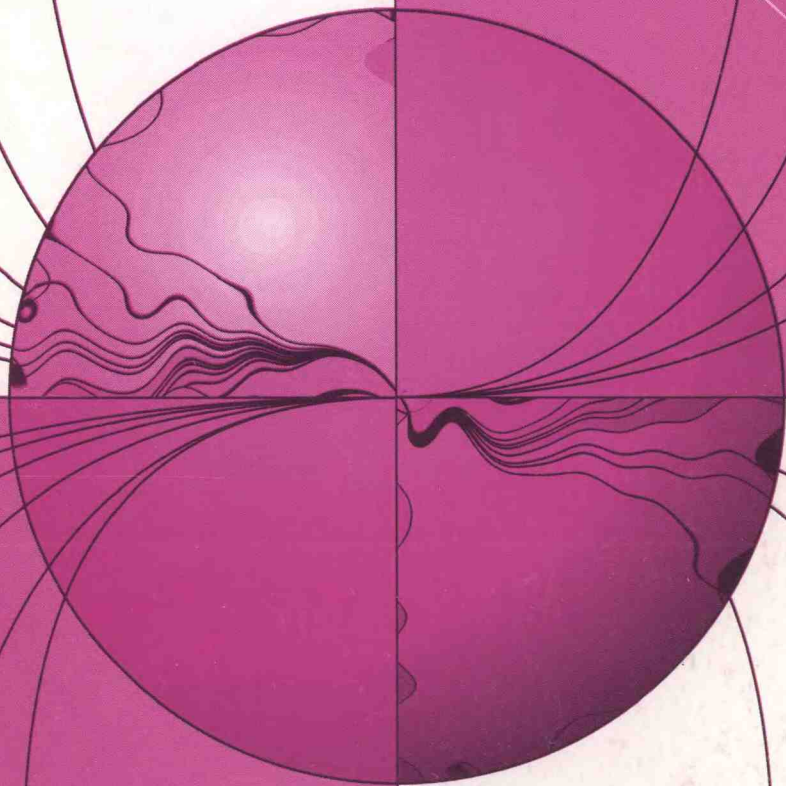


ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

для
подготовки
к письменному
экзамену
в 9
классе



• Просвещение •

ЗАДАНИЯ

**ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ПИСЬМЕННОМУ
ЭКЗАМЕНУ
ПО МАТЕМАТИКЕ
В 9 КЛАССЕ**

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Рекомендовано Департаментом
общего среднего образования
Министерства общего
и профессионального образования
Российской Федерации

2-е издание

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
2000

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
3-15

Авторы:

**Л. И. ЗВАВИЧ, Д. И. АВЕРЬЯНОВ, Б. П. ПИГАРЕВ,
Т. Н. ТРУШАНИНА**

Рецензенты:

учитель-методист школы № 315 Москвы *А. М. Гольдман*
методист кабинета математики Университета педагогического мастерства
Санкт-Петербурга *А. П. Карп*
учитель школы № 114 Москвы *Е. И. Гресь*
учитель школы № 820 Москвы *Е. Н. Меренкова*

Задания для подготовки к письменному экзамену по ма-
3-15 **тематике в 9 классе: Пособие для учителя / Л. И. Звавич,**
Д. И. Аверьянов, Б. П. Пигарев, Т. Н. Трушанина.— 2-е
изд.— М.: Просвещение, 2000.— 112 с.— ISBN 5-09-009861-1.

В сборнике содержатся упражнения, тематика которых соответствует действующей программе по математике. Книга состоит из двух разделов. Первый раздел включает задачи, предназначенные для экзаменов в обычных общеобразовательных школах; второй раздел содержит задачи для математических, экономических, естественно-научных классов. Каждое задание состоит из двух вариантов. Ко всем упражнениям даны ответы.

Замечания и предложения можно направлять в адрес Ассоциации учителей математики: 121096, Москва, а/я 534.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 5-09-009861-1

© Издательство «Просвещение», 1999
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 1999
Все права защищены

ЧАСТЬ I

АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Вычислите наиболее удобным способом (1.101—1.107):

1.101. а) $4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} \cdot 3 - 9\frac{1}{6}$; б) $\frac{13}{15} - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 2\frac{2}{5}$.

1.102. а) $2\frac{3}{4} + (3\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10}) \cdot 1\frac{1}{4}$; б) $(2,125 \cdot 1\frac{15}{17} - 1\frac{7}{12}) : 7,25$.

1.103. а) $(1\frac{18}{25} - 9,12 - 7,4 \cdot (-6\frac{1}{3})) : 5\frac{1}{3}$;

б) $(-6\frac{7}{8} + 1,375 - 5\frac{1}{2} \cdot 0,73) : (-1,73)$.

1.104. а) $(7,42 \cdot \frac{5}{9} - (-11,48) : 1\frac{4}{5}) : 0,35$;

б) $(-5,17 : 1\frac{3}{4} + 1,67 \cdot \frac{4}{7}) \cdot (-1\frac{1}{11})$.

1.105. а) $(0,319 \cdot (-\frac{2}{7}) - 1,781 : 3,5) : 0,048$;

б) $(0,014 \cdot 1\frac{2}{3} - 0,286 : (-0,6)) : (-0,025)$.

1.106. а) $0,815 \cdot (-\frac{2}{3}) - \frac{1}{6} \cdot (-4,385) + 0,815 \cdot \frac{1}{6} - (-4,385) \times$
 $\times (-\frac{2}{3})$;

б) $(-14,09) \cdot 2\frac{1}{6} - 6,31 \cdot (-1\frac{1}{2}) - 2\frac{1}{6} \cdot 6,31 + (-1\frac{1}{2}) \times$
 $\times (-14,09)$.

1.107. а) $74,7 \cdot \frac{2}{21} + (-105,3) \cdot 2\frac{3}{7} - (-105,3) \cdot \frac{2}{21} - 2\frac{3}{7} \cdot 74,7$;

б) $6\frac{1}{10} \cdot 2,391 - 0,109 \cdot 1\frac{5}{6} - 1\frac{5}{6} \cdot 2,391 + 0,109 \cdot 6\frac{1}{10}$.

Вычислите, используя где возможно формулы сокращенного умножения (1.108—1.117):

1.108. а) $4,17^2 - (7,42^2 + 3\frac{1}{4} \cdot 0,41)$;

б) $5\frac{12}{25} \cdot 2,8 - (6,64^2 - 3,84^2)$.

1.109. а) $(17,31^2 - 12,69^2) - (29,81^2 - 0,19^2)$;

б) $(7,84^2 - 12,16^2) + (25,66^2 - 5,66^2)$.

$$1.110. \text{ а) } 0,45^3 - 1,45^3 - 0,45 \cdot 1,45; \text{ б) } 0,507^3 + 0,493^3 - 0,507 \cdot 0,493.$$

$$1.111. \text{ а) } \left(\frac{3}{64} \cdot 5 \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + (-1)^5;$$

$$\text{ б) } \left(12 \frac{3}{4} \cdot 2 - 27\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)^3.$$

$$1.112. \text{ а) } \frac{0,46^3 - 0,26^3}{0,2} - 3 \cdot 0,26 \cdot 0,46; \text{ б) } \frac{0,12^3 - 0,28^3}{0,16} - 0,12 \cdot 0,28.$$

$$1.113. \text{ а) } 0,3^{-3} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + (-0,5)^{-2} \cdot \frac{3}{4} + (-1)^{-8} \cdot 6;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} + \left(\frac{6}{17}\right)^0 \cdot \frac{1}{8} - 0,25^{-2} \cdot 16.$$

$$1.114. \text{ а) } \frac{12,5^3 + 1,2^3}{13,7} - 12,5^2 - 1,2^2;$$

$$\text{ б) } \frac{1}{3} (0,87^3 + 2,13^3) + 3 \cdot 0,87 \cdot 2,13.$$

$$1.115. \text{ а) } \frac{7,46^3 + 6,26^3}{13,72} - 7,46 \cdot 6,26;$$

$$\text{ б) } \frac{2,5^3 - 4,4^3}{1,9} + 2,5^2 + 4,4^2.$$

$$1.116. \text{ а) } \frac{0,3}{2^{-2} + 5^{-2}} + \left(\left(2 \frac{1}{14}\right)^{-2} - \left(1 \frac{14}{15}\right)^{-2}\right);$$

$$\text{ б) } 3 \cdot \left(\left(2 \frac{1}{6}\right)^{-2} - \left(1 \frac{6}{7}\right)^{-2}\right) - \frac{1}{2^{-2} + 3^{-2}}.$$

$$1.117. \text{ а) } 0,12 : \left(\left(4 \frac{2}{7}\right)^{-2} - \left(3 \frac{3}{4}\right)^{-2}\right) - 0,028^3 \cdot (-0,0028)^{-2};$$

$$\text{ б) } \left(-1 \frac{7}{8}\right) : (1,2^{-2} - 1,5^{-2}) + (-0,275)^3 \cdot 0,0275^{-2}.$$

Выполните действия (1.118—1.123):

$$1.118. \text{ а) } 4^{1,5} - 0,5^{-1} : 0,008^{\frac{1}{3}}; \text{ б) } 9^{0,5} + 0,064^{\frac{2}{3}} \cdot 1,6^{-1}.$$

$$1.119. \text{ а) } \left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} + 144^{\frac{1}{2}}; \text{ б) } 196^{\frac{1}{2}} - \left(-\frac{5}{14}\right)^{-2}.$$

$$1.120. \text{ а) } (-2,9) : \left(\left(1 \frac{3}{17}\right)^{-1} + 0,36^{-2,5} \cdot 0,6^6\right);$$

$$\text{ б) } \left(\left(1 \frac{7}{9}\right)^{-2,5} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 - 1,65^0\right) \cdot (-0,68).$$

$$1.121. \text{ а) } (-0,6) \cdot \left(0,0081^{\frac{1}{2}} + \left(1 \frac{1}{9}\right)^{-2}\right) : 1 \frac{5}{13};$$

$$\text{ б) } 3,5 \cdot \left(0,027^{\frac{1}{3}} - \left(1 \frac{3}{7}\right)^{-1}\right) : \left(-2 \frac{6}{11}\right).$$

$$1.122. \text{ а) } \left(0,48^0 + \left(1 \frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}} : 0,8^{-4}\right) \cdot 0,81^{-\frac{1}{2}};$$

$$\text{ б) } \left(0,49^{-1,5} : \left(1 \frac{3}{7}\right)^4 + 0,64^{-\frac{1}{2}}\right) \cdot 3 \frac{1}{13}.$$

$$1.123. \text{ а) } \left(1,44^{\frac{3}{2}} : \left(-\frac{5}{6}\right)^{-2} - \left(1\frac{61}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot (-12)^3;$$

$$\text{ б) } \left(0,36^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)^{-3} - 0,008^{\frac{2}{3}}\right) : (-0,8)^2.$$

Не пользуясь микрокалькулятором, сравните два числа и укажите какое-нибудь число, заключенное между ними (если такое существует) (1.124—1.126):

$$1.124. \text{ а) } \frac{1993}{1994} - 1 \text{ и } 1 - \frac{1994}{1993}; \text{ б) } \frac{1995}{1994} \text{ и } 2 - \frac{1994}{1995}.$$

$$1.125. \text{ а) } \frac{1}{26} - \frac{1}{27} \text{ и } \frac{1}{27} - \frac{1}{28}; \text{ б) } \frac{1}{18} - \frac{1}{17} \text{ и } \frac{1}{17} - \frac{1}{16}.$$

$$1.126. \text{ а) } \left(1\frac{11}{13}\right)^{-1} \text{ и } 0,56; \text{ б) } 0,45 \text{ и } \left(2\frac{3}{8}\right)^{-1}.$$

1.127. Сравните числа:

$$\text{ а) } \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \text{ и } 0,9^2 - 0,9^3;$$

$$\text{ б) } 1,1^3 - 1,1^2 \text{ и } \left(\frac{8}{7}\right)^3 - \left(\frac{8}{7}\right)^2.$$

1.128. Какому из двух чисел соответствует точка координатной прямой, менее удаленная от точки $M(1)$:

$$\text{ а) } 1,05 \text{ или } (1,05)^{-1}; \text{ б) } \frac{12}{13} \text{ или } \left(\frac{12}{13}\right)^{-1}?$$

Преобразуйте в обыкновенную несократимую дробь разность чисел m и p (1.129—1.130):

$$1.129. \text{ а) } m = 0,6875; p = \frac{11}{15}; \text{ б) } m = \frac{23}{17}; p = 1,4375.$$

$$1.130. \text{ а) } m = -6\frac{44}{125}; p = -6,344; \text{ б) } m = -1,776; p = -1\frac{96}{125}.$$

Представьте число a в виде несократимой дроби и проверьте, является ли неравенство верным при данном значении a (1.131—1.133):

$$1.131. \text{ а) } a = \frac{1260}{2240}, 8a - 4,7 > 0; \text{ б) } a = \frac{462}{742}, 5,2 - 9a < 0.$$

$$1.132. \text{ а) } a = \frac{540}{945}, |a - 1| < \frac{1}{2}; \text{ б) } a = \frac{2250}{4050}, |a - 1| > \frac{1}{2}.$$

$$1.133. \text{ а) } a = \frac{1008}{1848}, 2a + \frac{1}{a} < 3; \text{ б) } a = \frac{1188}{2772}, a + \frac{2}{a} > 3.$$

Сравните две дроби и представьте меньшую из них в виде десятичной, округленной до тысячных (1.134—1.135):

$$1.134. \text{ а) } \frac{5}{3} \text{ и } \frac{11}{7}; \text{ б) } \frac{3}{7} \text{ и } \frac{7}{15}.$$

$$1.135. \text{ а) } -1\frac{2}{7} \text{ и } -1\frac{4}{13}; \text{ б) } -2\frac{14}{17} \text{ и } -2\frac{7}{9}.$$

Расположите алгебраические выражения $a+b$, $a-b$, ab и $a:b$ в порядке возрастания их числовых значений при заданных значениях a и b (1.136—1.138):

1.136. а) $a = -0,8$, $b = \frac{2}{3}$; б) $a = -1,8$, $b = 1\frac{1}{3}$.

1.137. а) $a = 1,8$, $b = \frac{11}{15}$; б) $a = 1,7$, $b = \frac{9}{14}$.

1.138. а) $a = -1\frac{3}{7}$, $b = 0,6$; б) $a = -2\frac{1}{6}$, $b = 0,7$.

Расположите алгебраические выражения $(a-b)^2$, ab , $a:b$ в порядке убывания их числовых значений при заданных значениях a и b (1.139—1.140):

1.139. а) $a = 2,75$, $b = 1\frac{1}{6}$; б) $a = \frac{1}{3}$, $b = 0,95$.

1.140. а) $a = -2\frac{8}{9}$, $b = -1,2$; б) $a = -\frac{3}{7}$, $b = -1,2$.

Расположите в порядке убывания числа (1.141—1.142):

1.141. а) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$; $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$; $\left(\frac{4}{3}\right)^0$; $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$.

1.142. а) $\left(\frac{6}{5}\right)^0$; $(-1,2)^2$; $1,2^{-1}$; $\left(\frac{5}{6}\right)^2$;

б) $(-0,75)^{-2}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}$; $0,75^0$.

Сравните числа (1.143—1.144):

1.143. а) $1,1^{-2} + 1,1$ и $\left(\frac{10}{11}\right)^{-2} + \frac{10}{11}$;

б) $\frac{10}{9} + \left(\frac{10}{9}\right)^{-2}$ и $0,9 + 0,9^{-2}$.

1.144. а) $-1917^2 + 1913^2$ и $-1999^2 + 1995^2$;

б) $1919^2 - 1993^2$ и $1917^2 - 1991^2$.

Найдите два последовательных целых числа, между которыми заключено данное число (1.145—1.146):

1.145. а) $0,027^{\frac{2}{3}} - 0,027^{-\frac{2}{3}}$; б) $0,49^{-\frac{1}{2}} - 0,49^{\frac{3}{2}}$.

1.146. а) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-4}$; б) $1,8^{-3} - \left(1\frac{4}{5}\right)^2$.

Упростите выражение (1.147—1.160):

1.147. а) $\frac{a+x}{x} + \frac{x}{a-x}$; б) $\frac{2a}{a-1} - \frac{2a}{a+1}$.

1.148. а) $\frac{2x-2y}{y} \cdot \frac{3y}{x^2-y^2}$; б) $\frac{a+x}{a} \cdot \frac{3a+3x}{a^2}$.

$$1.149. \text{ а) } \left(\frac{x+3}{x^2-3x} + \frac{x-3}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{9x-x^3}{x^2+9}; \text{ б) } \left(\frac{y-1}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} \right) : \frac{y}{4-4y^2}.$$

$$1.150. \text{ а) } \left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3} \right) : \frac{2x}{9-x^2}; \text{ б) } \left(\frac{t+2}{4-2t} + \frac{2-t}{4+2t} \right) \cdot \frac{2t^2-8}{t^2+4}.$$

$$1.151. \text{ а) } \frac{2a}{a+1} + \left(\frac{3}{(a-1)^2} - \frac{3}{a^2-1} \right) : \frac{3}{a^2-2a+1};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{2}{b^2-4} - \frac{2}{b^2+4b+4} \right) : \frac{2}{(b+2)^2} - \frac{2b}{b-2}.$$

$$1.152. \text{ а) } \frac{b^2+8b+16}{b} \cdot \left(\frac{b}{(b+4)^2} + \frac{b}{16-b^2} \right) + \frac{8}{b-4};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{1}{c^2-9} + \frac{1}{c^2-6c+9} \right) : \frac{1}{(3-c)^2} + \frac{c+9}{c+3}.$$

$$1.153. \text{ а) } \frac{y}{y+2} + \left(\frac{1}{4-y^2} - \frac{1}{4-4y+y^2} \right) : \frac{2}{(y-2)^2};$$

$$\text{ б) } \frac{x^2-10x+25}{2x} \cdot \left(\frac{x}{x^2-25} - \frac{x}{(x-5)^2} \right) + \frac{5}{5+x}.$$

$$1.154. \text{ а) } \frac{b^2-1}{3b^2-4b+1} \cdot \frac{3b-1}{b} + \frac{1}{b}; \text{ б) } \frac{4c^2-1}{2c^2+c-1} \cdot \frac{2c+1}{c+2} - \frac{1}{c+1}.$$

$$1.155. \text{ а) } \left(\frac{d^3-8}{d^2-4} - \frac{6d}{d+2} \right) : \left(1 - \frac{4}{d+2} \right)^2;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{b^3+1}{b^2-1} + \frac{3b}{b-1} \right) \cdot \left(1 - \frac{2b}{b+1} \right)^2.$$

$$1.156. \text{ а) } \left(c - \frac{c^3+8}{2c+c^2} \right) \cdot \frac{c}{(c-2)^2} + \frac{2}{2-c}; \text{ б) } \frac{(a+3)^2}{a} : \left(\frac{a^3-27}{a^2-3a} - a \right) - \frac{a}{3}.$$

$$1.157. \text{ а) } \left(1 - \frac{2b}{a+2b} \right) : \left(\frac{2b-a}{a+2b} \cdot \left(1 + \frac{a}{a-2b} \right) \right);$$

$$\text{ б) } \frac{3a+m}{3a-m} : \left(\left(1 - \frac{3a}{3a-m} \right) : \left(1 - \frac{m}{3a+m} \right) \right).$$

$$1.158. \text{ а) } \left(\frac{5c^2-c}{25c^2-10c+1} + \frac{4}{1-25c^2} \right) : \left(1 - \frac{3}{5c-1} \right) - \frac{c}{5c+1};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{16a^2-24a+9}{9-16a^2} + \frac{1}{4a^2+3a} \right) \cdot \left(3 - \frac{7a}{a-1} \right) - \frac{1}{a}.$$

$$1.159. \text{ а) } \left(\frac{3ab}{4a^2+12ab+9b^2} - \frac{a}{2a+3b} \right) \cdot (2+3a^{-1}b)^2;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{m}{5m-2c} + \frac{2mc}{25m^2-20mc+4c^2} \right) \cdot (1-0,4cm^{-1})^2.$$

$$1.160. \text{ а) } \frac{a^2-1}{a^2+3} \cdot ((a+1)(a-1)^{-2} + (a-1)(a+1)^{-2});$$

$$\text{ б) } (3d^2+1) : ((d+1)^2(d-1)^{-1} - (d-1)^2(d+1)^{-1}).$$

Упростите выражение и найдите все значения переменной, при которых выражение принимает заданное значение k (1.161—1.164):

$$1.161. \text{ а) } ((1+a)^{-2}-1) \cdot \frac{a+1}{a+2} + \frac{1}{a^2+a}, \quad k=1;$$

$$\text{ б) } (1-(2b-1)^{-2}) : \frac{b-1}{2b-1} - \frac{1}{2b^2-b}, \quad k=-2.$$

$$1.162. \text{ а) } \left(1 - \left(\frac{x-1}{x}\right)^2\right) : \left(1 - \left(\frac{x-1}{x}\right)^{-2}\right) + \frac{2}{x}, \quad k=3;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{a}{a+1} - \left(\frac{a}{a+1}\right)^{-1}\right) : \left(2a - \frac{a}{a+1}\right) + \frac{2}{a}, \quad k=1.$$

$$1.163. \text{ а) } \left(\frac{q^3+8}{q^3+4q^2+4q} - \frac{2}{q+2}\right) \cdot (q-2)^{-2}, \quad k=\frac{1}{3};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+3p+9p^2} + \frac{9p^3-p}{27p^3-1}\right) : (3p+1)^{-2}, \quad k=\frac{16}{3}.$$

$$1.164. \text{ а) } \left(\frac{8m^3-2m}{1+8m^3} + \frac{1}{4m^2-2m+1}\right) : (2m-1)^{-2}, \quad k=9;$$

$$\text{ б) } \left(\frac{n^3-64}{n^3-8n^2+16n} + \frac{4}{n-4}\right) \cdot (n+4)^{-2}, \quad k=0,2.$$

Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида и найдите его значение при заданных значениях переменных (1.165—1.168):

$$1.165. \text{ а) } (a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2) \text{ при } a=\sqrt{7}, \quad b=\sqrt[4]{3};$$

$$\text{ б) } (3n-p)(3n+p)(9n^2+p^2) \text{ при } n=\sqrt[4]{2}, \quad p=\sqrt{5}.$$

$$1.166. \text{ а) } (2m^2+3n)(4m^4-6m^2n+9n^2)-28n^3 \text{ при } m=-\sqrt{3}, \quad n=6;$$

$$\text{ б) } (5c-2p^2)(25c^2+10cp^2+4p^4)-126c^3 \text{ при } c=-22, \quad p=\sqrt{11}.$$

$$1.167. \text{ а) } (2x-y)(2x+y)(16x^4+4x^2y^2+y^4) \text{ при } x=-\sqrt{2}, \quad y=\sqrt[3]{6};$$

$$\text{ б) } (a-2b)(a+2b)(a^4+4a^2b^2+16b^4) \text{ при } a=\sqrt{5}, \quad b=-\sqrt[3]{3}.$$

$$1.168. \text{ а) } (3a+b^2)(9a^2-3ab^2+b^4)-b^6 \text{ при } a=-\sqrt[3]{0,12}, \quad b=2\sqrt[3]{4};$$

$$\text{ б) } (x^2-2a)(x^4+2ax^2+4a^2)+8a^3 \text{ при } a=\sqrt[3]{0,14}, \quad x=-\sqrt[3]{10}.$$

Разложите многочлен на множители и найдите его значение при заданных значениях букв (1.169—1.170):

$$1.169. \text{ а) } 2a^2+3a-2ab-3b \text{ при } a=-1,5, \quad b=4\frac{8}{11};$$

$$\text{ б) } 2c^2-5c+2cd-5d \text{ при } c=2,5, \quad d=-8\frac{6}{17}.$$

$$1.170. \text{ а) } 6x^2+6xy-12x-12y \text{ при } x=6\frac{8}{25}, \quad y=-6,32;$$

$$\text{ б) } 5a^2-5ab+15a-15b \text{ при } a=4,88, \quad b=4\frac{22}{25}.$$

Вычислите значение выражения (1.171—1.174):

$$1.171. \text{ а) } p^3+64m^3 \text{ при } p=5,5, \quad m=-1\frac{3}{8};$$

$$\text{ б) } \frac{1}{8}a^3-m^3 \text{ при } a=-3,2, \quad m=-1\frac{3}{5}.$$

$$1.172. \text{ а) } 8p^3+d^6 \text{ при } p=-10\frac{1}{8}, \quad d=4,5;$$

$$\text{ б) } b^6-27a^3 \text{ при } b=-3,5, \quad a=4\frac{1}{12}.$$

1.173. а) $9a^2 - b^2$, если $3a + b = 2\frac{2}{3}$, а $3a - b = 2,25$;

б) $c^2 - 4d^2$, если $c - 2d = -1\frac{1}{7}$, а $c + 2d = 1,75$.

1.174. а) $0,16m^2 - k^2$, если $0,4m - k = 4,4$, а $0,4m + k = (2,2)^{-1}$;

б) $c^2 - 0,36p^2$, если $c + 0,6p = (0,7)^{-1}$, а $c - 0,6p = 2,8$.

Разложите многочлены на множители и найдите все значения x , при которых оба многочлена принимают значение нуль (1.175—1.176):

1.175. а) $16x - x^3$ и $x^2 + 7x + 12$; б) $9x - x^2 - 18$ и $2x^3 - 18x$.

1.176. а) $3x^3 - 27x$ и $24x - 5x^2 - x^3$; б) $2x^2 - 7x + 6$ и $20x - 5x^3$.

1.177. Пусть a, b, c, d — положительные числа.

Вычислите:

а) $\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$, если $a + b = b + c = c + d$;

б) $\frac{c}{a} + \frac{b}{d}$, если $ab = bc = cd$.

Упростите выражение (1.178—1.184):

1.178. а) $(2a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a^{\frac{7}{6}} \cdot \frac{1}{32} a^{-\frac{2}{3}}})^{-8}$; б) $\sqrt[5]{9b^6} : (\frac{1}{3b^3})^{-\frac{3}{20}} \cdot (\frac{b^5}{3})^{\frac{1}{4}}$.

1.179. а) $(\frac{16}{c})^{\frac{1}{3}} \cdot (0,5c^{-2})^{\frac{2}{15}} : \sqrt[5]{2c^7}$; б) $(3d^{\frac{3}{4}} : \sqrt[3]{d^{\frac{1}{4}} \cdot 81d^{-\frac{3}{2}}})^{-6}$.

1.180. а) $(xy^{-2})^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{x \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[12]{(xy^{-2})^{-5}}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{b}}}{\sqrt[4]{(a^{-1}b^2)^{-3}}} : (ab^{16})^{-\frac{1}{12}}$.

1.181. а) $\frac{\sqrt[3]{b^2 \sqrt[4]{ab^2}}}{(ab^{-2})^{\frac{1}{4}}} : (a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{2}{3}})^{-2}$; б) $\frac{(x^{\frac{3}{4}} \cdot y^{-\frac{1}{8}})^{-2}}{\sqrt[3]{y^4 \sqrt{x^2 y}}} \cdot (x^{-2} y^7)^{\frac{1}{6}}$.

1.182. а) $\left(\frac{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{1}{2}}} + 1\right) \cdot (1 - a^{-\frac{1}{2}})$;

б) $\left(\frac{b^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}} - 2}{b - 1} - 2\right) \cdot (1 + b^{-\frac{1}{2}})$.

1.183. а) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{3}{2}}}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \sqrt{a}\right) : \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{a}}$; б) $\left(\frac{2 + 2b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + b^{-\frac{1}{2}}\right) : \frac{\sqrt{b}}{b - 2\sqrt{b} + 1}$.

1.184. а) $\left(\frac{1 + \sqrt[3]{d}}{d - \sqrt[3]{d}} + d^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1} \cdot (1 + d^{\frac{1}{3}} + d^{\frac{2}{3}})$;

б) $\left(\frac{b^{\frac{2}{3}} - 1}{b^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} + b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-1} : \frac{1 - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}}$.

Упростите выражение и найдите его значение при заданном значении переменной (1.185—1.189):

1.185. а) $(1 - d^{-\frac{1}{4}})(d^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{4}})(d^{\frac{1}{2}} + 1)$ при $d=3$;

б) $(b^{\frac{1}{4}} - 1)(b^{-\frac{1}{4}} + 1)(b^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{3}{4}})$ при $b=7$.

1.186. а) $(a + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}})(1 - a^{-\frac{1}{3}})$ при $a=5$;

б) $(c^{\frac{2}{3}} + c^{\frac{1}{3}})(c^{\frac{1}{3}} - 1 + c^{-\frac{1}{3}})$ при $c=3$.

1.187. а) $(1 - m^{-\frac{1}{3}} + m^{-\frac{2}{3}})(m + m^{\frac{2}{3}})$ при $m=4$;

б) $(p^{\frac{2}{3}} + p + p^{\frac{4}{3}})(p^{-\frac{1}{3}} - p^{-\frac{2}{3}})$ при $p=6$.

1.188. а) $\left(\frac{c^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{3}{4}}}{1 - c^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} - c^{-\frac{1}{4}}$ при $c = 1,6 \cdot 10^{-3}$;

б) $\left(\frac{a^{\frac{1}{3}} + a}{a^{\frac{4}{3}} - 1}\right)^{-1} + a^{-\frac{1}{3}}$ при $a = 2,7 \cdot 10^{-2}$.

1.189. а) $a^{-\frac{1}{2}} + \frac{a^{-\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{a + a^{\frac{1}{2}}}$ при $a = 3 \frac{1}{3}$;

б) $b^{-\frac{3}{2}} - \frac{b^{-1} - 1}{b^{\frac{1}{2}} - b}$ при $b = 2 \frac{6}{7}$.

Докажите, что многочлен не может принимать отрицательных значений ни при каких значениях переменной (1.190—1.191):

1.190. а) $4x^2 + 1 - 4x$; б) $1 + 9x^2 - 6x$.

1.191. а) $25x^4 - 30x^3 + 9x^2$; б) $4x^2 - 28x^3 + 49x^4$.

Докажите, что значение выражения не зависит от значений входящих в него букв (1.192—1.193):

1.192. а) $a(a-b)(a+b) - (a+b)(a^2 - ab + b^2) + b^3 + ab^2$;

б) $(c-d)(c^2 + cd + d^2) + d(c-d)^2 - (c^2 - cd)(c + 2d)$.

1.193. а) $(2d+c)(2d-c) - (3c-d)^2 + 2(5c+2d)(c-d) + d^2$;

б) $14ab + (2a+b)^2 - (4b+a)(5a-2b) + (a-3b)(a+3b)$.

1.194. а) Вычислите $x:y$, если $(2x):(3y) = 5:6$;

б) Вычислите $a:b$, если $(5a):(2b) = 3:4$.

1.195. а) Вычислите $(x+2y):(2x+3z)$, если $x:y:z = 1:3:5$;

б) Вычислите $(2y-z):(3x+y+z)$, если $x:y:z = 2:3:4$.

1.196. а) Вычислите $\frac{x^2 - 2xy}{2xy - y^2}$, если $x:y = 3:2$;

б) Вычислите $\frac{x^2 - xy + y^2}{2x^2 + y^2}$, если $x:y = 2:5$.

Найдите все целые m , при которых значение данной дроби является целым числом (1.197—1.198):

1.197. а) $\frac{1}{4+5m}$; б) $\frac{1}{3m+8}$.

1.198. а) $\frac{m+2}{4-m^2}$; б) $\frac{5-m}{m^2-25}$.

1.199. Докажите, что при всех положительных значениях переменной выполняется неравенство:

а) $a^{\frac{1}{2}} + 4a^3 \cdot \sqrt{a} \geq 4a^2$; б) $9b^{\frac{9}{2}} + b\sqrt{b} \geq 6b^3$.

УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Решите уравнение (1.201—1.210):

1.201. а) $\frac{x}{x-4} - \frac{1}{x+1} = \frac{2-x}{x+1} + \frac{3}{x-4}$; б) $\frac{2}{2x-1} + \frac{3}{x-3} = \frac{x+1}{x-3} + \frac{x}{2x-1}$.

1.202. а) $\frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{(x+1)(x+2)}$; б) $\frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$.

1.203. а) $\frac{5}{2x+3} + \frac{3-2x}{x+2} = 10$; б) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+5}{x-3} = 3$.

1.204. а) $\frac{3x-1}{7} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{14} - 1$; б) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x}{15} = \frac{3x+1}{3} + 1$.

1.205. а) $(3x+1)^2 + (4x-1)^2 = (5x-2)^2$;
б) $(5x-1)^2 + (12x+1)^2 = (13x-1)^2$.

1.206. а) $(x-1)\left(2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right) = 0$;

б) $x\left(1 + \frac{5}{x-2} + \frac{1}{(x+1)(x-2)}\right) = 0$.

1.207. а) $\frac{1}{x^2+2x+4} + \frac{1}{x-2} = \frac{x^2-2x+4}{x^3-8}$;

б) $\frac{x^2+3x+9}{x^3+27} - \frac{1}{x+3} = \frac{2}{x^2-3x+9}$.

1.208. а) $\frac{2(x^2-2x+7)}{4x^2-25} = \frac{1-7x}{(5-2x)(2x+5)}$; б) $\frac{3(x-1)^2}{(2-3x)(3x+2)} = \frac{3x^2-7x+3}{9x^2-4}$.

1.209. а) $\frac{x^2-4x-8}{5x-x^2} = \frac{x^2-3x-7}{x(x-5)}$; б) $\frac{x^2+2x-4}{x^2-16} = \frac{2x^2+9x}{(4-x)(x+4)}$.

1.210. а) $\frac{x^2-4}{x^3-27} = \frac{1-2x}{27-x^3}$; б) $\frac{4x+3}{x^3+8} = \frac{x-2x^2+5}{8+x^3}$.

1.211. Найдите все неотрицательные решения уравнения:

а) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-3} = x$; б) $\frac{x^2}{2x-1} - x = \frac{6x}{x-5}$.

1.212. Найдите все положительные решения уравнения:

а) $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2-x-4} - \frac{x}{x^2-x-4}$;

б) $\frac{x+2}{2x-1} - \frac{4}{2x-1} = -\frac{x}{x^2-2x-6} + \frac{2}{x^2-2x-6}$.

1.213. Найдите все решения уравнения, принадлежащие отрезку $[-0,5; 2]$:

а) $\frac{7}{x+2} + \frac{2}{x-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{7}{x-2}$;

б) $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{2x}{(x+1)^2} + \frac{x+1}{x^2}$.

Найдите все x , при которых значения выражений равны, и если таких x больше одного, то укажите среди них наибольшее по абсолютной величине (1.214—1.215):

1.214. а) $\frac{2x+3}{3-5x-2x^2}$ и $\frac{4+x}{9-x^2}$; б) $\frac{x+1}{x^2+4x+4}$ и $\frac{3x+1}{3x^2+4x-4}$.

1.215. а) $\frac{x^2+2x+4}{x+20}$ и $\frac{(x-1)(x+1)}{x-2}$; б) $\frac{x-9}{x^2+x+1}$ и $\frac{x-1}{(x+2)^2}$.

Решите уравнение (1.216—1.217):

1.216. а) $(1-2x)(4x^2+2x+1) = (2-2x)(4+4x)(x+2)$;

б) $(8x-16)(x^2-1) = (4x^2-2x+1)(2x+1)$.

1.217. а) $8x - (2+x^2)(2-x^2) = (x^2-2x)^2 + 4x^3$;

б) $(1+x^2)^2 + 12x = (x^2-3x)(x^2+3x)$.

Решите уравнение и сравните каждый его корень с данным числом p (1.218—1.219):

1.218. а) $(2x-3)(2x+3) - (x+6)(1-2x) = 3x(2x-7)$; $p = \frac{1}{2}$;

б) $(x+4)(3x-2) - (3x-1)(3x+1) = 2x(11-3x)$; $p = -0,5$.

1.219. а) $\frac{(x+1)x}{3} - \left(\frac{x}{4} - 1\right)(2+x) = -\frac{x}{3} \cdot \frac{9-x}{4}$; $p = -1\frac{1}{3}$;

б) $\frac{x^2-9x}{6} + \left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(2 - \frac{x}{5}\right) = \frac{(1+x)^2}{15}$; $p = 2\frac{1}{3}$.

Решите уравнение указанным способом (1.220—1.225):

1.220. а) $4(x^2-x)^2 + 9(x^2-x) + 2 = 0$, замена переменной;

б) $(2x^2-x+1)^2 - 2(2x^2-x+1) + 1 = 0$, замена переменной.

1.221. а) $2 \cdot \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^2 - 7 \cdot \frac{x+3}{x-1} + 5 = 0$, замена переменной;

б) $5 \cdot \left(\frac{2+x}{1-x}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2+x}{1-x} - 3 = 0$, замена переменной.

1.222. а) $\left(\frac{x^2}{x+2}\right)^2 - 1 = 0$, разложение на множители;

б) $\left(\frac{5x-2}{2x^2}\right)^2 + \frac{2-5x}{2x^2} = 0$, разложение на множители.

1.223. а) $4 \cdot \left(\frac{x+1}{x^2}\right)^2 + 5 \cdot \frac{x+1}{x^2} + 1 = 0$, замена переменной;

б) $\left(\frac{2-x^2}{x}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x^2-2}{x} + 1 = 0$, замена переменной.

1.224. а) $6 \cdot \left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)^2 - 13 \cdot \frac{2x+3}{3x+2} + 6 = 0$, замена переменной;

б) $3 \cdot \left(\frac{x+3}{1-3x}\right)^2 + 10 \cdot \frac{x+3}{1-3x} + 3 = 0$, замена переменной.

