

## **Предисловие:**

Этот сборник адресован как учащимся 12 класса (будущим выпускникам средней школы), так и педагогическим работникам, работающим в цикле средней школы, а также всем, кто интересуется математикой в целом.

Работа содержит 21 подготовительный тест, сопровождаемый ответами, разработанными согласно положениям Национальной учебной программы по математике (2020 г.) и Программы национального экзамена на степень бакалавра (редакция 2021 г.) реального профиля.

Каждый тест структурирован по четырем содержательным направлениям: «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Элементы комбинаторики. Бином Ньютона. Элементы теории вероятностей и математической статистики».

Мы надеемся, что данный гид будет полезен для подготовки студентов реального профиля к успешной сдаче экзамена БАКа по математике.

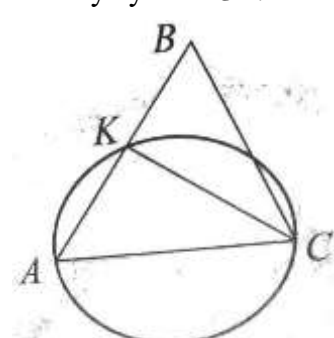
Желаем вам успехов!

*Авторы.*

## Тест 1.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\log_{\sqrt{3}} 9 - 9$ <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____	
2	Решите на множестве $\mathbb{C}$ уравнение $(3 + 2i)z = 20 - 4i$ <i>Решение:</i> _____	
3	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} 3^{2x+8} & 27 \\ 3 & 9^{x+6} \end{vmatrix}$ . Решите на множестве $\mathbb{R}$ уравнение $D(x) = 0$ <i>Решение:</i> _____	
4	Многочлен $P(X) = -X^3 - 3X^2 + (a + 3)X + (2a + 1)$ делится на бином $x + 1$ . Определите остаток от деления многочлена $P(X)$ на бином $Q(X) = X - 5$	
5	Определить реальные значения уравнения $\sin(2x) = 1 + \cos(2x)$ , принадлежащие интервалу $[0; \pi]$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Сторона равностороннего треугольника $ABC$ равна 12 см. Определите длину радиуса окружности, вписанной в треугольник $ABC$ .	
7	Основание прямой призмы — ромб с углом $120^\circ$ и малой диагональю 10 см. Найдите длину большой диагонали призмы, если ее объем равен $300\sqrt{3}$ см <sup>3</sup> .	
8	В треугольнике $ABC$ $m(\angle A) = 60^\circ$ , а биссектриса $AD$ определяет на стороне $BC$ отрезки $BD = 1$ см и $DC = 2$ см. Определите величину угла $BCA$ .	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Изучите ограничения функции $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{3n+5}{n+1}$	
10	Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x^6 - 4x^5$	
	а) Определить интервалы монотонности функции $f$ .	
	б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^4 - 4x^2}$	
	в) Вычислите $I = \int_{-1}^1  f(x)  dx$	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Учащиеся, зачисленные в клуб продвинутых предметов, будут изучать следующие 6 школьных предметов: математику, физику, химию, биологию, информатику, английский язык. Какова вероятность того, что в расписании уроков предметы Математика, Физика и Информатика не будут стоять все три подряд?:_____	
12	Определить член, не имеет $x$ , в разложении бинома $\left(\sqrt[5]{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^9$ , $x > 0$ .	

## Тест 2.


№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $-\frac{7}{8} - 16^{-\frac{3}{4}}$	
2	Вычислите определитель матрицы $A = \begin{vmatrix} 2 + 5i & -3 \\ i^5 & 2 - 5i \end{vmatrix}$ , где $i^2 = -1$	
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{x}{x+2} \leq 2x$	
4	Разложите многочлен $P(X) = X^4 - 3X^3 - aX^2 + (3a + 2)X - 6$ на неприводимые множители, зная, что $X = 1$ является двойным корнем многочлена $P(X)$ .	
5	Определите реальные значения $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ , для которого $\frac{\sin x}{\sin x - \cos x \operatorname{tg} \frac{x}{2}} = \frac{1}{2}$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Точки $A$ и $C$ принадлежат окружности с центром $O$ , так что $m(\angle AOC) = 60^\circ$ . Определите длину малой дуги $AC$ , если известно, что площадь диска, ограниченного этой окружностью, равна $144\pi$ см <sup>2</sup> .	
7	Определите общую площадь правильной четырехугольной пирамиды с боковым ребром 10 см и высотой 5 см.	
8	<p>Пусть <math>ABC</math> — треугольник с <math>AC = 10</math> см и <math>m(\angle ABC) = 45^\circ</math>. Окружность диаметром <math>AC</math> пересекает сторону <math>AB</math> в точке <math>K</math>, так что <math>AK = 6</math> см. Вычислите косинус угла <math>BCA</math>.</p> <p><i>Решение:</i></p>	
		
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Изучите монотонность функции $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{n+3}{n+2}$	
10	<p>Дана функция <math>f : R \setminus \{-3\} \rightarrow R</math>, <math>f(x) = \frac{3x^2}{x+3}</math></p> <p>а) Определить локальные экстремумы функции <math>f</math>.</p> <p>б) Определить наклонную асимптоту в точке <math>+\infty</math> графика функции <math>f</math>.</p> <p>в) Вычислите <math>\int_4^{64} \frac{f(x)(x+3)}{x(1+\sqrt{x})} dx</math></p>	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		

11	Завод имеет 3 склада для хранения выпускаемого оборудования. Вероятность того, что машина на первом складе неисправна, равна $\frac{1}{10}$ , вероятность того, что машина на втором складе неисправна, равна $\frac{1}{15}$ , вероятность того, что машина на третьем складе неисправна, равна $\frac{3}{40}$ . Выделяется по одной машине с каждого склада. Вычислите вероятность того, что две из этих машин окажутся неисправными.		
12	Определить количество рациональных членов в биномиальном разложении $(2\sqrt{5} + 4\sqrt[3]{2})^{50}$ .		

### Тест 3.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\frac{\sqrt[5]{625}}{25^{-\frac{1}{10}}}$	
2	Найдите модуль комплексного числа $z = (7 + 3i)^2 + 33i^7$ , где $i^2 = -1$	
3	Пусть $D = \begin{vmatrix} 2 & \log_3(x+1) \\ 1 & \log_3(5-x) \end{vmatrix}$ . Решите на множестве $R$ равенство $D(x) = 0$	
4	Разложите многочлен $P(X) = X^4 - 8X^3 + 15X^2 + 4X - 20$ на неприводимые множители, зная, что $X = 2$ является двойным корнем многочлена $P(X)$ .	
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{x^2-6x+9}{25x-6\cdot 5^x+5} \leq 0$	
<b>II. Геометрия</b>		
6	В треугольнике $ABC$ со сторонами $AB = 10$ см, $BC = 8$ см, $AC = 16$ см, $MN$ — средняя линия. Определите периметр треугольника $MBN$ .	
7	Определите полную площадь прямого кругового цилиндра, если диагональ осевого сечения этого цилиндра равна 12 см и образует с плоскостью основания угол $60^\circ$ .	
8	Пусть $ABCD$ — параллелограмм, где $AB = 26$ см, $BD = 32$ см. Определите периметр параллелограмма $ABCD$ , если $m(\angle BOC) = 120^\circ$ , $O$ — точка пересечения диагоналей.	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Изучите монотонность функции $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = 5a_{n-1} + 2$ , $a_1 = -1$ . Определить сумму первых четырех членов последовательности.	
10	Дана функция $f : (0; +\infty) \setminus \{1\} \rightarrow R$ , $f(x) = \frac{x}{\ln x}$	
	а) Напишите уравнение касательной к графику функции в точке абсцисс $x_0 = e^2$ .	
	б) Сравните $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$ и $f(e)$	
	в) Пусть функция $g : (0; +\infty) \setminus \{1\} \rightarrow R$ , $g(x) = \frac{\sqrt{3}}{f(x)(3 \ln^3 x + \ln x)}$ . Определите первообразную $G$ функции $g$ , график которой проходит через точку $A \left( e^{\frac{1}{3}}; \frac{\pi}{3} \right)$ .	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Случайным образом собирается четырехзначное число. Найти вероятность того, что цифры не повторяются и то, что только первая и последняя цифры этого четные числа.	
12	Определите член, содержащий $a^6$ , из разложения бинома $\left( a^3 + \frac{1}{\sqrt[7]{a^3}} \right)^{10}$ , $a > 0$ .	

