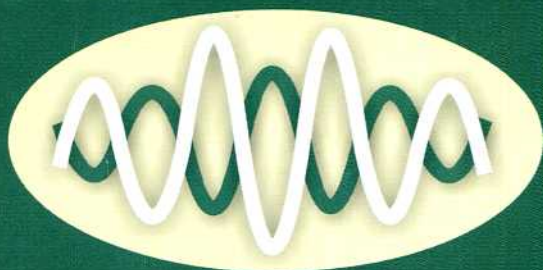


А.П. Ершова, Е.П. Нелин



**Самостоятельные
и контрольные работы
по алгебре и началам
математического
анализа**

10
класс



ИЛЕКСА

А.П. Ершова, Е.П. Нелин

**САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ
И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ДЛЯ 10 КЛАССА**

**Москва
ИЛЕКСА
2013**

УДК 372.8:[512+517]

ББК 74.262.21

Е80

*Перепечатка отдельных разделов и всего издания — запрещена.
Любое коммерческое использование данного издания
возможно только с разрешения издателя*

Ершова А.П., Нелин Е.П.

Е80 Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам математического анализа для 10 класса. — М.: ИЛЕКСА, — 2013, — 144 с.

ISBN 978-5-89237-345-6

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы к двухуровневому учебнику «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни» Е.П. Нелина, В.А. Лазарева. Пособие также можно использовать при работе по любому учебнику и для самообразования, например, при подготовке к решению заданий ЕГЭ.

Предлагаемые работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности и предназначены для организации дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

УДК 372.8:[512+517]

ББК 74.262.21

ISBN 978-5-89237-345-6

© Ершова А.П.,
Нелин Е.П., 2011
© ООО «Илекса», 2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое пособие в первую очередь предназначено для учителей и учащихся, работающих по двухуровневому учебнику «Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни» (издательство «Илекса»), но может использоваться и при работе по другим учебникам алгебры и начал математического анализа, особенно при подготовке учащихся к решению заданий ЕГЭ и ГИА.

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. Сборник содержит *полный набор самостоятельных и контрольных работ по всему курсу алгебры и начал математического анализа 10 класса*, как базового, так и профильного уровней.

Контрольные работы рассчитаны на один урок, самостоятельные работы — на 25—40 минут, в зависимости от темы и уровня подготовки учащихся.

2. Сборник позволяет осуществить дифференцированный контроль знаний, так как задания распределены по трем уровням сложности А, Б и В. Задания уровня А предназначены для учащихся, которые обучаются по программе базового уровня, а задания уровней Б и В — для учащихся, которые обучаются по программе профильного уровня. Задания уровня В предназначены для учащихся, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно одной книги на парте.

3. В книгу включены также домашние самостоятельные и практические работы, содержащие творческие, нестандартные задачи по каждой изучаемой теме, а также задачи повышенной сложности. Эти задания могут в полном объеме или частично предлагаться учащимся в качестве зачетных, а также использоваться как дополнительные задания для проведения контрольных работ. По усмотрению учителя выполнение нескольких или даже одного такого задания может оцениваться отличной оценкой.

Ответы к контрольным и домашним самостоятельным работам приводятся в конце книги.

При использовании сборника следует также учесть следующее.

Во-первых, провести все самостоятельные работы с выставлением оценки со всем классом скорее всего не удастся, да это и не требуется. Некоторые из них можно использовать как домашние задания на оценку или как дополнительные задания на оценку заинтересованным учащимся (на уроке или дома). Самостоятельные работы отнесены к соответствующим темам, но могут использоваться и при изучении других тем (например, для организации повторения изученного через некоторый промежуток времени).

Во-вторых, многие самостоятельные работы и все контрольные работы избыточны по объему; предполагается, что учитель самостоятельно отберет из них часть заданий с учетом уровня подготовки учащихся по предмету и времени, отводимого на выполнение работы.

Для удобства пользования книгой в приложении приводится ориентировочное тематическое планирование по учебнику «Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый и профильный уровни», включающее возможное распределение предлагаемых самостоятельных и контрольных работ.

Наш адрес в Интернете: www.ilexa.ru.

ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА

С-1. ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Вариант А 1

1

Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = 100x - 2011$;

б) $y = \frac{7}{6 - 2x}$.

Вариант А 2

а) $y = 2012 - 5x$;

б) $y = \frac{2}{2x - 3}$.

2

Найдите область значений функции, заданной формулой:

$y = 150$.

$y = -25$.

3

Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

$y = x^7$?

$y = x^6$?

4

Постройте график функции:

а) $y = (x + 3)^2$;

б) $y = \frac{2}{1 - x}$.

а) $y = x^2 - 3$;

б) $y = \frac{3}{x + 1}$.

Вариант Б 1**1**

Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \sqrt{27 - 3x}$;

б) $y = \frac{x}{x - x^3}$.

2

Найдите область значений функции, заданной формулой:

$y = x^2 - 8$.

$y = 2 - x^2$.

3

Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

$y = 2x^2 - 3x^6 + 2?$

$y = 3x^3 + 2x^5 ?$

4

Постройте график функции:

а) $y = (x + 1)^2 + 3$;

б) $y = \left| \frac{1}{x - 1} \right|$.

а) $y = 4 - (x - 1)^2$;

б) $y = \frac{1}{|x| + 1}$.

Вариант В 1**1**

Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{x - 1}$;

а) $y = \frac{\sqrt{8 + 6x + x^2}}{x + 4}$;

Вариант Б 2**Вариант В 2**

$$б) y = \frac{\sqrt{x}}{|x| - 4}.$$

$$б) y = \frac{\sqrt{x}}{7 - |x|}.$$

2

Найдите область значений функции, заданной формулой:

$$y = |x| - 12.$$

$$y = 10 + |x|.$$

3

Исследуйте, какой является данная функция — четной, нечетной или ни четной, ни нечетной:

$$y = 2x^3|x| - 3x?$$

$$y = 4x^4 - 2|x|x^2?$$

4

Постройте графики функции и соответствия:

$$а) y = |(x - 2)^2 - 1|;$$

$$а) y = |(x - 1)^2 - 4|;$$

$$б) |y| = \sqrt{2 - |x|}.$$

$$б) |y| = 2 - \sqrt{|x|}.$$

С-2. УРАВНЕНИЯ

Вариант Б 1

1

Найдите область допустимых значений (ОДЗ) уравнения:

$$а) x^2 - 8x^3 = 0;$$

$$а) x^4 - 16 = 0;$$

$$б) \frac{2x}{x+3} = \frac{1}{2-x};$$

$$б) \frac{7}{x-13} + \frac{1}{5+x} = 0;$$

Вариант Б 2

в) $\sqrt{4-x} = 5$.

в) $\sqrt{x-6} - 2 = 0$.

2

Являются ли равносильными (на R)
данные уравнения (ответ обоснуйте):

а) $x^2 = 4$ и $(x-2)(x+2) = 0$;

а) $x^2 = 9$ и $3x = 9$;

б) $x+1=0$ и
 $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1$.

б) $x^2 = x$ и $x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

3

При каком условии уравнения явля-
ются равносильными:

$$f(x) = g(x) \text{ и } f(x) + \frac{1}{\sqrt{h(x)}} = g(x) + \frac{1}{\sqrt{h(x)}}.$$

$$f(x) = g(x) \text{ и } f(x) + \sqrt{h(x)} = g(x) + \sqrt{h(x)}.$$

4

Решите уравнение с помощью урав-
нений-следствий и укажите, какое
преобразование могло привести
к нарушению равносильности:

$x^2 - 5x + \sqrt{x-3} = 6 + \sqrt{x-3}.$

$x^2 + 3x + \sqrt{x+2} = 18 + \sqrt{x+2}.$

5

Может ли произойти потеря корней
или появление посторонних корней,
если уравнение

$(x+5)f(x) = 6x+30$ заме-
нить уравнением $f(x) = 6$?
Ответ обоснуйте.

$\frac{f(x)}{x+5} = \frac{6}{x+5}$ заменить
уравнением $f(x) = 6$? Ответ
обоснуйте.

В а р и а н т В 1**В а р и а н т В 2****1**

Найдите область допустимых значений (ОДЗ) уравнения:

а) $x^2 - 8x^3 + \frac{5}{x^2 + x + 2} = 0;$

б) $\frac{7}{x-3} + \frac{x}{\sqrt{x-2}} = 5;$

в) $\sqrt{x^2 - 4x - 32} - \frac{2}{x+4} = 0.$

а) $x^4 - 16 - \frac{x}{x^2 - x + 2} = 0;$

б) $\frac{\sqrt{x}}{x-4} - \frac{15}{x+3} = 1;$

в) $\sqrt{3+2x-x^2} - \frac{3}{\sqrt{x+1}} = 0.$

2

Являются ли равносильными данные уравнения (ответ обоснуйте):

а) $(x-2)(x+2) = 0$ и $(x-2)\sqrt{x+2} = 0;$

б) $\sqrt{x+1} = 5-x$ и $x+1 = (5-x)^2.$

а) $(x-3)(x+3) = 0$ и $(x+3)\sqrt{x-3} = 0;$

б) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-5} = 0$ и $\sqrt{(x-1)(x-5)} = 0.$

3

При каком условии уравнения являются равносильными:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \text{ и } \sqrt{f(x) \cdot h(x)} = \sqrt{g(x) \cdot h(x)}.$$

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \text{ и } \sqrt{\frac{f(x)}{h(x)}} = \sqrt{\frac{g(x)}{h(x)}}.$$

4

Решите уравнение с помощью уравнений-следствий и укажите, какое преобразование могло

привести к нарушению равносильности:

$$\sqrt{x^2 + 3x - 10} = \sqrt{x - 2}.$$

$$\sqrt{9 - x} = 7 - x.$$

5

Может ли произойти потеря корней или появление посторонних корней, если

уравнение $\sqrt{x+2} \cdot f(x) = 2\sqrt{x+2}$ заменить уравнением $f(x) = 2$? Ответ обоснуйте.

уравнение $f(x) \cdot \sqrt{x-2} = 7\sqrt{x-2}$ заменить уравнением $f(x) = 7$? Ответ обоснуйте.

С-3. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ

Вариант А 1

1

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

$$\begin{aligned} \text{а) } x^2 + 100 + \sqrt{x-5} &= \\ = \sqrt{25-5x} + x^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{а) } \sqrt{7-x} - 4x &= \\ = x^2 - 77 + \sqrt{3x-21}; \end{aligned}$$

— оценка левой и правой частей уравнения:

$$\text{б) } \sqrt{x^6 + 9} = 3 - x^2;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^4 + 1} = 1 - |x|$$

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

$$\text{в)} |x^2 - x| + |1 - x| + \\ + |x^2 - 2x + 1| = 0;$$

$$\text{в)} \sqrt{x-2} + \sqrt{4-4x+x^2} + \\ + \sqrt{\frac{x^2-4}{x+2}} = 0;$$

— использование возрастания и убывания функций:

$$\text{г)} 2x + x^3 + x^5 = 4.$$

$$\text{г)} x^5 + \sqrt{x} + 2x^7 = 4.$$

Вариант Б 1

1

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

$$\text{а)} \sqrt{x^2 - 4} + x^2 - 1 = \\ = \sqrt{20 - 5x^2} + \sqrt{x^2 + 5};$$

$$\text{а)} \sqrt{7 - x^2} + \sqrt{2 + x^2} = \\ = \sqrt{2x^2 - 14} + 10 - x^2;$$

— оценка левой и правой частей уравнения:

$$\text{б)} \sqrt{4 - x^2} = 2 + |5x^2 - x|;$$

$$\text{б)} 5 - |x - 1| = \sqrt{(1 - x)^2 + 25};$$

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

$$\text{в)} |x^2 - 2x - 3| + \sqrt{x^2 - 4x + 3} + \\ + (x^2 - 9)^4 = 0;$$

$$\text{в)} \sqrt{x^2 - x - 2} + (4 - x^2)^6 + \\ + |x^2 - 3x + 2| = 0;$$

— использование возрастания и убывания функций:

$$\text{г)} \sqrt{7 - x} + \sqrt{12 - x} = 5.$$

$$\text{г)} x^5 + \sqrt{x - 1} = 33.$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

Решите уравнение, используя в решении указанный метод:

— оценка ОДЗ уравнения:

$$\text{а) } \sqrt{x^4 - 1} + 3(y + 1) = \sqrt{1 - x^8} + \\ + \sqrt{8 + x^2} - \sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 3};$$

$$\text{а) } \sqrt{4 - y^2} + \sqrt{y - 1} + 2x - y + 1 = \\ = \sqrt{y^4 - 16} + \sqrt{x^2 + 2x + y - 1};$$

— оценка левой и правой частей уравнения:

$$\text{б) } \sqrt{x^2 + 2x + 5} = 1 - 2x - x^2;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2 - 4x + 13} = 4x - x^2 - 1;$$

— равенство нулю суммы нескольких неотрицательных функций:

$$\text{в) } x^2 + y^2 = 10y - 2x - 26;$$

$$\text{в) } x^2 + y^2 + 13 + |x - 2| = 4x - 6y;$$

— использование возрастания и убывания функций:

$$\text{г) } \sqrt{3x - 2} + |x| = 6 - x.$$

$$\text{г) } \sqrt{4 - x} + \frac{3}{x} = \sqrt{2x - 2}.$$

С-4. НЕРАВЕНСТВА. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ**Вариант А 1****Вариант А 2****1**

Решите неравенство:

$$\text{а) } (x^2 - 4)(x - 3) > 0;$$

$$\text{а) } (x^2 - 4x)(x + 4) < 0;$$

$$\text{б)} \frac{x^2 - 2x + 1}{6 + x - x^2} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{4x - x^2 - 4}{4x - x^2 - 3} \geq 0;$$

$$\text{в)} \frac{x^2 + 2x}{x - 3} \geq \frac{8}{x - 3}.$$

$$\text{в)} \frac{x^2 - 2x}{x - 4} \leq \frac{15}{x - 4}.$$

2

Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{x - \frac{16}{x}}.$$

$$y = \sqrt{\frac{4}{x} - x}.$$

Вариант Б 1**1**

Решите неравенство:

$$\text{а)} (5x^2 - 5x)(x^2 + 2x - 3) > 0;$$

$$\text{а)} (x^2 - 1)(x^2 - 5x + 4) < 0;$$

$$\text{б)} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x}{x^2 + 3x + 2} \geq 0;$$

$$\text{в)} \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x - 1} \leq 2.$$

$$\text{в)} \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x - 1} \geq -2.$$

2

Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4}}.$$

$$y = \sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{x^2}{4}}.$$

Вариант В 1**1****Решите неравенство:**

а) $(x^3 + x^2)(x^2 - 14x + 49) \leq 0;$

б) $\frac{(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 4x + 4)}{(x^2 + 2x - 3)(x^2 - 8x + 16)} \geq 0;$

в) $(x^2 - 3x - 3)(x^2 - 3x + 1) < 5.$

Вариант В 2

а) $(x^2 - 1)(x^2 - 3x - 4)(x - 4) \geq 0;$

б) $\frac{(x^2 + x - 2)(x^2 - 6x + 9)}{(x^2 - x - 2)(4x^2 + 12x + 9)} \leq 0;$

в) $(x^2 + 2x - 5)(x^2 + 2x - 6) \leq 6.$

2**Найдите область определения функции:**

$$y = \sqrt{\frac{3}{3x^2 + 4 - x^4}}.$$

$$y = \sqrt{\frac{5}{5x^2 - 4 - x^4}}.$$

**С-5. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА,
СОДЕРЖАЩИЕ ЗНАК МОДУЛЯ****Вариант А 1****1****Раскройте знак модуля:**

а) $|\sqrt{5} - 2|;$

б) $|3 - \pi|;$

в) $|1 + x^2|;$

г) $|\sqrt{x} - x^8|.$

Вариант А 2

а) $|1 - \sqrt{2}|;$

б) $|4 - \pi|;$

в) $|-x^4 - 2|;$

г) $|x^2 + \sqrt[4]{x^8}|.$

2**Решите уравнение:**

а) $|2x - 3| = 5$;

а) $|2x + 4| = 6$;

б) $|x^2 - 4| = x^2 - 4$;

б) $|x^2 - 1| = 1 - x^2$;

в) $|x^2 + x| = |3x + 3|$;

в) $|x^2 - x| = |2x - 2|$;

г) $x^2 - |x| - 2 = 0$.

г) $x^2 + |x| - 6 = 0$.

3**Решите неравенство:**

а) $|x - 2| \leq 2$;

а) $|x + 1| \leq 1$;

б) $\left|2 + \frac{1}{x}\right| > -3$;

б) $\left|1 + \frac{1}{x-1}\right| > -1$;

в) $|x^2 - 9| > 16$;

в) $|x^2 - 4| > 12$;

г) $|2 - x| \leq x$.

г) $|4 - x| \leq x$.

Вариант Б 1**1****Раскройте знак модуля:**

а) $|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}|$;

а) $|3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}|$;

б) $|2^{20} - 3^{20}|$;

б) $|3^{20} - 4^{30}|$;

в) $|-x^2 + 2x - 2|$;

в) $|x^2 + 6x + 10|$;

г) $|\sqrt{x+1} - \sqrt{x}|$.

г) $|\sqrt{x-2} - \sqrt{x}|$.

2**Решите уравнение:**

а) $|x^2 + x| = 2$;

а) $|x^2 - x| = 6$;

б) $|x - 1| = 3x + 5$;

б) $|x + 1| = 2x + 8$;

в) $x^2 - 4 \frac{x + 2}{|x + 2|} = 0$;

в) $x^2 + \frac{|x - 1|}{x - 1} = 0$;

г) $x^2 - 6x + |x - 4| + 8 = 0$.

г) $x^2 + 4x + |x + 3| + 3 = 0$.

3**Решите неравенство:**

а) $|\sqrt{x + 1} - 1| > -2$;

а) $|4 - \sqrt{x - 2}| > -5$;

б) $|4x + 1| \geq 3$;

б) $|4x - 3| \leq 1$;

в) $|x^2 - 4| \leq 3x$;

в) $|x^2 - 2x| \geq x$;

г) $|x + 1| < |x - 3|$.

г) $|x + 2| < |x - 4|$.

Вариант В 1**Вариант В 2****1****Раскройте знак модуля:**

а) $|3\sqrt{3} - 2\sqrt{6}|$;

а) $|2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}|$;

б) $|2^{30} - 3^{20}|$;

б) $|3^{30} - 4^{20}|$;

в) $|2 - x^2 - \frac{1}{x^2}|$;

в) $|\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 2|$;

г) $|x^6 + 3 - 2x^3|$.

г) $|4x^5 - x^{10} - 5|$.

2**Решите уравнение:**

а) $||x - 2| - 1| = 1$;

а) $||x + 1| - 3| = 3$;

б) $|x^2 + x - 3| = x$;

б) $|x^2 - x - 8| = -x$;

в) $\sqrt{9 - x^2} = -|x^2 + 4x + 3|;$

г) $|x| + |x - 2| = 4.$

в) $\sqrt{25 - x^2} = -|x^2 + 2x - 15|;$

г) $|x - 1| + |x + 1| = 4.$

3**Решите неравенство:**

а) $|x^2 + 3x| \geq 2 - x^2;$

б) $|x^2 - 2x| \leq x;$

в) $|x^2 + x - 2| > |x + 2|;$

г) $\left| \frac{\sqrt{x+3} - 1}{x^2 - 1} \right| > 0.$

а) $|x^2 - 2x| \geq 12 - x^2;$

б) $|x^2 + 2x| \leq 4x;$

в) $|2x^2 + x - 1| > |x + 1|;$

г) $\left| \frac{\sqrt{x+5} - 2}{4 - x^2} \right| > 0.$

**С-6. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ,
УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ****Вариант Б 1****1****Постройте эскиз графика функции:**

$$y = x + \sqrt{x}.$$

2**Постройте график уравнения:**

$$|y| = 2x + 4.$$

3**Постройте график неравенства:**

$$y \geq x^2 - 4x + 3.$$

Вариант Б 2

$$y = x^3 + x.$$

$$|y| = \frac{1}{2}x - 1.$$

$$y < x^2 - 3x - 4.$$

④

Покажите штриховкой
на координатной плоскости
множество точек, которые
удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} x + y > 0; \\ x^2 - y \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y \geq 0; \\ x^2 + y < 0. \end{cases}$$

Вариант В 1

①

Постройте эскиз графика функции:

$$y = x - 1 + \frac{1}{x - 1}.$$

$$y = x + 2 + \frac{1}{x + 2}.$$

②

Постройте график уравнения:

$$|y| = x^2 - 4x + 7.$$

$$|y| = x^2 + 6x + 8.$$

③

Постройте график неравенства:

$$y > \frac{2}{|x|}.$$

$$y < -\frac{1}{|x|}.$$

④

Покажите штриховкой на
координатной плоскости
множество точек, которые
удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9; \\ y > x^2 - 4; \\ y - 2 \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4; \\ y \leq 5 - x^2; \\ y + 2 > 0. \end{cases}$$

С-7. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ

В а р и а н т Б 1

1

Решите уравнение с переменной x :

$$5ax - a = 3ax + 2.$$

$$3x - 2a = ax - 4.$$

2

Решите неравенство с переменной x :

$$4x + 3a > 6 - ax.$$

$$2ax - 3 < a - x.$$

3

Найдите все значения параметра a ,
при которых уравнение имеет един-
ственный корень:

$$\frac{(x - 2a)(x + 4a)}{x + 8} = 0.$$

$$\frac{(x - 3a)(x + 6a)}{x - 18} = 0.$$

В а р и а н т В 1

1

Решите уравнение с переменной x :

$$|x - a - 2| + |x| = 3.$$

$$|x| + |x + a - 1| = 2.$$

2

Решите неравенство с переменной x :

$$(x - a)(x - 2a)^2 \leq 0.$$

$$(x - a)^2(x - 2a) \geq 0.$$

В а р и а н т В 2

3

При каких значениях параметра a
уравнение имеет три различных корня:

$$x^4 + (a + 2)x^2 + a^2 + 3a = 0.$$

$$x^4 + (a - 3)x^2 + a^2 - 5a = 0.$$

К-1 (КП-1). ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА

Вариант А 1

1

Найдите область определения
функции:

$$а) y = \sqrt{2x - 4};$$

$$y = \sqrt{10 - 5x}.$$

$$б) y = \frac{x^2 - 4}{x + 5}.$$

$$б) y = \frac{2x^2 - 1}{x + 3}.$$

2

Постройте график функции:

$$а) y = \sqrt{x - 4};$$

$$а) y = \sqrt{x} - 4;$$

$$б) y = |x| + 3.$$

$$б) y = |x + 3|.$$

3

Решите уравнение:

$$а) \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1} = 0;$$

$$а) \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = 0;$$

б) $|3x - 6| = -4$.