1.225. а) $4 \cdot \left(2x - \frac{1}{6}\right)^4 + 7 \cdot \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - 2 = 0$, замена переменной;

б) $9 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{6}\right)^4 + 14 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{6}\right)^2 - 8 = 0$, замена переменной.

Решите систему уравнений (1.226—1.242):

1.226. а) $\begin{cases} 3x + 4y = -22 \\ 7x - 3y = 35; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - 5y = -21 \\ 3x + 4y = 3. \end{cases}$

1.227. а) $\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 4x + y = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -3x + y = 2 \\ x - 3y = 1. \end{cases}$

1.228. а) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 7x + y = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x + 9y = 1 \\ x + 2y = 3. \end{cases}$

1.229. а) $\begin{cases} x - 3y + 2 = 0 \\ 2x - 4y + 1 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - 5y + 2 = 0 \\ -2x + y - 1 = 0. \end{cases}$

1.230. а) $\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 7x + 4y = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x + 9y = 3 \\ -4x + 3y = 18. \end{cases}$

1.231. а) $\begin{cases} \frac{x-2y}{3} + \frac{2x+y}{6} = 1 \\ \frac{-x+2y}{6} + \frac{2x+y}{2} = \frac{2}{3}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{x+3y}{4} - \frac{4x-2y}{3} = -1 \frac{1}{6} \\ \frac{x+3y}{6} + \frac{2x-y}{4} = \frac{7}{12}. \end{cases}$

1.232. а) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x^2 + 3xy + 9 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3y + x + 1 = 0 \\ 2x^2 - xy - y = 35. \end{cases}$

1.233. а) $\begin{cases} (x-3)(y+2) = 0 \\ 2x^2 - y + 5x = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (2x+4)(y+5) = 0 \\ xy + y^2 = -1. \end{cases}$

1.234. а) $\begin{cases} (x+1)(2y-1) = 0 \\ 4xy - x^2 - 2y^2 = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (2x-5)(y+2) = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 4. \end{cases}$

1.235. а) $\begin{cases} \frac{x+5}{y-3} = 0 \\ 2y^2 + x^2 - y = 40; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{2y-3}{x+2} = 0 \\ x^2 + xy + 4y^2 = 10. \end{cases}$

1.236. а) $\begin{cases} \frac{x-y-2}{x-3} = 0 \\ 2x^2 + y^2 - 2xy = 13; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{x+2y+3}{y-1} = 0 \\ x^2 + 4xy + 5y^2 = 10. \end{cases}$

1.237. а) $\begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ (3x + 7y)(x - 3y) = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 8x - 3y = 1 \\ (x + 2y)(8x - 3y) = 12. \end{cases}$

$$\begin{array}{ll}
 1.238. \text{ a) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{5}{6} \\ (2x-3y)\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) = \frac{45}{2}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = \frac{1}{2} \\ (6x+4y)\left(x + \frac{y}{2}\right) = -12. \end{cases} \\
 1.239. \text{ a) } \begin{cases} (2x+y)^2 - (2x-y)^2 = 16 \\ 3x-y=1; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 4x+y+1=0 \\ (y-x)^2 - (y+x)^2 = 20. \end{cases} \\
 1.240. \text{ a) } \begin{cases} xy=12 \\ 2x+2y-xy=2; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x+3xy+y=-19 \\ xy+6=0. \end{cases} \\
 1.241. \text{ a) } \begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{3}{y+1} = 5 \\ x-3y=4; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 3x+y=-4 \\ \frac{7}{x+2} - \frac{10}{y} = 6. \end{cases} \\
 1.242. \text{ a) } \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{9}{y} = 7 \\ \frac{x-2}{5} - \frac{2y-1}{10} = \frac{1}{2}; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{11}{y} = 2 \\ \frac{2y+1}{6} + \frac{x+4}{2} = \frac{4}{3}. \end{cases}
 \end{array}$$

Найдите все пары $(x; y)$, удовлетворяющие условию (1.243—1.244):

$$\begin{array}{l}
 1.243. \text{ а) } (10-2x-3y)^2 + (-x+5y-8)^2 = 0; \\
 \text{б) } (-3x+4y-15)^2 + (2x-y+5)^2 = 0.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1.244. \text{ а) } \left(\frac{-3x+y+4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+3y-1}{5}\right)^2 = 0; \\
 \text{б) } \left(\frac{x+2y-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2x-y-5}{4}\right)^2 = 0.
 \end{array}$$

Решите неравенство (1.245—1.263):

$$1.245. \text{ а) } 2\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{2-x}{6} > \frac{3x-2}{2}; \quad \text{б) } \frac{x+4}{5} - \frac{3x-1}{2} \leq 2(x-1).$$

$$1.246. \text{ а) } \frac{3x+7}{8} - \frac{2x+1}{3} \geq \frac{1+x}{2}; \quad \text{б) } \frac{4-5x}{3} < \frac{7x+1}{12} - 2x.$$

$$1.247. \text{ а) } 0,2x - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{3} \cdot 0,2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}; \quad \text{б) } 0,3x - \frac{x}{3} > \frac{1}{2} \cdot 0,3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}.$$

$$1.248. \text{ а) } \left(0,7 - \frac{3}{4}\right)x > (-20)^{-1}; \quad \text{б) } \left(0,3 - \frac{2}{5}\right)x \leq (-10)^{-1}.$$

$$1.249. \text{ а) } \frac{x+1}{4} - \frac{4x+1}{5} \leq \frac{7-3x}{10}; \quad \text{б) } \frac{5-2x}{9} \geq \frac{x+2}{15} - \frac{7x-1}{5}.$$

$$\begin{array}{l}
 1.250. \text{ а) } (4x-7)(x+3) > (2x-5)(5+2x); \\
 \text{б) } (1-9x)(x+2) \leq (5+3x)(5-3x).
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1.251. \text{ а) } (x-3)(x+3) \geq \left(4 - \frac{1}{2}x\right)(1-2x); \\
 \text{б) } (2+x)(2-x) < (0,5x+1)(3-2x).
 \end{array}$$

$$1.252. \text{ а) } -2x^2 + 9x + 5 > 0; \quad \text{б) } 3x^2 - 8x + 4 > 0.$$

$$1.253. \text{ а) } 15x^2 + 8x + 1 \geq 0; \quad \text{б) } -12x^2 + 17x - 6 > 0.$$

$$1.254. \text{ а) } (5x-8)(5-3x) > 0; \quad \text{б) } (5x+6)(-7-6x) \leq 0.$$

$$1.255. \text{ а) } \left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{1993}{1994}\right) < 0; \quad \text{б) } \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x + \frac{1995}{1994}\right) < 0.$$

- 1.256. а) $(x+2)(2-x) > (x+2)(x+4)$;
 б) $(3-x)(2x+1) \leq (x+3)(3-x)$.
- 1.257. а) $(4-3x)(3x+4) \geq (2+9x)(x+8)$;
 б) $(4x-1)(9-x) > (2x-3)(2x+3)$.
- 1.258. а) $(2+7x)^2 < (4-3x)^2$;
 б) $(1-5x)^2 \geq (11+3x)^2$.
- 1.259. а) $12x-2x^2 \leq 18$;
 б) $12x^2+12x+3 < 0$.
- 1.260. а) $16-40x+25x^2 > 0$;
 б) $28x \geq 4+49x^2$.
- 1.261. а) $(2x+7)^2 - (2+7x)^2 < 0$;
 б) $(8-3x)^2 - (8x-3)^2 \leq 0$.
- 1.262. а) $\left(\frac{2x+9}{3}\right)^2 - \left(\frac{12-x}{4}\right)^2 > 0$;
 б) $\left(\frac{x-20}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{9x-5}{3}\right)^2$.
- 1.263. а) $\left(\frac{2x+15}{2}\right)^2 < \left(\frac{5x+24}{4}\right)^2$;
 б) $\left(\frac{5x-8}{4}\right)^2 - \left(\frac{3x+4}{2}\right)^2 < 0$.

Найдите область определения функции (1.264—1.268):

- 1.264. а) $y = \frac{\sqrt{7x+1}}{x}$;
 б) $y = \frac{x}{\sqrt{5-3x}}$.
- 1.265. а) $y = \sqrt{3-5x-2x^2}$;
 б) $y = \sqrt{2x^2-9x+9}$.
- 1.266. а) $y = \frac{1+x}{\sqrt{2+3x-5x^2}}$;
 б) $y = \frac{x}{\sqrt{3x^2+4x+1}}$.
- 1.267. а) $y = \sqrt{1-(2x+3)^2}$;
 б) $y = \frac{1}{\sqrt{(1-3x)^2-4}}$.
- 1.268. а) $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-6x+9}}$;
 б) $y = 5 - \sqrt{10x-25-x^2}$.

Решите неравенство (1.269—1.274):

- 1.269. а) $\frac{3-2x}{2+x} > 0$;
 б) $\frac{7-x}{4x+6} < 0$.
- 1.270. а) $\frac{2+4x}{x-0,5} \leq 0$;
 б) $\frac{x-4,5}{9+2x} \geq 0$.
- 1.271. а) $\frac{7x+3}{x+3} \geq \frac{-x}{2(x+3)}$;
 б) $\frac{3}{3x-2} \leq \frac{5x-2}{2(3x-2)}$.
- 1.272. а) $\frac{4+x}{2x-3} < \frac{5+3x}{3-2x}$;
 б) $\frac{3x+7}{x-2} > \frac{x-4}{2-x}$.
- 1.273. а) $\frac{2x+4}{7-5x} \geq \frac{3-2x}{5x-7}$;
 б) $\frac{x+7}{3-4x} \leq \frac{1-x}{4x-3}$.
- 1.274. а) $\frac{9}{4+2x} > -3$;
 б) $\frac{5}{x+1} > 2$.

Среди решений данного уравнения найдите те, которые удовлетворяют данному неравенству (1.275—1.278):

- 1.275. а) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 2$, $x^2 + 5x - 6 < 0$;
 б) $\frac{3}{x+1} + \frac{4}{x} + 2 = 0$, $-x^2 - 2x + 8 > 0$.
- 1.276. а) $(x+3)^2 + (x+1)^2 = 20$, $(3x+1)(x-2) \geq 0$;
 б) $(3-x)^2 + (1-x)^2 = 20$, $(x-4)(5x+1) \leq 0$.

$$1.277. \text{ а) } \frac{3}{x^2-5x} + \frac{1}{5-x} = \frac{x-3}{x}, \quad \frac{2x-1}{6} > \frac{5}{2} - \frac{x+1}{3};$$

$$\text{ б) } \frac{2}{x^2+6x} + \frac{3}{x} = \frac{2x+9}{x+6}, \quad \frac{x+4}{5} + \frac{13+2x}{6} < 3,5.$$

$$1.278. \text{ а) } (x^2-2)(x+2) = x^3+8, \quad x^2+7x < 0;$$

$$\text{ б) } 1-x^3 = (x-1)(5-x^2), \quad 4x^2-9 \geq 0.$$

Решите уравнение и выясните, какому из двух неравенств удовлетворяет корень уравнения (1.279—1.280):

$$1.279. \text{ а) } \frac{1-2x}{12} = 1 + \frac{5x-4}{18}, \quad x^2-3 \geq 0 \text{ или } x^2-3 < 0;$$

$$\text{ б) } \frac{5+3x}{16} - \frac{2-x}{6} = \frac{1}{2}, \quad 2-x^2 < 0 \text{ или } 2-x^2 \geq 0.$$

$$1.280. \text{ а) } 2(x+2) - \frac{5-3x}{6} + 1 = 0, \quad x^3+3x^2-4 < 0$$

$$\text{ или } x^3+3x^2-4 \geq 0;$$

$$\text{ б) } \frac{3x+2}{4} - 3 = 6(x-1), \quad x^3-4x+3 \geq 0 \text{ или } x^3-4x+3 < 0.$$

Среди всех x , при которых данное выражение $P(x)$ обращается в нуль, найдите такие, чтобы выполнялось неравенство (1.281—1.282):

$$1.281. \text{ а) } P(x) = (x-4)(x-1)(2x+3), \quad 3x^2-4x-14 > 0;$$

$$\text{ б) } P(x) = (x-2)(2x+1)(x+3), \quad 4x^2+17x+5 < 0.$$

$$1.282. \text{ а) } P(x) = (x+3)(4x^2-12x+9), \quad -6x^2+x+13 < 0;$$

$$\text{ б) } P(x) = (2x^2+3x-2)(1-2x), \quad 2-x-10x^2 > 0.$$

Найдите все значения x , при которых выражение имеет смысл.

Найдите все значения x , при которых значение выражения равно нулю (1.283—1.285):

$$1.283. \text{ а) } x\sqrt{x^2+7x-18}; \quad \text{ б) } x\sqrt{11+10x-x^2}.$$

$$1.284. \text{ а) } \frac{x^2-x}{\sqrt{3-12x}}; \quad \text{ б) } \frac{9-x^2}{\sqrt{5+2x}}.$$

$$1.285. \text{ а) } \frac{x^2+2x+1}{\sqrt{9-4x^2}}; \quad \text{ б) } \frac{x^2-2x+1}{\sqrt{4x^2-6x}}.$$

Решите двойное неравенство (1.286—1.289):

$$1.286. \text{ а) } \frac{4}{7} < \frac{1-3x}{4} \leq 1,15; \quad \text{ б) } -0,88 \leq \frac{2x+3}{5} < \frac{1}{3}.$$

$$1.287. \text{ а) } -1 \frac{1}{6} \leq \frac{4x-5}{9} < -0,24; \quad \text{ б) } 0,15 < \frac{7-5x}{6} \leq 1 \frac{4}{9}.$$

$$1.288. \text{ а) } 1,75 < 4x-x^2 < 4; \quad \text{ б) } -\frac{13}{4} < x^2+3x-1 < 3.$$

$$1.289. \text{ а) } 0 < 1-2x-3x^2 \leq 2; \quad \text{ б) } -3 \leq 2x^2-x < 1.$$

Решите систему неравенств (1.290—1.294):

$$1.290. \text{ а) } \begin{cases} (x+2)(2-x) < (x+3)(4-x) \\ \frac{3+x}{4} + \frac{1-2x}{6} \geq 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x-1)(x+5) \geq (x-3)^2 \\ \frac{5+2x}{3} - \frac{5x-1}{6} < 2. \end{cases}$$

$$1.291. \text{ а) } \begin{cases} \frac{8x-1}{15} - \frac{7x-2}{10} > \frac{1}{3} \\ (2x+1)^2 \leq x(4x+3); \end{cases}$$

$$1.292. \text{ а) } \begin{cases} -3x^2 + 8x + 3 > 0 \\ \frac{7-2x}{5} < \frac{x}{2} + 1; \end{cases}$$

$$1.293. \text{ а) } \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 - 2x \geq 0 \\ 7,2 \cdot (1,5 - x) \leq 6; \end{cases}$$

$$1.294. \text{ а) } \begin{cases} \frac{x+4}{2} - \frac{4-3x}{4} < \frac{1}{6} \\ 3x^2 + 7x - 6 \leq 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{5x-3}{12} + \frac{7-2x}{8} \leq 1 \frac{1}{3} \\ x(9x-5) > (1-3x)^2. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 6x^2 + x - 2 \geq 0 \\ \frac{3x+1}{4} \geq \frac{5}{3}x + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2 - 4,5x^2 > 0 \\ -\frac{5}{6}x - 1,4 \leq \frac{1}{2}(x+3,2). \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{7x-2}{3} - \frac{5x+1}{2} < -1 \\ 4x^2 - 7x - 2 > 0. \end{cases}$$

1.295. Найдите все значения x , при которых одновременно выполняются оба неравенства:

а) $2x^2 - 5x - 3 \leq 0$ и $3 + 5x - 2x^2 \leq 0$;

б) $2 - 5x - 3x^2 \geq 0$ и $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$.

Среди всех x , удовлетворяющих первому неравенству, найдите все значения, не удовлетворяющие второму неравенству (1.296—1.297):

1.296. а) $3x^2 + 10x + 3 \geq 0$, $3x^2 + 10x + 3 > 0$;

б) $5x^2 + 4x - 1 \leq 0$, $5x^2 + 4x - 1 < 0$.

1.297. а) $2x^2 - 9x + 4 \leq 0$, $(x-4)(1-2x) > 0$;

б) $-2x^2 - 3x + 9 \geq 0$, $(x+3)(2x-3) < 0$.

Докажите утверждение (1.298—1.299):

1.298. а) Если $a > b$, а $b > 2$, то $10a > 3b + 14$;

б) Если $a < b$, а $b < 3$, то $13a < 4b + 27$.

1.299. а) При $a > 0$ $\frac{a+3}{2} \geq \frac{6a}{a+3}$; б) При $b > 0$ $\frac{4b}{2b+1} \leq \frac{2b+1}{2}$.

СТЕПЕНИ И КОРНИ.

ПРОГРЕССИИ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.

Выполните указанные действия (1.301—1.309):

1.301. а) $(\sqrt{18} - \sqrt{98})^2 + (7\sqrt{3})^2$; б) $(\sqrt{20} - \sqrt{180})^2 + (5\sqrt{2})^2$.

1.302. а) $\sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$; б) $\sqrt{\sqrt{27} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{27} + \sqrt{2}}$.

1.303. а) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{6} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \sqrt{8}\right) \cdot \sqrt{24} + 18\sqrt{2} - 12\sqrt{3}$;

б) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{3} + 4\sqrt{15}\right) \cdot \sqrt{12} - 4\sqrt{6} - 24\sqrt{5}$.

- 1.304. а) $\left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{2}\right) : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 4\sqrt{10}$;
 б) $\left(\frac{4}{3}\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3\frac{1}{3}}\right) : \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right) + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5})$.
- 1.305. а) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{15})^2$; б) $(3\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 - (3\sqrt{14} - 1)^2$.
- 1.306. а) $\left(\sqrt{2} + 3\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{0,36} + \sqrt{1,69}$;
 б) $\left(2\sqrt{5} - \sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 + \sqrt{0,64} + \sqrt{1,21}$.
- 1.307. а) $\sqrt{0,04} - (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{8} + \sqrt{7})$;
 б) $\sqrt{0,09} - (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})(\sqrt{11} + \sqrt{12})$.
- 1.308. а) $(2 - \sqrt{3})^2(7 + 4\sqrt{3}) + 3\sqrt{12\frac{1}{4}}$;
 б) $(\sqrt{5} - 2)^2(9 + 4\sqrt{5}) - 2\sqrt{5\frac{4}{9}}$.
- 1.309. а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2} - \sqrt[5]{243}$; б) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}}{\sqrt[12]{9}} + \sqrt[7]{128}$.

Упростите выражение (1.310—1.311):

- 1.310. а) $\left(\frac{1}{2\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{1}{2\sqrt{a} - \sqrt{b}}\right)(b - 4a)$;
 б) $\left(\frac{1}{\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} + \frac{1}{3\sqrt{b} + \sqrt{a}}\right)(9b - a)$.
- 1.311. а) $\frac{a - 16b}{(\sqrt[4]{a} - 2\sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + 2\sqrt[4]{b})} - 4\sqrt{b}$;
 б) $\frac{81x - y}{(3\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(3\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})} - \sqrt{y}$.

Определите, между какими двумя последовательными натуральными числами находится данное число (1.312—1.314):

- 1.312. а) $\frac{4}{3}\sqrt{63}$; б) $\frac{3}{4}\sqrt{112}$.
- 1.313. а) $3\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$; б) $2\sqrt[3]{\frac{7}{2}}$.
- 1.314. а) $(7 + \sqrt{13}) \cdot \frac{1}{2}$; б) $(10 + \sqrt{17}) \cdot \frac{1}{3}$.

Сравните числа, не пользуясь таблицами и микрокалькулятором (1.315—1.316):

- 1.315. а) $2\sqrt{5} - 1$ и $6 - \sqrt{5}$; б) $\sqrt{7} - 1$ и $9 - 3\sqrt{7}$.
- 1.316. а) $\left(3\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$ и $\left(3\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$;
 б) $\left(2\sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ и $\left(2\sqrt{7} - \sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2$.

1.317. Расположите числа в порядке возрастания (без использования таблиц и МК):

а) $\sqrt{0,3}$; $0,3$; $(\sqrt{5}-1)^2$; б) $\sqrt{1,7}$; $1,7$; $(3-\sqrt{7})^2$.

Проверьте равенство (1.318—1.319):

1.318. а) $\frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{6}-1} = \frac{\sqrt{6}+1}{15+10\sqrt{2}}$; б) $\frac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{15+6\sqrt{6}}$.

1.319. а) $(2+\sqrt{5})^2 + \sqrt{(4\sqrt{5}-11)^2} = 20$;

б) $(1+\sqrt{7})^2 + \sqrt{(2\sqrt{7}-10)^2} = 18$.

Докажите, что число a является корнем уравнения (1.320—1.321):

1.320. а) $x^2 + x\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 0$, $a = 1 - \sqrt{3}$;

б) $x^2 - x\sqrt{5} - 4 - 2\sqrt{5} = 0$, $a = 2 + \sqrt{5}$.

1.321. а) $x(6-x^2) = 4$, $a = \sqrt{3} - 1$;

б) $(x^2 - 17)x = 4$, $a = 2 - \sqrt{5}$.

1.322. Решите неравенство:

а) $(1-\sqrt{2})x \geq 2 - 2\sqrt{2}$; б) $(2\sqrt{2}-3)x \leq (\sqrt{2}-1)^2$.

1.323. Найдите все целые решения двойного неравенства:

а) $\frac{2}{3}\sqrt{18} < x < 15\sqrt[3]{0,027}$; б) $15\sqrt[3]{0,008} < x < \frac{3}{2}\sqrt{12}$.

Докажите, что данное выражение является корнем уравнения $x^2 = 1$ и найдите значение этого выражения (1.324—1.325):

1.324. а) $(2-\sqrt{5})\sqrt{9+4\sqrt{5}}$; б) $(2\sqrt{2}-3)\sqrt{17+12\sqrt{2}}$.

1.325. а) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}}$.

Составьте приведенное квадратное уравнение, корнями которого являются следующие числа (1.326—1.327):

1.326. а) $3-\sqrt{5}$, $3+\sqrt{5}$; б) $2+\sqrt{7}$, $2-\sqrt{7}$.

1.327. а) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$; б) $5\sqrt{2}-\sqrt{7}$, $5\sqrt{2}+\sqrt{7}$.

Пусть a_1 и a_n соответственно первый и n -й члены арифметической прогрессии, n — число ее членов, S_n — сумма n первых членов, d — разность прогрессии, а b_1 и b_n соответственно первый и n -й члены геометрической прогрессии, n — число ее членов, S_n — сумма n первых ее членов, q — знаменатель прогрессии. По трем данным прогрессии найдите значения двух остальных (1.328—1.345):

1.328. а) $a_1 = 8$, $a_n = 104$, $d = 3$; б) $a_1 = 5$, $a_n = -163$, $d = -7$.

1.329. а) $a_1 = 5$, $a_n = 509$, $n = 100$; б) $a_1 = 7$, $a_n = -385$, $n = 50$.

1.330. а) $a_1 = 4$, $a_n = 100$, $S_n = 1716$; б) $a_1 = 96$, $a_n = 4$, $S_n = 1200$.

1.331. а) $a_1 = 137$, $d = -7$, $n = 23$; б) $a_1 = 11$, $d = 8$, $n = 17$.

1.332. а) $a_1 = 25$, $d = -2$, $S_n = 168$; б) $a_1 = 5$, $d = 2$, $S_n = 192$.

1.333. а) $a_1 = -5$, $n = 23$, $S_n = 1909$; б) $a_1 = 81$, $n = 34$, $S_n = 510$.

- 1.334. а) $d = -7$, $n = 23$, $a_n = -149$; б) $d = 3$, $n = 15$, $a_n = 50$.
 1.335. а) $d = 2$, $n = 50$, $S_n = 2650$; б) $d = -3$, $n = 40$, $S_n = 620$.
 1.336. а) $d = 3$, $a_n = 59$, $S_n = 610$; б) $d = -5$, $a_n = -8$, $S_n = 145$.
 1.337. а) $n = 25$, $a_n = -12$, $S_n = 900$; б) $n = 52$, $a_n = 106$, $S_n = 2860$.
 1.338. а) $b_1 = 0,5$, $b_n = 256$, $q = 2$; б) $b_1 = 80$, $b_n = 5$, $q = 0,5$.
 1.339. а) $b_1 = 90$, $b_n = 3 \frac{1}{3}$, $n = 4$; б) $b_1 = \frac{1}{3}$, $b_n = 81$, $n = 6$.
 1.340. а) $b_1 = 2$, $b_n = 1024$, $S_n = 2046$; б) $b_1 = 512$, $b_n = 1$, $S_n = 1023$.
 1.341. а) $b_1 = 243$, $q = -\frac{2}{3}$, $n = 6$; б) $b_1 = -\frac{3}{2}$, $q = 2$, $n = 7$.
 1.342. а) $b_1 = 3$, $q = 2$, $S_n = 93$; б) $b_1 = 6$, $q = -2$, $S_n = -510$.
 1.343. а) $q = 0,5$, $n = 6$, $b_n = 3$; б) $q = 3$, $n = 5$, $b_n = 486$.
 1.344. а) $q = 2$, $n = 11$, $S_n = 1023,5$; б) $q = \frac{1}{3}$, $n = 5$, $S_n = 121$.
 1.345. а) $q = 0,5$, $b_n = 3$, $S_n = 93$; б) $q = 3$, $b_n = 54$, $S_n = 80 \frac{2}{3}$.

Пусть b_1 — первый член бесконечной геометрической прогрессии, q — ее знаменатель и S — сумма членов. По двум данным прогрессии найдите значение третьего (1.346—1.348):

- 1.346. а) $b_1 = -20$, $q = \frac{1}{7}$; б) $b_1 = 16$, $q = -\frac{1}{4}$.
 1.347. а) $q = -\frac{5}{8}$, $S = 80$; б) $q = \frac{3}{7}$, $S = 42$.
 1.348. а) $b_1 = 15$, $S = 18$; б) $b_1 = 18$, $S = 15$.

Напишите формулу n -го члена и суммы n первых членов арифметической (a_n) или геометрической (b_n) прогрессии, если (1.349—1.352):

- 1.349. а) $a_2 + a_5 = 41$, $a_1 a_3 = 144$; б) $b_3 - b_2 = 12$, $2b_3 + b_4 = 96$.
 1.350. а) $b_1 = 8b_4$, $b_5 = \frac{3}{16}$; б) $a_2 + 2a_4 = 27$, $a_{17} = 50$.

- 1.351. а) $a_2 a_5 = 112$, $\frac{a_1}{a_5} = 2$; б) $a_3 a_4 = 28$, $\frac{a_1}{a_5} = 13$.

- 1.352. а) $b_3 b_4 = 27$, $\frac{b_{19}}{b_{17}} = 9$; б) $b_4 b_5 = 2$, $\frac{b_{17}}{b_{15}} = 0,25$.

1.353. В арифметической прогрессии вычислите:

а) $a_7^2 + 2a_7 a_5 + a_5^2 - (a_8 + a_4)^2$; б) $4a_8^2 - 4a_1 a_9 + a_1^2 - a_7^2$.

- 1.354. а) Найдите седьмой член арифметической прогрессии, если $a_3 + a_{11} = 20$.

б) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если $b_3 + b_4 = 2(b_4 + b_5)$.

- 1.355. а) В арифметической прогрессии сумма первых пятнадцати ее членов на 8 меньше суммы первых двенадцати ее членов. Найдите a_{14} и S_{27} .

б) Сумма первого, четвертого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна -23 . Найдите a_6 и S_{11} .

- 1.356. а) В геометрической прогрессии $b_2 = \sqrt[3]{2^6}$, $b_3 = 2$. Найдите $\frac{S_{14}}{S_7}$.
- б) В геометрической прогрессии $b_3 = 3$, $b_4 = \sqrt[3]{3^{10}}$. Найдите $\frac{S_9}{S_{18}}$.
- 1.357. а) Второй член геометрической прогрессии составляет 20% от ее первого члена. Сколько процентов составляет пятый ее член от третьего?
- б) Второй член геометрической прогрессии составляет 110% от ее первого члена. Сколько процентов составляет ее шестой член от четвертого?
- 1.358. а) Банк дает своим вкладчикам 25% годовых. Чему станет равен вклад 100 000 р. через 2 года?
- б) Снижение себестоимости производства товара равно 5% в год. Первоначальная себестоимость товара равна 10 000 р. Чему станет равной его себестоимость через 2 года?
- 1.359. а) Найдите квадрат разности девятого и седьмого членов арифметической прогрессии, если произведение восьмого и четвертого ее членов на 27 меньше произведения седьмого и пятого ее членов.
- б) Второй член арифметической прогрессии в 3 раза больше девятого ее члена. Найдите сумму первых двадцати четырех членов этой прогрессии.
- 1.360. а) В арифметической прогрессии 59, 55, 51, ... найдите сумму всех ее положительных членов.
- б) В арифметической прогрессии $-63, -58, -53, \dots$ найдите сумму всех ее отрицательных членов.
- 1.361. а) В арифметической прогрессии девять членов, первый из которых 8,5, а последний 10,9. Напишите все члены этой прогрессии и найдите их сумму.
- б) В геометрической прогрессии пять положительных членов, первый из которых 1,5, а последний 24. Напишите все члены этой прогрессии и найдите их сумму.
- 1.362. а) В бесконечной геометрической прогрессии $b_2 = 0,3$, $b_3 = -0,2$. Найдите сумму этой прогрессии.
- б) В арифметической прогрессии $a_2 = 3,1$, $a_3 = 2,7$. Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии.
- 1.363. а) Найдите отношение суммы бесконечной геометрической прогрессии к сумме квадратов ее членов, если $b_2 = 2$ и $q = -\frac{1}{2}$.
- б) Найдите отношение суммы бесконечной геометрической прогрессии к сумме ее членов с нечетными номерами, если $b_1 = 3$ и $q = \frac{1}{3}$.

- 1.364. а) В арифметической прогрессии $a_n = 37,7 - 0,3n$. Найдите наибольший отрицательный член этой прогрессии.
 б) В арифметической прогрессии $a_n = 0,7n - 35,1$. Найдите наименьший положительный член этой прогрессии.
- 1.365. а) В арифметической прогрессии $a_n = 51 - 3n$. Найдите сумму всех положительных членов этой прогрессии.
 б) В арифметической прогрессии $a_n = 5n - 100$. Найдите сумму всех отрицательных членов этой прогрессии.
- 1.366. а) Докажите, что ординаты точек графика функции $y = 0,3x + 1$, имеющих абсциссами натуральные числа от 1 до 10, составляют арифметическую прогрессию, найдите ее сумму.
 б) Докажите, что ординаты точек графика функции $y = 2 - 0,7x$, имеющих абсциссами натуральные числа от 2 до 9, составляют арифметическую прогрессию, найдите ее сумму.
- 1.367. а) Градусные меры углов α_n составляют арифметическую прогрессию, у которой $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 35^\circ$. Найдите $\cos \alpha_{55}$.
 б) Градусные меры углов α_n составляют арифметическую прогрессию, у которой $\alpha_1 = 10^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$. Найдите $\sin \alpha_{44}$.
- 1.368. а) Найдите пятый член арифметической прогрессии, если первый ее член равен $2\sqrt{5} - 11$, а третий $2 - 3\sqrt{5}$.
 б) Найдите пятый член геометрической прогрессии, если третий ее член равен $2\sqrt{2} - 6$, а четвертый $4 - 6\sqrt{2}$.
- 1.369. а) Сумма первых восьмидесяти трех членов арифметической прогрессии равна 5623. Найдите сумму первых восьмидесяти трех членов такой прогрессии, каждый член которой на 2 больше соответствующего члена данной прогрессии. (Ответ обоснуйте.)
 б) Сумма первых ста семи членов арифметической прогрессии равна 4835. Найдите сумму первых ста семи членов такой прогрессии, каждый член которой на 3 меньше соответствующего члена данной прогрессии. (Ответ обоснуйте.)
- 1.370. а) В арифметической прогрессии сумма первых шестидесяти пяти членов равна 1223. Найдите сумму первых шестидесяти пяти членов такой прогрессии, каждый член которой составляет 30% соответствующего члена данной прогрессии. (Ответ обоснуйте.)
 б) Сумма первых восьмидесяти пяти членов геометрической прогрессии равна 2227. Найдите сумму первых восьмидесяти пяти членов такой прогрессии, каждый член которой составляет 40% соответствующего члена данной прогрессии. (Ответ обоснуйте.)
- 1.371. а) Докажите, что последовательность, заданная формулой общего члена $a_n = 3n - 77$, является арифметической прогрессией и найдите сумму всех ее отрицательных членов.

- б) Докажите, что последовательность, заданная формулой общего члена $a_n = 83 - 4n$, является арифметической прогрессией и найдите сумму всех ее положительных членов.
- 1.372. а) Найдите первый член арифметической прогрессии, если ее разность равна 8, а сумма первых двадцати членов равна сумме следующих за ними десяти членов этой прогрессии.
б) Найдите разность арифметической прогрессии, если первый ее член равен 69, а сумма первых десяти членов равна сумме следующих за ними двадцати членов этой прогрессии.
- 1.373. а) Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 7, а сумма квадратов всех ее членов 14. Найдите b_1 и b_2 .
б) Сумма бесконечной геометрической прогрессии в 1,75 раза больше суммы кубов всех ее членов. Найдите знаменатель прогрессии, если $b_1 = 1$.
- 1.374. а) Знаменатель геометрической прогрессии равен $-0,5$, а первый член 64. Найдите сумму квадратов первых восьми членов этой прогрессии.
б) Первый член геометрической прогрессии равен $\frac{9}{32}$, а знаменатель 2. Найдите сумму величин, обратных первым двадцати членам этой прогрессии.
- 1.375. а) В арифметической прогрессии, состоящей из двадцати членов, сумма десяти членов с четными номерами на 80 больше, чем сумма десяти членов с нечетными номерами. Найдите разность прогрессии.
б) В геометрической прогрессии, состоящей из тридцати членов, сумма пятнадцати членов с нечетными номерами в 3 раза меньше, чем сумма всех членов прогрессии. Найдите знаменатель прогрессии.
- 1.376. а) Длины сторон прямоугольного треугольника образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите синус меньшего угла этого треугольника.
б) Длины сторон прямоугольного треугольника образуют убывающую геометрическую прогрессию. Найдите косинус большего острого угла треугольника.
- 1.377. а) Градусные меры углов прямоугольного треугольника составляют арифметическую прогрессию. Найдите тангенс меньшего острого угла треугольника.
б) Градусные меры углов треугольника составляют арифметическую прогрессию. Найдите тангенс меньшего угла треугольника, если градусная мера его большего угла составляет 75° .
- 1.378. а) Первый член арифметической прогрессии равен 111, а разность -6 . Какое наименьшее число последовательных членов этой прогрессии, начиная с первого, надо взять, чтобы их сумма была отрицательной?

- б) Первый член арифметической прогрессии равен -100 , а разность прогрессии 8 . Какое наименьшее число последовательных членов прогрессии надо взять, чтобы их сумма, начиная с первого, была положительной?
- 1.379.** а) Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных пяти.
б) Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных трем.
- 1.380.** а) При каких значениях x числа $1+x$, x^2+4 , $2x+9$, $9x$ являются четырьмя последовательными членами арифметической прогрессии?
б) При каких значениях x числа $2x$, $5-x$, $7+x$, $20-4x$ являются четырьмя последовательными членами геометрической прогрессии?
- 1.381.** а) При каких значениях k числа $2k-1$, $2k+1$, $9k$, $k+26$ являются четырьмя последовательными членами геометрической прогрессии?
б) При каких значениях k числа $2k-2$, k^2+1 , $4k$, $3k^2-1$ являются четырьмя последовательными членами геометрической прогрессии?
- 1.382.** а) Второй член арифметической прогрессии составляет 88% от первого. Сколько процентов от первого члена составляет пятый член этой прогрессии?
б) Второй член арифметической прогрессии составляет 107% от первого. Сколько процентов от первого члена составляет десятый член этой прогрессии?
- 1.383.** а) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если отношение суммы первых ее девяти членов к сумме следующих за ними девяти членов этой же прогрессии равно 512 .
б) Найдите разность арифметической прогрессии, если сумма первых ее ста членов на пятьдесят больше, чем сумма следующих за ними ста членов этой же прогрессии.
- 1.384.** а) В арифметической прогрессии $\frac{a_{170}}{a_2} = 15$. Найдите $\frac{a_{21}}{a_{12}}$.
б) В арифметической прогрессии $\frac{a_{133}}{a_5} = 17$. Найдите $\frac{a_{25}}{a_{47}}$.
- 1.385.** а) В геометрической прогрессии $\frac{b_{18}+b_{19}}{b_6+b_7} = 13$. Найдите отношение суммы первых двадцати четырех ее членов к сумме первых ее двенадцати членов.
б) В геометрической прогрессии отношение суммы первых ее восемнадцати членов к сумме первых ее девяти членов равно 7 . Найдите $\frac{b_{18}-b_{16}}{b_9-b_7}$.
- 1.386.** а) Сумма членов бесконечной геометрической прогрессии в 3 раза больше ее первого члена. Найдите $\frac{b_5}{b_7}$.

