MINISTERUL EDUCAŢIEI
ŞI CERCETĂRII
AL REPUBLICII MOLDOVA

AGENŢIA NAŢIONALĂ
PENTRU CURRICULUM ŞI
EVALUARE

Raionul ______________________

Localitatea ______________________

Instituţia de învăţământ ______________________

____

Numele, prenumele elevului ______________________

MATEMATICA

CICLUL LICEAL
SIMULARE MATEMATICA.MD
Profil real
25 mai 2022
Timp alocat: 180 de minute

Rechizite şi materiale permise: *pix cu cerneală albastră, creion, riglă, radieră.*

Instrucţiuni pentru candidat:

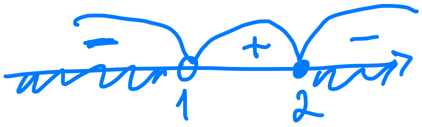
- Citeşte cu atenţie fiecare item şi efectuează operaţiile solicitate.
- Lucrează independent.

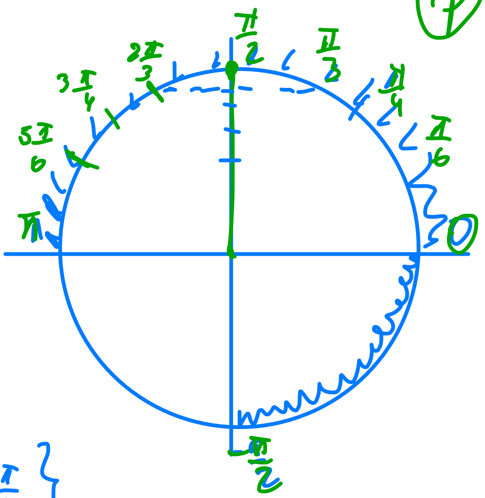
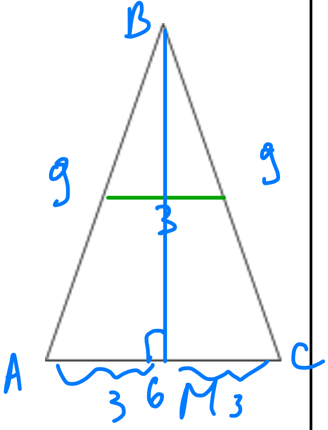
Îţi dorim mult succes!

Punctaj acumulat _________

@matematica.md

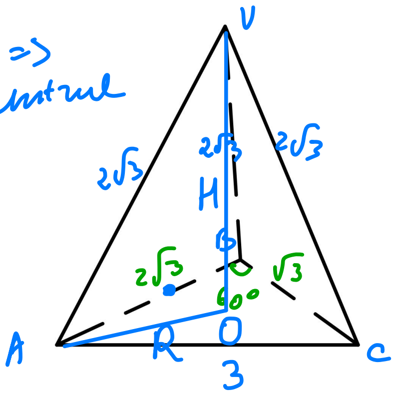
SIMULARE BAC MATEMATICA REAL 2022 de la MATEMATICA.MD

Nr.	**Item**	**Scor**	
	ALGEBRĂ @matematica.md		
1.	Să se calculeze valoare expresiei: $\sqrt[3]{27^{log_3 2-1}}$ $= \sqrt[3]{\frac{27^{\log_3 2}}{27^1}}$ (1p) $=$ *Rezolvare:* $= \sqrt[3]{\frac{3^{3\log_3 2}}{3^3}}$ (1p) $= \sqrt[3]{\frac{3^{\log_3 8}}{3^3}}$ (1p) $= \sqrt[3]{\frac{8}{3^3}}$ (1p) $= \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}} = \frac{2}{3}$ *Răspuns:* $\frac{2}{3}$ (1p)	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
2.	Rezolvați în R inecuația $\frac{x}{x-1} \le 2$. *Rezolvare:* ① DVA: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ ✓ (1p) ② $\frac{x}{x-1} - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x-1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow 1x = 2x-2 \Leftrightarrow$ $1x - 2x = -2 \Leftrightarrow -1x = -2 \Leftrightarrow x = 2$ ✓ (1p) ③  (1p) *Răspuns:* (1p) (1p) $S=(-\infty;1)\cup[2;+\infty)$	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
3.	Aflați modulul numărului complex z, pentru care $z(1-i)^2 = 4+3i$, unde $i^2 =- 1$. *Rezolvare:* $(1-i)^2 = 1^2 - 2\cdot 1\cdot i + i^2 = 1-2i+i^2 = 1-2i+(-1) = -2i$ (2p) $(1-i)^2 = (1-i)\cdot(1-i) = 1-1i-1i+i^2 = 1-2i+i^2 = -2i$ $z(-2i) = 4+3i \Leftrightarrow z = {}^{i)}\frac{4+3i}{-2i}$ (1p) $\frac{4i+3i\cdot i}{-2i\cdot i} = \frac{4i+3i^2}{-2i^2} \Rightarrow$ $z = \frac{4i-3}{-2\cdot(-1)} = \frac{-3+4i}{2} = -\frac{3}{2}+2i$ (2p) $\lvert z\rvert = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{2}\right)^2} =$ (2p) $= \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{16}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ *Răspuns:* $\frac{5}{2}.$ (1p)	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
4.	Determinați restul împărțirii polinomului $P(X) =- X^2 + (m-1)X + 3$ la $X + 2$, dacă împărțit la $X - 1$ obținem restul 5. *Rezolvare:* $X-1=0$ $X=1$ $\underline{P(1)} = 5$ (1p) $-1^2+(m-1)\cdot 1+3 = 5$ (1p) $-1+m-1+3=5$ $m = 5-3+1+1$ $m = 4$ (2p) $P(x) = -X^2+3X+3$ (1p) $X+2=0$ $X=-2$ (1p) $P(-2) = -(-2)^2+3\cdot(-2)+3$ (1p) $P(-2) = -4-6+3 = -7$ *Răspuns:* $-7.$ (1p)	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