## Тест 4.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $81^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{\log_3 27}\right)^{-3}$		
2	Пусть $z_1 = 1 + 2i$ и $z_2 = 1 - i$ . Докажите, что $w = z_1^2 + 4z_2$ натуральное число.		
3	Решите на множестве $R$ неравенство: $\left(\frac{9}{2}\right)^{x^2+x} \geq \left(\frac{4}{81}\right)^{2x-7}$ .		
4	Определите значение выражения $E(\alpha) = 5\cos(2\alpha) - \frac{7}{60}\operatorname{tg}(2\alpha)$ , если известно, что $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .		
5	Пусть матрица $A = \begin{pmatrix} \sqrt{\log_3(x-2)} & 0,5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ . Определить действительные значения $x$ , при которых матрица обратима.		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Из точки $A$ вне окружности $C(O; r = 8 \text{ см})$ к этой окружности проведена касательная, а $M$ — точка касания. Определите расстояние от точки $A$ до точки $M$ , если $m(\angle AOM) = 60^\circ$ .		
7	Пусть $ABCD$ — параллелограмм, где $m(\angle ABC) = 135^\circ$ и $AB = 6 \text{ см}$ . Определите площадь параллелограмма, если $BD = 5\sqrt{2} \text{ см}$ .		
8	В плоскости треугольника $ABC$ , прямоугольного в $A$ , поднят перпендикуляр $AM$ . Зная, что $AB = 4 \text{ см}$ , $AM = 6 \text{ см}$ и $m(\angle ACB) = 60^\circ$ , вычислите синус двугранного угла, образованного плоскостями $(MBC)$ и $(ABC)$ . <i>Решение:</i>		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Определить член $a_7$ арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$ , если $a_3 = 10$ и $a_{10} = 11$ .		
10	Дана функция $f : (-\infty; -2) \cup [0; +\infty) \rightarrow R$ , $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ .		
	а) Вычислите $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2+10}{f^2(x)-2x+9} dx$		
	б) Определить горизонтальную асимптоту $-\infty$ на графике функции $g : (-\infty; -2) \cup [0; +\infty) \rightarrow R$ , $g(x) = f(x) + x$		
	в) Определить абсциссу точки на графике функции $f$ , где касательная проходит через точку $A(4; 3\sqrt{3})$ .		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	С помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 формируется 5 – значный код. Найдите вероятность того, что этот формат кода содержит цифру 2 не меньше 3 раз.		
12	Определите член, содержащий $x^8$ , из разложения бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right)^n$ ( $x > 0$ ), зная, что сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на четных местах в разложении степени бинома равна 512.		

## Тест 5.

№	Итем.	Баллы	
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $\log_9 \sqrt{27} - 0,75$		
2	Пусть $\bar{z} = (3 + 5i)(3 - 5i) + 2 - 7i^3$ , где $\bar{z}$ — сопряженное комплексное число $z$ . Определите комплексное число $z$ .		
3	Решите на множестве $R$ равенство: $\sqrt{3x^2 - x} = 3 + x$ . =		
4	Вычислите $D\left(\frac{\pi}{12}\right)$ , если $D(x) = \begin{vmatrix} \sin x & 1 + \cos(2x) \\ 2 \sin^2 x & 4 \cos x \end{vmatrix}$ .		
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{ x^2 - 9 }{\log_{0,5}(3x + 6)} \geq 0$ .		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Определите объем куба, если известна его общая площадь $96 \text{ см}^2$ .		
7	Пусть задана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AB = 4 \text{ см}$ и $CD = 16 \text{ см}$ . Опорные линии боковых сторон пересекаются в точке $M$ . Определите расстояние от точки $M$ до большого основания трапеции, если известно, что трапецию можно описать окружностью.		
8	Основанием пирамиды является ромб с диагоналями $6 \text{ см}$ и $8 \text{ см}$ , а высота пирамиды равна $2,4 \text{ см}$ , которая проходит через точку пересечения диагоналей. Определите величину двугранного угла при основании пирамиды.		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Определить знаменатель ( $q$ ) геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$ , если $b_3 = -9$ и $b_8 = -\frac{1}{27}$		
10	Дана функция $f : R \setminus \{\pm\sqrt{2}\} \rightarrow R, f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2}$ .		
	а) Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке пересечения графика функции $f$ с осью $O_x$ .		
	б) Найдите числовое значение площади подграфика функции $g: [-1; 0] \rightarrow R, g(x) = -\frac{1}{f(x)} - \frac{2}{x^3 - 1}$		
	в) Вычислите: $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{f(x)(x^2 - 2)} + 2x^2 - x)$ .		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	Игральный кубик бросают до тех пор, пока 2-очковая грань не появится 3 раза подряд. Определите вероятность того, что игральная кость будет подброшена 5 раз. =		
12	Определите номер члена, содержащий $x^5$ , из разложения бинома $\left(x^3 \sqrt{x} + \frac{1}{x^2 \sqrt{x}}\right)^n$ ( $x > 0$ ), зная, что биномиальный коэффициент восьмого члена равен биномиальному коэффициенту шестого члена.		

## Тест 6.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt{\left(\frac{1}{13}\right)^{-2} - 125^{\frac{2}{3}}}$ .	
2	Определить остаток от деления многочлена $P(X) = X^3 - 6X^2 - 2$ на бином $Q(X) = X^2 - 3$	
3	Решите на множестве $C$ равенство $z^2 - (4 + 3i)z + 4 + 6i = 0$ .	
4	Пусть $E(\alpha) = \frac{(1+tg \alpha)^2}{1+tg^2 \alpha} - 1$ . Вычислите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .	
5	Решите на множестве $R$ равенство $\sqrt{x^2 + 3x - 18} > 2x + 3$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Осевое сечение прямого кругового цилиндра представляет собой квадрат площадью $36 \text{ см}^2$ . Определить боковую площадь цилиндра.	
7	В прямоугольном треугольнике $ABC$ , где $m(\angle ABC) = 90^\circ$ проведена высота $BM$ . Определите отношение площади треугольника $AMB$ к площади треугольника $MBC$ , если $AB = 5 \text{ см}$ и $BC = 2 \text{ см}$	
8	Основание прямой призмы — параллелограмм со сторонами $6 \text{ см}$ и $12 \text{ см}$ и углом $60^\circ$ . Определите объём призмы, если большая диагональ образует с плоскостью основания угол $30^\circ$ .	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Пусть функция $f: [0; +\infty) \rightarrow R, f(x) = 5 - \sqrt{x}$ . Определите множество $E(f)$ значений функции $f$ .	
10	Дана функция $f: R \rightarrow R, f(x) = e^{2x}(-2x^3 + x^4)$ .	
	а) Определите локальные экстремумы функции $f$ .	
	б) Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 + 4x - 12}$	
	в) Определите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции $g: R \setminus \{0\} \rightarrow R, g(x) = \frac{f(x)}{x^3}$ оси $O_x$ и оси $O_y$ .	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Одновременно бросают 3 игральных кубика. Найдите вероятность того, что 5-точечная грань выпадет ровно на двух кубиках.	
12	Определите номер члена, содержащий $x^{\frac{20}{3}}$ , из разложения бинома $\left(\frac{x^3\sqrt{x}}{2} + \frac{3}{9\sqrt{x^8}}\right)^n$ ( $x > 0$ ), зная, что сумма биномиальных коэффициентов первых трех членов равна 121.	