- б) Сумма членов бесконечной геометрической прогрессии в 1,5 раза меньше ее первого члена. Найдите $\frac{b_{10}}{b_7}$.
- 1.387. а) Сколько надо взять последовательных натуральных чисел, кратных трем, начиная с 3, чтобы их сумма была равна 165?
 б) Сколько надо взять последовательных натуральных чисел, кратных 7, начиная с 7, чтобы их сумма была равна 252?
- 1.388. Последовательность (a_n) задана формулой своего n -го члена:
 а) $a_n = \frac{3n+1}{2n+5}$. Найдите a_5 и номер члена последовательности, равного $1\frac{12}{37}$.
 б) $a_n = \frac{8n-3}{2n+7}$. Найдите a_6 и номер члена последовательности, равного $3\frac{6}{37}$.
- 1.389. а) В геометрической прогрессии первый член равен $\sqrt{2}$, а седьмой $\sqrt{128}$. Найдите восьмой член прогрессии.
 б) В геометрической прогрессии первый член равен $\sqrt{3}$, а пятый $\sqrt{243}$. Найдите шестой член прогрессии.
- 1.390. а) В геометрической прогрессии первый член равен $\sqrt{3}$, а третий $\sqrt{27}$. Найдите четвертый член прогрессии.
 б) В геометрической прогрессии первый член равен $\sqrt{2}$, а девятый $\sqrt{512}$. Найдите десятый член прогрессии.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ. КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН

- 1.401. Определите, какие из указанных точек принадлежат графику данной функции (ответ обоснуйте):
 а) $y = x + x^{0,5} + 1$; $A(-4; -5)$, $B(0; 1)$, $C(4; 7)$, $D(4; 8)$;
 б) $y = x + x^{-0,5}$; $A(-4; -4,5)$, $B(0; 0)$, $C(1; 2)$, $D(1; \frac{1}{2})$.
- 1.402. При каких значениях a график данной функции проходит через данную точку K :
 а) $y = ax^2 - 5x - 3$, $K(-1; 3)$;
 б) $y = 3x^2 + ax - 1$, $K(-2; 1)$?
- 1.403. а) Найдите $y(\frac{1}{2})$, если $y = \frac{3x}{2x+1} + \frac{5x-1}{3x-1}$.
 б) Найдите $y(\frac{1}{3})$, если $y = \frac{7x}{3x-2} + \frac{2x+5}{2x-1}$.
- 1.404. а) Пусть $f(x) = x^2 - 3$. Найдите $f(1 - \sqrt{3}) + f(1 + \sqrt{3})$.
 б) Пусть $f(x) = 7 - x^2$. Найдите $f(1 - \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2})$.

1.405. а) Пусть $\varphi(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - \frac{x^2 - 8x + 16}{4 - x}$. Найдите $\varphi\left(\frac{3}{7}\right)$.

б) Пусть $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x} - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$. Найдите $f\left(\frac{5}{9}\right)$.

1.406. а) Пусть $\alpha(x) = \frac{x^2}{x-3}$. Найдите $\alpha(x_0 + 0,2) - \alpha(x_0)$, где $x_0 = 1$.

б) Пусть $\beta(x) = \frac{x-2}{x^2}$. Найдите $\beta(x_0 - 0,1) - \beta(x_0)$, где $x_0 = 3$.

Найдите все значения аргумента, при которых $f(x) = f(a)$ (1.407—1.409):

1.407. а) $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$, $a = 5$; б) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$, $a = 2$.

1.408. а) $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$, $a = 3$; б) $f(x) = \frac{5}{3x} - \frac{2}{x+3}$, $a = -1$.

1.409. а) $f(x) = \frac{3x-1}{x+2} - x$, $a = 0,4$;

б) $f(x) = 2x - \frac{x-1}{3x+2}$, $a = 0,25$.

1.410. а) Пусть $\varphi(x) = x - 3 + \frac{1-4x}{x}$. Докажите, что $\varphi(2,5) = \varphi(0,4)$.

б) Пусть $\gamma(x) = \frac{3x-1}{x} - 2 - x$. Докажите, что $\gamma(0,8) = \gamma(1,25)$.

Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций (1.411—1.412):

1.411. а) $y = x^2 + \frac{1}{x-4}$ и $y = \frac{4x-15}{x-4}$;

б) $y = x^2 - \frac{2}{x-3}$ и $y = \frac{9x-29}{x-3}$.

1.412. а) $y = x^2 - 3x + 1$ и $y = x + 7$; б) $y = 2x + 3$ и $y = \frac{1}{x}$.

Найдите ординаты точек пересечения графиков функций (1.413—1.414):

1.413. а) $y = \frac{1}{x}$ и $y = 8x - 2$; б) $y = \frac{3}{x}$ и $y = 3x + 8$.

1.414. а) $y = x^3 - 5x + 1$ и $y = x^3$; б) $y = 3x - 1 - x^3$ и $y = 1 - x^3$.

Найдите координаты общих точек графиков функций (1.415—1.416):

1.415. а) $y = x^2 - 3x - 1$ и $y = 2 - 5x^2$;

б) $y = 3x^2 - 7x - 2$ и $y = 2x^2 - 5x + 6$.

1.416. а) $y = \frac{3+x}{x-1}$ и $y = 2x + 1$;

б) $y = \frac{5-x}{x-2}$ и $y = x - 1$.

1.417. Докажите, что графики данных функций не имеют общих точек:

а) $y = x^2 - 7x + 3$ и $y = -x^2 - 11x - 2$;

б) $y = \frac{2}{x-1}$ и $y = 3 - x$.

Найдите все такие a , что (1.418—1.419):

1.418. а) $2f(a) - 3f\left(\frac{1}{a}\right) = 0,5$, где $f(x) = 3x + \frac{2}{x}$;

б) $7f(a) + 2f\left(\frac{1}{a}\right) = 4,5$, где $f(x) = 2x - \frac{7}{x}$.

1.419. а) $\varphi(a) = \varphi(-a)$, где $\varphi(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x + 5$;

б) $\gamma(-a) + \gamma(a) = 0$, где $\gamma(x) = 2x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 7x$.

При каких значениях b точка графика с абсциссой x_0 лежит на оси абсцисс (1.420—1.421):

1.420. а) $y = bx^2 - 3x - 2b + 1$, $x_0 = -0,9$;

б) $y = 3x^2 + 2bx - x + b$, $x_0 = -0,7$.

1.421. а) $y = \frac{x-b}{3x+1} + bx$, $x_0 = -1 \frac{1}{3}$;

б) $y = \frac{2x+b}{5x-1} - bx$, $x_0 = 2 \frac{1}{5}$.

Найдите нули функции (1.422—1.423):

1.422. а) $\varphi(x) = x + \frac{3}{4x+13}$; б) $\gamma(x) = 2x - \frac{3}{4x+1}$.

1.423. а) $t(x) = (x^2 - 25)\left(\frac{2}{x+5} + \frac{1}{x}\right)$;

б) $p(x) = (x^2 - 3x)\left(\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x+3}\right)$.

Найдите область определения функции и те значения аргумента, при которых $f(x) = a$ (1.424—1.428):

1.424. а) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, $a = 3$; б) $f(x) = \sqrt{x^2 - 144}$, $a = 5$.

1.425. а) $f(x) = \frac{3x-7}{x^2-9}$, $a = 0,5$; б) $f(x) = \frac{5x+3}{x^2-1}$, $a = 4 \frac{1}{3}$.

1.426. а) $f(x) = x\sqrt{3x-1}$, $a = 0$; б) $f(x) = (x-1)\sqrt{x-2}$, $a = 0$.

1.427. а) $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt{5x-3}}{x-7}$, $a = 0$;

б) $f(x) = \frac{(5-x)\sqrt{7-3x}}{x+1}$, $a = 0$.

1.428. а) $f(x) = \frac{3x}{x^2+3}$, $a = 0,75$; б) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+2}$, $a = \frac{1}{3}$.

Найдите область значений функции (1.429—1.432):

1.429. а) $y = -x^2 + 5x + 1$; б) $y = x^2 - 7x - 5$.

1.430. а) $y = (3x-5)(1-x)$; б) $y = (5-x)(3-2x)$.

1.431. а) $y = (x-1)^2 + (2x-3)^2$; б) $y = (2x-1)^2 - (3x-1)^2$.

1.432. а) $y = x - (2x-1)^2$; б) $y = 3x - (x+2)^2$.

- 1.433. а) Пусть $\varphi(x) = x^2 + 1$. Решите уравнение $\varphi(3t - 1) = \varphi(1 - 2t)$.
 б) Пусть $\gamma(x) = x^2 - 2$. Решите уравнение $\gamma(t + 5) = \gamma(2 - 4t)$.
- 1.434. а) Пусть $f(x) = x + \frac{3}{x}$. Найдите общие точки графиков функций $y = f(x + 2)$ и $y = f(x)$.
 б) Пусть $f(x) = 2x + \frac{8}{x}$. Найдите общие точки графиков функций $y = f(4x)$ и $y = f(x)$.
- 1.435. Найдите координаты тех точек графика функции, для которых абсцисса равна ординате:
 а) $y = x^2 + 6x + 4$; б) $y = x^2 - 7x + 9$.
- 1.436. а) Найдите координаты точек графика функции $y = x + \frac{3}{x}$, отстоящих от оси ординат на 1,5.
 б) Найдите координаты точек графика функции $y = 2x - \frac{1}{x}$, отстоящих от оси ординат на 2,5.
- 1.437. а) Найдите координаты точек графика функции $y = 2x + \sqrt{9x^2 - 16}$, отстоящих от оси ординат на $\frac{5}{3}$.
 б) Найдите координаты точек графика функции $y = \sqrt{25 - 16x^2} - 5x$, отстоящих от оси ординат на 0,75.
- 1.438. а) Найдите координаты точек графика функции $y = x^2 - 2x - 7$, отстоящих от оси абсцисс на 8.
 б) Найдите координаты точек графика функции $y = -x^2 + 6x - 7$, отстоящих от оси абсцисс на 2.
- 1.439. а) Найдите координаты точек графика функции $y = x + \frac{3}{x}$, отстоящих от оси абсцисс на 4.
 б) Найдите координаты точек графика функции $y = 4x - \frac{1}{x}$, отстоящих от оси абсцисс на 3.

Постройте график функции $y = kx + b$ и укажите не менее трех точек, лежащих на этом графике (1.440—1.443):

- 1.440. а) $k = 3$, $b = -5$; б) $k = -2$, $b = 6$.
 1.441. а) $k = -2$ и график проходит через точку $M(-3; 8)$;
 б) $b = -1$ и график проходит через точку $K(-1; 5)$.
 1.442. а) Прямая параллельна прямой $y = 2x$ и проходит через $K(2; 7)$.
 б) Прямая параллельна прямой $y = -3x$ и проходит через $P(1; 4)$.
 1.443. График пересекает оси координат в точках:
 а) $A(0; -3)$, $B(5; 0)$; б) $M(0; 5)$, $K(-2; 0)$.

Постройте график функции $y = a(x - x_0)^2 + y_0$, записав аналитическое задание функции y (1.444—1.447):

1.444. а) $a = 2, x_0 = -2, y_0 = 1$; б) $a = -1, x_0 = 3, y_0 = 4$.

1.445. а) $a = 1$ и график проходит через точки $M(-2; 0), K(4; 0)$;
б) $a = -1$ и график проходит через точки $A(1; 0), B(5; 0)$.

1.446. График пересекает оси координат в точках:

а) $A(-5; 0), B(5; 0), C(0; 3)$;

б) $K(-2; 0), P(2; 0), T(0; -4)$.

1.447. а) Вершиной графика является точка $M(2; 4)$, и график проходит через точку $A(1; 5)$.

б) Вершиной графика является точка $K(3; 5)$, и график проходит через точку $B(2; 4)$.

Постройте график функции и укажите интервалы ее знакопостоянства (1.448—1.451):

1.448. а) $y = x^2 - 4x - 5$; б) $y = -x^2 - 2x + 3$.

1.449. а) $y = x^2 + 4x + 3$; б) $y = -x^2 + 6x - 5$.

1.450. а) $y = -x^2 + 4x - 4$; б) $y = 2x^2 - 4x + 3$.

1.451. а) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x$; б) $y = 2x^2 + 4x$.

Постройте график функции и укажите с его помощью промежутки монотонности функции (1.452—1.455):

1.452. а) $y = x^2 - 6x + 9$; б) $y = -\frac{2}{x}$.

1.453. а) $y = \frac{3}{x}$; б) $y = 0,5x^2 + 2x$.

1.454. а) $y = -\frac{1}{2x}$; б) $y = -2x^2 - 6x$.

1.455. а) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 0,5$; б) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$.

Постройте график функции при указанных значениях x и определите область значений этой функции при этих x (1.456—1.458):

1.456. а) $y = x^2 - 2x - 3$, где $x \in (-\infty; +\infty)$;

б) $y = -x^2 + 4x$, где $x \in (-\infty; +\infty)$.

1.457. а) $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$, где $x \in [-3; 6]$;

б) $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$, где $x \in [-4; 2]$.

1.458. а) $y = 2x^2 - 4x - 1$, где $x \in [-1; 2]$;

б) $y = 3x - 0,5x^2$, где $x \in [2; 7]$.

Не выполняя построения графиков функций, постройте прямую, проходящую через общие точки этих графиков, и задайте аналитически уравнение этой прямой (1.459—1.460):

1.459. а) $y = x^2 - 2x - 3$ и $y = -x^2 + 2x - 1$;

б) $y = x^2 + 4x + 5$ и $y = -x^2 - 4x - 1$.

1.460. а) $y = x^2 - 2x$ и $y = 4x - x^2$; б) $y = 2x^2 - 5x$ и $y = x^2 - 2x$.

Решите графически уравнение (1.461—1.466):

- 1.461. а) $x^2 - 3 = 5x$; б) $2 - x^2 = 4x$.
1.462. а) $x^2 = 2x + 4$; б) $x^2 - 2 = 3x$.
1.463. а) $\frac{1}{x} = (x - 1)^2$; б) $(x + 1)^2 = -\frac{2}{x}$.
1.464. а) $\frac{1}{x} = 4x - x^2$; б) $x^2 - 6x = -\frac{3}{x}$.
1.465. а) $\sqrt{x} = \frac{3}{x}$; б) $(x - 1)^2 = \sqrt{x}$.
1.466. а) $x^3 = -3x + 1$; б) $x^3 = -x - 3$.

Решите графически систему уравнений (1.467—1.472):

- 1.467. а) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 1. \end{cases}$
1.468. а) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x^2 + 2x + 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 \\ y = x^2 - 4x + 1. \end{cases}$
1.469. а) $\begin{cases} x - y = 5 \\ xy = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = -1. \end{cases}$
1.470. а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y - x^2 + 2 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + 3y - 6 = 0. \end{cases}$
1.471. а) $\begin{cases} yx = -1 \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ x^2 + y^2 = 16. \end{cases}$
1.472. а) $\begin{cases} y - x^3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y + x^3 = 0 \\ 2x - 3y - 6 = 0. \end{cases}$

Изобразите фигуру, ограниченную графиками функций (выделите ее штриховкой). Точки границы фигуры считайте принадлежащими фигуре (1.473—1.475):

- 1.473. а) $y = x^2$ и $y = 2x + 3$. Укажите координаты точки этой фигуры, имеющей наибольшую ординату.
б) $y = x^2$ и $y = 6 - x$. Укажите координаты точки этой фигуры, имеющей наименьшую абсциссу.
1.474. а) $y = -\frac{3}{x}$ и $y = x + 4$. Укажите точку этой фигуры, имеющую наименьшую ординату.
б) $y = \frac{2}{x}$ и $y = 3 - x$. Укажите точку этой фигуры, имеющую наибольшую абсциссу.
1.475. а) Фигура ограничена графиками функций $y = x^2 - 4$ и $y = 2x - x^2$. Найдите длину отрезка оси ординат, заключенного внутри этой фигуры.
б) Фигура ограничена графиками функций $y = 9 - x^2$ и $y = x^2 + 3x$. Найдите длину отрезка оси абсцисс, заключенного внутри этой фигуры.

Постройте график функции и укажите на нем все точки, координаты которых удовлетворяют указанному условию. Найдите координаты этих точек (1.476—1.480):

- 1.476. а) $y = x^2 - 4x + 4$, абсцисса равна ординате;
б) $y = x^2 + 2x + 2$, сумма абсциссы и ординаты равна нулю.
- 1.477. а) $y = x^2 - 3$, частное от деления абсциссы на ординату равно 0,5;
б) $y = 5 - x^2$, сумма абсциссы и ординаты равна 3.
- 1.478. а) $y = 2x + 3$, ордината равна квадрату абсциссы;
б) $y = 4 - 3x$, абсцисса равна квадрату ординаты.
- 1.479. а) $y = -\frac{1}{x}$, сумма абсциссы и ординаты равна 1,5;
б) $y = \frac{2}{x}$, частное абсциссы и ординаты равно 32.
- 1.480. а) $y = \sqrt{x}$, разность абсциссы и ординаты равна 0,25;
б) $y = x^{-1}$, ордината на $\frac{5}{12}$ больше абсциссы.
- 1.481. Найдите уравнение прямой, параллельной оси абсцисс и имеющей с графиком данной функции ровно одну общую точку. Сделайте чертеж:
а) $y = x^2 - 6x - 3$; б) $y = -x^2 + 2x + 4$.

На графике функции укажите все точки, равноудаленные от осей координат. Найдите координаты этих точек (аналитически или графически по вашему выбору) (1.482—1.483):

- 1.482. а) $y = -2x^2 + 4x - 1$; б) $y = x^2 - 6x$.
- 1.483. а) $y = -4x^{-1}$; б) $y = -x^3$.

Найдите корни квадратного трехчлена и проверьте для них теорему Виета (проверку запишите аналитически) (1.484—1.485):

- 1.484. а) $\frac{3}{7}x^2 - \frac{15}{7}x - 1$; б) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{14}{5}x + 1$.
- 1.485. а) $-\frac{2}{7}x^2 + \frac{1}{7}x + 2$; б) $-\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{3}{5}$.

Найдите корни квадратного трехчлена и разложите его на линейные множители (1.486—1.487):

- 1.486. а) $3x^2 - 11x - 34$; б) $2x^2 + 17x - 26$.
- 1.487. а) $-\frac{5}{3}x^2 + x + 12$; б) $-2x^2 + 2,5x + 13$.

Определите, при каких из указанных значений x данный квадратный трехчлен принимает положительные значения, отрицательные значения, равен нулю (1.488—1.489):

- 1.488. а) $3x^2 + 5x - 8$, при $x_1 = 1$, $x_2 = -2\frac{2}{3}$, $x_3 = -3\frac{1}{3}$, $x_4 = 0,9$,
 $x_5 = 1 + \sqrt{7}$;
б) $-2x^2 + 7x + 9$, при $x_1 = -1$; $x_2 = 4,5$, $x_3 = 4,6$, $x_4 = 3\frac{1}{3}$,
 $x_5 = -1 - \sqrt{3}$.

- 1.489. а) $-9x^2 + 7x$, при $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{7}{9}$, $x_3 = \frac{13}{18}$, $x_4 = 1 + \sqrt{7}$, $x_5 = \sqrt{3} - 5$;
 б) $8x^2 - 11x$, при $x_1 = 1\frac{3}{8}$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1\frac{7}{16}$; $x_4 = 2 + \sqrt{3}$,
 $x_5 = \sqrt{2} - 11$.

Разложите квадратный трехчлен на линейные множители с целыми коэффициентами (1.490—1.491):

- 1.490. а) $5x^2 - 11x - 42$; б) $7x^2 - 2x - 24$.
 1.491. а) $-3x^2 + 6x + 24$; б) $-6x^2 + 70x - 200$.

Сократите дробь и вычислите ее значение при $x = x_0$ (1.492—1.493):

- 1.492. а) $\frac{10x^2 - 13x - 3}{-2x^2 + x + 3}$, $x_0 = -6,2$; б) $\frac{-15x^2 + 13x - 2}{3x^2 - 8x + 4}$, $x_0 = 4,2$.
 1.493. а) $\frac{9x^2 - 6x + 1}{6x^2 + x - 1}$, $x_0 = -1\frac{1}{6}$; б) $\frac{8x^2 - 2x - 1}{16x^2 + 8x + 1}$, $x_0 = -1\frac{1}{4}$.

1.494. Докажите, что данные два квадратных трехчлена имеют общий корень, и найдите его:

- а) $14x^2 + 19x - 3$ и $-14x^2 + 37x - 5$;
 б) $-15x^2 + 4x + 4$ и $15x^2 + x - 2$.

1.495. При каких значениях a данный квадратный трехчлен имеет корень: $x = x_0$:

- а) $-3x^2 + x - a$, $x_0 = -\frac{1}{3}$; б) $5x^2 + 2x + a$, $x_0 = \frac{1}{5}$?

1.496. При каких значениях b данные два квадратных трехчлена имеют общий корень:

- а) $x^2 - 4$ и $x^2 + bx$; б) $x^2 - b$ и $x^2 + 5x$?

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трехчлена. Найдите значение выражения $u(x_1; x_2)$ (1.497—1.498):

- 1.497. а) $x^2 - 7x - 1$, $u(x_1; x_2) = x_1 - \frac{x_1^2}{x_1 + x_2}$;
 б) $x^2 - 5x + 1$, $u(x_1; x_2) = \frac{x_2^2}{x_1 + x_2} - x_2$.
 1.498. а) $x^2 - 4x - 1$, $u(x_1; x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$;
 б) $x^2 + 5x - 3$, $u(x_1; x_2) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2$.

1.499. а) При каких значениях a квадратный трехчлен $2x^2 + x + a$ принимает только положительные значения?

- б) При каких значениях b квадратный трехчлен $-x^2 + 6x + b$ принимает только отрицательные значения?

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1.501. а) Дано: $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$.

б) Дано: $\cos \alpha = 0,6$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$.

1.502. а) Дано: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin \alpha$.

б) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{24}{7}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos \alpha$.

1.503. а) Дано: $\sin \alpha = 0,28$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin 2\alpha$.

б) Дано: $\cos \alpha = \frac{5}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin 2\alpha$.

1.504. а) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{24}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$.

б) Дано: $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} 2\alpha$.

1.505. а) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = 0,5$. Найдите: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

б) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = 3$. Найдите: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

1.506. а) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = 4$. Найдите: $\operatorname{tg} 2\alpha$.

б) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{3}$. Найдите: $\operatorname{ctg} 2\alpha$.

1.507. а) Дано: $\cos \alpha = 0,8$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

б) Дано: $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

1.508. а) Дано: $\cos \alpha = \frac{5}{13}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Найдите: $\cos(90^\circ + \alpha)$.

б) Дано: $\sin \alpha = 0,6$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Найдите: $\sin(270^\circ - \alpha)$.

1.509. а) Дано: $\cos \alpha = 0,8$, $\sin \beta = \frac{12}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\sin(\alpha + \beta)$.

б) Дано: $\sin \alpha = 0,6$, $\cos \beta = 0,28$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$. Найдите: $\cos(\alpha - \beta)$.

1.510. а) Дано: $\operatorname{tg} \alpha = 3$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 1$. Найдите: $\operatorname{tg} \beta$.

б) Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 3$. Найдите: $\operatorname{ctg} \beta$.

1.511. Найдите значение выражения $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{5 \sin \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

б) Найдите значение выражения $\frac{\cos \alpha + 2 \sin \alpha}{\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

Докажите тождество (1.512—1.527):

$$1.512. \text{ а) } \frac{\sin \alpha + \cos(270^\circ + \alpha)}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = 2; \quad \text{ б) } \frac{2(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha)}{\cos 4\alpha - \sin(270^\circ - 4\alpha)} = 1.$$

$$1.513. \text{ а) } \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \cos \alpha;$$

$$\text{ б) } \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$$

$$1.514. \text{ а) } 2\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = 1; \quad \text{ б) } 1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha.$$

$$1.515. \text{ а) } (1 + \operatorname{tg} x)^2 - 2\operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$\text{ б) } (1 + \operatorname{ctg} x)^2 - \frac{1}{\sin^2 x} = 2 \operatorname{ctg} x.$$

$$1.516. \text{ а) } (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \sin 2\alpha = 2;$$

$$\text{ б) } (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) \cdot \sin 2\alpha = 2\cos 2\alpha.$$

$$1.517. \text{ а) } \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}; \quad \text{ б) } \frac{\operatorname{ctg} \alpha - 1}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

$$1.518. \text{ а) } \frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha; \quad \text{ б) } \frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$1.519. \text{ а) } 1 - \frac{\sin 2\alpha \sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \cos^2 \alpha; \quad \text{ б) } 1 - \frac{\sin 2\alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \sin^2 \alpha.$$

$$1.520. \text{ а) } \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \sin 2\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 0,5} = 2\sin \alpha;$$

$$\text{ б) } \frac{\sin 2\alpha + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 0,5} = 2 \cos \alpha.$$

$$1.521. \text{ а) } \frac{1 + \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \beta;$$

$$\text{ б) } \frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

$$1.522. \text{ а) } \frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha;$$

$$\text{ б) } \frac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 4\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$1.523. \text{ а) } \frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta);$$

$$\text{ б) } \frac{\sin(\alpha + \beta) - 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha - \beta).$$

$$1.524. \text{ а) } \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta;$$

$$\text{ б) } \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta.$$

$$1.525. \text{ а) } \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right); \quad \text{ б) } \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right).$$

$$1.526. \text{ а) } \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha; \quad \text{ б) } \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha.$$

$$1.527. \text{ a) } \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}; \quad \text{б) } \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

Упростите выражение (1.528—1.555):

$$1.528. \text{ a) } \frac{\sin 3x + \sin x}{\sin 2x}; \quad \text{б) } \frac{\cos 4x + \cos 2x}{\cos 3x}.$$

$$1.529. \text{ a) } \frac{\sin 5x - \sin x}{\cos 3x}; \quad \text{б) } \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x}.$$

$$1.530. \text{ a) } \frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha}; \quad \text{б) } \frac{\sin \alpha - \sin^3 \alpha}{\cos^2 \alpha}.$$

$$1.531. \text{ a) } \frac{1 - \cos 2\alpha}{2\cos^2 \alpha}; \quad \text{б) } \frac{1 + \cos 2\alpha}{2\sin^2 \alpha}.$$

$$1.532. \text{ a) } \frac{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha}; \quad \text{б) } \frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}.$$

$$1.533. \text{ a) } \frac{1 - \sin 2\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}; \quad \text{б) } \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}.$$

$$1.534. \text{ a) } \frac{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{1 - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}; \quad \text{б) } \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 1}{\sin(\pi - \alpha) + 1}.$$

$$1.535. \text{ a) } \left(1 + \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) \sin^2 \alpha; \quad \text{б) } \left(1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\right) \cos^2 \alpha.$$

$$1.536. \text{ a) } \frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + \cos^2 \alpha}; \quad \text{б) } \frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{\cos \alpha - 1}.$$

$$1.537. \text{ a) } \frac{(\sin x - \cos x)^2}{\sin 2x - 1}; \quad \text{б) } \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin 2x + 1}.$$

$$1.538. \text{ a) } \frac{1 - \cos(2\pi - 2\alpha)}{1 - \cos^2 \alpha}; \quad \text{б) } \frac{1 - \cos(\pi - 2\alpha)}{1 - \sin^2 \alpha}.$$

$$1.539. \text{ a) } \frac{\operatorname{ctg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \text{б) } \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}.$$

$$1.540. \text{ a) } \frac{1 - \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\cos^2(\pi - x)}; \quad \text{б) } \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1}{\sin^2(\pi + x)}.$$

$$1.541. \text{ a) } \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta; \quad \text{б) } \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{\sin^2 \beta}.$$

$$1.542. \text{ a) } \sin(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\text{б) } \sin \alpha \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right).$$

$$1.543. \text{ a) } \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad \text{б) } \operatorname{ctg}^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

$$1.544. \text{ a) } \frac{2\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 2\alpha}; \quad \text{б) } \frac{2\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 2\alpha}.$$

- 1.545. а) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$; б) $(1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2 + (1 + \operatorname{ctg} \alpha)^2$.
- 1.546. а) $\sin \varphi \cos 2\varphi + \cos \varphi \sin 2\varphi$;
б) $\cos 3\varphi \cos \varphi + \sin 3\varphi \sin \varphi$.
- 1.547. а) $\sin \alpha \sin (\alpha + \beta) + \cos \alpha \cos (\alpha + \beta)$;
б) $\sin (\alpha + \beta) \cos \beta - \sin \beta \cos (\alpha + \beta)$.
- 1.548. а) $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \operatorname{tg} \alpha$; б) $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha$.
- 1.549. а) $\frac{2 \sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} - 2 \cos \alpha$; б) $2 \sin \alpha + \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha}$.
- 1.550. а) $1 + \sin (\pi + \alpha) \cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) - \cos^2 \alpha$;
б) $\sin^2 \alpha - \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \cos (\pi + \alpha) - 1$.
- 1.551. а) $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 1$;
б) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.
- 1.552. а) $\frac{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}$; б) $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{\cos \alpha - 1 + \sin^2 \alpha}$.
- 1.553. а) $\sin \alpha - \frac{\cos^2 (180^\circ - \alpha)}{\cos (\alpha - 270^\circ)}$; б) $\cos \alpha - \frac{\cos^2 (\alpha - 90^\circ)}{\sin (\alpha - 90^\circ)}$.
- 1.554. а) $\left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 - \sin^2 \alpha$;
б) $(\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha)^2 + (\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha)^2 - \cos^2 \alpha$.
- 1.555. а) $\frac{\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\sin 2\alpha}$; б) $\frac{\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sin 2\alpha}$.
- 1.556. а) Определите знаки тригонометрических функций следующих углов: 134° , 1048° , $\frac{9\pi}{7}$, $\frac{110\pi}{13}$.
б) Определите знаки тригонометрических функций следующих углов: 201° , 1151° , $\frac{8\pi}{15}$; $\frac{17\pi}{5}$.
- 1.557. а) Может ли синус некоторого угла быть равным 2,6; $-0,6$;
 $\frac{\sqrt{5}}{2}$?
б) Может ли косинус некоторого угла быть равным $-1,4$;
 $0,4$; $\frac{\sqrt{8}}{3}$?
- Вычислите значение выражения (1.558—1.571):
- 1.558. а) $1 + \cos 120^\circ$; б) $1 - \cos 120^\circ$.
- 1.559. а) $\cos^2 67,5^\circ - \sin^2 67,5^\circ$; б) $\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ$.
- 1.560. а) $\left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)^2$; б) $\left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \right)^{-1}$.
- 1.561. а) $(\sin 10^\circ \cos 50^\circ + \sin 50^\circ \cos 10^\circ)^2$;
б) $(\cos 35^\circ \cos 10^\circ - \sin 35^\circ \sin 10^\circ)^2$.
- 1.562. а) $\frac{\cos 15^\circ \sin 20^\circ - \sin 15^\circ \cos 20^\circ}{2 \sin 5^\circ}$; б) $\frac{\sin 26^\circ \sin 20^\circ + \cos 26^\circ \cos 20^\circ}{2 \cos 6^\circ}$.

$$1.563. \text{ а) } \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}};$$

$$\text{ б) } \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}.$$

$$1.564. \text{ а) } \frac{\sin \frac{7\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{7\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{9}};$$

$$\text{ б) } \frac{\sin \frac{5\pi}{18} + \sin \frac{2\pi}{9}}{\cos \frac{5\pi}{18} + \cos \frac{2\pi}{9}}.$$

$$1.565. \text{ а) } \frac{\sin^2 26^\circ - \sin^2 64^\circ}{\sin 19^\circ \cos 19^\circ};$$

$$\text{ б) } \frac{\cos^2 33^\circ - \cos^2 57^\circ}{\sin 12^\circ \cos 12^\circ}.$$

$$1.566. \text{ а) } \frac{\cos 59^\circ - \cos 1^\circ}{\sin 59^\circ - \sin 1^\circ};$$

$$\text{ б) } \frac{\cos 89^\circ + \cos 1^\circ}{\sin 89^\circ + \sin 1^\circ}.$$

$$1.567. \text{ а) } \sin \frac{\pi}{18} + \sin \frac{5\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{9}; \quad \text{ б) } \cos \frac{17\pi}{36} + \cos \frac{7\pi}{36} - \cos \frac{5\pi}{36}.$$

$$1.568. \text{ а) } \frac{1}{(\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 80^\circ)^{-\frac{1}{2}}}; \quad \text{ б) } \frac{1}{(\operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 70^\circ)^{-\frac{1}{3}}}.$$

$$1.569. \text{ а) } \frac{1}{4 \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}};$$

$$\text{ б) } \frac{1}{2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8}}.$$

$$1.570. \text{ а) } \left(\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)^2; \quad \text{ б) } \left(\cos \frac{5\pi}{6} \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)^2.$$

$$1.571. \text{ а) } \sin(10^\circ + \alpha) \cos(20^\circ - \alpha) + \cos(10^\circ - \alpha) \sin(20^\circ - \alpha);$$

$$\text{ б) } \cos(50^\circ + \alpha) \cos(20^\circ + \alpha) + \sin(50^\circ + \alpha) \sin(20^\circ + \alpha).$$

Существует ли данное выражение при каждом из указанных значений α (1.572—1.573);

$$1.572. \text{ а) } \frac{\sin 3\alpha}{\sin 4\alpha + \sin 2\alpha}; \quad \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}, \pi;$$

$$\text{ б) } \frac{\cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha}; \quad \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}?$$

$$1.573. \text{ а) } \frac{\sin 4\alpha}{\sin 2\alpha}; \quad 22,5^\circ, 45^\circ, 90^\circ;$$

$$\text{ б) } \frac{\sin 6\alpha}{\cos 3\alpha}; \quad 15^\circ, 30^\circ, 180^\circ?$$

Расположите в порядке возрастания (1.574—1.577):

$$1.574. \text{ а) } \sin 30^\circ, \sin 60^\circ, \sin 210^\circ; \quad \text{ б) } \cos 30^\circ, \cos 60^\circ, \cos 210^\circ.$$

$$1.575. \text{ а) } \sin 40^\circ, \sin 80^\circ, \sin 200^\circ; \quad \text{ б) } \cos 40^\circ, \cos 80^\circ, \cos 200^\circ.$$

$$1.576. \text{ а) } \operatorname{tg} 40^\circ, \operatorname{tg} 80^\circ, \operatorname{tg} 160^\circ; \quad \text{ б) } \operatorname{ctg} 40^\circ, \operatorname{ctg} 80^\circ, \operatorname{ctg} 160^\circ.$$

$$1.577. \text{ а) } \sin \frac{4\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{2}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}; \quad \text{ б) } \cos \frac{7\pi}{6}, \sin \pi, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}.$$

Вычислите значение выражения при данном значении α (1.578—1.583):

$$1.578. \text{ а) } \frac{1 - \cos \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \text{ при } \alpha = \frac{2\pi}{3}; \quad \text{ б) } \frac{1 + \cos \alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \text{ при } \alpha = \frac{2\pi}{3}.$$

1.579. а) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1$ при $\alpha = \frac{\pi}{12}$;

б) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1$ при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.

1.580. а) $\frac{\cos^2(\alpha - \pi) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin 2\alpha}$ при $\alpha = \frac{\pi}{12}$;

б) $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin^2(\pi + \alpha)}$ при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.

1.581. а) $1 - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$;

б) $1 - \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

1.582. а) $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$ при $\alpha = 30^\circ$;

б) $\frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha}$ при $\alpha = 30^\circ$.

1.583. а) $\cos 4\alpha \cos 3\alpha + \sin 4\alpha \sin 3\alpha$ при $\alpha = \frac{7\pi}{6}$;

б) $\sin 5\alpha \cos 4\alpha - \cos 5\alpha \sin 4\alpha$ при $\alpha = \frac{4\pi}{3}$.

Преобразуйте выражение в произведение (1.584—1.586):

1.584. а) $\sin 2\alpha + 1 + \cos 2\alpha$;

б) $1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha$.

1.585. а) $1 - 2\cos \alpha + \cos 2\alpha$;

б) $1 + 2\cos \alpha + \cos 2\alpha$.

1.586. а) $\cos \alpha + \sin 2\alpha - \cos 3\alpha$;

б) $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha$.

Определите наибольшее и наименьшее значения выражения (1.587—1.589):

1.587. а) $\sqrt{2} \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha$;

б) $\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$.

1.588. а) $\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha$;

б) $\sqrt{2} \cos \alpha - \sqrt{2} \sin \alpha$.

1.589. а) $\frac{3 + 7 \cos \alpha}{10}$;

б) $\frac{3 - 7 \sin \alpha}{10}$.

Докажите, что при допустимых значениях α значение выражения не зависит от α . Какие из указанных значений α являются допустимыми (1.590—1.598)?

1.590. а) $\frac{2(1 - \sin^2 \alpha)}{\sin 2\alpha} - \operatorname{ctg} \alpha$; $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \pi$, $\alpha = 2\pi$;

б) $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$; $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \pi$, $\alpha = 2\pi$.

1.591. а) $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha$; $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 90^\circ$;

б) $\sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$; $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 90^\circ$.

- 1.592. а) $\frac{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1}{\sin 2\alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$;
 б) $\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1}{\cos 2\alpha} + \operatorname{tg} 2\alpha$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
- 1.593. а) $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \sin 2\alpha$; $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 135^\circ$, $\alpha = 180^\circ$;
 б) $(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha) \sin 2\alpha + 4 \cos^2 \alpha$; $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 180^\circ$.
- 1.594. а) $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin \alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$;
 б) $\frac{\sin \alpha + 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{\cos \alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
- 1.595. а) $\frac{\sqrt{2} \sin \alpha + 2 \cos(45^\circ + \alpha)}{\cos \alpha}$; $\alpha = 135^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 180^\circ$;
 б) $\frac{\sqrt{3} \cos \alpha - 2 \cos(30^\circ - \alpha)}{\sin \alpha}$; $\alpha = 135^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 180^\circ$.
- 1.596. а) $\left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha\right)\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha\right)$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$;
 б) $\left(\frac{1}{\sin \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha\right)\left(\frac{1}{\sin \alpha} - \operatorname{ctg} \alpha\right)$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
- 1.597. а) $\frac{\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$;
 б) $\frac{\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
- 1.598. а) $\frac{2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$;
 б) $\frac{\operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{ctg} 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha}$; $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
- 1.599. Определите, верно ли неравенство:
 а) $\cos(149^\circ + x) \cos x + \sin(149^\circ + x) \sin x < 0$;
 б) $\sin(287^\circ - x) \cos x + \cos(287^\circ - x) \sin x < 0$.