5.	Aflați valorile reale ale lui $x \in (-\frac{\pi}{2}; \pi)$, pentru care matricea A nu este inversabilă, unde $A=\begin{pmatrix}-\sin 2x & \cos x \\ -\sqrt{3} & 1\end{pmatrix}$. $\det A = 0$ 1p $-\cancel{1}\sin 2x + \sqrt{3}\cos x = 0$ *Rezolvare:* $-2\sin x \cos x + \sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(-2\sin x + \sqrt{3}) = 0$ 1p 1p $\left[\begin{array}{l}\cos x = 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$ 2p $\left.x \in (-\frac{\pi}{2}; \pi)\right\}$  $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$ 1p 1p 1p *Răspuns:* $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
	GEOMETRIE **@matematica.md**		
6.	Linia mijlocie corespunzătoare bazei unui triunghi isoscel are lungimea de 3 *cm*, iar latura laterală a triunghiului este de 9 *cm*. Aflați înălțimea corespunzătoare bazei triunghiului. *Rezolvare:* $AC = 6$ cm 2p $AM = 3$ cm 1p  $BM = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{81 - 9} =$ 1p $= \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$ cm. 1p *Răspuns:* $6\sqrt{2}$ cm.	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5

7\.

Baza piramidei este un triunghi cu laturile de $\sqrt{3}$ *cm* și $2\sqrt{3}$ *cm*, iar unghiul dintre ele de măsură 60°. Determinați volumul piramidei, știind că toate muchiile laterale ale piramidei au lungimea de $2\sqrt{3}$ *cm*.



Rezolvare: totate muchiile lat. congruent => piciorul înălțimii pir. coincide cu centrul cercului circumscris Δ ABC (1p)

$V=\frac{1}{3}A_b\cdot H$ $A_{\Delta}=\frac{1}{2}ab\sin\alpha=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sin60^{\circ}=$
$=3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm² (1p)

$A_{\Delta}=\frac{a\cdot b\cdot c}{4R}\Leftrightarrow R=\frac{a\cdot b\cdot c}{4A_{\Delta}}$ (1p)

$AC^2=(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\cos60^{\circ}$ (1p)
$=4\cdot3+3-2\cdot2\cdot3\cdot\frac{1}{2}=9$; $AC=3$ cm (1p)

$R=\frac{\cancel{2}\sqrt{3}\cdot\cancel{\sqrt{3}}\cdot\cancel{3}}{\cancel{4}\cdot\frac{\cancel{3\sqrt{3}}}{\cancel{2}}}=\sqrt{3}$ cm (1p)

$VO=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-\sqrt{3}^2}=\sqrt{12-3}=3$ cm. (1p)

$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm³ (1p)

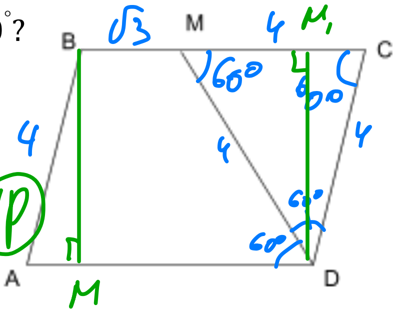
Răspuns: $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm³

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

8\.

