O_2 = 17$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



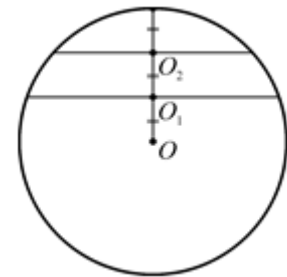
8. Дано: $\alpha_1 \cap W = \omega_1$,
 $C_{\omega_1} = 10\pi$, $\alpha_2 \cap W = \omega_2$,
 $C_{\omega_2} = 24\pi$, $\alpha_1 \parallel \alpha_2$, $O_1O_2 = 7$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



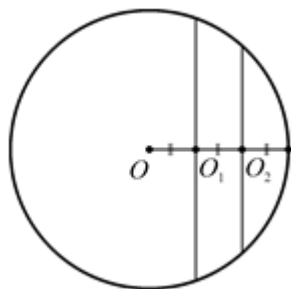
9. Дано: $\alpha_1 \cap W = A_1$,
 $\alpha_2 \cap W = A_2$, $S_{\text{сф}} = 36\pi$,
 $\angle(\alpha_1, \alpha_2) = 60^\circ$, $\alpha_1 \cap \alpha_2 = a$.
 Найдите $\rho(O, a)$.



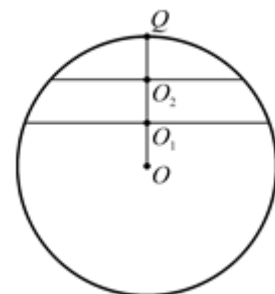
10. Дано: $\alpha_1 \cap W = \omega_1$,
 $\alpha_2 \cap W = \omega_2$, $\alpha_1 \parallel \alpha_2$,
 $OO_1 = O_1O_2 = \frac{1}{3}R_{\text{сф}}$, $S_{\omega_2} = 5\pi$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



11. Дано: $\alpha_1 \cap W = \omega_1$,
 $\alpha_2 \cap W = \omega_2$, $\alpha_1 \parallel \alpha_2$,
 $OO_1 = O_1O_2 = \frac{1}{3}R_{\text{сф}}$, $S_{\text{сф}} = 36\pi$.
 Найдите $S_{\omega_1} + S_{\omega_2}$.



12. Дано: $\alpha_1 \cap W = \omega_1$,
 $\alpha_2 \cap W = \omega_2$, $\alpha_1 \parallel \alpha_2$,
 $OO_1 : O_1O_2 : O_2Q = 1 : 3 : 2$,
 $S_{\omega_1} + S_{\omega_2} = 55\pi$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



Сфера

1. 13.

2. 400π.

3. 100π.

4. 4.

5. 12.

6. 4.

7. 676π.

8. 676π.

9. 6.

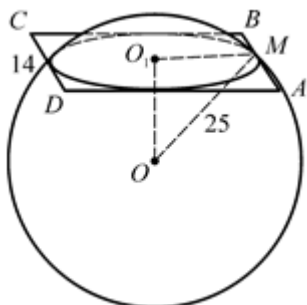
10. 36π.

11. 13π.

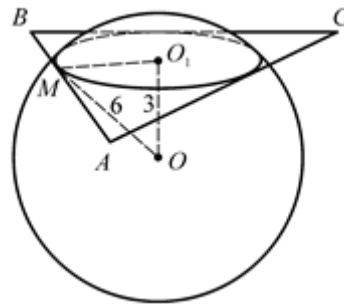
12. 144π.

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ

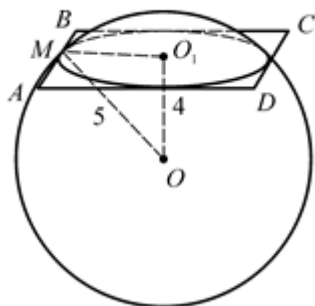
1. Дано: $ABCD$ – квадрат, $AB = 14$, все стороны касаются сферы, $R_{\text{сф}} = 25$.
Найдите $\rho(O, (ABC))$.



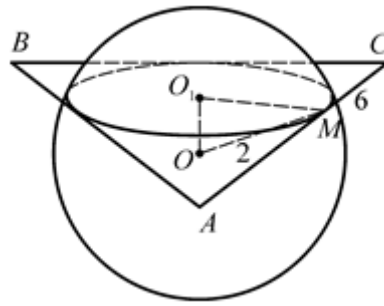
2. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $OO_1 \perp (ABC)$, $OO_1 = 3$, все стороны касаются сферы, $R_{\text{сф}} = 6$.
Найдите AB .



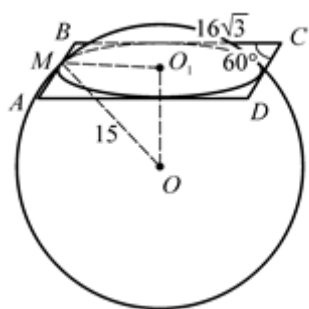
3. Дано: $ABCD$ – квадрат, все стороны касаются сферы, $R_{\text{сф}} = 5$, $OO_1 \perp (ABC)$, $OO_1 = 4$.
Найдите AB .



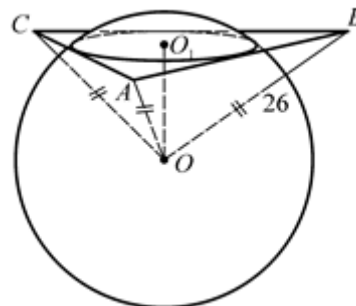
4. Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC = BC = 6$, все стороны касаются сферы, $R_{\text{сф}} = 2$, $OO_1 \perp (ABC)$.
Найдите OO_1 .



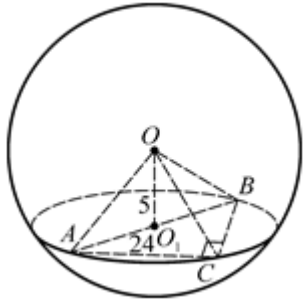
5. Дано: $ABCD$ – ромб, $AB = 16\sqrt{3}$, $\angle BAD = 60^\circ$, все стороны касаются сферы, $R_{\text{сф}} = 15$, $OO_1 \perp (ABC)$.
Найдите OO_1 .



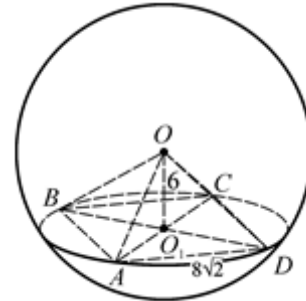
6. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, все стороны касаются сферы, $P_{ABC} = 144\sqrt{3}$, $AO = BO = CO = 26$, $OO_1 \perp (ABC)$.
Найдите OO_1 .



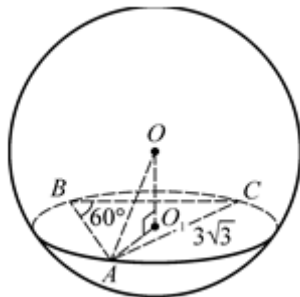
7. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $A \in W, B \in W, C \in W, AB = 24, OO_1$
 $\perp (ABC), OO_1 = 5$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



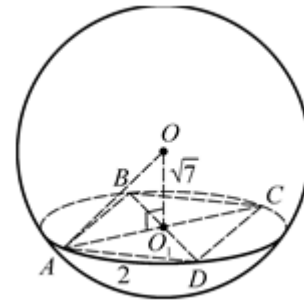
8. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $A \in W, B \in W, C \in W$,
 $AB = 8\sqrt{2}, OO_1 \perp (ABC), OO_1 = 6$.
 Найдите $S_{\text{сф}}$.



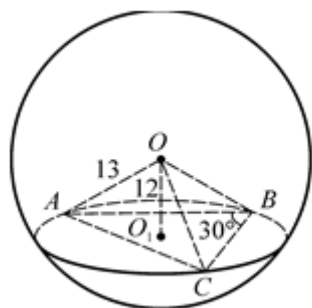
9. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ABC = 60^\circ$,
 $AC = 3\sqrt{3}, A \in W, B \in W$,
 $C \in W, OO_1 \perp (ABC), R_{\text{сф}} = 5$.
 Найдите OO_1 .



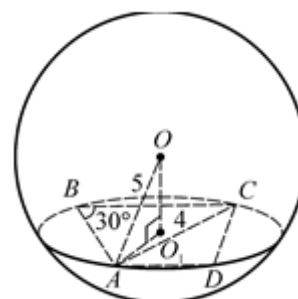
10. Дано: $ABCD$ – ромб, $A \in W$,
 $B \in W, C \in W, AB = 2$,
 $OO_1 \perp (ABC), OO_1 = \sqrt{7}$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



11. Дано: $\triangle ABC$, $A \in W, B \in W$,
 $C \in W, OO_1 \perp (ABC), OO_1 = 12$,
 $R_{\text{сф}} = 13, \angle ABC = 30^\circ$.
 Найдите AC .



12. Дано: $ABCD$ – трапеция,
 $A \in W, B \in W, C \in W, D \in W$,
 $AC = 4, \angle ABC = 30^\circ$,
 $OO_1 \perp (ABC), R_{\text{сф}} = 5$.
 Найдите OO_1 .



Площадь поверхности сферы

1. 24.

2. 18.

3. 6.

4. 1.

5. 9.

6. 10.

7. 676π .

8. 400π .

9. 4.

10. 3.

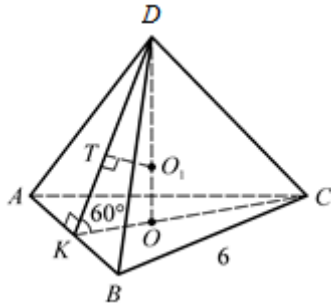
11. 5.

12. 3.

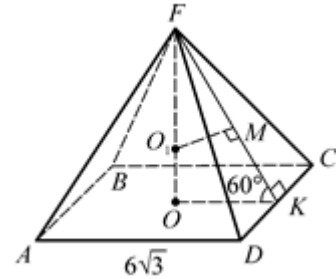
СФЕРА, ВПИСАННАЯ В ПИРАМИДУ

O_1 – центр сферы, вписанной в пирамиду.

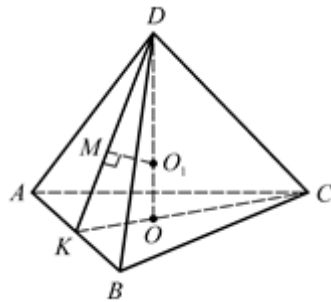
1. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $AB = 6$, $DK \perp AB$, $\angle DKC = 60^\circ$.
Найдите $r_{\text{сф}}$.



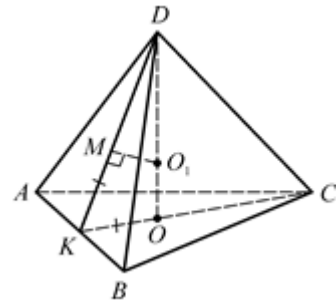
2. Дано: $ABCD$ – квадрат, $AB = 6\sqrt{3}$, $FK \perp DC$, $\angle FKO = 60^\circ$. Найдите $r_{\text{сф}}$.



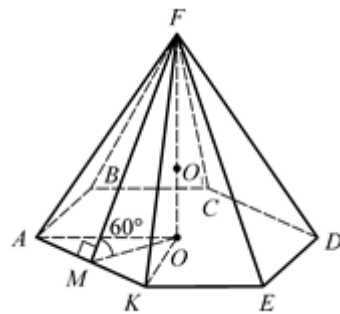
3. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $DO_1 : O_1O = 2 : 1$, M – точка касания вписанной сферы.
Найдите $\angle DKO$.



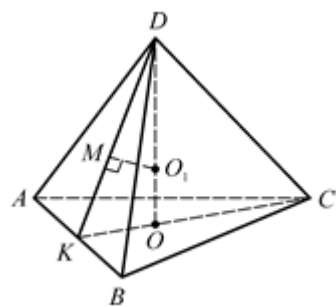
4. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, M – точка касания вписанной сферы, $DM = KO$.
Найдите $\angle DKO$.



5. Дано: $ABCDEK$ – правильный, $S_{\text{осн}} = 6\sqrt{3}$, $FM \perp AK$, $\angle FMO = 60^\circ$. Найдите $r_{\text{сф}}$.

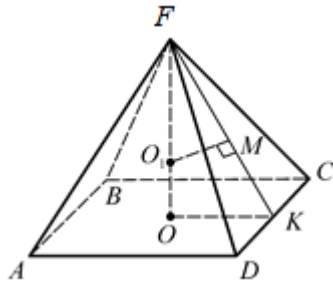


6. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, M – точка касания вписанной сферы, $KM = \sqrt{3}$. Найдите P_{ABC} .

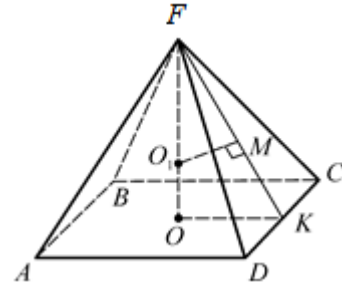


7. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 M – точка касания вписанной
сферы, $\angle OFM = 30^\circ$.

Найдите $\frac{FO_1}{O_1O}$.

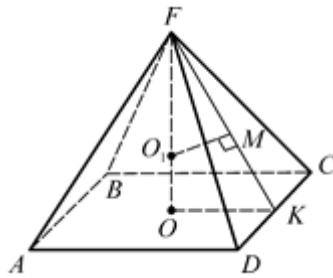


8. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 M – точка касания вписанной
сферы, $P_{ABCD} = 8\sqrt{3}$, $OO_1 = 1$.
Найдите $\angle OKM$.

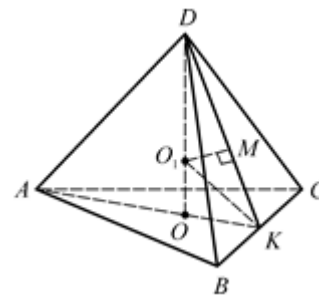


9. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 M – точка касания вписанной
сферы, $AD = 6$, $FK = 5$.

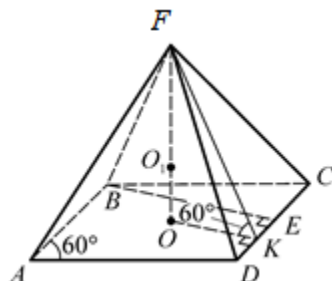
Найдите $r_{\text{сф}}$.



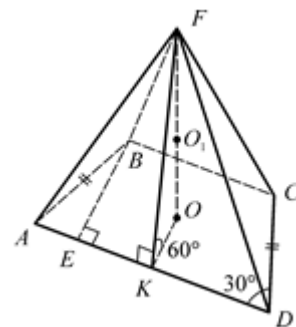
10. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$, M – точка касания
вписанной сферы, $\angle DKO = 30^\circ$.
Найдите DO .



11. Дано: $ABCD$ – ромб,
 $\angle BAD = 60^\circ$, $FK \perp DC$,
 $\angle FKO = 60^\circ$, $S_{\text{впис. сф}} = 64\pi$.
Найдите AD .



12. Дано: $ABCD$ – трапеция,
 $AB = CD$, $\angle BAD = 30^\circ$,
 $S_{\text{впис. сф}} = 4\pi$, $FK \perp AD$,
 $\angle FKO = 60^\circ$. Найдите P_{ABCD} .



Сфера, вписанная в пирамиду

1. 1.

2. 3.

3. 60° .

4. 60° .

5. 1.

6. 18.

7. 2.

8. 60° .

9. 1,5.

10. 1.

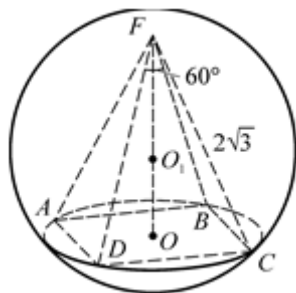
11. 16.

12. $16\sqrt{3}$.

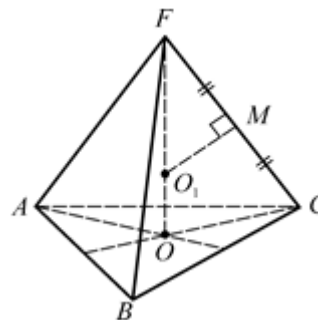
СФЕРА, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ПИРАМИДЫ

O_1 – центр сферы, описанной около пирамиды.

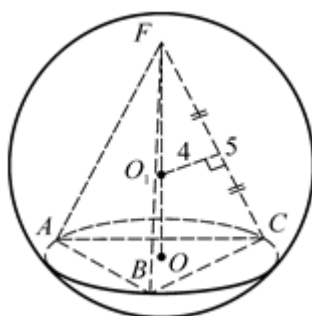
1. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AF = 2\sqrt{3}$, $\angle BFD = 60^\circ$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



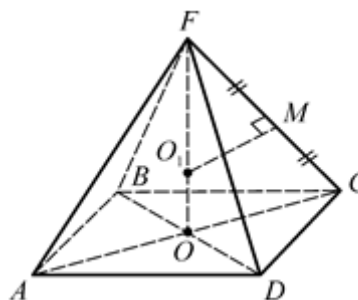
2. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $FO_1 : O_1O = 2 : 1$.
 Найдите $\angle FCO$.



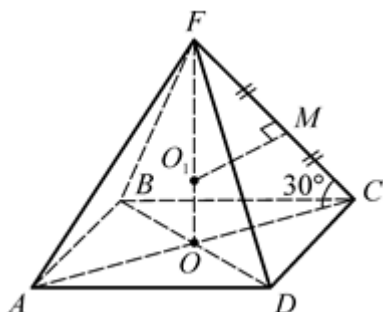
3. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $FC = 5$, $FO = 4$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



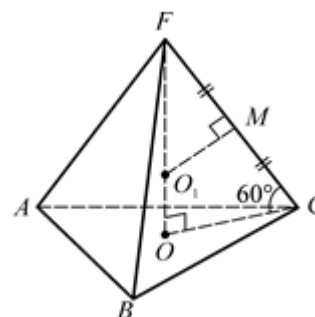
4. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AB = 3\sqrt{2}$, $FC = 5$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



5. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $R_{\text{сф}} = 2$, $\angle FCO = 30^\circ$.
 Найдите FC .



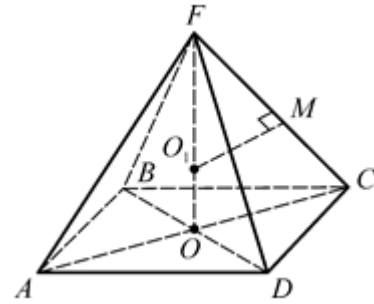
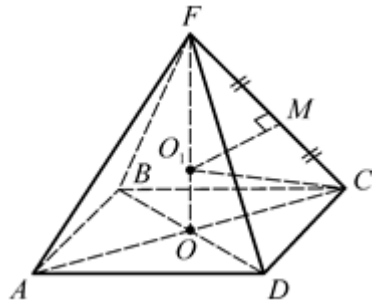
6. Дано: $FO \perp (ABC)$, O – центр описанной около $\triangle ABC$ окружности, $\angle FCO = 60^\circ$, $R_{\text{сф}} = 4$.
 Найдите FC .



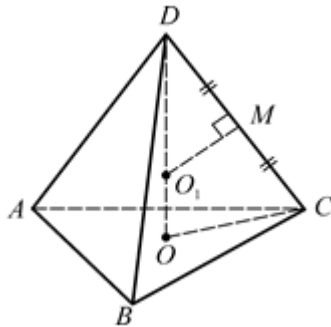
7. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AF = AC$.

8. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AF = AC = 3\sqrt{3}$. Найдите $R_{\text{сф}}$.

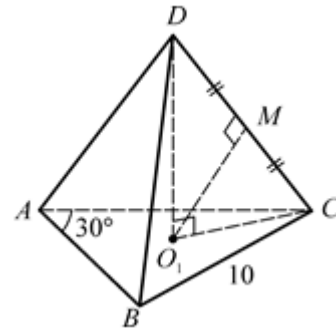
Найдите $\angle FO_1C$.



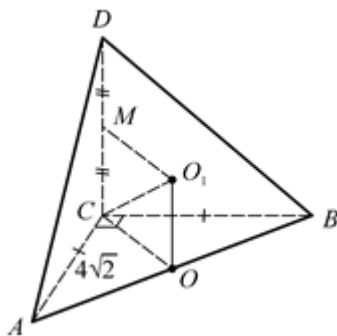
9. Дано: $\triangle ABC$, O – центр описанной вокруг $\triangle ABC$ окружности,
 $DC = 10$.
 Найдите $DO_1 \cdot DO$.



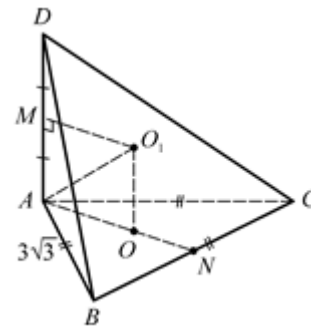
10. Дано: $\triangle ABC$, O_1 – центр описанной вокруг $\triangle ABC$ окружности,
 $BC = 10$, $\angle BAC = 30^\circ$.
 Найдите DO_1 .



11. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $AC = CB = 4\sqrt{2}$, $DC \perp (ABC)$,
 $DC = 6$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



12. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC = AC = 3\sqrt{3}$, $AD = 8$.
 Найдите $R_{\text{сф}}$.



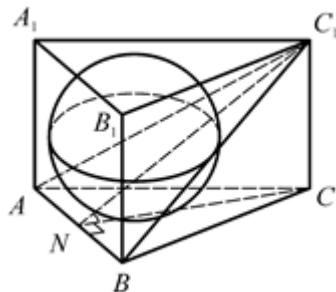
Сфера, описанная около пирамиды

- | | | | |
|---------------------|---------------------|------------------|---------|
| 1. 2. | 4. $\frac{25}{8}$. | 7. 120° . | 10. 10. |
| 2. 60° . | 5. 2. | 8. 3. | 11. 5. |
| 3. $\frac{25}{8}$. | 6. $4\sqrt{3}$. | 9. 50. | 12. 5. |

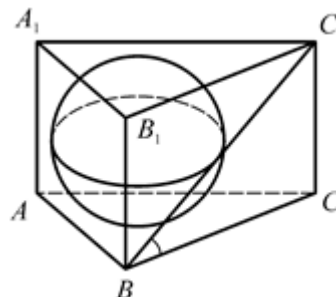
СФЕРА, ВПИСАННАЯ В ПРИЗМУ

Сфера вписана в призму.

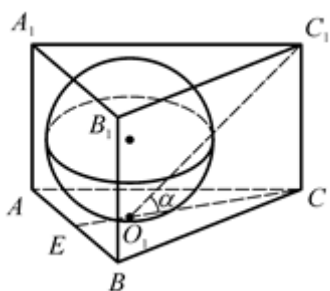
1. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $CN \perp AB$. Найдите $\operatorname{ctg} \angle C_1NC$.



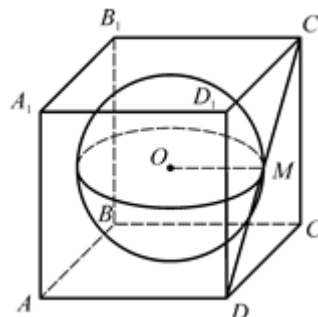
2. Дано: $\triangle ABC$ – правильный. Найдите $\angle C_1BC$.