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

- 1.601. а) Океанский лайнер отправился в рейс. Когда он отошел от берега на 180 миль, за ним вылетел самолет с экстренной почтой. Скорость самолета в 10 раз больше скорости лайнера. На каком расстоянии от берега самолет догонит лайнер?
 б) Велосипедист выехал из пункта А. Когда он был на расстоянии 200 м от него, за ним вдогонку отправился мотоциклист. Скорость мотоциклиста в 2 раза больше скорости велосипедиста. На каком расстоянии от пункта А мотоциклист догонит велосипедиста?

- 1.602. а) Скорость судна в стоячей воде 50 км/ч. На путь от A до B по течению реки оно тратит 3 ч, а на обратный путь 4,5 ч. Какова скорость течения реки?
б) Скорость течения реки 5 км/ч. На путь от M до N по течению реки судно тратит 3 ч, а на обратный путь 4,5 ч. Какова скорость судна в стоячей воде?
- 1.603. а) С туристической базы вышел пешеход, его скорость 4 км/ч. Через 4,5 ч по той же дороге выехал автомобиль со скоростью 76 км/ч. На каком расстоянии от базы автомобиль догонит пешехода?
б) Спортсмен, бегущий по шоссе со скоростью 16 км/ч, миновал населенный пункт на 20 мин раньше велосипедиста, следующего в том же направлении. Через сколько времени велосипедист догонит бегуна, если скорость бегуна на 5 км/ч меньше скорости велосипедиста?
- 1.604. а) Расстояние по реке между пунктами A и B равно 84 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки, собственные скорости которых различаются в 1,8 раза. Через 3 ч они встретились. Найдите собственные скорости лодок.
б) Расстояние по реке между двумя пунктами равно 60 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки, собственные скорости которых различаются в 1,5 раза. Через 2 ч они встретились. Найдите собственные скорости лодок.
- 1.605. а) Путь от города до поселка автомобиль проезжает за 2,5 ч. Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то за 2 ч он проедет путь на 15 км больший, чем расстояние от города до поселка. Найдите это расстояние.
б) Из Москвы в Санкт-Петербург выехал автобус. Спустя 1 ч вслед за ним вышла легковая машина, скорость которой на 20 км/ч больше скорости автобуса. Машина обогнала автобус и через 5 ч после своего выхода находилась впереди него на 70 км. Найдите скорость автобуса.
- 1.606. а) Из порта одновременно вышли два катера, один — на юг, другой — на север. Через 3 ч расстояние между ними составило 96 км. Найдите скорость первого катера, если она на 10 км/ч больше скорости второго катера.
б) Моторная лодка плыла по течению реки 3 ч, а на тот же путь против течения реки моторная лодка затратила 5 ч. Какова скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 10 км/ч?
- 1.607. а) Легковой и грузовой автомобили проезжают расстояние между двумя сельскими пунктами соответственно за 3 ч и 5 ч. Определите их скорости, если скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше скорости грузового.
б) Катер проходит одно и то же расстояние по течению

- реки за 3 ч, а против течения — за 3,5 ч. Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде 25 км/ч.
- 1.608. а) Каменщик должен выложить две стены из кирпича. На первую стену уходит на 2000 кирпичей больше, чем на вторую, а на обе стены уходит 6200 кирпичей. Сколько кирпичей уйдет на каждую стену?
б) Две бригады изготовили 116 деталей, причем первая бригада изготовила на 4 детали больше, чем вторая. Сколько деталей изготовила каждая бригада?
- 1.609. а) Трое рабочих сделали 105 тумбочек. Первый рабочий сделал в 2 раза больше тумбочек, чем второй и третий вместе, а второй рабочий — на 5 больше, чем третий. Сколько тумбочек сделал каждый?
б) На станции технического обслуживания трое автомехаников отремонтировали 68 автомобилей. Первый починил на 10 автомобилей меньше, чем второй, а третий — на 15 больше, чем второй. Сколько автомобилей починил каждый механик?
- 1.610. а) Пешеход рассчитал, что, двигаясь с определенной скоростью, он пройдет намеченный путь за 2,5 ч. Но, увеличив скорость на 1 км/ч, он прошел этот путь за 2 ч. Найдите длину пути.
б) Расстояние между двумя пунктами поезд проходит по расписанию за 7 ч. Через 6 ч после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, поэтому в конечный пункт пришел с опозданием на 10 мин. Найдите первоначальную скорость поезда.
- 1.611. Один насос наполнил бассейн объемом 2000 м^3 , а другой насос за это же время наполнил бассейн объемом 2100 м^3 . Какова производительность каждого насоса, если один из них накачивает на 4 м^3 в час больше, чем другой?
б) Один насос за некоторое время наполнил бассейн, а другой насос за это же время наполнил бассейн объемом на 100 м^3 больше. Определите объемы бассейнов, если один из насосов накачивает в час 80 м^3 , а другой — 90 м^3 .
- 1.612. а) Бассейн заполняется водой, поступающей через две трубы. Одна труба может заполнить бассейн за 12 ч, а другая — за 20 ч. За сколько часов заполнится бассейн двумя трубами, работающими одновременно?
б) Вода, поступающая в первую трубу, может заполнить бассейн за 6 ч, а вода, вытекающая из второй трубы, может его опорожнить за 15 ч. За сколько часов наполнится бассейн, если обе трубы будут одновременно открыты?
- 1.613. а) При выполнении контрольной работы по математике 12% учеников не выполнили ни одного задания, 32% допустили ошибки, а остальные 14 человек решили задания верно. Сколько всего учеников в классе?
б) На заводе были изготовлены легковые и грузовые маши-

ны, причем 35% всех изготовленных машин — легковые. Определите число изготовленных машин, если грузовых изготовлено на 240 больше, чем легковых.

- 1.614. а) Определите первоначальную стоимость продукта, если после подорожания соответственно на 120%, 200% и 100% его конечная стоимость составила 264 р.
б) Предприниматель купил акции и через год продал их по номинальной стоимости, получив прибыль, причем полученная им сумма составила 11 500 р. Сколько акций было куплено предпринимателем, если прибыль составляет 15% от стоимости акции и равна 150 р.?
- 1.615. а) Лекарственная ромашка теряет при сушке 84% массы. Сколько килограммов ромашки нужно собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения?
б) При добавлении воды к раствору его объем увеличился на 42% и стал равным 71 л. Определите первоначальный объем раствора.
- 1.616. а) Первое число равно 0,6, а второе 0,2. Сколько процентов первое число составляет от суммы этих чисел?
б) Первое число равно 3,6, а второе 9. На сколько процентов второе число больше первого?
- 1.617. а) Ученики девярых и десятых классов посадили 176 деревьев. Сколько деревьев посадили десятиклассники, если они посадили на 20% больше деревьев, чем девятиклассники?
б) Ученики седьмых и восьмых классов получили в библиотеке 168 учебников, причем восьмиклассники получили на 10% книг больше, чем семиклассники. Сколько учебников получили семиклассники?
- 1.618. а) Собрали 100 кг грибов, влажность которых составила 99%. Когда грибы подсушили, их влажность снизилась до 98%. Какова стала их масса?
б) Собрали 100 кг ягод. После сортировки 60% собранных ягод были отправлены в магазин для продажи. В магазине 11% поступивших ягод испортилось, поэтому они не поступили в продажу. Сколько килограммов ягод было продано?
- 1.619. а) В спортивном лагере в трех домах живет 149 человек. В третьем доме на 2 человека больше, чем в первом, а в первом и во втором вместе на 43 человека больше, чем в третьем. Сколько человек живет в каждом доме?
б) В трех универсальных магазинах работает 168 человек. Во втором магазине работает на 4 человека больше, чем в третьем магазине, а в третьем магазине на 7 человек больше, чем в первом магазине. Сколько человек работает в каждом магазине?
- 1.620. а) На изготовление свитера, шапки и шарфа израсходовали 555 г шерсти, причем на шапку ушло в 5 раз меньше шерсти, чем на свитер, и на 5 г больше, чем на шарф.

Сколько шерсти израсходовали на каждое изделие?

б) В трех корпусах туристической базы живет 119 человек. В первом корпусе живет на 4 человека больше, чем во втором, и на 3 человека меньше, чем в третьем. Сколько человек живет в каждом корпусе?

- 1.621. а) На вопрос учеников о прошедшей контрольной работе учитель ответил: «Пятерок больше, чем двоек, на 3, троек на 1 меньше, чем четверок, а четверок в 4 раза больше, чем двоек». Сколько человек получили пятерки и сколько четверки, если в классе 32 ученика?
- б) На выставке кошек были представлены кошки сибирской, ангорской, персидской и сиамской пород. Сиамских кошек было в 2 раза больше, чем ангорских, персидских было в 1,5 раза больше, чем сиамских, а сибирских было на 13 меньше, чем персидских. Сколько было кошек каждой породы, если всего было представлено 77 кошек?
- 1.622. а) В трех поселках живут 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем на 500 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей во втором поселке?
- б) Три цеха завода изготовили 4200 деталей. Второй цех изготовил в 3 раза больше деталей, чем третий, а первый столько, сколько изготовили вместе второй и третий. Сколько деталей изготовил каждый цех?
- 1.623. а) Один из углов треугольника в 2 раза больше второго, а третий угол больше первого на 30° . Каковы углы треугольника?
- б) Один из углов треугольника в 3 раза меньше второго, а третий угол на 20° больше первого. Каковы эти углы?
- 1.624. а) Одна из сторон прямоугольника на 20 см больше другой. Если меньшую сторону увеличить вдвое, а большую втрое, то периметр нового прямоугольника станет равным 240 см. Найдите стороны данного прямоугольника.
- б) Одна из сторон прямоугольника на 25 см меньше другой. Если большую сторону уменьшить в 4, а меньшую в 3 раза, то периметр нового прямоугольника будет равен 30 см. Найдите стороны данного прямоугольника.
- 1.625. а) Два угла равнобедренного треугольника пропорциональны числам 2 и 5. Найдите углы треугольника.
- б) Две стороны равнобедренного треугольника пропорциональны числам 6 и 8, а его периметр равен 440 см. Найдите стороны треугольника.
- 1.626. а) У Вити было на 10 р. больше, чем у Маши. Когда Витя потратил половину своих денег, у него стало на 15 р. меньше, чем у Маши. Сколько денег было у Маши и Вити вместе первоначально?
- б) У Толи и Гриши вместе было 100 р. После того как каждый из них потратил половину своих денег, у Гриши

стало на 10 р. больше, чем у Толи. Сколько денег было у каждого первоначально?

- 1.627. а) Сбербанк в конце года начисляет 20% к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 500 р. через 3 года?
б) Сбербанк в конце года начисляет 20% к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 1200 р. через 4 года?
- 1.628. а) Покупатель пришел в магазин, имея с собой 500 р. На вторую покупку он потратил денег в 2 раза больше, чем на первую, а на третью в 4 раза больше, чем на две предыдущие вместе. После этого у него осталось 140 р. Сколько денег покупатель истратил на каждую покупку?
б) Делая в магазине покупки, мальчик за первую заплатил в 4 раза больше, чем за вторую, а за третью — в 10 раз больше, чем за первую и вторую вместе. После этого у него осталось 1350 р. Сколько стоила каждая покупка, если вначале у него было 3000 р.?
- 1.629. а) Один раствор содержит 20% (по объему) соляной кислоты, а второй — 70% кислоты. Сколько литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100 л 50%-ного раствора соляной кислоты?
б) Имеется кусок сплава меди с оловом массой 15 кг, содержащий 40% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 30% меди?
- 1.630. а) Из города А в город Б, расстояние между которыми составляет 20 км, одновременно вышли 2 пешехода. Скорость одного из них была на 1 км/ч больше скорости другого, поэтому он затратил на весь путь на 60 мин меньше. Какова скорость каждого пешехода?
б) Из города А в город Б выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста на 10 км/ч меньше скорости мотоциклиста, поэтому он затратил на весь путь на 6 ч больше. С какой скоростью ехал мотоциклист, если расстояние между городами 120 км?
- 1.631. а) Товарный поезд был задержан в пути на 18 мин, а затем на расстоянии в 60 км наверстал это время, увеличив скорость на 10 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда.
б) Мотоциклист проехал 40 км от пункта А до пункта Б. Возвращаясь обратно со скоростью на 10 км/ч меньше первоначальной, он затратил на путь на 20 мин больше. Найдите первоначальную скорость мотоциклиста.
- 1.632. а) Теплоход прошел 4 км против течения реки и затем прошел еще 33 км по течению, затратив на весь путь 1 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 6,5 км/ч.

- б) Моторная лодка прошла 25 км по течению реки и 3 км против течения, затратив на весь путь 2 ч. Какова скорость течения реки, если известно, что она не превосходит 5 км/ч, а скорость лодки в стоячей воде равна 12 км/ч?
- 1.633. а) Теплоход прошел по течению реки 48 км и столько же обратно, затратив на весь путь 5 ч. Определите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 4 км/ч.
б) Глиссер, собственная скорость которого равна 20 км/ч, прошел расстояние по реке, равное 60 км, и вернулся обратно. Определите скорость течения реки, если на весь путь глиссер затратил 6,25 ч.
- 1.634. а) Пешеход должен был пройти 12 км за определенный срок, но он был задержан с выходом на 1 ч, поэтому ему пришлось увеличить скорость на 1 км/ч. С какой скоростью шел пешеход?
б) Велосипедист проехал с определенной скоростью путь в 10 км от города до турбазы. Возвращаясь обратно, он снизил скорость на 5 км/ч. На весь путь туда и обратно было затрачено 1 ч 10 мин. Найдите скорость, с которой велосипедист ехал от турбазы до города.
- 1.635. а) Моторная лодка прошла по течению реки 8 км, а против течения 3 км, затратив на весь путь 0,75 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
б) Моторная лодка прошла по течению реки 20 км, а против течения 30 км. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 3 км/ч, а на весь путь затрачено 6 ч 40 мин.
- 1.636. а) Расстояние между двумя пристанями равно 24 км. Двигаясь вниз по течению, катер проходит это расстояние на 30 мин быстрее, чем в обратном направлении. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
б) Яхта прошла по течению реки 9 км и такой же путь против течения. Путь по течению занял на 2 ч меньше, чем путь против течения. Найдите скорость яхты в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 1.637. а) Автомобиль был задержан в пути на 0,2 ч, а затем на расстоянии в 60 км наверстал это время, увеличив скорость на 15 км/ч. Найдите начальную скорость автомобиля.
б) В 9 ч баржа отправилась из пункта А в пункт Б, который находится в 60 км выше по течению, чем А. Спустя 2 ч после прибытия в Б баржа поплыла обратно и прибыла в пункт А в 19 ч 20 мин того же дня. Определите время, в которое баржа прибыла в пункт Б, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 1.638. а) Байдарка проплыла по течению реки 4 км, а против течения 6 км, затратив на весь путь 2 ч. Найдите ско-

рость байдарки по течению, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

б) Планер, пролетев 15 км по направлению ветра, развернулся и пролетел 10 км против ветра, затратив на весь путь 1 ч. Найдите скорость планера против ветра, если скорость ветра равна 5 км/ч.

- 1.639. а) Некто ехал на автомобиле по проселочной дороге с постоянной скоростью. Из-за плохого состояния дороги ему пришлось задержаться на 6 мин. Затем он увеличил скорость на 4 км/ч и ликвидировал опоздание на перегоне в 36 км. Найдите первоначальную скорость автомобиля.
- б) Экскурсионный теплоход должен был пройти 70 км с некоторой скоростью. Однако первую половину пути он двигался со скоростью на 3 км/ч меньше расчетной, а вторую половину пути со скоростью на 4 км/ч больше расчетной. На весь путь теплоход затратил 2 ч 55 мин. Какова расчетная скорость теплохода?
- 1.640. а) Моторный катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, вниз по течению и такое же расстояние вверх по течению. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.
- б) Спортивная лодка прошла расстояние 45 км вверх по течению реки и такое же расстояние вниз по течению, затратив всего 14 ч. Определите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.
- 1.641. а) Катер прошел по течению реки 5 км, а против течения 12 км, затратив на весь путь время, нужное для прохождения 18 км по озеру. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- б) Моторная лодка прошла по течению реки 10 км, а против течения 15 км, затратив на весь путь 1 ч 10 мин. Найдите скорость лодки по течению, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
- 1.642. а) Расстояние между городами равно 200 км. Мотоциклист проезжает это расстояние на 5 ч быстрее велосипедиста. Найдите их скорости, если скорость велосипедиста на 20 км/ч меньше скорости мотоциклиста.
- б) Теплоход с туристами прошел по течению реки 10 км и против течения 8 км, затратив на весь путь 3 ч. Найдите скорость теплохода по течению и против течения, если скорость самого течения 3 км/ч.
- 1.643. а) Две бригады рабочих должны к некоторому сроку изготовить по 300 деталей. Первая бригада, изготавливая в день на 10 деталей больше второй, затратила на выполнение задания на 1 день меньше. Сколько деталей в день изготавливала каждая бригада?
- б) На обработку одной детали первый рабочий затрачивает

на 1 мин меньше, чем второй. Сколько деталей обработает каждый из них за 0,7 ч, если первый обрабатывает за это время на одну деталь больше, чем второй.

1.644. а) Оператор ЭВМ, работая вместе с учеником, обрабатывает задачу за 2 ч 24 мин. Сколько времени потребовалось бы каждому из них на обработку задачи в отдельности, если ученику нужно для этого на 2 ч больше, чем оператору.

б) Заболевшую машинистку заменили две ученицы-практикантки, причем одной из них нужно на перепечатку рукописи в 3 раза больше времени, чем заболевшей машинистке, а второй — в 2 раза. За сколько времени каждая из трех машинисток может перепечатать рукопись, если известно, что ученицы, работая вдвоем, могут выполнить эту работу за 6 ч?

1.645. а) Один рабочий затрачивает на изготовление болта на 6 мин меньше, чем второй. Сколько болтов может изготовить каждый из них за 7 ч, если первый обрабатывает за это время на 8 болтов больше?

б) Ученик тратит на обработку одной болванки на 12 мин больше, чем мастер. Сколько болванок обработает каждый из них за 6 ч, если ученик обрабатывает за это время на 5 болванок меньше, чем мастер?

1.646. а) Бассейн, содержащий 30 м^3 воды, сначала был опорожнен, а затем снова наполнен до прежнего уровня, для чего потребовалось 8 ч. Сколько времени заполнялся бассейн, если вливающий воду насос перекачивает в час на 4 м^3 меньше, чем выливающий?

б) Бассейн объемом 1 м^3 заполняется двумя насосами одновременно. Первый насос перекачивает за 1 ч на 1 м^3 больше, чем второй. Найдите время, за которое каждый насос в отдельности может наполнить бассейн, если первому насосу нужно для этого на 5 мин меньше, чем второму.

1.647. а) Две бригады, работая совместно, закончили посадку деревьев за 4 дня. Сколько дней потребовалось бы на эту работу каждой бригаде в отдельности, если одна из них может выполнить работу на 15 дней быстрее другой?

б) Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить оклейку комнаты обоями за 6 ч. За какое время каждый из них может оклеить эту комнату обоями, работая в отдельности, если один из них тратит на это на 5 ч меньше, чем другой?

1.648. а) Борис и Леонид наполняли газом воздушные шарик, причем Борису требовалось на наполнение одного шарика на 1 мин меньше, чем Леониду. Сколько шариков может надуть каждый из них за 0,5 ч, если за это время Борис надувает на один шарик больше, чем Леонид?

б) Для того чтобы связать один ряд шарфа, Наташе требуется на 2 мин больше, чем Оле. Сколько рядов может связать каждая из них за час, если за это время Наташа вяжет на 1 ряд меньше, чем Оля?

1.649. а) Двое рабочих, из которых второй начинает работать на 1,5 дня позже первого, могут отремонтировать квартиру за 7 дней. Если бы ремонт выполнял каждый в отдельности, то первому потребовалось бы на 3 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый из них, работая в отдельности, может выполнить ремонт квартиры?

б) Один цех завода должен был изготовить 810 фанерных щитов, а второй 900 таких же щитов. Первый выполнил всю работу, затратив на это на 3 дня больше, чем второй. Сколько щитов в день делали в каждом цехе, если во втором делали в день на 4 щита больше, чем в первом?

1.650. а) Два экскаватора, работая совместно, могут вырыть котлован за 48 ч. За какое время каждый из них может вырыть котлован, работая в отдельности, если первому нужно для этого на 40 ч больше, чем второму?

б) Две трубы, работая вместе, наполнили бассейн за 12 ч. Первая труба, работая в отдельности, наполняет бассейн на 18 ч быстрее, чем вторая. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

1.651. а) Бригада рабочих должна была изготовить в определенный срок 272 холодильника. Через 10 дней после начала работы бригада стала изготавливать в день на 4 холодильника больше, чем предполагалось. За один день до срока было изготовлено 280 холодильников. Сколько холодильников в день должна была изготавливать бригада по плану?

б) Бригада рабочих обязалась изготовить 432 шины для колес. Однако 4 рабочих заболели и не вышли на работу. Каждому из оставшихся пришлось изготовлять на 9 шин в день больше, чтобы выполнить обязательство. Сколько рабочих числилось в бригаде?

1.652. а) Два грузчика разгружали вагоны с продуктами. Первый разгрузил на 50 ц в день больше второго и разгрузил 300 ц, при этом он работал на 2 дня меньше второго. Вторым грузчик разгрузил 250 ц. Сколько дней работал каждый?

б) На строительстве железной дороги работали две путевые бригады. Первая бригада ежедневно прокладывала на 40 м путей больше второй и проложила 270 м пути. Вторая бригада работала на 2 дня больше первой и проложила 250 м. Сколько дней работала каждая бригада?

1.653. а) Два сборщика винограда, работая вместе, собрали виноград с определенного участка за 12 ч. Первый сборщик, работая один, может собрать с этого участка виноград на 10 ч быстрее второго. За какое время каждый сборщик может выполнить работу?

- б) Два компьютера, работая совместно, могут выполнить определенный объем работы за 3,75 ч. Работая отдельно, один из них выполнил бы эту работу на 4 ч быстрее другого. Сколько времени потребовалось бы каждому компьютеру для выполнения работы?
- 1.654.** а) Аквариум наполняется водой, поступающей в него через две трубки, за 3 ч. За сколько часов может наполнить аквариум первая трубка, если ей требуется для этого на 2,5 ч меньше, чем второй?
- б) Двое рабочих вместе могут убрать помещение за 2 ч. Первому рабочему, если бы он убирал помещение один, потребовалось бы на 3 ч больше, чем второму. За какое время может убрать помещение первый рабочий?
- 1.655.** а) В школьном кооперативе две бригады должны были изготовить по 180 книжных полок. Первая бригада в час изготовляла на 2 полки больше, чем вторая, и поэтому закончила работу на 3 ч раньше. За сколько часов каждая бригада выполнила задание?
- б) На фабрике за смену в первом цехе сшили 320 костюмов, а во втором — 270 костюмов. В первом цехе шили в час на 2 костюма меньше, чем во втором, и работали на 5 ч больше. Сколько костюмов в час шили в первом цехе?
- 1.656.** а) Два порталных крана, работая вместе, разгрузили баржу за 6 ч. За какое время может разгрузить баржу, работая отдельно, каждый кран, если одному из них нужно для этого на 9 ч меньше, чем другому?
- б) Два грузовика, работая вместе, перевозили зерно в течение 4 ч. За какое время перевезет то же количество зерна каждый грузовик в отдельности, если первому нужно для этого на 6 ч больше, чем второму?
- 1.657.** а) Две бригады рабочих при совместной работе затратили на асфальтирование участка дороги 4,8 ч. Сколько времени потребуется на асфальтирование этого участка каждой бригаде в отдельности, если одной на эту работу требуется на 4 ч больше, чем другой?
- б) Две бригады работниц сельскохозяйственного кооператива пропололи по 280 грядок каждая, причем первая бригада, пропалывая в день на 30 грядок меньше, чем вторая, работала на 3 дня больше. Сколько дней работала на прополке каждая бригада?
- 1.658.** а) Автобус, выехав из пункта А, движется на север и приезжает в пункт В. Затем, повернув на запад, он едет в пункт С. Каково расстояние между А и С, если расстояние между А и В на 8 км, а расстояние между В и С на 1 км меньше расстояния между А и С?
- б) Гипотенуза прямоугольного треугольника больше одного из его катетов на 6 см, а другой катет на 3 см больше первого. Найдите стороны треугольника.

- 1.659. а) Один из катетов прямоугольного треугольника меньше гипотенузы на 2 см. Сумма длин трех сторон равна 12 см. Найдите эти стороны.
б) Сумма длин гипотенузы и одного из катетов равна 9 см, а другой катет равен 3 см. Найдите гипотенузу и неизвестный катет.
- 1.660. а) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 5 см. Найдите его катеты, если один больше другого в 2 раза.
б) В прямоугольнике одна сторона равна 9 см. Найдите его диагональ, если она больше второй стороны прямоугольника в 2 раза.
- 1.661. а) В равнобедренной трапеции большее основание равно 8 см. Площадь трапеции равна 20 см^2 , меньшее основание в 2 раза меньше высоты трапеции. Найдите ее боковую сторону.
б) Одна из диагоналей ромба в 0,75 раз больше другой. Площадь ромба равна 96 см^2 . Найдите сторону ромба.
- 1.662. а) Площадь прямоугольного треугольника равна 180 см^2 . Найдите катеты треугольника, если один катет больше другого на 31 см.
б) Площадь прямоугольника равна 84 см^2 . Найдите стороны прямоугольника, если одна сторона меньше другой на 5 см.
- 1.663. а) В прямоугольном треугольнике один из катетов на 3 см меньше гипотенузы, а другой на 6 см меньше гипотенузы. Найдите площадь этого треугольника.
б) Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 20 см, а один катет составляет 75% другого.
- 1.664. а) В прямоугольном треугольнике сумма гипотенузы и одного из катетов равна 16 см, а другой катет равен 8 см. Найдите гипотенузу, первый катет и площадь треугольника.
б) В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 17 см, а длина гипотенузы 13 см. Найдите катеты и площадь этого треугольника.
- 1.665. а) От турбазы до озера 8 км. Дорога сначала идет в гору, затем лесом, потом под гору. До озера туристы шли 1 ч 27 мин, а обратно 1 ч 51 мин. Скорость их в гору 4 км/ч, лесом 5 км/ч, а под гору 6 км/ч. Сколько километров туристы шли лесом в одном направлении?
б) Из города в деревню вышел пешеход. Через 45 мин после его выхода в том же направлении выехал велосипедист. Спустя полчаса он был на расстоянии 2,5 км позади пешехода, а еще через полчаса велосипедист был на полкилометра от деревни дальше, чем пешеход. Какова скорость пешехода и велосипедиста, если расстояние от города до деревни 30 км?
- 1.666. а) Произведение двух чисел равно 10, а их сумма составляет 70% от произведения. Найдите эти числа.

б) Если разделить возраст старшего брата на возраст младшего, то получится $\frac{8}{7}$, а сумма их возрастов равна 30.

Сколько лет каждому брату?

1.667. а) Во время соревнования по стрельбе одна из команд поразила на 72 мишени больше другой. Определите, сколько мишеней поразила каждая команда, если отношение количества мишеней, пораженных одной командой, к количеству мишеней, пораженных другой, равно отношению суммы мишеней, пораженных первой командой, и утроенного количества мишеней, пораженных второй командой, к разности мишеней, пораженных каждой командой.

б) Одна баскетбольная команда забросила на 36 мячей больше другой. Определите, сколько мячей забросила каждая команда, если отношение суммы мячей, забитых выигравшей командой, и утроенного количества мячей, заброшенных проигравшей командой, к количеству мячей, забитых выигравшей командой, равно отношению разности забитых мячей к количеству мячей, заброшенных проигравшей командой.

1.668. а) Масса туриста с рюкзаком в 5 раз больше массы одного рюкзака. Определите массы рюкзака и туриста в отдельности, если сумма масс двух рюкзаков и массы туриста равна 120 кг.

б) Шесть метров новой веревки имеют такую же массу, как и пять метров старой. Найдите массу одного метра новой и старой веревки в отдельности, если 13 м новой и 12 м старой веревки вместе весят 5 кг 480 г.

1.669. а) Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 1, а в остатке 16. Если же к квадрату разности цифр этого числа прибавить произведение его цифр, то получится заданное число. Найдите это число.

б) Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3, а в остатке 9. Если же из квадрата суммы цифр этого числа вычесть произведение его цифр, то получится данное число. Найдите это число.

1.670. а) Площадь прямоугольника равна 60 см^2 , а его диагональ равна 13 см. Найдите периметр прямоугольника.

б) Площадь прямоугольника равна 72 см^2 , а его периметр равен 36 см. Найдите стороны прямоугольника.

1.671. а) За 5 м одной и 5 м другой ткани было заплачено 100 денежных единиц. Найдите стоимость 1 м каждой ткани, если 4 м одной стоит столько же, сколько 6 м другой.

б) За 8 кг апельсинов и 8 кг яблок было заплачено 256 денежных единиц. Найдите стоимость 1 кг продукта, если известно, что 2 кг апельсинов стоят столько же, сколько 6 кг яблок.

ЧАСТЬ II

УРАВНЕНИЯ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

- 2.101. а) Решите уравнение $345x^2 + 137x - 208 = 0$ и сравните его больший корень с числом 0, (63).
б) Решите уравнение $132x^2 - 247x + 115 = 0$ и сравните его меньший корень с числом 0, (87).

- 2.102. а) Решите уравнение

$$2x^2 + 3x - 17 = 2(2 - \sqrt{7})^2 + 3(2 - \sqrt{7}) - 17$$

и укажите какое-нибудь рациональное число, заключенное между его корнями.

- б) Решите уравнение

$$4x^2 - 9x - 11 = 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 9(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 11$$

и укажите все целые числа, заключенные между его корнями.

Решите уравнение (2.103—2.107):

2.103. а) $(x^2 - 2x - 1)^2 + 3x^2 - 6x - 13 = 0$;

б) $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x - 3)(x - 4) = 1$.

2.104. а) $(x - 2)(x + 1)(x + 4)(x + 7) = 63$;

б) $\left(1 + \frac{2}{x}\right)\left(1 + \frac{3}{x}\right)(x + 4)(x + 6) = 12$.

2.105. а) $\frac{6}{(x-1)(x+3)} - \frac{24}{(x-2)(x+4)} = 1$;

б) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1$.

2.106. а) $\frac{x\sqrt{5}-4}{3x-\sqrt{5}} = \frac{2x-\sqrt{5}}{3x\sqrt{5}-5}$; б) $\frac{2x-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}+2} = \frac{2x\sqrt{3}-3}{4x+\sqrt{3}}$.

2.107. а) $\frac{44}{4-x^2} + \frac{2x+7}{x-2} = \frac{3-x}{x+2}$; б) $\frac{x}{x+1} - \frac{9x+13}{x^2-2x-3} = \frac{5}{3-x}$.

- 2.108. Выясните, являются ли уравнения равносильными:

а) $\frac{2}{x^2-x+1} = \frac{1}{1+x} + \frac{2x-1}{x^3+1}$ и $|2x-1| = 3$;

б) $\frac{2}{4x^2+2x+1} = \frac{1}{1-2x} - \frac{4x+1}{1-8x^3}$ и $|4x+1| = 3$.

Решите уравнение (2.109—2.114):

2.109. а) $|1+3x| - |x-1| = 2-x$;

б) $\left|5 + \frac{x}{2}\right| + |3+2x| + 2x = 0$.

- 2.110. а) $|x| - x + 2 = |2x - 2|$; б) $2|x| - |x + 3| + x + 3 = 0$.
 2.111. а) $|7x - 12| - |7x - 11| = 1$; б) $|16 - 9x| - |9x - 5| = 11$.
 2.112. а) $|x^2 - 3x| + x = 2$; б) $x^2 + 7x + 4 = |3x + 2|$.
 2.113. а) $x^2 - 5x - |x - 6| + 9 = 0$; б) $|x^2 + 4x + 3| - x - 3 = 0$.

2.114. а) $\left(\frac{x + |x|}{x + 1}\right)^2 + \frac{2x}{x + 1} - 6 = 0$;

б) $\left(\frac{x - 4}{|x - 3| - 1}\right)^2 + \frac{2x - 8}{x - 2} - 8 = 0$.

2.115. Найдите все положительные решения уравнения:

а) $x^{\frac{1}{15}} - 8x^{\frac{3}{5}} = 2\sqrt[3]{x}$; б) $x^2\sqrt{x} - 33\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x} + 32x^{-\frac{5}{6}} = 0$.

Решите уравнение (2.116—2.129):

2.116. а) $2x\sqrt[3]{x} - 3x\cdot\sqrt{\frac{1}{x}} = 20$; б) $3x\cdot\sqrt[3]{x^2} + 2x\cdot\sqrt{\frac{1}{x}} = 5$.

2.117. а) $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{2x} = 1$; б) $2\sqrt{x - 3} + \sqrt{x + 1} = 2$.

2.118. а) $\sqrt{x + 4} + \sqrt{x - 1} = \sqrt{4x + 5}$; б) $\sqrt{6 + 4x - x^2} = 4 - x$.

2.119. а) $x^2 + 2\sqrt{x^2 + 3x + 11} = 4 - 3x$; б) $x^2 - x + \sqrt{x^2 - x + 9} = 3$.

2.120. а) $(x + 1)\sqrt{1 + 4x - x^2} = x^2 - 1$;

б) $(x^2 - 8x)\sqrt{7 - x} = x(x^2 - 9x + 8)$.

2.121. а) $\sqrt{x^2 + 4x - 5} + \sqrt{2x + 10} = \sqrt{x^2 + 6x + 5}$;

б) $\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 1} = x + 2$.

2.122. а) $\frac{1}{2\sqrt{3x - 2} - 3} + \frac{\sqrt{3x - 2}}{\sqrt{3x - 2} - 1} = 3$;

б) $\sqrt{12 - \frac{2}{x} - \frac{4x + 1}{x + 4}} = \frac{2}{x} + \frac{4x + 1}{x + 4}$.

2.123. а) $\frac{\sqrt{x + 1}}{x + 2} - \frac{1}{\sqrt{x + 1}} - \sqrt{x + 1} + \frac{3}{2} = 0$;

б) $\frac{x - 4}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{8}{3}$.

2.124. а) $t^2 + 5t + 6 = 15\frac{t^2 + 3t + 6}{t^2 + t}$;

б) $2u^4 + u^2(u + 2) - 3(u + 2)^2 = 0$.

2.125. а) $(x^2 + 2x)^2 - (x + 2)(2x^2 - x) = 6(2x - 1)^2$;

б) $\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)^2 - 4\frac{x + 1}{x} + 3\left(\frac{x - 1}{x}\right)^2 = 0$.

2.126. а) $\frac{x^2 + 4}{x} + \frac{x}{x^2 + 3x + 4} + \frac{11}{2} = 0$;

б) $\frac{4(x^2 + 1)}{x^2 - 10x + 1} - \frac{5x}{x^2 + 1} + 3,5 = 0$.

2.127. а) $(x^2 - 6x - 9)^2 = x(x^2 - 4x - 9)$;

б) $\frac{x^2 - 12x + 15}{x^2 - 6x + 15} = \frac{4x}{x^2 - 10x + 15}$.

$$2.128. \text{ а) } \frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1; \text{ б) } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{10}{9}.$$

$$2.129. \text{ а) } 2 \cdot \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 - \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 = \frac{x^2-1}{x^2-4};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+5}\right)^2 = \frac{2x^2+2x}{x^2+4x-5}.$$

2.130. а) Докажите, что для выполнения равенства

$$\frac{30}{x^2-1} - \frac{13}{x^2+x+1} = \frac{7+18x}{x^3-1}$$

необходимо, чтобы $|2x-5|=13$. Является ли данное условие достаточным?

б) Докажите, что для выполнения равенства $|2x-5|=1$ достаточно, чтобы $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0$. Является ли данное условие необходимым?