Bisectoarea *DM* a unghiului obtuz al paralelogramului *ABCD* împarte latura mai mare în două segmente de lungime $BM=\sqrt{3}\ cm$ și $MC=4\ cm$. Care este aria trapezului *ABMD* dacă măsura unghiului obtuz al paralelogramului este de 120°?



Rezolvare:

$m(\angle ADM)=60^{\circ}=m(\angle MDC)$ (1p)

Deoarece $BC \parallel AD \Rightarrow m(\angle DMC)=60^{\circ}$ (1p)

Avem că Δ MCD - echilateral => (1p)

$MC=CD=MD=4$ cm (1p)

$A_{trapez}=\frac{a+b}{2}\cdot h$

$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BM=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ cm. (2p)

$A_{trapez}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}+4}{2}\cdot2\sqrt{3}=3+3+4\sqrt{3}=(6+4\sqrt{3})$ cm². (1p)

Răspuns: $(6+4\sqrt{3})$ cm² (1p)

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

ANALIZĂ MATEMATICĂ

9. Între numerele 20 și 5 scrieți un număr, astfel încât cele trei numere să fie într-o progresie geometrică care conține și termeni negativi.

Rezolvare:

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$b_1 = 20 \quad b_3 = 5$

$b_3 = b_1 \cdot q^{3-1}$

$b_3 = 20 \cdot q^2 = 5$

$q^2 = \frac{5}{20} \quad q^2 = \frac{1}{4}$ (1p) $q = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow q = \pm\frac{1}{2}$ (2p)

C. condiției: $q = -\frac{1}{2}$ (1p)

$b_2 = b_1 \cdot q^{2-1} = b_1 \cdot q = 20 \cdot (-\frac{1}{2}) = -10$

20; x; 5 - prog. geom

$20 \cdot 5 = x^2$ (2p.)

$x^2 = 100$

C. condiției

$x = \pm 10$ (2p) $\Rightarrow$

$x = -10$

Răspuns: -10 (1p)

-10 (1p)

L 0 1 2 3 4 5

L 0 1 2 3 4 5

10. Este dată funcția $f: R \to R,\ f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

a) Determinați intervalele unde funcția f este strict descrescătoare.

Rezolvare: f(x) est strict descrescătoare $f'(x) < 0$ (2p)

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$ (2p)

$$\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} < 0 \Rightarrow 1-x^2 < 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Rightarrow$$ (1p)

$x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$ (2p)

Răspuns: f(x) est strict desc pe $(-\infty;-1)$ și $(1;+\infty)$. (1p)

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

b) Să se scrie asimptota orizontală la $+\infty$ pentru funcția $g: R^* - \{3\} \to R,\ g(x) = \frac{1}{f(x)} - \frac{x^2}{x-3}$.

Rezolvare:

$$y = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{1}{f(x)} - \frac{x^2}{x-3}\right) = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{x^2+1}{x} - \frac{x^2}{x-3}\right) =$$ (1p) (1p)

$x-3$ / x /

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3+x-3x^2-3-x^3}{x(x-3)} =$$ (2p)

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{-3x^2+x-3}{x^2-3x} = -\frac{3}{1} = -3.$$ (2p) (1p)

Răspuns: $y = -3.$ (1p)

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

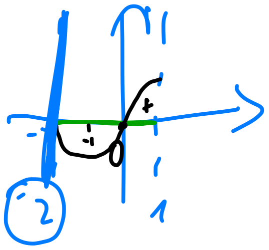
L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

c) Determinați valoare numerică a ariei figurii mărginite de graficul funcției f, de dreptele $x=-2$, $x=1$ și de axa absciselor.

$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ $x=-2$; $x=1$

Rezolvare:

$f(x)=0 \Rightarrow \frac{x}{x^2+1}=0 \Rightarrow x=0$ (1p)



$$A=-\int_{-2}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx+\int_{0}^{1}\frac{x}{y^2+1}dx=$$ (1p)

$$=\left|\begin{array}{l} x^2+1=t \\ x^2=t-1 \\ 2x\,dx=1dt \\ x\,dx=\frac{1}{2}dt \\ x=-2,\ t=5 \\ x=0,\ t=1 \\ x=1,\ t=2 \end{array}\right| = +\int_{1}^{5}\frac{\frac{1}{2}dt}{t}+\int_{1}^{2}\frac{\frac{1}{2}dt}{t}=$$ (1p) (1p)

$$=\frac{1}{2}\ln t\Big|_{1}^{5}+\frac{1}{2}\ln t\Big|_{1}^{2}=$$ (1p)

$$=\frac{1}{2}(\ln 5-\ln 1)+\frac{1}{2}(\ln 2-\ln 1)=$$ (1p) (1p)

$$=\frac{1}{2}\ln 5+\frac{1}{2}\ln 2=\frac{1}{2}(\ln 5+\ln 2)=\frac{1}{2}\ln 10$$ (1p)