б) $|4 - 2x| = 0$.

4**Решите неравенство:**

а) $(x - 2)(x + 3)(x - 5)^2 \geq 0$;

а) $(x + 9)(x - 4)^4(x - 2) \leq 0$;

б) $|x - 1| < 2$.

б) $|x + 1| < 3$.

5**а) Подберите корень уравнения:**

$x + x^3 = 10$.

$x^3 + x^5 = 2$.

Докажите, что других корней это уравнение не имеет;**б) Постройте график неравенства:**

$x + y \geq 0$.

$x - y \leq 0$.

Вариант Б 1**1****а) Найдите область определения функции:**

$$y = \frac{\sqrt{x} - x}{x^2 - x};$$

$$y = \frac{\sqrt{2x} + x}{x^2 - 2x};$$

б) Найдите область значений функции:

$y = x^2 - 6$.

$y = x^2 + 3$.

2**Постройте график функции:**

а) $y = \sqrt{x + 2} - 3$;

а) $y = 3 - \sqrt{x - 2}$;

$$\text{б) } y = |x^2 - 4|.$$

$$\text{б) } y = |x^2 - 9|.$$

3**Решите уравнение:**

$$\text{а) } \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = 0;$$

$$\text{а) } \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9} = 0;$$

$$\text{б) } |\sqrt{x} - 5| = 3.$$

$$\text{б) } |4 - \sqrt{x}| = 1.$$

4**Решите неравенство:**

$$\text{а) } \frac{x + 5}{(x - 7)(x + 1)^2} \leq 0;$$

$$\text{а) } \frac{(x + 1)^2 (x - 5)}{(x + 3)} \geq 0;$$

$$\text{б) } |2x - 3| > 5.$$

$$\text{б) } |2x + 1| \geq 3.$$

5**а) Решите уравнение:**

$$x^2 + \sqrt{x^2 - x} = 0;$$

$$(x - 1)^2 + \sqrt{x^2 + x - 2} = 0;$$

б) Постройте график неравенства:

$$x^2 + y \geq 0.$$

$$x^2 - y \leq 0.$$

Вариант В 1**1****а) Найдите область определения функции**

$$y = \frac{\sqrt{2x + 8}}{\sqrt{x - 2}};$$

$$y = \frac{\sqrt{x - 3}}{\sqrt{x + 1} - 3};$$

б) Найдите область значений функции

$$y = \frac{6x + 5}{2x - 1}.$$

$$y = \frac{4x - 3}{2x + 1}.$$

Вариант В 2

2**а) Постройте график функции:**

$$y = \left| \sqrt{x-1} - 3 \right|;$$

$$y = \left| 2 - \sqrt{x+1} \right|;$$

б) Постройте график уравнения:

$$|y| = x^2 - 1.$$

$$|y| = 4 - x^2.$$

3**Решите уравнение:**

$$\text{а) } \frac{x^3 - 16x}{2\sqrt{x} + x} = 0;$$

$$\text{а) } \frac{x^4 - 81x^2}{x + 3\sqrt{x}} = 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{x-5} = \sqrt{3-x} + x^2.$$

$$\text{б) } \sqrt{x-5} - \sqrt{8-2x} = x^3.$$

4**Решите неравенство:**

$$\text{а) } \frac{x^2 - x}{(x-3)(x-1)^3} \leq 0;$$

$$\text{а) } \frac{(x-3)^5(x+1)}{x^2 - 3x} \geq 0;$$

$$\text{б) } |2x - 5| < 7.$$

$$\text{б) } |2x + 3| > 5.$$

5**а) Решите уравнение:**

$$x + \sqrt{x} + x^3 = 3;$$

$$\sqrt{x} + x^5 + 2x = 4;$$

б) Постройте график неравенства

$$(x-2)^2 + y^2 \leq 9.$$

$$x^2 + (y-1)^2 \geq 4.$$

С-8. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ. ДЕЛИМОСТЬ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Вариант Б 1

①

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо равенство:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \dots + \\ + n(2n+1) = \frac{n(4n^2 + 9n + 5)}{6}.$$

②

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение

$10^n + 18n - 28$ делится на 27 при любом натуральном n .

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \\ + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

③

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо неравенство:

$$5^n \geq 7n - 3.$$

$9^{n+1} - 18n - 9$ делится на 18 при любом натуральном n .

$$2^n \geq n + 1.$$

Вариант В 1

①

Докажите с помощью метода математической индукции,

Вариант В 2

что при любом натуральном n
справедливо равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{7}{3 \cdot 5} + \frac{17}{5 \cdot 7} + \dots +$$
$$+ \frac{2n^2 - 1}{(2n - 1)(2n + 1)} = \frac{n^2}{2n + 1}.$$

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots +$$
$$+ \frac{n^2}{(2n - 1)(2n + 1)} = \frac{n \cdot (n + 1)}{2(2n + 1)}$$

2

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение

$6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ делится на 17
при любом натуральном n .

$6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ делится на 11
при любом натуральном n :

3

Докажите с помощью метода
математической индукции,
что при любом натуральном n
справедливо неравенство:

$$3^n \geq 2^n + n.$$

$$4^n \geq 3^n + n^2.$$

С-9. МНОГОЧЛЕНЫ. ТЕОРЕМА БЕЗУ. СХЕМА ГОРНЕРА. ФОРМУЛЫ ВИЕТА

Вариант Б 1

1

Выполните деление многочлена на
многочлен с остатком:

$$2x^3 - 3x^2 + 4x - 1 \text{ на } x - 2.$$

Вариант Б 2

$$2x^3 - 3x^2 + x - 2 \text{ на } x - 3.$$

2

Проверьте справедливость формул
Виета для многочлена:

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12.$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18.$$

3

Используя схему Горнера, проверьте,
являются ли

числа 1 и -2 корнями много-
члена $x^3 + x^2 - 3x - 2$.

числа -1 и 2 корнями много-
члена $x^3 - x^2 - 5x - 3$.

4

Найдите целые корни многочлена:

$$x^4 + x^3 - 11x^2 + x - 12.$$

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 2x - 8.$$

Вариант В 1

1

Выполните деление многочлена на
многочлен с остатком:

$$2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 4 \text{ на } x^2 - 2x - 1.$$

$$3x^4 - x^3 - 2x^2 - x + 1 \text{ на } x^2 + 2x - 1.$$

2

Составьте кубический многочлен с
коэффициентом 2 при старшем чле-
не, который имеет

корень 1 кратности 2 и ко-
рень -3 .

Корень -1 кратности 2 и ко-
рень 4.

3

Используя схему Горнера, проверьте,
являются ли

числа -2 и $\frac{1}{3}$ корнями многочлена $3x^3 + 2x^2 - 7x + 2$.

числа 2 и $\frac{2}{3}$ корнями многочлена $3x^3 + x^2 - 5x + 2$.

4

Найдите рациональные корни многочлена:

$$6x^4 + x^3 + 4x^2 + x - 2.$$

$$6x^4 + x^3 + 11x^2 + 2x - 2.$$

(КП-2). МНОГОЧЛЕНЫ И ИХ КОРНИ. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ

Вариант Б 1

1

Выполните деление многочлена $A(x)$ на многочлен $B(x)$, если

$$A(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1, \\ B(x) = x^2 + x - 1.$$

$$A(x) = x^4 + 4x^3 - x^2 + 2x + 1, \\ B(x) = x^2 - x + 1.$$

2

Найдите целые корни многочлена:

$$x^3 - 3x^2 - 10x + 24.$$

$$x^3 - 5x^2 - 2x + 24.$$

3

Многочлен $f(x)$ при делении на двучлены $x - 1$ и $x + 1$

дает остатки -4 и 4 соответственно.

дает остатки 2 и -6 соответственно.

Найдите остаток от деления многочлена $f(x)$ на $x^2 - 1$.

4

Докажите с помощью метода математической индукции, что при любом натуральном n справедливо равенство:

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + \dots + n(2n-1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{6}.$$

5

Найдите значения a и b такие, чтобы

число 2 было корнем не менее второй кратности для многочлена $x^3 - 5x^2 + ax + b$.

число 4 было корнем не менее второй кратности для многочлена $x^3 - 7x^2 + ax + b$.

Вариант В 1

1

Найдите неполное частное и остаток от деления многочлена $A(x)$ на многочлен $B(x)$, если

$$A(x) = x^4 - 2x^2 + x + 1, \\ B(x) = x^2 - x - 1.$$

$$A(x) = x^4 + 3x^3 - 2x + 1, \\ B(x) = x^2 + x - 1.$$

2

Найдите целые корни многочлена:

$$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6.$$

$$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6.$$

3

Многочлен $f(x)$ при делении на двучлены $x+2$, $x+1$ и $x-1$

дает остатки -1 , 4 и 2 соответственно.

дает остатки 4 , -1 и 1 соответственно.

Найдите остаток от деления многочлена $f(x)$ на $(x+2)(x+1)(x-1)$.

4

Докажите с помощью метода математической индукции, что выражение делится на 19 при любом натуральном n :

$$7 \cdot 5^{2n} + 12 \cdot 6^n.$$

$$5^{2n+1} + 3^{n+2} 2^{n-1}.$$

5

Найдите значения a и b , если многочлен $ax^4 + bx^3 + 1$ делится на

$(x-1)^2$ без остатка.

$(x+1)^2$ без остатка.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

С-10. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛОВ. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ УГЛА И ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

В а р и а н т А 1

①

Вычислите:

а) $2 \cos 60^\circ - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$;

б) $\sin(-420^\circ)$.

②

Сравните значения выражений:

а) $\sin \frac{8\pi}{7}$ и $\cos 90^\circ$;

б) $\sin \frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$.

В а р и а н т А 2

а) $\operatorname{ctg} 45^\circ - 2 \sin \frac{\pi}{6}$;

б) $\cos(-750^\circ)$.

③

Найдите наибольшее и наименьшее
значения выражения

$0,5 \cos \alpha + 2$.

$3 \sin \alpha - 1$.

В а р и а н т Б 1

①

Вычислите:

В а р и а н т Б 2

а) $2 \cos 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin \frac{3\pi}{2}$;

а) $2 \sin 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ - \cos \pi$;

б) $\frac{\sin 390^\circ - \sin(-390^\circ)}{\operatorname{tg}(-765^\circ)}$.

б) $\frac{\operatorname{ctg} 405^\circ - \operatorname{ctg}(-405^\circ)}{2 \sin(-750^\circ)}$.

2**Сравните значения выражений:**

а) $\cos \frac{25\pi}{13} \operatorname{tg} \frac{11\pi}{10}$ и $\sin(-330^\circ) \operatorname{ctg} 100^\circ$;

а) $\sin 1,2\pi \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{7}$ и $\cos(-300^\circ) \operatorname{tg} 110^\circ$;

б) $\cos 2^\circ$ и $\cos 2$.

б) $\sin 4$ и $\sin 4^\circ$.

3**При каких значениях a возможно равенство**

$\sin x = a^2 + 1?$

$\cos x = -1 - a^2?$

Вариант В 1**1****Вычислите:**

а) $\sin(-45^\circ) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} +$
 $+ \cos(-45^\circ) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;

а) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{tg} 45^\circ +$
 $+ \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg} 45^\circ$;

б) $\frac{\cos 540^\circ - \sin 810^\circ}{\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{2} - \operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

б) $\frac{\sin \frac{7\pi}{2} - \cos 6\pi}{\operatorname{tg} 540^\circ - \operatorname{ctg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

2

Сравните значения выражений:

а) $\sin 2 \cos 3 \operatorname{tg} 4$ и $\cos 5$;

а) $\cos 1 \operatorname{tg} 2 \operatorname{ctg} 3$ и $\sin 4$;

б) $\sin 200^\circ$ и $\sin(-200^\circ)$.

б) $\operatorname{tg}(-100^\circ)$ и $\operatorname{tg} 100^\circ$.

3При каких значениях a неравенство

$$\sin x \leq a^2 - a - 1$$

$$\cos x \geq a^2 - 3a + 1$$

выполняется при любом значении x ?

С-11. СВОЙСТВА И ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В а р и а н т А 1

1В одной системе координат
постройте графики функций:

$$y = \cos x,$$

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$y = 2\cos x.$$

В а р и а н т А 2

$$y = \sin x,$$

$$y = 3\sin x,$$

$$y = \sin x + 2.$$

2Найдите область определения
функции:

$$y = \operatorname{tg} x.$$

$$y = \operatorname{ctg} x.$$

3Докажите, что функция $f(x)$ является
четной, а функция $g(x)$ — нечетной,
если

$$f(x) = 3x^2 - \cos x,$$

$$f(x) = 2x^4 + \cos x,$$

$$g(x) = \sin 2x + x^3.$$

$$g(x) = \operatorname{tg} x - 4x^5.$$

4

Используя свойства возрастания и убывания тригонометрических функций, сравните значения выражений:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{10}$ и $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$;

а) $\sin \frac{\pi}{12}$ и $\sin \frac{\pi}{6}$;

б) $\cos \frac{\pi}{8}$ и $\cos \frac{3\pi}{8}$.

б) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$ и $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{5}$.

5

Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются:

$$y = 2 \sin x + 1.$$

$$y = 0,5 \cos x - 1.$$

Вариант Б 1

Вариант Б 2

1

В одной системе координат постройте графики функций:

$$y = \sin x,$$

$$y = \cos x,$$

$$y = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right),$$

$$y = -0,5 \cos x,$$

$$y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right).$$

$$y = -0,5 \cos x + 1.$$

2**Найдите область определения функции:**

$$y = \operatorname{ctg} 3x.$$

$$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

3**Исследуйте функцию на четность или нечетность:**

$$\text{a) } f(x) = x^3 \cos x;$$

$$\text{a) } f(x) = x^4 \sin x;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}.$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}.$$

4**Расположите в порядке возрастания числа:**

$$\text{a) } \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}; \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}; \operatorname{tg} \frac{6\pi}{7};$$

$$\text{a) } \sin \frac{\pi}{5}; \sin \frac{7\pi}{6}; \sin \frac{\pi}{3};$$

$$\text{б) } \cos(-1,8); \cos 2,3; \cos 2.$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}(-0,3); \operatorname{ctg} 1,2; \operatorname{ctg} 1.$$

5**Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются**

$$y = 0,5 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$y = 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right).$$

В а р и а н т В 1**В а р и а н т В 2****1****В одной системе координат постройте графики функций**

$$y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = 2 \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right),$$

$$y = \operatorname{tg} x,$$

$$y = 0,5 \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right),$$

$$y = \left| 2 \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right|.$$

$$y = 0,5 \operatorname{tg} \left| x + \frac{\pi}{4} \right|.$$

2

Найдите область определения функции:

$$y = \frac{1}{\cos x}.$$

$$y = \frac{1}{2 \sin x}.$$

3

Исследуйте функцию на четность или нечетность:

а) $f(x) = x \operatorname{tg} x - \sin^2 x$;

а) $f(x) = x^3 \operatorname{ctg} x + |\sin x|$;

б) $f(x) = \frac{2x^3}{\cos x - 1}$.

б) $f(x) = \frac{x^5 + x}{\cos x + 1}$.

4

Расположите данные числа

а) в порядке возрастания:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}; \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}; \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{8} \right); \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}; \quad \sin \frac{\pi}{3}; \sin \frac{9\pi}{7}; \cos \frac{\pi}{10}; \sin \frac{4\pi}{3};$$

б) в порядке убывания:

$$\cos(-\pi); \cos 4; \cos 6; \sin 0,1. \quad \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}; \operatorname{ctg} 5; \operatorname{ctg} 1,8; \operatorname{tg} 0,9.$$

5

Укажите промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшее и наименьшее значения и точки, в которых они достигаются

$$y = \left| \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| - 1.$$

$$y = \left| 3 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \right| + 2.$$

**С-12*. ИССЛЕДОВАНИЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ
И ПОСТРОЕНИЕ ИХ ГРАФИКОВ
(домашняя практическая работа)**

Исследуйте функцию и постройте
ее график:

Уровень А

1) $y = 1,5 \sin 2x;$

6) $y = 2 - \cos 2x;$

2) $y = 2 \cos \frac{x}{2};$

7) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 2x;$

3) $y = -\operatorname{tg} 3x;$

8) $y = -2 \operatorname{ctg} \frac{2x}{3};$

4) $y = 0,5 \operatorname{ctg} 0,5x;$

9) $y = 1 + \operatorname{tg} \frac{x}{4};$

5) $y = \sin \frac{1}{3} x - 1;$

10) $y = -3 \cos 1,5x.$

Уровень Б

1) $y = \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right);$

6) $y = 1 + \cos \left(\frac{2}{3} x + \frac{2\pi}{3} \right);$

2) $y = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right);$

7) $y = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right);$

3) $y = -\operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6} \right);$

8) $y = 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right);$

4) $y = \operatorname{ctg} \left(2x + \frac{2\pi}{3} \right) + 1;$

9) $y = 1 - \cos \left(2x - \frac{4\pi}{3} \right);$

5) $y = \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2} \right);$

10) $y = -\sin \left(1,5x + \frac{\pi}{2} \right).$

Уровень В

1) $y = \left| \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) \right|;$

2) $y = \operatorname{tg} \left(2|x| + \frac{\pi}{4} \right);$

3) $y = 3 - 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{2x}{3} \right);$

4) $y = -\operatorname{ctg} \left(2\pi x - \frac{\pi}{4} \right);$

5) $y = -0,5 \sin \left| 2x + \frac{\pi}{3} \right|;$

6) $y = 3 \cos \left(2|x| - \frac{\pi}{3} \right);$

7) $y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 2x}};$

8) $y = \left| \operatorname{tg} \left| \frac{x}{2} \right| \right| - 1;$

9) $y = \frac{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} 2x};$

10) $y = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}.$

**С-13. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ
ОДНОГО АРГУМЕНТА****Вариант А1****1**

Известно, что

$$\sin \alpha = 0,8 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

$$\cos \alpha = 0,6 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Найдите значения трех других
тригонометрических функций угла α .**2**

Упростите выражения:

а) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta;$

а) $\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta - \sin^2 \alpha;$

Вариант А2

$$\text{б) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot (1 - \sin^2 \alpha).$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha.$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Вариант Б1**1****Известно, что**

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Найдите значения трех других тригонометрических функций угла α .**2****Упростите выражение:**

$$\text{а) } \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \beta;$$

$$\text{а) } \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \beta;$$

$$\text{б) } (\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right).$$

$$\text{б) } (\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right).$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)} +$$

$$+ 2 \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} +$$

$$+ 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

Вариант В 1**1**

Известно, что

$$25 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha - 12 = 0$$

$$\text{и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Найдите значения четырех основных тригонометрических функций угла α .Вариант В 2

$$25 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha - 12 = 0$$

$$\text{и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

2

Упростите выражение:

$$\text{а) } \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + \frac{3 - 3 \cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\text{а) } \cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha - \frac{3 \sin^2 \alpha - 3}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha};$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}^6 \beta - \frac{\cos^2 \beta - \operatorname{ctg}^2 \beta}{\sin^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta}.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}^6 \beta - \frac{\sin^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta}{\cos^2 \beta - \operatorname{ctg}^2 \beta}.$$

3

Докажите тождество:

$$\frac{\sin \alpha - \cos \beta}{\sin \beta + \cos \alpha} = \frac{\sin \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \beta}.$$

$$\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \beta + \cos \alpha} = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha + \sin \beta}.$$

**С-14. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ.
ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА.
ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ**

Вариант А 1**1**

Вычислите:

$$\text{а) } \sin 300^\circ;$$

$$\text{б) } \cos 62^\circ \cos 28^\circ - \sin 62^\circ \sin 28^\circ;$$

Вариант А 2

$$\text{а) } \cos 210^\circ;$$

$$\text{б) } \sin 112^\circ \cos 22^\circ - \sin 22^\circ \cos 112^\circ;$$

$$\text{в) } 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{в) } \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}.$$

2**Упростите выражение:**

$$\text{а) } \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)};$$

$$\text{а) } \frac{\sin(2\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)};$$

$$\text{б) } \frac{1}{2} \sin \alpha - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right).$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right).$$

3**Докажите тождество:**

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos 3\alpha - \cos \alpha \sin 3\alpha &= \\ &= \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 4\alpha \sin \alpha - \cos 4\alpha \cos \alpha &= \\ &= \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\alpha\right). \end{aligned}$$

Вариант Б 1**1****Вычислите:**

$$\text{а) } \sin \frac{17\pi}{6} + \cos 240^\circ;$$

$$\text{а) } \cos \frac{10\pi}{3} + \sin 150^\circ;$$

$$\text{б) } \frac{\cos 52^\circ \cos 7^\circ + \sin 52^\circ \sin 7^\circ}{\sin 29^\circ \cos 16^\circ + \sin 16^\circ \cos 29^\circ};$$

$$\text{б) } \frac{\sin 72^\circ \cos 12^\circ - \sin 12^\circ \cos 72^\circ}{\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ};$$

$$\text{в) } \left(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}\right)^2.$$

$$\text{в) } \left(\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}\right)^2.$$

2**Упростите выражение:**

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)};$$

$$\text{б) } \sin(\alpha - 30^\circ) + \cos(60^\circ + \alpha).$$

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(2\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)};$$

$$\text{б) } \cos(60^\circ - \alpha) - \sin(\alpha + 30^\circ).$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{\cos(2\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ}{1 - \operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 5^\circ}.$$

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{\operatorname{tg} 55^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 55^\circ \operatorname{tg} 10^\circ}.$$

Вариант В 1**1****Вычислите:**

$$\text{а) } \sin 530^\circ - \cos \frac{22\pi}{9};$$

$$\text{б) } \frac{\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ}{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ};$$

$$\text{в) } \cos^4 \frac{\pi}{8} - \sin^4 \frac{\pi}{8}.$$

Вариант В 2

$$\text{а) } \cos 770^\circ - \sin \frac{25\pi}{9};$$

$$\text{б) } \frac{\sin 22^\circ \cos 8^\circ + \cos 158^\circ \cos 98^\circ}{\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 157^\circ \cos 97^\circ};$$

$$\text{в) } \sin^4 \frac{\pi}{12} - \cos^4 \frac{\pi}{12}.$$

2**Упростите выражение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{\cos(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)} + \\ & + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(2\pi - \beta)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{\sin(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)} + \\ & + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(2\pi + \beta)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \\ + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) + \\ + \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha. \end{aligned}$$

3**Докажите тождество:**

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha \text{ tg } \beta + \\ + (\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta) \cdot \text{ctg } (\alpha + \beta) = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{tg } (\alpha + \beta) - (\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta) = \\ = \text{tg } (\alpha + \beta) \text{tg } \alpha \text{tg } \beta. \end{aligned}$$

С-15. ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММУ

Вариант А1

1**Преобразуйте выражение****а) в произведение:**

$$\sin 6\alpha - \sin 4\alpha;$$

$$\cos 7\alpha - \cos 3\alpha;$$

б) в сумму:

$$\cos 3\alpha \cos 2\alpha.$$

$$\sin 5\alpha \cos 2\alpha.$$

2**Упростите выражение:**

$$\text{а) } \frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha - \cos \alpha};$$

$$\text{а) } \frac{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha};$$

$$\text{б) } 2\sin 35^\circ \cos 10^\circ - \sin 25^\circ.$$

$$\text{б) } \sin 25^\circ \sin 5^\circ - 0,5\cos 20^\circ.$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{\sin 4\alpha + 2 \cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha.$$

$$\frac{\cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

В а р и а н т Б 1**1**

**Найдите значение выражения,
используя представление три-
гонометрических выражений в виде**

а) произведения:

$$\frac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 12^\circ};$$

$$\frac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\sin 31^\circ};$$

б) суммы:

$$\sin 105^\circ \sin 15^\circ.$$

$$\cos 75^\circ \cos 15^\circ.$$

2**Упростите выражение:**

$$\text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right);$$

$$\text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right);$$

$$\text{б) } 2 \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - \\ - 1 + 2 \sin^2 \beta.$$

$$\text{б) } 2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \\ + 2 \cos^2 \alpha - 1.$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{2 \sin 3\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha} = \\ = \frac{1}{4 \sin \alpha \cos \alpha}.$$

$$\frac{2 \cos 3\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} = \\ = \frac{1}{4 \sin \alpha \cos \alpha}.$$

Вариант В1**1****Вычислите:**

$$\text{a) } \frac{\sin \frac{7\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{7\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{9}};$$

$$\text{б) } \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}, \text{ если } \cos \alpha = 0,6. \quad \text{б) } \sin \alpha \sin 3\alpha, \\ \text{если } \cos 2\alpha = -0,8.$$

2**Упростите выражение:**

$$\text{a) } \frac{\sin 6\alpha - \sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{4 \cos 3\alpha \cos 2\alpha};$$

$$\text{б) } (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \times \\ \times (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)).$$

$$\text{a) } \frac{4 \sin 3\alpha \sin 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 6\alpha + \sin 2\alpha};$$

$$\text{б) } (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \times \\ \times (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)).$$

3**Докажите тождество:**

$$\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

$$\frac{\cos A - \cos B}{\sin A - \sin B} = -\operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

если A, B и C — углы треугольника.