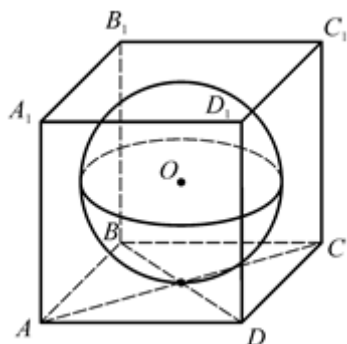
3. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, O_1 – центр ABC . Найдите $\angle C_1O_1C$.



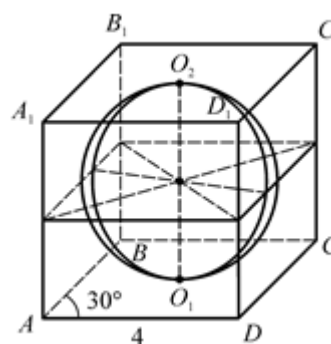
4. Дано: $ABCD$ – квадрат, $DC_1 = 4\sqrt{2}$. Найдите $r_{\text{сф}}$.



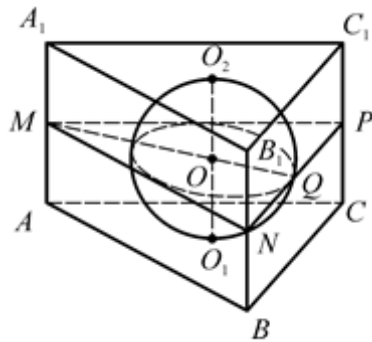
5. Дано: $ABCD$ – ромб, $AC = 12$, $BD = 16$. Найдите $r_{\text{сф}}$.



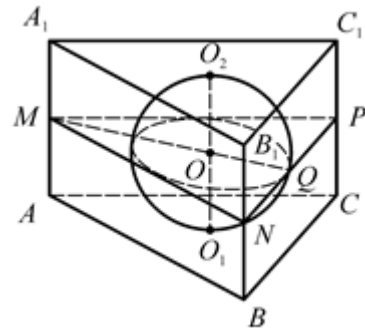
6. Дано: $ABCD$ – ромб, $AD = 4$, $\angle BAD = 30^\circ$. Найдите AA_1 .



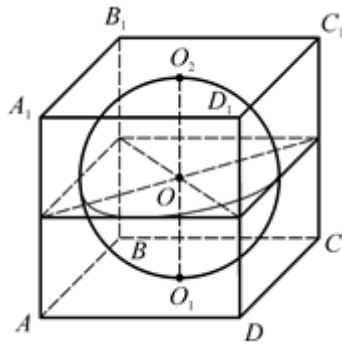
7. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $r_{\text{сф}} = \sqrt{3}$. Найдите AB .



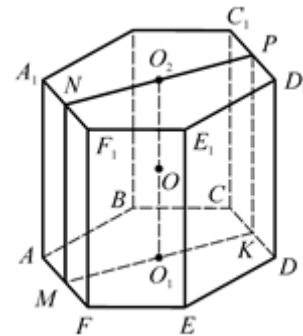
8. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = 12\sqrt{3}$. Найдите AA_1 .



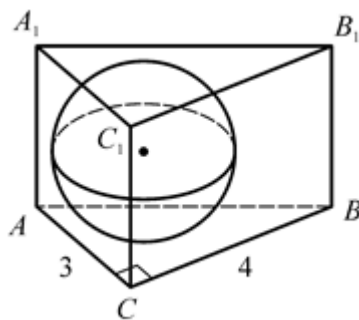
9. Дано: $ABCA_1B_1C_1D_1$ – куб,
 $S_{\text{сф}} = 64\pi$. Найдите $S_{\text{куба}}$.



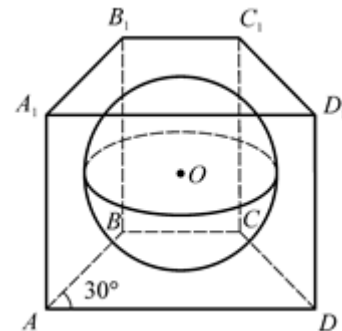
10. Дано: $ABCDEF$ – правильный,
 сумма всех ребер равна $24 + 12\sqrt{3}$.
 Найдите $r_{\text{сф}}$.



11. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $AC = 3$, $BC = 4$. Найдите $r_{\text{сф}}$.



12. Дано: $ABCD$ – трапеция,
 $AB = CD$, $P_{ABCD} = 16$,
 $\angle BAD = 30^\circ$. Найдите $r_{\text{сф}}$.

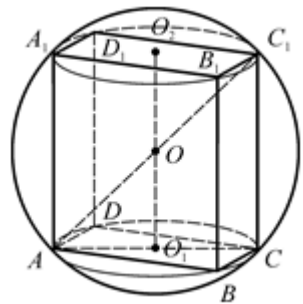
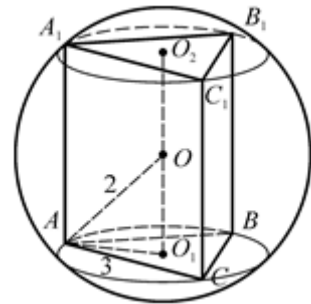
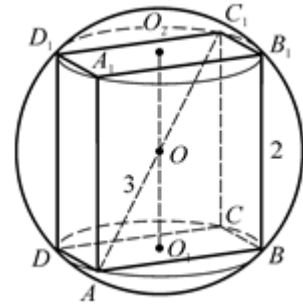
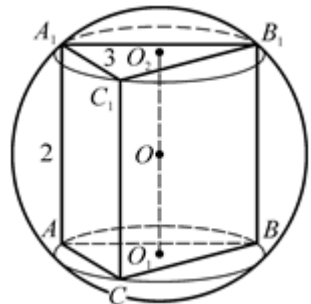
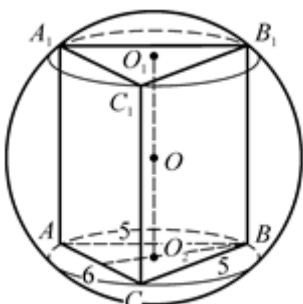
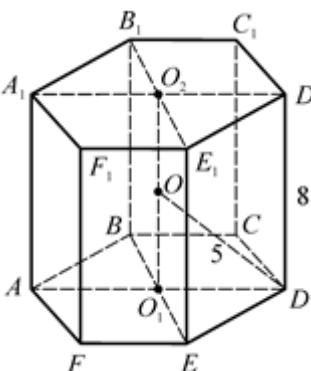


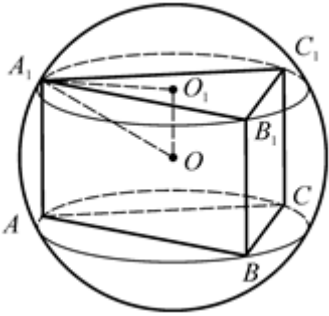
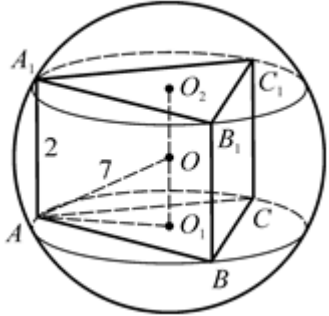
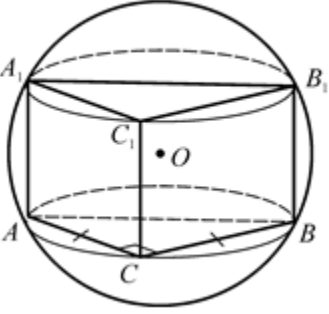
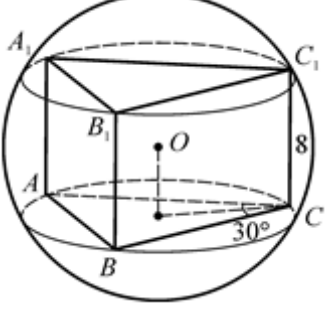
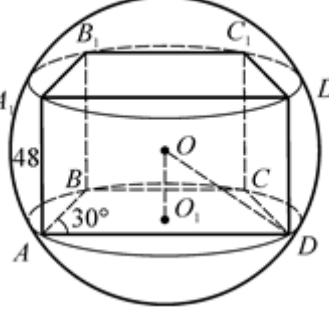
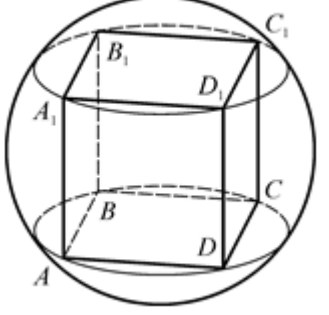
Сфера, вписанная в призму

- | | | | |
|--------------------|---------|---------|------------------|
| 1. $\frac{2}{3}$. | 4. 2. | 7. 6. | 10. $\sqrt{3}$. |
| 2. 30° . | 5. 4,8. | 8. 12. | 11. 1. |
| 3. 45° . | 6. 2. | 9. 384. | 12. 1. |

СФЕРА, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ПРИЗМЫ

Сфера описана около призмы.

<p>1. Дано: $ABCD$ – прямоугольник, $AB = 4\sqrt{2}$, $BC = 2$, $CC_1 = 8$. Найдите $R_{\text{сф}}$.</p> 	<p>2. Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC = BC = 3$, $R_{\text{сф}} = 2$. Найдите AA_1.</p> 
<p>3. Дано: $ABCD$ – квадрат, $R_{\text{сф}} = 3$, $AA_1 = 2$. Найдите AB.</p> 	<p>4. Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC = BC = 3$, $AA_1 = 2$. Найдите $R_{\text{сф}}$.</p> 
<p>5. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC = 5$, $AC = 6$, $AA_1 = \frac{\sqrt{26}}{2}$. Найдите $R_{\text{сф}}$.</p> 	<p>6. Дано: $ABCDEF$ – правильный, $AA_1 = 8$, $R_{\text{сф}} = 5$. Найдите AB.</p> 
<p>7. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $R_{\text{сф}} = 10$, $S_{\text{осн}} = 27\sqrt{3}$.</p>	<p>8. Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $R_{\text{сф}} = 7$, $AA_1 = 2$.</p>

<p>Найдите AA_1.</p> 	<p>Найдите AB.</p> 
<p>9. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$, $AA_1 = 12$, $R_{\text{сф}} = 10$. Найдите $S_{\text{осн}}$.</p> 	<p>10. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 30^\circ$, $R_{\text{сф}} = 5$, $CC_1 = 8$. Найдите AB.</p> 
<p>11. Дано: $ABCD$ – трапеция, $\angle BAD = 30^\circ$, $R_{\text{сф}} = 25$, $AA_1 = 48$. Найдите BD.</p> 	<p>12. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, $AB = 6\sqrt{3}$. Найдите $R_{\text{сф}}$.</p> 

Сфера, описанная около призмы

1. 5.

4. 2.

7. 16.

10. 3.

2. 2.

5. $\frac{27}{8}$.

8. 12.

11. 7.

3. 4.

6. 3.

9. 64.

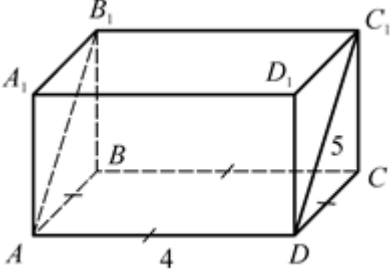
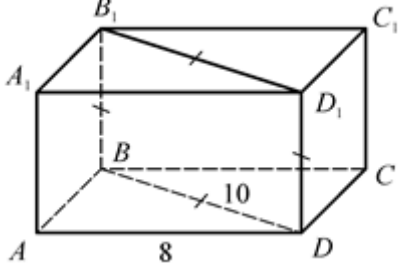
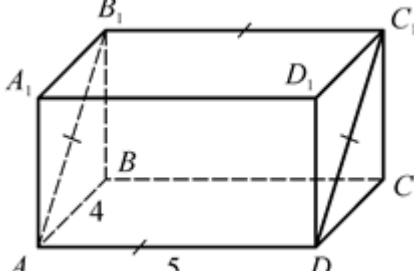
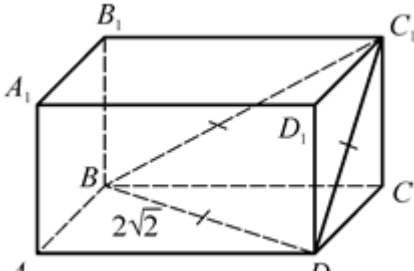
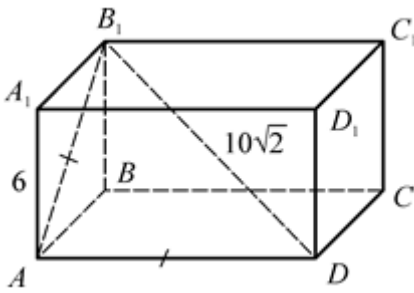
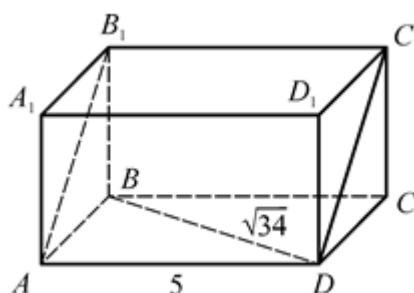
12. 9.

Объемы параллелепипеда, призмы, цилиндра

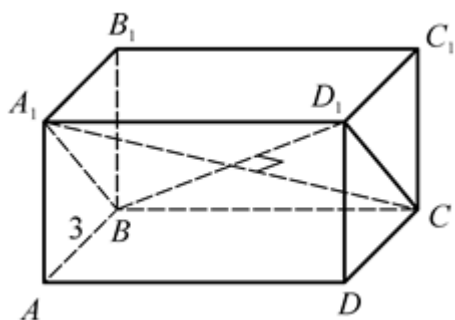
ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед.

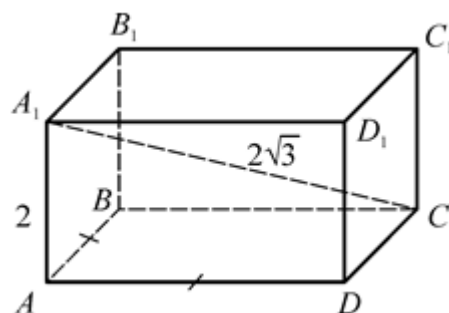
Найдите объем параллелепипеда.

<p>1. Дано: $ABCD$ – квадрат, $AD = 4$, $DC_1 = 5$.</p> 	<p>2. Дано: $BB_1 D_1 D$ – квадрат, $BD = 10$, $AD = 8$.</p> 
<p>3. Дано: $AB_1 C_1 D$ – квадрат, $AD = 5$, $AB = 4$.</p> 	<p>4. Дано: $BD = BC_1 = DC_1 = 2\sqrt{2}$.</p> 
<p>5. Дано: $AA_1 = 6$, $B_1 D = 10\sqrt{2}$, $AB_1 = AD$.</p> 	<p>6. Дано: $AB_1 C_1 D$ – квадрат, $BD = \sqrt{34}$, $AD = 5$.</p> 

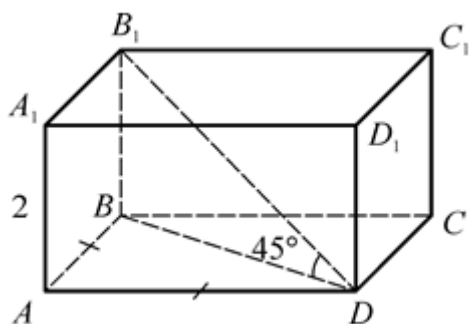
7. Дано: $BD_1 \perp A_1C$, $BD_1 = 5\sqrt{2}$, $AB = 3$.



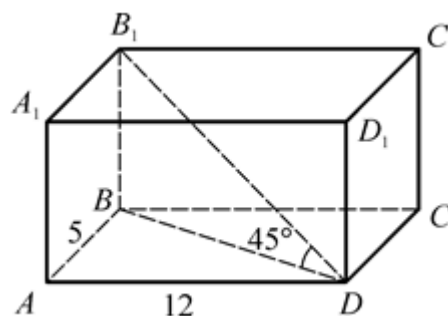
8. Дано: $AB = AD$, $A_1C = 2\sqrt{3}$, $AA_1 = 2$.



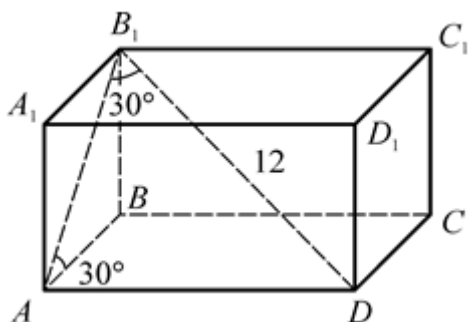
9. Дано: $AA_1 = 2$, $AB = AD$, $\angle B_1DB = 45^\circ$.



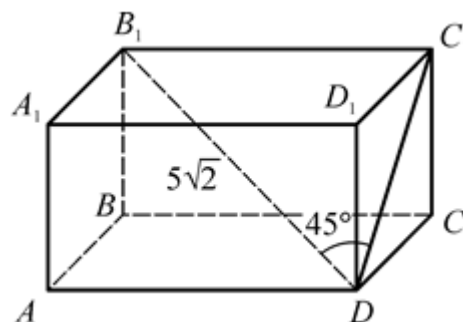
10. Дано: $AB = 5$, $AD = 12$, $\angle B_1DB = 45^\circ$.



11. Дано: $\angle AB_1D = \angle B_1AB = 30^\circ$, $B_1D = 12$.



12. Дано: $B_1D = 5\sqrt{2}$, $\angle B_1DC_1 = 45^\circ$, $\sin \angle C_1DC = 0,8$.



Объем прямоугольного параллелепипеда

1. 48.

4. 8.

7. 60.

10. 780.

2. 480.

5. 480.

8. 8.

11. $162\sqrt{3}$.

3. 60.

6. 60.

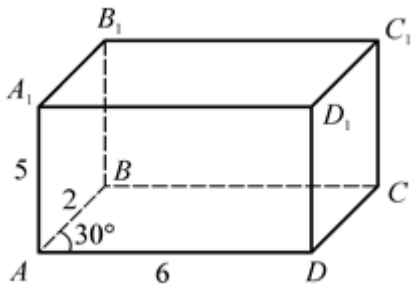
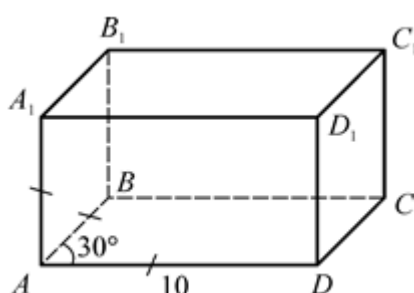
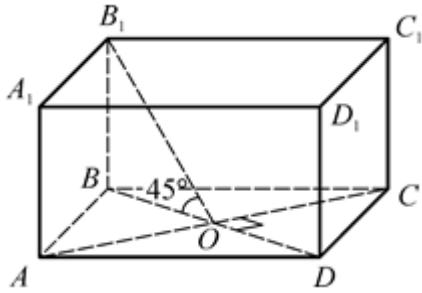
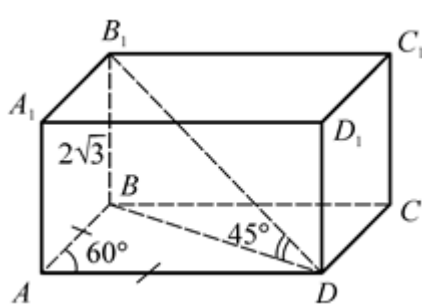
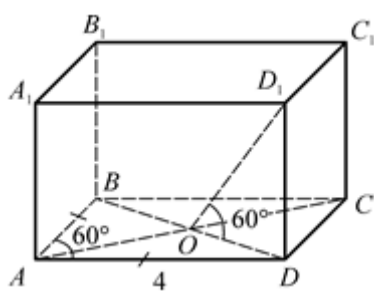
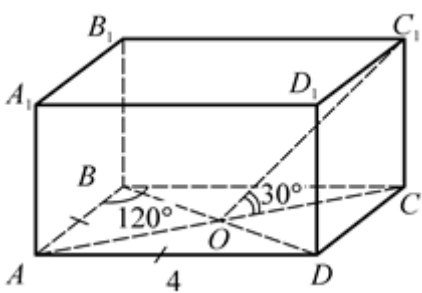
9. 4.

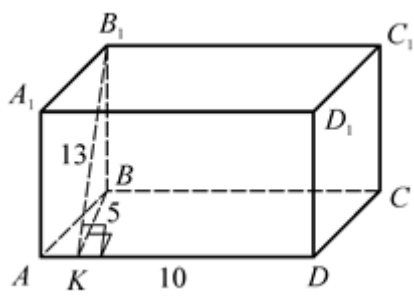
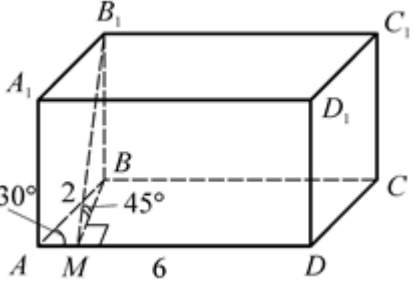
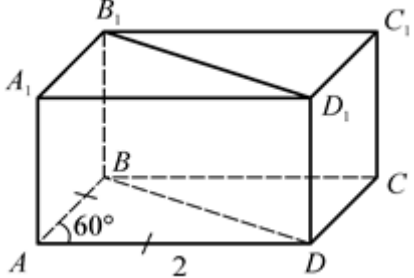
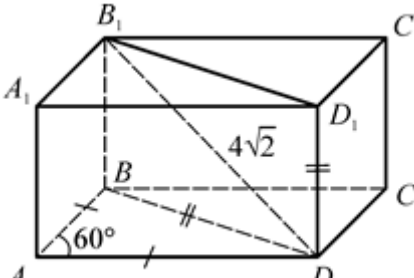
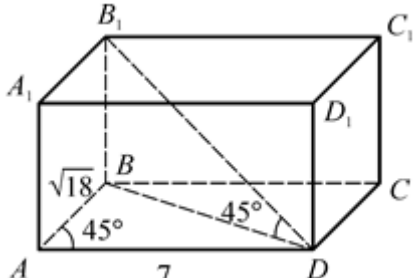
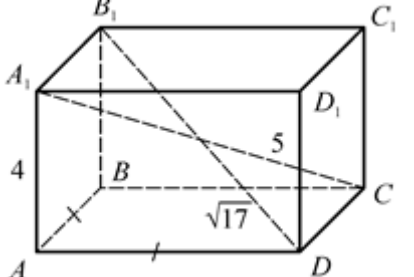
12. 60.

ОБЪЕМ ПРЯМОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИДЕДА

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед.

Найдите объем параллелепипеда.