## Тест 7.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\log_{36} 216^{-\frac{1}{2}} - 2^{-2}$ .	
2	Пусть многочлен $P(X) = 2X^3 + 3X^2 - (a + 1)X + 2$ . Определите действительные значения $a$ , при которых многочлен $P(X)$ делится на $Q(X) = X + 1$ .	
3	Решите на множестве $C$ равенство $(3 - i)z^2 - (4 - i)z + 2 = 0$ .	
4	Вычислите $tg(2x)$ , если $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ и $\cos x = -\frac{3}{5}$	
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{5-x} \frac{1}{27} \geq -3$	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Осевое сечение прямого кругового конуса представляет собой равносторонний треугольник площадью $16\sqrt{3}$ см <sup>2</sup> . Определите объём конуса.	
7	В трапеции $ABCD$ , $AB \parallel CD$ , $[AC] \equiv [DB]$ , $m(\angle B) = 60^\circ$ , $BC = 6$ см, а $AC \perp BC$ . Вычислите площадь трапеции $ABCD$ .	
8	Основанием пирамиды является треугольник, имеющий две стороны длиной $2\sqrt{2}$ см и 5 см, а угол между ними равен $45^\circ$ . Найдите косинус угла, образованного боковым ребром с плоскостью основания, если длина всех боковых ребер $\sqrt{39}$ см.	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Определите множество $E(f)$ значений функции $f: [-4; 4] \rightarrow R$ , $f(x) = 3 x  - 2$ .	
10	Дана функция $f: R \rightarrow R$ , $f(x) = 2x^5 - 3x^4$ .	
	а) Определите интервалы выпуклости и интервалы вогнутости функции $f$ .	
	б) Вычислите: $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{f(x)}{4x^2 - 9}$	
	в) Определите численное значение объема тела, полученного вращением подграфика функции $g: [2; 6] \rightarrow R$ , $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x^2}$ вокруг оси $O_x$ .	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	На следующий год обучения в средней школе формируются 3 первых класса: 1 – а А, 1 – а Б, 1 – а С. Родители 8 детей из подготовительной группы детского сада подали документы на поступление в данный лицей. Какова вероятность того, что 4 ребенка будут зачислены в класс А, 2 ребенка в класс В и 2 ребенка в класс С?	
12	Вычислите рациональные члены в разложении степени бинома $\left(\sqrt[3]{5} + \frac{1}{\sqrt[7]{5}}\right)^{30}$ .	

## Тест 8

№	Итем. .	Баллы	
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^{-2} + \left(16^{\frac{3}{4}}\right)^2 \cdot 81^{\frac{1}{2}}}$ .		
2	Решите на множестве $C$ равенство $(5 - i)z = 13$ .		
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 4) > 0$ .		
4	Пусть $E(\alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi - \alpha) + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \alpha}$ . Докажите, что $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$ — натуральное число.		
5	Решите на множестве $R$ равенство $\frac{x \cdot 2^{1-x} - 16x}{(x+3)^2} \geq 0$		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Пусть $ABC$ — треугольник, в котором $PQ \parallel AB$ , $P \in (AC)$ , $Q \in (BC)$ . Определите длину стороны $AC$ , если $AP = 7$ см, $PQ = 6$ см, $AB = 20$ см.		
7	Определите объем усеченной пирамиды прямого кругового конуса с площадями основания $16\pi$ см <sup>2</sup> и $144\pi$ см <sup>2</sup> и общей площадью $480\pi$ см <sup>2</sup> .		
8	Пусть $ABC$ — треугольник, в котором $AB = 4$ см, $AC = 2$ см, $BC = 3$ см, а $BD$ — медиана. Найдите радиус описанной окружности треугольника $ADB$ .		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Исследуйте на ограниченность последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{2n}{n+3}$ .		
10	Дана функция $f : R \setminus \{-3\} \rightarrow R$ , $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$ .		
	а) Определить локальные экстремумы функции $f$ .		
	б) Определите наклонную асимптоту в точке $+\infty$ графика функции $f$ .		
	в) Вычислите: $\int_{\sqrt{6}}^3 \frac{f(x)(x^2+3)}{\sqrt{x^2-5}} dx$		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 случайным образом генерируется 6-значный код, который не повторяется. Определите вероятность того, что этот код содержит последовательность 234.		
12	Определите член, не содержащий член $a$ в разложении степени бинома $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[5]{a}\right)^{13}$ , $a > 0$ .		

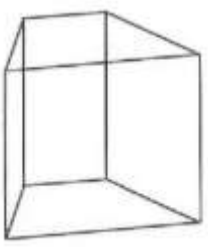
## Тест 9

№	Итем.	Баллы	
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $9^{\log_3 7} + \log_{\frac{1}{5}} 125$ .		
2	Определить модуль комплексного числа $z = (5 - 3i)^2 - 42i^3$ , где $i^2 = -1$ .		
3	Решите на множестве $R$ равенство $\log_3(x - 3) + \log_3(x + 3) = 3$ .		
4	Вычислите $D\left(\frac{\pi}{8}\right)$ , если $D(x) = \begin{vmatrix} \sin x - \cos x & 4 \sin x \\ \sin x & 4 \cos x \end{vmatrix}$ .		
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{2x^2 + 1} > x + 1$		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Пусть $ABC$ — треугольник, в котором $BC = 10$ см, $AB = 15$ см, $AC = 12$ см, а $BD$ — биссектриса. Определите длину отрезка $CD$ .		
7	Общая площадь правильной четырехугольной призмы равна $48 \text{ см}^2$ . Найдите объём призмы, если длина стороны основания в два раза больше длины бокового ребра.		
8	Точки $A, B, C$ принадлежат окружности радиусом 7 см, так что $m(\angle ABC) = 60^\circ$ и $\frac{BC}{AB} = \frac{1}{3}$ . Определите площадь треугольника $ABC$ .		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Исследуйте на монотонность последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{2n-1}{3n+2}$ .		
10	Дана функция $f : R \rightarrow R$ , $f(x) = 2x^3 - 9x^2$ .		
	а) Определите интервалы выпуклости функции $f$ .		
	б) Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - x^2}{x^2 - 25}$ .		
	в) Вычислите: $\int_1^5  f(x) + x^2  dx$		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	В лифте 9 – ти этажного дома на первый этаж поднялись 4 человека. Каждый из них может выйти из лифта случайным образом на любом этаже, начиная со второго. Определите вероятность того, что на 5 этаже выйдут 2 человека.		
12	В разложении степени бинома $\left(2x^3 - \frac{1}{2x}\right)^n$ , $x \neq 0$ сумма биномиальных коэффициентов равна 1024. Найдите средний член разложения бинома.		

## Тест 10.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt{64^{\frac{1}{3}} + \log_2 \frac{1}{16}}$ .	
2	Определите сопряженное комплексное число $z = \begin{vmatrix} 3 - 2i & i \\ 5 & 3 + 2i \end{vmatrix}$ , где $i^2 = -1$ .	
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{x-1} < x-1$ . <i>Решение:</i>	
4	Определите значение выражения $E(x) = \frac{\sqrt{2}}{7} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ , если $\cos x = -\frac{5}{13}$ и $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .	
5	Решите на множестве $R$ равенство $\log_3 \frac{x^2}{3} - 2 \log_3(3x^2) = -4$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Треугольник $ABC$ с $BC = 15$ см и $m(\angle BAC) = 60^\circ$ вписан в окружность диаметром $AC$ . Определите площадь круга, ограниченного этим кругом.	
7	Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды имеет длину $4\sqrt{2}$ см и составляет угол $30^\circ$ с высотой пирамиды. Определите объем пирамиды.	
8	В треугольнике $ABC$ медианы $AM$ и $BN$ пересекаются в точке $O$ . Если $AB = 10$ см, $AM = 12$ см, $BN = 9$ см, вычислите косинус угла $BCA$ .	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Дана последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_{n+1} = 3 - 2a_n$ , $a_1 = -0,5$ . Вычислите сумму $a_3 + a_4$ .	
10	Дана функция $f : R \rightarrow R$ , $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ .	
	а) Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке абсцисс $x_0 = 4$ .	
	б) Сравните числа: $a = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-5}{2x-8}$ и $b = f\left(\frac{1}{2}\right)$ .	
	в) Дана функция $g : R \rightarrow R$ , $g(x) = \frac{x+3}{f(x)}$ . Определите примитивную $G$ функции $f$ , проходящую через начало координат.	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Одновременно бросают четыре игральные кости. Определите вероятность того, что хотя бы на одном кубике выпадет 5 очков.	
12	Определите номер члена, содержащий $x^2$ , в степенном разложении бинома $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)^n$ , $x > 0$ , если биномиальный коэффициент третьего слагаемого на 27 больше, чем биномиальный коэффициент второго слагаемого.	