Решите уравнение (2.131—2.141):

$$2.131. \text{ а) } ||2x-3|-1|=x; \text{ б) } ||x+2|+x|=1.$$

$$2.132. \text{ а) } |x|x|-2|=(x-1)^2; \text{ б) } |(x+1)|x|-x|=1.$$

$$2.133. \text{ а) } \frac{1}{|x^2-5x+6|} = \frac{|x-1,5|}{x^2-5x+6}; \text{ б) } \frac{|2x-1|}{8-x-x^2} - \frac{4}{|x^2+x-8|} = 0.$$

$$2.134. \text{ а) } \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{3}; \text{ б) } \frac{x-\sqrt{1-x^2}}{x+\sqrt{1-x^2}} = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{3x}.$$

$$2.135. \text{ а) } \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} = \frac{x}{2}; \text{ б) } \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} = \frac{12}{\sqrt{x+5}}.$$

$$2.136. \text{ а) } (x-2)(x+1) - (x-2)\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = 2;$$

$$\text{ б) } \frac{2}{4-x} \cdot \sqrt{\frac{x-4}{x-1}} - 3(x-1)\sqrt{\frac{x-4}{x-1}} = 7.$$

$$2.137. \text{ а) } \sqrt{\frac{5+x}{x}} + \sqrt{\frac{5-x}{x}} = 2; \text{ б) } \sqrt{\frac{x+4}{x}} - 2\sqrt{\frac{x-1}{x}} = 1.$$

$$2.138. \text{ а) } \sqrt[3]{4-x} + \sqrt[3]{5+x} = 3; \text{ б) } \sqrt[3]{2x-3} - \sqrt[3]{2x-5} = 2.$$

$$2.139. \text{ а) } \sqrt{4x+8} + \sqrt{x^2-4x+4} = 5; \text{ б) } 1 + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2-2x+1}.$$

$$2.140. \text{ а) } \sqrt{x+2} - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-2} = 1;$$

$$\text{ б) } \sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} = 4.$$

$$2.141. \text{ а) } \frac{x+1}{2x-3} + \frac{x-3}{3x-2} = 2 \cdot \sqrt{\frac{x^2-2x-3}{6x^2-13x+6}};$$

$$\text{ б) } \frac{4x-4}{x+2} - 4\sqrt{\frac{5x+2}{x+2}} + \frac{5x+2}{x-1} = 0.$$

Решите систему уравнений (2.142—2.165):

$$2.142. \text{ а) } \begin{cases} 2y-x=8 \\ x^2+xy+y^2=7; \end{cases} \quad \text{ б) } \begin{cases} x+y=5 \\ 2x^2-3xy+y^2=6. \end{cases}$$

- 2.143. a) $\begin{cases} x^2 - y = 0,75 \\ y^2 + x = 0,75; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + xy = 4y \\ y^2 + xy = 4x. \end{cases}$
- 2.144. a) $\begin{cases} x + y - xy = 1 \\ x^3 - y^3 = 13(x - y); \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy(x + y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35. \end{cases}$
- 2.145. a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^3y + xy^3 = 10; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 27x^3 - y^3 = 28. \end{cases}$
- 2.146. a) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ 6x^2 - xy - 12y^2 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 13(x - y) = 0. \end{cases}$
- 2.147. a) $\begin{cases} x^2 + xy + 2y^2 = 37 \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 26; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 9 \\ xy + 2y^2 = 3. \end{cases}$
- 2.148. a) $\begin{cases} \frac{1}{x+3y} + y = 5 \\ \frac{y}{x+3y} = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x-y} + x + 1 = 0 \\ \frac{x}{x-y} + 2 = 0. \end{cases}$
- 2.149. a) $\begin{cases} 2(x+y) = 3xy \\ x^2 + y^2 - x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{7}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}. \end{cases}$
- 2.150. a) $\begin{cases} \frac{x^3}{y} - \frac{y^3}{x} = \frac{15}{2} \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2} \\ x^2 + y^2 = 20. \end{cases}$
- 2.151. a) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 82 \\ xy + 3 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy + x - y = 1 \\ x^2y - xy^2 = -6. \end{cases}$
- 2.152. a) $\begin{cases} \frac{1}{2x-3y} + \frac{2}{3x-2y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{2x-3y} - \frac{4}{3x-2y} = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{10}{x-y} = 1 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -\frac{3}{5}. \end{cases}$
- 2.153. a) $\begin{cases} 3y + x = 2 \\ \left| x - \frac{1}{y} \right| = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1 - y = \frac{4}{x} \\ |2x - 3y| = 7. \end{cases}$
- 2.154. a) $\begin{cases} 3x - |x - 2y| = 4 \\ x^2 + xy - 3y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x|x + 5y| - 16y^2 = 5xy \\ x^2y - y^3 = 15. \end{cases}$
- 2.155. a) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + x - 2y = 1 \\ 5x^2 + 2,5y^2 + 3x - 4y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 + 12x - 7y + 8 = 0 \\ 2x^2 - y^2 + 8x + 35y + 10 = 0. \end{cases}$
- 2.156. a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2,5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ xy = 4. \end{cases}$
- 2.157. a) $\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2 \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sqrt{x-y+5} = 3 \\ \sqrt{x+y-5} = 11-2x. \end{cases}$

2.158. а) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x^2+xy} = 3 \\ x+y+x^2+xy = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sqrt{x^2-y^2} - \sqrt{x-y} = 4 \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}} = \frac{1}{3}. \end{cases}$

2.159. а) $\begin{cases} x^2 + xy + x = 10 \\ y^2 + xy + y = 20; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 = 13x + 4y \\ y^2 = 4x + 13y. \end{cases}$

2.160. а) $\begin{cases} \frac{2x-2}{x-y} - \frac{3y}{x+y} = 3 \\ \frac{6x-6y}{x-1} + \frac{5x+5y}{y} = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{3x-1}{y+1} - \frac{3y-1}{x+1} = 2 \\ \frac{3y+3}{3x-1} + \frac{2x+2}{3y-1} = 1. \end{cases}$

2.161. а) $\begin{cases} \frac{1}{x-2y} + \frac{4}{3x+y} = \frac{6}{xy} \\ \frac{2}{x-2y} - \frac{1}{3x+y} = \frac{3}{xy}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{xy-x^2-1} - \frac{1}{y^2-2x} = 0 \\ \frac{1}{xy-x^2-1} + \frac{2}{y^2-2x} = \frac{3}{x-y-1}. \end{cases}$

2.162. а) $\begin{cases} xy = 12 \\ y(x+z) = 32 \\ x(y+z) = 27; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = 1 \\ \frac{x+z}{xz} = \frac{2}{3} \\ \frac{y+z}{yz} = \frac{4}{3}. \end{cases}$

2.163. а) $\begin{cases} \frac{|x|}{y} - y = \frac{y-x}{y} + 4x \\ y^2 + 2x = 2|x| - y + 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + 2|y| = 2y - x + 6 \\ xy - |y| = y + 3x. \end{cases}$

2.164. а) $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x+2y} = 2x \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{x+2y} = 2y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sqrt{2x-y} - \sqrt{y} = x-y \\ \sqrt{2x-y} + \sqrt{y} = x. \end{cases}$

2.165. а) $\begin{cases} x+y-\sqrt{x}+\sqrt{y}-2\sqrt{xy}=2 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x^2+xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=185 \\ (x^2-xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=65. \end{cases}$

НЕРАВЕНСТВА

Сколько целочисленных значений может принимать выражение (2.201—2.202):

2.201. а) $6a-5b$, если $-1\frac{1}{3} < a < 4$; $-3 < b < 2,4$;

б) $2,4n-7m$, если $-3 < n < -0,5$; $-\frac{2}{7} < m < 4$?

2.202. а) $2n - \frac{3}{m}$, если $-4 < n < 0,8$; $\frac{1}{7} < m < 0,3$;

б) $\frac{1}{x} - 5y$, если $-\frac{1}{4} < x < -\frac{2}{9}$; $-0,4 < y < 3$?

- 2.203. а) Значение выражения $\frac{6a}{b-1}$ — целое число, делящееся на 9. Найдите его, если $1,5 < a < 2,5$; $0,1 < b < 0,4$.
 б) Значение выражения $\frac{1,4+a}{b}$ — целое число. Найдите его, если $-1,1 < a < 2,2$; $-4 < b < -2\frac{1}{4}$.

Найдите наибольшее и наименьшее значение выражения (2.204—2.205):

- 2.204. а) $b - 0,4a^2$, если $-5 \leq a \leq -1,5$; $-0,5 \leq b \leq 2,4$;
 б) $m^2 - \frac{4}{n}$, если $-3 \leq m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $1,6 \leq n \leq 2$.
 2.205. а) $a + 4ab$, если $-2 \leq a \leq -1$; $-0,22 \leq b \leq -0,1$;
 б) $c - pc$, если $-2 \leq c \leq -\frac{1}{7}$; $1,7 \leq p \leq 2,8$.

Докажите утверждение (2.206—2.207):

- 2.206. а) Если $-2 < a < -0,5$; $-1 < m < \frac{2}{3}$; $-5 < p < -2\frac{1}{4}$,
 то $\frac{a}{3m-2p} > -\frac{4}{3}$.
 б) Если $-4 < m < 1$; $5\frac{1}{6} < n < 5,5$; $-0,8 < a < -\frac{1}{3}$, то
 $\frac{m+6n}{a} < -33,75$.
 2.207. а) Если $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 \leq 0$, то $-1 \leq x - y \leq 11$.
 б) Если $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 \leq 0$, то $1 \leq y - x \leq 9$.

2.208. Оцените значение выражения:

- а) ab , если $-0,4 < a < 0,6$; $-1,5 < b < 2,25$;
 б) $m(n+3)$, если $-1,6 < m < 1,81$; $-5,2 < n < -1,2$.
 2.209. а) Пусть точка $M(x; y)$ принадлежит прямоугольнику $ABCD$: $A(-3; 8)$; $B(-3; -1)$; $C(5; -1)$; $D(5; 8)$. Какие значения для таких точек M может принимать выражение $2x^2 - 3y^2$?
 б) Пусть точка $N(x; y)$ принадлежит прямоугольнику $EFPK$: $E(2; -5)$; $F(2; 3)$; $K(-6; -5)$; $P(-6; 3)$. Какие значения для таких точек N может принимать выражение $4x + y^2$?

Докажите неравенство и определите значения переменных, при которых достигается равенство (2.210—2.211):

- 2.210. а) $a^2 + \frac{4}{1+a^2} \geq 3$; б) $\frac{|x|}{2} + \frac{18}{|x|+2} \geq 5$.
 2.211. а) $6x + \frac{3}{32x} \leq -1,5$ при $x < 0$;
 б) $2,5a + \frac{8}{125a} \geq 0,8$ при $a > 0$.

Докажите, что при любых численных значениях букв выполняется неравенство (2.212—2.216):

2.212. а) $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1 \geq 0$;

б) $x^2 + 4y^2 + 4y - 4x + 5 \geq 0$.

2.213. а) $a^2 + b^2 - 2ab(a+b) + 2a^2b^2 \geq 0$;

б) $m^2(n^2 + 4) - 4m^2n + 2mn - 4m + 1 \geq 0$.

2.214. а) $3x^2 + y^2 + 8x + 4y - 2xy + 22 \geq 0$;

б) $x^2 + 2xy + 3y^2 + 2x + 6y + 3 \geq 0$.

2.215. а) $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{ab+bc+ca}{3}$;

б) $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a+b+c)$.

2.216. а) $x + |x+2| + |2x-1| \geq 3$; б) $|x-1| - |3x+3| \leq 3 - |x|$.

2.217. Докажите, что при любых положительных значениях a , b и c выполняется неравенство:

а) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ac}}$;

б) $ab(a+b) + bc(b+c) + ac(a+c) \geq 6abc$.

2.218. а) Докажите, что если $a^2 + b^2 = 8$, то $|a+b| \leq 4$.

б) Докажите, что если $a+b \geq 6$, то $a^2 + b^2 \geq 18$.

Решите неравенство (2.219—2.230):

2.219. а) $\frac{(x^2 - 7x - 8)(x - 8)^3}{(x + 2)^2(5 - x)} \geq 0$; б) $\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{(x + 7)^3(3 - x)} \leq 0$.

2.220. а) $\frac{(x^2 + 2x - 8)(x^3 - 4x)}{x^2 + 7x + 10} > 0$; б) $\frac{(x^2 - 6x + 8)(x^2 - 4)}{x^3 - 8} \geq 0$.

2.221. а) $\frac{(2x^2 + 4x)(3x - x^2)}{(2x + 5)^3} \leq 0$; б) $\frac{(x + 2)^4(x + 3)^2}{x^2 + x - 2} > 0$.

2.222. а) $\frac{3x + 7}{5 - x^2}(x - 3)^2 > 0$; б) $\frac{x^2 - 2x - 1}{(2x - 5)(x + 2)^2} \leq 0$.

2.223. а) $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-1} \leq 1$; б) $\frac{2}{x-5} + 1 \geq \frac{2}{x+1}$.

2.224. а) $\frac{(x-3)(2x+1)}{x} < \frac{(x+3)(x-1)}{x}$;

б) $3x + \frac{x-1}{2x-1} \geq \frac{2x^2-1}{2x-1}$.

2.225. а) $\frac{7}{3x-2-x^2} - \frac{3}{7x-4-3x^2} > 0$; б) $\frac{1}{5x^2-3x-2} + \frac{5}{1-x^2} \leq 0$.

2.226. а) $\frac{(x+1)(x+2)}{x^2+7x+12} \leq 1$; б) $\frac{x^2+3x-13}{(x+3)(x-2)} > 2$.

2.227. а) $2 \leq \frac{3x^2-7x+8}{x^2+1} \leq 9$; б) $1 \leq \frac{5x^2-3x+1}{x^2+2} \leq 3$.

2.228. а) $(2x^2 - 5x + 3)(3 - x^3) < 0$; б) $(x^4 - 6)(6 - x - 2x^2) \leq 0$.

2.229. а) $(x^2 + 7x - 8)^2 + (x^3 + 2x - 3)^2 \leq 0$;

б) $(6 - x - x^2)^2 + (x^3 + x^2 - 7x + 2)^2 \leq 0$.

2.230. а) $\frac{2}{2x^2+x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{2}{2x+3} + 1 > 0$; б) $\frac{x^2}{4-x} + \frac{2x-8}{x^2} \geq 1$.

2.231. Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства

а) $\frac{x^3+2x^2+7}{7-x} \geq 1$; б) $\frac{x^3+17x}{x+8} \leq 2x$.

2.232. Найдите все такие x , при которых функция $f(x)$ принимает отрицательные значения

а) $f(x) = (x^2 - 2)(53x - 75)$; б) $f(x) = (17x - 29)(x^2 - 3)$.

2.233. Найдите все значения x , при которых

а) график функции $y = 1 - \frac{4}{x-2}$ лежит ниже графика функции $y = \frac{5}{x^2 - 4x + 4}$;

б) график функции $y = \frac{2}{x-3}$ лежит выше графика функции $y = \frac{8}{x^2 - 6x + 9} - 1$.

2.234. Найдите все целые a , для которых выполняется неравенство

а) $f(a) \geq f(a+2)$, $f(x) = x - \frac{1}{x-1}$;

б) $f(a) \cdot f(a+2) < 0$, $f(x) = \frac{8}{x^2-1} - 1$.

Решите неравенство (2.235—2.242):

2.235. а) $1+x+|x^2-x-3| < 0$; б) $x^2-7 \geq |3x-7|$.

2.236. а) $x^2-2x-8 < 7|x-4|$; б) $|x^2-3x|+2x-6 \leq 0$.

2.237. а) $1,5x-|x|+|2x-4| \geq 4$; б) $2x-5+2|x-3| < |x+1|$.

2.238. а) $|x-2x^2| > 2x^2-x$; б) $|x^2+6x+8| \leq -x^2-6x-8$.

2.239. а) $|x-3|+|x+1| \leq |\sqrt{5}-3|+|\sqrt{5}+1|$;

б) $2|x|+|5-2\sqrt{7}| \geq 2\sqrt{7}+|5-2x|$.

2.240. а) $|x-1-x^2| \leq |3x-x^2-4|$; б) $|x^3-1| \leq 1-x$.

2.241. а) $\left| \frac{x+2}{x-1} \right| \geq 1$; б) $\left| \frac{2x-1}{x-2} \right| > 2$.

2.242. а) $\frac{2x^2+3}{x^2+x} + \left| \frac{4x^2+6}{x^2+x} \right| < 6$; б) $\frac{5-|x|}{x^2+|x|-2} \geq \frac{|x|-5}{x^2-1}$.

2.243. Найдите все целые a , удовлетворяющие условию:

а) $\frac{a^2-7|a|+10}{a^2-6a+9} < 0$; б) $\frac{a^2+4a-5}{4-|a^2-5|} > 0$.

Решите систему неравенств (2.244—2.245):

2.244. а) $\begin{cases} \frac{3x-2}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{2-x}{6} \\ x \geq \frac{1-3x^2}{x-4} \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x^2-7}{2x-5} > 1 \\ \frac{3x-2}{5} - \frac{6-x}{2} \geq 2x-7 \end{cases}$

2.245. а) $\begin{cases} x \leq 3 - \frac{1}{x-1} \\ |x-1| < 4 \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x+7}{x-5} + \frac{3x+1}{2} \geq 0 \\ |5-x| \leq 2 \end{cases}$

2.246. Найдите все x , удовлетворяющие обоим условиям:

а) $|x^2 + 5x| < 6$ и $|x + 1| \geq 1$;

б) $|x + 1| < 3$ и $|x^2 - 4x| \geq 5$.

2.247. а) Найдите все решения неравенства $\frac{x^2 - 4x}{x - 1} \leq 0$, для которых выполняется неравенство $(x^2 - 1)(3 - x) \geq 0$.

б) Среди решений неравенства $(x - 2)(x^2 - 2x + 1) \geq 0$ найдите все такие, для которых выполняется неравенство $\frac{9 - x^2}{x + 2} \geq 0$.

2.248. Найдите все такие значения x , при которых

а) график каждой из функций $f(x) = x^2 - 3x$ и $q(x) = \frac{4 - x}{x + 2}$ лежит выше графика функции $y = x$;

б) график каждой из функций $f(x) = \frac{5 - x}{x - 3}$ и $q(x) = x^2 + 8x$ лежит ниже графика функции $y = -x$.

2.249. Найдите все такие значения x , при которых значение хотя бы одной из данных функций:

а) $f(x) = x^2 + 5x + 3$; $q(x) = \frac{8 + x}{2 - x}$ больше 3;

б) $f(x) = 3x^2 - x + 2$; $q(x) = \frac{5 - x}{x + 2}$ меньше 2.

Пусть $\max\{f(x); q(x)\}$ обозначает наибольшее из значений функций $f(x)$ и $q(x)$ для данного x , а $\min\{f(x); q(x)\}$ — наименьшее. Найдите все x , для которых выполняется соотношение (2.250—2.252):

2.250. а) $\max\left\{\frac{1}{x}; 5x - 4\right\} \geq x^2$; б) $\min\left\{\frac{1}{x^2}; 3x^2 - 2\right\} \leq x$.

2.251. а) $\min\{|x|; x^2 + 6x\} \geq 7$; б) $\max\{|x|; x^2 - 7x\} \leq 8$.

2.252. а) $\min\{2x^2 - x - 4; x^2 + 3x + 1\} = 3x + 12$;

б) $\max\{x^2 + x - 5; -2x^2 + 7x + 4\} = x - 1$.

Найдите область определения функции (2.253—2.254):

2.253. а) $y = \sqrt{24 - x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + x - 20}}$; б) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 7} \cdot \sqrt{4 - x}$.

2.254. а) $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 5x - 3}}{x - 2 + |2 - x|}$; б) $y = \sqrt{|x^2 - 6| - x^2} - \frac{1}{9 - 9x + 2x^2}$.

Решите неравенство (2.255—2.262):

2.255. а) $(x - 1)\sqrt{6 + x - x^2} \geq 0$; б) $(16 - x^2)\sqrt{3 - x} \leq 0$.

2.256. а) $(x^2 + 5x - 6)^2 \sqrt{x^3 + 200} \leq 0$;

б) $(x^2 - 8x + 15)^2 \sqrt{x^5 - 300} \leq 0$.

2.257. а) $(x + 1)\sqrt{\frac{x + 4}{x + 7}} \leq 0$; б) $(x + 3) \cdot \frac{\sqrt{6 - x}}{\sqrt{15 - 4x}} \geq 0$.

$$2.258. \text{ а) } \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5};$$

$$\text{ б) } \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9} \geq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10}.$$

$$2.259. \text{ а) } \sqrt{7-|3x-1|} < 2; \text{ б) } \sqrt{|2x+3|-2} \leq 1.$$

$$2.260. \text{ а) } \sqrt{2+\frac{3}{x+1}} \geq \sqrt{\frac{2}{x}}; \text{ б) } \sqrt{1+\frac{2}{x-2}} > \sqrt{\frac{6}{x-1}}.$$

$$2.261. \text{ а) } \frac{x}{2x-3} + 3\sqrt{\frac{x}{2x-3}} \geq 4; \text{ б) } 4\sqrt{\frac{2}{x}} + 3 + 5 \leq \frac{3x+2}{x}.$$

$$2.262. \text{ а) } \frac{4-2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+1} > 0; \text{ б) } \frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{5-x}-3} \leq 0.$$

Найдите все такие x , при которых функция $f(x)$ принимает отрицательные значения (2.263—2.264):

$$2.263. \text{ а) } f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{2-x}-1}; \text{ б) } f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-(x+1)}{x-2}.$$

$$2.264. \text{ а) } f(x) = \frac{x^2-6x-7}{\sqrt{(2-\sqrt{5})x-2}\sqrt{5+5}}; \text{ б) } f(x) = \frac{8x+9-x^2}{\sqrt{(\sqrt{6}-3)x-6+3\sqrt{6}}}.$$

Решите неравенство (2.265—2.268):

$$2.265. \text{ а) } (x^2-3x+2)(x^2-9x+20) < 180;$$

$$\text{ б) } 30x^2 > (x-2)(x-3)(x^2-10x+24).$$

$$2.266. \text{ а) } \frac{|x+3|-2}{x^2+8x+15} \geq 0; \text{ б) } \frac{|x|+2x-3}{x^2-7x+6} < 0.$$

$$2.267. \text{ а) } \frac{4}{|x+1|-2} \geq |x-1|; \text{ б) } \frac{7}{|x-1|-3} \geq |x+2|.$$

$$2.268. \text{ а) } \sqrt{x^2-4x+4} + (\sqrt{3x^2-5x-1})^2 \geq 1;$$

$$\text{ б) } \sqrt{x^2-6x+9} + (\sqrt{4x^2-x-2})^2 \geq 3.$$

2.269. Найдите все значения a , при которых:

а) ордината точки графика функции $y=|x|$ с абсциссой a не превосходит ординаты точки графика функции

$y = \frac{2x}{|x-3|}$, имеющей такую же абсциссу.

б) ордината точки графика функции $y = \frac{2-x^2}{|x|}$ с абсциссой a не меньше ординаты точки графика функции $y = |x+3|$, имеющей такую же абсциссу.

2.270. а) A , B и C — точки с одинаковой абсциссой a , принадлежащие графикам функций $y = \frac{2x}{x-2}$; $y = 8-x$ и $y = \frac{7}{x}$

соответственно. Найдите все a , при которых точка C лежит на отрезке AB , не совпадая ни с одним из его концов.

б) M , N , P — точки с одинаковой абсциссой b , принадлежащие графикам функций $y = |x+1|$; $y = \frac{2}{x}$ и

$y = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ соответственно. Найдите все b , при которых точка P лежит вне отрезка MN , имея при этом ординату большую, чем точка M .

2.271. Найдите все целочисленные a , для которых:

а) не выполняется неравенство $2a^2 + 2a + 3 - \frac{21}{a^2 + a + 1} \geq 0$;

б) выполняется неравенство $a(a+2) + \frac{1}{a} \left(2 + \frac{1}{a}\right) < 6$.

2.272. Найдите сумму длин интервалов, на которых выполняется неравенство:

а) $x^2 - x < \frac{36}{x^2 - x}$; б) $1 + 4x - x^2 > \frac{20}{4x - x^2}$.

Докажите утверждение (2.273—2.275):

2.273. а) Для того чтобы выполнялось неравенство $a^2 - 3a - 70 < 0$, достаточно, чтобы $\frac{12}{a+5} > 1$.

б) Для того чтобы выполнялось неравенство $3a^2 - a - 4 > 0$, необходимо, чтобы $\frac{3}{1-a} < 2$.

2.274. а) Неравенство $5x^2 - x - 4 < 0$ выполняется тогда и только тогда, когда $\frac{9x+9}{1-x} > 1$.

б) Неравенство $\frac{5x}{2x-3} > 1$ выполняется тогда и только тогда, когда $2x^2 - x - 3 > 0$.

2.275. а) Для того чтобы выполнялось неравенство $\frac{4}{x^2+x+2} \leq 2$, необходимо и достаточно, чтобы $x^4 + x^3 \geq 0$.

б) Для того чтобы выполнялось неравенство $x^4 + 3x^3 \leq 0$, необходимо и достаточно, чтобы $\frac{5}{x^2+3x+5} \leq 1$.

2.276. а) Найдите все такие x , при которых выполняются ровно два неравенства из трех:

$$\frac{1}{x-2} - \frac{6}{x-5} > 1; \quad \frac{x^2}{x-3} \geq 0; \quad 2x - 1 < \frac{4}{3}x.$$

б) Найдите все такие x , при которых выполняется ровно одно неравенство из трех:

$$\frac{3}{x-3} + 1 > \frac{1}{6+x-x^2}; \quad \frac{2}{7}x + 1 \geq 0; \quad \frac{1}{|x-2|+1} > \frac{1}{3}.$$

2.277. Найдите все x , при которых

а) выполняется хотя бы одно из двух неравенств:

$$\frac{3x-1}{x+1} < x; \quad |x-2| > |3x+2|;$$

б) одно из двух неравенств $\frac{3}{x-1} + \frac{2}{2-x} < 0$ и $\sqrt{\frac{x+3}{2x-1}} > 2$ верно, а другое — нет.

- 2.278. а) Найдите все решения неравенства $\frac{12x-15}{2x^2+x} \leq 1$, не являющиеся одновременно решениями неравенства $(x-|2x-3|)(3-x) \leq 0$.
 б) Найдите все x , при которых определены левые и правые части обоих неравенств: $\frac{2}{2x^2-9x+15} \geq \frac{1}{x}$ и $\frac{|x-1|}{9-x^2} > 0$, но ни одно из двух неравенств не выполняется.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ. ДЕЛИМОСТЬ. ИНДУКЦИЯ

- 2.301. Найдите число, если:
 а) 25% его равны $\frac{(81,624:4,8-4,505)^2+125 \cdot 0,75}{((0,44^2:0,88+3,53)^2-2,75^2):0,52}$;
 б) 12,5% его равны $\frac{(5,2^2:2,6+8,1)^2-6,5^2}{(60,192:2,4-1,08)^2-0,24 \cdot 1400}$.
- 2.302. Найдите положительное число, если:
 а) 45% от него составляют столько же, сколько составляют 20% от числа, ему обратного.
 б) 27% от него равны 90% от его квадрата.
- 2.303. Вычислите без использования микрокалькулятора:
 а) $16,878 \cdot 16,886 - 16,88 \cdot 16,884$;
 б) $127,07 \cdot 127,19 - 127,06 \cdot 127,2$.
- 2.304. Сравните значения выражений, не пользуясь микрокалькулятором:
 а) 191^6 и $188 \cdot 189 \cdot 190 \cdot 192 \cdot 193 \cdot 194$;
 б) $27894^2 + 1618^2$ и $27895^2 + 1617^2$.
- 2.305. Вычислите $\sqrt[3]{p}$, если:
 а) p — среднее арифметическое чисел A и B , где $A = \frac{158^2 + 158 \cdot 185 + 185^2}{158 + 185}$, $B = \frac{158^2 - 158 \cdot 185 + 185^2}{185 - 158}$;
 б) p — среднее гармоническое чисел A и B , где $A = \frac{288 + 224}{288^2 + 288 \cdot 224 + 224^2}$; $B = \frac{288 - 224}{288^2 - 288 \cdot 224 + 224^2}$.
 (Средним гармоническим двух положительных чисел a и b называется число x такое, что $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$.)

Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби (2.306—2.307):

- 2.306. а) $\frac{10}{\sqrt{5} - \sqrt{10} + \sqrt{20} + \sqrt{40} - \sqrt{80}}$;
 б) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{108}}$.
- 2.307. а) $\frac{1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1}$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 4}$.

Упростите (2.308—2.309):

2.308. а) $\sqrt{63} - 3\sqrt{1,75} - 0,5\sqrt{343} + \sqrt{112}$;

б) $\sqrt{1,25} + \sqrt{80} - \frac{1}{14}\sqrt{245} - \sqrt{180}$.

2.309. а) $\frac{1-\sqrt{10}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{7}{2\sqrt{2}+1} - (11-5\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$;

б) $2\sqrt{3} + 0,25(\sqrt{21}-5)(\sqrt{7}+3\sqrt{3}) + \frac{2\sqrt{7}-4}{1+\sqrt{7}}$.

2.310. Пусть $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = 0,5(a+b+c)$.
Найдите S , если:

а) $a = \sqrt{5}$; $b = 2$; $c = \sqrt{6}$; б) $a = 3$; $b = \sqrt{10}$; $c = 2\sqrt{2}$.

2.311. Найдите a^2 и a , если:

а) $a = \sqrt{15-4\sqrt{14}} - \sqrt{15+4\sqrt{14}}$;

б) $a = \sqrt{22-4\sqrt{30}} - \sqrt{22+4\sqrt{30}}$.

2.312. Сравните значения выражений:

а) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ и $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$;

б) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ и $\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10}$.

2.313. а) Докажите, что число $2 - \sqrt{3}$ является корнем уравнения $x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 0$.

б) Докажите, что число $3 - \sqrt{2}$ не является корнем уравнения $x^3 - 7x^2 - 7x + 1 = 0$.

2.314. а) Пусть $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - x - 7$. Покажите, что $f(2 + \sqrt{3}) + f(2 - \sqrt{3})$ — целое число.

б) Пусть $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 2x - 3$. Покажите, что $\frac{f(3 + \sqrt{2}) - f(3 - \sqrt{2})}{\sqrt{2}}$ — целое число.

Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби (2.315—2.317):

2.315. а) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$.

2.316. а) $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{5}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-3}$.

2.317. а) $\frac{1}{2+\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$. Сравните значение выражения с чис-

лом $\frac{8}{17}$.

б) $\frac{2}{\sqrt{11-4\sqrt{7}}+\sqrt{63}}$. Сравните значение выражения с чис-

лом $\frac{2}{9}$.

Упростите (2.318—2.321):

2.318. а) $\sqrt{6} + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$; б) $\sqrt{7} - \sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{9+2\sqrt{14}}}$.

2.319. а) $(3 - \sqrt{5})^2 - 6\sqrt{14-6\sqrt{5}}$; б) $(2 - \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2.320. а) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} \cdot \sqrt{3+2\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$.

2.321. а) $\frac{\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}}{1+\sqrt{3}}$. Сравните результат с числом $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{5}}$.

б) $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{10+\sqrt{2}}}$. Сравните результат с числом $2^{-\frac{5}{3}}$.

2.322. Удовлетворяет ли данное число данному неравенству:

а) $\sqrt{34-24\sqrt{2}} - \sqrt{34+24\sqrt{2}}$, $7x^2 + 58x + 13 > 0$;

б) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$, $11x^2 + 26x - 73 \leq 0$?

2.323. Докажите, что данное число является корнем данного уравнения:

а) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$, $3t^3 + 9t - 8 = 0$;

б) $\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2}$, $t^3 - 12t - 20 = 0$.

2.324. Докажите, что одно и только одно число из пары является корнем данного уравнения:

а) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}$, $x^3 - 6x - 6 = 0$;

б) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}$, $x^3 + 9x - 6 = 0$.

2.325. Сравните без помощи микрокалькулятора и таблиц:

а) $1 + \sqrt[3]{2}$ и $\sqrt{6}$; б) $\sqrt[3]{19} - \sqrt{3}$ и 1.

2.326. Найдите все пары рациональных (k ; c), для которых выполняется равенство:

а) $\sqrt{15+k\sqrt{6}} = \sqrt{6} - c$; б) $\sqrt{k} - \sqrt{c} = \sqrt{5 - \sqrt{21}}$.

2.327. а) Найдите пару рациональных чисел (k ; m), для которых $(k+m\sqrt{2})^3 = 45 - 29\sqrt{2}$, и упростите выражение $\sqrt{2} - \sqrt[3]{29\sqrt{2}-45}$.

б) Найдите пару рациональных чисел (a ; b), для которых $(a+b\sqrt{3})^3 = 15\sqrt{3} - 26$ и упростите выражение $\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}+\sqrt{3}}$.

2.328. Какое из двух чисел ближе к единице:

а) $2,5 \cdot \sqrt[7]{0,4}$ или $0,4 \cdot \sqrt[7]{2,5}$;

б) $\frac{3}{5} \cdot \sqrt[8]{1\frac{2}{3}}$ или $\frac{5}{3} \cdot \sqrt[8]{0,6}$?

Упростите выражение (2.329—2.335):

2.329. а) $\frac{1}{(a-3)(a-b)} + \frac{1}{(3-b)(3-a)} + \frac{1}{(b-a)(b-3)}$;

б) $\frac{1}{(c-b)(c+4)} + \frac{1}{(b+4)(b-c)} + \frac{1}{(c+4)(b+4)}$.

2.330. а) $\frac{a^2}{(a+1)(a-c)} + \frac{1}{(c+1)(a+1)} + \frac{c^2}{(c-a)(c+1)}$;

б) $\frac{9}{(b-3)(c-3)} - \frac{b^2}{(b-c)(3-b)} - \frac{c^2}{(3-c)(c-b)}$.

2.331. а) $\sqrt{\frac{x}{x-a^2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x-a^2}}{\sqrt{x}+\sqrt{x-a^2}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-a^2}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-a^2}} \right)$;

б) $\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a-b}} + \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+b}} \right) \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \right)$.

2.332. а) $\frac{a \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}} \right)^{-1} + b \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}} \right)^{-1}}{\left(\frac{a+\sqrt{ab}}{2ab} \right)^{-1} + \left(\frac{b+\sqrt{ab}}{2ab} \right)^{-1}}$;

б) $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}+\sqrt{x}} \right)^{-2} - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}} \right)^{-2}$.

2.333. а) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \left(\left(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}} \right)^{-1} + \left(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}} \right)^{-1} \right)^{-2}$;

б) $\left(\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)^{-2}} - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} \right)^{-1} \right) : \sqrt{ab}$.

2.334. а) $\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} - (a-b) \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} \right) a^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{3}}$;

б) $\left(\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b}{a^{\frac{3}{2}}-b^3} \right)^{-1} \cdot \frac{a-b^2}{a+b\sqrt{a+b^2}} \right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{a}$, если $\sqrt{a} > b$.

2.335. а) $\left(\frac{\sqrt{a}-2}{a+2\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+2}{a-2\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a+4} - \frac{8}{a-4}$;

б) $\left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} + \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}-x+1} \right) (x^2-1)^{-\frac{1}{2}}$.

2.336. а) Пусть $\frac{a+b}{a-2b} = \frac{2}{3}$. Вычислите $\frac{a^2-2b^2}{2a^2+5ab+3b^2}$.

б) Пусть $\frac{xy-y^2}{x^2-xy+4y^2} = \frac{1}{5}$. Вычислите $\frac{2x+5y}{y-7x}$.

2.337. Вычислите:

а) $a^3 + 2a^2 + \frac{8}{a^2} + \frac{8}{a^3}$, если $a + \frac{2}{a} = -4$;

б) $2b^3 + 3b^2 + \frac{3}{b^2} - \frac{2}{b^3}$, если $b - \frac{1}{b} = 3$.

2.338. Пусть $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

а) Вычислите $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) - (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$.

б) Вычислите $\frac{\sqrt{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n)}}{\sqrt{a_1b_1} + \sqrt{a_2b_2} + \dots + \sqrt{a_nb_n}}$, если для всех $1 \leq k \leq n$ $a_k > 0$, $b_k > 0$.

При каких натуральных n значение данного выражения является целым числом (2.339—2.341):

2.339. а) $\left(\frac{3}{n!} + \frac{5}{(n+1)!}\right) : \left(\frac{7}{n!} - \frac{6n}{(n+1)!}\right)$;

б) $\left(\frac{5n}{(n+1)!} + \frac{2}{n!}\right) : \left(\frac{5}{n!} - \frac{4n}{(n+1)!}\right)$?

2.340. а) $\frac{n^2 + 5n - 8}{n + 3}$; б) $\frac{-n^2 + 2n - 31}{n + 3}$?

2.341. а) $\frac{2n^2 + 5n - 5}{n + 1}$; б) $\frac{3n^2 + 4n - 3}{n + 3}$?

2.342. При каких целых n значение данного выражения является натуральным числом?

а) $\frac{2n^2 + 9n + 13}{n + 2}$; б) $\frac{3n^2 + 5n + 3}{n + 2}$?

2.343. Найдите все такие значения k , что уравнение имеет только целые корни, и для каждого такого k укажите эти корни:

а) $kx^2 - (k^2 + 4)x + 4k = 0$;

б) $k(k+1)x^2 - (7k+3)x + 12 = 0$.

2.344. На графике функции найдите все точки, абсциссы и ординаты которых целые числа:

а) $y = \frac{x+3}{x+1}$; б) $y = \frac{x-4}{x-1}$.

2.345. а) Докажите, что все числа вида $x = 1 - 5n$, $y = 2 + 3n$, где $n \in \mathbf{Z}$, удовлетворяют уравнению $3x + 5y = 13$, и найдите среди них такие, что $|x + y|$ имеет наименьшее значение.

б) Докажите, что все числа вида $x = 2 + 3n$, $y = 1 + 7n$, где $n \in \mathbf{Z}$, удовлетворяют уравнению $7x - 3y = 11$, и найдите среди них такие, что $|x - y|$ имеет наименьшее значение.

2.346. а) Докажите, что все числа вида $x = 7 - 3n$, $y = 3 + 5n$, где $n \in \mathbf{Z}$, удовлетворяют уравнению $5x + 3y = 44$, и укажите среди них такие, что xy — наибольшее.

б) Докажите, что все числа вида $x = 8 + 5n$, $y = 3 + 11n$, где $n \in \mathbf{Z}$, удовлетворяют уравнению $11x - 5y = 73$, и найдите среди них такие, что xy — наименьшее.

Найдите все такие целые числа x и y , для которых выполняется условие (2.347—2.352):

2.347. а) $x^2 - y^2 = 4$; б) $x^2 + xy = 10$.

2.348. а) $(x+y)(y-1) = 4$; б) $(x-y)(x-1) = 4$.

2.349. а) $(x-3)(xy+5) = 5$; б) $(y+1)(xy-1) = 3$.