<p>1. Дано: $AB = 2, AD = 6, AA_1 = 5, \angle BAD = 30^\circ$.</p> 	<p>2. Дано: $AB = AD = AA_1 = 10, \angle BAD = 30^\circ$.</p> 
<p>3. Дано: $AC \perp BD, AC = 6, BD = 8, \angle BOB_1 = 45^\circ$.</p> 	<p>4. Дано: $AB = AD, \angle BAD = 60^\circ, \angle B_1DB = 45^\circ, BB_1 = 2\sqrt{3}$.</p> 
<p>5. Дано: $AB = AD = 4, \angle BAD = 60^\circ, \angle D_1OD = 60^\circ$.</p> 	<p>6. Дано: $AB = AD = 4, \angle ABC = 120^\circ, \angle C_1OC = 30^\circ$.</p> 
<p>7. Дано: $AB = AD, AD = 10, BK \perp AD, BK = 5, B_1K = 13$.</p>	<p>8. Дано: $AB = 2, AD = 6, \angle BAD = 30^\circ, BM \perp AD, \angle B_1MB = 45^\circ$.</p>

	
<p>9. Дано: $AB = AD = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, BB_1D_1D – квадрат.</p> 	<p>10. Дано: $AB = AD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $BD = DD_1$, $B_1D = 4\sqrt{2}$.</p> 
<p>11. Дано: $AD = 7$, $AB = \sqrt{18}$, $\angle BAD = 45^\circ$, $\angle BDB_1 = 45^\circ$.</p> 	<p>12. Дано: $AB = AD$, $A_1C = 5$, $B_1D = \sqrt{17}$, $AA_1 = 4$.</p> 

Объем прямого параллелепипеда

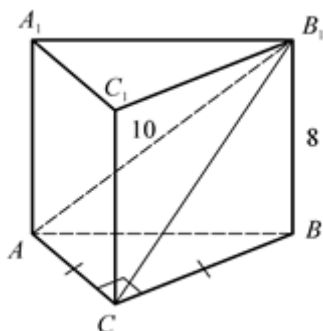
- | | | | |
|---------|-------------------|------------------|---|
| 1. 30. | 4. 36. | 7. 600. | 10. $32\sqrt{3}$. |
| 2. 500. | 5. 48. | 8. 6. | 11. 105. |
| 3. 128. | 6. $16\sqrt{3}$. | 9. $4\sqrt{3}$. | 12. $6 (S_{\text{осн}} = S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2)$. |

ОБЪЕМ ПРЯМОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

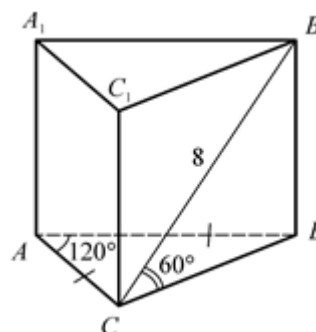
$ABCA_1B_1C_1$ – прямая треугольная призма.

Найдите объем призмы.

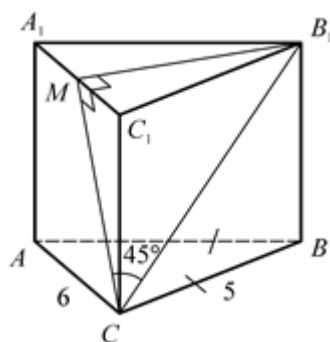
1. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$,
 $AB_1 = 10$, $BB_1 = 8$.



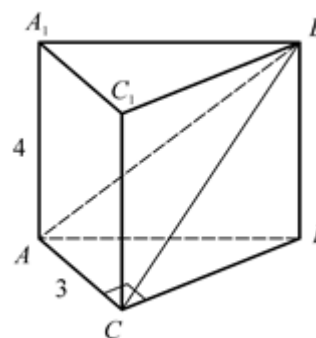
2. Дано: $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$,
 $B_1C = 8$, $\angle B_1CB = 60^\circ$.



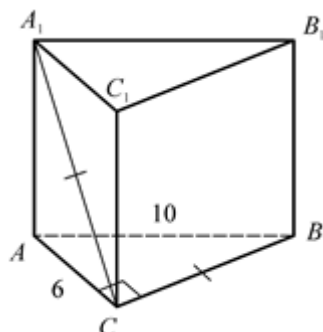
3. Дано: $AB = BC = 5$, $AC = 6$,
 $B_1M \perp A_1C_1$, $\angle MCB_1 = 45^\circ$.



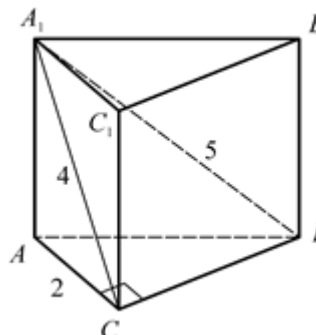
4. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$,
 $AA_1 = 4$, $\angle((AB_1C), (ABC)) = 45^\circ$.



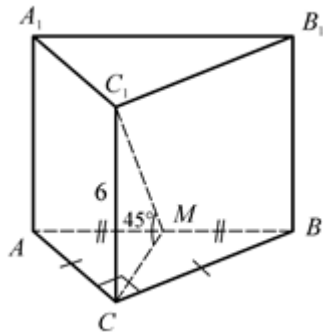
5. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $A_1C = BC$,
 $AB = 10$, $AC = 6$.



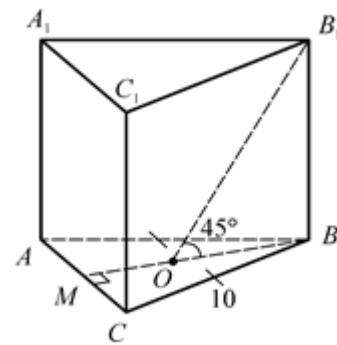
6. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2$,
 $A_1C = 4$, $A_1B = 5$.



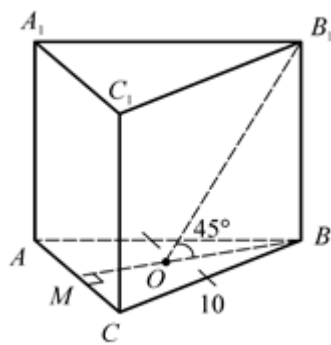
7. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$,
 $AM = MB$, $\angle C_1MC = 45^\circ$, $CC_1 = 6$.



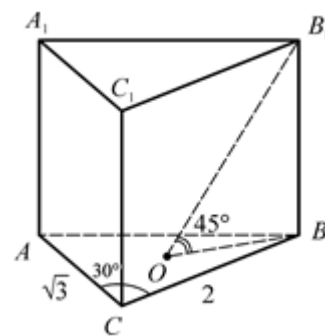
8. Дано: $AB = BC = 10$, $AC = 16$,
 O – точка пересечения медиан $\triangle ABC$, $\angle B_1OB = 45^\circ$.



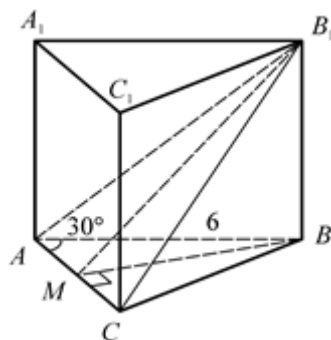
9. Дано: $AB = BC = 10$, $AC = 12$,
 O – центр вписанной окружности,
 $\angle B_1OB = 45^\circ$.



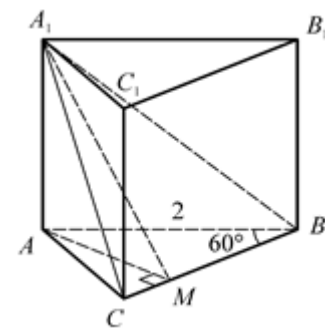
10. Дано: $AC = \sqrt{3}$, $BC = 2$,
 $\angle ACB = 30^\circ$, O – центр описанной
 окружности, $\angle B_1OB = 45^\circ$.



11. Дано: $AC = 2$, $AB = 6$,
 $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle((ABC), (AB_1C)) = 45^\circ$.



12. Дано: $AB = 2$, $BC = 6$,
 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle((ABC), (A_1BC)) = 45^\circ$.



Объем прямой треугольной призмы

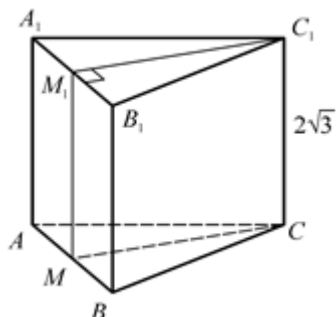
1. 72. 2. 16. 3. $12\sqrt{7}$. 4. 24. 5. $48\sqrt{7}$. 6. $6\sqrt{3}$.
7. 216. 8. 192. 9. 240 (использовать формулу $S = pr$).
10. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($AB = 1$ по теореме косинусов, $R = 1$ по теореме синусов).
11. 9. 12. 9.

ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

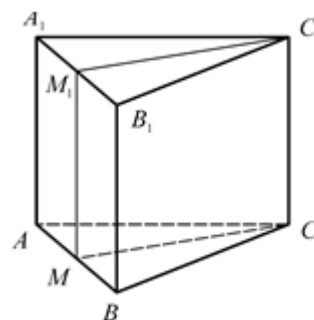
$ABCA_1B_1C_1$ – правильная треугольная призма.

Найдите объем призмы.

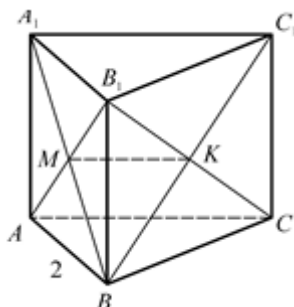
1. Дано: $C_1M_1 \perp A_1B_1$, MM_1C_1C – квадрат, $CC_1 = 2\sqrt{3}$.



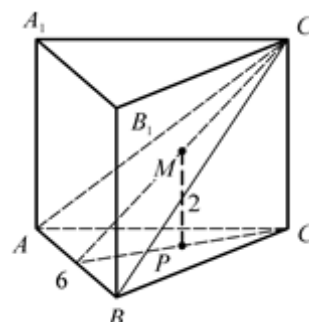
2. Дано: $AM = MB$, $A_1M_1 = M_1B_1$, $AB = 2$, MM_1C_1C – квадрат.



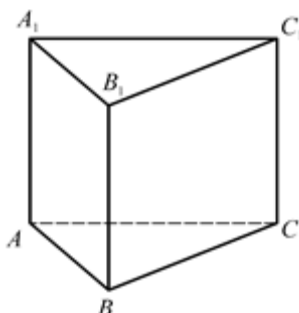
3. Дано: $AB = 2$, $AB_1 \cap A_1B = M$, $BC_1 \cap B_1C = K$, $CC_1 = 2MK$.



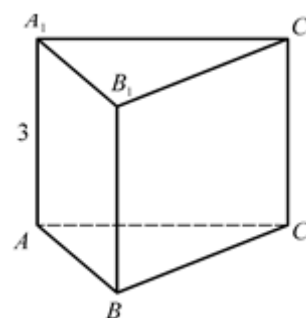
4. Дано: $AB = 6$, M – точка пересечения медиан $\triangle AC_1B$, $MP \perp (ABC)$, $MP = 2$.



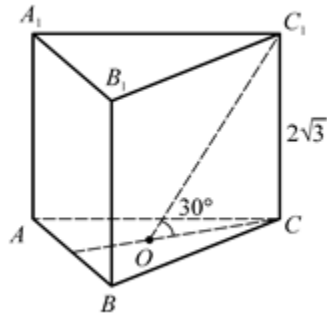
5. Дано: в грань AA_1B_1B вписана окружность единичного радиуса.



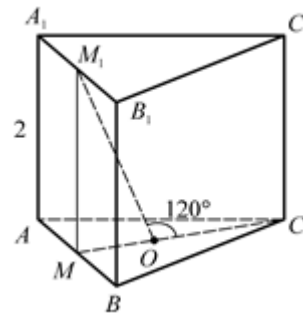
6. Дано: $AA_1 = 3$, около грани AA_1B_1B описана окружность, $R = 2,5$.



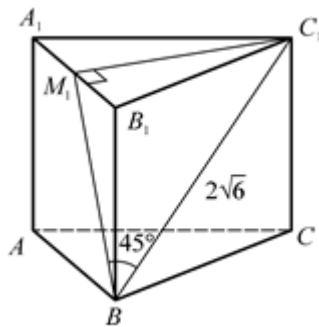
7. Дано: $AA_1 = 2\sqrt{3}$, O – центр $\triangle ABC$, $\angle C_1OC = 30^\circ$.



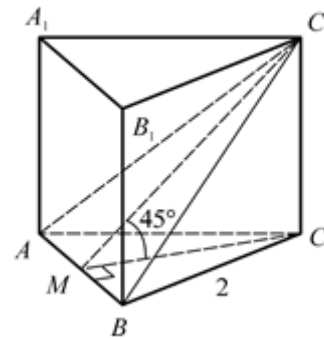
8. Дано: $AM = MB$, $A_1M_1 = M_1B_1$, $AA_1 = 2$, O – центр $\triangle ABC$, $\angle M_1OC = 120^\circ$.



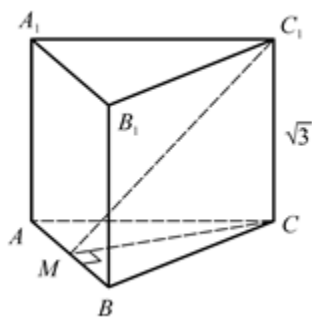
9. Дано: $C_1M_1 \perp A_1B_1$, $BC_1 = 2\sqrt{6}$, $\angle(BC_1, (AA_1B_1)) = 45^\circ$.



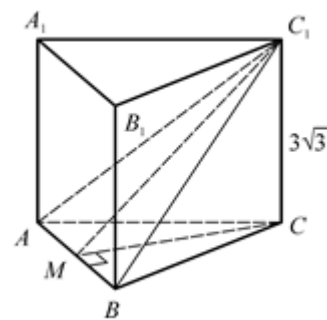
10. Дано: $AB = 2$, $\angle((ABC), (AC_1B)) = 45^\circ$.



11. Дано: $CC_1 = \sqrt{3}$, $\rho(C_1, AB) = 2\sqrt{3}$.



12. Дано: $CC_1 = 3\sqrt{3}$, $\angle(CC_1, (AC_1B)) = 30^\circ$.



Объем правильной треугольной призмы

1. 24.

4. $54\sqrt{3}$.

7. 162.

10. 3.

2. 3.

5. $2\sqrt{3}$.

8. $8\sqrt{3}$.

11. 9.

3. $2\sqrt{3}$.

6. $12\sqrt{3}$.

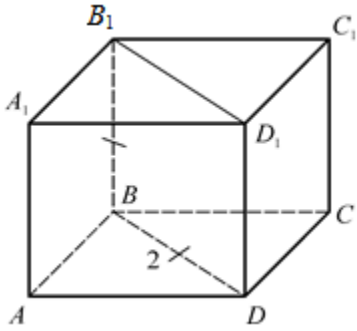
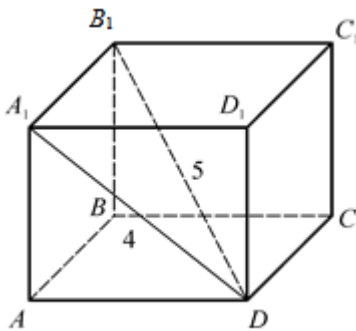
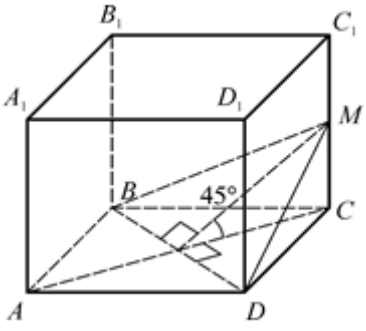
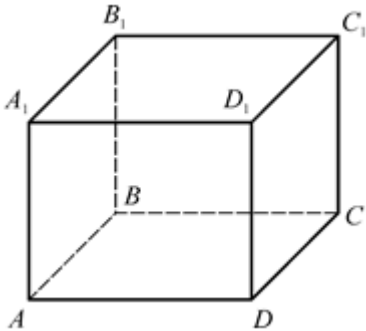
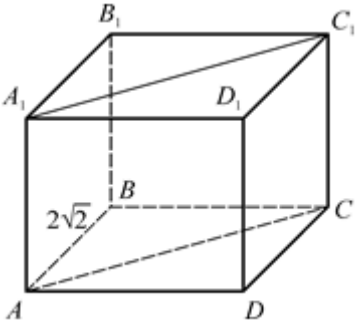
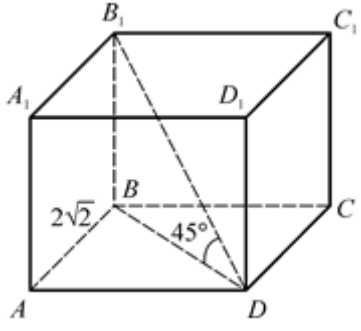
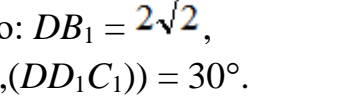
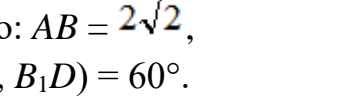
9. $8\sqrt{6}$.

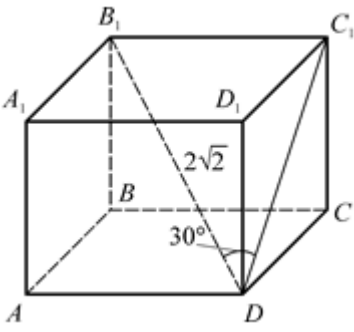
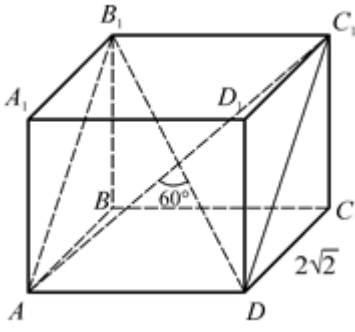
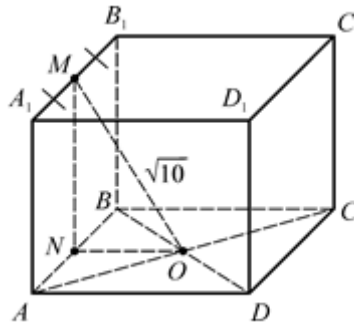
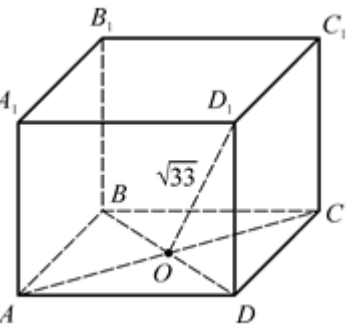
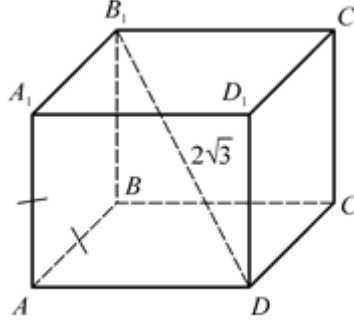
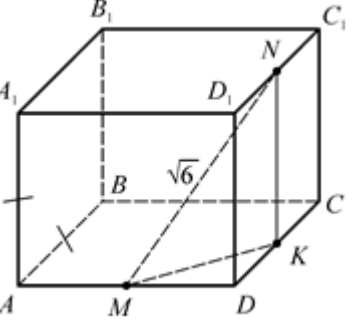
12. 27.

ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – правильная четырехугольная призма.

Найдите объем призмы.

<p>1. Дано: $BB_1 = BD = 2$.</p> 	<p>2. Дано: $A_1D = 4, B_1D = 5$.</p> 
<p>3. Дано: $CM : MC_1 = 3 : 4$, $BD = 6, \angle((ABC), (BDM)) = 45^\circ$.</p> 	<p>4. Дано: в грань AA_1D_1D вписана окружность единичного радиуса.</p> 
<p>5. Дано: $AB = 2\sqrt{2}$, около прямоугольника AA_1C_1C описана окружность, $R = 2,5$.</p> 	<p>6. Дано: $AB = 2\sqrt{2}, \angle(DB_1, (ABC)) = 45^\circ$.</p> 
<p>7. Дано: $DB_1 = 2\sqrt{2}, \angle(DB_1, (DD_1C_1)) = 30^\circ$.</p> 	<p>8. Дано: $AB = 2\sqrt{2}, \angle(AC_1, B_1D) = 60^\circ$.</p> 

	
<p>9. Дано: $AC \cap BD = O$, $A_1M = MB_1$, $MO = \sqrt{10}$, $S_{ABCD} = 4$.</p> 	<p>10. Дано: $AC \cap BD = O$, $D_1O = \sqrt{33}$, $S_{ABCD} = 16$.</p> 
<p>11. Дано: $AA_1 = AB$, $DB_1 = 2\sqrt{3}$.</p> 	<p>12. Дано: $AA_1 = AB$, $AM = MD$, $D_1N = NC_1$, $MN = \sqrt{6}$.</p> 

Объем правильной четырехугольной призмы

1. 4.

4. 8.

7. 4.

10. 80.

2. $9\sqrt{7}$.

5. 24.

8. 32.

11. 8.

3. 126.

6. 32.

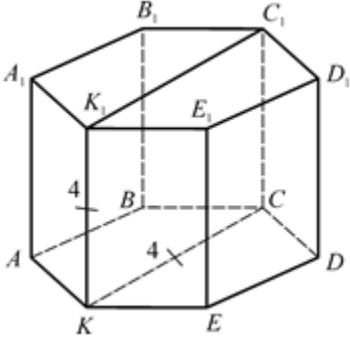
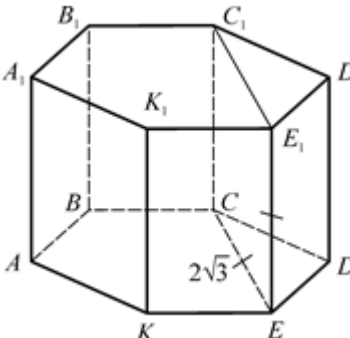
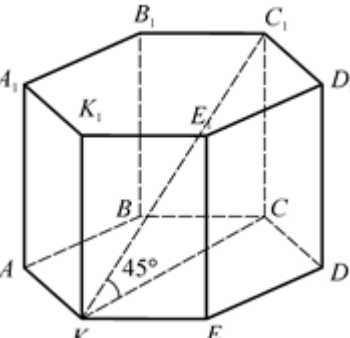
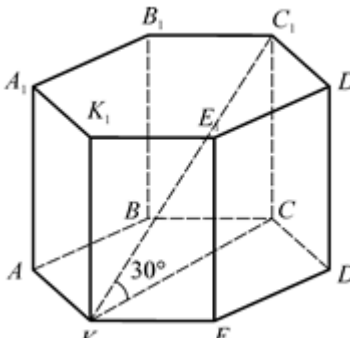
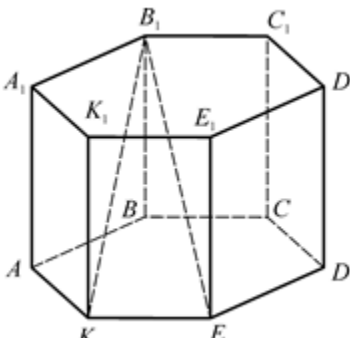
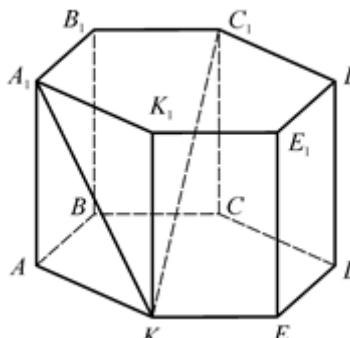
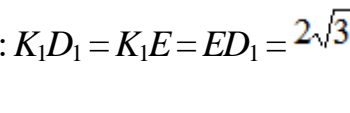
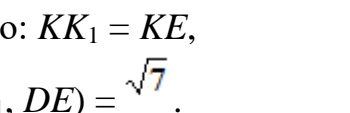
9. 12.

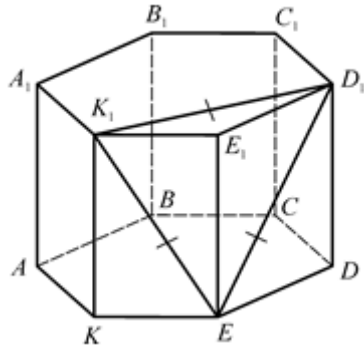
12. 8.

ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

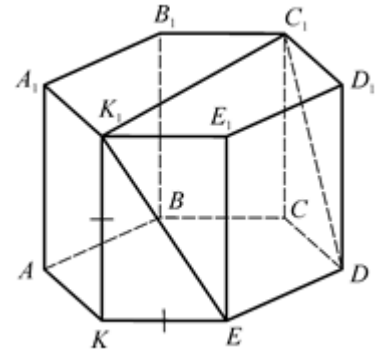
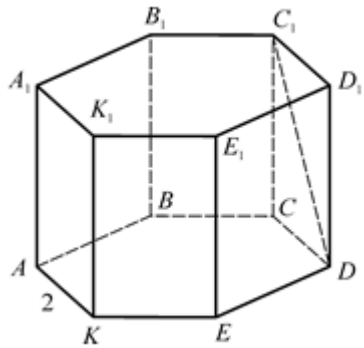
$ABCDEKA_1B_1C_1D_1E_1K_1$ – правильная шестиугольная призма.

Найдите объем призмы.

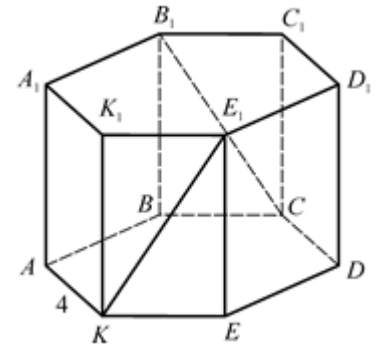
<p>1. Дано: $KK_1 = KC = 4$.</p> 	<p>2. Дано: $CE = EE_1 = 2\sqrt{3}$.</p> 
<p>3. Дано: $KC_1 = 2\sqrt{6}$, $\angle(KC_1, (ABC)) = 45^\circ$.</p> 	<p>4. Дано: $AB = 2$, $\angle C_1KC = 30^\circ$.</p> 
<p>5. Дано: $KB_1 = 2$, $B_1E = \sqrt{5}$.</p> 	<p>6. Дано: $KC_1 = \sqrt{5}$, $A_1K = \sqrt{2}$.</p> 
<p>7. Дано: $K_1D_1 = K_1E = ED_1 = 2\sqrt{3}$.</p> 	<p>8. Дано: $KK_1 = KE$, $\rho(K_1C_1, DE) = \sqrt{7}$.</p> 



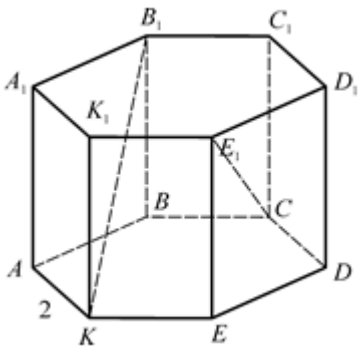
9. Дано: $AB = 2$,
 $\angle(KK_1, DC_1) = 45^\circ$.



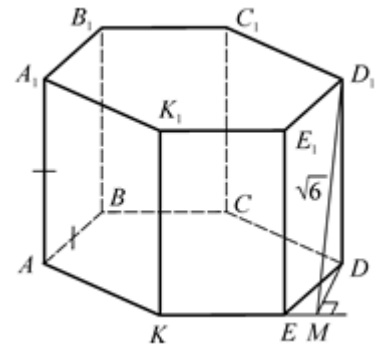
10. Дано: $AB = 4$,
 $\angle(KE_1, CB_1) = 90^\circ$.



11. Дано: $AB = 2$,
 $\angle(KB_1, CE_1) = 90^\circ$.



12. Дано: $AB = AA_1$,
 $\rho(D_1, KE) = \sqrt{6}$.



Объем правильной шестиугольной призмы

1. $24\sqrt{3}$.

4. 24.

7. $12\sqrt{6}$.

10. $96\sqrt{3}$.

2. 36.

5. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

8. $12\sqrt{3}$.

11. 36.

3. 27.

6. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

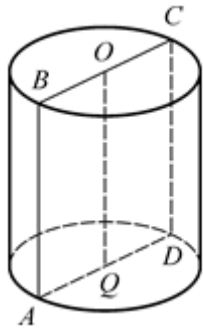
9. $12\sqrt{3}$.

12. $12\sqrt{3}$.

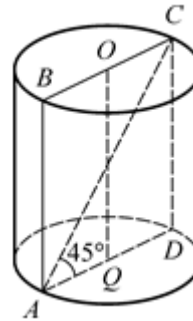
ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА

Найдите объем цилиндра.

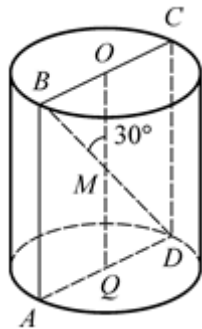
1. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $S_{ABCD} = 16$.



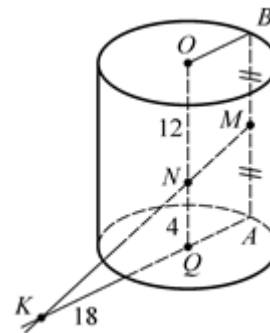
2. Дано: $AC = 2\sqrt{2}$, $\angle CAD = 45^\circ$.



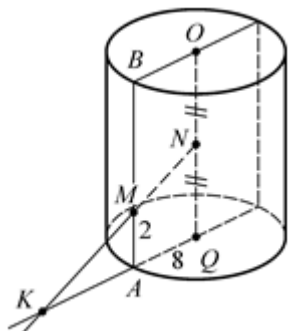
3. Дано: $BD \cap OQ = M$,
 $BD = 4\sqrt{3}$, $\angle BMO = 30^\circ$.



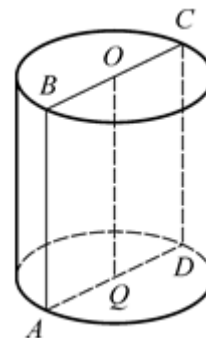
4. Дано: $ON = 12$, $AM = MB$,
 $MK \cap OQ = N$, $NQ = 4$, $QK = 18$.



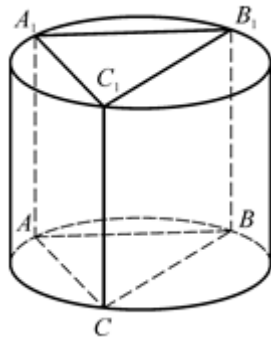
5. Дано: $AQ = 8$, $ON = NQ$,
 $NK \cap AB = M$, $AM = 2$, $QK = 12$.



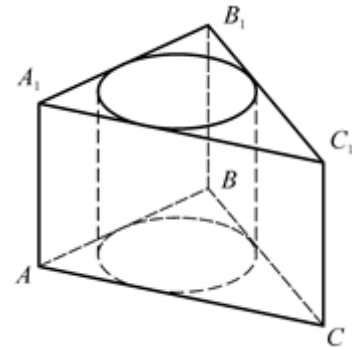
6. Дано: $ABCD$ – осевое сечение, в
 $ABCD$ вписана окружность
единичного радиуса.



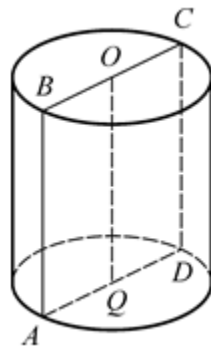
7. Дано: в цилиндр вписана правильная треугольная призма, $AB = 3$, $AA_1 = 2$.



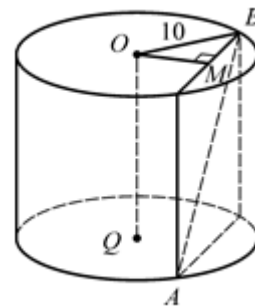
8. Дано: цилиндр вписан в правильную треугольную призму, $AB = 6$, $AA_1 = 2$.



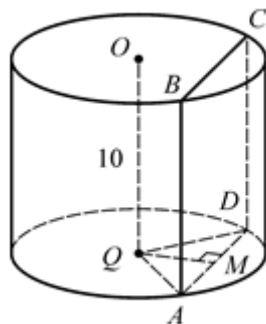
9. Дано: $S_{\text{осн}} = 25\pi$, $S_{ABCD} = 40$.



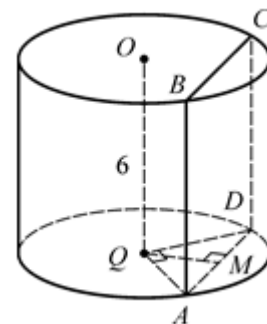
10. Дано: концы отрезка AB лежат на окружностях оснований цилиндра, $AB = 13$, $R = 10$, $\rho(OQ, AB) = 8$.



11. Дано: $\angle A Q D = 60^\circ$, $O Q = 10$, $\rho(O Q, (A B C)) = \sqrt{3}$.



12. Дано: $\angle A Q D = 90^\circ$, $O Q = 6$, $\rho(O Q, (A B C)) = \sqrt{2}$.



Объем цилиндра

1. 16π .

2. 2π .

3. 18π .

4. 576π .

5. 768π .

6. 2π .

7. 6π .

8. 6π .

9. 100π .

10. 500π .

11. 40π .

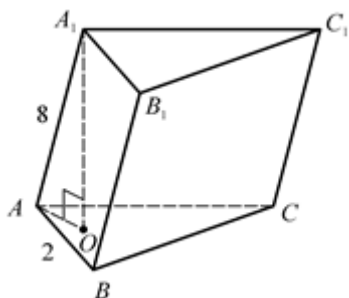
12. 24π .

ОБЪЕМ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ

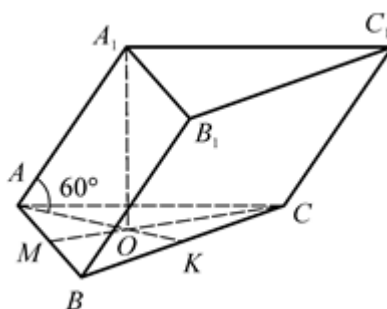
$$(V = S_{\text{осн}} \cdot H)$$

Найдите объем наклонной призмы.

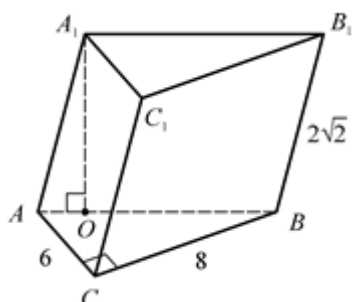
1. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = 2$, $AA_1 = 8$, $\angle(AA_1, (ABC)) = 30^\circ$.



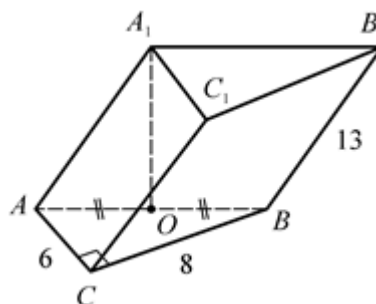
2. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = 4\sqrt{3}$, O – центр $\triangle ABC$,
 $A_1O \perp (ABC)$, $\angle(AA_1, (ABC)) = 60^\circ$.



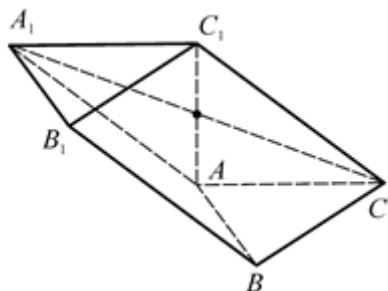
3. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $AC = 6$, $BC = 8$, $(AA_1B_1) \perp (ABC)$,
 $\angle(AA_1, (ABC)) = 45^\circ$, $CC_1 = 2\sqrt{2}$.



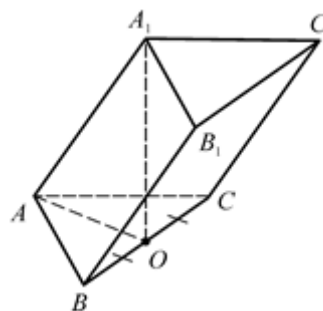
4. Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $AC = 6$, $BC = 8$, $AA_1 = 13$,
 $AA_1 = BB_1 = CC_1$.



5. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = 4$, AA_1C_1C – ромб,
 $A_1C = 10$, $AC_1 \perp (ABC)$.



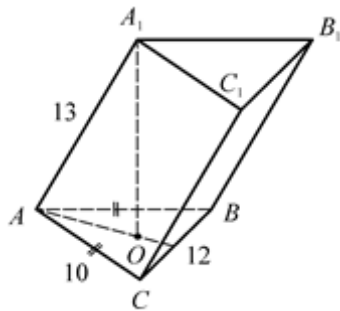
6. Дано: $\triangle ABC$ – правильный,
 $AB = AA_1$, $BO = OC$, $A_1O \perp (ABC)$,
 $S_{BB_1C_1C} = 4$.



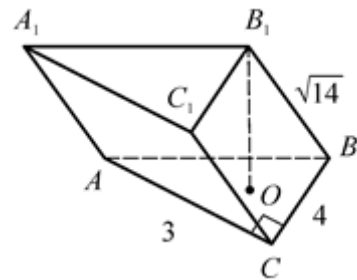
7. Дано: $AC = AB = 10$, $BC = 12$,
 O – центр вписанной в основание

8. Дано: $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$,
 $CB = 4$, O – центр вписанной в

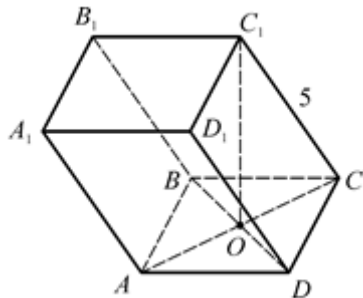
окружности, $A_1O \perp (ABC)$,
 $AA_1 = 13$.



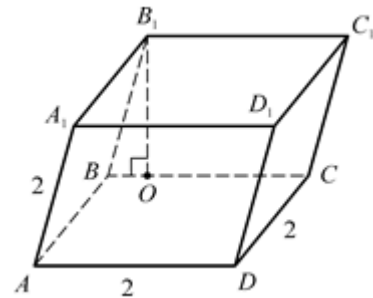
основание окружности, $B_1O \perp$
 $\perp (ABC)$, $BB_1 = \sqrt{14}$.



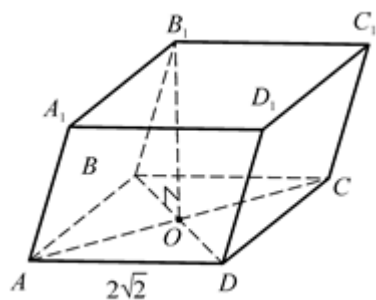
9. Дано: $ABCD$ – ромб, $AC = 8$,
 $BD = 6$, $AC \cap BD = O$,
 $C_1O \perp (ABC)$, $CC_1 = 5$.



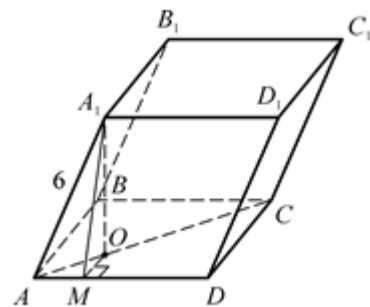
10. Дано: $AB = BC = AA_1 = 2$,
 $(BB_1C_1) \perp (ABC)$, $\angle((AA_1B_1),$
 $(ABC)) = 30^\circ$.



11. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AB = 2\sqrt{2}$, $B_1O \perp (ABC)$,
 $\angle((BB_1), (ABC)) = 45^\circ$.



12. Дано: все грани
 параллелепипеда – равные ромбы
 со стороной 6 и острым углом 60° .



Объем наклонной призмы ($V = S_{\text{осн}} \cdot H$)

1. $4\sqrt{3}$.

2. 144.

3. 48.

4. 288.

5. $24\sqrt{3}$.

6. $\sqrt{3}$.

7. 576.

8. 12.

9. 72.

10. 4.

11. 16.

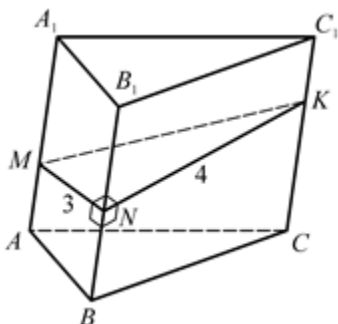
12. $108\sqrt{2}$.

ОБЪЕМ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ

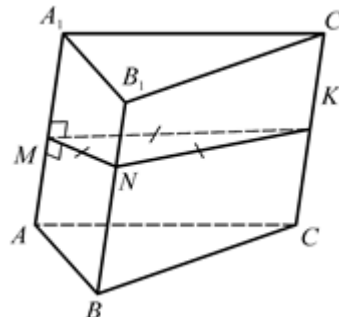
$$(V = S_{\perp\text{сеч}} \cdot l)$$

Найдите объем призмы.

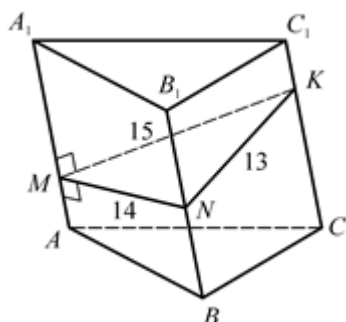
1. Дано: $BB_1 \perp MN$, $BB_1 \perp NK$,
 $MN \perp NK$, $MN = 3$, $NK = 4$,
 $MK = BB_1$.



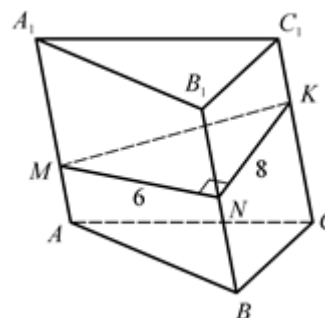
2. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MN = MK = =$
 $NK = 6$, боковое ребро равно
 высоте сечения.



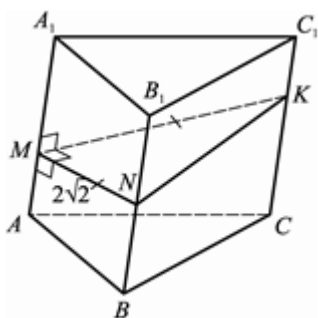
3. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MK = 15$, $MN =$
 14 , $NK = 13$, $AA_1 = 2$.



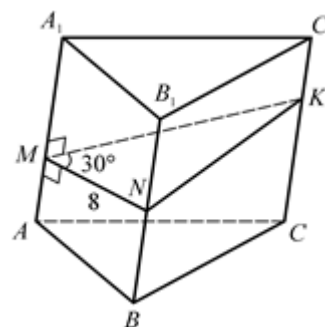
4. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $\angle MNK = =$
 90° , $MN = 6$, $NK = 8$, боковое
 ребро равно медиане треугольника,
 проведенной к гипотенузе.



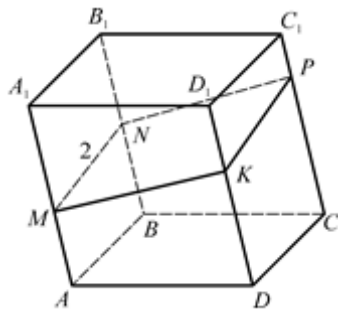
5. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MN \perp MK$,
 $MN = MK = 2\sqrt{2}$, боковое ребро
 равно высоте треугольника,
 проведенной к гипотенузе.



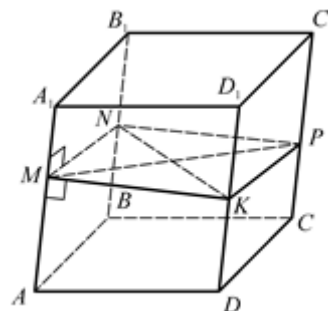
6. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $\angle MNK = =$
 30° , $MN = 8$, $MK = 6$, боковое
 ребро равно высоте треугольника к
 стороне MK .



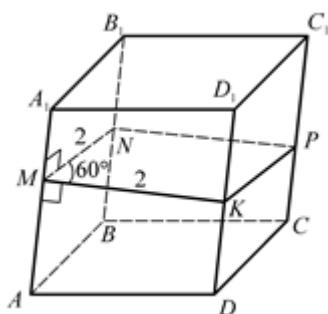
7. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – квадрат, $MN = 2$, боковое ребро равно диагонали квадрата.



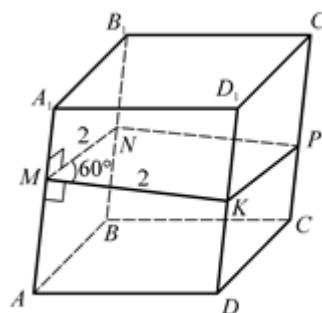
8. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – квадрат, $MP = 6$, $NK = 8$, боковое ребро равно стороне ромба.



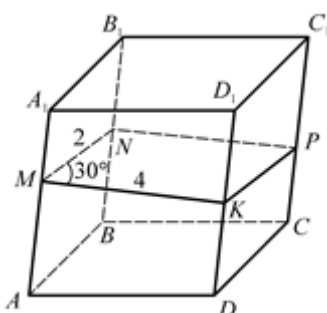
9. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – ромб, $\angle NMK = 60^\circ$, $MN = 2$, боковое ребро равно меньшей диагонали ромба.



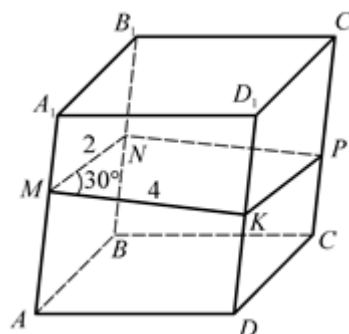
10. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – ромб, $\angle NMK = 60^\circ$, $MN = 2$, боковое ребро равно большей диагонали ромба.



11. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – параллелограмм, $\angle NMK = 30^\circ$, $MN = 2$, $MK = 4$, боковое ребро равно высоте параллелограмма, проведенной к большей стороне.



12. Дано: $AA_1 \perp (MNK)$, $MNPK$ – параллелограмм, $\angle NMK = 30^\circ$, $MN = 2$, $MK = 4$, боковое ребро равно высоте параллелограмма, проведенной к меньшей стороне.