## Тест 11.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \sqrt{27} + 1$ .	
2	Пусть $z = \frac{15+20i}{2+i}$ . Вычислите значение $w = \frac{Im z}{Re z}$ .	
3	Решите на множестве $R$ равенство $\begin{vmatrix} 2^x + 16 & 2^x \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ .	
4	Пусть $E(\alpha) = \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{2 \sin^2 \alpha}$ . Вычислите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .	
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{\log_2^2 x + \log_2 x^2}{ x-3 } \leq 0$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Треугольник $ABC$ с $m(\angle ACB) = 60^\circ$ вписан в окружность с центром $O$ и радиусом 6 см. Определите длину хорды $AB$ .	
7	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div> <p>Основание прямой призмы представляет собой равнобедренную трапецию с большим основанием 25 см и малым основанием 7 см. Определите длину диагонали призмы, если известно, что боковые грани призмы представляют собой квадраты площадью <math>225 \text{ см}^2</math>.</p> </div> </div>	
8	Пусть $ABCD$ — параллелограмм, у которого $m(\angle A) = 60^\circ$ , а биссектриса $AK$ определяет на диагонали $BD$ отрезки $BK = 3 \text{ см}$ , $KD = 6 \text{ см}$ . Определите величину угла $ADB$ .	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Определите $a_{10}$ член арифметической последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$ , если, $a_3 = 7$ и $a_5 = 23$ .	
10	<p>Дана функция <math>f : R \rightarrow R, f(x) = e^x(x^2 - 2)</math>.</p> <p>а) Определите точки перегиба функции <math>f</math>.</p> <p>б) Вычислите: <math>\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x)}{x^4 - 4}</math>.</p> <p>в) Определите численное значение площади фигуры, ограниченной графиком функции <math>f</math>, прямыми <math>x = 2, x = 4</math> и осью <math>O_x</math>.</p>	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Группа из 12 студентов, в том числе Михай, Ион и Дойна, пришли в кинотеатр под открытым небом. В ряду 10 мест – единственные свободные. Какова вероятность того, что ученики займут эти места так, что Михай, Ион и Дойна сядут рядом друг с другом?	
12	Определите количество рациональных членов биномиального разложения $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{5})^{80}$ .	

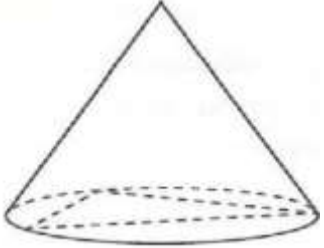
## Тест 12.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt[3]{2(\sqrt{2}-1)^2 \cdot 4\sqrt{2}}$ .	
2	Определить остаток от деления многочлена $P(X) = 5X^2 - X^2 - 12X + 10$ на бином $X + 2$ .	
3	Пусть $D(x) = \left  \begin{matrix} 3^{3x-1} & x \\ 27 & 9^x \end{matrix} \right $ . Решите на множестве $R$ равенство $D(x) = 0$	
4	Определите комплексное число $z = a + bi, a, b \in R, i^2 = -1$ , для которого $\frac{2\bar{z}}{z+5} = 3i$ , где $\bar{z}$ — сопряженное число $z$ .	
5	Определите действительные числа $x \in \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right]$ , которые удовлетворяют уравнению $\cos(2x) = \cos x$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Общая площадь куба на соседнем рисунке равна $972 \text{ см}^2$ . Вычислите длину диагонали этого куба.	
7	Пусть окружность — это $C(O, R)$ и точки $A, B, C \in C(O, R)$ , так, что $AC$ — диаметр окружности. В треугольнике $ABC, BD \perp AC, D \in [AC], BD = 2\sqrt{3}$ см и $DC = 2AD$ . Определите площадь круга, ограниченного окружностью.	
8	Основанием пирамиды объемом $512 \text{ см}^3$ является ромб со стороной $16$ см и углом $120^\circ$ . Определите величину двугранного угла при основании пирамиды, если высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание.	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Определите знаменатель геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$ , если, $b_2 = -\frac{1}{2}$ и $b_7 = \frac{1}{64}$ .	
10	Дана функция $f : R \rightarrow R, f(x) = \sqrt{4x^2 + 8} + 2x$	
	а) Вычислите: $\int_{-1}^0 x(f(x) - 2x) dx$ .	
	б) Определите горизонтальную асимптоту при $-\infty$ графика функции $f$ .	
	в) Определите абсциссу точки на графике функции $f$ , где касательная к графику функции образует угол $45^\circ$ с положительным направлением оси $O_x$ .	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Во время телевикторины участникам предлагается случайным образом выбрать вопросы из трех областей: Искусство, История, Наука. Вероятность того, что участник выберет вопрос из области Искусства, равна $0,3$ , из Истории — $0,2$ и из Науки — $0,5$ . Какова вероятность того, что за три тура участник выберет вопросы только из двух областей?	
12	Определите количество иррациональных членов биномиального разложения $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[5]{7})^{100}$ .	

## Тест 13.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $3^{\log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} 60^\circ}$	
2	Определите действительное значение параметра $a$ , для которого $X = -3$ является корнем многочлена $P(X) = X^3 + (a - 1)X^2 - 5X + 3$	
3	Решите на множестве $\mathbb{N}$ неравенство $\left(\frac{1}{8}\right)^{3-x} < 0,25$	
4	Определите комплексные числа $z = a + bi$ , $a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$ для которых $\left  \frac{z + 2i}{\bar{z}} - \frac{3 - i}{2} \right  = -6 - 20i$ .	
5	Решите на множестве $\mathbb{R}$ уравнение $\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{4-x^2}} = 0$ .	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Осевое сечение прямого кругового цилиндра - это квадрат с диагональю $6\sqrt{6}$ см. Вычислите полную площадь поверхности цилиндра..	
7	Дан прямоугольный треугольник $ABC$ в котором $m(\angle B) = 90^\circ$ , $CM$ - биссектриса. Определите длину биссектрисы $CM$ , если известно, что $BC = 3$ см, $AC = 5$ см.	
8	Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция с основанием 8 см и 18 см, которую можно описать вокруг окружности. Боковые грани образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы. Определите меру двугранного угла при основании, если высота имеет длину $6\sqrt{3}$ см. <i>P</i>	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x - 3$ . Определите множество $E(f)$ значений функции $f$ .	
10	Дана функция $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 2}$	
	а) Определить интервалы выпуклости функции $f$ .	
	б) Определите наклонную асимптоту на $+\infty$ графика функции $f$ .	
	в) Вычислите $\int_{-1}^0 f(x) dx$	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Автомобиль с 4 пассажирскими местами перевозит на работу 4 человек. В течение недели один рабочий ездит на работу на этой машине 5 раз. Какова вероятность, что как минимум два раза он сядет рядом с шофёром, если работники садятся в автомобиль случайным образом, так, чтобы ни один человек не отсутствовал?	
12	В разложении бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n, x > 0$ , отношение между биномиальным коэффициентом пятого члена и биномиальным коэффициентом третьего члена равно 3,5. Определите восьмой член этого разложения.	

## Тест 14.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $8^{\frac{1}{\log_5 4} + 1}$ .		
2	Определите остаток деления многочлена $P(X) = 2X^3 + X^2 - 2$ на многочлен $Q(X) = X^2 + 2$ .		
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\frac{x}{x+1} \geq 2$		
4	Пусть $z_1 = 1 - 2i$ и $z_2 = 3 - i$ . Определите действительное значение числа $a$ , для которых число $w = a^2 z_1^2 + 4a \bar{z}_2$ это не нулевое действительное число, где $\bar{z}_2$ это сопряженное $z_2$ .		
5	Решить на множестве $R$ уравнение $2 \log_2 x^2 + \log_2^2(-x) = 12$		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Определите объём правильной четырёхугольной пирамиды с высотой 12 см и боковым ребром 13 см.		
7	Определите длину биссектрисы прямого угла прямоугольного треугольника с катетами 10 см и 40 см.		
8	<p>В основание прямого кругового конуса вписан треугольник со сторонами 15 см, 20 см и 25 см. Определите площадь боковой поверхности конуса, если известно, что образующая конуса образует с плоскостью основания <math>30^\circ</math>.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p>_____</p>		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Определите множество $E(f)$ значений функции $f : [-2; 2] \rightarrow R, f(x) = -2x^2 + 5$ .		
10	<p>Дана функция <math>f : R \rightarrow R, f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x + 4}</math></p> <p>а) Определите интервалы монотонности функции <math>f</math>.</p> <p>б) Сравните <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{2x+2}</math> и <math>-\frac{1}{4}f(2)</math></p> <p>в) Дана функция <math>g : [0; 4] \rightarrow R, g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}</math>. Определите числовое значение объёма тела вращения, полученного вращением подграфика функции <math>g</math> вокруг оси <math>O_x</math>.</p>		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	В конкурсе талантов из 6 актеров, 5 певцов и одного танцора надо выбрать команду из 5 членов. Какова вероятность, что в команду попадает как минимум один актёр, один певец и один танцор?		
12	Определите член разложения бинома $\left(\frac{b}{\sqrt[5]{a}} + \frac{a}{\sqrt{b}}\right)^9, (a > 0, b > 0)$ в котором у $a$ и $b$ одинаковые показатели степеней.		