- 2.350. а) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$; б) $x^2 - 2xy - 3y^2 = 5$.
- 2.351. а) $x^2 + 23 = y^2$; б) $x^2 - 47 = y^2$.
- 2.352. а)
$$\begin{cases} x > y \\ 2x + y < 32 \\ x + 2y > 28; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x < y \\ 2x + 3y < 42 \\ 3x + 2y > 38. \end{cases}$$

Докажите, что данное число составное (2.353—2.354):

- 2.353. а) $4^{13} - 5^6$; б) $4^{15} - 2^{16} + 1$.
- 2.354. а) $4 \cdot 1996^3 + 8 \cdot 1996 \cdot 1997 + 3 \cdot 1997^2$;
б) $2 \cdot 1995^2 + 9 \cdot 1995 \cdot 1999 + 4 \cdot 1999^2$.
- 2.355. а) Докажите, что число, записанное семью единицами и четырьмя пятерками, взятыми в произвольном порядке, является составным.
б) Докажите, что число записанное восемью семерками и пятью пятерками, взятыми в произвольном порядке, является составным.
- 2.356. Докажите, что число p — простое:
а) $p = 389$; б) $p = 401$.
- 2.357. а) Найдите все простые числа p такие, что числа $p + 10$ и $p + 14$ тоже будут простыми.
б) Найдите все простые числа p такие, что числа $p + 20$ и $p + 4$ тоже будут простыми.
- 2.358. а) Докажите, что число $(n + 1)^4 + 4$ при всех натуральных n составное.
б) Найдите все такие натуральные n , что число $4n^4 + 1$ простое.
- 2.359. а) Сложили все пятизначные числа, полученные из числа 23751 перестановками его цифр (включая и само число). Докажите, что полученная сумма делится нацело на 11111.
б) Сложили все пятизначные числа, полученные из числа 83572 перестановками его цифр (включая и само число). Докажите, что полученная сумма не делится нацело на 111.
- 2.360. а) Докажите, что сумма четырех последовательных натуральных чисел не делится на 4.
б) Докажите, что произведение четырех последовательных натуральных чисел делится на 24.
- 2.361. а) Произведение k подряд идущих натуральных чисел не делится на 111. При каком наибольшем k такое возможно?
б) При каком наименьшем n произведение любых подряд идущих n натуральных чисел делится на 242?
- 2.362. Найдите наибольшее натуральное число n , при котором
а) $85!$ делится нацело на 2^n ;
б) $107!$ делится нацело на 3^n .

- 2.363. а) Сколько среди взятых подряд двухсот натуральных чисел может быть таких, которые при делении на 7 дают в остатке 5?
 б) Сколько среди взятых подряд ста сорока двух натуральных чисел может быть таких, которые при делении на 5 дают в остатке 3?
- 2.364. При каких натуральных значениях n дробь является правильной и несократимой? Укажите все такие дроби.
 а) $\frac{n^2+16n}{9n+60}$; б) $\frac{n^2-n+15}{7n+3}$.
- 2.365. а) Пусть остаток от деления натурального числа m на 7 равен 3. Найдите остаток от деления на 7 числа $3m^2 + 5m + 1$.
 б) Пусть остаток от деления натурального числа n на 9 равен 5. Найдите остаток от деления на 9 числа $4n^2 + 7n + 2$.
- 2.366. а) Какова будет дата (год, месяц, число и день недели) через 1000 дней после дня решения этой задачи?
 б) Какова была дата (год, месяц, число и день недели) за 1000 дней до вашего экзамена?
- 2.367. а) На часах 7 ч 28 мин 5 с. Какое время было на часах за 50000 с до данного события?
 б) На часах 13 ч 23 мин 8 с. Какое время будет на часах через 100000 с?
- 2.368. а) Докажите, что при всех натуральных значениях n наименьшее общее кратное чисел $n^2 + 6n + 9$ и $n + 4$ равно $n^3 + 10n^2 + 33n + 36$.
 б) Докажите, что при всех натуральных значениях n наибольший общий делитель чисел $n^2 + 10n + 21$ и $n^2 + 9n + 18$ равен $n + 3$.
- 2.369. а) Найдите наибольший общий делитель чисел $\underbrace{111\dots1}_{100 \text{ единиц}}$ и $\underbrace{222\dots2}_{50 \text{ двоек}}$.
 б) Найдите наименьшее общее кратное чисел $\underbrace{111\dots1}_{150 \text{ единиц}}$ и $\underbrace{333\dots3}_{50 \text{ троек}}$.
- 2.370. а) Выписали все натуральные числа от 1 до 933. Сколько раз записали цифру 1?
 б) Выписали все натуральные числа от 1 до 837. Сколько раз записали цифру 0?

Докажите утверждения, используя, где это удобно, метод математической индукции (2.371—2.386) (n — любое натуральное число, если не оговорено другое):

- 2.371. а) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
 б) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

- 2.372. а) $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$;
 б) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.
- 2.373. а) $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$;
 б) $\frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{(5n-3)(5n+2)} = \frac{n}{10n+4}$.
- 2.374. а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$;
 б) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{2n+3}{3^{n+1}} \right)$.
- 2.375. а) $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \dots + \sin n\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \sin \frac{(n+1)\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$, $\alpha \neq 2\pi k$,
 k — целое число;
 б) $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \dots + \cos n\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \cos \frac{(n+1)\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$, $\alpha \neq 2\pi k$,
 k — целое число.
- 2.376. а) Если последовательность задана своим первым членом a_1 и рекуррентным соотношением $a_{n+1} = a_n + d$, то $a_n = a_1 + d(n-1)$. Докажите, используя метод математической индукции.
 б) Если последовательность задана своим первым членом b_1 и рекуррентным соотношением $b_{n+1} = b_n \cdot q$, то $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. Докажите, используя метод математической индукции.
- 2.377. а) $b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$, где $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$; $q \neq 1$. Докажите, используя метод математической индукции.
 б) $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n$, где $a_n = a_1 + d(n-1)$. Докажите, используя метод математической индукции.
- 2.378. а) $3^{2n} - 1$ делится на 8; б) $5^{2n} - 1$ делится на 24.
- 2.379. а) $5^n + 2 \cdot 3^n - 3$ кратно 8;
 б) $4^{2n+1} + 3^{2n+1} - 7$ кратно 84.
- 2.380. а) $7^n + 12n - 1$ кратно 18; б) $6^n + 20n - 1$ кратно 25.
- 2.381. а) Все члены последовательности (a_n) , где $a_n = 2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$, делятся на 17.
 б) Все члены последовательности (b_n) , где $b_n = 2^{n+5} \cdot 3^{4n} + 5^{3n+1}$, делятся на 37.
- 2.382. а) $3^n > n + 1$; б) $2^n > n$.
 2.383. а) при $n > 4$ $2^n > n^2$; б) при $n > 3$ $3^n > n^3$.
 2.384. а) $(1,5)^n \geq 1 + 0,5n$; б) $(0,7)^n \geq 1 - 0,3n$.

2.385. а) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}} > \sqrt{n+1} - 1;$

б) $(1+\alpha)^n \geq 1 + n\alpha$, где $\alpha > -1$.

2.386. а) В выпуклом n -угольнике ($n > 3$) $\frac{n^2-3n}{2}$ диагоналей.

б) N различных точек на прямой определяют $\frac{N(N-1)}{2}$ отрезков с концами в этих точках.

Для рекуррентно заданной последовательности докажите, что ее общий член может быть задан приведенной формулой (2.387—2.390):

2.387. а) $a_1=0,25$, $a_{k+1}=0,5\left(a_k + \frac{1}{2^{k+1}}\right)$; $a_n = \frac{n}{2^{n+1}}$;

б) $b_1=1$, $b_{k+1} = \frac{1}{3}(b_k + 2 \cdot 3^{-k})$; $b_n = \frac{2n+1}{3^n}$.

2.388. а) $c_1=2$, $c_{k+1} = 2(c_k + 2^k)$; $c_n = n \cdot 2^n$;

б) $a_1=0$, $a_{k+1} = 3(a_k + 3^k)$; $a_n = (n-1) \cdot 3^n$.

2.389. а) $a_1=5$, $a_{k+1} = 2a_k - k + 1$; $a_n = 2^{n+1} + n$;

б) $c_1=2$, $c_{k+1} = 3c_k + 2k - 1$; $c_n = 3^n - n$.

2.390. а) $d_1=2$, $d_{k+1} = 2(d_k + (2k+1) \cdot 2^k)$; $d_n = n^2 \cdot 2^n$;

б) $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_{k+1} = \frac{1}{3}\left(a_k + \frac{2k+1}{3^k}\right)$; $a_n = \frac{n^2}{3^n}$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Вычислите (2.401—2.410):

2.401. а) $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{9}$, $\pi < \alpha < 2\pi$;

б) $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{8}$; $\pi < \alpha < 2\pi$.

2.402. а) $\sin 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$;

б) $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,5$.

2.403. а) $\sin \alpha$, если $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{3} < \pi$;

б) $\cos \alpha$, если $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{6} - \alpha < \pi$.

2.404. а) $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$, если $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos 2\alpha \operatorname{tg} 4\alpha$, если $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.405. а) $\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{2}{7}$;

б) $\sin \alpha \sin 3\alpha$, если $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$.

2.406. а) $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 3\alpha$, если $\cos 2\alpha = -0,2$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{3\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

2.407. а) $\frac{\cos 2\alpha + 3}{2 \sin 2\alpha - 1}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 3$;

б) $\frac{5 - 4 \cos \alpha}{\left(\sin \frac{\alpha}{2} - 2 \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2}$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}$.

2.408. а) $\operatorname{tg} x$, если $4 \cos 2x + 5 \sin 2x = 2 \sin^2 x$, x — угол III четверти;

б) $\operatorname{ctg} x$, если $\sin 2x = 3 - 11 \cos^2 x$, x — угол II четверти.

2.409. а) $\operatorname{tg} 2\alpha + 3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

б) $\operatorname{tg} 2\alpha - 5 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2.410. а) $\frac{\cos 140^\circ \sqrt{\sin^2 10^\circ - \cos^3 80^\circ}}{\sin 20^\circ}$;

б) $\frac{\cos 20^\circ - 0,5}{\cos 110^\circ \sqrt{0,75 - \sin 80^\circ \cos 70^\circ}}$.

Докажите тождество (2.411—2.414):

2.411. а) $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$; б) $\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$.

2.412. а) $\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha$;

б) $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha + \cos^{-1} 2\alpha$.

2.413. а) $\frac{\sin \alpha + \cos (2\beta - \alpha)}{\cos \alpha - \sin (2\beta - \alpha)} = \frac{1 + \sin 2\beta}{\cos 2\beta}$;

б) $\frac{\sin (2\alpha + \beta)}{\sin \alpha} - 2 \cos (\alpha + \beta) = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$.

2.414. а) $\sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} - \operatorname{ctg} \alpha$ при $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

б) $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = -\frac{2}{\cos \alpha}$ при $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Упростите выражение (2.415—2.418):

2.415. а) $\frac{4 \cos \alpha}{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; б) $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} - \cos \alpha$.

2.416. а) $\frac{\cos 3x + \cos 5x + \cos 7x}{\sin 3x + \sin 5x + \sin 7x}$; б) $\frac{4 \sin 2y \sin 3y}{\sin 2y + \sin 4y - \sin 6y}$.

2.417. а) $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} 2\alpha + \frac{1}{\sin 2\alpha}$; б) $\frac{1 + \operatorname{tg} 2\alpha \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}$.

2.418. а) $2 (\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3 (\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$;

б) $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}$.

2.419. Какие целые значения может принимать выражение:

а) $7 \cos \alpha - 3 \sin \alpha$; б) $5 \cos \alpha + 4 \sin \alpha$?

2.420. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

а) $3 \cos \alpha + 4 \sin \alpha$; б) $5 \sin \alpha - 12 \cos \alpha$.

2.421. Какое из чисел ближе к единице:

а) $2 \sin 29^\circ$ или $2 \sin 31^\circ$; б) $\operatorname{tg} 44^\circ$ или $\operatorname{tg} 46^\circ$?

2.422. а) Пусть $2 \cos 2\alpha + 7 \sin \alpha = 0$. Найдите $\sin \alpha$ и $\cos 2\alpha$.

б) Пусть $13 \cos \alpha - 2 \cos 2\alpha = 5$. Найдите $\cos \alpha$ и $\cos 2\alpha$.

2.423. Докажите, что для всех допустимых значений α :

а) $\frac{\sin 16\alpha}{\sin \alpha} < 16$; б) $\frac{\sin 16\alpha}{\cos \alpha} + 16 > 0$.

2.424. Докажите, что два равенства одновременно не выполнимы ни при каких α и β :

а) $\cos \alpha = 5 \cos \beta - 2$ и $\sin \alpha = 6 \cos \beta + 3$;

б) $\cos \alpha = 3 \sin \beta - 2$ и $\sin \alpha = 5 \sin \beta + 1$.

2.425. Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ составляют арифметическую прогрессию: $d = \alpha_2 - \alpha_1$. Упростите выражение:

а) 1) $\sin \frac{d}{2} (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \dots + \sin \alpha_n)$;

2) $\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \dots + \sin \alpha_n$;

б) 1) $\sin \frac{d}{2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \dots + \cos \alpha_n)$;

2) $\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \dots + \cos \alpha_n$.

Вычислите (2.426—2.430):

2.426. а) $\cos \alpha$, если $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{13}{14}$, а $\alpha - \frac{\pi}{3}$ — угол III четверти;

б) $\sin \alpha$, если $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{5}{13}$, а $\alpha - \frac{\pi}{4}$ — угол I четверти.

2.427. а) $\cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right)$, если $\sin\left(\frac{11\pi}{10} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$;

б) $\sin\left(\frac{3\pi}{7} - \beta\right)$, если $\cos\left(\frac{\pi}{14} + \beta\right) = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

2.428. а) $\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = a$;

б) $\sqrt{\operatorname{tg}^3 \alpha} + \sqrt{\operatorname{ctg}^3 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = a^2 - 2$, ($a > 2$).

2.429. а) $\sin 50^\circ (1 - 2 \cos 80^\circ)$;

б) $\sin 10^\circ (0,5 + \sin 70^\circ)$.

2.430. а) $\frac{2 \sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{2 \sin 80^\circ - \sqrt{3} \sin 50^\circ}$;

б) $\cos^2 70^\circ + \sin^2 25^\circ + \sqrt{2} \cos 70^\circ \cos 65^\circ$.

2.431. а) Пусть $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{4}$.

Докажите, что $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$.

б) Пусть $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{2}{3}$. До-

кажите, что $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$.

Докажите тождество (2.432—2.434):

2.432. а) $\operatorname{tg} 3\alpha = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} (60^\circ + \alpha) \operatorname{tg} (60^\circ - \alpha)$;

б) $\sin 3\alpha = 4 \sin \alpha \sin (60^\circ - \alpha) \sin (60^\circ + \alpha)$.

2.433. а) $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$;

б) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -0,5$.

2.434. а) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = 1$, если $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

б) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 0,5 - \sqrt{2} \cos \alpha \cos \beta$, если $\alpha > 0$, $\beta > 0$,
 $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$.

Пусть A , B и C — углы треугольника. Докажите тождество (2.435—2.436):

2.435. а) $\operatorname{ctg} \frac{A}{2} + \operatorname{ctg} \frac{B}{2} + \operatorname{ctg} \frac{C}{2} = \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$;

б) $\operatorname{ctg} A \operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} A \operatorname{ctg} C + \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C = 1$.

2.436. а) $\sin 4A + \sin 4B + \sin 4C = -4 \sin 2A \sin 2B \sin 2C$;

б) $\sin 3A + \sin 3B + \sin 3C = -4 \cos \frac{3A}{2} \cos \frac{3B}{2} \cos \frac{3C}{2}$.

Упростите выражение (2.437—2.438):

2.437. а) $\frac{1 - \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{(1 + \sqrt{3}) \cos x - (\sqrt{3} - 1) \sin x}$;

б) $\frac{\sqrt{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sin x + \cos x}{2 \cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)}$.

2.438. а) $\frac{\sin 3\alpha}{1 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right)} - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$;

б) $\frac{\cos 3\alpha}{1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)} - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

Докажите неравенство (2.439—2.440):

2.439. а) $\sin^3 \alpha + \cos^5 \alpha \geq -1$; б) $\cos^3 \alpha - \sin^7 \alpha \leq 1$.

2.440. а) $\sqrt{\cos 70^\circ} + \sqrt[3]{\cos 20^\circ} > 1$;

б) $\sqrt[3]{\sin 10^\circ} + \sqrt[5]{\sin 80^\circ} > 1$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения выражения (2.441—2.442):

2.441. а) $\cos 2\alpha + 3 \sin \alpha$; б) $\cos \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$.

2.442. а) $\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{1 + \sin \alpha \cos \alpha}$; б) $\frac{1 - 6 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3 + \cos \alpha}$.

2.443. а) Решите неравенство $x^2 - x(\cos 2 + \cos 3) + \cos 2 \cos 3 < 0$ и укажите какое-нибудь рациональное число, ему удовлетворяющее.

б) Решите неравенство $x^2 - x(\sin 2 + \sin 3) + \sin 2 \sin 3 > 0$ и укажите какое-либо рациональное число, ему не удовлетворяющее.

2.444. Решите неравенство и укажите какое-либо число, ему удовлетворяющее:

а) $x^2 - 2x \cdot \cos 6,5 \cos 0,5 + \cos 6 \cos 7 < 0$;

б) $x^2 + 2x \cdot \cos 3,5 \sin 0,5 - \sin 3 \sin 4 < 0$.

2.445. Сравните значения выражений:

а) $\cos(5 - 2\alpha) \cos 2\alpha - \sin(5 - 2\alpha) \sin 2\alpha$ и $\sin(\alpha + 2) \cos(1 - \alpha) + \sin(1 - \alpha) \cos(\alpha + 2)$;

б) $\cos(4 + \alpha) \cos(1 + \alpha) + \sin(1 + \alpha) \sin(4 + \alpha)$ и $\sin\left(5 - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(5 - \frac{\alpha}{2}\right)$.

Докажите утверждение (2.446—2.448):

2.446. а) Числа $\sin 5^\circ$, $0,5 \cos 25^\circ$ и $\sin 55^\circ$ составляют арифметическую прогрессию.

б) Числа $\cos 20^\circ - 0,5$, $\sin 40^\circ$ и $\cos 20^\circ$ составляют геометрическую прогрессию.

2.447. а) Для того чтобы $8 \cos 2\alpha - \sin 2\alpha = 4$, достаточно, чтобы $2 \cos \alpha + 3 \sin \alpha = 0$.

б) Для того чтобы $3 \sin \alpha + \cos \alpha = 0$, необходимо, чтобы $4 \cos 2\alpha + 7 \sin 2\alpha = -1$.

2.448. Два выражения A и B равны при всех допустимых значениях α . Найдите также все такие значения, принимаемые выражением A , которые не принимает выражение B .

а) $A = 2 \sin \alpha$, $B = \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}$;

б) $A = 2 \cos \alpha$, $B = \frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}$.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ. ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ

2.501. а) Не решая уравнения $2x^2 - 3x - 11 = 0$, найдите $\frac{x_2}{1 + x_1} + \frac{x_1}{1 + x_2}$, где x_1, x_2 — его корни.

б) Не решая уравнения $9x^2 + 18x - 8 = 0$, найдите $x_1^3 + x_2^3$, где x_1, x_2 — его корни.

2.502. а) Найдите значение выражения $\frac{x_2}{2x_2 - x_1} + \frac{x_1}{2x_1 - x_2}$, где x_1, x_2 — корни трехчлена $x^2 + 9x + 13$.

- б) Найдите значение выражения $\frac{x_1}{x_1^2-1} + \frac{x_2}{x_2^2-1}$, где x_1, x_2 — корни трехчлена $x^2 - 18x + 11$.
- 2.503. а) Пусть x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 + 13x - 17 = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являлись бы числа $2 - x_1$ и $2 - x_2$.
 б) Пусть x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 7x - 46 = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являлись бы числа $2x_1 + x_2$ и $2x_2 + x_1$.
- 2.504. а) Пусть x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 + 3x - 2 = 0$. Составьте квадратное уравнение, единственным корнем которого явилось бы число $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}$.
 б) Пусть x_1, x_2 — корни трехчлена $x^2 - 7x + 3$. Напишите квадратный трехчлен, корнями которого являлись бы числа $\frac{x_1 + x_2}{x_1^2 + x_2^2}$ и (-1) .
- 2.505. а) Найдите a , если x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2 + (2a - 1)x + a - 1 = 0$ — удовлетворяют соотношению $3x_1 - 4x_2 = 11$.
 б) Найдите a , если x_1 и x_2 — корни уравнения $ax^2 - (a + 3)x + 3 = 0$ — удовлетворяют соотношению $\frac{x_1}{x_2} = 1,5$.
- 2.506. а) Определите b , если один из корней уравнения $4x^2 - 15x + b = 0$ является квадратом другого.
 б) Определите p , если сумма кубов корней уравнения $2x^2 - 8x + p = 0$ равна 34.
- 2.507. а) Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2 + px + q$, если ее график проходит через точки $P(-1; -13)$ и $Q(3; -1)$.
 б) Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 + bx + c$, если ее графику принадлежат точки $A(-1; 10)$ и $B(2; 13)$.
- 2.508. Задайте формулой квадратичную функцию, если:
 а) ее график проходит через точки $A(0; -2)$ и $B(-2; 4)$ и функция принимает значение -4 в единственной точке;
 б) ее значения при $x = -1$ и при $x = 2$ совпадают, ее наибольшее значение равно 3, а график содержит точку $P(1; 1)$.
- 2.509. а) Найдите наименьшее значение выражения $x^2 - 2xy + 8y^2$, если $x + 2y = 4$.
 б) Найдите наибольшее значение выражения $-7x^2 - y^2$, если $3x - y = 1$.
- 2.510. а) Пусть $2x + 3y = 6$. Докажите, что $xy \leq 1,5$.
 б) Пусть $3x - 7y = 2$. Докажите, что $21xy + 1 \geq 0$.
- 2.511. а) Определите длины сторон прямоугольника с диагональю равной 10, имеющего наибольшую площадь.
 б) Определите площадь прямоугольника, периметр которого равен 28, имеющего наименьшую диагональ.

- 2.512. а) Сумма коэффициентов квадратного трехчлена равна 2. Найдите его корни, если координаты вершины графика соответствующей ему квадратичной функции $(4; -2,5)$.
б) Найдите координаты вершины графика квадратичной функции, если сумма корней соответствующего ей квадратного трехчлена равна 5, сумма квадратов корней равна 13, а сумма коэффициентов трехчлена равна (-2) .

Определите все значения, которые может принимать выражение (2.513—2.514):

- 2.513. а) $3x + 4y$, если $x^2 + y^2 = 25$; б) $x + 3y$, если $xy = 12$.
- 2.514. а) $x^3 + xy$, если $x^2 - 3x + y + 6 = 0$; б) $y - x^2$, если $2x^2 + y^2 = 7$.
- 2.515. а) Найдите коэффициенты a и b в уравнении каждой прямой $y = ax + b$, проходящей через точку $A(0; 2)$ и имеющей с параболой $y = 1 - 4x - x^2$ единственную общую точку.
б) Найдите коэффициент a в уравнении параболы $y = x^2 - ax + 3$, имеющей единственную общую точку с прямой $y = 2x - 1$.
- 2.516. Докажите, что уравнение $x^2 + bx + c = 0$ имеет 2 различных действительных корня, если:
а) $0,25 + c < 0,5b$; б) $2,25 + 1,5b + c < 0$.
- 2.517. а) Графики квадратичных функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ пересекаются в точках с абсциссами 0 и 3. Докажите, что если $a_1 > a_2$, то $b_1 < b_2$.
б) Графики квадратичных функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ имеют единственную общую точку, абсцисса которой равна 0. Докажите, что если $b_1b_2 < 0$, то $a_1 = a_2$.
- 2.518. а) Найдите координаты точки графика функции $y = x + 1$, сумма квадратов расстояний от которой до точки $A(4; 0)$ и до начала координат — наименьшая.
б) На графиках функций $y = x + 3$ и $y = x - 4$ найдите точки с одинаковыми абсциссами (укажите их координаты), для которых сумма квадратов расстояний от каждой из них до точки $M(1; 2)$ — наименьшая.
- 2.519. а) Определите координаты точки графика функции $y = x^2 + 3x + 5$, сумма расстояний от которой до осей координат — наименьшая.
б) Определите координаты точки графика функции $y = |x - 3| + 2$, сумма квадратов расстояний от которой до осей координат минимальна.
- 2.520. а) Найдите координаты точки C на прямой $y = 4 - 2x$, такой, что радиус окружности, описанной около треугольника ABC , $(A(0; 0), B(2; 0))$ — наименьший.
б) Найдите координаты точки F на прямой $y = 3 - 0,5x$ такой, что длина медианы KP треугольника FKM $(M(0; 0), K(2; 0))$ — наименьшая.

2.521. а) По двум взаимно перпендикулярным шоссе в направлении их пересечения одновременно начинают двигаться два автомобиля: один со скоростью 80 км/ч, другой — 60 км/ч. В начальный момент времени каждый автомобиль находится на расстоянии 100 км от перекрестка. Определите время после начала движения, через которое расстояние между автомобилями будет наименьшим? Каково это расстояние?

б) Две материальные точки, находящиеся в начальный момент времени в точках $A(1; 3)$ и $B(0; -2)$, одновременно начинают двигаться в направлении точки $C(1; -2)$ с одинаковыми постоянными скоростями, равными 0,5 ед/с, по прямым $x=1$ и $y=-2$ соответственно. Через какое время после начала движения расстояние между точками станет наименьшим? Определите это расстояние.

Найдите все значения параметра, при которых выполняется заданное условие (2.522—2.527):

2.522. Уравнение имеет единственный корень:

а) $ax^2 - (2a+6)x + 3a+3 = 0$;

б) $ax^2 + (4a+2)x + 3a + \frac{3}{2} = 0$.

2.523. Уравнение имеет 2 различных действительных корня:

а) $(b-1)x^2 + 2x\sqrt{11-b^2} + 1 = 0$;

б) $bx^2 - 2x\sqrt{15-b^2} - 2 = 0$.

2.524. а) Неравенство $(a+4)x^2 - 2ax + 2a - 6 > 0$ не выполняется ни при каком действительном x .

б) Неравенство $(a-3)x^2 - (a+1)x + a + 1 \geq 0$ выполняется при всех действительных x .

2.525. а) Квадратный трехчлен $0,5x^2 - 2x - 5a + 1$ имеет два различных действительных корня, сумма кубов которых меньше 40.

б) Квадратный трехчлен $-2x^2 + 4x - 3b + 1$ имеет два различных действительных корня, сумма кубов которых меньше 20.

2.526. а) Сумма квадратов двух различных действительных корней уравнения $ax^2 + 4x - 3 = 0$ больше 10.

б) Сумма квадратов двух различных действительных корней уравнения $ax^2 - 5x + 2 = 0$ меньше 21.

2.527. а) Функция $f(x) = bx^2 - 6x + 3$ имеет наименьшее значение, и это значение меньше 2,5.

б) Функция $f(x) = bx^2 + 4x + 5$ имеет наибольшее значение, и это значение больше 5,5.

Для каждого значения параметра решите неравенство (2.528—2.531):

2.528. а) $ax^2 + (2a-3)x + a + 1 \leq 0$;

б) $(a+1)x^2 + (2a-1)x + a + 2 > 0$.

- 2.529. а) $x^2 - (3a + 6)x + 2a^2 + 11a + 5 < 0$;
 б) $x^2 - (4a + 2)x + 3a^2 + 8a - 3 > 0$.
- 2.530. а) $(3a - 7)x > 5a - 3$; б) $(2 - 3a)x < 3a - 1$.
- 2.531. а) $\frac{x-a}{2x+1} \geq 0$; б) $\frac{3-5x}{x-a} \geq 0$.
- 2.532. Для каждого значения a решите систему неравенств:
 а) $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ x^2 - a^2 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \leq 0 \\ x^2 - a^2 > 0. \end{cases}$
- 2.533. При каких значениях b система не имеет решения:
 а) $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ |x - 4| < b; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 16 - x^2 > 0 \\ |x - 3| > b? \end{cases}$

Найдите все значения параметра, при которых выполняется заданное условие (2.534—2.538):

- 2.534. а) Корни уравнения $(a^2 - 1)x^2 + (2a + 1)x - 3 = 0$ лежат по разные стороны от точки $x_0 = 1$.
 б) Число (-1) заключено между корнями уравнения $(4 - b^2)x^2 - (3b - 1)x + 7 = 0$.
- 2.535. а) Квадратный трехчлен $(a - 2)x^2 - 2ax + 2a - 3$ имеет два различных корня одного знака.
 б) Корни квадратного трехчлена $(a^2 + 3a - 4)x^2 - (3a + 1)x + 1$ имеют разные знаки и расположены по разные стороны от числа 1.
- 2.536. а) Уравнение $x^2 - (2a + 6)x + 4a + 12 = 0$ имеет по крайней мере один корень, и каждый корень уравнения меньше 1.
 б) Два корня уравнения $x^2 - 4ax + 1 - 2a + 4a^2 = 0$ различны и каждый из них больше 1.
- 2.537. а) Все решения неравенства $\frac{x-2}{x-5} < 0$ удовлетворяют неравенству $x^2 + (4 - a)x - 4a + 4 > 0$.
 б) Неравенство $x^2 - (a - 2)x - 2a - 4 < 0$ выполняется при всех x , для которых $|x + 1| < 2$.
- 2.538. а) Множество решений неравенства $x^2 + 3x - 4 > 0$ содержит все решения неравенства $ax^2 + (8a^2 - 1)x - 8a > 0$.
 б) Из неравенства $ax^2 - (2 + a^2)x + 2a > 0$ следует неравенство $x < -1$.

Найдите все пары $(a; b)$, для которых выполняется условие (2.539—2.540):

- 2.539. Равносильны неравенства:
 а) $x^2 - x(3 - a) - 3a \leq 0$ и $|x - 2| \leq b$;
 б) $x^2 - x(5 + b) + 5b \leq 0$ и $|x - 7| \leq a$.
- 2.540. а) Область определения функции

$$y = \sqrt{ax^2 + (b^2 + 4b)x - a + 7b + 10}$$
 является множество $M: \{x \mid x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)\}$.
 б) Области определения функций $f(x) = \sqrt{(2-x)(x+3)}$ и $g(x) = \sqrt{\frac{ax^2 + (a^2 - 2b)x + 4b - 16}{b}}$ совпадают.

Для каждого значения параметра решите уравнение (2.541—2.544):

2.541. а) $\frac{(x-4)(x+a)}{x^2-(2a-2)x-2a+1} = 0$; б) $\frac{x^2-ax-a-1}{(x-3)(x+2a)} = 0$.

2.542. а) $x|x-2|-a=0$; б) $|x^2-5x+4|+a=0$.

2.543. а) $|2x-1|-|3+x|=x+a$; б) $|x-3|+|x|=ax+3$.

2.544. а) $\sqrt{x-a}=x-2$; б) $\sqrt{ax}=x+4$.

Для каждого значения параметра решите неравенство (2.545—2.546):

2.545. а) $\frac{a}{x} > x+2$; б) $ax^2-2ax-1 < 0$.

2.546. а) $x^2-a|x+1| > 0$; б) $ax^2+|x|+1 > 0$.

2.547. Определите количество корней уравнения в зависимости от a :

а) $|x-|2x-3||=a$; б) $|x-a|+2|x-2|=4$.

2.548. Найдите все значения a , при которых выполняется заданное условие. Для найденных a решите уравнение:

а) уравнение $\frac{x+|2x+6|}{x^2+8x+12} = a$ имеет ровно 1 корень;

б) уравнение $(x-4) \cdot \sqrt{\left| \frac{x+2}{x-4} \right|} = a$ имеет ровно 2 корня.

2.549. Найдите все значения a , при которых система неравенств имеет единственное решение:

а) $\begin{cases} |x-3| \leq a \\ |x-2a| \leq 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} |x-1| \geq a \\ |2x+a| \leq 3. \end{cases}$

2.550. При каких значениях a система неравенств имеет ровно одно решение? Для всех таких a найдите это решение:

а) $\begin{cases} x^2-7x-8 \leq 0 \\ |x-a| \leq 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} |x+a| \leq 2 \\ x^2+8x-9 \geq 0. \end{cases}$

2.551. а) Найдите наименьшее целое a такое, что неравенство

$\frac{2x+1}{4x^2+4x+5} \leq a$ выполняется для всех x .

б) Найдите наибольшее целое b такое, что неравенство

$\frac{3x-1}{9x^2-6x+5} \geq b$ выполняется для всех x .

Постройте график функции $y=f(x)$ и, используя его, укажите (2.552—2.555):

2.552. а) Промежутки возрастания функции $f(x)=(x+1)|x-1|$;

б) множество значений функции $f(x)=x^2-|2x-2|-1$.

2.553. а) Множество значений функции $f(x)=|x^2-3x-6|+2x-6$ и все целые значения, принимаемые функцией 4 раза;

б) промежутки убывания функции $f(x)=|2|x|-x^2|-1$ и все значения, принимаемые функцией нечетное число раз.

- 2.554. а) Промежутки убывания функции $f(x) = 2|x^2 - 1| - 3|x + 1|$ и ее наибольшее значение на отрезке $[-1; 2]$;
 б) множество значений функции $f(x) = (1 - |x|)(|x - 2| - 2)$ и ее наименьшее значение на отрезке $[0; 4,5]$.
- 2.555. а) Множество значений функции $f(x) = |x^2 + 2x| - |x| + 2$ и значения, которые функция принимает ровно 3 раза;
 б) все x , при которых значения функции $f(x) = |x^2 + 2x - 3| - x^2 - 3x$ положительны, и значения, принимаемые функцией ровно 2 раза.
- 2.556. а) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x+2}{x+1} & \text{при } x \leq -2 \\ -x-2 & \text{при } -2 < x < 1 \\ 6x-x^2-8 & \text{при } x \geq 1, \end{cases}$$

и, используя его, решите уравнение $f(x) = a$ при $a = 0$, $a = -3$, $a = 1$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x-1} - 1 & \text{при } x \leq -1 \\ 3x+2 & \text{при } -1 < x < 1 \\ \frac{5}{x} & \text{при } x \geq 1, \end{cases}$$

и, используя его, определите множество значений функции, а также решите уравнение $f(x) = a$ при $a = 1$, $a = -1$.

2.557. Постройте график функции $y = f(x)$, если:

- а) $f(x) = \frac{2}{3+2x}$ при $x \geq 0$ и $f(x)$ — четная функция;
 б) $f(x) = 2\sqrt{1-x} - 2$ при $x \leq 0$ и $f(x)$ — нечетная функция.

2.558. а) Пусть $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ для всех x не равных 0. Найдите $f(2)$ и $f(0,5)$.

б) Пусть $f(x) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{8}{x}$ для всех x не равных 0. Найдите $f(3)$ и $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

2.559. Найдите длину наибольшего отрезка, параллельного оси Oy и лежащего внутри фигуры, ограниченной параблами:

- а) $y = x^2 - 4x - 7$ и $y = 9 - x^2$;
 б) $y = x^2 - 10$ и $y = 6 - 4x - x^2$.

2.560. Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию:

- а) $|y| \leq 4x - x^2$; б) $|x| + 2|y - 1| \leq 4$.

2.561. а) Пусть $y = x|5 - x| - 1$; x принимает значения от -2 до 6 включительно. Какие значения может принимать y ?

б) Пусть $y = x^2 + 2x - |2x + 1|$. Какие значения может принимать y , если x изменяется от -5 до 2 включительно?

Найдите множество значений функции (2.562—2.563):

2.562. а) $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 4x + 7}$; б) $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{18}{x^2}$.

2.563. а) $f(x) = \sqrt{x+2} - x$; б) $f(x) = \frac{1}{x^2 + |2x-3|}$.

- 2.564. Пусть $\min_{[a; b]}(f(x))$ и $\max_{[a; b]}(f(x))$ обозначают соответственно минимальное и максимальное значения функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$. Постройте график функции $y = q(a)$, где:
- а) $q(a) = \min_{[-1; 2]}(x^2 + 2ax + 7)$; б) $q(a) = \max_{[0; 2]}(\frac{x^2}{a} - x - 3)$.

Найдите значения коэффициентов a и b и построьте график функции (2.565—2.566):

2.565. а) $y = a|x+1| + b$, если он проходит через точки $F(2; 0)$ и $M(-2; 2)$;

б) $y = |2x+b| + a$, если корнями функции являются числа 1 и -3 .

2.566. а) $y = a|x-2| + b$, если он проходит через точку $M(1; -4)$, а наибольшее значение функции равно 1;

б) $y = a|x-1| + x + b$, если ему принадлежат точки $A(4; 7)$ и $P(2; 1)$.

2.567. Постройте график функции $y = f(x)$ и, используя его, решите неравенство:

а) $f(x) = ||x+1| - 3| - 1, f(x) \geq 0$;

б) $f(x) = |2 - |2x-1|| - 2, f(x) < 0$.

2.568. Решите уравнение:

а) $f(|x|) = |f(x)|$, где $f(x) = 2|x-1| + x$;

б) $f(|x|-1) = |f(x)-3|$, где $f(x) = 2x + |x|$.

2.569. Постройте график функции $y = f(x)$ и для каждого a укажите количество общих точек этого графика и прямой $y = a$:

а) $f(x) = |2x-3| + |x+2| - |x|$;

б) $f(x) = |3 - |2x+1|| + x$.

2.570. а) Докажите, что для функции $f(x) = x^3 - 3x + 1$ $f(a) < f(a+4)$ для любого действительного a .

б) Докажите, что для функции $f(x) = |x(x-2)|$ $f(a) > f(a-3)$ для любого действительного a .