**С-16. ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО АРГУМЕНТА.
ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЯ**
 $a \sin x + b \cos x$.

Вариант 1**1****Вычислите, используя
умножение и деление****Вариант 2**

на подходящее тригонометрическое
выражение:

а) $\sin 18^\circ \sin 54^\circ$;

а) $\cos 36^\circ \cos 72^\circ$;

б) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.

б) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} +$
 $+ \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5}$.

2

Упростите выражение, используя
формулы понижения степени:

а) $\sin^2 \left(\frac{9\pi}{8} + \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{15\pi}{8} + \alpha \right)$;

а) $\cos^2 \left(\frac{3\pi}{8} - \alpha \right) - \cos^2 \left(\frac{11\pi}{8} + \alpha \right)$;

б) $\sin^2 2\alpha + \sin^2 \beta +$
 $+ \cos(2\alpha + \beta) \cos(2\alpha - \beta)$.

б) $\sin^2(\alpha + \beta) +$
 $+ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta$.

3

Решите неравенство,
применяя тригонометрические
преобразования:

а) $\cos(91^\circ - x) \cos x -$
 $-\sin(91^\circ - x) \sin x < 0$;

а) $\sin(179^\circ + x) \cos x -$
 $-\cos(179^\circ + x) \sin x > 0$;

б) $x^2 + 2x \cos 3,5 \sin 0,5 -$
 $-\sin 3 \sin 4 < 0$.

б) $x^2 - 2x \cos 6,5 \cos 0,5 +$
 $+ \cos 6 \cos 7 < 0$.

4

Оцените значение выражения,
используя введение
вспомогательного угла:

а) $\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha$;

а) $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha$;

б) $5 \cos 2\alpha + 12 \sin 2\alpha$.

б) $7 \sin \alpha - 24 \cos \alpha$.

5

Найдите значение выражения,
используя формулы выражения три-
гонометрических функций через тан-
генс половинного аргумента:

а) $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -3$;

а) $\sin 4\alpha$, если $\operatorname{tg} 2\alpha = 3$;

б) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$.

б) $\operatorname{tg} \alpha$, если

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = -\frac{7}{25}.$$

К-2 (КП-3). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $2 \sin \frac{2\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;

б) $\sin 56^\circ \cos 34^\circ +$
 $+\cos 56^\circ \sin 34^\circ.$

2

Известно, что

$$\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Найдите $\cos 2\alpha$.

3

Упростите выражение:

а) $\operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$;

а) $\operatorname{ctg}^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$;

Вариант А2

а) $2 \cos \frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$;

б) $\cos 111^\circ \cos 69^\circ -$
 $-\sin 111^\circ \sin 69^\circ.$

$$\text{б)} \frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{2 \cos \alpha} + 2 \sin^2 \alpha.$$

$$\text{б)} \frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{2 \cos 3\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1.$$

4

Докажите тождество:

$$1 - \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1 = \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

5

Постройте график функции

$$y = 2 \cos x - 1.$$

$$y = \sin 2x + 1.$$

В а р и а н т Б 1**1**

Вычислите:

$$\text{а)} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{б)} \frac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 25^\circ \cos 5^\circ + \sin 25^\circ \sin 5^\circ}.$$

2

Известно, что

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 0,5 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Найдите $\sin(60^\circ - \alpha)$.

$$\text{а)} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} + \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{б)} \frac{\cos 25^\circ \cos 15^\circ - \sin 25^\circ \sin 15^\circ}{\cos 100^\circ + \cos 20^\circ}.$$

3

Известно, что

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{2} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$$

Найдите $\sin(30^\circ + \alpha)$.**3**

Упростите выражение:

$$\text{а)} \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}\right)^2 - 2 \sin^2 \alpha;$$

$$\text{а)} 2 \cos^2 \alpha - (\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha)^2 - (\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha)^2;$$

$$б) \frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} (1 - \cos 4\alpha).$$

$$б) \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} (1 + \cos 4\alpha).$$

4**Докажите тождество:**

$$\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha.$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha.$$

5**Постройте график функции**

$$y = 3 - \sin 2x.$$

$$y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

Вариант В 1**1****Вычислите:**

$$а) \frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{tg} 22^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{tg} 22^\circ} +$$

$$+ 4 \sin 105^\circ \cos 105^\circ;$$

$$б) \sqrt{\frac{1 + \cos 4}{2}} + \cos 2.$$

2**Известно, что**

$$\sin 2\alpha = 0,8 \text{ и } 45^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.**3****Упростите выражение:**

$$а) \frac{4 \cos \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}};$$

Вариант В 2

$$а) \frac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 16^\circ}{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 16^\circ} -$$

$$- 4 \sin 75^\circ \cos 75^\circ;$$

$$б) \sqrt{\frac{1 - \cos 8}{2}} + \sin 4.$$

$$\cos 2\alpha = 0,6 \text{ и } 135^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$.

$$а) \frac{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} 4\alpha};$$

$$\text{б) } \frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} + \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{1 + \cos 2\alpha}. \quad \text{б) } \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{1 - \cos 2\alpha} + \frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\sin 2\alpha}.$$

4**Докажите тождество:**

$$\begin{aligned} 4 \sin \alpha \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) &= & 4 \cos \alpha \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) &= \\ &= \sin 3\alpha. & &= \cos 3\alpha. \end{aligned}$$

5**Постройте график функции**

$$y = \sin x + \sin |x|.$$

$$y = \sin x + |\sin x|.$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

С-17. ОБРАТНАЯ ФУНКЦИЯ. ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В а р и а н т А 1

1

Найдите функцию,
обратную к функции:

$$y = 2x.$$

2

Вычислите:

а) $\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

3

Сравните числа:

$$\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) \text{ и } \arccos \left(-\frac{1}{2} \right).$$

В а р и а н т А 2

$$y = 3x.$$

а) $\arccos 0 - \operatorname{arctg} 1$;

б) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\operatorname{tg} \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ и } \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

4

Определите, имеет ли смысл
выражение

$$\arcsin(x-1)$$

при $x = \sqrt{5}$; $x = 0,9$.

$$\arccos(x+1)$$

при $x = -\sqrt{3}$; $x = \frac{1}{3}$.

Ответ объясните.

В а р и а н т Б 1

1

Найдите функцию,
обратную к функции:

$$y = 2x + 4.$$

$$y = 3x - 6.$$

2

Вычислите:

а) $\arccos(-1) - 2 \operatorname{arctg} 0$;

а) $\arcsin(-1) + 2 \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

б) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

в) $\arccos\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

3

Сравните числа

$$\sin 1 \text{ и } \arcsin 1.$$

$$\arccos 0 \text{ и } \cos 0.$$

4

Определите, при каких значениях a
имеет смысл выражение

$$\arccos(2a - 1).$$

$$\arcsin(3a + 2).$$

Вариант В 1**1**

Найдите функцию,
обратную к функции:

$$y = \frac{4}{2x + 1}$$

Вариант В 2

$$y = \frac{3}{3x - 1}$$

2

Вычислите:

а) $\arccos\left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right) - 2 \arcsin 1$;

а) $\arcsin\left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right) + 2 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\sin\left(2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right)$;

б) $\cos\left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

в) $\arccos(\sin(\operatorname{arctg} 0))$.

в) $\arcsin(\cos(\operatorname{arctg} 0))$.

3

Сравните числа

$\operatorname{arctg}(a - 1)$ и $\operatorname{arctg}(a + 1)$.

$\operatorname{arctg} a$ и $\operatorname{arctg}(a + 2)$.

4

Найдите область определения
функции:

$$y = \sqrt{-\arcsin(x + 1)}.$$

$$y = \sqrt{\frac{\pi}{2} - \arccos(x - 1)}.$$

**С-18*. ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ
ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
ФУНКЦИЙ**
(домашняя самостоятельная работа)

В а р и а н т 1**1**

Определите, при каких значениях параметра a выполняется тождество, и докажите его:

а) $\sin(\arccos a) = \sqrt{1 - a^2};$

б) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = \frac{1}{a};$

в) $\operatorname{tg}(\arcsin a) = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}};$

г) $\cos(\operatorname{arctg} a) = \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}};$

д) $\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}.$

В а р и а н т 2

а) $\cos(\arcsin a) = \sqrt{1 - a^2};$

б) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = \frac{1}{a};$

в) $\operatorname{tg}(\arccos a) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a};$

г) $\sin(\operatorname{arctg} a) = \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}};$

д) $\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} a = \frac{\pi}{2}.$

2

Вычислите:

а) $\sin\left(2 \arccos \frac{12}{13}\right);$

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{5}{13}\right);$

в) $\sin\left(\operatorname{arctg} 3 - \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right)\right).$

а) $\cos\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{5}{13}\right);$

б) $\operatorname{ctg}\left(2 \arcsin \frac{3}{5}\right);$

в) $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \operatorname{arctg} 3\right).$

3

Учитывая область значений
аркфункций, вычислите:

а) $\arccos(\cos 10)$;

а) $\arcsin(\sin 6)$;

б) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{5}\right)$.

б) $\operatorname{arcctg}\left(\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8}\right)$.

4

Найдите область определения
функции:

а) $y = \arcsin(x^2 + x - 1)$;

а) $y = \arccos(x^2 - 3)$;

б) $y = \arccos \sqrt{2 - x}$.

б) $y = \arcsin \frac{1}{x - 1}$.

5

Найдите область определения и
область значений функции:

а) $y = \sqrt{-\arcsin x}$;

а) $y = \frac{1}{\arcsin x}$;

б) $y = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

б) $y = \frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{arcctg}(-\sqrt{x})$.

6

Решите уравнение:

а) $\cos(\arccos(x + 2)) = x^2$;

а) $\sin(\arcsin(4x - 1)) = 3x^2$;

б) $6 \operatorname{arctg} \frac{x + 1}{2} = 2\pi$;

б) $2 \operatorname{arcctg}(2x - 3) = \pi$;

в) $\arcsin(x^2 - 4) = \arcsin(2x + 4)$; в) $\arccos(x^2 - x) = \arccos(2x - 2)$;

г) $(\operatorname{arcctg} x)^2 - 6 \operatorname{arcctg} x + 8 = 0$. г) $2(\operatorname{arctg} x)^2 - 5 \operatorname{arctg} x + 2 = 0$.

**С-19. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
УРАВНЕНИЯ****Вариант А 1****1****Решите уравнение:**

а) $2 \sin x = \sqrt{3}$;

б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$;

в) $\operatorname{tg} 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

2**Найдите нули функции**

$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 1.$$

3**Решите уравнение и найдите****его наименьший положитель-
ный корень:**

$$\operatorname{ctg} \frac{x}{3} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}.$$

Вариант Б 1**1****Решите уравнение:**

а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$;

б) $1 - 2 \cos^2 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

Вариант А 2

а) $2 \cos x = 1$;

б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$;

в) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$.

$$y = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 1.$$

**его наибольший отрицатель-
ный корень:**

$$\operatorname{tg} 4x = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

Вариант Б 2

а) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$;

б) $\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = -\frac{1}{4}$;

$$\text{в) } \sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -1.$$

$$\text{в) } \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -3.$$

2**Найдите нули функции**

$$y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) - 1.$$

$$y = \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$$

3**Решите уравнение и найдите его корни, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$:**

$$\left(\sin 2x + \sin \frac{\pi}{6}\right)(\sin 2x - 3) = 0.$$

$$\left(\cos 2x + \cos \frac{\pi}{4}\right)(\cos 2x + 4) = 0.$$

В а р и а н т В 1**1****Решите уравнение:**

$$\text{а) } 4 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{8} = 0;$$

$$\text{а) } 4 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{12} = 0;$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi x}{2}\right) = -\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi x}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right);$$

$$\text{в) } \left|\cos\left(x \sin \frac{\pi}{6}\right) + 0,5\right| = 0,5.$$

$$\text{в) } \left|0,5 - \sin\left(x \cos \frac{\pi}{3}\right)\right| = 0,5.$$

2**Не выполняя построений, найдите абсциссы точек пересечения графиков функций**

$$f(x) = \cos 5x \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ и}$$

$$f(x) = \sin 3x \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ и}$$

$$g(x) = \sin 5x \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$g(x) = \cos 3x \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

3

Определите количество корней уравнения, принадлежащих отрезку $[-\pi; \pi]$:

$$(\sin x - 1) \left(\operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0.$$

$$(\cos x - 1) \left(\operatorname{ctg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0.$$

С-20. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А 1

1

Решите уравнение:

а) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$;

б) $\sin 2x - \cos x = 0$;

в) $\cos 7x + \cos x = 0$.

Вариант А 2

а) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$;

б) $\sqrt{3} \cos x + \sin 2x = 0$;

в) $\sin x + \sin 5x = 0$.

2

Найдите корни уравнения

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2} \right]$:

$$3\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2.$$

$$\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x = -1.$$

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

а) $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$;

а) $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$;

Вариант Б 2

б) $2\cos^2 x - \sin 2x = 0$;

в) $\cos x + \cos 3x = \cos 2x$.

б) $\sin^2 x - 0,5\sin 2x = 0$;

в) $\sin 2x + \sin 6x = \cos 2x$.

2

Найдите корни уравнения

на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$:

$$\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = -1.$$

$$3\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 1.$$

Вариант В 1**1**

Решите уравнение:

а) $\cos 4x - 3\cos 2x = 1$;

б) $4\cos^2 x - \sin 2x = 1$;

в) $\sin 6x - 2\sin 2x = 0$.

Вариант В 2

а) $\cos x + 3\sin \frac{x}{2} = -1$;

б) $6\sin^2 x + \sin 2x = 4$;

в) $\cos 6x + 2\cos 2x = 0$.

2

Докажите, что на промежутке $[0; \pi]$ данное уравнение имеет единственный корень, и найдите его:

$$\sin x \operatorname{tg} x + 1 = \sin x + \operatorname{tg} x.$$

$$1 - \operatorname{ctg} x = \cos x - \cos x \operatorname{ctg} x.$$

**С-21. ОТБОР КОРНЕЙ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ**

Вариант А 1**1**

Решите уравнение:

а) $(\operatorname{ctg} x - 1)(\cos x + 1) = 0$;

а) $(\operatorname{tg} x + 1)(\sin x - 1) = 0$;

Вариант А 2

$$\text{б) } \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 0;$$

$$\text{в) } \sin 2x \sqrt{\cos x} = 0.$$

$$\text{б) } \frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0;$$

$$\text{в) } \sin 2x \sqrt{\sin x} = 0.$$

2**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1, \\ x + y = 2\pi. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{3}, \\ x + y = \pi. \end{cases}$$

Вариант Б 1**1****Решите уравнение:**

$$\text{а) } (1 + \cos 2x) \operatorname{tg} x = \cos x;$$

$$\text{б) } \frac{\sin x - \sin 3x}{1 + \cos x} = 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{\operatorname{ctg} x} = \sqrt{2 \cos x}.$$

Вариант Б 2

$$\text{а) } (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} x = \sin x;$$

$$\text{б) } \frac{\cos 3x + \cos x}{1 + \sin x} = 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{\operatorname{tg} x} = \sqrt{2 \sin x}.$$

2**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \sin x \cos y = 0,75, \\ \sin y \cos x = 0,25. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0,75, \\ \sin x \sin y = 0,25. \end{cases}$$

Вариант В 1**1****Решите уравнение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} x} \times \\ & \times (\sqrt{2} \cos^2 x - \cos x) = 0; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\cos^2 2x - \sin^2 x}{1 - \sin 3x} = 0;$$

Вариант В 2

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} x} \times \\ & \times (\sqrt{2} \sin^2 x + \sin x) = 0; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\sin^2 2x - \sin^2 x}{1 + \cos 3x} = 0;$$

в) $\sqrt{2\sin^2 x - 1} = \cos x - \sin x.$

в) $\sqrt{1 - 2\cos^2 x} = \sin x + \cos x.$

2**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \cos x \cos y = \sin^2 x, \\ \sin x \sin y = \cos^2 x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x \sin y = \sin^2 x, \\ \sin x \cos y = \cos^2 x. \end{cases}$$

К-3 (КП-4). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант А1

1**Решите уравнение:**

а) $2\sin x = \sqrt{3};$

б) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0;$

в) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0;$

г) $\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos x} = 0.$

Вариант А2

1**Решите уравнение:**

а) $\sqrt{2}\cos x = 1;$

б) $\sin x + \cos x = 0;$

в) $2\cos^2 x - \sin x = -1;$

г) $\frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = 0.$

2**Решите неравенство:**

а) $1 - 2\cos \frac{x}{2} > 0;$

а) $-\sqrt{3} - 2\sin 3x < 0;$

б) $\operatorname{tg}(\pi - x) < \frac{1}{\sqrt{3}}.$

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) > \sqrt{3}.$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \sin x = \cos y, \\ 2\cos^2 y + \sin x = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = \sin y, \\ \sin^2 y - \cos x = 2. \end{cases}$$

Вариант Б1**1****Решите уравнение:**

а) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x - \frac{1}{2} \cos 3x = -1;$

б) $\sin^2 x - 2 \sin 2x - 5 \cos^2 x = 0;$

в) $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2};$

г) $\frac{\sin 2x}{1 + \sin x} = -2 \cos x.$

2**Решите неравенство:**

а) $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} < 0;$

б) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \geq 1.$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Вариант В1**1****Решите уравнение:**

а) $\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0,75;$

Вариант Б2

а) $\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = 1;$

б) $\cos^2 x + \sin 2x - 3 \sin^2 x = 0;$

в) $1 + \cos 4x = \cos 2x;$

г) $\frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 2 \sin x.$

а) $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 > 0;$

б) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) \leq \sqrt{3}.$

Вариант В2

а) $\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0,5;$

$$\text{б)} 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 3 \sin x + 2 = 0;$$

$$\text{в)} \sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x;$$

$$\text{г)} \frac{\cos x - 2 \sin x \sin 2x}{1 + \sin 3x} = 0.$$

$$\text{б)} 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 3 \sin x + 2 = 0;$$

$$\text{в)} \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1,5;$$

$$\text{г)} \frac{2 \cos x \cos 2x - \cos x}{1 - \sin 3x} = 0.$$

2**Решите неравенство:**

$$\text{а)} \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \geq 1; \quad \text{а)} \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) \leq 1;$$

$$\text{б)} \sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}\right)} < 1.$$

$$\text{б)} \sqrt{-\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right)} < 1.$$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \cos x - \frac{2}{\sin y} = 3, \\ 2 \cos x \sin y = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \frac{1}{\cos y} = 3, \\ \frac{\sin x}{\cos y} = 2. \end{cases}$$

С-22. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

В а р и а н т 1

1**Решите уравнение:**

$$\text{а)} \sin(\cos x) = 0,5;$$

$$\text{б)} \operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} 2x = 1;$$

$$\text{в)} \cos 4x \cos 7x = \cos 6x \cos 3x;$$

$$\text{г)} \sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}.$$

В а р и а н т 2

$$\text{а)} \cos(\sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{б)} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x = -1;$$

$$\text{в)} \sin 7x \sin x = \sin 3x \sin 5x;$$

$$\text{г)} \sin 6x + \cos 6x \operatorname{ctg} 3x = \sqrt{3}.$$

2

Используя замену переменной,
решите уравнение:

а) $2 \operatorname{tg}^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x};$

а) $\frac{1}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + 3;$

б) $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x;$

б) $4(\cos x - \sin x) = 4 - \sin 2x;$

в) $\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4.$

в) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = -4.$

3

Используя разложение на множители,
решите уравнение:

а) $\cos 2x = \sin x - \cos x;$

а) $\sin 2x + 1 = \sin x + \cos x;$

б) $1 - \cos x = \operatorname{tg} x - \sin x;$

б) $1 + \sin x = \operatorname{ctg} x + \cos x;$

в) $\sin^2 3x + \sin^2 4x =$
 $= \sin^2 5x + \sin^2 6x.$

в) $\sin^2 x + \sin^2 2x =$
 $= \cos^2 3x + \cos^2 4x.$

4

Решите данное уравнение тремя способами (используя формулы двойного угла, введение вспомогательного угла, выражение функций через тангенс половинного аргумента) и докажите, что полученные ответы совпадают:

$2 \sin x - 3 \cos x = 2.$

$3 \cos x - 4 \sin x = 5.$

5

Используя умножение на тригонометрическую функцию, решите уравнения:

а) $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x;$

а) $\cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8};$

б) $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -0,5.$

б) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x =$
 $= \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x.$

6

Решите тригонометрическое уравнение:

а) $2\sqrt{\operatorname{ctg} x} = 3 - \operatorname{ctg} x$;

а) $2 - \operatorname{tg} x = \sqrt{\operatorname{tg} x}$;

б) $\sqrt{0,5 \cos x} = \sin \frac{x}{2}$;

б) $\sqrt{-\cos 4x} = \sqrt{2} \cos 2x$;

в) $\sqrt{\sin 3x + \sin 5x} = \sqrt{\sin 4x}$.