## Тест 15.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $(\sqrt[3]{81})^{\frac{3}{2}} + (\sqrt[3]{4})^{\frac{9}{2}}$ .	
2	Дан многочлен $P(X) = 3X^3 + (a + 3)X^2 - a^2X - 5$ . Определите действительные значения параметра $a$ , зная, что остаток деления многочлена на бином $Q(X) = X + 2$ равен 13.	
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) - 2 \geq 0$	
4	Определите комплексные числа $z = a + bi$ , $a, b \in R, i^2 = -1$ для которых $\left  \frac{z + i}{\bar{z}} - \frac{1 - 2i}{5} \right  = 10 + 20i$ .	
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{x - 1} \geq x - 3$	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Осевым сечением прямого кругового конуса является равносторонний треугольник с периметром 36 см. Вычислите объём конуса..	
7	Дан параллелограмм $ABCD$ в котором $m(\angle BAD) = 60^\circ$ , высота $BT = 5\sqrt{3}$ см, $T \in (AD)$ , а диагональ $BD = 14$ см. Определите площадь параллелограмма $ABCD$ .	
8	Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция, в которую можно вписать окружность, с основаниями 24 см и 6 см. Все двугранные углы при основании пирамиды равны $30^\circ$ . Определите объём пирамиды. <i>Решение:</i>	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Изучите ограниченность последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{2n-2}{n+1}$	
10	Дана функция $f : R \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow R, f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$	
	а) Определить интервалы монотонности функции $f$ .	
	б) Определить наклонную асимптоту на $+\infty$ функции $f$ .	
	в) Вычислите $\int_{\frac{1}{3}}^1 \left  \frac{x^2}{f(x)} \right  dx$	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Александра и Влад решили пойти на концерт вместе с другими 8 одноклассниками. После того, как они купили билеты в ряд с десятью свободными местами, места были выбраны случайным образом. Какова вероятность, что Александра и Влад не будут сидеть рядом на концерте?	
12	Определите средний член разложения бинома $\left( \sqrt{3^x} + \frac{1}{\sqrt{3^{x-1}}} \right)^n$ , если сумма биномиальных коэффициентов последних трёх членов равна 22.	

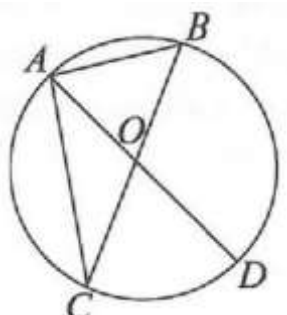
## Тест 16.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} - 125^{\frac{2}{3}}$ .		
2	Вычислите модуль комплексного числа $z = \frac{3+4i}{2+i}$ , где $i^2 = -1$ .		
3	Решите на множестве $R$ равенство $\sqrt{1-x}(x^2 + 7x - 18) = 0$ .		
4	Дано выражение $E(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ . Вычислите значение выражения $E\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .		
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{6-x} \frac{1}{16} \leq 2$ .		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Периметр ромба равен 72 см, а одна из диагоналей имеет длину 18 см. Определите меры углов ромба.		
7	В прямом круговом конусе высота равна 6 см, а образующая образует с плоскостью основания угол $30^\circ$ . Определите площадь сечения, проведённого через середину высоты параллельно плоскости основания.		
8	Определите радиус описанной окружности вокруг равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, с основаниями 16 см и 36 см.		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Изучите монотонность функции $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_n = \frac{5n-3}{n+2}$		
10	Дана функция $f: R \rightarrow R$ , $f(x) = -x^2 + 4x$ .		
	а) Напишите уравнение касательной к графику функции $f$ в точке пересечения графика с осью $O_y$ .		
	б) Сравните $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4}$ и $f'(e)$ .		
	в) Дана функция $g: [0; 2] \rightarrow R$ , $g(x) = e^{\frac{x}{4}} \cdot \sqrt{\frac{f(x)}{4-x}}$ . Вычислите числовое значение объёма тела вращения, полученного вращением подграфиком функции $g$ вокруг оси $O_x$ .		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	На восьми карточках написаны буквы В,О,М,В,О,А,Н,Е. Карточки перемешиваются, потом вытягивается друг за другом три карточки. Какова вероятность, что образуется слово VAN?		
12	Определите пятый член разложения бинома $\left(y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}\right)^n$ , $x > 0, y > 0$ , если биномиальный коэффициент третьего члена равен 45.		


## Тест 17.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Вычислите значение выражения: $\sqrt{81^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}$ .	
2	Дан многочлен $P(X) = X^3 - aX^2 + X + a$ . Определите действительные значение числа $a$ , если $X = 2$ является корнем многочлена $P(x)$ .	
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{2x + x^2} \leq 1 - x$ .	
4	Решите на множестве $C$ уравнение: $2z +  z  = 1 + 2i$ .	
5	Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{\cos(2x) + 5\sin x - 3}{\sqrt{\cos x}} = 0$	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Катет прямоугольного треугольника имеет длину 6 см, а длина медианы, соответствующая этому катету равна 5 см. Определите длину медианы соответствующую гипотенузе.	
7	Полная поверхность прямого кругового конуса равна $243\pi$ см <sup>2</sup> . Определите объём конуса, зная, что образующая с плоскостью основания образует угол $60^\circ$ .	
8	В равнобедренной трапеции боковая сторона конгруэнтна средней линии, а мера острого угла равна $60^\circ$ . Определите площадь трапеции, если известно, что радиус описанной окружности $3\sqrt{7}$ см.	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Определите $a_{50}$ член арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$ , если $a_6 = 26$ и $r = -2$ .	
10	Дана функция $f : R \rightarrow R, f(x) = x^3 - 6x$	
	а) Определить локальные экстремумы функции $f$ .	
	б) Вычислите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции $f$ , осью $O_x$ и прямыми: $x = 1, x = \sqrt{3}$	
	в) Дана функция $h : R \setminus \{0\} \rightarrow R, h(x) = \frac{f(x)}{x}$ . Напишите уравнение касательной к графику функции $h$ , если касательная к графику функции образует угол $45^\circ$ с положительным направлением оси $O_x$ .	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Монета в 25 бань бросается 6 раз. Какова вероятность, что герб монеты появится ровно четыре раза?	
12	Определите член, который содержит $a^3$ из разложения бинома $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2^4\sqrt{a}}\right)^n, a > 0$ , если сумма биномиальных коэффициентов нечётного порядка равна 2048.	

## Тест 18.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Покажите, что значение выражения $25^{1+\log_5 2}$ - это точный квадрат.		
2	Определите действительную часть комплексного числа $z$ , где $z = \left  \begin{matrix} 2i & 2i - 3 \\ 2i + 3 & 5 \end{matrix} \right $ ,		
3	Решите на множестве $R$ неравенство $(6,25)^{x+3} < (0,4)^{9-5x}$ .		
4	Определите значение выражения $\frac{3}{5+2\sin(2x)}$ , если $\operatorname{tg} x = 0,2$ .		
5	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{\frac{\log_1(x^2-x+2)+2}{x^2-3}} \geq 0$ .		
<b>II. Геометрия</b>			
6	<p>Дана окружность с центром в точке <math>O</math>. Точки <math>A, B, C, D</math> принадлежат окружности, таким образом что <math>BC</math> и <math>AD</math> являются диаметрами окружности. Вычислите площадь треугольника <math>ABC</math>, зная что <math>AC = 3</math> см и <math>m(\angle COD) = 60^\circ</math></p> <p><i>Решение:</i></p>		
7	Основанием прямой призмы является ромб с меньшей диагональю 30 см и расстоянием от точки пересечения диагоналей до стороны ромба равной 12 см. Определите боковую поверхность призмы, если известно, что высота призмы конгруэнтна большей диагонали ромба из основания.		
8	В треугольнике $ABC$ длины двух сторон равны 6 см и 8 см, а длина медианы $CM$ соответствующей третьей стороне равна $\sqrt{14}$ см. Определите длину третьей стороны.		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Вычислите сумму первых четырех членов геометрической прогрессии $\frac{3}{8}; \frac{3}{4}; \dots$		
10	Дана функция $f : R \setminus \{-3\} \rightarrow R, f(x) = \frac{e^x}{x+3}$		
	а) Определить интервалы монотонности функции $f$ .		
	б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \frac{1}{3}}{x}$		
	в) Дана функция $g : R \setminus \{-3\} \rightarrow R, g(x) = (x^2 + 3x) \cdot f(x)$ . Вычислите первообразную $G$ функции $g$ , если $G(0) = 2$ .		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	На 16 карточках написаны числа натуральные от 1 до 16. Случайным образом вытягивают две карточки. Какова вероятность, что сумма появившихся чисел на карточках будет равна 14		
12	Определите рациональные члены в биномиальном разложении $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^{16}$ .		