2.571. а) Постройте график функции $y = \frac{|x| + x - 4}{x - 2}$ и укажите для нее: область определения; множество значений; значения, принимаемые функцией более, чем в одной точке.

б) Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 6x + 5}{x - |x-2|}$ и укажите для нее: область определения; значения, принимаемые функцией в двух точках; значения, принимаемые функцией в трех точках.

Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию (2.572—2.577):

- 2.572. а) $|x + |y| - 1| = 2$; б) $|y| + x^2 - 4x = 0$.
 2.573. а) $|y - x^2| = 2 - x - x^2$; б) $|x - y| = x - 2y + 1$.
 2.574. а) $|xy - 1| = x^2 + y^2 + xy - 8$;
 б) $|x^2 + y^2 - 8| = 4xy - x^2 - y^2$.
 2.575. а) $||y| - |x + 1|| = 1$; б) $||x| - y| = |x + 1|$.
 2.576. а) $(y^2 - y - 2)(x^2 - 4x + y^2 - 5) \leq 0$;
 б) $(xy - 3)(x - 2y + 5) \geq 0$.
 2.577. а) $\begin{cases} y \leq 4 - x^2 \\ x \geq y^2 - 2y - 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ xy \leq x - 1. \end{cases}$

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ПРОГРЕССИИ

- 2.601. а) Докажите, что последовательность (c_n) , заданная формулой $c_n = \frac{3n-1}{5n+4}$, монотонно возрастающая и ограниченная.
 б) Докажите, что последовательность (a_n) , заданная формулой $a_n = \frac{1-3n}{3+2n}$, монотонно убывающая и ограниченная.
- 2.602. а) Докажите, что последовательность (c_n) , заданная формулой $c_n = \frac{2}{1-3n}$, монотонно возрастающая и ограниченная.
 б) Докажите, что последовательность (d_n) , заданная формулой $d_n = \frac{17}{2n+7}$, монотонно убывающая и ограниченная.
- 2.603. а) Докажите, что последовательность (a_n) , заданная формулой $a_n = \sqrt{2n+3} - \sqrt{2n}$, монотонно убывающая и ограниченная.
 б) Докажите, что последовательность (b_n) , заданная формулой $b_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$, монотонно возрастающая и ограниченная.
- 2.604. а) Докажите, что последовательность (b_n) , заданная формулой $b_n = \sqrt{n^2+2n+2} - n$, монотонно убывающая и ограниченная.
 б) Докажите, что последовательность (c_n) , заданная формулой $c_n = 2n - \sqrt{4n^2+3}$, монотонно возрастающая и ограниченная.
- 2.605. а) Докажите, что, начиная с некоторого номера, все члены последовательности (b_n) , заданной формулой $b_n = \frac{11n-1}{3n+5}$, находятся в промежутке $[3,5; 4]$.
 б) Докажите, что, начиная с некоторого номера, все члены последовательности (a_n) , заданной формулой $a_n = \frac{2-9n}{2n+1}$, находятся в промежутке $[-5; -4,2]$.

- 2.606. а) Последовательность (a_n) задана рекуррентно: $a_1 = a$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$. При каких a последовательность (a_n) является монотонно возрастающей?
 б) Последовательность (b_n) задана рекуррентно: $b_1 = b$, $b_{n+1} = 3b_n - 2$. При каких значениях b последовательность (b_n) является монотонно убывающей?
- 2.607. а) Найдите номер наибольшего члена последовательности (a_n) , если $a_n = 3 + 15n - 2n^2$.
 б) Найдите номер наименьшего члена последовательности (p_n) , если $p_n = 1 - 23n + 3n^2$.
- 2.608. а) Найдите наименьший член последовательности (c_n) , если $c_n = 4 + 3n^2 - 21n$.
 б) Найдите наибольший член последовательности (b_n) , если $b_n = 14n + 5 - 2n^2$.
- 2.609. а) Найдите наибольший член последовательности (a_n) , если $a_n = \frac{n^2 - 14}{2^n}$.
 б) Найдите наименьший член последовательности (b_n) , если $b_n = \frac{3^n}{n^2 + n}$.
- 2.610. а) Последовательность (a_n) задана условиями: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + n$. Найдите a_{76} .
 б) Последовательность (b_n) задана условиями: $b_1 = 2$, $b_{n+1} = \frac{n+2}{n} b_n$. Найдите b_{124} .
- 2.611. а) Последовательность (a_n) задана условиями: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n+2}{n} a_n$. Является ли число 1980 членом этой последовательности? Если да, то определите его номер.
 б) Последовательность (b_n) задана условиями: $b_1 = 0$, $b_{n+1} = b_n + n$. Является ли число 2080 членом этой последовательности? Если да, то определите его номер.
- 2.612. а) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 100$; a_{22} — ее первый отрицательный член. Какие целые значения может принимать разность прогрессии?
 б) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -85$, a_{19} — ее первый положительный член. Какие целые значения может принимать разность прогрессии?
- 2.613. а) Числа a_1, a_2, \dots, a_{21} образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма членов этой прогрессии с нечетными номерами на 15 больше суммы членов с четными номерами. Найдите a_{12} , если $a_{20} = 3a_9$.
 б) Числа b_1, b_2, \dots, b_{19} образуют арифметическую прогрессию. Известно, что удвоенная сумма членов этой прогрессии с четными номерами на 10 больше суммы всех членов. Найдите b_{13} , если $b_3 = 2b_4$.
- 2.614. а) Сумма первых 4 членов арифметической прогрессии в 5 раз меньше суммы следующих 8 членов. Найдите отношение

суммы первых 8 членов прогрессии к сумме ее первых 4 членов.

б) Сумма первых 9 членов арифметической прогрессии равна половине суммы следующих ее 9 членов. Найдите отношение суммы первых 27 членов прогрессии к сумме ее первых 9 членов.

2.615. а) Найдите сумму всех трехзначных чисел, не делящихся на 13.

б) Найдите сумму всех трехзначных чисел, не делящихся на 17.

2.616. а) Найдите сумму всех трехзначных чисел, делящихся на 5, но не делящихся на 7.

б) Найдите сумму всех трехзначных чисел, делящихся на 7, но не делящихся на 5.

2.617. а) Найдите сумму всех трехзначных чисел, не делящихся на 7 и имеющих последней цифрой 3.

б) Найдите сумму всех трехзначных чисел, не делящихся на 11 и имеющих последней цифрой 5.

2.618. а) Пусть P — сумма квадратов всех четных трехзначных чисел, а Q — сумма квадратов всех нечетных трехзначных чисел. Вычислите $P - Q$.

б) Пусть A — сумма квадратов всех двузначных чисел, дающих при делении на 3 остаток 2, а B — сумма квадратов всех двузначных чисел, дающих при делении на 3 остаток 1. Вычислите $A - B$.

2.619. а) (a_n) — арифметическая прогрессия; $a_1 = 10$, $d = 2$. Вычислите $\frac{1}{a_1^2 - 1} + \frac{1}{a_2^2 - 1} + \frac{1}{a_3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{a_{50}^2 - 1}$.

б) (a_n) — арифметическая прогрессия; $a_1 = 5$, $d = 3$. Вычислите $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{99} a_{100}}$.

2.620. Докажите, что для любой арифметической прогрессии (a_n) значение данного выражения постоянно (если оно определено):

$$\text{а) } \left(\left(\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_8} \right) : \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_8} \right) \right)^{-1} \cdot \frac{\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_9}}{\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_9}};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{1}{a_{10}} - \frac{1}{a_3}}{\frac{1}{a_{10}} + \frac{1}{a_3}} : \left(\frac{\frac{1}{a_{11}} + \frac{1}{a_2}}{\frac{1}{a_{11}} - \frac{1}{a_2}} \right)^{-1}.$$

2.621. а) Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии на 1,5 больше, чем сумма ее первых трех членов. Пятый член прогрессии равен ее третьему члену, умноженному на 4. Найдите ее четвертый член, если известно, что знаменатель прогрессии положителен.

- б) Сумма третьего и пятого членов геометрической прогрессии равна 10, а сумма ее второго и четвертого членов равна $\frac{10}{3}$. Найдите четвертый член прогрессии.
- 2.622.** а) Произведение первого и пятого членов геометрической прогрессии равно 12. Частное от деления второго члена на четвертый равно 3. Найдите второй член прогрессии.
 б) Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 21, а сумма их квадратов равна 189. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
- 2.623.** а) Найдите четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой второй член меньше первого на 35, а третий больше четвертого на 560.
 б) Найдите четыре числа, первые три из которых составляют геометрическую прогрессию, а последние три — арифметическую прогрессию. Сумма крайних чисел равна 21, а сумма средних равна 18.
- 2.624.** а) Сумма бесконечной геометрической прогрессии (b_n) равна 7, а сумма квадратов всех ее членов равна 14. Найдите b_1 и b_2 .
 б) Сумма бесконечной геометрической прогрессии в 1,75 раза больше суммы кубов всех ее членов. Найдите знаменатель прогрессии, если ее первый член равен 1.
- 2.625.** а) Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, про которую известно, что ее второй член равен 4, а отношение суммы квадратов ее членов к сумме членов равно $\frac{16}{3}$.
 б) Найдите знаменатель бесконечной геометрической прогрессии, если ее сумма равна $\frac{4}{3}$, а сумма кубов всех ее членов равна $\frac{64}{9}$.
- 2.626.** а) Докажите, что последовательность, сумма n первых членов которой при любом n задается формулой $S_n = 3n^2 - 5n$, является арифметической прогрессией. Найдите разность этой прогрессии.
 б) Докажите, что последовательность, сумма n первых членов которой при любом n задается формулой $S_n = 3^n - 1$, является геометрической прогрессией. Найдите знаменатель этой прогрессии.
- 2.627.** а) Две арифметические прогрессии имеют один и тот же первый член, равный 3. Разность первой прогрессии в 2 раза больше, чем разность второй. Найдите вторые члены этих прогрессий, если сумма первых шестнадцати членов первой из них равна сумме первых двенадцати членов второй прогрессии.
 б) Две арифметические прогрессии имеют один и тот же первый член, равный 5. Разность первой в 3 раза меньше

разности второй. Найдите вторые члены этих прогрессий, если сумма тридцати первых членов первой прогрессии равна сумме первых двадцати членов второй.

- 2.628. а) Три числа составляют арифметическую прогрессию. Если первые два оставить без изменения, а к третьему прибавить сумму двух первых, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите знаменатель этой геометрической прогрессии.
б) Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если первые два из них оставить без изменений, а из последнего вычесть первое, то полученные три числа составят арифметическую прогрессию. Найдите разность этой арифметической прогрессии, если второе из взятых чисел равно 6.
- 2.629. а) Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 30; четвертый, седьмой и пятый члены этой прогрессии в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию. Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что все ее члены различны.
б) Сумма первых тринадцати членов арифметической прогрессии равна 130. Известно, что четвертый, десятый и седьмой члены этой прогрессии, взятые в указанном порядке, составляют геометрическую прогрессию. Найдите первый член арифметической прогрессии при условии, что он не равен ее второму члену.
- 2.630. а) Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии равна 62. Известно, что пятый, восьмой, одиннадцатый члены этой прогрессии различны и являются соответственно первым, вторым, десятым членами арифметической прогрессии. Найдите первый член геометрической прогрессии.
б) Три различных числа a , b , c , сумма которых равна 124, являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии. Одновременно эти три числа a , b и c являются соответственно третьим, тринадцатым и пятнадцатым членами арифметической прогрессии. Найдите числа a , b , c .
- 2.631. а) Числа u_1 , u_2 , u_3 , u_4 , сумма которых равна 5, являются первыми четырьмя членами геометрической прогрессии, а числа u_2 , u_3 , $\frac{8}{9}u_4$ являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии.
б) Числа t_1 , t_2 , t_3 , t_4 , t_5 , сумма которых равна 62, являются первыми пятью членами геометрической прогрессии, а числа t_3 , $\frac{5}{4}t_4$, t_5 являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найдите первый член и знаменатель указанной геометрической прогрессии.
- 2.632. а) Все члены геометрической прогрессии (b_n) различны. Между ее вторым и третьим членами можно вставить

число z такое, что b_1, b_2, z и b_3 будут являться последовательными членами арифметической прогрессии. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

б) Пять различных чисел составляют арифметическую прогрессию. Если удалить ее второй и третий члены, то три оставшихся числа составят геометрическую прогрессию. Найдите ее знаменатель.

2.633. а) (a_n) — арифметическая прогрессия, (b_n) — геометрическая прогрессия. Известно, что $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_6 = b_3, a_1 \neq a_2$. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

б) (a_n) — арифметическая прогрессия, (b_n) — геометрическая прогрессия. Известно, что $a_1 = b_1, a_3 = b_2, a_7 = b_3, a_3 \neq a_7$. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

2.634. а) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 35,8; a_2 = 35,5$. Найдите наибольшее значение суммы первых членов прогрессии.

б) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -41,3; a_2 = -39,9$. Найдите наименьшее значение суммы первых членов прогрессии.

2.635. а) Три цистерны одинакового объема начинают одновременно заполняться водой, причем в первую цистерну поступает 100 л воды в минуту, во вторую — 60 л и в третью — 80 л. Известно, что в начальный момент времени первая цистерна пуста, вторая и третья частично заполнены и что все три цистерны будут заполнены одновременно. Во сколько раз количество воды в начальный момент времени во второй цистерне больше, чем в третьей?

б) Три цистерны одинакового объема начинают одновременно заполняться водой, причем в первую цистерну поступает 120 л воды в минуту, а во вторую — 40 л. Известно, что в начальный момент времени первая цистерна пуста, а объем воды в третьей цистерне в 2 раза меньше, чем во второй, и что все три цистерны будут заполнены одновременно. Сколько литров воды поступает в одну минуту в третью цистерну?

2.636. а) Из пункта A по реке отправляется плот. Одновременно навстречу ему из пункта B , расположенного ниже по течению относительно пункта A , отправляется катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идет вниз по течению. Какую часть пути от A до B пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт B , если скорость катера в стоячей воде в 4 раза больше скорости течения реки?

б) Из пункта A по реке отправляется плот. Через час из пункта A вниз по течению отправляется катер. Найдите время, требующееся катеру, чтобы догнать плот и вернуться в пункт A , если скорость катера в стоячей воде вдвое больше скорости течения реки.

- 2.637. а) Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 ч быстрее товарного и на 1 ч быстрее пассажирского. Найдите скорости товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного составляет 0,625 от скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого. б) Строительство туннеля велось в три смены с одинаковым планом проходки на каждую смену. Скорость проходки во вторую смену была в 1,2 раза больше, чем в первую, а в третью смену возросла на 0,6 м/ч по сравнению со второй. Вторая смена выполнила план проходки на 1 ч быстрее, чем первая, а третья смена выполнила половину плана на 3 ч быстрее, чем вторая смена весь план. Определите скорость проходки туннеля в первую смену.
- 2.638. а) Каждый из рабочих должен был изготовить 36 одинаковых деталей. Первый рабочий приступил к выполнению своего задания на 4 мин позже второго, но $\frac{1}{3}$ задания они выполнили одновременно. Полностью выполнив свое задание, первый рабочий после двухминутного перерыва снова приступил к работе и к моменту выполнения задания вторым рабочим изготовил еще две детали. Сколько деталей в час изготавливал каждый рабочий? б) В водохранилище (скоростью течения можно пренебречь) из пункта A в пункт B отправляется теплоход. Через 4 мин следом за ним отправляется «ракета» на подводных крыльях, которая догоняет теплоход на расстоянии 2 км от пункта A . Дойдя до пункта B , находящегося на расстоянии 19,5 км от пункта A , и простояв там 15 мин, «ракета» отправляется обратно и встречает теплоход в 5 км от пункта B . Определите скорости теплохода и «ракеты».
- 2.639. а) Два трактора разной мощности, работая одновременно, вспахали поле за 2 ч 40 мин. Если бы первый трактор увеличил скорость вспашки в 2 раза, а второй — в 1,5 раза, то поле было бы вспахано за 1 ч 36 мин. За какое время вспахал бы поле первый трактор, работая с первоначальной скоростью? б) При одновременной работе двух насосов разной мощности бассейн наполняется водой за 8 ч. После ремонта насосов производительность первого из них увеличилась в 1,2 раза, а второго — в 1,6 раза, и при одновременной работе обоих насосов бассейн стал наполняться за 6 ч. За какое время наполнится бассейн при работе только первого насоса после ремонта?
- 2.640. а) Четыре одинаковых насоса, работая вместе, наполнили нефтью первый танкер и треть второго танкера (другого объема) за 11 ч. Если бы 3 насоса наполнили первый танкер, а затем один из них наполнил четверть второго танкера, то работа заняла бы 18 ч. За сколько часов 3 насоса могут наполнить второй танкер?

б) Три одинаковых комбайна, работая вместе, убрали первое поле, а затем 2 из них убрали второе поле (другой площади). Вся работа заняла 12 ч. Если бы 3 комбайна выполнили половину всей работы, а затем оставшуюся часть сделал один из них, то работа заняла бы 20 ч. За какое время 2 комбайна могут убрать первое поле?

2.641. а) Три каменщика (разной квалификации) выложили кирпичную стену, причем первый каменщик работал 6 ч, второй — 4 ч, а третий — 7 ч. Если бы первый каменщик работал 4 ч, второй — 2 ч и третий — 5 ч, то было бы выполнено $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько часов каменщики закончили бы кладку, если бы они работали все вместе одно и то же время?

б) Три бригады вспахали два поля общей площадью 96 га. Первое поле было вспахано за 3 дня, причем все три бригады работали вместе. Второе поле было вспахано за 6 дней второй и третьей бригадами. Если бы все три бригады проработали на втором поле 1 день, то оставшуюся часть второго поля первая бригада могла вспахать за 8 дней. Сколько гектаров в день вспахивает первая бригада?

2.642. а) Два туриста отправились одновременно из пунктов A и B , расстояние между которыми 33 км, навстречу друг другу. Через 3 ч 12 мин расстояние между ними сократилось до 1 км (они еще не встретились), а еще через 2 ч 18 мин первому осталось пройти до B втрое большее расстояние, чем второму до A . Найдите скорости туристов.

б) Из городов M и N , расстояние между которыми 70 км, одновременно выехали навстречу друг другу автобус и велосипедист и встретились через 1 ч 24 мин. Продолжая движение с той же скоростью, автобус прибыл в N и после 20-минутной стоянки отправился в обратный рейс. Найдите скорости автобуса и велосипедиста, зная, что автобус обогнал велосипедиста через 2 ч 41 мин после первой встречи.

2.643. а) Пешеход вышел из пункта A в пункт B . Через $\frac{3}{4}$ ч из A в B выехал велосипедист. Когда велосипедист прибыл в пункт B , пешеходу оставалось пройти $\frac{3}{8}$ всего пути. Сколько времени потратил пешеход на весь путь, если известно, что велосипедист догнал пешехода на половине пути из пункта A в пункт B , а скорости велосипедиста и пешехода постоянны?

б) Теплоход отплыл из порта A в порт B . Через 7,5 ч вслед за ним из порта A вышел катер. На половине пути от A до B катер догнал теплоход. Когда катер прибыл в B , теплоходу осталось плыть 0,3 всего пути. Сколько времени потребовалось теплоходу на весь путь от A до B , если скорости катера и теплохода постоянны на протяжении всего плавания?

2.644. а) Легковой автомобиль и грузовик испытали на проселочной дороге. При этом легковой автомобиль проехал на 12 км больше, чем грузовик, но бензин у него кончился на 0,5 ч раньше. Какая автомашина проедет дальше и на сколько при той же заправке бензином по асфальтовой дороге, если скорость на асфальте у каждой из них на 16 км/ч больше, чем на проселочной (время расхода бензина не зависит от качества дороги)?

б) Велосипедист встретил колонну автомашин и остановился, когда поравнялся с двадцать первой автомашиной. В этот момент из этой точки в одном направлении с колонной поехал мотоциклист со скоростью в 2 раза большей, чем скорость велосипедиста. Когда мотоциклист прибыл в точку, где начинал движение велосипедист, он обогнал 4 автомобиля и сравнялся с пятым. Сколько автомобилей насчитал бы велосипедист на том же участке дороги, если бы он встретил стоящую колонну (интервалы между автомашинами равны)?

2.645. а) Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми равно 70 км, выехал велосипедист, а через некоторое время — мотоциклист, двигавшийся со скоростью 50 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста на расстоянии 20 км от пункта *A*. Прибыв в пункт *B*, мотоциклист через 48 мин выехал обратно в пункт *A* и встретился с велосипедистом спустя 2 ч 40 мин после выезда велосипедиста из пункта *A*. Найдите скорость велосипедиста.

б) Два бегуна стартовали один за другим с интервалом в 2 мин. Второй бегун догнал первого на расстоянии 1 км от точки старта, а пробежав от точки старта 5 км, он повернул обратно и встретился с первым бегуном. Эта встреча произошла через 20 мин после старта первого бегуна. Найдите скорость второго бегуна.

2.646. а) Из бутылки, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 1 л и долили бутылку водой, затем отлили еще литр и опять долили водой. В бутылке оказался 3%-ный раствор соли. Какова вместимость бутылки?

б) Фляга наполнена 96%-ным раствором соляной кислоты. Из нее отлили 12 л кислоты и дополнили флягу водой. Затем из фляги отлили еще 18 л и снова дополнили ее водой, после чего концентрация кислоты во фляге составила 32%. Найдите объем фляги.

2.647. а) Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 20 км, выехал велосипедист, а через 15 мин вслед за ним со скоростью 15 км/ч отправился другой велосипедист, который, догнав первого, повернул назад и возвратился в *A* за 45 мин до прибытия первого велосипедиста в *B*. Найдите скорость первого велосипедиста.

б) Из M в N одновременно отправились автобус и автомобиль. Прибыв в N , автомобиль повернул назад и встретил автобус через 3 ч после отправления из M . Продолжая движение, автомобиль прибыл в M на 1 ч 15 мин позже, чем автобус в N . Зная, что скорость автобуса равна 48 км/ч, найдите расстояние MN и скорость автомобиля.

2.648. а) Из городов A и B навстречу друг другу одновременно вышли два товарных поезда. Они двигались без остановки, встретились через 24 ч после начала движения и продолжили свой путь, причем первый поезд прибыл в пункт B на 20 ч позднее, чем второй поезд прибыл в A . Сколько времени был в пути первый поезд?

б) Из пунктов A и B навстречу друг другу одновременно выехали легковой и грузовой автомобили. Они встретились через 4 ч после начала движения, продолжили свой путь, и легковой автомобиль прибыл в A на 6 ч раньше, чем грузовой в B . Сколько часов в пути был грузовой автомобиль?

2.649. а) Два экскаватора должны вырыть 3 одинаковых котлована. Если они будут работать вместе, то выкопают их за 2 дня. Первый экскаватор может вырыть один такой котлован за день быстрее второго. В один из дней первый экскаватор работал полдня, а второй работал весь день. Какая часть всей работы была выполнена за этот день?

б) Если идти шагом по поднимающемуся эскалатору, то можно подняться на 10 с раньше, чем стоя на нем. Если же не идти, а бежать вверх, то можно выиграть еще 5 с. Пассажир, стоя на эскалаторе, поднялся на половину высоты эскалатора, после чего последний остановился. Вторую половину подъема пассажир прошел шагом. Сколько времени занял у него весь подъем, если известно, что человек бежит в 2 раза быстрее, чем ходит?

2.650. а) Из пункта A в пункт C , находящийся на расстоянии 20 км от A , выехал грузовик. Одновременно с ним из пункта B , расположенного между A и C на расстоянии 15 км от A , в пункт C вышел пешеход, а из C навстречу им выехал автобус. За какое время грузовик догнал пешехода, если известно, что это произошло через полчаса после встречи грузовика с автобусом, а пешеход до встречи с автобусом находился в пути втрое меньше времени, чем грузовик до своей встречи с автобусом?

б) Из пункта A в пункт C , находящийся на расстоянии 80 км от A , выехал мотоциклист. Навстречу ему и одновременно с ним из пункта B , находящегося между A и C на расстоянии 5 км от C , выехал велосипедист, а из пункта C — автомобиль. Через какое время встретились мотоциклист и велосипедист, если известно, что это произошло через 20 мин после того, как автомобиль догнал велосипедиста, а мотоциклист до встречи с автомобилем проехал в пути вдвое

больше времени, чем велосипедист до того, как его догнал автомобиль?

2.651. а) Три гонщика A , B и C , стартовав одновременно, движутся с постоянными скоростями в одном направлении по кольцевому шоссе. В момент старта гонщик B находится перед гонщиком A на расстоянии $\frac{1}{3}$ длины шоссе, а гонщик C перед гонщиком B на таком же расстоянии. Гонщик A впервые догнал B в тот момент, когда B закончил свой первый круг, а еще через 10 мин A впервые догнал гонщика C . Гонщик B тратит на круг на 2,5 мин меньше, чем гонщик C . Сколько времени тратит на круг гонщик A ?

б) Три гонщика стартуют одновременно из одной точки шоссе, имеющего форму окружности, и едут в одном направлении с постоянными скоростями. Первый гонщик впервые после старта догнал второго, делая свой пятый круг, в точке, диаметрально противоположной старту, а еще через полчаса после этого он вторично (не считая момента старта) обогнал третьего гонщика. Второй гонщик впервые догнал третьего через 3 ч после старта. Сколько кругов в час делает первый гонщик, если второй гонщик проходил круг не менее чем за 20 мин?

2.652. а) От пристани A вниз по течению реки одновременно отошли плот и катер (скорость течения постоянна; скорость катера относительно воды постоянна; скорость плота относительно воды равна нулю). Катер доплыл до пристани B , вернулся к пристани A и снова отплыл к пристани B (без остановок). К пристани B плот и катер причалили одновременно, а встретились они на расстоянии 3 км от пристани A . Определите скорость течения реки, если известно, что на путь от пристани A до пристани B катер тратил на полчаса меньше времени, чем на путь от B до A .

б) От пристани A к пристани B против течения реки отошел катер, собственная скорость которого (скорость в стоячей воде) в 7 раз больше скорости течения реки. Одновременно навстречу ему от пристани B , расстояние от которой до A по реке равно 20 км, отошла лодка. На каком расстоянии от B произошла встреча катера с лодкой, если известно, что через полчаса после начала движения лодке оставалось проплыть 4 км до места встречи и что катер затратил на путь до встречи с лодкой на 20 мин больше, чем на путь от места встречи до пункта B ?

2.653. а) Два поезда выехали одновременно в одном направлении из городов A и B , расположенных на расстоянии 60 км друг от друга, и одновременно прибыли на станцию C . Если бы один из них увеличил скорость на 25 км/ч, а другой — на 20 км/ч, то они прибыли бы так же одновременно на станцию C , но на 2 ч раньше. Найдите скорости поездов.

б) Два поезда выехали одновременно в одном направлении

из городов A и B , расположенных на расстоянии 120 км друг от друга, и одновременно прибыли на станцию C . Если бы один из них уменьшил свою скорость на 12 км/ч, а другой — на 9 км/ч, то они прибыли бы так же одновременно на станцию C , но на 2 ч позже. Найдите скорости поездов.

2.654. а) Из пункта A по одному и тому же маршруту одновременно выехали грузовик и легковой автомобиль. Скорость легкового автомобиля постоянна и составляет $\frac{6}{5}$ скорости грузовика. Через 30 мин за ними из того же пункта выехал мотоциклист со скоростью 90 км/ч. Найдите скорость легкового автомобиля, если известно, что мотоциклист догнал грузовик на час раньше, чем легковой автомобиль.

б) Два лыжника вышли с линии старта одновременно с постоянными скоростями по одному и тому же маршруту, причем скорость первого лыжника составила $\frac{7}{6}$ скорости

второго. Вслед за ними через 20 мин отправился третий лыжник, который, двигаясь со скоростью 18 км/ч, догнал второго лыжника на 30 мин раньше, чем первого. Какова скорость первого лыжника?

2.655. а) Три автоматические линии выпускают одинаковую продукцию, но имеют разную производительность. Производительность всех трех одновременно работающих линий в 1,5 раза выше производительности первой и второй линий, работающих одновременно. Сменное задание для первой линии вторая и третья линии, работая вместе, могут выполнить на 4 ч 48 мин быстрее, чем его выполняет первая линия; это же задание вторая линия выполняет на 2 ч быстрее по сравнению с первой линией. Найдите время выполнения первой линией своего сменного задания.

б) Двум токарям и ученику поручили выполнение срочной работы. Первый токарь может выполнить всю работу за время на 3 ч большее, чем то, за которое ее выполнят второй токарь и ученик, работая одновременно. Второй токарь, работая один может выполнить всю работу за то же время, за которое ее выполняют первый токарь и ученик, работая одновременно. Время, затрачиваемое вторым токарем на самостоятельное выполнение всей работы, на 8 ч меньше удвоенного времени, затрачиваемого первым токарем на самостоятельное выполнение всей работы. За какое время будет выполнена вся работа двумя токарями и учеником, работающими одновременно?

2.656. а) Сплавлено 40 г золота одной пробы и 60 г золота другой пробы и получено золото 62-й пробы. Какой пробы было золото первого и второго слитков, если при сплаве их поровну получается золото 61-й пробы?

б) Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля в 5%

и 40%. Сколько нужно взять каждого из этих сортов стали, чтобы получить 140 т стали с содержанием никеля в 30%?

2.657. а) Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй — 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаковое. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Определите, сколько килограммов олова содержится в получившемся новом сплаве.

б) Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 25% цинка, а второй — 50% меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в 2 раза выше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого сплава и 300 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 28% цинка. Определите, сколько килограммов меди содержится в получившемся новом сплаве.

2.658. а) Две машинистки, работая вместе, печатают в час 44 страницы текста. Первые 25% двухсотстраничной рукописи печатала первая машинистка, затем к ней присоединилась вторая, а последние 20% текста печатала только вторая машинистка. Сколько страниц в час печатает каждая машинистка, если на перепечатывание всей рукописи ушло 6 ч 40 мин, а первая машинистка работает быстрее второй?

б) Два экскаватора выкопали котлован объемом 2000 м^3 . Сначала первый экскаватор, работая в одиночку, выполнил 20% всей работы; затем его сменил второй и выполнил еще 30% от всего объема работы. На первую половину работы ушло на 25 ч больше, чем на вторую, когда экскаваторы работали вместе. Какой объем грунта каждый экскаватор выбирает за 1 ч, если вдвоем они выбирают 100 м^3 , а производительность первого выше, чем второго?

2.659. а) После деления некоторого двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 7 и в остатке 6. После деления этого же двузначного числа на произведение его цифр в частном получается 3 и в остатке 11. Найдите это двузначное число.

б) Сумма квадратов цифр некоторого двузначного числа на 1 больше утроенного произведения этих цифр. После деления этого двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 7 и в остатке 6. Найдите это двузначное число.

ОТВЕТЫ

ЧАСТЬ I

- 1.101. а) $-0,5$; б) $-4\frac{1}{3}$. 1.102. а) $2\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{3}$. 1.103. а) 7,4; б) 5,5. 1.104. а) 30;
- б) $\frac{24}{11}$. 1.105. а) $-12,5$; б) -20 . 1.106. а) $-2,6$; б) $-13,6$. 1.107. а) -420 ; б) $10\frac{2}{3}$.
- 1.108. а) -39 ; б) -14 . 1.109. а) -750 ; б) 540. 1.110. а) $-3,61$; б) 0,000196.
- 1.111. а) 1,25; б) $3\frac{5}{9}$. 1.112. а) 0,04; б) $-0,16$. 1.113. а) $48\frac{10}{27}$; б) $-262\frac{5}{8}$.
- 1.114. а) -15 ; б) 9. 1.115. а) 1,44; б) -11 . 1.116. а) 1; б) -3 . 1.117. а) -10 ; б) -35 . 1.118. а) -2 ; б) 3,1. 1.119. а) 24,25; б) 6,16. 1.120. а) -2 ; б) 0,17.
- 1.121. а) $-0,39$; б) 0,55. 1.122. а) 2; б) 6. 1.123. а) $-691,2$; б) $-0,625$. 1.124. а) Первое больше; $-\frac{2}{3987}$; б) первое больше; $1\frac{2}{3989}$. 1.125. а) Первое больше; $\frac{1}{729}$; б) первое больше; $-\frac{1}{289}$. 1.126. а) Первое меньше; $\frac{27}{49}$; б) первое меньше; $\frac{17}{39}$. 1.127. а) Первое больше; б) первое меньше. 1.128. а) Второму; б) первому. 1.129. а) $-\frac{11}{240}$; б) $-\frac{23}{272}$. 1.130. а) $-\frac{1}{125}$; б) $-\frac{1}{125}$. 1.131. а) $\frac{9}{16}$; неравенство неверно; б) $\frac{33}{53}$; неравенство верно. 1.132. а) $\frac{4}{7}$; неравенство верно; б) $\frac{5}{9}$; неравенство неверно. 1.133. а) $\frac{6}{11}$; неравенство верно; б) $\frac{3}{7}$; неравенство верно. 1.134. а) $\frac{5}{3} > \frac{11}{7}$; $\frac{11}{7} \approx 1,571$; б) $\frac{3}{7} < \frac{7}{15}$; $\frac{3}{7} \approx 0,429$.
- 1.135. а) Первая больше; $-1\frac{4}{13} \approx -1,308$; б) первая меньше; $-2\frac{14}{17} \approx -2,824$. 1.136. а) $a-b < a:b < ab < a+b$; б) $a-b < ab < a:b < a+b$. 1.137. а) $a-b < ab < a:b < a+b$; б) $a-b < ab < a+b < a:b$. 1.138. а) $a:b < a-b < ab < a+b$; б) $a:b < a-b < ab < a+b$. 1.139. а) $ab > (a-b)^2 > a:b$; б) $(a-b)^2 > a:b > ab$. 1.140. а) $ab > (a-b)^2 > a:b$; б) $(a-b)^2 > ab > a:b$. 1.141. а) $(\frac{4}{3})^2 > (\frac{4}{3})^0 > (\frac{4}{3})^{-2} > (\frac{4}{3})^{-3}$; б) $(\frac{2}{3})^{-2} > (\frac{2}{3})^{-1} > (\frac{2}{3})^2 > (\frac{2}{3})^3$. 1.142. а) $(-1,2)^2 > (\frac{6}{5})^0 > (1,2)^{-1} > (\frac{5}{6})^2$; б) $(-0,75)^{-2} > (0,75)^0 > (\frac{4}{3})^{-1} > (\frac{3}{4})^2$.
- 1.143. а) Первое меньше; б) первое меньше. 1.144. а) Первое больше; б) первое меньше. 1.145. а) -12 и -11 ; б) 0 и 1. 1.146. а) 2 и 3; б) -4 и -3 . 1.147. а) $\frac{a^2}{x(a-x)}$; б) $\frac{4a}{a^2-1}$. 1.148. а) $\frac{6}{x+y}$; б) $\frac{a}{3}$. 1.149. а) -2 ; б) 8. 1.150. а) -6 ; б) -2 . 1.151. а) 2; б) -2 . 1.152. а) 0; б) 3. 1.153. а) 0; б) 0. 1.154. а) $\frac{b+2}{b}$; б) 1. 1.155. а) $d+2$; б) $b-1$. 1.156. а) 0; б) 1. 1.157. а) $-\frac{a}{2(a-b)}$; б) $-\frac{3a}{m}$.