в) $\sqrt{\cos 5x + \cos 7x} = \sqrt{\cos 6x}$.

**С-23. СИСТЕМЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ****Вариант 1****1**

Решите систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\frac{3}{4}; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + y = \frac{4\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{3}{4}; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos 2x + 5 \cos y = 3; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{4}, \\ \operatorname{tg} \pi x - \operatorname{tg} \pi y = 2. \end{cases}$$

Вариант 2

а)
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{6}, \\ \cos x \sin y = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{2}, \\ \cos 2x + \sin y = 2; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{3}, \\ \operatorname{ctg} \pi x - \operatorname{ctg} \pi y = -\sqrt{3}. \end{cases}$$

2

Найдите решение системы, используя

**а) подстановку и почленное сложение
(вычитание) уравнений системы:**

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0,75, \\ \operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1; \end{cases}$$

**б) разложение на множители
или использование основного
тригонометрического тождества:**

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x - \sin y = 0,5, \\ \cos x + \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

в) замену переменных:

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1, \\ \cos 2x + \cos 2y = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75. \end{cases}$$

С-24. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

$$a \sin x - a + 1 = 0.$$

Вариант Б 2

2

Найдите все значения параметра a ,
при которых уравнение имеет корни:

$$(a^2 - 9) \cos 3x = (a + 3). \quad (4a^2 - 1) \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = (2a - 1).$$

3

Определите количество корней

уравнения $\sin x = a$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$ в зависимости от значений параметра a .

уравнения $\cos x = a$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ в зависимости от значений параметра a .

Вариант В 1

1

Решите уравнение:

$$(a^2 - 2a - 3) \cos 2x = (a^2 - a - 6)$$

$$(a^2 + a - 2) \sin \frac{x}{2} = \\ = (a^2 + 3a + 2).$$

2

Найдите все значения параметра, при которых уравнение имеет корни:

$$a \cos x + \sin \frac{x}{2} = 1.$$

$$\cos 2x + 1 = a \cos x.$$

3

Определите все значения параметра a , при которых

уравнение $\sin^2 2x +$
 $+\left(\frac{1}{2} - a\right) \sin 2x - \frac{a}{2} = 0$ имеет
 ровно три корня, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

уравнение
 $\cos^2 2x - \left(\frac{1}{2} + a\right) \cos 2x + \frac{a}{2} = 0$
 имеет ровно четыре корня, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}\right]$.

**С-25. ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
НЕРАВЕНСТВА****Вариант А1****1****Решите неравенство:**

а) $2\sin x > 1;$

б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2};$

в) $\operatorname{tg} 2x \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}.$

2**Найдите значения x , при которых****график функции**

$$y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

лежит ниже оси x .**Вариант Б1****1****Решите неравенство:**

а) $-2\sin 2x < \sqrt{3};$

б) $\cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \leq \cos \frac{5\pi}{3};$

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sqrt{3} \geq 0.$

Вариант А2

а) $\sqrt{2}\cos x < 1;$

б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq -\frac{1}{2};$

в) $\operatorname{tg} \frac{x}{3} \geq \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}.$

график функции

$$y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

лежит выше оси x .**Вариант Б2**

а) $-2\cos \frac{x}{3} > 1;$

б) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \sin \frac{3\pi}{4};$

в) $\sqrt{3}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 1 \leq 0.$

2**Найдите значения x , при которых**

график функции

 $y = 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{8}$ лежит нижепрямой $y = 0,5$.

график функции

 $y = 2 \sin^2 4x - 1$ лежит вышепрямой $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$.**Вариант В 1****1****Решите неравенство:**

а) $-4 \sin \left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4} \right) > -2\sqrt{2};$

б) $\cos^2 x \geq 0,25;$

в) $\left| \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \right| \geq \sqrt{3}.$

2**Найдите значения x , при которых**

график функции

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$$

лежит выше оси x .**Вариант В 2**

а) $-\sqrt{3} \cos \left(1,5x + \frac{\pi}{6} \right) < -1,5;$

б) $\sin^2 x \leq 0,25;$

в) $\left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \right| \geq 1.$

Найдите значения x , при которых

график функции

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

лежит ниже оси x .**С-26. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА****Вариант 1****1****Решите неравенство:****Вариант 2**

а) $\sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)} < \sqrt{0,75};$

б) $\sin^4 x + \cos^4 x \leq \frac{5}{8};$

в) $\cos 2x (\sin 8x - 1) \leq 0.$

а) $\sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right)} < \sqrt{0,25};$

б) $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{5}{8};$

в) $\sin 3x (\cos 2x + 1) \geq 0.$

2

Используя замену переменных,
решите неравенство:

а) $\cos 2x + 3\sin x \geq -1;$

б) $\frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{ctg} x - 3 < 0;$

в) $\operatorname{tg} x + \sin 2x \geq 2;$

г) $\sin^2 x + \sin 2x - 3\cos^2 x > 0.$

а) $\cos 2x + 3\cos x \leq 1;$

б) $\frac{2}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x - 3 < 0;$

в) $2\sin 2x + 3\operatorname{tg} x \leq 5;$

г) $2\sin^2 x + \sin 2x - 4\cos^2 x > 0.$

3

Используя метод интервалов,
решите неравенство:

а) $\cos 3x + 2\cos x \geq 0;$

б) $\sin x \cos 5x < \sin 2x \cos 4x;$

в) $1 - \cos x \leq \operatorname{tg} x - \sin x.$

а) $\sin 3x - 2\sin x \leq 0;$

б) $\cos x \cos 7x > \cos 3x \cos 5x;$

в) $1 + \sin x \leq \operatorname{ctg} x + \cos x.$

(КП-5). ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

а) $\sin 2x = \sin x + \cos x - 1;$

б) $\sin x + \cos 4x = 2.$

Вариант Б 2

а) $\sin x - \cos x = \cos 2x;$

б) $\cos x + \cos 3x = 2.$

2**Решите неравенство:**

а) $2 \sin \left(6x - \frac{\pi}{3} \right) > \sqrt{3};$

а) $2 \cos \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) > -\sqrt{2};$

б) $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{3} + 2x \right) - 1 \leq 0;$

б) $\sqrt{3} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} - 2x \right) + 1 \geq 0;$

в) $\cos \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} + 3x \right) < 1.$

в) $\sin \left(\frac{\pi}{3} + 2x \right) - \sin \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right) < \frac{1}{2}.$

3**Решите систему:**

$$\begin{cases} 3 \sin x = \sin y, \\ 2 \cos x + \cos y = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \sin x = \sin y, \\ 3 \cos x + \cos y = 2. \end{cases}$$

4**Решите уравнение:**

$(x-2)(2x+1)\arcsin x = 0.$

$(4x-1)(x+3)\arccos x = 0.$

5***Найдите все значения параметра a ,
при которых уравнение имеет корни:**

$a \sin \frac{1}{2} x = a^2 - 2a.$

$a \cos 2x = 4a - a^2.$

В а р и а н т В 1**1****Решите уравнение:**

а) $5(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 1 = 0;$

а) $12(\sin x - \cos x) = \sin 2x + 12;$

б) $\sin 12x - \sin 4x = 2.$

б) $\cos \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{2} = 2.$

В а р и а н т В 2

2**Решите неравенство:**

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos^2\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) - \\ - \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{2}x\right) > \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \cos 4x \operatorname{ctg} 2x + \sin 4x > \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \cos 2x \leq \sin x.$$

$$\begin{aligned} \text{а) } 4 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 1,5x\right) \times \\ \times \cos\left(1,5x - \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x < \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \cos 2x \geq \cos x.$$

3**Решите систему:**

$$\begin{cases} \sin x = \sqrt{2} \sin y, \\ \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2} \cos y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + \cos x = \sqrt{2} \cos y, \\ \sin x = \sqrt{2} \sin y. \end{cases}$$

4**Решите уравнение:**

$$\left(x^2 - \frac{4\pi}{3}x + \frac{\pi^2}{3}\right) \arccos x = 0.$$

$$\left(x^2 - \frac{7\pi}{6}x + \frac{\pi^2}{6}\right) \arcsin x = 0.$$

5***Найдите все значения параметра a ,
при которых уравнение имеет корни:**

$$a \sin x + \sqrt{3}a \cos x = a + 1.$$

$$3a \sin x + 4a \cos x = a - 1.$$

СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

С-27. КОРЕНЬ n -ОЙ СТЕПЕНИ И ЕГО СВОЙСТВА

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$;

б) $\sqrt[7]{5 - \sqrt{26}} \cdot \sqrt[7]{5 + \sqrt{26}}$.

2

Избавьтесь от иррациональности
в знаменателе дроби:

а) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$.

а) $\frac{5}{\sqrt[5]{5}}$;

б) $\frac{4}{\sqrt{3} - 1}$.

3

Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{a}} + \sqrt[18]{a^3}$;

б) $6a^4\sqrt[4]{a^5} : (3^4\sqrt{a})$.

а) $\sqrt[20]{a^2} - \sqrt[5]{\sqrt{a}}$;

б) $2a^3\sqrt[4]{a^4} \cdot 3\sqrt[3]{a^2}$.

4

а) Вынесите множитель из-под знака
корня ($x > 0, y > 0$) :

$\sqrt[4]{81x^5y^9}$.

$\sqrt{25x^3y^7}$.

б) Внесите множитель под знак корня
($x > 0$) :

$2x\sqrt[5]{x}$.

$4x^2\sqrt[3]{x}$.

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 3$:

$$\sqrt{(2 + \sqrt{a})^2 - 8\sqrt{a}}.$$

$$\sqrt{(\sqrt{a} - 1)(1 + \sqrt{a}) - 2(\sqrt{a} - 1)}.$$

Вариант Б 1**1**

Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2};$

б) $\sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$

а) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[10]{3} + \sqrt[5]{-3\sqrt{3}};$

б) $\sqrt{1 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}}.$

2

Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{a + \sqrt{3}}{a - \sqrt{3}};$

б) $\frac{a - 1}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{a} + 1}.$

а) $\frac{\sqrt{2} - b}{\sqrt{2} + b};$

б) $\frac{a + 1}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{a} + 1}.$

3

Упростите выражение:

а) $\sqrt[9]{a^6} + \frac{2a}{\sqrt[3]{a^2}};$

б) $\sqrt{2a^3} \cdot \sqrt[3]{2a} : \sqrt[6]{32a^{12}}.$

а) $\sqrt[10]{a^4} - \frac{3a}{\sqrt[5]{a^4}};$

б) $\sqrt[6]{27a^5} \cdot \sqrt[4]{9a} : \sqrt{9a^2}.$

4

а) Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\sqrt[4]{32x^5y^{10}}.$$

$$\sqrt[3]{81x^4y^{10}}.$$

б) Внесите множитель под знак корня:

$$-2ab^2\sqrt[6]{\frac{1}{16a^5b^{10}}}.$$

$$-\frac{1}{3a^2b}\sqrt[4]{243a^{10}b^5}.$$

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 0,8$:

$$\sqrt{\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}+2}\right)\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}-2}\right)}(a-4) + \sqrt{\frac{a\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}} - \sqrt{a} + \sqrt{a}.$$

+ a.

Вариант В 1

1

Вычислите:

а) $\sqrt{3 + \sqrt[4]{(-8)^2}} - \sqrt{3 - \sqrt[4]{(-8)^2}};$

б) $\sqrt[3]{1 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{3}}.$

Вариант В 2

а) $\sqrt{4 + \sqrt[8]{(-15)^4}} - \sqrt{4 - \sqrt[8]{(-15)^4}};$

б) $\sqrt[3]{1 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{6 + 2\sqrt{5}}.$

2

Избавьтесь от иррациональности в числителе дроби и сравните ее с нулем:

а) $\frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[6]{12}}{2};$

б) $\frac{2 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}.$

а) $\frac{\sqrt[6]{7} - \sqrt[3]{2}}{2};$

б) $\frac{3 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}.$

3

Упростите выражение:

а) $\sqrt[4]{8a} \cdot 9\sqrt[4]{12a^5} : (3\sqrt[4]{6a^2});$

а) $25\sqrt[3]{9a^5} \cdot \sqrt[3]{6a^2} : (5\sqrt[3]{2a});$

$$\text{б) } \sqrt[3]{2a^4 \sqrt{\frac{1}{a}} - \frac{a^4 \sqrt{a}}{\sqrt{a}}}.$$

$$\text{б) } \sqrt[5]{a^3 \sqrt{\frac{1}{a^2}} - \frac{2a^6 \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}}.$$

4

а) Вынесите множитель из-под знака корня (n — натуральное число) :

$$^{n+1}\sqrt{2^{n+3} \cdot a^{n^2-1} \cdot b^{3n+1}},$$

если $a \geq 0, b \geq 0$.

$$^{n+2}\sqrt{3^{n+3} \cdot a^{n^2-4} \cdot b^{5n+2}},$$

если $a \geq 0, b \geq 0$.

б) Внесите множитель под знак корня:

$$0,5ab^4 \sqrt{-16ab^2}.$$

$$-3a^2b^6 \sqrt[6]{-\frac{b}{27a^4}}.$$

5

Упростите выражение и найдите его значение при $a = 6$:

$$\sqrt{a + 4\sqrt{a-4}} - \sqrt{a - 4\sqrt{a-4}}.$$

$$\sqrt{a - 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a + 2\sqrt{a-1}}.$$

С-28. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Вариант А1

1

Решите уравнение:

$$\text{а) } \sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x};$$

$$\text{б) } \sqrt{3x+1} = x-1;$$

$$\text{в) } 2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1;$$

$$\text{г) } \sqrt{x} + \sqrt{x-3} = 3.$$

Вариант А2

$$\text{а) } \sqrt{x^2 - 10} = \sqrt{-3x};$$

$$\text{б) } \sqrt{2x+4} = x-2;$$

$$\text{в) } 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[6]{x} = 5;$$

$$\text{г) } \sqrt{x} - \sqrt{x-5} = 1.$$

2Определите, при каких значениях x

функция $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ принимает значение, равное 2.

функция $y = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ принимает значение, равное 3.

Вариант Б 1**1**

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$;

б) $\sqrt{2x^2 + 7} = x^2 - 4$;

в) $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$;

г) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3x+4}$.

Вариант Б 2

а) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$;

б) $\sqrt{18x^2 - 9} = x^2 - 4$;

в) $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} - 3 = 0$;

г) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{4x+1}$.

2

Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций

$y = \sqrt[3]{x-1}$ и $y = \sqrt[6]{x+5}$.

$y = \sqrt[6]{x+3}$ и $y = \sqrt[3]{x+1}$.

Вариант В 1**1**

Решите уравнение:

а) $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x+6} = 4$;

б) $\sqrt{3x+12} - \sqrt{x+1} = \sqrt{4x+13}$;

в) $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$;

г) $\sqrt[3]{x-10} + \sqrt[3]{x-17} = 3$.

Вариант В 2

а) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$;

б) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = \sqrt{x-1}$;

в) $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$;

г) $\sqrt[3]{4x+3} - \sqrt[3]{x+2} = 1$.

2

Найдите точки пересечения графиков функций

$$y = \sqrt{x+2} \text{ и } y = \sqrt[3]{3x+2}.$$

$$y = \sqrt[3]{x+7} \text{ и } y = \sqrt{x+3}.$$

С-29. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЕ СВОЙСТВА

Вариант А1

1

Представьте выражения в виде степени числа x ($x > 0$) :

а) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt{x}$;

б) $\frac{x^{0,5}}{(\sqrt[4]{x})^2}$.

Вариант А2

а) $\sqrt[10]{x^9} \cdot x^{1,1}$;

б) $\frac{(\sqrt[6]{x})^3}{\sqrt{x}}$.

2

Вычислите:

а) $\frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}$; б) $\left(10^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,01^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$.

а) $\frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{-\frac{1}{2}}}$; б) $\left(25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}$.

3

Упростите выражение:

а) $(16x)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{8}x^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{2}{3}}$;

а) $(1000x)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(0,01x^{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

$$б) \left(a + b^{\frac{1}{4}}\right) \left(a - b^{\frac{1}{4}}\right) + \sqrt{b};$$

$$в) \frac{ab^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b}{(ab)^{\frac{1}{3}}}.$$

$$б) \left(a^{\frac{1}{3}} - b\right) \left(a^{\frac{1}{3}} + b\right) - \sqrt[3]{a^2};$$

$$в) \frac{a^{\frac{1}{4}}b + b^{\frac{1}{4}}a}{(ab)^{\frac{1}{4}}}.$$

4

Сравните числа:

$$а) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ и } \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$б) \sqrt[7]{5^3} \text{ и } 5^{0,4}.$$

$$а) 3^{-\frac{1}{3}} \text{ и } 3^{\frac{1}{3}};$$

$$б) (0,5)^{0,2} \text{ и } \sqrt[9]{0,25}.$$

В а р и а н т Б 1

1

Представьте в виде степени
с основанием x ($x > 0$):

$$а) \frac{x \cdot \sqrt[3]{x}}{x^{\frac{2}{3}}};$$

$$б) \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^{-6}.$$

$$а) \frac{x \cdot \sqrt[4]{x^3}}{x^{\frac{5}{4}}};$$

$$б) \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \left(x^5\right)^{-\frac{1}{6}}.$$

2

Вычислите:

$$а) \frac{4^{-0,5} \cdot 8^{\frac{4}{5}}}{(\sqrt[5]{2})^2};$$

$$а) \frac{27^{-\frac{1}{4}} \cdot 9^{1,5}}{(\sqrt[8]{3})^2};$$

$$\text{б) } \left(0,001^{\frac{1}{3}} \cdot 10^3 \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

$$\text{б) } \left(0,04^{\frac{1}{2}} \cdot 5^4 \right)^{-\frac{1}{3}}.$$

3**Упростите выражение:**

$$\text{а) } \left(0,36ac^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{125} a^{\frac{3}{4}} c \right)^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{а) } (0,027a^2c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{25} ac^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$\text{б) } \frac{x^{1,5} - x^{0,5}}{x^{0,5} - x};$$

$$\text{б) } \frac{x^{\frac{4}{3}} - x}{x - x^{\frac{5}{3}}};$$

$$\text{в) } \frac{a^{\frac{1}{4}} - 4}{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}} + 4}.$$

$$\text{в) } \frac{a^{\frac{1}{3}} - 6a^{\frac{1}{6}} + 9}{a^{\frac{1}{3}} - 9}.$$

4**Оцените значение выражения:**

$$\text{а) } x^{\frac{2}{5}}, \text{ если } 1 \leq x \leq 32;$$

$$\text{а) } x^{\frac{4}{3}}, \text{ если } 0,008 \leq x \leq 1;$$

$$\text{б) } x^{-\frac{1}{2}}, \text{ если } \frac{4}{9} \leq x \leq 1\frac{11}{25}.$$

$$\text{б) } x^{\frac{1}{4}}, \text{ если } \frac{1}{625} \leq x \leq 5\frac{1}{16}.$$

Вариант В 1**1****Представьте в виде степени
с основанием x ($x > 0$):**

$$\text{а) } x\sqrt{x^3\sqrt{x}};$$

$$\text{а) } \sqrt[3]{x\sqrt{x}} \cdot \sqrt[4]{x};$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{\frac{x^{\frac{8}{3}} \cdot x^{-2,5}}{x^{-\frac{1}{6}}}}.$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x^{\frac{11}{6}} \cdot x^{-1,5}}{x^{-\frac{1}{3}}}}.$$

Вариант В 2

2**Вычислите:**

$$\text{а) } \left(4 \frac{17}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{81^{1,5}}{625}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{а) } \left(5 \frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{32^{1,2}}{729}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{б) } (3\sqrt{3})^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{0,5}}{21}}.$$

$$\text{б) } (4\sqrt{2})^{-\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{\frac{16^{0,75} \cdot 343^{\frac{1}{3}}}{28}}.$$

3**Упростите выражение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } & (0,0625a^{1,2}b^{0,8}c^{-1})^{\frac{3}{4}} \times \\ & \times \left(\frac{1}{32}a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{5}{12}}c^{\frac{5}{12}}\right)^{-0,6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(0,00032a^{-\frac{1}{3}}b^2c^{-\frac{5}{6}}\right)^{0,4} \times \\ & \times \left(\frac{1}{125}a^{-0,2}b^{1,2}c\right)^{\frac{2}{3}}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} + \sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} + \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y}}{x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}};$$

$$\text{в) } \frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}} + y}{x - y}.$$

$$\text{в) } \frac{x^{1,5} + y^{1,5}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y - x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}}}.$$