Объем наклонной призмы ($V = S_{\perp \text{ сеч}} \cdot l$)

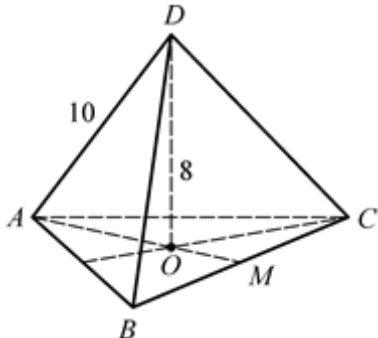
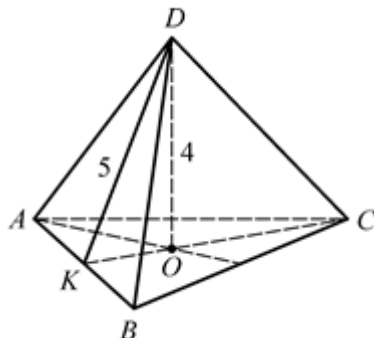
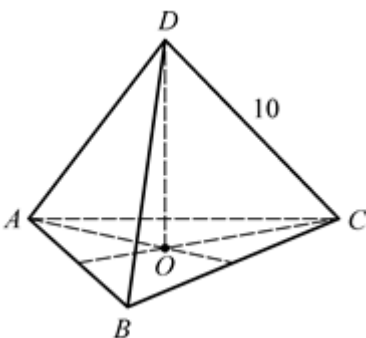
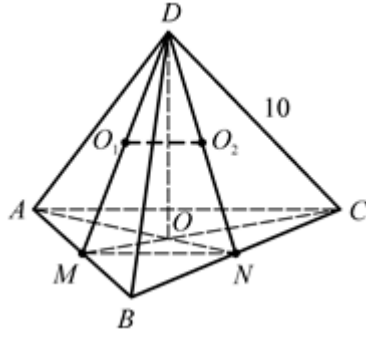
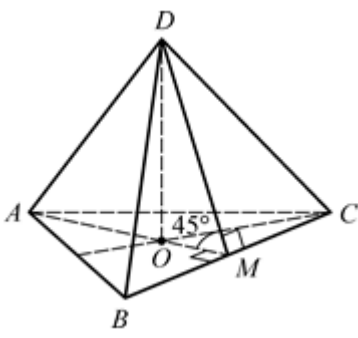
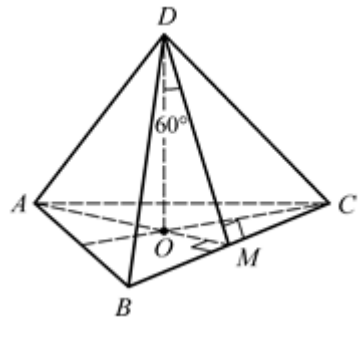
- | | | | |
|----------------|----------------|-------------------------|----------------|
| 1. 30. | 4. 120. | 7. $8\sqrt{2}$. | 10. 12. |
| 2. 81. | 5. 8. | 8. 120. | 11. 4. |
| 3. 168. | 6. 48. | 9. $4\sqrt{3}$. | 12. 8. |

Объем пирамиды

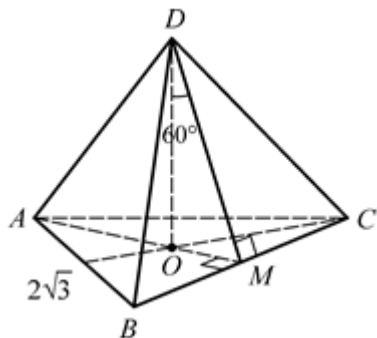
ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

$DABC$ – правильная треугольная пирамида. $DO \perp (ABC)$. $DM \perp BC$. $DK \perp AB$.

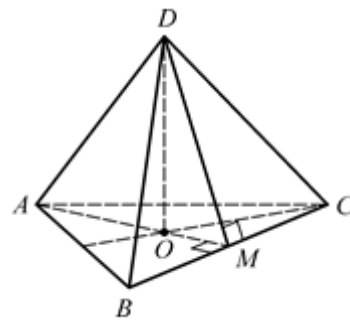
Найдите объем пирамиды.

<p>1. Дано: $DO = 8$, $AD = 10$.</p> 	<p>2. Дано: $DK = 5$, $DO = 4$.</p> 
<p>3. Дано: $AB = 6\sqrt{3}$, $DC = 10$.</p> 	<p>4. Дано: O_1 и O_2 – точки пересечения медиан $\triangle ADB$ и $\triangle BDC$, $O_1O_2 = 2\sqrt{3}$, $DC = 10$.</p> 
<p>5. Дано: $DM = 2\sqrt{6}$, $\angle DMO = 45^\circ$.</p> 	<p>6. Дано: $DM = 2\sqrt{3}$, $\angle MDO = 60^\circ$.</p> 

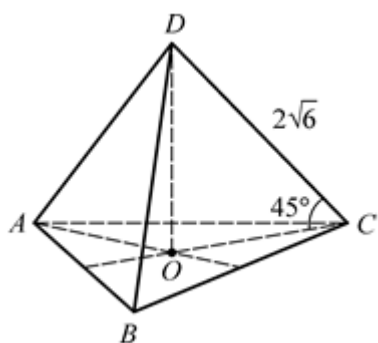
7. Дано: $AB = 2\sqrt{3}$,
 $\angle MDO = 60^\circ$.



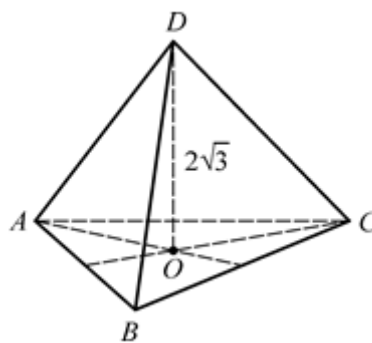
8. Дано: $DO = 2$,
 $\angle((ABC), (BDC)) = 30^\circ$.



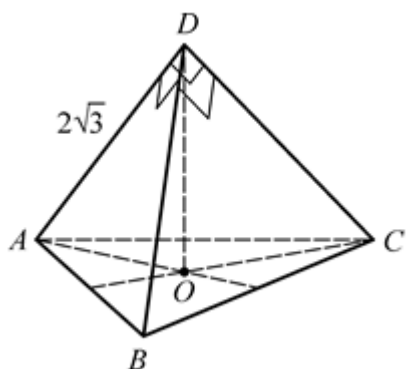
9. Дано: $DC = 2\sqrt{6}$,
 $\angle(DC, (ABC)) = 45^\circ$.



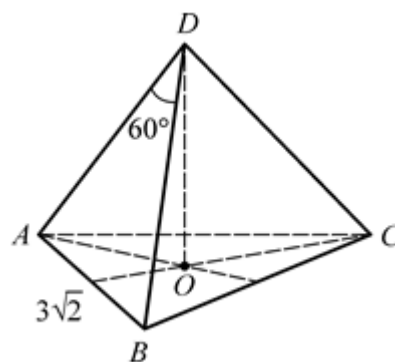
10. Дано: $\angle(DC, (ABC)) = 30^\circ$,
 $DO = 2\sqrt{3}$.



11. Дано: $\angle ADB = \angle BDC =$
 $= \angle ADC = 90^\circ$, $AD = 2\sqrt{3}$.



12. Дано: $AB = 3\sqrt{2}$,
 $\angle ADB = 60^\circ$.



Объем правильной треугольной пирамиды

1. $72\sqrt{3}$.

2. $36\sqrt{3}$.

3. $72\sqrt{3}$.

4. $72\sqrt{3}$.

5. 72.

6. 27.

7. 1.

8. $24\sqrt{3}$.

9. 18.

10. 54.

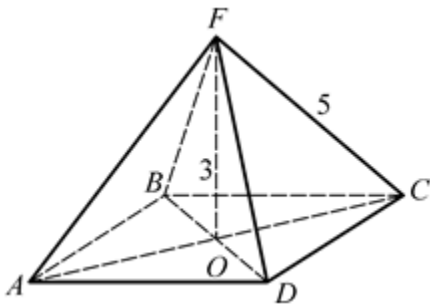
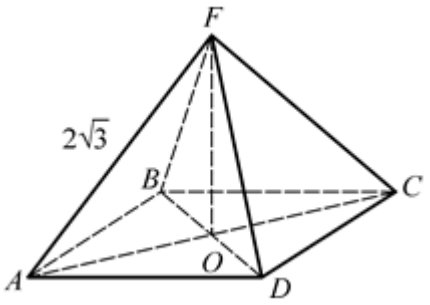
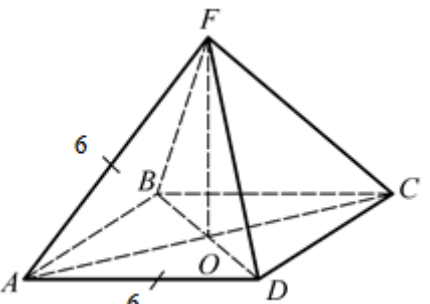
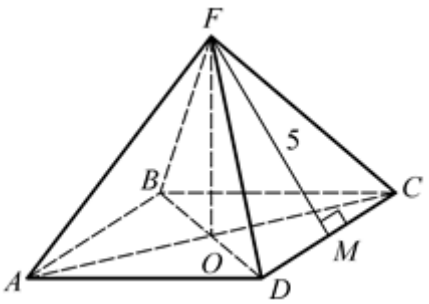
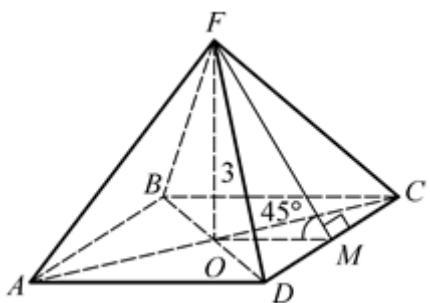
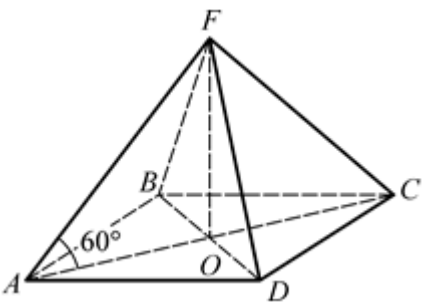
11. $4\sqrt{3}$.

12. 9.

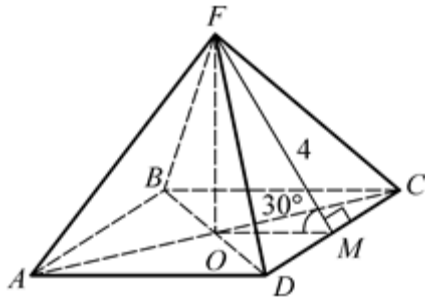
ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

$FABCD$ – правильная четырехугольная пирамида. $FO \perp (ABC)$.

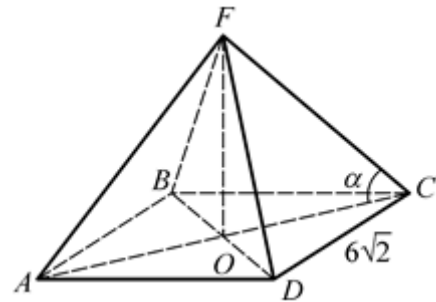
Найдите объем пирамиды.

<p>1. Дано: $FC = 5, FO = 3$.</p> 	<p>2. Дано: $AF = AC = 2\sqrt{3}$.</p> 
<p>3. Дано: $AF = AD = 6$.</p> 	<p>4. Дано: $FM \perp DC, FM = 5, S_{\text{бок}} = 60$.</p> 
<p>5. Дано: $FM \perp DC, FO = 3, \angle OMF = 45^\circ$.</p> 	<p>6. Дано: $S_{\text{осн}} = 6, \angle FAO = 60^\circ$.</p> 

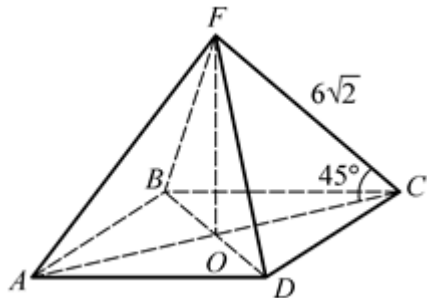
7. Дано: $FM \perp DC$, $FM = 4$,
 $\angle OMF = 30^\circ$.



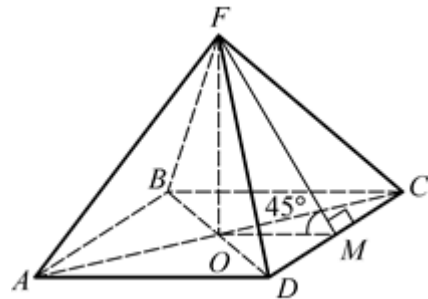
8. Дано: $AB = 6\sqrt{2}$,
 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.



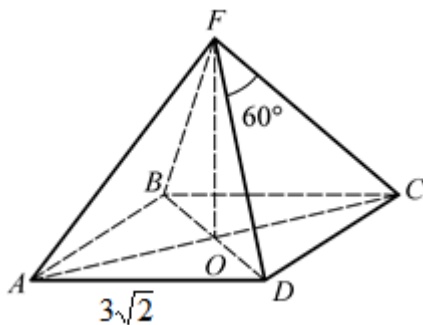
9. Дано: $FC = 6\sqrt{2}$, $\angle FCO = 45^\circ$.



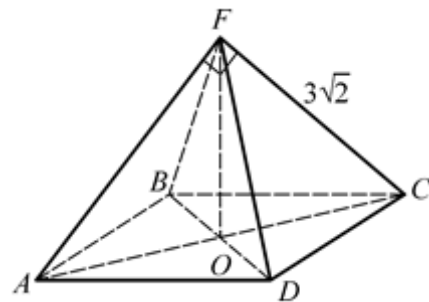
10. Дано: $S_{\text{бок}} = 36\sqrt{2}$,
 $FM \perp DC$, $\angle OMF = 45^\circ$.



11. Дано: $AB = 3\sqrt{2}$,
 $\angle DFC = 60^\circ$.



12. Дано: $AF = 3\sqrt{2}$,
 $\angle AFC = 90^\circ$.



Объем правильной четырехугольной пирамиды

1. 32.

4. 48.

7. 32.

10. 36.

2. 6.

5. 36.

8. 192.

11. 18.

3. $36\sqrt{2}$.

6. 6.

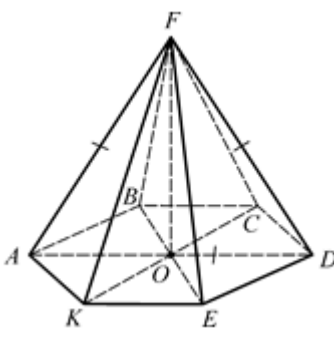
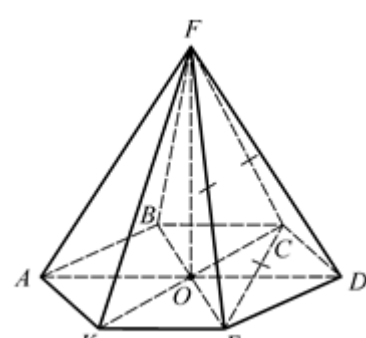
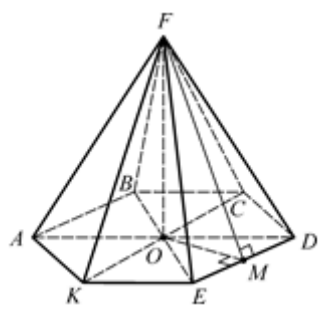
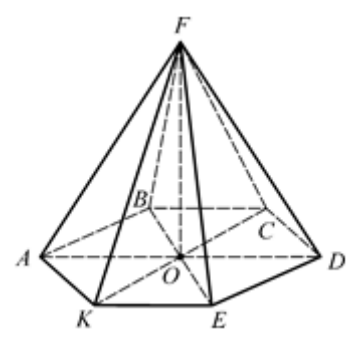
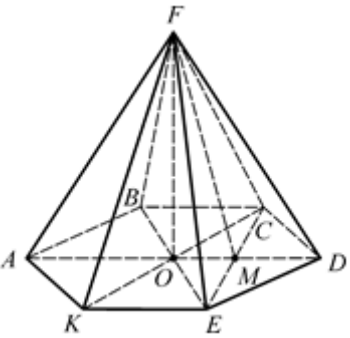
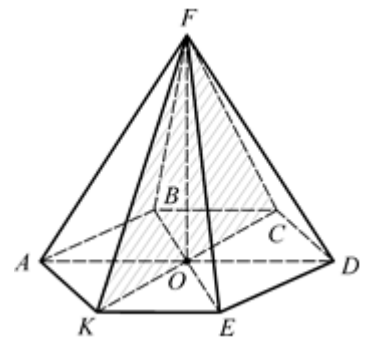
9. 144.

12. 18.

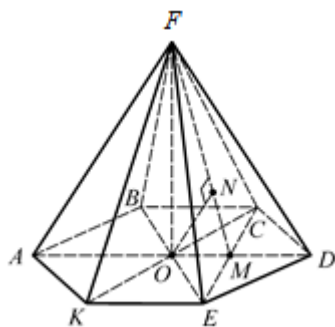
ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ

$FABCDEK$ – правильная шестиугольная пирамида. $FO \perp (ABC)$.

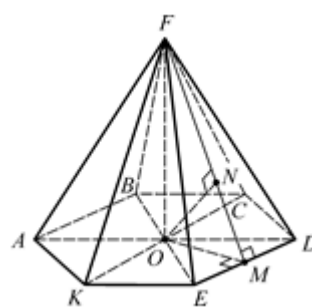
Найдите объем пирамиды.

<p>1. Дано: $AF = FD = AD = 4\sqrt{3}$.</p> 	<p>2. Дано: $FE = FC = EC = 2\sqrt{3}$.</p> 
<p>3. Дано: $AB = 12$, $\rho(F, DE) = \sqrt{111}$.</p> 	<p>4. Дано: $\rho(A, KE) = \sqrt{3}$, $AF = \sqrt{7}$.</p> 
<p>5. Дано: $\rho(F, CE) = 2$, $FO = \sqrt{3}$.</p> 	<p>6. Дано: $\rho(E, (KFC)) = \sqrt{3}$, $FO = \sqrt{3}$.</p> 

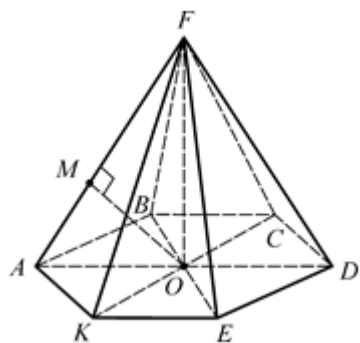
7. Дано: $\rho(O, (EFC)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $FO = \sqrt{3}$.



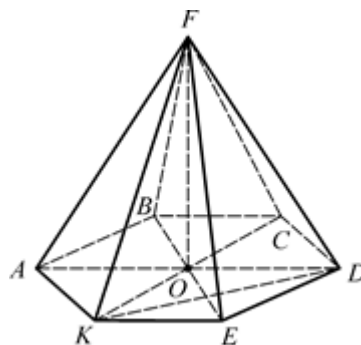
8. Дано: $\rho(O, (EFD)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $FO = \sqrt{3}$.



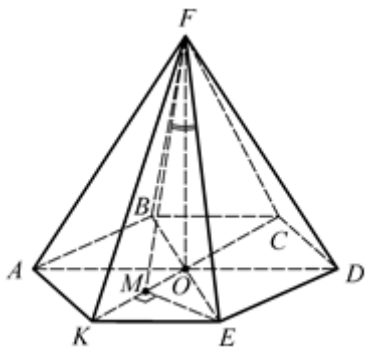
9. Дано: $\rho(O, AF) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $FO = \sqrt{3}$.



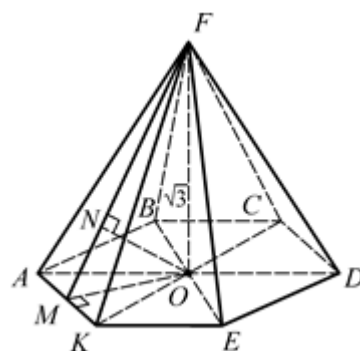
10. Дано: $\rho(K, CD) = 2\sqrt{3}$,
 $FD = \sqrt{7}$.



11. Дано: $\angle(FE, (KFC)) = \alpha$,
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $AB = 2$.



12. Дано: $\rho(E, (AFK)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $FO = \sqrt{3}$.



Объем правильной шестиугольной пирамиды

1. $36\sqrt{3}$.

2. $4\sqrt{6}$.

3. 216.

4. 6.

5. 6.

6. 6.

7. 6.

8. 2.

9. 1,5.

10. 6.

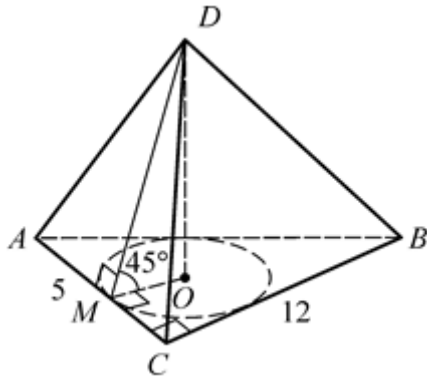
11. 6.

12. 2.

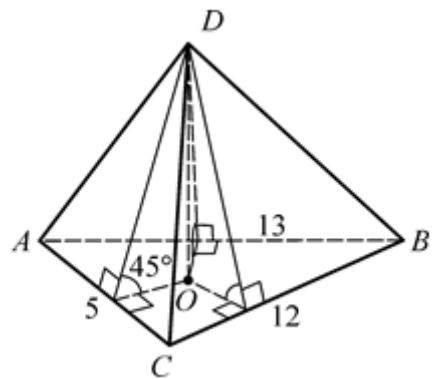
ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ, В ОСНОВАНИЕ КОТОРОЙ МОЖНО ВПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ

Найдите объем пирамиды.

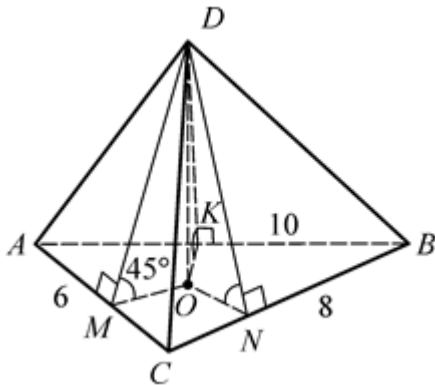
1. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5$, $CB = 12$,
 OM – радиус вписанной
 окружности, $\angle DMO = 45^\circ$.



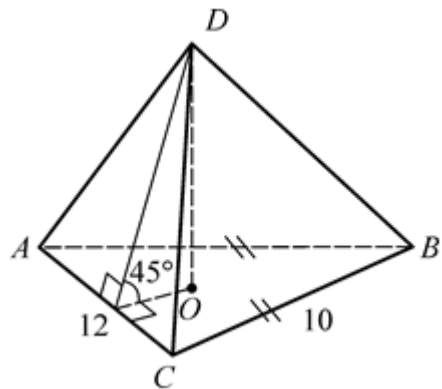
2. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $AC = 5$, $CB = 12$, $AB = 13$,
 $\angle((ADC), (ABC)) = \angle((BCD), (ABC)) =$
 $= \angle((ABD), (ABC)) = 45^\circ$.



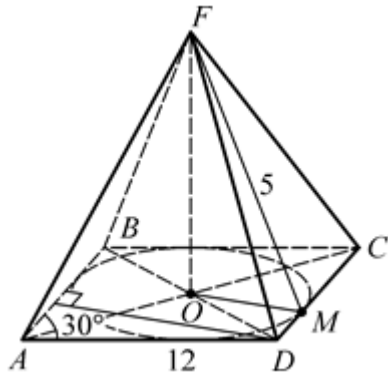
3. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $DM \perp AC$, $DK \perp AB$, $DN \perp CB$,
 $\angle DMO = \angle DNO = \angle DKO = 45^\circ$,
 $AC = 6$, $CB = 8$, $AB = 10$.



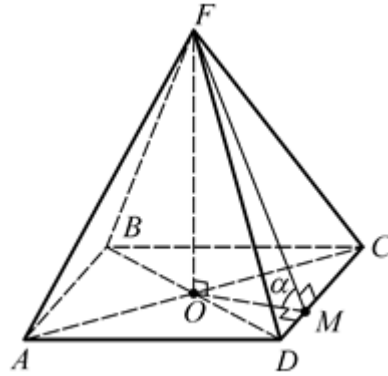
4. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $AB = BC = 10$, $AC = 12$,
 $\angle((ADC), (ABC)) = \angle((BCD), (ABC)) =$
 $= \angle((ABD), (ABC)) = 45^\circ$.