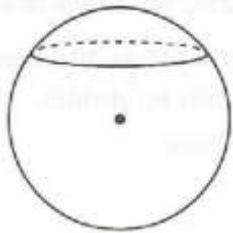
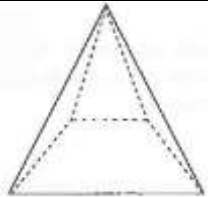
## Тест 19.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите среднее арифметическое чисел $a = \log_2(6 - 2\sqrt{5})$ и $b = \log_2(6 + 2\sqrt{5})$		
2	Дан многочлен $P(X) = 7X^3 - 6X^2 + bX + 1$ . Зная, что остаток от деления многочлена $P(x)$ на бином $X + 1$ равен 3, найдите действительное число $b$ .		
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\log_{\frac{4}{5}}(1 - 2x) - 2 \geq 0$		
4	Дано $z = \begin{vmatrix} 2x + yi & 3x - yi \\ -i^3 & 1 \end{vmatrix}$ . Найдите действительные числа $x$ и $y$ , так что $z = 3 - 5i$ ,		
5	Решите на множестве $R$ уравнение $\frac{\sin x - \sin(3x)}{\sqrt{4x - x^2}} = 0$ .		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Основанием прямоугольного параллелепипеда с диагональю 12 см, является квадрат со стороной 3 см. Определите объём прямоугольного параллелепипеда.		
7	<p>Дан треугольник <math>ABC</math> с <math>m(\angle C) = 90^\circ</math>, <math>m(\angle A) = 60^\circ</math> и <math>AC = 18</math> см. Из точки <math>C</math> плоскости треугольника <math>ABC</math> проведён перпендикуляр <math>MC</math> который имеет длину 12 см. Определите расстояние от точки <math>M</math> до прямой <math>AB</math>.</p> <p><i>Решение:</i></p>		
8	Дан треугольник $ABC$ , в котором $AB = 12$ см, $AC = 18$ см, а $AD$ - это биссектриса длиной $9\sqrt{2}$ см. Определите длину стороны $BC$ .		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Дана последовательность $(a_n)_{n \geq 1}$ , $a_{n+1} = a_n^2 + 2$ , $a_1 = 1$ . Вычислите разность $a_4 - a_2$		
10	Дана функция $f : R \rightarrow R$ , $f(x) = \ln(x^2 + 4)$		
	а) Определить точки перегиба функции $f$ .		
	б) Дана функция $g : R \setminus \{0\} \rightarrow R$ , $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ . Определите горизонтальную асимптоту на $+\infty$ графика функции $g$ .		
	в) Вычислите $\int_0^1 f(x) dx$		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	Игральный кубик бросают пять раз. Какова вероятность, что среди пяти бросков ровно два раза появится грань с двумя точками?		
12	Для каких значений $a$ сумма третьего члена и пятого члена разложения бинома $\left(\sqrt{2^a} + \frac{1}{\sqrt{2^{a-1}}}\right)^6$ будет равна 135?		

## Тест 20.

№	Итем.		Баллы
<b>I. Алгебра</b>			
1	Вычислите значение выражения: $6^{\log_3 6^{49}} + \log_3 27$ .		
2	Дан многочлен $P(X) = 5X^3 - 2X^2 + X - 4$ . Определите остаток деления многочлена $P(X)$ на бином $X + 2$ .		
3	Решите на множестве $R$ неравенство $\sqrt{6 + 5x} \leq 3 + 2x$ .		
4	Решите на множестве $C$ уравнение $z^2 - z(2 + 5i) - 5 + 5i = 0$ .		
5	Определите действительные значения $x$ , для которых матрица $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5 - 3^x} & \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & \sqrt{5 + 3^x} \end{pmatrix}$ обратима.		
<b>II. Геометрия</b>			
6	Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с меньшей основанием $DC = 14$ см. Определите периметр трапеции, если высота трапеции $CE = EB = 8$ см, $E \in [AB]$ .		
7	Основанием пирамиды $VABC$ является прямоугольный треугольник $ABC$ , $m(\angle ABC) = 90^\circ$ и высотой $BK$ , таким образом, что $KC = 27$ см, $AK = 3$ см. Ребро $VB$ перпендикулярно плоскости основания и конгруэнтно медиане треугольника $ABC$ , проведённой из вершины $B$ . Определите объем пирамиды $VABC$ . <i>Решение:</i>		
8	Дана окружность с центром в точке $O$ и точки $A, C, B, D$ на этой окружности таким образом, что $m(\widehat{DB}) = 240^\circ$ . Хорды $AB = CD = 40$ см пересекаются в точке $M$ , так, что $\frac{CM}{MD} = \frac{AM}{MB} = \frac{3}{7}$ . Определите площадь круга ограниченной этой окружностью.		
<b>III. Математический анализ</b>			
9	Дана функция $f : R \rightarrow R$ . $f(x) = 2\sin x + 1$ . Определите множество значений функции $E(f)$ .		
10	Дана функция $f : R \rightarrow R$ , $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$		
	а) Вычислите $\int_0^1 xf(x)dx$ .		
	б) Дана функция $g : R \rightarrow R$ , $g(x) = x + f(x)$ . Определите горизонтальную асимптоту на $-\infty$ функции $g$ .		
	в) Напишите уравнение касательной графику функции $f$ , которая проходит через точку $M(1; 1)$ .		
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>			
11	9 книг разложены по 3 ящикам трёх разных цветов. Какова вероятность того, что в красном ящике 4 карты, в желтом ящике 3 карты и в синем ящике 2 карты?		
12	Определите член, который не содержит $b$ в разложении бинома $\left(\sqrt{b} - \frac{1}{3\sqrt[4]{b}}\right)^{12}$ , $b > 0$ .		

## Тест 21.

№	Итем.	Баллы
<b>I. Алгебра</b>		
1	Покажите, что число $a = \log_{16} 64 + 8^{-\frac{1}{3}}$ является целым.	
2	Дан многочлен $P(X) = 2X^3 + (a - 2)X^2 - 3aX + 10$ . Определите действительное значение $a$ , зная, что остаток от деления многочлена на бином $Q(X) = X - 2$ равен 4.	
3	Решите на множестве $R$ уравнение $2\sqrt{5-x} - 3(x+2) = 0$	
4	Решите на множестве $C$ уравнение $2iz^2 + (4-i)z - 1 - 3i = 0$ .	
5	Дана матрица $M(x) = \begin{pmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{pmatrix}$ , $x \in R$ . Определите действительные числа $x$ , так, чтобы матрица $M(x)$ была обратима.	
<b>II. Геометрия</b>		
6	Сфера радиусом 6 см пересечена плоскостью на расстоянии 3 см от её центра. Определите площадь сечения.	
7	Дан параллелограмм $ABCD$ в котором $m(\angle BAD) = 60^\circ$ . Биссектриса угла $A$ пересекает диагональ $BD$ в точке $K$ таким образом, что $BK = 4$ см и $KD = 5$ см. Определите площадь параллелограмма $ABCD$ .	
8	Основанием пирамиды является равнобедренная трапеция с основаниями 21 см и 9 см, а высота равна 8 см. Все боковые рёбра конгруэнтны и имеют длину $\frac{85}{8}\sqrt{5}$ . Определите длину высоты пирамиды.	
<b>III. Математический анализ</b>		
9	Дана функция $f : R \rightarrow R, f(x) = 1 - \frac{1}{2}\cos(2x)$ . Определите множество $E(f)$ значений функции $f$ .	
10	Дана функция $f : R \setminus \{2\} \rightarrow R, f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$	
	а) Определите интервалы выпуклости и интервалы вогнутости функции $f$ .	
	б) Вычислите $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$	
	в) Вычислите $\int_3^5 f(x) dx$	
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</b>		
11	Для выхода в финальный этап музыкального конкурса кандидату необходимо сдать не менее 2 проб из трех предложенных. Вероятность сдачи пробы равна 0,6. Какова вероятность того, что этот кандидат выйдет в финальный этап конкурса?	
12	Определите средний член разложения бинома $\left(2\sqrt{3}x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$ , если сумма биномиальных коэффициентов разложения равна 128	