4

Запишите формулу зависимости между переменными a и b , если

$$\text{а) } a = t^{\frac{1}{4}}, b = t^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{а) } a = t^{\frac{1}{2}}, b = t^{\frac{1}{5}};$$

$$\text{б) } a = t^{0,8} + 1, b = t^{-0,8} - 1.$$

$$\text{б) } a = (t+1)^{\frac{2}{3}}, b = (t-1)^{\frac{2}{3}}.$$

С-30. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Вариант А 1

1

Решите уравнение, используя оценку ОДЗ:

$$\sqrt[4]{1-x} + x^3 = \sqrt[6]{2x-2} + 2 - x^6. \quad 1 + \sqrt[8]{3-x} - x^2 = x - 11 + \sqrt[4]{2x-6}.$$

2

Решите уравнение, оценив его левую
и правую части:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = 6x - x^2 - 9. \quad \sqrt{x^2 - 3x - 4} = 8x - 16 - x^2.$$

3

Решите уравнение с помощью равно-
сильных преобразований:

$$\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{1-3x} = x + 5. \quad \sqrt{1-2x} \cdot \sqrt{2-x} = x + 4.$$

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \sqrt[100]{x^2 - 16} + 16x^{-1} &= & x^{\frac{1}{2}} - \sqrt[100]{x^2 - 4x + 3} &= \\ &= 2x^{\frac{1}{2}} + \sqrt[200]{32 - 2x^2}. & &= 2 - x^{\frac{1}{3}} + \sqrt[200]{8x - 6 - 2x^2}. \end{aligned}$$

2

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{x^6 - 64} + \sqrt[8]{x^2 - 4} + & & \sqrt{81 - x^4} + \sqrt[4]{2x^2 - 18} + \\ + \sqrt[6]{x^4 - 16} &= 0. & + \sqrt[6]{x^6 - 729} &= 0. \end{aligned}$$

Вариант А 2

Вариант Б 2

3

Решите уравнение с помощью
равносильных преобразований:

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = \sqrt{x}.$$

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = \sqrt{x-1}.$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

Решите уравнение:

$$\sqrt[5]{x} + \sqrt{x-31} + \sqrt[3]{x-5} = 6.$$

$$\sqrt[3]{x^2+4} + \sqrt[5]{x-1} + \sqrt[7]{2x-3} = 4.$$

2

Решите уравнение:

$$\sqrt[4]{x-5} + \frac{1}{\sqrt[4]{x-5}} = 2 - |x^2 - 5x - 6|.$$

$$\sqrt[6]{3-x} + \frac{1}{\sqrt[6]{3-x}} = 2 - (x-2)^2.$$

3

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} &\sqrt{x+2\sqrt{x-3}-2} + \\ &+ \sqrt{x-2\sqrt{x-3}-2} = x-3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{x+2\sqrt{x-2}-1} + \\ &+ \sqrt{x-2\sqrt{x-2}-1} = x-2 \end{aligned}$$

**С-31. СИСТЕМЫ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ.
ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**

Вариант А 1**Вариант А 2****1**

Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{xy} = 3; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ \sqrt{xy} = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt[3]{x - y + 27} = 3, \\ \sqrt{2x - y + 2} = x. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt[3]{x - y + 8} = 2, \\ \sqrt{3x - 2y + 6} = y. \end{cases}$$

2**Решите неравенство:**

$$\text{а) } (x + 1)\sqrt{2 - x} > 0;$$

$$\text{а) } (x - 5)\sqrt{x + 1} < 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{2x + 4} \leq 2;$$

$$\text{б) } \sqrt{3x + 1} \leq 1;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^2 - 3x + 2} > -4.$$

$$\text{в) } \sqrt{2 + x - x^2} > -2.$$

Вариант Б1**Вариант Б2****Решите систему уравнений:**

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ x - y = 8; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1, \\ \sqrt{5x + y} + \sqrt{5x - y} = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2}, \\ \sqrt{x - 3y} + \sqrt{x + 5y} = 4. \end{cases}$$

2**Решите неравенство:**

$$\text{а) } (9 - x^2)\sqrt{x^2 - 4} \leq 0;$$

$$\text{а) } (x^2 - 4)\sqrt{25 - x^2} \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x^2 - x}{x + 3}} > 1;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x + 2}{x - 4}} < 1;$$

$$\text{в) } x + \sqrt{x} < 2.$$

$$\text{в) } x - 3\sqrt{x} > 4.$$

Вариант В 1**1****Решите систему уравнений:**

$$\text{а) } \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6, \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 9; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{2y-5x} = x, \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{2y-5x} = y. \end{cases}$$

2**Решите неравенство:**

$$\text{а) } (x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{2x+4} < \sqrt{x^2+4};$$

$$\text{в) } x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} \leq 3.$$

Вариант В 2

$$\text{а) } \begin{cases} x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = 26, \\ x\sqrt{y} - y\sqrt{x} = 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x, \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y. \end{cases}$$

$$\text{а) } (x-3)\sqrt{x^2-6x+8} \leq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2+3} > \sqrt{3x+3};$$

$$\text{в) } x^2 - 3x - \sqrt{x^2 - 3x} \leq 2.$$

**С-32. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ
И НЕРАВЕНСТВА
С ПАРАМЕТРАМИ**

Вариант Б 1**1****Решите уравнение:**

$$\sqrt{x+2} = a+2.$$

2**Решите неравенство:****Вариант Б 2**

$$\sqrt{5-x} = 5-a.$$

$$(x - a)\sqrt{x - 1} \geq 0.$$

$$(x - 1)\sqrt{x - a} \geq 0.$$

3

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение имеет только один действительный корень:

$$(x^2 - 9x - 10)(\sqrt{x} - a) = 0.$$

$$(x^2 + 7x - 8)(\sqrt{x} + a) = 0.$$

Вариант В 1**1**

Решите уравнение:

$$\sqrt{x - a} + \sqrt{x + 2} = 3.$$

$$\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + a} = 2.$$

2

Решите неравенство:

$$\frac{(x - 3)\sqrt{x - a}}{x + 2} \geq 0.$$

$$\frac{(x + 1)\sqrt{x + a}}{x - 4} \leq 0.$$

3

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение имеет только один действительный корень:

$$\sqrt{ax - 2} + 1 = x.$$

$$\sqrt{3 - ax} + x = 1.$$

**С-33*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ
ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ,
НЕРАВЕНСТВ, СИСТЕМ
(домашняя самостоятельная работа)**

В а р и а н т 1**В а р и а н т 2****1**

Решите иррациональное уравнение, используя в решении указанный способ:

— разложение на множители
(с учетом ОДЗ) :

$$\text{а) } (x+2)\sqrt{x^2-x-20} = 6x+12;$$

$$\text{а) } (x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6;$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{x^2-1};$$

$$\text{б) } 2\sqrt{x^2-2x-8} - \sqrt{x^2-16} = \sqrt{3x^2-13x+4};$$

— введение одной или нескольких
новых переменных:

$$\text{в) } \frac{x^2}{\sqrt{x+2}} + x = 2\sqrt{x+2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2}{\sqrt{2x+5}} + \sqrt{2x+5} = 2x;$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{x-4} = 1 - \sqrt{x+1};$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1};$$

$$\text{д) } \sqrt[4]{x+8} - \sqrt[4]{x-8} = 2;$$

$$\text{д) } \sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{15+x} = 2;$$

$$\text{е) } \sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 2x-15 + 2\sqrt{x^2+5x};$$

$$\text{е) } \sqrt{x} + \sqrt{x-8} = 2x-20 + 2\sqrt{x^2-8x};$$

— домножение на сопряженный
радикал:

$$\text{ж)} \sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x;$$

$$\text{ж)} (\sqrt{x+1} + 1)(\sqrt{x+10} - 4) = x;$$

$$\text{з)} \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2}{x};$$

$$\text{з)} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{6-x}} = \frac{x}{6};$$

— выделение полного квадрата:

$$\text{и)} \sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} - 6\sqrt{x+1} = 1;$$

$$\text{и)} \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3;$$

— возрастание и убывание соответствующих функций (на ОДЗ уравнения):

$$\text{к*)} \sqrt{4x^2 - 1} = 1 - \sqrt{4x - 1}.$$

$$\text{к*)} \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \frac{2}{x}.$$

2

Решите неравенство, используя равносильные преобразования или метод интервалов:

$$\text{а)} \sqrt{x^2 - 3x - 4} > x - 2;$$

$$\text{а)} \sqrt{x^2 + 3x - 4} > x + 2;$$

$$\text{б)} \sqrt{2x^2 - 3x - 5} < x - 1;$$

$$\text{б)} \sqrt{x^2 - x - 2} < x - 1;$$

$$\text{в)} \sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} < 3;$$

$$\text{в)} \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+15} < 5;$$

$$\text{г)} \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4};$$

$$\text{г)} \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8} \leq \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1};$$

$$\text{д)} \frac{\sqrt{x^2-1}+1}{x} \geq 1.$$

$$\text{д)} \frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x} \leq 3.$$

3

Решите систему уравнений, используя в решении указанный способ:

а) введение новых переменных:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+y+4} + \sqrt[3]{y+7} = 4, \\ x+2y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} + \sqrt[3]{x-y+2} = 3, \\ 2x+y = 7; \end{cases}$$

б) умножение уравнений системы
(и проверки полученных решений):

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{108x}{5y}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}, \\ \sqrt{\frac{20y}{3x}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{\frac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}, \\ \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}; \end{cases}$$

в) способ подстановки:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10, \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 4. \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5, \\ \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y} = 1. \end{cases}$$

К-4 (КП-6). СТЕПЕНИ И КОРНИ

Вариант А1

1

Найдите значение выражения:

а) $\left(\sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{2}}\right)^{\frac{6}{5}};$

а) $\left(\sqrt{3^3 \cdot \sqrt[3]{3}}\right)^{\frac{3}{5}};$

б) $\frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}$ при $x = 9$.

б) $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-3} - \frac{6}{x^{\frac{2}{3}}-9}$ при $x = 8$.

2

Решите уравнение:

а) $(y^2 - 1)^{\frac{1}{3}} = 2;$

а) $(y^2 - 19)^{\frac{1}{4}} = 3;$

б) $\sqrt{x+12} = x;$

б) $\sqrt{7-x} = x-1;$

в) $\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{1-3x} = x+5;$

в) $\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{1-4x} = x+8;$

г) $x^2 + x + 2\sqrt{x^2 + x} = 0.$

г) $x^2 - 3x + 2\sqrt{x^2 - 3x} = 0.$

3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 7, \\ xy = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y - 2\sqrt{xy} = 2, \\ xy = 9. \end{cases}$$

4Определите значения a , для которых при $x = 1$ выполняется неравенство:

$\sqrt{a-x} \geq x.$

$\sqrt{x-a} \geq \sqrt{x+3}.$

Вариант Б1**Вариант Б2****1**

Найдите значение выражения:

а) $\frac{\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[3]{9}}}{\sqrt[6]{9 \cdot \sqrt{3}}};$

а) $\frac{\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[6]{4 \cdot \sqrt{2}}};$

б) $\left(\frac{x - x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1} - 2\sqrt[3]{x} + 1 \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$

б) $\left(1 + 2\sqrt[4]{x} + \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} + 1}$

при $x = 8.$ при $x = 16.$ **2**

Решите уравнение:

а) $2x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}} - 5 = 0;$

а) $x^{0.4} + 5x^{0.2} - 14 = 0;$

$$\text{б) } \sqrt{6-4x-x^2} - x = 4;$$

$$\text{в) } \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2;$$

$$\text{г) } (x^2 - 9x + 14)\sqrt{x^2 - 9} = 0.$$

$$\text{б) } \sqrt{2x^2 + 8x + 7} - 2 = x;$$

$$\text{в) } \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2;$$

$$\text{г) } (x^2 - 9)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 0.$$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x^2+xy} = 3, \\ x+y+x^2+xy = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-y^2} + \sqrt{x-y} = 6, \\ x^2-y^2-x+y = 12. \end{cases}$$

4**Используя метод интервалов,
решите неравенство:**

$$\sqrt{x^2-x} < \frac{6}{\sqrt{x^2-x}}.$$

$$\sqrt{x^2+x} > \frac{2x^2-12}{\sqrt{x^2+x}}.$$

Вариант В1**1****Найдите значение выражения:**

$$\text{а) } \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} \cdot (2-\sqrt{3});$$

$$\text{б) } \frac{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}}{x + x^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x-1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1} \right)$$

при $x = 125$.**Вариант В2**

$$\text{а) } \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} \cdot (1+\sqrt{2});$$

$$\text{б) } \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}} - 1}{x+1} \right) \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}$$

при $x = 64$.**2****Решите уравнение:**

$$\text{а) } \sqrt{3+\sqrt{5-x}} = \sqrt{x};$$

$$\text{а) } \sqrt{1+\sqrt{3x+1}} = \sqrt{x};$$

б) $4\sqrt{3 - \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 3;$

б) $3\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 2,5 = 3\sqrt{1 - \frac{1}{x}};$

в) $\sqrt[3]{x+7} = \sqrt{x+3};$

в) $\sqrt{x+2} = \sqrt[3]{3x+2};$

г) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x-8}.$

г) $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2x-1}.$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} x + y - 2\sqrt{xy} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 12, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$$

4**Найдите все значения a , при которых
равносильны неравенства:**

$$(x-a)\sqrt{x-2} > 0 \text{ и } x > a.$$

$$(x-2)\sqrt{x-a} > 0 \text{ и } x > 2.$$

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

С-34. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ

Вариант А 1

1

Решите уравнение:

а) $3^{x^2-x} = 9$;

б) $2^{x-1} + 2^{x+2} = 36$;

в) $25^x + 10 \cdot 5^{x-1} - 3 = 0$;

г) $2^x \cdot 5^{x+2} = 2500$.

Вариант А 2

а) $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$;

б) $5^x - 5^{x-2} = 600$;

в) $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$;

г) $7^{x+1} \cdot 2^x = 98$.

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 3 \cdot 2^x - 2^y = 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x - 3^y = 6, \\ 2 \cdot 3^x + 3^y = 21. \end{cases}$$

Вариант Б 1

1

Решите уравнение:

а) $(2^{x+4})^{x-3} = 0,5^x \cdot 4^{x-4}$;

б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 13 \cdot 3^{x^2-7}$;

в) $\frac{5^x - 4}{5} = \frac{3 - 5^{x-1}}{2 \cdot 5^x}$;

г) $2^{x^2+2x} \cdot 3^{x^2+2x} = 216^{x+2}$.

Вариант Б 2

а) $(3^{x-3})^{x+4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1} \cdot 9^{x+1}$;

б) $2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} = 7 \cdot 2^{x^2}$;

в) $\frac{7^x - 1}{3} = \frac{7^{x+1} + 49}{7^{x+1}}$;

г) $2^{x^2-2x} \cdot 5^{x^2-2x} = 1000^{2-x}$.

2

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 4^x - 4^y = 15, \\ x + y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x + 5^y = 30, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

Вариант В1**1**

Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{3^{x+1}} = \left(\sqrt[4]{9^{x-2}}\right)^{x+1};$

б) $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2};$

в) $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99;$

г) $6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}.$

Вариант В2

а) $\sqrt[3]{2^{x-2}} = \left(\sqrt[4]{4^{x+3}}\right)^{x-2};$

б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 12^{x-1} + 12^x;$

в) $5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24;$

г) $20^{3x+2} = 4^{x+12} \cdot 5^{5x-8}.$

2

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75, \\ 3^y \cdot 5^x = 45. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12, \\ 2^y \cdot 3^x = 18. \end{cases}$$

С-35. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**Вариант А1****1**

Решите неравенство:

а) $5^{1-2x} > \frac{1}{125};$

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+3x} \leq 16;$

Вариант А2

а) $7^{3-x} < \frac{1}{49};$

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x^2-3x} \geq 5;$

в) $3^x - 3^{x-3} > 26$;

г) $4^x - 2^x \geq 2$.

в) $2^{x+2} + 2^{x+5} < 9$;

г) $9^x - 3^x \leq 6$.

2

Решите графически неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2.$$

$$2^x \geq \frac{1}{2}.$$

Вариант Б1**1**

Решите неравенство:

а) $(1,5)^{\frac{x^2+x-20}{x}} \leq 1$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-1} > 9^{x-1}$;

в) $3^{x^2+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2} > 162$;

г) $5^x + 5^{1-x} \geq 6$.

Вариант Б2

а) $(3,2)^{\frac{x^2+2x-3}{x}} \geq 1$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-2} < 4^{x-1}$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2} + 2^{x^2+3} < 18$;

г) $4^{1-x} + 4^x \geq 5$.

2

Решите графически неравенство и обоснуйте правильность полученного решения, опираясь на возрастание и убывание соответствующих функций:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 2^x.$$

$$3^x < (0,5)^x.$$

Вариант В1**1**

Решите неравенство:

а) $\frac{2^{x^2-x-2} - 1}{x^2 - x - 2} \geq 0$;

а) $\frac{1 - 3^{x^2+2x-3}}{x^2 + 2x - 3} \leq 0$;

Вариант В2

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-7} - 5 \cdot 0,2^x < 0;$

б) $(0,25)^{x^2-4} - 16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 0;$

в) $5^x \cdot 2^{1-x} + 5^{x+1} \cdot 2^{-x} > 7 \cdot (0,4)^{\frac{1}{x}};$

в) $4^{x+2} \cdot 3^{-x} - 4^x \cdot 3^{2-x} < 7 \cdot (0,75)^{\frac{4}{x}};$

г) $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} \leq 0.$

г) $25^{x+0,5} - 7 \cdot 10^x + 2^{2x+1} \geq 0.$

2

Решите графически неравенство и обоснуйте правильность полученного решения, опираясь на свойства соответствующих функций:

$$2^{|x|} < -\frac{2}{x}.$$

$$3^{|x|} < \frac{3}{x}.$$

С-36*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

Вариант 2

1

Решите показательное уравнение, используя в решении указанный способ:

— разложение на множители:

а) $6^x + 6 \cdot 25^x - 6 = 5^x \cdot 30^x;$

а) $7^x \cdot 14^x + 8 = 2^x + 8 \cdot 49^x;$

б) $x^2 \cdot 2^{\sqrt{-x}} + 4 = 2^{\sqrt{-x}} + 4x^2;$

б) $x^2 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 9x^2 = 4 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 36;$

— введение новой переменной:

в) $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0;$

в) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6;$

$$\text{г)} 3^{2x+1} + 3^{1-2x} - 7(3^x + 3^{-x}) = 4;$$

$$\text{г)} 5^{2x+1} + 5^{1-2x} - 31(5^x + 5^{-x}) + 36 = 0;$$

$$\text{д)} 7^{\cos^2 x} + 7^{\sin^2 x} = 8;$$

$$\text{д)} 81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30;$$

$$\text{е)} 4^{\lg^2 x} + 8 = 3 \cdot 2^{\frac{1}{\cos^2 x}};$$

$$\text{е)} 3^{\cos 2x} = 3^{1+\cos^2 x} - 6;$$

$$\text{ж)} \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10; \quad \text{ж)} \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x - \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x = 4\sqrt{2};$$

— применение свойств
прогрессий:

$$\text{з)} 2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \dots \cdot 2^{2x-1} = 512;$$

$$\text{з)} 5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \dots \cdot 5^{2x} = 0,04^{-28};$$

$$\text{и)} 5^{\sin x} \cdot 5^{\sin^2 x} \cdot 5^{\sin^3 x} \cdot \dots = 5;$$

$$\text{и)} 4^{\cos x} \cdot 4^{\cos^2 x} \cdot 4^{\cos^3 x} \cdot \dots = 4;$$

— деление на выражение,
содержащее показательную
функцию:

$$\text{к)} 3^x + 4^x = 5^x;$$

$$\text{к)} 2^x + 7^x = 9^x;$$

$$\text{л)} \sqrt[3]{9} - 13\sqrt[3]{6} + 6\sqrt[3]{4} = 0.$$

$$\text{л)} \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{36} - 2\sqrt[3]{81} = 0.$$

2

Решите показательное
неравенство:

$$\text{а)} \left(\frac{1}{9}\right)^{-\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1};$$

$$\text{а)} (0,25)^{2-\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0;$$

$$\text{б)} 2^{x+3} - 5^x < 7 \cdot 2^{x-2} - 3 \cdot 5^{x-1};$$

$$\text{б)} 3^{x+2} + 7^x > 4 \cdot 7^{x-1} + 34 \cdot 3^{x-1};$$

$$\text{в)} x^2 \cdot 2^x + 4 \geq x^2 + 2^{x+2};$$

$$\text{в)} x^2 \cdot 3^x - 3^{x+4} \leq x^2 - 81;$$

$$\text{г)} \sqrt{9^x - 3^{x+2}}^{\frac{6x-6}{6x-6}} > 3^x - 9;$$

$$\text{г)} \sqrt{9^x + 3^x - 2} > 3^x - 9;$$

$$\text{д)} \left(\sqrt{2} + 1\right)^{\frac{x-1}{x+1}} \leq \left(\sqrt{2} - 1\right)^{-x}.$$

$$\text{д)} \left(\sqrt{5} + 2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5} - 2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}.$$

**К-5 (КП-7). ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ
ФУНКЦИЯ****В а р и а н т А 1****1****Решите уравнение:**

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3-2x} = 125;$

б) $3^{x+3} - 3^x = 78;$

в) $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0.$

2**Решите неравенство:**

а) $(0,4)^{9-x^2} \leq 1;$

б) $2^x \cdot 5^x < 10^{x^2} \cdot 0,01;$

в) $3^{x^2-x} \leq (5^{x-1})^x.$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 12, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

4**Найдите****наибольшее значение функ-**

ции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$

наименьшее значение функ-

ции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$

**При каких значениях x оно
достигается?****В а р и а н т А 2**

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} = 9;$

б) $5^{x+2} + 5^x = 130;$

в) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0.$

а) $(0,8)^{2x-x^2} \geq 1;$

б) $2^x \cdot 3^x > 6^{2x^2} \cdot \frac{1}{6};$

в) $7^{x^2+4x} \geq (2^x)^{x+4}.$

В а р и а н т Б 1**1****Решите уравнение:**

а) $\left(\frac{1}{4} \cdot 8^x\right)^{3x+2} = \frac{1}{32^x};$

б) $9^x + 3^{2x+1} = 4^{x+1};$

в) $5 \cdot 4^x + 3 \cdot 10^x = 2 \cdot 25^x.$

2**Решите неравенство:**

а) $\left(\cos \frac{\pi}{10}\right)^{x^2+x} < 1 - \sin^2 \frac{\pi}{10};$

б) $3^{x^2-2x+2} - 3^{x^2-2x} \leq 8 \cdot 27^{4-x};$

в) $2^{4x} - 5 \cdot 4^x \geq -4.$

В а р и а н т Б 2

а) $\left(\frac{1}{27} \cdot 9^x\right)^{2x+3} = \frac{1}{3^{9x}};$

б) $5^{2x+1} - 25^x = 4^{x+1};$

в) $3 \cdot 4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x.$

3**Решите систему уравнений:**

$$\begin{cases} 3^{2x} - (0,25)^y = 5, \\ 3^x + (0,5)^y = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (0,2)^x - 2^{0,5y} = 3, \\ (0,04)^x - 2^y = 21. \end{cases}$$

4**Найдите области значений функций**

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x+1} \quad \text{и} \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x} + 1.$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{3 \sin x} \quad \text{и} \quad y = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$$

Определите, у какой из данных функций областью значений является промежуток большей длины.