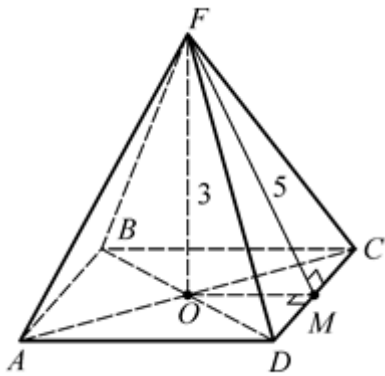
5. Дано: $FABCD$ – пирамида, $ABCD$ – ромб, $AB = 12$, $\angle BAD = 30^\circ$, OM – радиус вписанной окружности, $FO \perp (ABC)$, $FM \perp CD$, $FM = 5$.



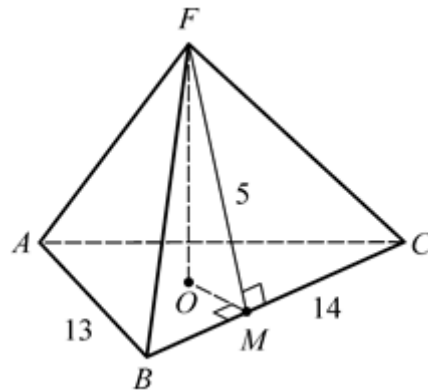
6. Дано: $FABCD$ – пирамида, $ABCD$ – ромб, $\angle((ABC), (ABF)) = \angle((ABC), (BCF)) = \angle((ABC), (DCF)) = \angle((ABC), (ADF)) = \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{6}$, $AC = 6$, $BD = 8$.



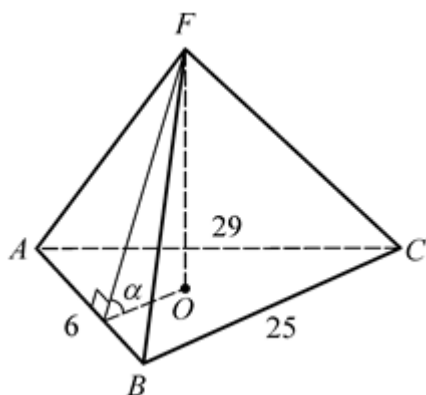
7. Дано: $FABCD$ – пирамида, $ABCD$ – прямоугольник, каждая из апофем равна 5, $FO \perp (ABC)$, $FO = 3$.



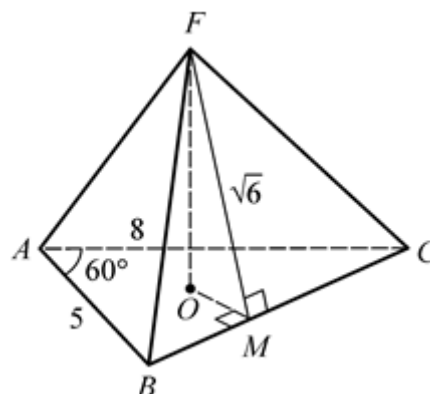
8. Дано: $FABC$ – пирамида, каждая из апофем равна 5, $AB = 13$, $BC = 14$, $AC = 15$.



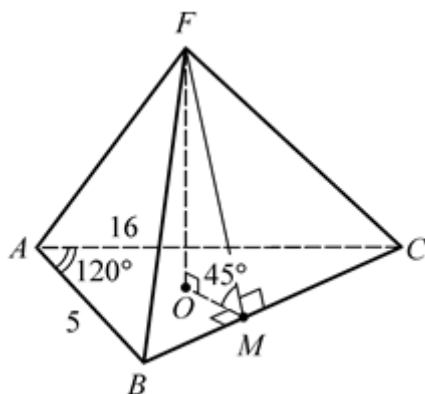
9. Дано: $FABC$ – пирамида, каждая из апофем составляет с высотой пирамиды угол α , $\operatorname{ctg} \alpha = 0,3$, $AB = 6$, $AC = 29$, $BC = 25$.



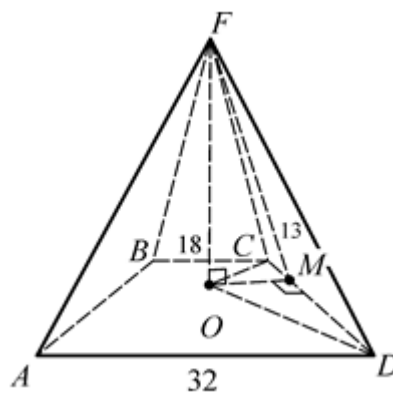
10. Дано: $FABC$ – пирамида, каждая из апофем равна $\sqrt{6}$, $AB = 5$, $AC = 8$, $\angle BAC = 60^\circ$.



11. Дано: $FABC$ – пирамида, каждая из боковых граней составляет с плоскостью основания угол 45° , $AB = 5$, $AC = 16$, $\angle BAC = 120^\circ$.



12. Дано: $FABCD$ – пирамида, $ABCD$ – трапеция, $AB = CD$, OM – радиус вписанной окружности, $AD = 32$, $BC = 18$, $FM = 13$.



**Объем пирамиды, в основание которой
можно вписать окружность**

1. 20.

4. 48.

7. 64.

10. 10.

2. 20.

5. 96.

8. 112.

11. 20.

3. 16.

6. 16.

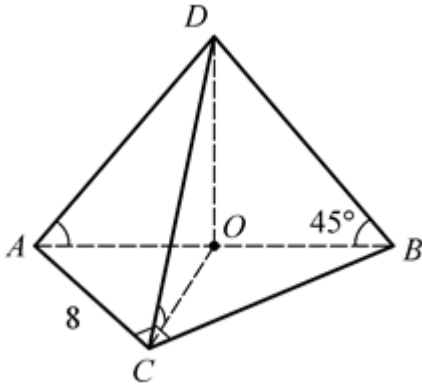
9. 12.

12. 1000.

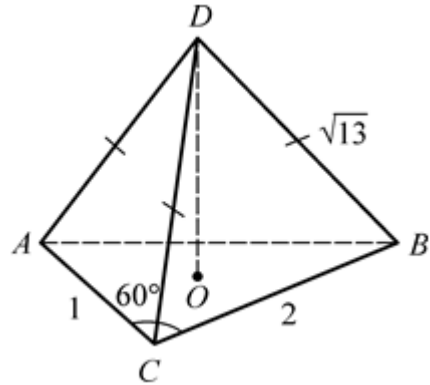
ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ, ОКОЛО ОСНОВАНИЯ КОТОРОЙ МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ

Найдите объем пирамиды.

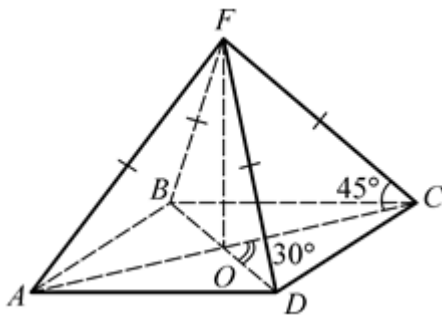
1. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 8$,
 $DO \perp (ABC)$, $\angle DAO = \angle DCO =$
 $= \angle DBO = 45^\circ$.



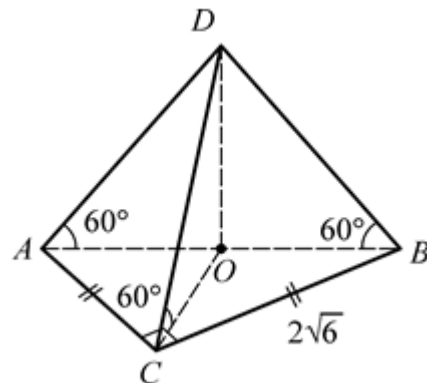
2. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $AD = CD = BD = \sqrt{13}$, $AC = 1$,
 $CB = 2$, $\angle ACB = 60^\circ$.



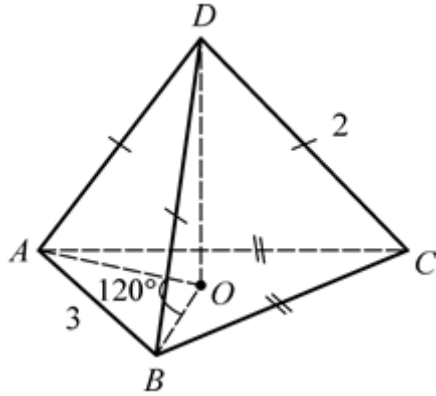
3. Дано: $FABCD$ – пирамида,
 $AF = BF = CF = DF$, $ABCD$ –
 прямоугольник, $S_{ABCD} = 9$,
 $AC \cap BD = O$, $\angle COD = 30^\circ$,
 $\angle FCO = 45^\circ$.



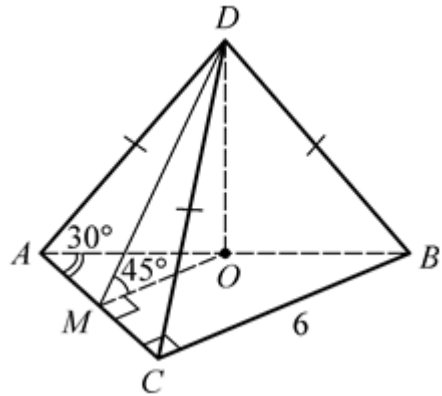
4. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB = 2\sqrt{6}$,
 $\angle DAO = \angle DCO = \angle DBO = 60^\circ$.



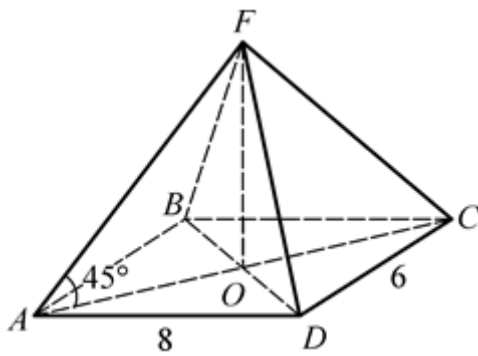
5. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $AD = DB = DC = 2$, $DO \perp (ABC)$,
 $\angle AOB = 120^\circ$, $AB = 3$, $AC = BC$.



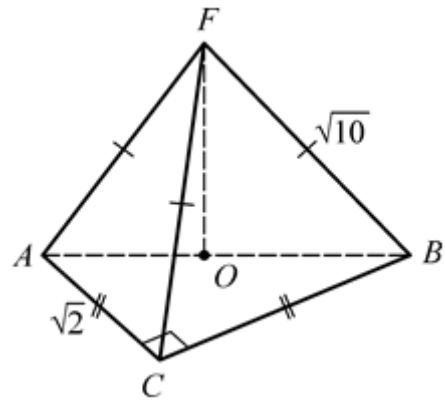
6. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $AD = DB = DC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\angle BAC = 30^\circ$, $CB = 6$, $DO \perp (ABC)$,
 $OM \perp AC$, $\angle DMO = 45^\circ$.



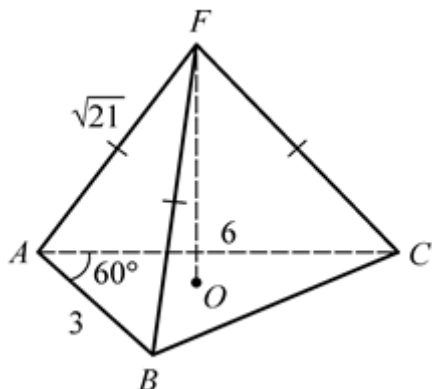
7. Дано: $FABCD$ – пирамида, $ABCD$
– параллелограмм,
 $FO \perp (ABC)$, $AB = 6$, $AD = 8$,
 $\angle FAO = \angle FBO = \angle FCO =$
 $= \angle FDO = 45^\circ$.



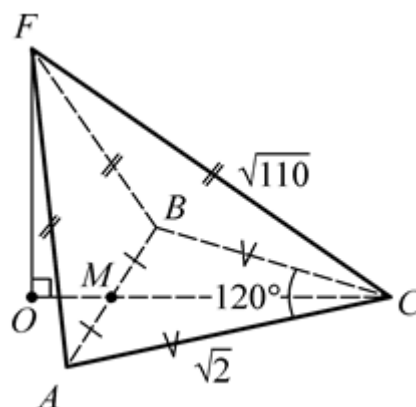
8. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $AF = BF = CF = \sqrt{110}$,
 $AC = BC = \sqrt{2}$, $\angle ACB = 90^\circ$.



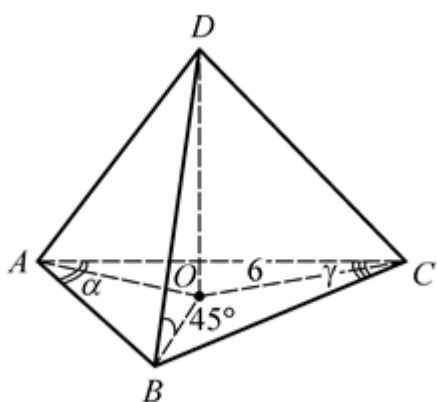
9. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $AF = BF = CF = \sqrt{21}$,
 $AB = 3, AC = 6, \angle BAC = 60^\circ$.



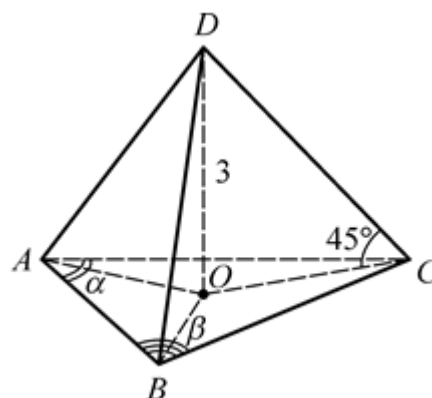
10. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $AF = BF = CF = \sqrt{110}$,
 $AC = BC = \sqrt{2}, \angle ACB = 120^\circ$.



11. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $DO \perp (ABC), \angle DAO = \angle DBO =$
 $= \angle DCO = 45^\circ, CO = 6,$
 $\angle BAC = \alpha, \angle ACB = \gamma$.



12. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $DO \perp (ABC), DO = 3, \angle DAO =$
 $= \angle DBO = \angle DCO = 45^\circ,$
 $\angle BAC = \alpha, \angle ABC = \beta$.



**Объем пирамиды, около основания которой
 можно описать окружность**

1. 40.

4. 24.

7. 80.

10. 3.

2. 1.

5. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

8. 1.

11. $144 \sin \alpha \sin \gamma \sin (\alpha + \gamma)$.

3. 9.

6. $18\sqrt{3}$.

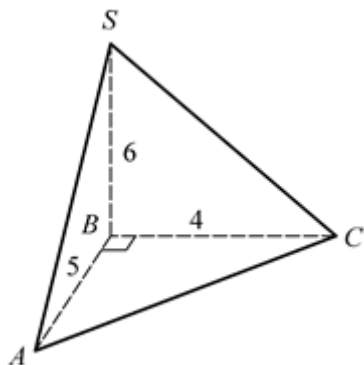
9. 9.

12. $18 \sin \alpha \sin \beta \sin (\alpha + \beta)$.

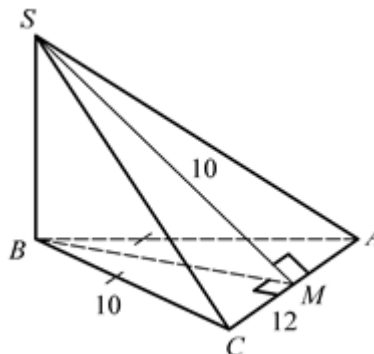
**ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ, У КОТОРОЙ ОДНО ИЗ БОКОВЫХ РЕБЕР
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ПЛОСКОСТИ ОСНОВАНИЯ**

$SB \perp (ABC)$. Найдите объем пирамиды.

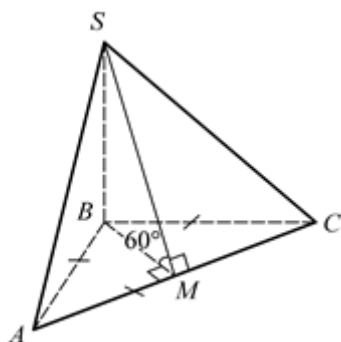
1. Дано: $AB = 5$, $BC = 4$, $SB = 6$.



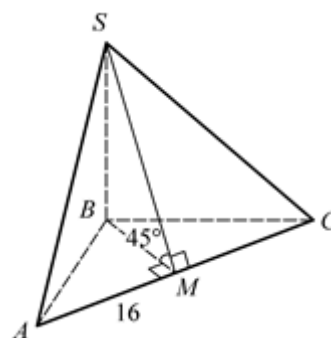
2. Дано: $AB = BC = 10$,
 $AC = 12$, $SM \perp AC$.



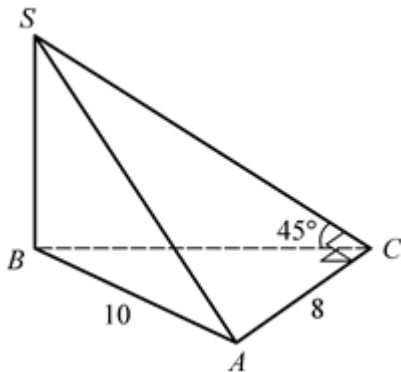
3. Дано: $AB = BC = AC = 2\sqrt{3}$,
 $SM \perp AC$, $\angle SMB = 60^\circ$.



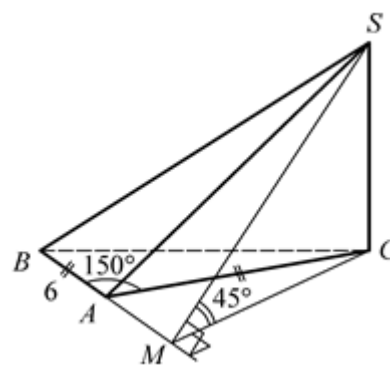
4. Дано: $SM \perp AC$, $AC = 16$,
 $S_{ABC} = 24$, $\angle SMB = 45^\circ$.



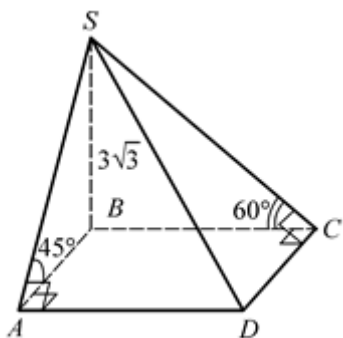
5. Дано: $AB = 10$, $AC = 8$,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle SACB = 45^\circ$.



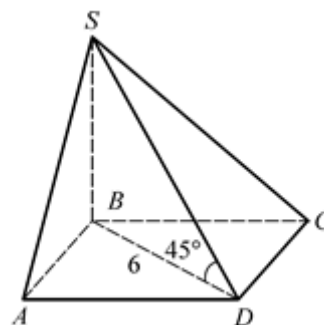
6. Дано: $AC = AB = 6$,
 $\angle BAC = 150^\circ$, $\angle SACB = 45^\circ$.



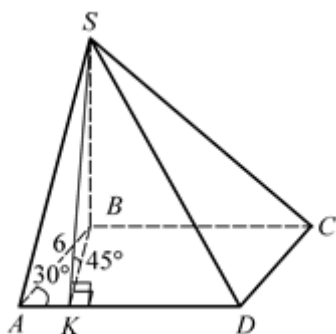
7. Дано: $ABCD$ – прямоугольник,
 $\angle SAB = 45^\circ$, $\angle SDCB = 60^\circ$,
 $SB = 3\sqrt{3}$.



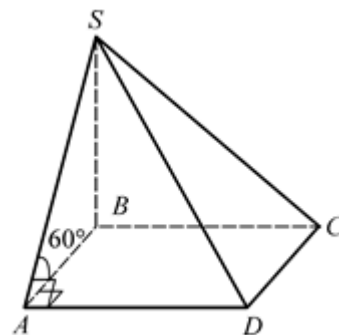
8. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $BD = 6$, $\angle BDS = 45^\circ$.



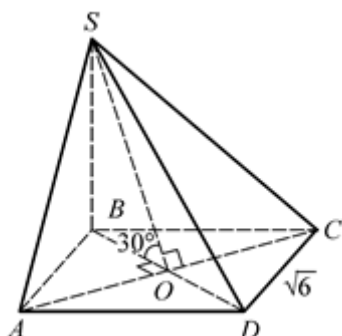
9. Дано: $ABCD$ – ромб, $AB = 6$,
 $\angle DAB = 30^\circ$, $SK \perp AD$,
 $\angle SKB = 45^\circ$.



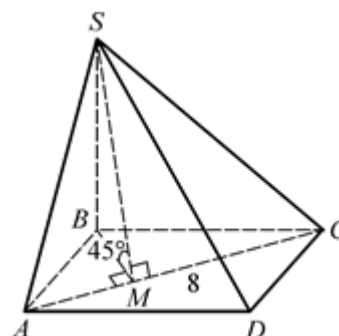
10. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AC = \sqrt{6}$, $\angle SAB = 60^\circ$.



11. Дано: $ABCD$ – квадрат,
 $AB = \sqrt{6}$, $AC \cap BD = O$,
 $\angle SOB = 30^\circ$.



12. Дано: $ABCD$ – прямоугольник,
 $S_{ABCD} = 24$, $AC = 8$, $\angle SACB = 45^\circ$.



**Объем пирамиды, у которой одно из боковых ребер
перпендикулярно плоскости основания**

1. 20.

4. 24.

7. 27.

10. 3.

2. 96.

5. 48.

8. 36.

11. 2.

3. 9.

6. 9.

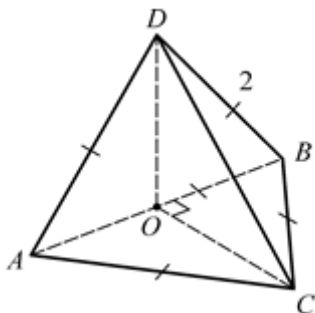
9. 18.

12. 24.

ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ С ГРАНЬЮ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ОСНОВАНИЮ

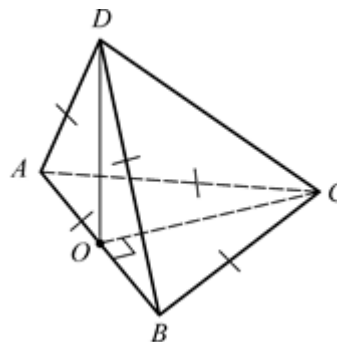
1. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AB = BC = AC = AD = BD = 2$.

Найдите V_{DABC} .



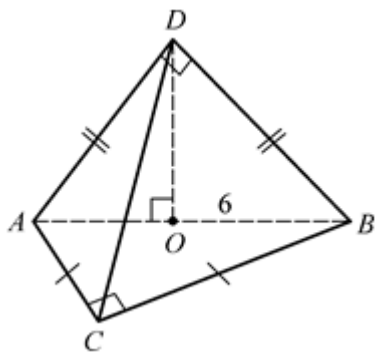
2. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AB = BC = AC = AD = BD$, $V_{DABC} = 1$.

Найдите AB .



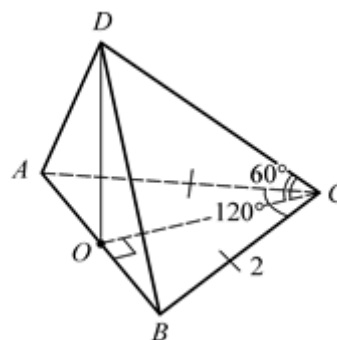
3. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AC = CB$, $AD = DB$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$, $AB = 6$.