## ОТВЕТЫ:

**Testul 1:** 1) -5 2)  $4-4i$  3)  $S = \{-4\}$  4) -156 5)  $S = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\}$  6)  $2\sqrt{3}$  cm 7)  $4\sqrt{21}$  cm 8)  $30^\circ$  9) Şirul este mărginit inferior şi superior; 10) a)  $f$  monoton descrească pe  $\left(-\infty; \frac{5}{3}\right]$ ;  $f$  monoton crescătoare pe  $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$   
b) 4 c)  $\frac{4}{3}$  11)  $\frac{4}{5}$  12)  $T_5 = \frac{63}{8}$

**Testul 2:** 1) -1; 2)  $\det A = 29 + 3i$ ; 3)  $S = \left(-2; -\frac{3}{2}\right] \cup [0; +\infty)$ ; 4)  $P(X) = (X-1)^2(X+2)(X-3)$ ;  
5)  $x = \frac{4\pi}{3}$ ; 6)  $4\pi$  cm; 7)  $50(\sqrt{15} + 3)$  cm<sup>2</sup>; 8)  $\cos(\angle BCA) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ ; 9) Şirul este descrescător;  
10) a)  $f_{\max} = f(-6) = -36$ ;  $f_{\min} = f(0) = 0$ ; b)  $y = 3x - 9$ ; c)  $864 - 6\ln 3$ ; 11)  $\frac{53}{3000}$ ;  
12) 9 termeni.

**Testul 3:** 1) 5; 2)  $|z| = 41$ ; 3)  $S = \{3\}$ ; 4)  $P(X) = (X-2)^2(X+1)(X-5)$ ; 5)  $S = (0; 1) \cup \{3\}$ ;  
6)  $P = 17$  cm; 7)  $18\pi(2\sqrt{3} + 1)$  cm<sup>2</sup>; 8)  $(52 + 4\sqrt{409})$  cm; 9) -80; 10) a)  $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}e^x$ ; b)  $<$ ;  
c)  $G(x) = \arctg(\sqrt{3}\ln x) + \frac{\pi}{6}$ ; 11)  $\frac{8}{225}$ ; 12)  $T_8 = 120a^6$ .

**Testul 4:** 1) 0; 2)  $w = 1$ ; 3)  $S = (-\infty; -7] \cup [2; +\infty)$ ; 4)  $E(\alpha) = 1$ ; 5)  $x \in [3; 83) \cup (83; +\infty)$ ;  
6)  $8\sqrt{3}$  cm; 7)  $42$  cm<sup>2</sup>; 8)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ; 9)  $a_7 = 29$ ; 10) a)  $\sqrt{3} + \frac{\pi}{18}$ ; b)  $y = -1$ ; c)  $x_0 = 1$ ; 11)  $\frac{23}{648}$ ;  
12)  $T_3 = 45x^8$ .

**Testul 5:** 1) 0; 2)  $z = 36 - 7i$ ; 3)  $S = \left\{-1; \frac{9}{2}\right\}$ ; 4)  $D\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3}{4}$ ; 5)  $S = \left(-2; -\frac{5}{3}\right) \cup \{3\}$ ;  
6)  $64$  cm<sup>3</sup>; 7)  $\frac{32}{3}$  cm; 8)  $45^\circ$ ; 9)  $q = \frac{1}{3}$ ; 10) a)  $y = -3x + 3$ ; b)  $\frac{1}{3}\ln 2$ ; c)  $\frac{2}{3}$ ; 11)  $\frac{5}{1296}$ ; 12)  $T_7$ .

**Testul 6:** 1) 12; 2)  $R(X) = 3X - 20$ ; 3)  $S = \{2; 2 + 3i\}$ ; 4)  $E\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 5)  $S = (-\infty; -6]$ ;  
6)  $A_{\text{tot}} = 36\pi$  cm<sup>2</sup>; 7)  $\frac{25}{144}$ ; 8)  $216\sqrt{7}$  cm<sup>3</sup>; 9)  $E(f) = (-\infty; 5]$ ; 10) a)  $x = -\sqrt{3}$  - punct de maxim local,  $x = \sqrt{3}$  - punct de minim local; b)  $e^4$ ; c)  $\frac{e^4 - 5}{4}$ ; 11)  $\frac{5}{72}$ ; 12)  $T_7$ .

**Testul 7:** 1) -1; 2)  $a = -4$ ; 3)  $S = \{0, 8 - 0, 4i; 0, 5 + 0, 5i\}$ ; 4)  $\operatorname{tg} 2x = \frac{24}{7}$ ; 5)  $S = (-\infty; 2] \cup (4; 5)$ ;  
6)  $\frac{64\pi}{3}$  cm<sup>3</sup>; 7)  $27\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>; 8)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ; 9)  $E(f) = [-2; 10]$ ; 10) a)  $f$  este convexă pe  $\left(\frac{9}{10}; +\infty\right)$ ;  
 $f$  este concavă pe  $\left(-\infty; \frac{9}{10}\right)$ ; b)  $\frac{27}{32}$ ; c)  $108\pi$ ; 11)  $\frac{140}{2187}$ ; 12)  $T_1 = 5^{10}, T_{22} = C_{36}^{21}$ .

**Testul 8:** 1) 26; 2)  $z = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$ ; 3)  $S = (1; 2) \cup (2; 3)$ ; 4)  $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 \in N$ ; 5)  $S = (-3; 0]$ ; 6) 10 cm;  
7)  $\frac{832\sqrt{21}}{3}\pi$  cm<sup>3</sup>; 8)  $\frac{4\sqrt{690}}{45}$ ; 9)  $0,5 \leq a_n < 2$ , deci şir mărginit; 10) a)  $x = -5$  punct de maxim local,  $x = -1$  punct de minim local; b)  $y = x - 3$ ; c)  $\frac{7}{3}$ ; 11)  $\frac{1}{180}$ ; 12)  $T_{11} = 286$ .

**Testul 9:** 1) 46; 2)  $|z| = 20$ ; 3)  $S = \{6\}$ ; 4)  $D\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 4$ ; 5)  $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ ; 6) 4,8 cm;  
 7)  $12\sqrt{3} \text{ cm}^3$ ; 8)  $\frac{63\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ ; 9) Șirul este crescător; 10) a) funcția  $f$  este convexă pe  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ ;  
 b) 5; c)  $\frac{187}{3}$ ; 11)  $\frac{147}{2048}$ ; 12)  $T_6 = -252x^{10}$ .

**Testul 10:** 1) 0; 2)  $\bar{z} = 13 + 5i$ ; 3)  $S = (2; +\infty)$ ; 4)  $\frac{1}{13}$ ; 5)  $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ ; 6)  $75\pi \text{ cm}^2$ ;  
 7)  $\frac{32\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$ ; 8)  $\frac{25\sqrt{949}}{949}$ ; 9) 8; 10) a)  $y = \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}$ ; b)  $a < b$ ;  
 c)  $G(x) = \sqrt{x^2 + 9} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 9}) - 3 - 3 \ln 3$ ; 11)  $\frac{671}{1296}$ ; 12)  $T_4$ .