Вариант В 1**1****Решите уравнение:**

а) $(4^{x+2})^x \cdot \sqrt[3]{32^{x-1}} = 64;$

б) $3^{2x-1} + 11^{2x-1} = 121^x - 3^{2x+1};$

в) $5^{\sin^2 x} - 5^{\cos^2 x} = 4.$

2**Решите неравенство:**

а) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{x^2-x-6}{x^2-9}} > \arccos \frac{1}{\sqrt{2}};$

б) $2^{x^2+x-1} \cdot 3^{x^2+x+1} \leq 1,5 \cdot 216^{x+1};$

в) $(\sqrt{5}-2)^{x+1} \geq 2(\sqrt{5}+2)^{x+1} - 1.$

3**Решите систему:**

$$\begin{cases} 4 \cdot 8^x - 9 \cdot 18^x = 4 \cdot 12^x - 9 \cdot 27^x, \\ |(0,25)^{x+1}| \geq 0,5. \end{cases}$$

Вариант В 2

а) $(9^x)^{x+1} \cdot \sqrt{27^{x-3}} = 3;$

б) $2^{2x} + 6^{2x} = 6^{2x+1} - 4^{x+1};$

в) $2^{\cos 2x} - 2^{2\sin^2 x} = 1.$

а) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{x^2-x-2}{x^2-4}} < \arcsin 1;$

б) $3^{x^2-2x+1} \cdot 5^{x^2-2x-1} \geq 0,6 \cdot 225^{x+6};$

в) $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq 3(2+\sqrt{3})^{x-1} - 2.$

4**Среди нулей функции**

$$y = 3^{\sin \frac{\pi x}{2}} - 3$$

$$y = (0,5)^{\cos \frac{\pi x}{4}} - 1$$

**найдите значения,
в которых функция** **$f(x) = (0,2)^{\sqrt{15+2x-x^2}}$ принимает
наибольшее значение.** **$f(x) = 2^{\sqrt{8+2x-x^2}}$ принимает на-
именьшее значение.**

С-37. ЛОГАРИФМ. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{7}} 7$;

б) $2^{1+\log_2 5}$;

в) $\lg 4 + 2 \lg 5$;

г) $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$.

2

**Найдите значение x ,
если:**

а) $3^x = 7$;

б) $\log_4 x = \log_{0,5} \sqrt{2}$.

а) $\log_2 16 + \log_{\frac{1}{3}} 9$;

б) $5^{\log_5 10^{-1}}$;

в) $\log_6 9 + 2 \log_6 2$;

г) $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$.

3

**С помощью логарифмических
тождеств упростите выражения
($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$):**

а) $\frac{\lg b}{\lg a} + \frac{2}{\log_b a} - \log_a b^3$;

б) $a^{2 \log_a b} - (\log_a a^b)^2$.

а) $\frac{3}{\log_a b} - \log_b a^2 - \frac{\log_3 a}{\log_3 b}$;

б) $\log_b b^a - b^{2 \log_b \sqrt{a}}$.

4

Сравните числа:

а) $\log_3 10$ и $\lg 3$;

б) $\log_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \log_2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}$ и 0.

а) $\log_2 7$ и $\log_7 2$;

б) $\lg \sin \frac{\pi}{4} - \lg \cos \frac{\pi}{4}$ и 0.

Вариант Б1**1****Вычислите:**

а) $\log_5 \frac{1}{25} + \log_{\sqrt{3}} 27$;

б) $\log_{1,5} \log_4 8$;

в) $4^{\log_2 3 + 0,5 \log_2 9}$;

г) $10^{\lg \frac{1}{5} - \lg 2}$.

2**Найдите значение x ,
если:**

а) $2^{2x-4} = 9$;

б) $\log_4 x = \log_{\sqrt{2}} 6^{\frac{1}{\log_2 6}}$.

3**Сравните числа:**

а) $\log_3 10$ и $\log_8 62$;

б) $\log_2 9 \cdot \log_3 4$ и $\frac{\lg \frac{1}{16\sqrt{2}}}{\lg \sin \frac{\pi}{6}}$.

4**Найдите значение
выражения:**

а) $\lg \operatorname{tg} 31^\circ + \lg \operatorname{tg} 59^\circ$;

б) $\frac{\log_3^2 6 - \log_3^2 2}{\log_3 12}$.

Вариант Б2

а) $\log_{0,5} 4 + \log_{\sqrt{5}} 25$;

б) $\log_{0,75} \log_{27} 81$;

в) $100^{2 \lg 2 + \lg 3}$;

г) $3^{\log_3 2 - \log_3 \frac{1}{6}}$.

а) $5^{3x+6} = 27$;

б) $\log_{\sqrt{5}} x = \log_{\frac{1}{5}} 2^{\frac{1}{\log_5 2}}$.

а) $\log_2 9$ и $\log 900$;

б) $\log_2 25 \cdot \log_5 \sqrt{2}$ и $\frac{\log_3 0,75}{\log_3 \sin \frac{\pi}{3}}$.

а) $\lg \operatorname{ctg} 42^\circ + \lg \operatorname{ctg} 48^\circ$;

б) $\frac{\log_5^2 10 - \log_5^2 2}{\log_5 20}$.

Вариант В 1**1****Вычислите:**

а) $10 \log_9 \sqrt[5]{27} + \log_6 \log_5 \sqrt[3]{\sqrt{5}};$

б) $12^{\frac{1}{1+\log_3 4}};$

в) $\log_2 \sin \frac{\pi}{8} + \log_2 2 \cos \frac{\pi}{8};$

г) $\log_{\sqrt{7}} 2 \cdot \log_4 5 \cdot \log_{125} 49.$

2**Найдите x , если:**

а) $4^{2x} - 2^{2x+4} + 15 = 0;$

б) $\log_2 x = \frac{\lg 5}{\lg 0,5} + \log_4 225.$

3**Найдите значение выражения:**

а) $3^{\log_4 5} - 5^{\log_4 3};$

б) $\lg 5 \cdot \lg 20 + \lg^2 2.$

4**Выразите:**

а) $\log_6 9$, если $\log_6 2 = a;$

б) $\lg 56$, если $\lg 2 = a$ и $\log_2 7 = b.$

Вариант В 2

а) $\log_6 \log_7 \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} + 9 \log_8 \sqrt[3]{16};$

б) $18^{\frac{1}{1+\log_9 2}};$

в) $\log_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \log_2 2 \cos^2 \frac{\pi}{12};$

г) $\log_{\sqrt{3}} 5 \cdot \log_{25} 6 \cdot \log_6 27.$

а) $9^{2x} - 3^{2x+2} + 14 = 0;$

б) $\lg x = \frac{\log_7 18}{\log_7 0,1} + \log_{\sqrt{10}} 6.$

а) $2^{\lg 7} - 7^{\lg 2};$

б) $\log_{15}^2 3 + \log_{15} 5 \cdot \log_{15} 45.$

а) $\lg 25$, если $\lg 2 = a;$

б) $\log_5 54$, если $\log_5 3 = a$ и $\log_3 2 = b.$

**С-38. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ
И ИХ СИСТЕМЫ****Вариант А1****1****Решите уравнение:**

а) $\log_4(x^2 - 15x) = 2$;

б) $\lg(x^2 - 9) = \lg(4x + 3)$;

в) $2\log_2(-x) = 1 + \log_2(x + 4)$;

г) $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$.

2**Решите систему:**

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 2; \\ x^2 + y^2 = 425. \end{cases}$$

Вариант Б1**1****Решите уравнение:**

а) $\log_3(x + 3) = \log_3(x^2 + 2x - 3)$;

б) $\log_2(2x - 1) - 2 =$

$= \log_2(x + 2) - \log_2(x + 1)$;

в) $\frac{\log_5(2x^2 - x)}{\log_4(2x + 2)} = 0$;

г) $\log_{2x}(x^2 + x - 2) = 1$.

2**Решите систему:**

$$\begin{cases} \log_x y + 2\log_y x = 3; \\ x + y = 12. \end{cases}$$

Вариант А2

а) $\log_2(x^2 - 2x) = 3$;

б) $\lg(2x^2 + 3x) = \lg(6x + 2)$;

в) $2\log_3(-x) = 1 + \log_3(x + 6)$;

г) $\log_4^2 x - 2\log_4 x - 3 = 0$.

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1; \\ x^2 - y^2 = 27. \end{cases}$$

Вариант Б2

а) $\log_2(2x - 4) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$;

б) $\log_3(3x - 1) - 1 =$

$= \log_3(x + 3) - \log_3(x + 1)$;

в) $\frac{\log_4(2x^2 + x)}{\log_5(2 - 2x)} = 0$;

г) $\log_{-2x}(2x^2 - x - 1) = 1$.

$$\begin{cases} 2\log_x y + \log_y x = 3; \\ x + y = 6. \end{cases}$$

Вариант В 1**1****Решите уравнение:**

а) $\log_{x-1}(2x^2 - 5x - 3) = 2;$

б) $\lg(x-2) - \frac{1}{2}\lg(3x-6) =$
 $= \lg 2;$

в) $\log_3^2(9x) + \log_3^2(3x) = 1;$

г) $\log_2(9 - 2^x) = 3^{\log_3(3-x)}.$

2**Решите систему:**

$$\begin{cases} 1 + \log_2 x + \log_2 y = \\ \quad = \log_2(x^2 + y^2 - 4), \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 3. \end{cases}$$

Вариант В 2

а) $\log_{x+1}(2x^2 + 5x - 3) = 2;$

б) $\lg 5 - 1 =$
 $= \lg(x-3) - \frac{1}{2}\lg(3x+1);$

в) $\log_2^2(4x) + \log_2^2(2x) = 1;$

г) $\log_6(5 + 6^{-x}) = 10^{\lg(x+1)}.$

**С-39. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ
НЕРАВЕНСТВА****Вариант А 1****1****Решите неравенство:**

а) $\log_2(8-x) < 1;$

б) $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(3-x);$

в) $\log_2 x + \log_2(x-1) \leq 1.$

Вариант А 2

а) $\log_3(x-2) < 2;$

б) $\log_{0,5}(2x-4) \geq \log_{0,5}(x+1);$

в) $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1.$

2

С помощью метода интервалов
определите, при каких значениях x
функция

$$y = (2 - x) \lg x$$

$$y = (x - 3) \lg(x + 1)$$

принимает положительные
значения.

Вариант Б1**1**

Решите неравенство:

а) $\log_2(x^2 - 3x) < 2$;

б) $\log_{0,8}(2x^2 - 9x + 4) \geq$
 $\geq 2 \log_{0,3}(x + 2)$;

в) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0$.

Вариант Б2

а) $\log_3(x^2 + 2x) < 1$;

б) $\log_{0,5}(2x^2 + 3x + 1) \leq$
 $\leq 2 \log_{0,5}(x - 1)$;

в) $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 > 0$.

2

Найдите область определения
функции

$$y = \sqrt{(4 - x^2) \log_{\frac{1}{2}}(x + 5)}.$$

$$y = \sqrt{(x^2 - 1) \log_{\frac{1}{3}}(3 - x)}.$$

Вариант В1**1**

Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_5(x^2 - 4) > 0$;

б) $2 \log_2(x - 2) + \log_{0,5}(x - 3) > 2$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_x 3 - 2,5$.

Вариант В2

а) $\log_{\frac{1}{3}} \log_4(x^2 - 5) > 0$;

б) $2 \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) +$
 $+ \log_2(x^2 - 2x - 1) < 1$;

в) $2 \log_5 x - \log_x 125 \leq 1$.

2

Найдите область определения функции

$$y = \lg \left(\frac{\log_2 x^2}{\lg(x+3)} \right).$$

$$y = \log_2 \left(\frac{\lg(x+4)}{\log_2 x^4} \right).$$

**С-40*. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ
ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ,
НЕРАВЕНСТВ И СИСТЕМ
(домашняя самостоятельная работа)**

В а р и а н т 1**В а р и а н т 2****1**

Решите уравнения, используя указанные способы:

— преобразование и потенцирование уравнения:

а) $\log_3 \log_8 \log_2(x-5) = \log_3 2 - 1$; а) $\log_4 \log_2 \log_{\sqrt{5}}(x+1) = 3^{\log_1 4}$;

б) $\lg(3^x + x - 12) = x \lg 30 - x$; б) $\lg(2^x + x - 9) = x - x \lg 5$;

в) $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$; в) $2 \log_2 \log_2 x +$
 $+ \log_{\frac{1}{2}} \log_2(2\sqrt{2}x) = 1$;

— введение новой переменной:

г) $\log_2^2(2-x) - \log_2(x-2)^2 +$ г) $\log_{0,5}^2(1-x) - \log_{0,5}(x-1)^2 +$
 $+ 3 \log_2 |x-2| = 2$; $+ \log_{0,5} |x-1| = 2$;

д) $\lg(10x) \cdot \lg(0,1x) =$ д) $\log_2(\frac{1}{4}x) \cdot \log_2(4x) =$
 $= \lg x^3 - 3$; $= \log_2 x^2 - 1$;

е) $\log_{2 \operatorname{tg} x}(2 \operatorname{ctg} x) +$ е) $\log_{\cos x} \sin x +$
 $+ \log_{2 \operatorname{ctg} x}(2 \operatorname{tg} x) = 2$; $+ \log_{\sin x} \cos x = 2$;

$$\text{ж)} \log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + \\ + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0;$$

$$\text{з)} * \log_2^2 x + (x-1) \log_2 x = \\ = 6 - 2x;$$

$$\text{и)} * \lg(x^3 + x) = \log_2 x.$$

$$\text{ж)} 5 \log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + \\ + 8 \log_{9x^2} x^2 = 2;$$

$$\text{з)} * (x+1) \log_3^2 x + \\ + 4x \log_3 x - 16 = 0;$$

$$\text{и)} * \log_5(1 + \sqrt{x}) = \log_{16} x.$$

2**Решите неравенство:**

$$\text{а)} \log_{0,5} \log_6 \frac{x^2 + x}{x+4} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 0;$$

$$\text{в)} x^{2-4 \log_2 x + \log_2^2 x} < \frac{1}{x};$$

$$\text{г)} (2^x + 3 \cdot 2^{-x})^{2 \log_2 x - \log_2(x+6)} > 1;$$

$$\text{д)} \log_{x-2}(x^2 - 8x + 15) > 0;$$

$$\text{е)} \log_x \log_9(3^x - 9) \leq 1;$$

$$\text{ж)} \sqrt{\log_9(3x^2 - 4x + 2)} > \\ > \log_3(3x^2 - 4x + 2) - 1;$$

$$\text{з)} * 16^{-0,5 + \log_4^2 x} + \frac{11}{16} \geq x^{\log_2 \sqrt{x}}.$$

$$\text{а)} \log_{\frac{1}{2}} \log_8 \frac{x^2 - 1}{x-2} \leq 0;$$

$$\text{б)} \frac{x-1}{\log_3(9-3^x)-3} \geq 0;$$

$$\text{в)} x^{\lg^2 x - 2 \lg x - 1} < x^2;$$

$$\text{г)} (4 \cdot 3^x + 3^{-x})^{2 \log_3(x-1) - \log_3(2x+1)} > 1;$$

$$\text{д)} \log_{2x+4}(x^2 - x) > 1;$$

$$\text{е)} \log_x \log_2(4^x - 12) \leq 1;$$

$$\text{ж)} \sqrt{1 + \log_2(7x^2 + 14x + 8)} < \\ < 1 + \log_8(7x^2 + 14x + 8);$$

$$\text{з)} * (\sqrt{3})^{2 + \log_{\sqrt{3}} x} - 1,5 \leq x^{\log_3 x^4}.$$

3**Решите систему:**

$$\text{а)} \begin{cases} x^{\log_2 y} = 3, \\ xy = 6; \end{cases}$$

$$\text{а)} \begin{cases} y^{\log_5 x} = 64, \\ xy = 500; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^y = \frac{1}{\sqrt{1000}}, \\ \frac{1}{y} \lg x = -6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y^x = 100, \\ \frac{1}{x} \lg y = 0,5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \log_x(xy) = \log_y x^2, \\ y^{2\log_y x} = 4y - 3. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \log_y \frac{x}{y} = \log_x y^2, \\ x^{-2\log_x y} = 5x - 4. \end{cases}$$

К-6 (КП-8). ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ

Вариант А1

1

Вычислите:

а) $3 \log_2 \frac{1}{8} + 10^{\lg 2 + \lg 5}$;

б) $2 \log_3 6 - \log_3 12$.

2

Решите уравнение:

а) $\log_{0,5}(x^2 + x) = -1$;

б) $2 \log_3 x = \log_3(2x^2 - x)$.

3

Решите неравенство:

а) $\log_7(2 - x) \leq \log_7(3x + 6)$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) - 1$.

Вариант А2

а) $2 \log_3 \frac{1}{27} + 6^{\log_6 72 - \log_6 2}$;

б) $3 \lg 5 + \lg 8$.

а) $\log_{0,1}(x^2 - 3x) = -1$;

б) $2 \log_5(-x) = \log_5(x + 2)$.

а) $\log_{0,2}(3x - 1) \geq \log_{0,2}(3 - x)$;

б) $\log_3(x^2 - 1) < \log_3(x + 1) + 1$.

4

Решите систему:

$$\begin{cases} \log_3(x+y) = 2, \\ 9^{\log_3 \sqrt{x-y}} = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2(x-y) = 3, \\ 4^{\log_2 \sqrt{x+y}} = 10. \end{cases}$$

5Найдите значения x , при которых функция

$$f(x) = x^{\log_2 x + 2}$$

принимает значение,

равное 8.

$$f(x) = x^{\log_3 x - 2}$$

равное 27.

Вариант Б 1**1**

Вычислите:

$$\text{a) } \log_{0,6}(\log_8 32) + 49^{\log_{\sqrt{7}} \sqrt{2}};$$

$$\text{б) } \frac{\lg 900 - 2}{2 \lg 0,5 + \lg 12}.$$

2

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_{\frac{1}{2}} x &= \\ &= \log_{\frac{1}{2}}(x+3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1); \end{aligned}$$

$$\text{б) } \log_2^2 x^2 + 6 \log_{0,25} x - 1 = 0.$$

3

Решите неравенство:

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_2(x^2 - 3x + 2) &\leq \\ &\leq 1 + \log_2(x-2); \end{aligned}$$

Вариант Б 2

$$\text{a) } \log_{1,2}(\log_{64} 32) + 9^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}};$$

$$\text{б) } \frac{2 \lg 0,2 + \lg 200}{\lg 20 - 1}.$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_{0,2}(x+1) &= \\ &= \log_{0,2}(8-x) - \log_{0,2} x; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \log_3^2 x^3 - 20 \log_9 x + 1 = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_6(x^2 + 10x + 24) &\leq \\ &\leq 1 + \log_6(x+6); \end{aligned}$$

$$6) 2\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x^2 > 4.$$

$$6) \log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x^2 > 3.$$

4**Решите систему:**

$$\begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20, \\ \lg(x^2 - y^2) - \lg(x - y) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{1+\log_3(x^2-y^2)} = 15, \\ \log_2(x^2 - y^2) - \log_2(x + y) = 0. \end{cases}$$

5**Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций**

$$f(x) = x^{\log_3 x} \text{ и } g(x) = \frac{1}{27} x^4.$$

$$f(x) = x^{\log_2 x} \text{ и } g(x) = \frac{8}{x^2}.$$

Вариант В1**1****Вычислите:**

$$a) 3^{\frac{2}{\log_3 3}} + \frac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_4 81};$$

$$6) \log_{\sqrt{2}}(\log_2 3 \cdot \log_3 4).$$

Вариант В2

$$a) 5^{-\frac{1}{\log_{0,5} 5}} + \frac{\log_3 \frac{1}{2}}{\log_9 16};$$

$$6) \log_{\sqrt{3}}(\log_{27} 2 \cdot \log_2 3).$$

2**Решите уравнение:**

$$\begin{aligned} a) \log_2(x-2) \cdot \log_3 2 + \\ + \log_3(x+3) = \\ = 1 + \lg(x-1) \log_3 10; \end{aligned}$$

$$6) \log_x(9x^2) \log_3^2 x = 4.$$

$$\begin{aligned} a) \log_3(x-3) \cdot \log_2 3 + \\ + \log_2(x+2) = \\ = 1 + \log_5(x-1) \log_2 5; \end{aligned}$$

$$6) \log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1.$$

3**Решите неравенство:**

а) $\log_x(x+2) > 2$;

б) $\log_5(\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x^2 - 3) \geq 1$.

4

Решите систему:

$$\begin{cases} 3^{\log_3 y} - \log_3 x = 1, \\ x^y = 3^{12}. \end{cases}$$

а) $\log_x(6-x) > 2$;

б) $\log_2(\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2) \geq 2$.

5

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \log_2(x^2 - x - 2) &= \\ &= 1 + \log_2(x-2)\log_2(x+1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 - 2x - 3) &= \\ &= 1 + \log_3(x+1)\log_3(x-3). \end{aligned}$$

С-41. ПОКАЗАТЕЛЬНО-СТЕПЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Вариант 1

1

Решите уравнение:

а) $(x+1)^{x^2-x} = (x+1)^2$;

б) $(x^2 - 4x + 3)^{x^2-1} = 1$;

в) $|x-3|^{3-x} = |3-x|^{x-3}$;

г) $(x^2 - 4)^x = (3x + 6)^x$.