Найдите V_{DABC} .



4. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AC = CB = 2$, $\angle ACB = 120^\circ$, $CO \perp AB$, $\angle DCO = 60^\circ$.

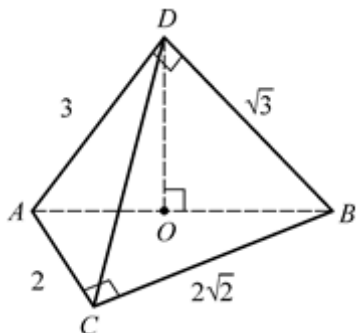
Найдите V_{DABC} .



5. Дано: $DO \perp (ABC)$, $O \in AB$, $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$, $AD = 3$,

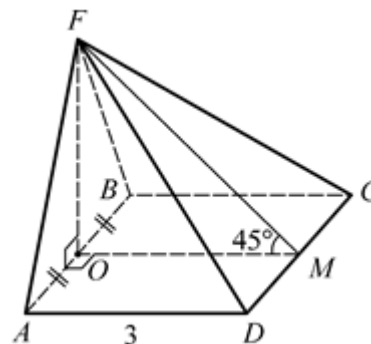
$DB = \sqrt{3}$, $AC = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$.

Найдите V_{DABC} .

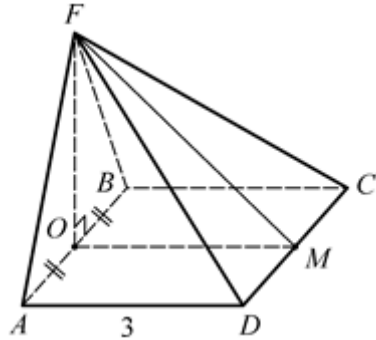


6. Дано: $(AFB) \perp (ABC)$, $ABCD$ – квадрат, $\angle FDCB = 45^\circ$, $AB = 3$.

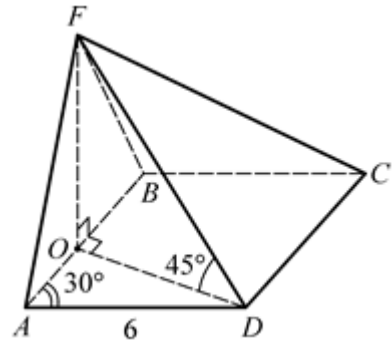
Найдите V_{FABCD} .



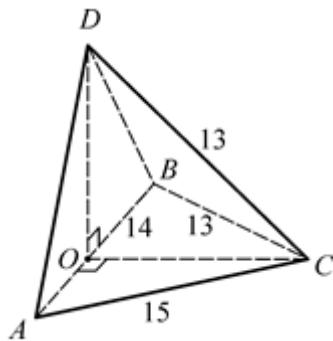
7. Дано: $(AFB) \perp (ABC)$, $ABCD$ – квадрат, $AB = 3$, $V_{DABC} = 18$.
Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha = \angle((ABC), (FDC))$.



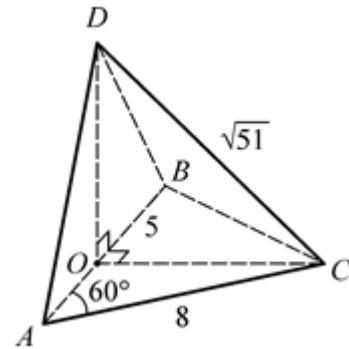
8. Дано: $ABCD$ – ромб, $AB = 6$, $\angle BAD = 30^\circ$, $(AFB) \perp (ABC)$, $\angle FDO = 45^\circ$.
Найдите V_{FABCD} .



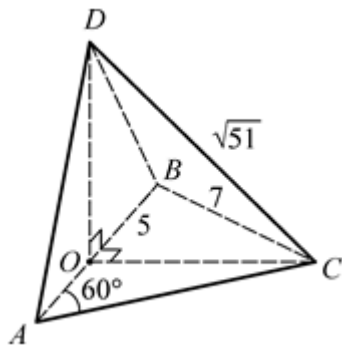
9. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AB = 14$, $AC = 15$, $BC = 13$, $DC = 13$.
Найдите V_{DABC} .



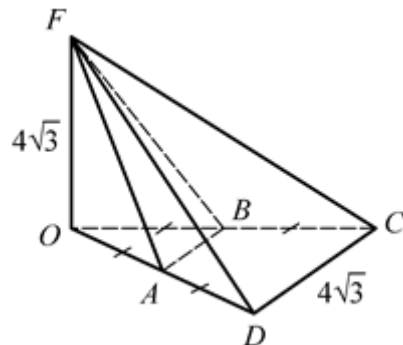
10. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AB = 5$, $AC = 8$, $\angle BAC = 60^\circ$, $DC = \sqrt{51}$.
Найдите V_{DABC} .



11. Дано: $(ADB) \perp (ABC)$, $AB = 5$, $BC = 7$, $\angle BAC = 60^\circ$, $DC = \sqrt{51}$.
Найдите V_{DABC} .



12. Дано: $FO \perp (ABC)$, $\angle COD = 60^\circ$, $OA = AD$, $OB = BC$, $OF = DC = 4\sqrt{3}$.
Найдите V_{FABCD} .

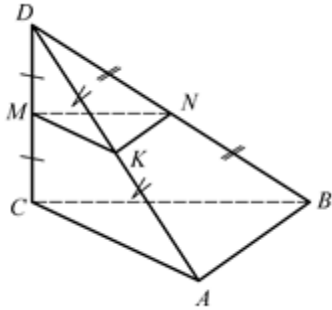


Объем пирамиды с гранью, перпендикулярной основанию

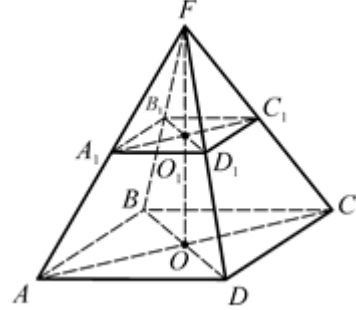
1. 1.	4. 1.	7. 2.	10. 10.
2. 2.	5. $\sqrt{2}$.	8. 18.	11. 10.
3. 9.	6. 9.	9. 140.	12. 36.

ОБЪЕМ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ

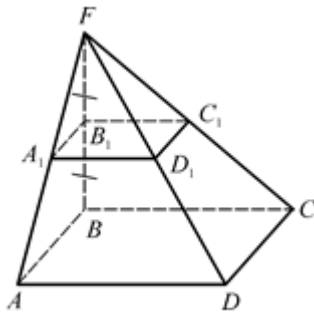
1. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $CD \perp (ABC)$, $CM = MD$,
 $AK = KD$, $BN = ND$,
 $V_{DABCD} = 16$. Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



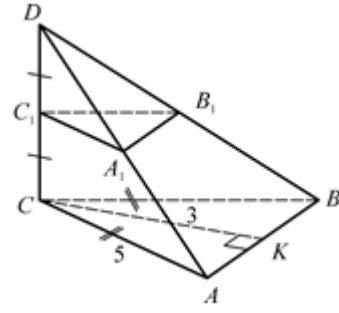
2. Дано: $FABCD$ – пирамида,
 $AC \parallel A_1C_1$, $BD = B_1D_1$,
 $FO_1 = O_1O$, $V_{\text{ус. пир.}} = 49$.
 Найдите V_{FABCD} .



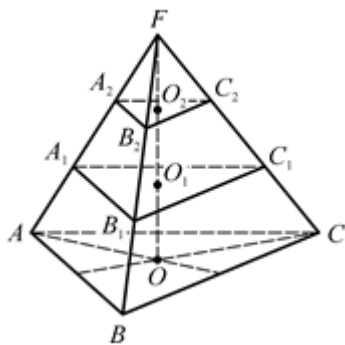
3. Дано: $FABCD$ – пирамида,
 $FB \perp (ABC)$, $AB \parallel A_1B_1$,
 $BC \parallel B_1C_1$, $BB_1 = B_1F$,
 $V_{FA_1B_1C_1D_1} = 2$.
 Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



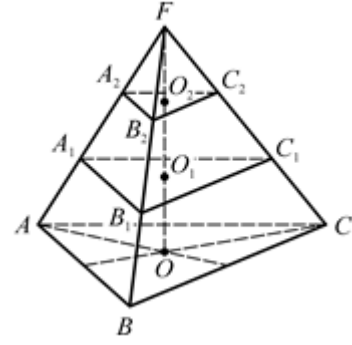
4. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $CD \perp (ABC)$, $CD = 4$, $CC_1 = C_1D$,
 $AC = CB = 5$, $CK \perp AB$, $CK = 3$,
 $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$.
 Найдите $V_{DA_1B_1C_1}$.



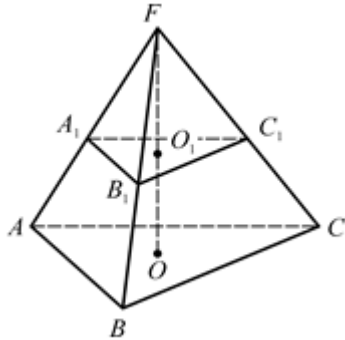
5. Дано: $FABC$ – пирамида, $(A_1B_1C_1) \parallel (A_2B_2C_2) \parallel (ABC)$,
 $OO_1 = O_1O_2 = O_2F$, $V_{FABC} = 27$.
 Найдите $V_{A_1B_1C_1A_2B_2C_2}$.



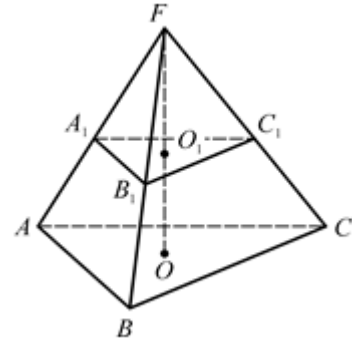
6. Дано: $FABC$ – пирамида, $(A_1B_1C_1) \parallel (A_2B_2C_2) \parallel (ABC)$,
 $OO_1 = O_1O_2 = O_2F$,
 $V_{A_1B_1C_1A_2B_2C_2} = 7$. Найдите $V_{ABCA_1B_1C_1}$.



7. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $S_{ABC} = 16$, $S_{A_1B_1C_1} = 9$, $OO_1 = 6$.
 Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



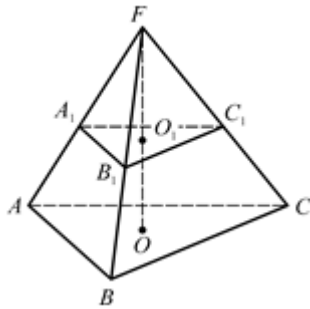
8. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $V_{\text{ус. пир.}} = 49$, $S_{ABC} = 25$,
 $S_{A_1B_1C_1} = 9$. Найдите OO_1 .



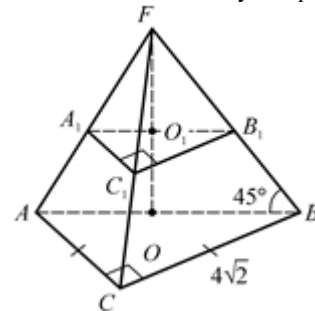
9. Дано: $FABC$ – пирамида,

$$V_{FA_1B_1C_1} = \frac{8}{125} V_{FABC}.$$

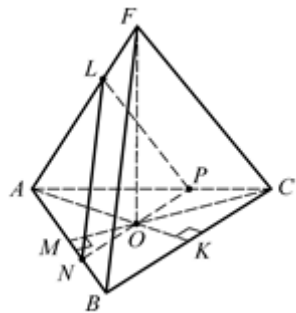
 Найдите $\frac{FO_1}{QO}$.



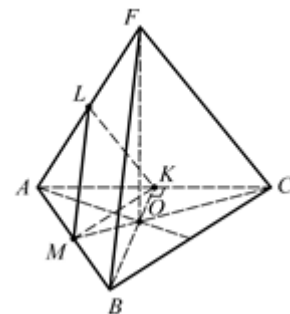
10. Дано: $FABC$ – пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB = 4\sqrt{2}$,
 $FO \perp (ABC)$, $\angle FAO = \angle FBO =$
 $= \angle FCO = 45^\circ$, $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$,
 $\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}$. Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



11. Дано: $FABC$ – правильный тетраэдр,
 $CM \perp AB$, $AK \perp BC$,
 $AK \cap CM = O$, $NP \parallel BC$,
 $O \in NP$, $NL \parallel BF$, $AB = 6\sqrt{3}$.
 Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



12. Дано: $FABC$ – правильный тетраэдр,
 $CM \perp AB$, $BK \perp AC$, $ML \parallel BF$,
 $KL \parallel CF$, $AB = 4\sqrt{3}$.
 Найдите $V_{\text{ус. пир.}}$



Объем усеченной пирамиды

1. 14.

4. 2.

7. 74.

10. 21.

2. 56.

5. 7.

8. 3.

11. $38\sqrt{6}$.

3. 14.

6. 19.

9. $\frac{2}{3}$.

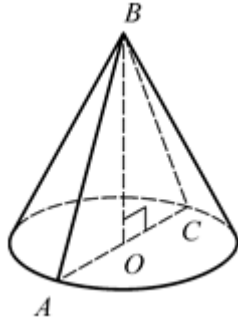
12. $14\sqrt{6}$.

Объем конуса

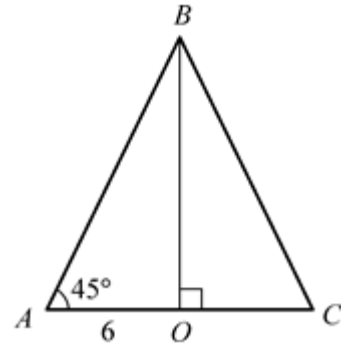
ОБЪЕМ КОНУСА

Дан прямой круговой конус. $\triangle ABC$
– осевое сечение.

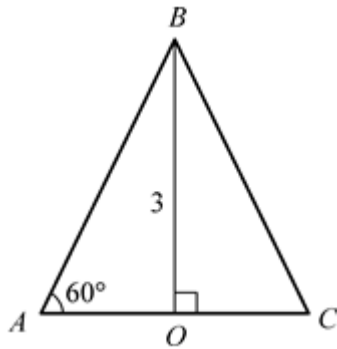
Найдите $V_{\text{конуса}}$.



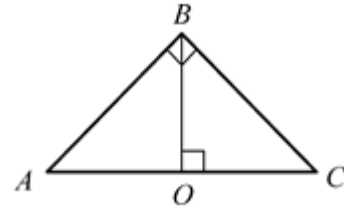
1. Дано: $R = 6$, $\angle BAO = 45^\circ$.



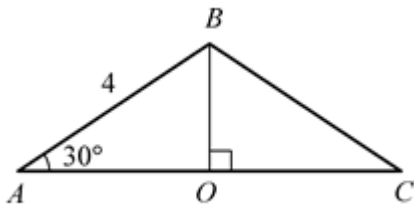
2. Дано: $H = 3$, $\angle BAO = 60^\circ$.



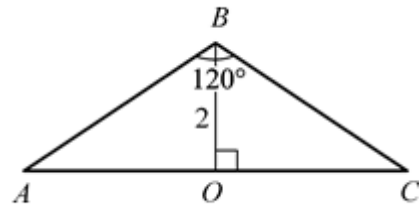
3. Дано: $S_{ABC} = 9$, $\angle ABC = 90^\circ$.



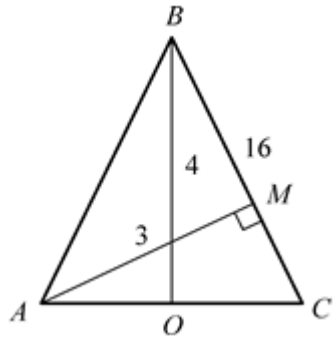
4. Дано: $AB = 4$, $\angle BAC = 30^\circ$.



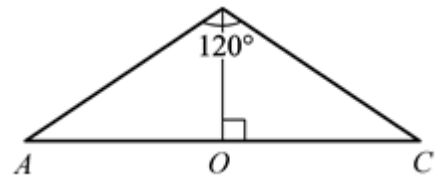
5. Дано: $H = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$.



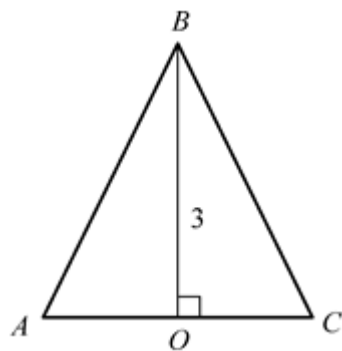
6. Дано: $BC = 16$, $H = 4$,
 $AM \perp BC$, $AM = 3$.



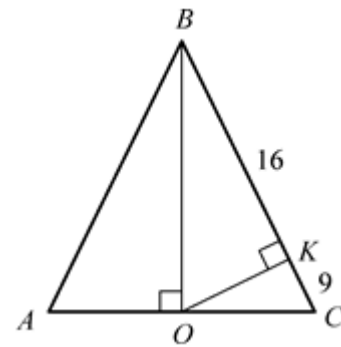
7. Дано: $AC = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 120^\circ$.



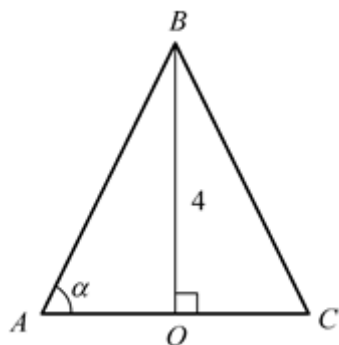
8. Дано: $AB = BC = AC$, $H = 3$.



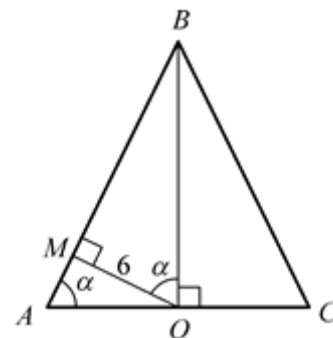
9. Дано: $OK \perp BC$, $BK = 16$,
 $KC = 9$.



10. Дано: $H = 4$, $\cos \alpha = 0,6$.



11. Дано: $OM \perp AB$, $OM = 6$,
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.



Объем конуса

1. 72π .

2. 3π .

3. 9π .

4. 8π .

5. 8π .

6. 48π .

7. 8π .

8. 3π .

9. 1500π .

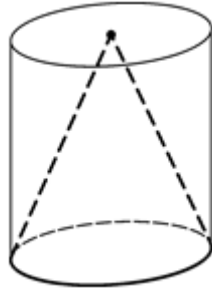
10. 12π .

11. 250π .

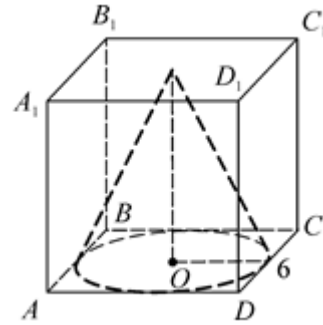
ОБЪЕМ ВПИСАННОГО ИЛИ ОПИСАННОГО КОНУСА

Найдите объем конуса.

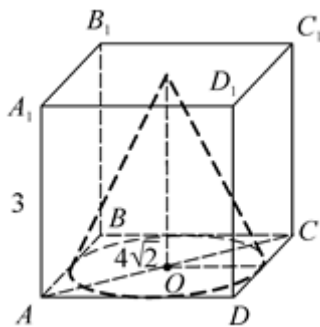
1. Дано: $V_{\text{цил}} = 81$.



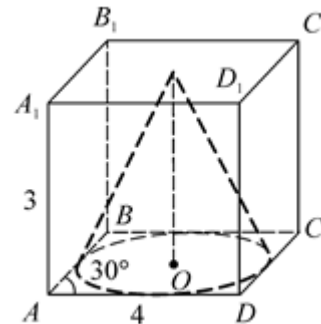
2. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, $AB = 6$.



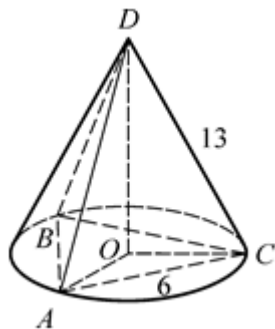
3. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AA_1 = 3$, $AC = 4\sqrt{2}$.



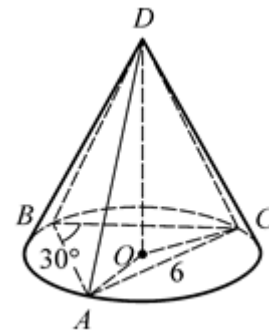
4. Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямой параллелепипед, $AA_1 = 3$, $AD = 4$, $\angle BAD = 30^\circ$.



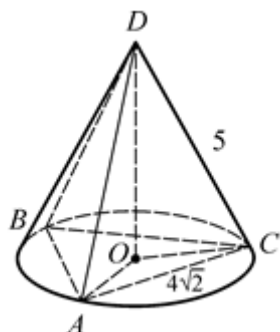
5. Дано: $DABC$ – правильная пирамида, $AC = 6$, $DC = 13$.



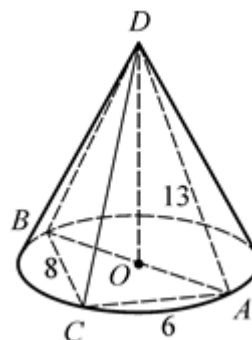
6. Дано: $DABC$ – пирамида, $AC = 6$, $\angle ABC = 30^\circ$, $DC = 10$.



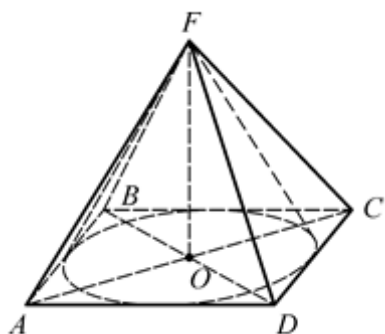
7. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $\angle ABC = 45^\circ$, $AC = 4\sqrt{2}$, $DC = 5$.



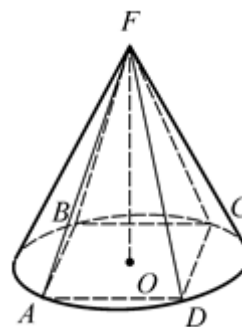
8. Дано: $DABC$ – пирамида,
 $DO \perp (ABC)$, $O \in AB$, $AC = 6$,
 $BC = 8$, $AD = 13$.



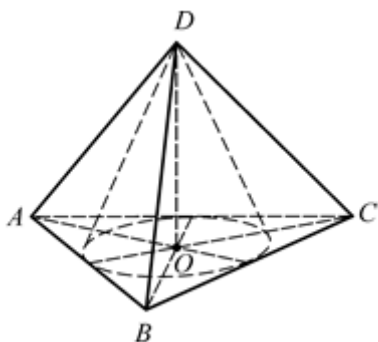
9. Дано: $FABCD$ – правильная пирамида, $V_{\text{пирамиды}} = 12$.



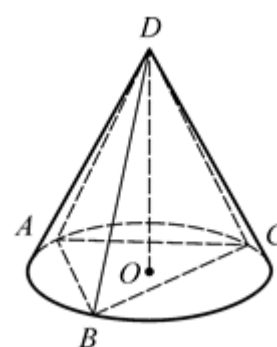
10. Дано: $FABCD$ – правильная пирамида, $V_{\text{пирамиды}} = 12$.



11. Дано: $DABC$ – правильная пирамида, $V_{\text{пирамиды}} = 3\sqrt{3}$.