Răspuns: $\frac{1}{2}\ln 10$

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

ELEMENTE DE COMBINATORICĂ. BINOMUL LUI NEWTON.
ELEMENTE DE TEORIA PROBABILITĂȚILOR ŞI STATISTICĂ MATEMATICĂ

11. Se aruncă concomitent 3 zaruri. Care este probabilitatea că fața cu număr par va apărea de exact 2 ori?

Rezolvare:

$p=\frac{m}{n}$

① ② ③

$6\cdot 6\cdot 6$

3 + + −
2 + − +
1 − + +

$n=6^3$ (2p)

(1p)

$m=3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=3\cdot 3^3$ (2p)

$$p=\frac{3\cdot 3^3}{6^3}=\frac{3\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}}{\underset{2}{\cancel{6}}\cdot\underset{2}{\cancel{6}}\cdot\underset{2}{\cancel{6}}}=\frac{3}{8}$$ (1p)

Răspuns: $\frac{3}{8}$ (2p)

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

12.

Să se afle termenul care îl conține pe $x^{-\frac{1}{4}}$ în dezvoltarea la putere a binomului $\left(\underbrace{\sqrt[3]{x}}_{}+\underbrace{\sqrt[4]{\frac{1}{x}}}_{}\right)^n$, știind că suma coeficienților binomiali este egală cu 256.

Rezolvare: $2^n = 256 \Leftrightarrow 2^n = 2^8 \Rightarrow n = 8$ 1p

$$T_{k+1} = C_n^k \, \underbrace{a}_{}^{n-k} \, \underbrace{b}_{}^{k}$$

$T_{k+1} = C_8^k \cdot x^{\frac{1}{3}(8-k)}$ 1p $\cdot\, x^{-\frac{1}{4}\cdot k}$ 1p $= C_8^k \cdot x^{\frac{8-k}{3}-\frac{k}{4}}$ 1p $\Rightarrow$

$\frac{8-k}{3} - \frac{k}{4} = -\frac{1}{4}$ 1p $\Big| \cdot 12$

$32 - 4k - 3k = -3 \Leftrightarrow 7k = 35 \Rightarrow k = 5$ 1p

$T_6 = T_{5+1} = C_8^5 \cdot x^{-\frac{1}{4}} = \frac{8!}{5!\,3!}\, x^{-\frac{1}{4}} = \frac{\cancel{6}\cdot 7\cdot 8}{\cancel{2\cdot 3}} = 56\, x^{-\frac{1}{4}}$ 1p

Răspuns: $T_6 = 56\, x^{-\frac{1}{4}}$. 1p

L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

L
0
1
2
3
4
5
6
7
8

PUNCTAJ	25-41	42-57	58-73	74-89	90-95	96-100
NOTA	5	6	7	8	9	10

Anexă

$$\mathcal{A}_{trapez} = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$$(x^{\alpha})' = \alpha\, x^{\alpha-1}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}, g \neq 0$$

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$

$$\mathcal{A}_{\Delta} = \frac{1}{2} a h_a$$

$$\mathcal{V}_{con} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

$$\log_a b^c = c\log_a b,\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b \in \mathbb{R}_+^*, c \in \mathbb{R}$$

$$\log_{a^c} b = \frac{1}{\mathrm{c}}\log_a b,\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b \in \mathbb{R}_+^*, c \neq 0$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c),\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b, c \in \mathbb{R}_+^*$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c},\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b, c \in \mathbb{R}_+^*$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}, \qquad 0 \leq m \leq n$$

$$(x^{\alpha})' = \alpha\, x^{\alpha-1}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k, k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$\log_a b^c = c\log_a b,\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b \in \mathbb{R}_+^*, c \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a b} = b,\ a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\},\ b \in \mathbb{R}_+^*$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \qquad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$\mathcal{A}_{parallelogram} = ab\sin\alpha$$

$$\mathcal{A}_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$y = mx + n, m \neq 0, m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}, n = \lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx)$$

$$\mathcal{V}_{prism} = \mathcal{A}_b \cdot H$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$