2

Решите неравенство:

а) $x^{4x^2} < x, \quad x > 0$;

Вариант 2

а) $(x-1)^{x^2+x} = (x-1)^6$;

б) $(x^2 + 2x - 8)^{x^2-4} = 1$;

в) $|x-2|^{x-2} = |2-x|^{2-x}$;

г) $(x^2 - 1)^x = (2x + 2)^x$.

а) $x^{x^2} > x^{0,5x}, \quad x > 0$;

$$\text{б)} |x + 5|^{x^2 - 4x + 3} > 1;$$

$$\text{в)} (x^2 + x + 1)^{2x^2 + 5x + 2} \leq 1;$$

$$\text{г)} (1 + x^2)^{x-1} + 1 \geq 2(1 + x^2)^{1-x}.$$

$$\text{б)} |x + 3|^{x^2 - 5x + 4} < 1;$$

$$\text{в)} (4x^2 + 2x + 1)^{x^2 - x} \geq 1;$$

$$\text{г)} (2x^2 + 1)^{2-x} + 4 \geq 5(2x^2 + 1)^{x-2}.$$

3

Решите систему:

$$\text{а)} \begin{cases} (x^2 + 2x - 7)^{x^2 + 2x - 15} = 1, \\ |x + 1|^{x+6} > |x + 1|; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x^{y^2 - 7y + 10} = 1, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

$$\text{а)} \begin{cases} (x^2 - 3x - 9)^{x^2 - 5x - 6} = 1, \\ |x - 1|^{x-1} > |x - 1|; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} y^{x^2 - 8x + 15} = 1, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

С-42*. ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ К РЕШЕНИЮ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Решите показательное уравнение:

$$\text{а)} 3^{x^2 + 4x} = \frac{1}{25};$$

$$\text{б)} 2 \cdot 25^x - 5 \cdot 10^x + 2 \cdot 4^x = 0;$$

$$\text{в)} 5^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 100.$$

Вариант 2

$$\text{а)} 5^{x^2 - 2x} = 128;$$

$$\text{б)} 16^x - 5 \cdot 36^x + 4 \cdot 81^x = 0;$$

$$\text{в)} 3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 36.$$

2Используя метод логарифмирования,
решите уравнение:

$$\text{а)} x^{\log_2 x} = 64x;$$

$$\text{а)} x^{\log_3 x} = 9x;$$

б) $x^{2\lg^3 x - 3\lg x} = 0,1$;

в) $\frac{1}{4} x^{\lg_4 x} = 2^{\frac{1}{4} \lg_2^2 x}$;

г) $3^{\lg_3^2 x} + x^{\lg_3 x} = 6$.

б) $x^{9\lg^3 x - 11\lg x} = 0,01$;

в) $27x^{\lg_{27} x} = 9^{\lg_{27} x^5}$;

г) $2 \cdot 6^{\lg_6^2 x} - x^{\lg_6 x} = 6$.

3

Решите систему:

а) $\begin{cases} x^{2y^2-1} = 3, \\ x^{y^2+2} = 27; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = 2 + \lg_3 y, \\ y^x = 3^8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\lg_8 y} + y^{\lg_8 x} = 4, \\ \log_4 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$

а) $\begin{cases} y^{x^2+1} = 100, \\ y^{3x^2-2} = 10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 1 + \log_4 x, \\ x^y = 4^6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\lg_5 y} + y^{\lg_5 x} = 50, \\ \log_5 y - \log_5 x = 1. \end{cases}$

4*

Используя свойства соответствующих функций, решите уравнение:

а) $3^x = 10 - \log_2 x$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) =$
 $= 2x^2 - 4x + 1$.

а) $2^x = 18 - \log_2 x$;

б) $-3x^2 + 6x - 2 =$
 $= \log_2(x^2 + 1) - \log_2 x$.

**С-43. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ
И ЛОГАРИФИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.
ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ****Вариант Б1****Вариант Б2****1**

Решите уравнение:

а) $3^{|x|} = \cos 3x$;

б) $\left(\frac{3}{7}\right)^x + \left(\frac{4}{7}\right)^x = 1$;

в) $9^x - (10 - x)3^x + 9 - 9x = 0$.

а) $2^{x^4} = 2 \cos 4x$;

б) $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$;

в) $4^x - (10 - x)2^x + 24 - 4x = 0$.

2

При каких значениях параметра a уравнение имеет единственный корень:

$$\log_2^2 x - (a + 1) \log_2 x + 3a - 6 = 0? \quad \log_3^2 x - (a - 4) \log_2 x - a + 3 = 0?$$

Вариант В 1**1**

Решите уравнение:

а) $\log_2(x + 1) + \log_2^{-1}(x + 1) = 2 \cos x$;

б) $\log_5(x + 1) = \log_{\frac{1}{4}} x + 2$;

в) $\log_3^2 x - 2x = (3 - x) \log_3 x - 2$.

Вариант В 2

а) $\log_2(x + x^{-1}) = \sqrt{2x - x^2}$;

б) $\log_2 x^2 = 6 - x^2$;

в) $x^2 + (x - 3) \log_2 x = 5x - 6$.

2

При каких значениях параметра a уравнение имеет точно два различных корня:

$$(\sqrt{x} - a)(2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4) = 0?$$

$$(\sqrt{x} - a)(3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9) = 0?$$

**(КП-9) ПОКАЗАТЕЛЬНО-СТЕПЕННЫЕ
УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА.
ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ
УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Вариант Б 1**1**

Решите показательно-степенное
уравнение:

а) $(x+2)^{\log_{x+2}(x+3)} = x^2 - x$;

б) $x^{\log_2 x} + 2 = 4x$.

2

Решите показательно-степенное
неравенство при $x > 0$:

$x^{x^2} - 3x > x^x + 5$.

$x^{x^2} - x < x^{4x-6}$.

3

Решите уравнение:

а) $5^{2-\sqrt{2-x}} + 12^x = 13^{2+\sqrt{x-2}}$;

б) $2^{5-x} = x + 15$.

а) $6^x + 3^{\sqrt{x+1}-1} = 2^{x+\sqrt{x-1}}$;

б) $2^x + 2 = 9 - x$.

4*

Решите систему:

$$\begin{cases} x^{x+y} = x^4 y^2, \\ y^{x+y} = x^2 y^4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{x-y} = x^3 y, \\ y^{x-y} = x y^3. \end{cases}$$

5*

Найдите все значения параметра a ,
при которых уравнение имеет един-
ственное решение:

$4^x - (a+4)2^x + 4a = 0$.

$9^x + (a-3)3^x - 3a = 0$.

В а р и а н т В 1**1****Решите показательно-степенное уравнение:**

а) $|x - 3|^{x^2 - 3x} = |3 - x|^{3-x}$;

б) $x^{4 \log_2^3 x - 5 \log_2 x} = 0,5$.

2**Решите показательно-степенное неравенство:**

$$(2x^2 - x + 1)^{3x^2 - 2x} \geq (2x^2 - x + 1)^{2x-1} \cdot (2x^2 + x + 1)^{x+1} \leq (2x^2 + x + 1)^{3x^2 - x}.$$

3**Решите уравнение:**

а) $5^{\sqrt{3-2x-x^2}} + 6^x = 7^{1+\sqrt{x-1}}$;

б) $(x+1) \log_3^2 x + 4 \log_3 x - 16 = 0$.

В а р и а н т В 2

а) $|2 - x|^{x^2 - 2x} = |x - 2|^{2-x}$;

б) $x^{\log_3^3 x + 2 \log_3 x} = 27$.

а) $2^{7-x} - 5^{\sqrt{6+5x-x^2}} = 6^{\sqrt{x-6}}$

б) $\log_2^2 x + (x-1) \log_2 x + 2x - 6 = 0$.

4***Решите систему:**

$$\begin{cases} x^{\log_3 y} + y^{\log_3 x} = 18, \\ \log_9 x + \log_9 y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{\log_2 y} + y^{\log_2 x} = 8, \\ \log_4 x - \log_4 y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

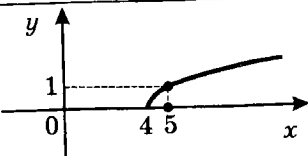
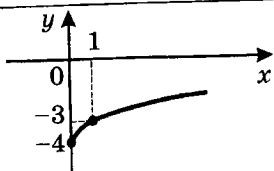
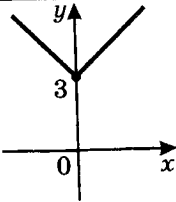
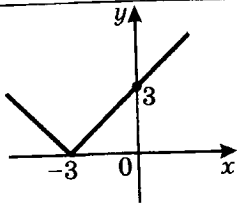
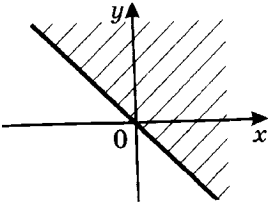
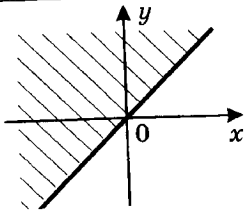
5***Найдите все значения параметра a , при которых уравнение имеет точно два различных корня:**

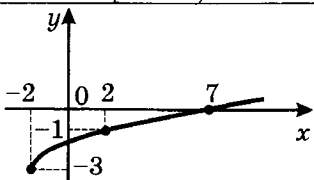
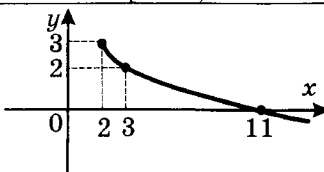
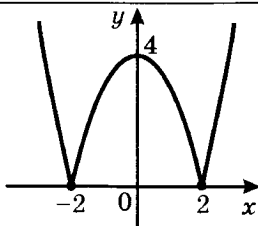
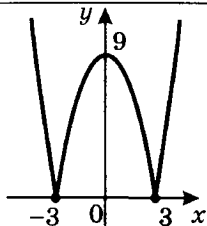
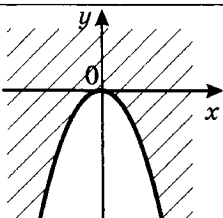
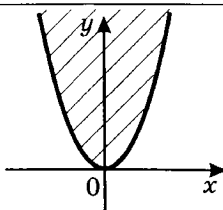
$$(4^x - 3 \cdot 2^x + 2)(\sqrt{x} - a) = 0.$$

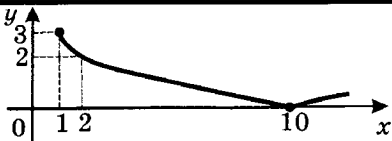
$$(9^x - 4 \cdot 3^x + 3)(\sqrt{x} - a) = 0.$$

ОТВЕТЫ

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

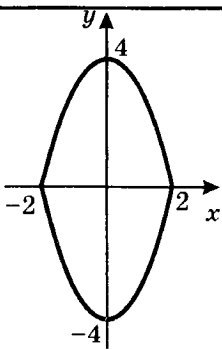
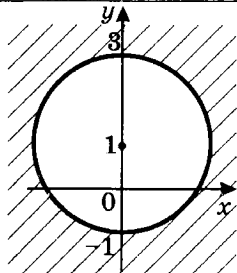
К-1 (КП-1)	A1	A2
1 а)	$[2; +\infty)$	$(-\infty; 2]$
1 б)	$(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$	$(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$
2 а)		
2 б)		
3 а)	1	-2
3 б)	Корней нет	2
4 а)	$(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$	$[-9; 2] \cup \{4\}$
4 б)	$(-1; 3)$	$(-4; 2)$
5 а)	2	1
5 б)		

К-1 (КП-1)	Б1	Б2
1 а)	$(0; 1) \cup (1; +\infty)$	$(0; 2) \cup (2; +\infty)$
1 б)	$[-6; +\infty)$	$[3; +\infty)$
2 а)		
2 б)		
3 а)	1	2
3 б)	4; 64	9; 25
4 а)	$[-5; -1) \cup (-1; 7)$	$(-\infty; -3) \cup \{-1\} \cup [5; +\infty)$
4 б)	$(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$	$(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$
5 а)	0	1
5 б)		

К-1 (КП-1)	Б1
1 а)	$[0; 4) \cup (4; +\infty)$
1 б)	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$
2 а)	

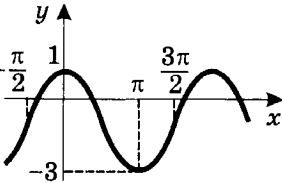
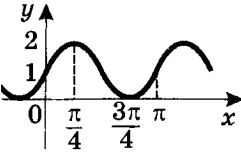
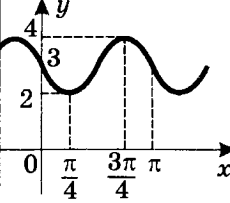
К-1 (КП-1)	В1
2 б)	
3 а)	4
3 б)	Корней нет
4 а)	$[0;1) \cup (1;3)$
4 б)	$(-1;6)$
5 а)	1
5 б)	

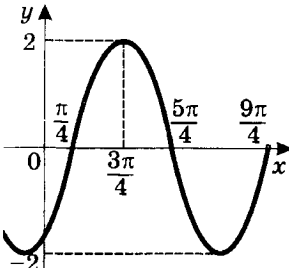
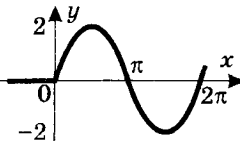
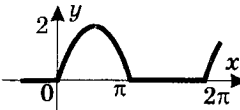
К-1 (КП-1)	В2
1 а)	$[3;8) \cup (8;+\infty)$
1 б)	$(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$
2 а)	

К-1 (КП-1)	В2
2 б)	
3 а)	9
3 б)	Корней нет
4 а)	$(-\infty; -1] \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$
4 б)	$(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$
5 а)	1
5 б)	

(КП-2)	Б1	Б2	В1	В2
1	—	—	$x^2 + x; 2x + 1$	$x^2 + 2x - 1; x$
2	-3; 2; 4	-2; 3; 4	-2; 1; 1; 3	-1; -1; 2; 3
3	$-4x$	$4x - 2$	$-2x^2 - x + 5$	$2x^2 + x - 2$
5	8; -4	8; 16	3; -4	3; 4

К-2 (КП-3)	А1	А2	Б1
1а)	0	0	2
1б)	1	-1	1
2	0	0	-1
3а)	$-\cos^2 \alpha$	$-\sin^2 \alpha$	$\cos 2\alpha$

К-2 (КП-3)	A1	A2	B1
36)	1	$\cos 2\alpha$	$-\sin 4\alpha$
5			

К-2 (КП-3)	B2	B1	B2
1а)	2	0	0
16)	1	0	0
2	-1	2	-2
3а)	$\cos 2\alpha$	$\sin^2 \alpha$	$-\frac{1}{\sin 4\alpha}$
36)	$\sin 4\alpha$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\frac{1}{\cos \alpha}$
5			

К-3 (КП-4)	A1	A2	B1
1а)	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$ *	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$

* Здесь и далее $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{Z}$.

К-3 (КП-4)	A1	A2	B1
1б)	$\frac{\pi}{3} + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\arctg 5 + \pi n, -\frac{\pi}{4} + \pi k$
1в)	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$2\pi n, (-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k$
1г)	πn	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$
2а)	$\left(\frac{2\pi}{3} + 4\pi n; \frac{10\pi}{3} + 4\pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
2б)	$\left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi n}{2}\right)$
3	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi k\right)$	$\left(\pi + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{3} + \pi k; \pi k\right), \left(\pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right)$

К-3 (КП-4)	B2	B1	B2
1а)	$\frac{\pi}{6} + \pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$	$\frac{\pi n}{2}$
1б)	$-\arctg 3 + \pi n,$ $\frac{\pi}{4} + \pi k$	$2 \arctg 2 + 2\pi k,$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-2 \arctg \frac{1}{2} + 2\pi k,$ $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$
1в)	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$	$\frac{\pi n}{2}, \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \pm \frac{\pi}{3} + \pi k$
1г)	$\pi + 2\pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$	$-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$
2а)	$\left(2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$	$\left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{12} + \pi n\right]$	$\left[-\frac{7\pi}{12} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n\right]$
2б)	$\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right)$	$(4\pi n; \pi + 4\pi n)$	$\left[\frac{\pi}{2} + 3\pi n; \frac{5\pi}{4} + 3\pi n\right)$
3	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} - \pi k\right)$	$\left(\pi + 2\pi n; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right)$

(КП-5)	Вариант Б 1	Вариант Б 2
1 а)	$2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\pi + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n$
1 б)	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$2\pi n$
2 а)	$\left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right)$
2 б)	$\left[\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}\right]$
2 в)	$\left(\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{7\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{7\pi}{12} + \pi n; \frac{\pi}{12} + \pi n\right)$
3	$(\pi + 2\pi k; 2\pi n)$	$(2\pi n; \pi + 2\pi k)$
4	$-0,5; 0$	$0,25; 1$
5*	$a = 0; 1 \leq a \leq 3$	$a = 0; 3 \leq a \leq 5$

(КП-5)	Вариант В 1	Вариант В 2
1 а)	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	$-\pi + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
1 б)	$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$16\pi n$
2 а)	$\left(\frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right)$
2 б)	$\left(\frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}\right)$
2 в)	$\left\{-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right\} \cup \left[\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right]$	$\{2\pi n\} \cup \left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right]$

(КП-5)	Вариант В 1	Вариант В 2
3	$\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right),$ $\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right),$ $\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right),$ $\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right),$ $\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right)$
4	$1; \frac{\pi}{3}$	$0; \frac{\pi}{6}$
5*	$a \leq -\frac{1}{3}, a \geq 1$	$a \leq -\frac{1}{4}, a \geq \frac{1}{6}$

К-4 (КП-6)	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	2	3	1	1	1	-1
1б)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	3	3	6	3
2а)	± 3	± 10	1	32	4	5
2б)	4	3	-1	-1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{4}{5}$
2в)	-1	-2	6	5	1	2
2г)	-1; 0	0; 3	$\pm 3; 7$	-3; 1; 4	8	1
3	(1; 4), (4; 1)	(9; 1), (-1; -9)	(4; -3), $\left(\frac{1}{4}; 3\frac{3}{4}\right)$	(4; 0)	(25; 9), $\left(12\frac{1}{4}; 20\frac{1}{4}\right)$	(4; 1)
4	$a \geq 2$	$a \leq -3$	$(-2; 0) \cup (1; 3)$	$(-3; -1) \cup (0; 4)$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; -2]$

	A2	B1
	3	$-1; \frac{4}{9}$
	1	0
	$-1; 2$	1
	$(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$
∞)	$\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$	$[-4; 3]$
о)	$(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$	$(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$
	$(1; 3); (3; 1)$	$(1; -1)$
	$\frac{1}{3}; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\left[\frac{1}{4}; 1\right]; \left[1\frac{1}{2}; 3\right];$ у второй

	B1	B2
	$1; -\frac{23}{6}$	$1; -\frac{11}{4}$
	0,5	0
	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	πn
2)	$(-3; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 2) \cup (2; +\infty)$
$[-5; +\infty)$	$[-1; 3]$	$(-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$
]	$(-\infty; -1]$	$[1; +\infty)$
2)	-1	1
; у первой	-3 и 5	-2 и 4

К-6 (КП-8)	A1	A2	Б1	Б2	В1	В2
1а)	1	30	3	24	24,5	1,5
1б)	1	3	2	3	2	-2
2а)	-2; 1	-2; 5	3	2	3	4
2б)	1	-1	$2; \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$	$3; \sqrt[3]{3}$	$\frac{1}{9}; 3$	$\frac{1}{625}; 5$
3а)	$[-1; 2)$	$\left(\frac{1}{3}; 1\right]$	$(2; 3]$	$(-4; 2]$	$(1; 2)$	$(1; 2)$
3б)	$(2; 4)$	$(1; 4)$	$(0; 0,04) \cup (5; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right) \cup (2; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup [16; +\infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right] \cup [4; +\infty)$
4	$(7; 2)$	$(9; 1)$	$(2; -1)$	$(3; 2)$	$(27; 4)$	$(125; 4); (625; 3)$
5	$\frac{1}{8}; 2$	$\frac{1}{3}; 27$	$3; 27$	$\frac{1}{8}; 2$	4	6

(КП-9)	Б1	Б2
1 а)	3	4;
1 б)	$\frac{1}{4}; 1$	$\frac{1}{3}; 3$
2	$(0; 1) \cup (5; \infty)$	$(0; 1) \cup (2; 3)$
3 а)	2	-1
3 б)	1	0
4	$(1; 1); (3; 3)$	$(-1; -1); (1; 1)$
5	$(-\infty; 0) \cup \{4\}$	$\{-3\} \cup (0; \infty)$

(КП-9)	B1	B2
1 а)	$-1; 2; 4$	$-1; 1; 3$
1 б)	$\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 2; \frac{1}{2}$	$3; \frac{1}{3}$
2	$(-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right] \cup [1; \infty)$	$\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{3}, 0\right] \cup [1; \infty)$
3 а)	1	6
3 б)	$3; \frac{1}{81}$	$2; \frac{1}{4}$
4	$(9; 3), (3; 9)$	$(4; 2), \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$
5	$a \leq 0, a = 1$	$a \leq 0, a = 1$

ОТВЕТЫ К ДОМАШНИМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ

С-18*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
1б)	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
1в)	$(-1; 1)$	$[-1; 0) \cup (0; 1]$
1г)	R	R
1д)	$[-1; 1]$	R
2а)	$\frac{120}{169}$	$\frac{5}{\sqrt{26}}$
2б)	5	$\frac{7}{24}$
2в)	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{7}{5\sqrt{2}}$
3а)	$4\pi - 10$	$6 - 2\pi$
3б)	$-\frac{\pi}{10}$	$\frac{5\pi}{8}$
4а)	$[-2; -1] \cup [0; 1]$	$[-2; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; 2]$
4б)	$[1; 2]$	$(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
5а)	$D(f) = [-1; 0]; E(f) = \left[0; \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right]$	$D(f) = [-1; 0) \cup (0; 1];$ $E(f) = \left(-\infty; -\frac{2}{\pi}\right) \cup \left(\frac{2}{\pi}; +\infty\right)$
5б)	$D(f) = [0; +\infty), E(f) = [0; \pi)$	$D(f) = [0; +\infty), E(f) = \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$
6а)	-1	$\frac{1}{3}$
6б)	$2\sqrt{3} - 1$	1,5
6в)	-2	1
6г)	$\operatorname{ctg} 2$	$\operatorname{tg} 0,5$