12. Дано: $DABC$ – правильная пирамида, $V_{\text{пирамиды}} = 3\sqrt{3}$.



Объем вписанного или описанного конуса

1. 27.

4. π .

7. 16π .

10. 6π .

2. 18π .

5. 4π .

8. 100π .

11. π .

3. 4π .

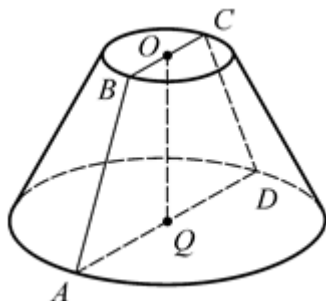
6. 96π ($r = 6$ по теореме синусов).

9. 3π . 12. 4π .

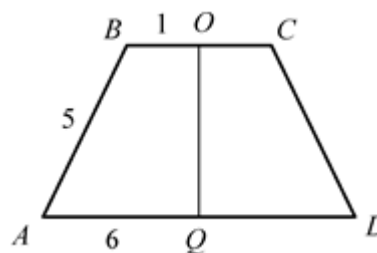
ОБЪЕМ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

Дан усеченный конус. $ABCD$ – осевое сечение.

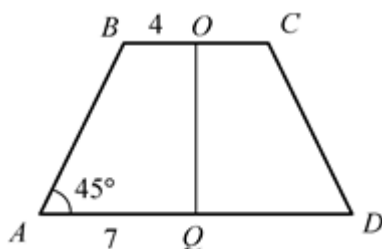
Найдите объем конуса.



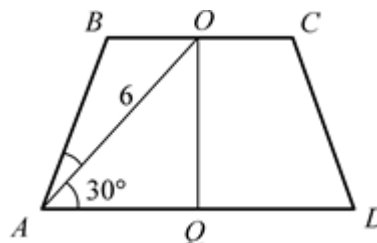
1. Дано: $r = 1$, $R = 6$, $AB = 5$.



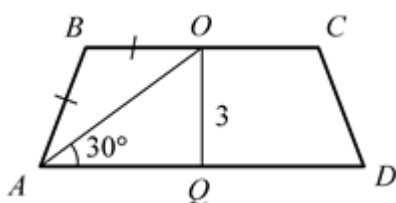
2. Дано: $r = 4$, $R = 7$, $\angle BAD = 45^\circ$.



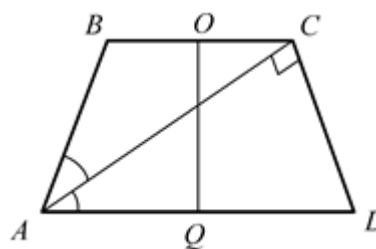
3. Дано: $AO = 6$, $\angle BAO = \angle OAQ = 30^\circ$.

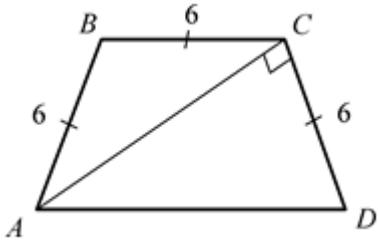
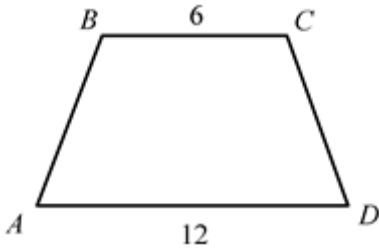
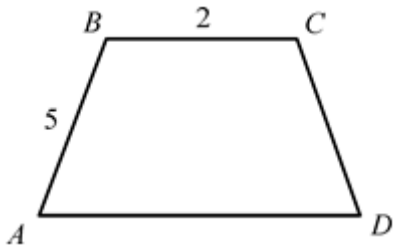
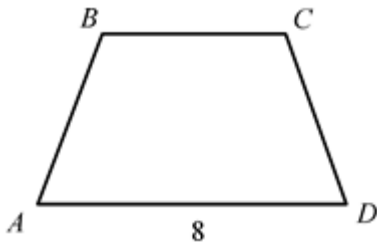
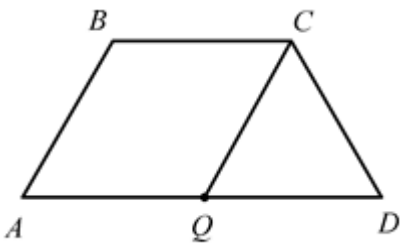
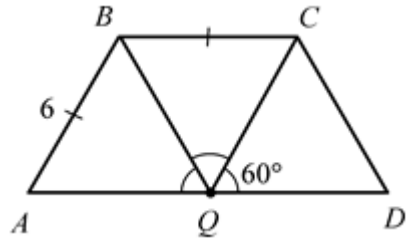


4. Дано: $OQ = 3$, $AB = BO$, $\angle OAQ = 30^\circ$.



5. Дано: $AD = 12$, $AC \perp CD$, $\angle BAC = \angle CAD$.



<p>6. Дано: $AB = BC = CD = 6$, $AC \perp CD$.</p> 	<p>7. Дано: $BC = 6$, $AD = 12$, в $ABCD$ можно вписать окружность.</p> 
<p>8. Дано: $AB = 5$, $BC = 2$, в $ABCD$ можно вписать окружность.</p> 	<p>9. Дано: $AD = 8$, $P_{ABCD} = 20$, в $ABCD$ можно вписать окружность.</p> 
<p>10. Дано: $ABCQ$ – ромб, $AD = 12$.</p> 	<p>11. Дано: $\angle AQB = \angle BQC = \angle CQD =$ $= 60^\circ$, $AB = BC = 6$.</p> 

Объем усеченного конуса

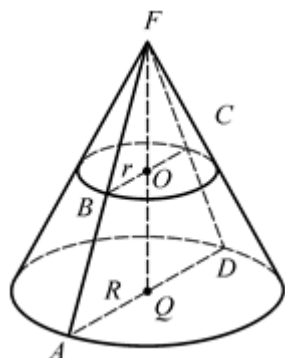
- | | | | |
|--------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. 31π . | 4. 57π . | 7. $126\sqrt{2}\pi$. | 10. $63\sqrt{3}\pi$. |
| 2. 93π . | 5. $63\sqrt{3}\pi$. | 8. 28π . | 11. $63\sqrt{3}\pi$. |
| 3. 57π . | 6. $63\sqrt{3}\pi$. | 9. 28π . | |

ОБЪЕМ УСЕЧЕННОГО КОНУСА

В конусе проведено сечение параллельно основанию.

$$AQ = R, BO = r, FQ = H,$$

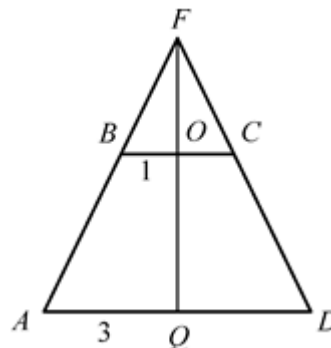
$$OQ = h, S_{\text{осн}} = S, S_{\text{сеч}} = S_1.$$



1. Дано: $BO = 1, AQ = 3,$

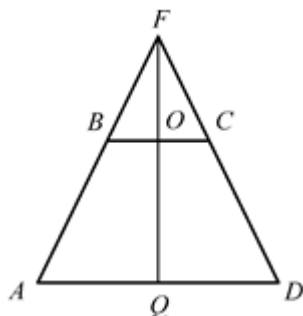
$$V_{\text{конуса}} = 27.$$

Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



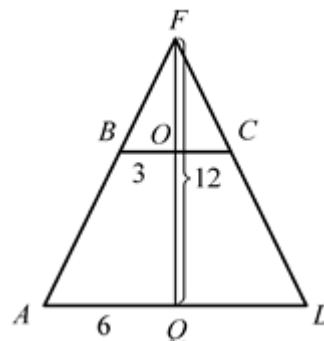
2. Дано: $H = 6, h = 4, V_{\text{усеч. конуса}} = 52.$

Найдите $V_{\text{конуса}}$.



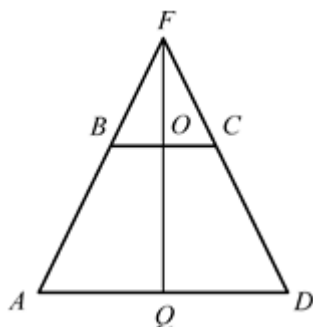
3. Дано: $R = 6, r = 3, H = 12.$

Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



4. Дано: $H = 12, h = 4, V_{\text{конуса}} = 54.$

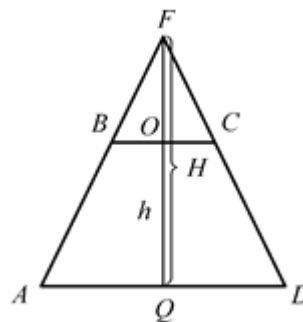
Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



5. Дано: $h : H = 2 : 3.$

$$\frac{V_{\text{усеч. конуса}}}{V_{\text{конуса}}}$$

Найдите $\frac{V_{\text{усеч. конуса}}}{V_{\text{конуса}}}$.

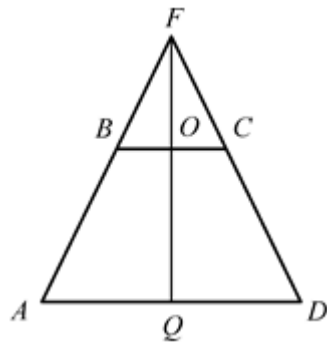


6. Дано: $S_1 : S_2 = 1 : 9.$

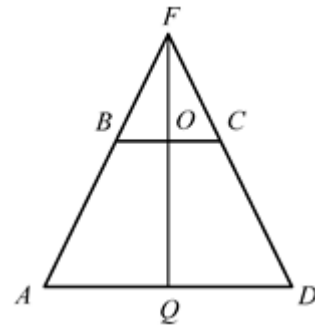
$$\frac{V_{\text{усеч. конуса}}}{V_{\text{конуса}}}$$

Найдите $\frac{V_{\text{усеч. конуса}}}{V_{\text{конуса}}}$.

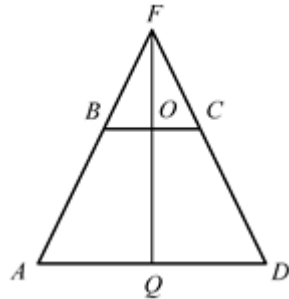
7. Дано: $\frac{V_{\text{усеч. конуса}}}{V_{\text{кон}}} = \frac{7}{8}.$



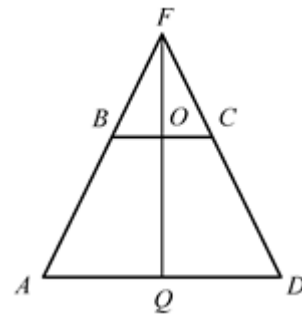
Найдите $\frac{S_1}{S_2}$.



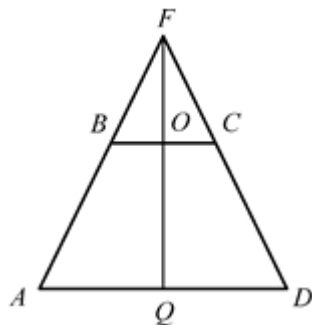
8. Дано: $H = 9$, $R = 3$, $S_1 = \pi$.
Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



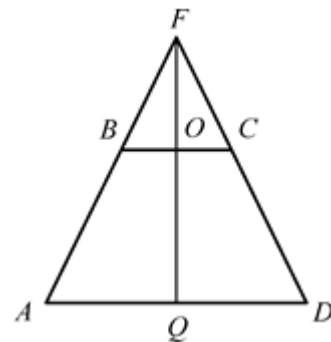
9. Дано: $S_1 = 9\pi$, $S_1 : S = 1 : 4$,
 $H - h = 4$.
Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



10. Дано: $H = 9$, $S = 36\pi$,
 $FO : FQ = 2 : 3$.
Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



11. Дано: $H = 20$, $R = 25$,
 $FO : FQ = 2 : 5$.
Найдите $V_{\text{усеч. конуса}}$.



Объем усеченного конуса

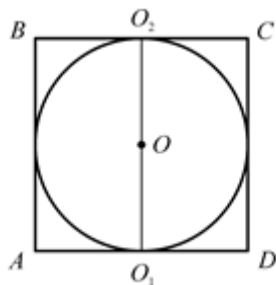
1. 26.	4. 38.	7. $\frac{1}{4}$.	10. 76π.
2. 54.	5. $\frac{26}{27}$.	8. 26π.	11. 3900π.
3. 126π.	6. $\frac{26}{27}$.	9. 84π.	

Объем шара и площадь сферы

ПЛОЩАДЬ СФЕРЫ

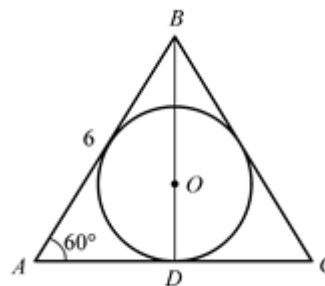
1. Дано: O – центр шара, вписанного в цилиндр, $ABCD$ – осевое сечение цилиндра.

Найдите $\frac{S_{\text{бок. цилл}}}{S_{\text{сф}}}$.

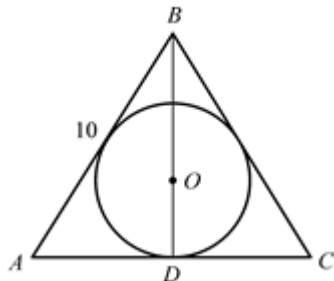


2. Дано: O – центр шара, вписанного в конус, ABC – осевое сечение конуса, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 6$.

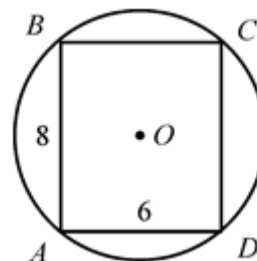
Найдите $S_{\text{сф}}$.



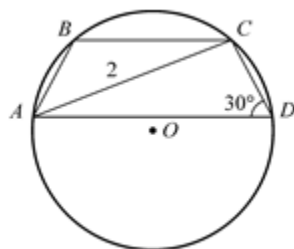
3. Дано: O – центр шара, вписанного в конус, ABC – осевое сечение конуса, $AC = 12$, $AB = 10$.
Найдите $S_{\text{сф}}$.



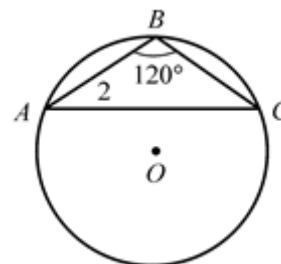
4. Дано: $ABCD$ – осевое сечение цилиндра, O – центр шара, описанного вокруг цилиндра, $AB = 8$, $AD = 6$.
Найдите $S_{\text{сф}}$.



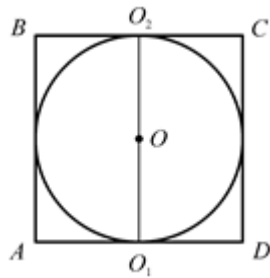
5. Дано: $ABCD$ – осевое сечение усеченного конуса, O – центр шара, описанного вокруг усеченного конуса, $AC = 2$, $\angle CDA = 30^\circ$.
Найдите $S_{\text{сф}}$.



6. Дано: O – центр шара, описанного вокруг конуса, ABC – осевое сечение конуса, $AB = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$.
Найдите $S_{\text{сф}}$.

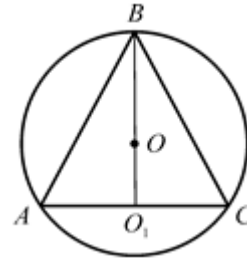


7. Дано: O – центр шара, вписанного в цилиндр, $ABCD$ – осевое сечение цилиндра, $S_{\text{сф}} = 6$.
Найдите $S_{\text{бок. цил.}}$



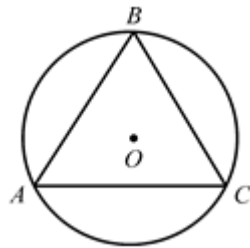
8. Дано: O – центр шара, описанного вокруг конуса, ABC – осевое сечение конуса, $AB = BC = AC = 2\sqrt{3}$.

Найдите $S_{\text{сф.}}$

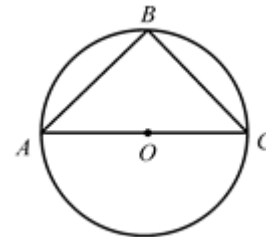


9. Дано: O – центр шара, описанного вокруг конуса, ABC – осевое сечение конуса, $AB = BC = AC$.

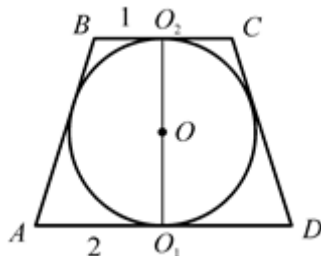
Найдите $\frac{S_{\text{сф.}}}{S_{\text{бок. кон.}}}$.



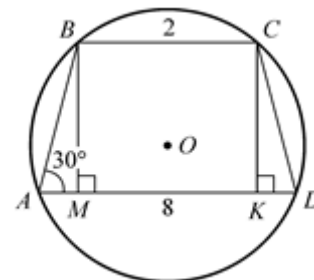
10. Дано: O – центр шара, описанного вокруг конуса, ABC – осевое сечение конуса, O лежит на основании конуса, $S_{\text{бок. кон.}} = \sqrt{2}$.
Найдите $S_{\text{сф.}}$



11. Дано: O – центр шара, вписанного в усеченный конус, $ABCD$ – осевое сечение усеченного конуса, $AO_1 = 2$, $BO_2 = 1$.
Найдите $S_{\text{сф.}}$



12. Дано: $ABCD$ – осевое сечение усеченного конуса, O – центр шара, описанного вокруг усеченного конуса, $BC = 2$, $\angle BAD = 30^\circ$.
Найдите $S_{\text{сф.}}$



Площадь сферы

1. 1.

2. 12π .

3. 12π .

4. 100π .

5. 16π .

6. 48π .

7. 6.

8. 16π .

$\frac{8}{3}$.

9. $\frac{8}{3}$.

10. 4.

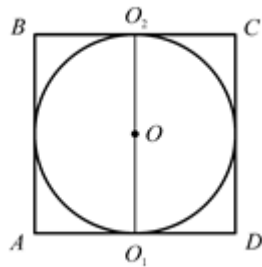
11. 8π .

12. 112π .

ОБЪЕМ ШАРА

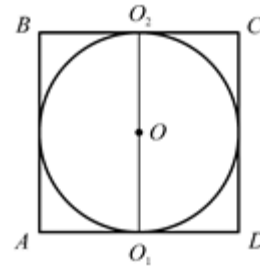
1. Дано: O – центр шара, вписанного в цилиндр, $ABCD$ – осевое сечение цилиндра.

Найдите $\frac{V_{\text{цил}}}{V_{\text{ш}}}$.



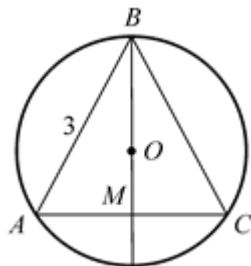
2. Дано: O – центр шара, вписанного в цилиндр, $ABCD$ – осевое сечение цилиндра, $V_{\text{ш}} = \frac{32\pi}{3}$.

Найдите $V_{\text{цил}}$.



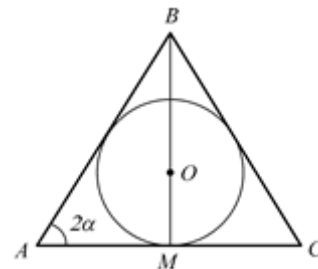
3. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, описанного вокруг конуса, $AB = AC = 3$.

Найдите $V_{\text{ш}}$.



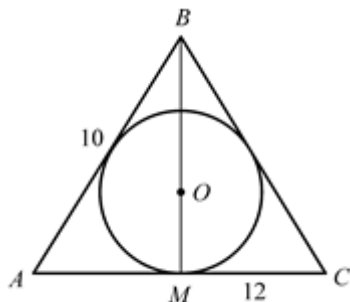
4. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, вписанного в конус, $\angle BAC = 2\alpha$, $\text{tg } \alpha = 0,6$,

$AC = 10$. Найдите $V_{\text{ш}}$.



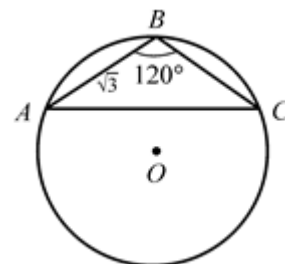
5. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, вписанного в конус, $AB = 10$, $AC = 12$.

Найдите $V_{\text{ш}}$.

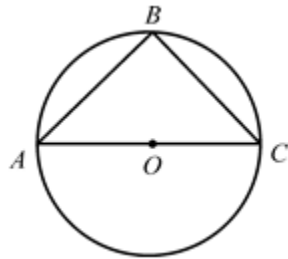


6. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, описанного вокруг конуса, $\angle ABC = 120^\circ$,

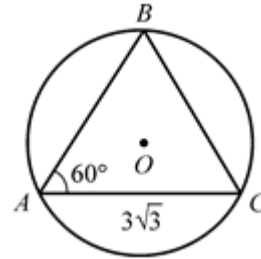
$AB = \sqrt{3}$. Найдите $V_{\text{ш}}$.



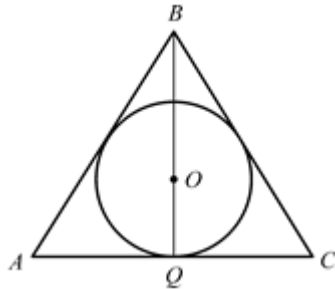
7. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, описанного вокруг конуса, $V_{\text{ш}} = 12$.
Найдите $V_{\text{кон}}$.



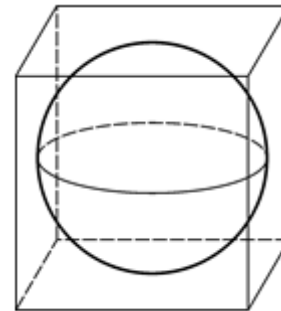
8. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, описанного вокруг конуса, диаметр основания равен $3\sqrt{3}$, $\angle BAC = 60^\circ$.
Найдите $V_{\text{ш}}$.



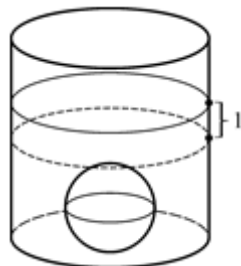
9. Дано: ABC – осевое сечение конуса, O – центр шара, вписанного в конус, $BQ = 9$, $BO = 2QO$.
Найдите $V_{\text{ш}}$.



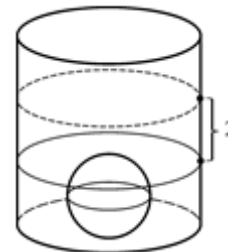
10. Дано: шар вписан в куб, $V_{\text{куба}} = 216$. Найдите $V_{\text{ш}}$.



11. Дано: в цилиндр с водой поместили шар, причем уровень воды поднялся на 1. $R_{\text{цил}} = 6$.
Найдите $R_{\text{ш}}$.



12. Дано: из цилиндра с водой вынули шар, причем уровень воды упал на 2. $R_{\text{ш}} = 6$.
Найдите $R_{\text{цил}}$.



Объем шара

1. 1,5.

2. 16π .

3. $4\sqrt{3}\pi$.

4. 36π .

5. 36π .

6. 36π .

7. 3.

8. 36π .

9. 36π .

10. 36π .

11. 3.

12. 12.