**Testul 11:** 1)  $-2\sqrt{3}$ ; 2)  $w = \frac{1}{2}$ ; 3)  $S = \{4\}$ ; 4)  $E\left(\frac{\pi}{12}\right) = -3 - 2\sqrt{3}$ ; 5)  $S = \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ ; 6)  $6\sqrt{3} \text{ cm}$ ;  
 7) 25 cm; 8)  $30^\circ$ ; 9)  $a_{10} = 63$ ; 10) a)  $x = -4$  și  $x = 0$ ; b)  $\frac{e^{\sqrt{3}}}{4}$ ; c)  $8e^4$ ; 11)  $\frac{2}{55}$ ; 12) 14 termeni.

**Testul 12:** 1) 2; 2)  $r = -10$ ; 3)  $S = \{1\}$ ; 4)  $z = -9 + 6i$ ; 5)  $\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$ ; 6)  $9\sqrt{6} \text{ cm}$ ; 7)  $\frac{27\pi}{2} \text{ cm}^2$ ;  
 8)  $45^\circ$ ; 9)  $q = -\frac{1}{2}$ ; 10) a)  $\frac{4\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{3}$ ; b)  $y = 0$ ; c)  $x = -\frac{\sqrt{6}}{3}$ ; 11) 0,22; 12) 95 de termeni iraționali.

**Testul 13:** 1) 3; 2)  $a = 2$ ; 3)  $S = \{0, 1, 2\}$ ; 4)  $z = 1 - 5i$ ; 5)  $S = \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ ; 6)  $162\pi \text{ cm}^2$ ; 7)  $\frac{3\sqrt{5}}{2} \text{ cm}$ ;  
 8)  $60^\circ$ ; 9)  $E(f) = (-3; +\infty)$ ; 10) a) funcția  $f$  este concavă pe  $(2; +\infty)$ ; b)  $y = x + 2$ ; c)  $\ln \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$ ;  
 11)  $\frac{47}{128}$ ; 12)  $T_8 = 36x^2\sqrt{x^3}$ .

**Testul 14:** 1)  $40\sqrt{5}$ ; 2)  $R(X) = -4X - 4$ ; 3)  $S = [-2; -1]$ ; 4)  $a = 1$ ; 5)  $S = \left\{-4; -\frac{1}{64}\right\}$ ; 6)  $200 \text{ cm}^3$ ;  
 7)  $8\sqrt{2} \text{ cm}$ ; 8)  $\frac{625\pi\sqrt{3}}{6} \text{ cm}^2$ ; 9)  $E(f) = [-3; 5]$ ; 10) a)  $f$  este monoton descrescătoare pe  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right]$ ,  $f$  este monoton crescătoare pe  $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$ ; b)  $>$ ; c)  $5\pi(4 + \ln 5)$ ; 11)  $\frac{155}{396}$ ; 12)  $T_5 = 126a^3b^3$ .

**Testul 15:** 1) 17; 2)  $a \in \{-5; 3\}$ ; 3)  $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right]$ ; 4)  $z = 1,5 + 2i$ ; 5)  $S = [1; 5]$ ; 6)  $72\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ;  
 7)  $80\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ; 8)  $120\sqrt{3} \text{ cm}^3$ ; 9)  $0 \leq a_n < 2$ , șirul este mărginit; 10) a)  $f$  monoton crescătoare pe  $(-\infty; 0]$  și  $[1; +\infty)$ ;  $f$  monoton descrescătoare pe  $\left[0; \frac{1}{2}\right)$  și  $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$ ; b)  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ ; c)  $\frac{5}{18}$ ; 11)  $\frac{4}{5}$ ;  
 12)  $T_1 = 60\sqrt{3}$ .

**Testul 16:** 1) 0; 2)  $|z| = \sqrt{5}$ ; 3)  $S = \{-9; 1\}$ ; 4)  $E\left(\frac{\pi}{8}\right) = 8$ ; 5)  $S = (-\infty; 5) \cup \left[\frac{23}{4}; 6\right)$ ; 6)  $60^\circ, 120^\circ$ ;  
 7)  $27\pi \text{ cm}^2$ ; 8)  $\frac{13\sqrt{313}}{12} \text{ cm}$ ; 9) Șirul este crescător; 10) a)  $y = 4x$ ; b)  $<$ ; c)  $\pi(e^2 + 1)$ ; 11)  $\frac{1}{168}$ ;  
 12)  $T_5 = 210y^3x^2$ .

**Testul 17:** 1) 6; 2)  $a = \frac{10}{3}$ ; 3)  $S = (-\infty; -2] \cup \left[0; \frac{1}{4}\right)$ ; 4)  $a = 0, b = 1$ ; 5)  $S = \left\{\frac{\pi}{6}\right\}$ ; 6)  $\sqrt{13} \text{ cm}$ ;  
 7)  $243\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ; 8)  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ; 9)  $a_{30} = -62$ ; 10) a)  $x = \sqrt{2}$  punct de minim local,  $x = -\sqrt{2}$  punct  
 de maxim local; b) 4; c)  $y = x - \frac{25}{4}$ ; 11)  $\frac{15}{64}$ ; 12)  $T_5 = \frac{495}{16}a^3$ .

**Testul 18:** 1) 100; 2)  $\text{Rez} = 13$ ; 3)  $S = (5; +\infty)$ ; 4)  $\frac{13}{25}$ ; 5)  $S = \{-1\} \cup (\sqrt{3}; 2]$ ; 6)  $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ ;  
 7)  $4000 \text{ cm}^2$ ; 8)  $12 \text{ cm}$ ; 9)  $\frac{45}{8}$ ; 10) a)  $f$  monoton crescătoare pe  $[2; +\infty)$ ;  $f$  monoton  
 descrescătoare pe  $(-\infty; -3)$  și  $(-3; 2]$ ; b)  $\frac{2}{9}$ ; c)  $G(x) = xe^x - e^x + 3$ ; 11)  $\frac{1}{20}$ ;  
 12)  $T_1 = 3^8, T_7 = 8008 \cdot 3^5 \cdot 2^2, T_{13} = 1820 \cdot 3^2 \cdot 2^4$ .

**Testul 19:** 1) 2; 2)  $b = -15$ ; 3)  $S = \left[\frac{9}{50}; \frac{1}{2}\right)$ ; 4)  $x = 2; y = 1$ ; 5)  $S = \left\{\frac{\pi}{4}; \pi; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right\}$ ;  
 6)  $27\sqrt{14} \text{ cm}^3$ ; 7)  $\sqrt{387} \text{ cm}$ ; 8)  $15 \text{ cm}$ ; 9)  $a_4 - a_2 = 120$ ; 10) a)  $x = -2$  și  $x = 2$  puncte  
 de inflexiune; b)  $y = 0$ ; c)  $\ln 5 + 4\text{arctg} \frac{1}{2} - 2$ ; 11)  $\frac{625}{3888}$ ; 12)  $a \in \{-1, 2\}$ .

**Testul 20:** 1) 10; 2)  $R(X) = P(-2) = -54$ ; 3)  $S = \left[-\frac{6}{5}; -1\right] \cup \left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ ; 4)  $S = \{1 + 3i; 1 + 2i\}$ ;  
 5)  $x \in (-\infty; \log_3 5] \setminus \{1\}$ ; 6)  $(44 + 16\sqrt{2}) \text{ cm}$ ; 7)  $675 \text{ cm}^2$ ; 8)  $\frac{2800\pi}{3} \text{ cm}^2$ ; 9)  $E(f) = [-1; 3]$ ;  
 10) a)  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ ; b)  $y = 0$ ; c)  $y = 1$ ; 11)  $\frac{140}{2187}$ ; 12)  $T_9 = \frac{55}{729}$ .

**Testul 21:** 1) 2; 2)  $a = 7$ ; 3)  $S = \left\{-\frac{4}{9}\right\}$ ; 4)  $S = \left\{-\frac{1}{2} + i; 1 + i\right\}$ ; 5)  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4; 1; 2\}$ ;  
 6)  $27\pi \text{ cm}^2$ ; 7)  $\frac{270}{7}\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ; 8)  $21\frac{1}{4} \text{ cm}$ ; 9)  $E(f) = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ ; 10) a)  $f$  concavă pe  $(-\infty; 2)$   
 și  $f$  convexă pe  $(2; +\infty)$ ; b)  $-\frac{3}{4}$ ; c)  $4 + 3\ln 3$ ; 11) 0,648; 12)  $T_4 = 560\sqrt{3}x^4$  și  $T_5 = \frac{280}{3}\sqrt{3}x^3$ .