С-33*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$-7; 8$	$0; 5$
1б)	1	4
1в)	$2 - 2\sqrt{3}; 2$	$1 + \sqrt{6}$
1г)	3	$1; 2; 10$
1д)	8	$-15; 1$
1е)	4	9
1ж)	4	-1
1з)	± 2	± 6
1и)	$[3; 8]$	Корней нет
1к*)	$0,5$	1
2а)	$(-\infty; -1] \cup (8; +\infty)$	$(-\infty; -4]$
2б)	$[2,5; 3)$	$[2; 3)$
2в)	$[5; 6) \cup (9; 10]$	$\left[\frac{1}{2}; 1\right)$
2г)	$[-2; -1] \cup \{3\}$	$\{-3\} \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$
2д)	$[1; +\infty)$	$\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$
3а)	$(3; 1)$	$(2; 3); \left(\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}\right)$
3б)	$(10; 6)$	$(5; 4)$
3в)	$(1; 81); (81; 1)$	$(64; 1)$

С-36*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$0; 1$	$0; 3$
1б)	$-1; -4$	$-2; -3$
1в)	$3; 2\frac{1}{4}$	$1,5$
1г)	± 1	± 1

С-36*	Вариант 1	Вариант 2
1д)	$\frac{\pi n}{2}$	$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$
1е)	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n; \pm \arctg 2 + \pi k$	πn
1ж)	± 2	2
1з)	3	7
1и)	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
1к)	2	1
1л)	Корней нет	2
2а)	$(-\sqrt{7}; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; \sqrt{7})$	$\left[-\frac{1}{5}; 7\right]$
2б)	$(3; +\infty)$	$(2; +\infty)$
2в)	$[-2; 0] \cup [2; +\infty)$	$[-\infty; -9] \cup [0; 9]$
2г)	$(2; +\infty)$	$[0; +\infty)$
2д)	$(-1; 2] \cup [3; +\infty)$	$[-2; -1] \cup [1; +\infty)$

С-40*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	21	24
1б)	12	9
1в)	16	8
1г)	0; 1,75	-1; 0,75
1д)	10; 100	$\frac{1}{2}; 8$
1е)	$\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
1ж)	$1; \frac{1}{\sqrt{2}}; 4$	$\sqrt{3}; 3$
1з*)	$\frac{1}{4}; 2$	$\frac{1}{81}; 3$

С-40*	Вариант 1	Вариант 2
1и*)	2	16
2а)	$(-4; -3] \cup [8; +\infty)$	$(2; 3] \cup [5; +\infty)$
2б)	$\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup \left[\log_2 \frac{4}{3}; +\infty\right)$	$[1; 2)$
2в)	$(0; 1) \cup (2; 8)$	$(0; 0,1) \cup (1; 1000)$
2г)	$(3; +\infty)$	$(4; +\infty)$
2д)	$(4 - \sqrt{2}; 3) \cup (4 + \sqrt{2}; +\infty)$	$(-1, 5; -1) \cup (4; +\infty)$
2е)	$(\log_3 10; +\infty)$	$(\log_4 13; 2]$
2ж)	$\left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup \left[1; 2\frac{1}{3}\right)$	$(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
2з*)	$\left(0; 2^{\sqrt{2\log_2 \frac{4+\sqrt{5}}{2}}}\right] \cup \left[2^{\sqrt{2\log_2 \frac{4+\sqrt{5}}{2}}}; +\infty\right)$	$\left(0; 3^{\sqrt{0,5\log_3 \frac{3+\sqrt{3}}{2}}}\right] \cup \left[3^{\sqrt{0,5\log_3 \frac{3+\sqrt{2}}{2}}}; +\infty\right)$
3а)	$(2; 3); (3; 2)$	$(125; 4); (4; 125)$
3б)	$\left(0,001; \frac{1}{2}\right); \left(1000; -\frac{1}{2}\right)$	$(2; 10); (-2; 0,1)$
3в)	$(3; 3)$	$\left(4; \frac{1}{4}\right)$

С-42*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$-2 \pm \sqrt{\log_3 \frac{81}{25}}$	$1 \pm \sqrt{\log_5 640}$
1б)	$\pm \frac{1}{\log_2 2,5}$	$0; \frac{1}{\log_2 \frac{2}{3}}$
1в)	$2; -\frac{1}{\lg 5}$	$2; -\log_3 6$
2а)	$8; \frac{1}{4}$	$9; \frac{1}{3}$

С-42*	Вариант 1	Вариант 2
2б)	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm \frac{1}{\sqrt{2}}}$	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm \frac{\sqrt{2}}{3}}$
2в)	$4^{\pm \sqrt{2}}$	$3; 3^9$
2г)	$3; \frac{1}{3}$	$6; \frac{1}{6}$
3а)	$(3; 1); (3; -1)$	$(1; 10); (-1; 10)$
3б)	$(4; 9); \left(-2; \frac{1}{81}\right)$	$(16; 3); \left(\frac{1}{64}; -2\right)$
3в)	$(8; 2); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$	$(5; 25); \left(\frac{1}{25}; \frac{1}{5}\right)$
4а)	2	4
4б)	1	1

ЛИТЕРАТУРА

1. Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни. – М.: Илекса, 2011. – 480 с.
2. Нелин Е.П., Лазарев В.А. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни. – М.: Илекса, 2011. – 432 с.
3. Нелин Е.П. Алгебра 7-11 классы. Определения, свойства, методы решения – в таблицах. Серия «Комплексная подготовка к ЕГЭ и ГИА». – М.: Илекса, 2011. – 128 с.
4. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
5. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Начала анализа. Справочное пособие. – М.: Наука, 1990. – 608 с.
6. Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике. — М: ИЛЕКСА, 2007. — 252 с.
7. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами.— М: Илекса, 2007.— 336 с.
8. Ершова А.П., Голобородько В.В.: Вся школьная математика в самостоятельных и контрольных работах. Алгебра. 7-11 класс.— М: Илекса, 2010.— 640 с.
9. Куланин Е.Д., Федин С.Н. 5000 конкурсных задач по математике. – М.: АСТ, 1999.– 720 с.
10. Математика. Сборник экзаменационных заданий. Серия: Федеральный банк экзаменационных материалов. – М.: ЭКСМО, 2008. – 240 с.
11. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Алгебраический тренажер: Пособие для школьников и абитуриентов. — М: Илекса, 2007.— 320 с.
12. Субханкулова С.А. Задачи с параметрами. Серия «Математика: элективный курс».— М.: ИЛЕКСА, 2010.— 208 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Оrientировочное тематическое планирование
курса алгебры и начал математического анализа в 10 классах
по учебнику Нелина Е.П., Лазарева В.А.
(и распределение самостоятельных и контрольных работ)**

Базовый уровень — 2,5 (3) часа в неделю алгебры и начал
математического анализа, всего 85 (102) ч за год.

Профильный уровень* — 4 (5) часов в неделю алгебры и начал матема-
тического анализа, всего 136 (170) ч за год.

№ п/п	Тема урока	Параграф или пункт	Количество часов в неделю				Самостоятельные (контрольные) работы
			Базовый уровень		Профильный уровень		
			2,5 ч в неделю	3 ч в неделю	4 ч в неделю	5 ч в неделю	
1. Функции, уравнения, неравенства			13 часов	15 часов	32 часа	40 часов	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Множества и операции над ними	§ 1	1	1	1	1	С-1
2	Понятие числовой функции. Простейшие свойства числовых функций	§ 2 2.1	1	1	1	1	
3	Свойства и графики основных видов функций	2.2	1	1	1	1	
4	Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований известных графиков функций	2.3	1	1	1	1	
5	Уравнения. Уравнения-следствия и равносильные преобразования уравнений	§ 3 3.1	1	1	1	2	С-2
6	Причины появления посторонних корней и потери корней при решении уравнений	3.1	–	–	1	1	
7	Применение свойств функций к решению уравнений	3.2	1	1	1	2	С-3
8	Неравенства. Равносильные преобразования неравенств	§ 4	1	1	1	2	С-4
9	Метод интервалов	§ 4	1	1	1	2	

* Серым цветом залиты номера тем, которые не являются обязательными при обучении на базовом уровне.

1	2	3	4	5	6	7	8
10	Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля	§ 5	1	1	2	2	C-5
11	Построение графиков функций вида $y = f(x) \pm g(x)$, $y = \frac{1}{f(x)}$	§ 6	—	—	1	1	C-6
12	Построение графиков уравнений и неравенств с двумя переменными	§ 6	1	1	2	2	
13	Уравнения и неравенства с параметрами. Решение уравнений и неравенств с параметрами	§ 7 7.1	—	1	1	1	C-7
14	Исследовательские задачи с параметрами	7.2	—	1	1	1	
15	Использование условий расположения корней квадратного трехчлена относительно заданных чисел для решения задач с параметрами	7.3	—	—	1	2	
16	Решение задач		1	1	2	2	
17	Тематическая контрольная работа		1	1	1	1	К-1 (КП-1)
18	Метод математической индукции	§ 8	—	—	1	1	C-8
19	Делимость целых чисел. Сравнение по модулю m . Решение уравнений в целых числах	§ 9	1	1	2	3	
20	Многочлены от одной переменной и их тождественное равенство	§ 10 10.1	—	—	1	1	C-9
21	Действия над многочленами. Деление многочлена на многочлен с остатком	§ 10 10.2	—	—	1	1	
22	Теорема Безу. Корни многочленов. Формулы Виета	10.3	—	—	1	2	
23	Схема Горнера	10.4	—	—	1	1	
24	Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами	10.5	—	—	1	2	
25	Решение задач		—	—	3	3	
26	Тематическая контрольная работа (на профильном уровне)		—	—	1	1	КП-2

1	2	3	4	5	6	7	8
2. Тригонометрические функции			12 часов	14 часов	20 часов	25 часов	
27	Радийанная мера углов	§ 11	1	1	1	1	С-10
28	Тригонометрические функции угла и числового аргумента	§ 12	1	1	1	1	
29	Свойства тригонометрических функций (знаки тригонометрических функций; четность и нечетность; периодичность)	§ 13	1	1	1	1	
30	Свойства функций синуса, косинуса, тангенса и котангенса и их графики	§ 14	1	1	1	1	С-11, С-12
31	Построение графиков тригонометрических функций	§ 14	1	1	1	2	
32	Решение задач		1	1	2	2	
33	<i>Тематическая самостоятельная работа (на профильном уровне)</i>		–	–	1	1	
34	Соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента	§ 15	1	1	1	1	С-13
35	Формулы сложения	§ 16 16.1	1	1	1	1	С-14
36	Формулы двойного аргумента	16.2			1	1	
37	Формулы приведения	16.3	1	1	1	1	
38	Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение	16.4	1	1	1	2	С-15
39	Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму	16.4			1	1	
40	Формулы тройного аргумента	16.5	–	–	1	1	С-16
41	Формулы половинного аргумента	16.5	–	1	1	1	
42	Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента	16.5	–		1	1	
43	Формула преобразования выражения $a \sin \alpha + b \cos \alpha$	16.6	–	1	1	1	
44	Решение задач		1	1	1	4	
45	<i>Тематическая контрольная работа</i>		1	1	1	1	К-2 (КП-3)

1	2	3	4	5	6	7	8
3. Тригонометрические уравнения и неравенства			16 часов	20 часов	24 часа	30 часов	
46	Обратная функция. Нахождение формулы обратной функции	§ 17	1	1	1	1	C-17, C-18
47	Функция $y = \arcsin x$	§ 18 18.1	1	1	1	1	
48	Функция $y = \arccos x$	18.2				1	
49	Функция $y = \arctg x$	18.3	1	1	1	1	
50	Функция $y = \operatorname{arcc}tg x$	18.4				1	
51	Уравнение $\cos x = a$	§ 19 19.1	1	1	1	1	C-19
52	Уравнение $\sin x = a$	19.1	1	1	1	1	
53	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	19.2	1	1	1	1	
54	Уравнение $\operatorname{ctg} x = a$						
55	Замена переменных при решении тригонометрических уравнений	§ 20 20.1	1	1	1	1	C-20
56	Решение тригонометрических уравнений приведением к одной функции (с одинаковым аргументом)	20.2	1	1	1	1	
57	Решение однородных тригонометрических уравнений и приведение тригонометрического уравнения к однородному	20.3	1	1	1	1	
58	Решение тригонометрических уравнений вида $f(x) = 0$ с помощью разложения на множители	20.4	1	1	1	1	
59	Отбор корней тригонометрических уравнений	20.5	1	1	2	2	C-21
60	Решение систем тригонометрических уравнений	§ 21	1	1	1	1	
61	<i>Тематическая контрольная работа</i>		1	1	1	1	К-3 (КП-4)
62	Примеры решения более сложных тригонометрических уравнений	§ 22	1	1	1	1	C-22
63	Примеры решения более сложных систем тригонометрических уравнений	§ 22	–	–	1	1	C-23

1	2	3	4	5	6	7	8
64	Решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями	§ 22	–	–	1	1	C-18
65	Тригонометрические уравнения с параметрами	§ 23 23.1	–	1	1	2	C-24
66	Исследовательские тригонометрические уравнения с параметрами	23.2	–	1	1	3	
67	Решение простейших тригонометрических неравенств с помощью единичного круга (или с помощью графика)	§ 24	1	1	1	1	C-25
68	Способы решения более сложных тригонометрических неравенств	§ 24	–	1	1	1	C-26
69	Решение тригонометрических неравенств методом интервалов	§ 24	–	–	1	1	
70	Решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем <i>Тематическая самостоятельная работа (на базовом уровне)</i>	§ 23, § 24	1	2	1	2	C-22, C-25
71	<i>Тематическая контрольная работа (на профильном уровне)</i>		–	–	1	1	(КП-5)
4. Степенная функция			12 часов	15 часов	20 часов	25 часов	
72	Корень n -й степени и его свойства	§ 25	1	1	1	1	C-27
73	Преобразование выражений, которые содержат корни n -й степени	§ 25	1	1	1	1	
74	Решение иррациональных уравнений	§ 26	1	1	1	1	C-28, C-31
75	Решение иррациональных уравнений с помощью замены переменных	§ 26	1	1	1	1	
76	Решение систем иррациональных уравнений	§ 26	1	1	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8
77	Степень с рациональным показателем и её свойства	§ 27	1	1	1	1	С-29
78	Решение задач		–	1	1	1	
79	Понятие о степени с иррациональным показателем. Решение задач	§ 27 27.1	1	1	1	1	
80	Степенная функция, её свойства и график	27.2	1	1	1	1	
81	Применение свойств функции к решению иррациональных уравнений	§ 28 28.1	1	1	1	1	С-30
82	Другие способы решения иррациональных уравнений	28.2	1	1	2	2	
83	Решение иррациональных неравенств методом интервалов	§ 29	1	1	1	1	С-31
84	Решение иррациональных неравенств с помощью равносильных преобразований	§ 29	–	–	1	1	
85	Решение иррациональных неравенств	§ 29	–	1	1	1	
86	Решение иррациональных уравнений с параметрами	§ 30	–	–	1	1	С-32
87	Решение иррациональных неравенств с параметрами	§ 30	–	–	1	1	
88	Решение задач		1	1	1	1	С-33
89	<i>Тематическая контрольная работа</i>		1	1	1	1	К-4 (КП-6)
5. Показательная и логарифмическая функции			26 часов	30 часов	32 часа	40 часов	
90	Показательная функция, её свойства и график	§ 31	1	1	1	1	С-34
91	Простейшие показательные уравнения	§ 32 32.1	1	1	1	1	
92	Сведение некоторых показательных уравнений к простейшим	32.1	1	1	1	1	
93	Решение более сложных показательных уравнений	32.2	1	1	1	1	
94	Решение показательных уравнений	32.2	–	1	–	1	
95	Решение систем уравнений, которые содержат показательные функции	32.2	1	1	1	1	

1	2	3	4	5	6	7	8
96	Решение простейших показательных неравенств	32.3	1	1	1	1	С-35
97	Решение более сложных показательных неравенств	32.3	1	1	1	1	
98	Решение более сложных показательных неравенств (метод интервалов)	32.3	1	1	1	1	
99	Решение показательных уравнений, неравенств, систем	32.3	1	1	1	1	С-36
100	Тематическая контрольная работа		1	1	1	1	К-5 (КП-7)
101	Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество	§ 33	1	1	1	1	С-37
102	Основные свойства логарифмов	§ 33	1	1	1	1	
103	Формула перехода от одного основания логарифмов к другому	§ 33	1	1	1	1	
104	Логарифмирование и потенцирование	§ 33	1	1	1	1	
105	Логарифмическая функция, ее свойства и график	§ 34	1	1	1	1	
106	Применение свойств логарифмической функции к решению упражнений	§ 34	1	1	1	1	С-38
107	Решение простейших логарифмических уравнений	§ 35 35.1	1	1	1	1	
108	Решение логарифмических уравнений способом замены	35.1	1	1	1	1	
109	Решение более сложных логарифмических уравнений	35.1	1	1	1	1	
110	Решение систем уравнений, которые содержат логарифмические функции	35.1	1	1	1	1	С-39
111	Решение простейших логарифмических неравенств	35.2	1	1	1	1	
112	Решение более сложных логарифмических неравенств	35.2	1	1	1	1	
113	Решение логарифмических неравенств методом интервалов	35.2	1	1	1	1	
114	Решение логарифмических уравнений, неравенств, систем		1	1	1	2	С-40

1	2	3	4	5	6	7	8
115	Тематическая контрольная работа		1	1	1	1	К-6 (КП-8)
116	Показательно-степенные уравнения	§ 36	–	1	1	1	С-41
117	Решение систем, которые содержат показательно-степенные выражения	§ 36	–	–	–	1	
118	Решение показательно-степенных неравенств	§ 36	–	–	1	1	
119	Применение свойств функций к решению показательных и логарифмических уравнений	§ 37	1	1	1	2	С-42, С-43
120	Решение показательных и логарифмических уравнений разными способами	§ 37	–	1	1	2	
121	Показательные и логарифмические уравнения с параметрами	§ 37	–	1	1	2	
122	Показательные и логарифмические неравенства с параметрами	§ 37	–	–	1	2	
123	Решение задач по теме		–	–	–	1	
124	Тематическая контрольная работа (на профильном уровне)		–	–	1	1	(КП-9)
Повторение. Решение задач			6 часов	8 часов	8 часов	10 часов	

СОДЕРЖАНИЕ

ФУНКЦИИ, УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА	5
С-1. Числовые функции, их свойства и графики.....	5
С-2. Уравнения	7
С-3. Применение свойств функций к решению уравнений	10
С-4. Неравенства. Метод интервалов	12
С-5. Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля	14
С-6. Построение графиков функций, уравнений и неравенств	17
С-7. Уравнения и неравенства с параметрами	19
К-1 (КП-1). Функции, уравнения, неравенства.....	20
С-8. Метод математической индукции. Делимость целых чисел	24
С-9. Многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Формулы Виета.....	25
(КП-2). Многочлены и их корни. Метод математической индукции	27
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ	30
С-10. Радианная мера углов. Тригонометрические функции угла и числового аргумента	30
С-11. Свойства и графики тригонометрических функций	32
С-12*. Исследование тригонометрических функций и построение их графиков (домашняя практическая работа)	36
С-13. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента	37
С-14. Формулы сложения. Формулы двойного аргумента. Формулы приведения	39
С-15. Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.....	42
С-16. Формулы половинного аргумента. Формулы преобразования вы- ражения $a \sin x + b \cos x$	44
К-2 (КП-3). Тригонометрические функции	46
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА	50
С-17. Обратная функция. Обратные тригонометрические функции.....	50
С-18*. Применение свойств обратных тригонометрических функций (домашняя самостоятельная работа)	53
С-19. Простейшие тригонометрические уравнения.....	55
С-20. Тригонометрические уравнения.....	57
С-21. Отбор корней тригонометрических уравнений. Системы уравнений	58
К-3 (КП-4). Тригонометрические уравнения и неравенства.....	60
С-22. Более сложные тригонометрические уравнения	62
С-23. Системы тригонометрических уравнений	64

С-24. Тригонометрические уравнения с параметрами	65
С-25. Простейшие тригонометрические неравенства.....	67
С-26. Более сложные тригонометрические неравенства	68
(КП-5). Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы	69
СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ.....	72
С-27. Корень n -ой степени и его свойства	72
С-28. Иррациональные уравнения	75
С-29. Степень с рациональным показателем и ее свойства	77
С 30. Методы решения иррациональных уравнений.....	81
С-31. Системы иррациональных уравнений. Иррациональные неравенства.....	82
С-32. Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами	84
С-33*. Методы решения иррациональных уравнений, неравенств, систем (домашняя самостоятельная работа)	86
К-4 (КП-6). Степени и корни.....	88
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ.....	92
С-34. Показательные уравнения и их системы	92
С-35. Показательные неравенства	93
С-36*. Методы решения показательных уравнений и неравенств (домашняя самостоятельная работа)	95
К-5 (КП-7). Показательная функция.....	97
С-37. Логарифм. Свойства логарифмов	100
С-38. Логарифмические уравнения и их системы	103
С-39. Логарифмические неравенства	104
С-40*. Методы решения логарифмических уравнений, неравенств и систем (домашняя самостоятельная работа)	106
К-6 (КП-8). Логарифмическая функция	108
С-41. Показательно-степенные уравнения и неравенства	111
С-42*. Применение логарифмов к решению трансцендентных уравнений и систем (домашняя самостоятельная работа)	112
С-43. Показательные и логарифмические уравнения. Задачи с параметрами	113
(КП-9) Показательно-степенные уравнения и неравенства. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства ..	115
ОТВЕТЫ.....	117
Ответы к контрольным работам	117
Ответы к домашним самостоятельным работам	128
ЛИТЕРАТУРА.....	133
ПРИЛОЖЕНИЕ.	
ОРИЕНТИРОВОЧНОЕ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ.....	134
СОДЕРЖАНИЕ	142

Для детей старше шести лет.
В соответствии с Федеральным законом
от 29 декабря 2010 г. № 436-ФЗ.

Учебное издание

Алла Петровна Ершова
Евгений Петрович Нелин

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам математического анализа для 10 класса

Подписано в печать 20.12.2012. Формат 60×88/16.

Уч.-изд. л. 8,80. Тираж 3000 экз. Заказ № 8125.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов.

610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36

<http://www.gipp.kirov.ru>; e-mail: order@gipp.kirov.ru