- 1.158. а) $\frac{1}{5c+1}$; б) 4. 1.159. а) -2 ; б) 0,2. 1.160. а) $\frac{2a}{a^2-1}$; б) $\frac{d^2-1}{2}$.
- 1.161. а) $\frac{1-a}{a}$, $a=0,5$; б) $\frac{2b+1}{b}$, $b=-0,25$. 1.162. а) $\frac{-x^2+4x-1}{x^2}$, $x=0,5$;
- б) $\frac{2a-1}{a^2}$, $a=1$. 1.163. а) $\frac{1}{q^2+2q}$, $q=-3$ и $q=1$; б) $\frac{(3p+1)^2}{3}$, $p=1$ и $p=-1$ $\frac{2}{3}$.
- 1.164. а) $(2m-1)^2$, $m=2$ и $m=-1$; б) $\frac{1}{n^2-4n}$, $n=5$ и $n=-1$. 1.165. а) a^4-16b^4 ; 1;
- б) $81a^4-p^4$; 137. 1.166. а) $8m^6-n^3$; 0; б) $-c^3-8p^6$; 0. 1.167. а) $64x^5-y^6$; 476;
- б) a^5-64b^5 ; -451 . 1.168. а) $27a^3$; $-3,24$; б) x^5 ; 100. 1.169. а) $(a-b)(2a+3)$; 0;
- б) $(c+d)(2c-5)$; 0. 1.170. а) $6(x-2)(x+y)$; 0; б) $5(a+3)(a-b)$; 0. 1.171. а) 0;
- б) 0. 1.172. а) 0; б) 0. 1.173. а) 6; б) -2 . 1.174. а) 2; б) 4. 1.175. а) $x(4-x)(4+x)$;
- $(x+3)(x+4)$; $x=-4$; б) $(6-x)(x-3)$; $2x(x-3)(x+3)$; $x=3$. 1.176. а) $3x(x-3)(x+3)$;
- $x(8+x)(3-x)$; $x=3$; б) $(2x-3)(x-2)$; $5x(2-x)(2+x)$;
- $x=2$. 1.177. а) 1; б) 2. 1.178. а) $\frac{2^{12}}{a^4}$; б) $b^{2,15}$. 1.179. а) $\frac{2}{c^2}$; б) $\frac{9}{d^7}$. 1.180. а) $\frac{x^2}{y}$;
- б) b^3 . 1.181. а) b ; б) $\frac{y}{x^2}$. 1.182. а) $\frac{a+1}{a}$; б) $\sqrt{b}-1$. 1.183. а) $\frac{2a^2}{1-a}$; б) $\frac{b-1}{b}$.
- 1.184. а) $d-1$; б) $\frac{b}{1-b}$. 1.185. а) $d-1$; 2; б) $b-1$; 6. 1.186. а) $a-1$; 4; б) $c+1$; 4.
- 1.187. а) $m+1$; 5; б) $p-1$; 5. 1.188. а) $c^{-\frac{1}{2}}$; 25; б) $a^{\frac{1}{3}}$; 0,3. 1.189. а) $\frac{1}{a}$; 0,3;
- б) $-\frac{1}{b}$; $-0,35$. 1.194. а) 1,25; б) 0,3. 1.195. а) $\frac{2}{17}$; б) $\frac{2}{13}$. 1.196. а) $-\frac{3}{8}$; б) $\frac{19}{33}$.
- 1.197. а) -1 ; б) -3 . 1.198. а) 1; 3; б) -6 ; -4 .
- 1.201. а) 3; 1,5; б) 2; $\frac{4}{3}$. 1.202. а) 3; $-\frac{5}{3}$; б) 0,5; -2 . 1.203. а) -1 ; $-\frac{41}{24}$;
- б) -1 ; 9. 1.204. а) $\frac{5}{9}$; б) $-2,3$. 1.205. а) $\frac{1}{9}$; б) $-\frac{1}{40}$. 1.206. а) 1; -1 ; б) 0;
- -2 . 1.207. а) 0,4; б) 1,5. 1.208. а) 3; б) 1,5. 1.209. а) $-1,5$; б) $\frac{1}{3}$. 1.210. а) -1 ;
- б) 0,5. 1.211. а) 0; $2+\sqrt{5}$; б) 0; $-3+\sqrt{10}$. 1.212. а) 1; $\sqrt{3}$; б) 2; $\sqrt{7}$. 1.213. а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
- б) $1-\sqrt{2}$. 1.214. а) $-\frac{1}{2}$; б) $-\frac{2}{3}$. 1.215. а) 0,8 и $-0,75$; 0,8 — большее по абсо-
- лютной величине; б) -5 и $-1,4$; -5 — большее по абсолютной вели-
- чине. 1.216. а) $\frac{5}{4}$; $-\frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{4}$; $-\frac{5}{4}$. 1.217. а) 1; б) -1 ; $-\frac{1}{11}$. 1.218. а) $\frac{15}{32}$;
- $\frac{15}{32} < \frac{1}{2}$; б) $-\frac{7}{12}$; $-\frac{7}{12} < -0,5$. 1.219. а) $-\frac{24}{19}$; $-\frac{24}{19} > -1$ $\frac{1}{3}$;
- б) 2,32; $2,32 < 2$ $\frac{1}{3}$. 1.220. а) 0,5; б) 0; 0,5. 1.221. а) $\frac{11}{3}$; б) $-\frac{7}{8}$. 1.222. а) -1 ; 2;
- б) 0,4; 0,5; 2. 1.223. а) -2 ; б) -1 ; 2. 1.224. а) 0; б) 0,75. 1.225. а) $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$; б) -3 ;

- $-\frac{1}{3}$. 1.226. а) (2; -7); б) (-3; 3). 1.227. а) $\left(\frac{31}{15}; -\frac{4}{15}\right)$; б) $\left(-\frac{7}{8}; -\frac{5}{8}\right)$.
 1.228. а) $\left(-\frac{1}{5}; \frac{12}{5}\right)$; б) $\left(\frac{25}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. 1.229. а) (2,5; 1,5); б) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
 1.230. а) (2; -3); б) (-3; 2). 1.231. а) (1,2; -0,4); б) (0,92; -0,12).
 1.232. а) (3; -2), (1,2; -2,9); б) (-4; 1), $\left(\frac{26}{7}; -\frac{11}{7}\right)$. 1.233. а) (3; 33), (-2; -2),
 (-0,5; -2); б) (-2; 1), (5,2; -5). 1.234. а) (-1; -1); б) (0; -2), (2; -2).
 1.235. а) (-5; -2,5); б) (0,5; 1,5). 1.236. а) (-3; -5); б) (-1; -1).
 1.237. а) (5; -2); б) (2; 5). 1.238. а) (7; 3); б) (-10; 18). 1.239. а) (1; 2), $\left(-\frac{2}{3}; -3\right)$;
 б) (1; -5), (-1,25; 4). 1.240. а) (4; 3), (3; 4); б) (-3; 2), (2; -3). 1.241. а) (4; 0),
 (1,8; -0,8); б) (0; -4), $\left(-\frac{29}{18}; \frac{5}{6}\right)$. 1.242. а) (1; -3), $\left(\frac{16}{7}; -\frac{12}{7}\right)$; б) (-5; 5),
 $\left(\frac{1}{6}; -\frac{11}{4}\right)$. 1.243. а) (2; 2); б) (-1; 3). 1.244. а) (1,3; -0,1); б) (2,2; -0,6).
 1.245. а) $x > -2$; б) $x \geq 1$. 1.246. а) $x \leq \frac{1}{9}$; б) $x > 5$. 1.247. а) $x \geq \frac{1}{3}$; б) $x < 0,5$.
 1.248. а) $x < 1$; б) $x \geq 1$. 1.249. а) $x \geq -2,6$; б) $x \geq -0,2$. 1.250. а) $x > -0,8$;
 б) $x \geq -\frac{23}{17}$. 1.251. а) $x \geq \frac{26}{17}$; б) $x < -2$. 1.252. а) (-0,5; 5); б) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup$
 $\cup (2; +\infty)$. 1.253. а) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left[-\frac{1}{5}; +\infty\right)$; б) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. 1.254. а) $\left(\frac{8}{5}; \frac{5}{3}\right)$;
 б) $\left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup \left(-\frac{7}{6}; +\infty\right)$. 1.255. а) $\left(\frac{3}{4}; \frac{1993}{1994}\right)$; б) $\left(-\frac{5}{4}; -\frac{1995}{1994}\right)$.
 1.256. а) (-2; -1); б) $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. 1.257. а) $\left[-\frac{37}{9}; 0\right]$; б) $\left(0; \frac{37}{8}\right)$.
 1.258. а) (-1,5; 0,2); б) $(-\infty; -1,25] \cup [6; +\infty)$. 1.259. а) x — любое; б) решений
 нет. 1.260. а) $(-\infty; 0,8) \cup (0,8; +\infty)$; б) $\left\{\frac{2}{7}\right\}$. 1.261. а) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$;
 б) $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. 1.262. а) $(-\infty; -14,4) \cup (0; +\infty)$; б) $\left[-\frac{10}{3}; \frac{10}{3}\right]$.
 1.263. а) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$; б) $(-\infty; -16) \cup (0; +\infty)$. 1.264. а) $\left[-\frac{1}{7}; 0\right) \cup$
 $\cup (0; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{5}{3}\right)$. 1.265. а) [-3; 0,5]; б) $(-\infty; 1,5] \cup [3; +\infty)$.
 1.266. а) (-0,4; 1); б) $(-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. 1.267. а) [-2; -1];
 б) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. 1.268. а) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; б) {5}. 1.269.
 а) (-2; 1,5); б) $(-\infty; -1,5) \cup (7; +\infty)$. 1.270. а) [-0,5; 0,5]; б) $(-\infty; -4,5) \cup$
 $\cup [4,5; +\infty)$. 1.271. а) $(-\infty; -3) \cup [-0,4; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup [1,6; +\infty)$.
 1.272. а) (-2,25; 1,5); б) $(-\infty; -0,75) \cup (2; +\infty)$. 1.273. а) $(-\infty; 1,4)$;

- 6) $(0,75; +\infty)$. 1.274. а) $(-\infty; -3,5) \cup (-2; +\infty)$; б) $(-1; 1,5)$. 1.275. а) $-0,5$; б) $-0,5$. 1.276. а) -5 ; б) таких решений нет. 1.277. а) 4; б) -5 . 1.278. а) -2 ; б) -6 . 1.279. а) $-\frac{25}{16}$; удовлетворяет неравенству $x^2 - 3 < 0$; б) $\frac{25}{17}$; удовлетворяет неравенству $2 - x^2 < 0$. 1.280. а) $-\frac{5}{3}$; удовлетворяет неравенству $x^3 + 3x^2 - 4 < 0$; б) $\frac{2}{3}$; удовлетворяет неравенству $x^3 - 4x + 3 \geq 0$. 1.281. а) 4; б) -3 ; $-0,5$. 1.282. а) -3 ; б) таких x нет. 1.283. а) Определено при $x \leq -9$ и при $x \geq 2$; равно нулю при $x = -9$ и при $x = 2$; б) определено при $-1 \leq x \leq 11$; равно нулю при $x = -1$, при $x = 0$ и при $x = 11$. 1.284. а) Определено при $x < 0,25$; равно нулю при $x = 0$; б) определено при $x > -2,5$; равно нулю при $x = 3$. 1.285. а) Определено при $-1,5 < x < 1,5$; равно нулю при $x = -1$; б) определено при $x < 0$ и при $x > 1,5$; не обращается в нуль ни при каких значениях x .
- 1.286. а) $\left[-\frac{6}{5}; -\frac{3}{7}\right)$; б) $\left[-3,7; -\frac{2}{3}\right)$. 1.287. а) $\left[-\frac{11}{8}; 0,71\right)$; б) $\left[-\frac{1}{3}; 1,22\right)$.
- 1.288. а) $(0,5; 2) \cup (2; 3,5)$; б) $(-4; -1,5) \cup (-1,5; 1)$. 1.289. а) $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$; б) $(-0,5; 1)$.
- 1.290. а) $(-8; -1]$; б) $[1,4; +\infty)$. 1.291. а) $(-\infty; -1,2)$; б) $(1; 4,25]$.
- 1.292. а) $\left(\frac{4}{9}; 3\right)$; б) $(-\infty; -\frac{2}{3}]$. 1.293. а) $[6; +\infty)$; б) $\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- 1.294. а) $\left[-3; -\frac{2}{3}\right)$; б) $(-1; -0,25) \cup (2; +\infty)$. 1.295. а) 3; $-0,5$; б) -2 ; $\frac{1}{3}$.
- 1.296. а) -3 ; $-\frac{1}{3}$; б) -1 ; 0,2. 1.297. а) 0,5; 4; б) -3 ; 1,5.
- 1.301. а) 179; б) 130. 1.302. а) 1; б) 5. 1.303. а) 6; б) -2 . 1.304. а) 2; б) -4 . 1.305. а) 84; б) -102 . 1.306. а) 14,4; б) 18,1. 1.307. а) 1,2; б) 1,3. 1.308. а) 11,5; б) $-\frac{11}{3}$. 1.309. а) -1 ; б) 5. 1.310. а) $2\sqrt{b}$; б) $-2\sqrt{a}$. 1.311. а) \sqrt{a} ; б) $9\sqrt{x}$.
- 1.312. а) 10 и 11; б) 7 и 8. 1.313. а) 2 и 3; б) 3 и 4. 1.314. а) 5 и 6; б) 4 и 5. 1.315. а) $2\sqrt{5} - 1 < 6 - \sqrt{5}$; б) $\sqrt{7} - 1 > 9 - 3\sqrt{7}$. 1.316. а) Первое меньше; б) первое больше. 1.317. а) $0,3 < \sqrt{0,3} < (\sqrt{5} - 1)^2$; б) $(3 - \sqrt{7})^2 < \sqrt{1,7} < 1,7$.
- 1.318. а) Равенство верно; б) равенство верно. 1.319. а) Равенство верно; б) равенство верно. 1.322. а) $x \leq 2$; б) $x \geq -1$. 1.323. а) 3; 4; б) 4; 5. 1.326. а) $x^2 - 6x + 4 = 0$; б) $x^2 - 4x - 3 = 0$. 1.327. а) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 10 = 0$; б) $x^2 - 10\sqrt{2}x + 43 = 0$.
- 1.328. а) $n = 33$, $S_{33} = 1848$; б) $n = 25$, $S_{25} = -1975$. 1.329. а) $d = \frac{56}{11}$, $S_{100} = 25\,700$; б) $d = -8$, $S_{50} = -9450$. 1.330. а) $n = 33$, $d = 3$; б) $n = 24$, $d = -4$. 1.331. а) $a_{23} = -17$, $S_{23} = 1380$; б) $a_{17} = 139$, $S_{17} = 1275$. 1.332. а) $n = 12$, $a_{12} = 3$ или $n = 14$, $a_{14} = -1$; б) $n = 12$, $a_{12} = 27$. 1.333. а) $a_{23} = 171$, $d = 8$; б) $a_{34} = -51$, $d = -4$. 1.334. а) $a_1 = 5$, $S_{23} = -1656$; б) $a_1 = 8$, $S_{15} = 435$. 1.335. а) $a_1 = 4$, $a_{50} = 102$; б) $a_1 = 74$, $a_{40} = -43$. 1.336. а) $n = 20$, $a_1 = 2$; б) $n = 10$, $a_1 = 37$. 1.337. а) $a_1 = 84$, $d = -4$; б) $a_1 = 4$, $d = 2$. 1.338. а) $n = 10$, $S_{10} = 511,5$; б) $n = 5$, $S_5 = 155$.

- 1.339. а) $q = \frac{1}{3}$, $S_4 = 133 \frac{1}{3}$; б) $q = 3$, $S_6 = 121 \frac{1}{3}$. 1.340. а) $q = 2$, $n = 10$; б) $q = 0,5$, $n = 10$. 1.341. а) $b_6 = -32$, $S_6 = 133$; б) $b_7 = -96$, $S_7 = -190,5$. 1.342. а) $n = 5$, $b_5 = 48$; б) $n = 8$, $b_8 = -768$. 1.343. а) $b_1 = 96$, $S_6 = 189$; б) $b_1 = 6$, $S_5 = 726$. 1.344. а) $b_1 = 0,5$, $b_{11} = 512$; б) $b_1 = 81$, $b_5 = 1$. 1.345. а) $n = 5$, $b_1 = 48$; б) $n = 5$, $b_1 = \frac{2}{3}$. 1.346. а) $S = -23 \frac{1}{3}$; б) $S = 12,8$. 1.347. а) $b_1 = 130$; б) $b_1 = 24$. 1.348. а) $q = \frac{1}{6}$; б) $q = -0,2$. 1.349. а) $a_n = 44,2n - 134,2$; $S_n = 22,1n^2 - 112,1n$ или $a_n = 5n + 3$; $S_n = 2,5n^2 + 5,5n$; б) $b_n = 3 \cdot 2^n$; $S_n = 6 \cdot 2^n - 6$ или $b_n = 4^{n-1}$; $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. 1.350. а) $b_n = 6 \cdot 2^{-n}$; $S_n = 6 - 6 \cdot 0,5^n$; б) $a_n = 3n - 1$; $S_n = 1,5n^2 + 0,5n$. 1.351. а) $a_n = 18 - 2n$; $S_n = 17n - n^2$ или $a_n = 2n - 18$; $S_n = n^2 - 17n$; б) $a_n = 16 - 3n$; $S_n = 14,5n - 1,5n^2$ или $a_n = 3n - 16$; $S_n = 1,5n^2 - 14,5n$. 1.352. а) $b_n = 3^{n-2}$; $S_n = \frac{3^n - 1}{6}$ или $b_n = -3^{n-2}$; $S_n = \frac{1 - 3^n}{6}$; б) $b_n = 2^{5-n}$; $S_n = 32 - 2^{5-n}$ или $b_n = -2^{5-n}$; $S_n = 2^{5-n} - 32$. 1.353. а) 0; б) 0. 1.354. а) 10; б) 0,5 или -1 . 1.355. а) $a_{14} = -2 \frac{2}{3}$; $S_{27} = -72$; б) $a_6 = -7 \frac{2}{3}$; $S_{11} = -84 \frac{1}{3}$. 1.356. а) 3; б) 0,25. 1.357. а) 4%; б) 121%. 1.358. а) 156 250 р.; б) 9025 р. 1.359. а) 36; б) 0. 1.360. а) 465; б) -429 . 1.361. а) 8,5; 8,8; 9,1; 9,4; 9,7; 10; 10,3; 10,6; 10,9; сумма 87,3; б) 1,5; 3; 6; 12; 24; сумма 46,5. 1.362. а) $-0,27$; б) 17. 1.363. а) $-\frac{1}{8}$; б) $\frac{4}{3}$. 1.364. а) $-0,1$; б) 0,6. 1.365. а) 408; б) -950 . 1.366. а) 26,5; б) $-14,8$. 1.367. а) 0,5; б) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. 1.368. а) $15 - 8\sqrt{5}$; б) $4\sqrt{2} - 12$. 1.369. а) 5789; б) 4514. 1.370. а) 366,9; б) 890,8. 1.371. а) -950 ; б) 820. 1.372. а) 44; б) -2 . 1.373. а) $b_1 = 3 \frac{1}{9}$, $b_2 = 1 \frac{59}{81}$; б) 0,5. 1.374. а) $\frac{21\ 845}{4}$; б) $\frac{349\ 525}{49\ 152}$. 1.375. а) 8; б) 2. 1.376. а) 0,6; б) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$. 1.377. а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) 1. 1.378. а) 39; б) 27. 1.379. а) 945; б) 1665. 1.380. а) При $x = 2$; б) при $x = 1$. 1.381. а) При $k = 1$; б) при $k = 2$. 1.382. а) 52%; б) 163%. 1.383. а) 0,5; б) $-0,005$. 1.384. а) $\frac{31}{22}$; б) 0,56. 1.385. а) 14; б) 6. 1.386. а) 2,25; б) $-\frac{1}{8}$. 1.387. а) 10; б) 8. 1.388. а) $a_5 = 1 \frac{1}{15}$; 16; б) $a_6 = 2 \frac{7}{19}$; 15. 1.389. а) 16 или -16 ; б) 27 или -27 . 1.390. а) 9 или -9 ; б) 32 или -32 .

1.401. а) B, C; б) C. 1.402. а) $a = 1$; б) $a = 5$. 1.403. а) 3,75; б) $-19 \frac{1}{3}$.

1.404. а) 2; б) 8. 1.405. а) -2 ; б) -1 . 1.406. а) $-0,3$; б) $-\frac{31}{7569}$. 1.407.

- а) 5; $-\frac{15}{8}$; б) 2; 3. 1.408. а) 3; -0,6; б) -1; -1,875. 1.409. а) 0,4; $\frac{11}{12}$; б) 0,25; $-\frac{4}{11}$. 1.411. а) 2; -2; б) -3. 1.412. а) $2+\sqrt{10}$; $2-\sqrt{10}$; б) $-\frac{1}{4}(3+\sqrt{17})$; $-\frac{1}{4}(3-\sqrt{17})$. 1.413. а) -4; 2; б) -1; 9. 1.414. а) $\frac{1}{125}$; б) $\frac{19}{27}$. 1.415. а) (1; -3), (-0,5; 0,75); б) (4; 18), (-2; 24). 1.416. а) (-1; -1), (2; 5); б) (-1; -2), (3; 2). 1.418. а) -10; б) -10. 1.419. а) 0; $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$; б) 0; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$. 1.420. а) $3\frac{13}{119}$; б) $5\frac{17}{40}$. 1.421. а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{22}{105}$. 1.422. а) -3; -0,25; б) 0,5; -0,75. 1.423. а) 5; $-\frac{5}{3}$; б) 0; $\frac{9}{7}$. 1.424. а) [-5; 5]; 4 и 4; б) $(-\infty; -12] \cup [12; +\infty)$; 13 и -13. 1.425. а) $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$; 1 и 5; б) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$; 2 и $-\frac{11}{13}$. 1.426. а) $[\frac{1}{3}; +\infty)$; $\frac{1}{3}$; б) $[2; +\infty)$; 2. 1.427. а) $[0,6; 7) \cup (7; +\infty)$; 1 и 0,6; б) $(-\infty; -1) \cup (-1; \frac{7}{3}]$; $\frac{7}{3}$. 1.428. а) \mathbb{R} ; 1 и 3; б) \mathbb{R} ; таких значений нет. 1.429. а) $(-\infty; \frac{29}{4}]$; б) $[-\frac{69}{4}; +\infty)$. 1.430. а) $(-\infty; \frac{1}{3}]$; б) $[-\frac{49}{8}; +\infty)$. 1.431. а) $[0,2; +\infty)$; б) $(-\infty; 0,2]$. 1.432. а) $(-\infty; \frac{9}{16}]$; б) $(-\infty; -\frac{15}{4}]$. 1.433. а) 0; 0,4; б) -0,6; $\frac{7}{3}$. 1.434. а) (1; 4), (-3; -4); б) (-1; -10), (1; 10). 1.435. а) (-1; -1), (-4; -4); б) $(4-\sqrt{7}; 4-\sqrt{7})$, $(4+\sqrt{7}; 4+\sqrt{7})$. 1.436. а) (-1,5; -3,5), (1,5; 3,5); б) (-2,5; -4,6), (2,5; 4,6). 1.437. а) $(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3})$, $(\frac{5}{3}; \frac{19}{3})$; б) $(-\frac{3}{4}; \frac{31}{4})$, $(\frac{3}{4}; \frac{1}{4})$. 1.438. а) (1; -8), (5; 8), (-3; 8); б) (1; -2), (3; 2), (5; -2). 1.439. а) (-3; -4), (-1; -4), (1; 4), (3; 4); б) (-1; -3), (-0,25; 3), (0,25; -3), (1; 3). 1.448. а) $y > 0$ на промежутках $(-\infty; -1)$ и $(5; +\infty)$; $y < 0$ на $(-1; 5)$; б) $y > 0$ на промежутке $(-3; 1)$; $y < 0$ на $(-\infty; -3)$ и $(1; +\infty)$. 1.449. а) $y > 0$ на промежутках $(-\infty; -3)$ и $(-1; +\infty)$; $y < 0$ на $(-3; -1)$; б) $y > 0$ на промежутке $(1; 5)$; $y < 0$ на $(-\infty; 1)$ и $(5; +\infty)$. 1.450. а) $y < 0$ на промежутках $(-\infty; 2)$ и $(2; +\infty)$; б) $y > 0$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$. 1.451. а) $y > 0$ на промежутке $(-2; 0)$; $y < 0$ на $(-\infty; -2)$ и $(0; +\infty)$; б) $y > 0$ на промежутках $(-\infty; -2)$ и $(0; +\infty)$; $y < 0$ на $(-2; 0)$. 1.452. а) Функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$, убывает на $(-\infty; 3]$; б) функция возрастает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$. 1.453. а) Функция убывает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$; б) функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$, убывает на $(-\infty; -2]$. 1.454. а) Функция возрастает на промежутках $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$; б) функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1,5]$, убывает на $[-1,5; +\infty)$. 1.455. а) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$, убывает на $[1; +\infty)$; б) функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$, убывает на $(-\infty; 3]$. 1.456.

- а) $[-4; +\infty)$; б) $(-\infty; 4]$. 1.457. а) $[-3; 9]$; б) $[-6; 2]$. 1.458. а) $[-3; 5]$; б) $[-3,5; 4,5]$. 1.459. а) $y = -2$; б) $y = 2$. 1.460. а) $y = x$; б) $y = x$. 1.473. а) $(3; 9)$; б) $(-3; 9)$. 1.474. а) $(-3; 1)$; б) $(2; 1)$. 1.475. а) 4; б) 3. 1.476. а) $(1; 1)$ и $(4; 4)$; б) $(-1; 1)$ и $(-2; 2)$. 1.477. а) $(-1; -2)$ и $(3; 6)$; б) $(-1; 4)$ и $(2; 1)$. 1.478. а) $(-1; 1)$ и $(3; 9)$; б) $(1; 1)$ и $\left(\frac{16}{9}; -\frac{4}{3}\right)$. 1.479. а) $(-0,5; 2)$ и $(2; -0,5)$; б) $(-8; -0,25)$ и $(8; 0,25)$. 1.480. а) $(0,25; 0,5)$; б) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$ и $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$. 1.481. а) $y = -12$; б) $y = 5$. 1.482. а) $(0; 0)$, $(2; 2)$ и $(3; -3)$; б) $(0; 0)$, $(7; 7)$ и $(5; -5)$. 1.483. а) $(2; -2)$ и $(-2; 2)$; б) $(0; 0)$, $(1; -1)$ и $(-1; 1)$. 1.484. а) $\frac{15 + \sqrt{309}}{6}$ и $\frac{15 - \sqrt{309}}{6}$; б) $\frac{7 + \sqrt{39}}{2}$ и $\frac{7 - \sqrt{39}}{2}$. 1.485. а) $\frac{1 + \sqrt{113}}{4}$ и $\frac{1 - \sqrt{113}}{4}$; б) $\frac{-5 + \sqrt{133}}{6}$ и $\frac{-5 - \sqrt{133}}{6}$. 1.486. а) -2 и $\frac{17}{3}$; $(x+2)(3x-17)$; б) -2 и $-6,5$; $(x+2)(2x+13)$. 1.487. а) 3 и $-2,4$; $\left(1 - \frac{1}{3}x\right)(5x+12)$; б) -2 и $3,25$; $(x+2)(6,5-2x)$. 1.488. а) Положительные при $x = x_3$, $x = x_5$; отрицательное при $x = x_4$; нуль при $x = x_1$, $x = x_2$; б) положительное при $x = x_4$; отрицательные при $x = x_3$, $x = x_5$; нуль при $x = x_1$, $x = x_2$. 1.489. а) Положительное при $x = x_3$; отрицательные при $x = x_4$, $x = x_5$; нуль при $x = x_1$, $x = x_2$; б) положительные при $x = x_3$, $x = x_4$, $x = x_5$; нуль при $x = x_1$, $x = x_2$. 1.490. а) $(5x-21)(x+2)$; б) $(7x+12)(x-2)$. 1.491. а) $3(x+2)(4-x)$; б) $2(x-5)(20-3x)$. 1.492. а) $-\frac{5x+1}{x+1}$; $-5\frac{10}{13}$; б) $\frac{1-5x}{x-2}$; $-9\frac{1}{11}$. 1.493. а) $\frac{3x-1}{2x+1}$; $3\frac{3}{8}$; б) $\frac{2x-1}{4x+1}$; $\frac{7}{8}$. 1.494. а) $\frac{1}{7}$; б) $-0,4$. 1.495. а) При $a = -\frac{2}{3}$; б) при $a = -0,6$. 1.496. а) При $b = -2$ и $b = 2$; б) при $b = 0$ и $b = 25$. 1.497. а) $-\frac{1}{7}$; б) $-0,2$. 1.498. а) 16; б) 15. 1.499. а) При $a > \frac{1}{8}$; б) при $b < -9$.

- 1.501. а) $\frac{12}{13}$; $\frac{12}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; $\frac{4}{3}$. 1.502. а) 0,8; б) 0,96. 1.503. а) $\frac{336}{625}$; б) $\frac{120}{169}$. 1.504. а) $\frac{24}{25}$; $-\frac{336}{527}$; б) $\frac{5}{13}$; $-\frac{119}{120}$. 1.505. а) $-\frac{1}{3}$; б) 0,5. 1.506. а) $\frac{8}{15}$; б) $-\frac{4}{3}$. 1.507. а) $0,7\sqrt{2}$; б) $\frac{17}{26}\sqrt{2}$. 1.508. а) $-\frac{12}{13}$; б) $-0,8$. 1.509. а) $\frac{63}{65}$; б) $\frac{4}{5}$. 1.510. а) $-0,5$; б) 7. 1.511. а) $-0,1$; б) 7. 1.528. а) $2 \cos x$; б) $2 \cos x$. 1.529. а) $2 \sin 2x$; б) $-2 \sin 2x$. 1.530. а) $\cos \alpha$; б) $\sin \alpha$. 1.531. а) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; б) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. 1.532. а) $\sin \alpha$; б) $\cos \alpha$. 1.533. а) $\sin \alpha - \cos \alpha$; б) $\sin \alpha + \cos \alpha$. 1.534. а) 1; б) -1 . 1.535. а) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; б) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. 1.536. а) $2 \cos \alpha$; б) $-2 \sin \alpha$. 1.537. а) -1 ; б) 1. 1.538. а) 2; б) 2. 1.539. а) $\sin^2 \alpha$; б) $\cos^2 \alpha$. 1.540. а) $\operatorname{tg}^2 x$; б) $-\operatorname{ctg}^2 x$. 1.541. а) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; б) $-\operatorname{ctg}^2 \beta$. 1.542. а) $2 \sin \alpha$; б) $2 \cos \alpha$. 1.543. а) $-\cos^2 \alpha$; б) $-\sin^2 \alpha$. 1.544. а) $\frac{1}{2 \cos^2 \alpha}$; б) $\frac{1}{2 \sin^2 \alpha}$. 1.545. а) $\frac{2}{\cos^2 \alpha}$; б) $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$. 1.546. а) $\sin 3\varphi$; б) $\cos 2\varphi$. 1.547. а) $\cos \beta$; б) $\sin \alpha$. 1.548. а) 1; б) -1 . 1.549. а) 2; б) 2. 1.550. а) 0;

- 6) 0. 1.551. а) 1; б) 0. 1.552. а) $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$; б) $2 \operatorname{tg} \alpha$. 1.553. а) $\frac{1}{\sin \alpha}$; б) $\frac{1}{\cos \alpha}$.
 1.554. а) $\cos^2 \alpha$; б) $\sin^2 \alpha$. 1.555. а) 0,5; б) 0,5. 1.556. а) $\sin 134^\circ > 0$, $\cos 134^\circ < 0$,
 $\operatorname{tg} 134^\circ < 0$; $\sin 1048^\circ < 0$, $\cos 1048^\circ > 0$, $\operatorname{tg} 1048^\circ < 0$; $\sin \frac{9\pi}{7} < 0$, $\cos \frac{9\pi}{7} < 0$,
 $\operatorname{tg} \frac{9\pi}{7} > 0$; $\sin \frac{110\pi}{13} > 0$, $\cos \frac{110\pi}{13} > 0$, $\operatorname{tg} \frac{110\pi}{13} > 0$; б) $\sin 201^\circ < 0$, $\cos 201^\circ < 0$,
 $\operatorname{tg} 201^\circ > 0$; $\sin 1151^\circ > 0$, $\cos 1151^\circ > 0$, $\operatorname{tg} 1151^\circ > 0$; $\sin \frac{8\pi}{15} > 0$, $\cos \frac{8\pi}{15} < 0$,
 $\operatorname{tg} \frac{8\pi}{15} < 0$; $\sin \frac{17\pi}{5} < 0$, $\cos \frac{17\pi}{5} < 0$, $\operatorname{tg} \frac{17\pi}{5} > 0$. 1.557. а) $-0,6$ — может,
 $2,6$ и $\frac{\sqrt{5}}{2}$ — не может; б) $0,4$ и $\frac{\sqrt{8}}{3}$ — может, $-1,4$ — не может. 1.558. а) 0,5;
 б) 1,5. 1.559. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 1.560. а) 0,5; б) 2. 1.561. а) 0,75; б) 0,5. 1.562.
 а) 0,5; б) 0,5. 1.563. а) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; б) 2. 1.564. а) -1 ; б) 1. 1.565. а) -2 ; б) 2. 1.566.
 а) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) 1. 1.567. а) 0; б) 0. 1.568. а) 1; б) 1. 1.569. а) 1; б) 1. 1.570. а) $\frac{3}{16}$;
 б) $\frac{3}{16}$. 1.571. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 1.572. а) Существует при $\alpha = \frac{\pi}{12}$, не существует при
 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и $\alpha = \pi$; б) существует при $\alpha = \frac{\pi}{12}$ и $\alpha = \frac{\pi}{4}$, не существует при $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
 1.573. а) Существует при $\alpha = 22,5^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$, не существует при $\alpha = 90^\circ$;
 б) существует при $\alpha = 15^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$, не существует при $\alpha = 30^\circ$.
 1.574. а) $\sin 210^\circ < \sin 30^\circ < \sin 60^\circ$; б) $\cos 210^\circ < \cos 60^\circ < \cos 30^\circ$. 1.575.
 а) $\sin 200^\circ < \sin 40^\circ < \sin 80^\circ$; б) $\cos 200^\circ < \cos 80^\circ < \cos 40^\circ$. 1.576. а) $\operatorname{tg} 160^\circ <$
 $< \operatorname{tg} 40^\circ < \operatorname{tg} 80^\circ$; $\operatorname{ctg} 160^\circ < \operatorname{ctg} 80^\circ < \operatorname{ctg} 40^\circ$. 1.577. а) $\sin \frac{4\pi}{3} < \cos \frac{\pi}{2} < \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$;
 б) $\cos \frac{7\pi}{6} < \sin \pi < \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$. 1.578. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) 0,5. 1.579. а) $-0,5$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 1.580. а) $\sqrt{3}$; б) 1. 1.581. а) 0,75; б) 0,75. 1.582. а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{3}$. 1.583. а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
 б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 1.584. а) $2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)$; б) $2 \sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)$. 1.585.
 а) $2 \cos \alpha (\cos \alpha - 1)$; б) $2 \cos \alpha (\cos \alpha + 1)$. 1.586. а) $\sin 2\alpha (1 + 2 \sin \alpha)$;
 б) $\cos 2\alpha (1 + 2 \cos \alpha)$. 1.587. а) 2 и -2 ; б) 2 и -2 . 1.588. а) 2 и -2 ; б) 2 и
 -2 . 1.589. а) 1 и $-0,4$; б) 1 и $-0,4$. 1.590. а) Ни одно из указанных значений α не
 допустимо; б) ни одно из указанных значений α не допустимо. 1.591. а) Допустимы
 0° и 45° ; б) допустимы 30° и 90° . 1.592. а) Допустимо $\frac{\pi}{4}$; б) допустимы 0 и $\frac{\pi}{4}$.
 1.593. а) Допустимо 135° ; б) допустимо 45° . 1.594. а) Допустимы $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{2}$; б) до-
 пустимы 0 и $\frac{\pi}{4}$. 1.595. а) Допустимы 135° и 180° ; б) допустимы 90° и 135° .

- 1.596. а) Допустимы 0 и $\frac{\pi}{3}$; б) допустимы $\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{2}$. 1.597. а) Допустимы 0 и $\frac{\pi}{4}$; б) допустимы $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{2}$. 1.598. а) Допустимы $\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{2}$; б) ни одно из указанных значений α не является допустимым. 1.599. а) Неравенство верно; б) неравенство верно.
- 1.601. а) 200 км; б) 400 м. 1.602. а) 10 км/ч; б) 25 км/ч. 1.603. а) 19 км; б) 1 ч 24 мин. 1.604. а) 10 км/ч и 18 км/ч; б) 12 км/ч и 18 км/ч. 1.605. а) 125 км; б) 30 км/ч. 1.606. а) 21 км/ч; б) 40 км/ч. 1.607. а) 50 км/ч; 30 км/ч; б) $1\frac{12}{13}$ км/ч.
- 1.608. а) 4100 — на первую, 2100 — на вторую; б) 60 — первая, 56 — вторая. 1.609. а) 1-й — 70, 2-й — 20, 3-й — 15; б) 1-й — 11, 2-й — 21, 3-й — 36. 1.610. а) 10 км; б) 70 км/ч. 1.611. а) 80 м³/ч, 84 м³/ч; б) 800 м³, 900 м³. 1.612. а) 7,5 ч; б) 10 ч. 1.613. а) 25; б) 800. 1.614. а) 20 р.; б) 10. 1.615. а) 50 кг; б) 50 л. 1.616. а) 25%; б) на 150%. 1.617. а) 96; б) 80. 1.618. а) 50 кг; б) 53,4 кг. 1.619. а) 51, 45, 53; б) 50, 61, 57. 1.620. а) 400 г — на свитер, 80 г — на шапку, 75 г — на шарф; б) 40, 36, 43. 1.621. а) пятерки — 6, четверки — 12; б) 10 ангорских, 20 сямских, 30 персидских, 17 сибирских. 1.622. а) 2600; б) 1-й — 2100, 2-й — 1575, 3-й — 525. 1.623. а) 60°, 30°, 90°; б) 32°, 96°, 52°. 1.624. а) 12 см и 32 см; б) 40 см и 15 см. 1.625. а) 40°, 40°, 100° или 75°, 75°, 30°; б) 120 см, 160 см, 160 см или 132 см, 132 см, 176 см. 1.626. а) 40 р. — у Маши, 50 р. — у Вити; б) 40 р. — у Толи, 60 р. — у Гриши. 1.627. а) 864 р.; б) 2488 р. 32 к. 1.628. а) 24 р. — на 1-ю, 48 р. — на 2-ю, 288 р. — на 3-ю; б) 120 р. — на 1-ю, 30 р. — на 2-ю, 1500 р. — на 3-ю. 1.629. а) 40 л — 1-го, 60 л — 2-го; б) 5 кг. 1.630. а) 5 км/ч, 4 км/ч; б) 20 км/ч. 1.631. а) 40 км/ч; б) 40 км/ч. 1.632. а) 32,5 км/ч; б) 5 км/ч. 1.633. а) 20 км/ч; б) 4 км/ч. 1.634. а) 4 км/ч; б) 15 км/ч. 1.635. а) 14 км/ч; б) 9 км/ч. 1.636. а) 14 км/ч; б) 6 км/ч. 1.637. а) 60 км/ч; б) в 14 ч. 1.638. а) 8 км/ч; б) 20 км/ч. 1.639. а) 36 км/ч; б) 24 км/ч. 1.640. а) 2 км/ч; б) 7 км/ч. 1.641. а) 27 км/ч; б) 24 км/ч. 1.642. а) 40 км/ч, 20 км/ч; б) 10 км/ч, 4 км/ч. 1.643. а) 1-я — 60, 2-я — 50; б) 1-й — 7, 2-й — 6. 1.644. а) 4 ч — оператору, 6 ч — ученику; б) за 15 ч — машинистка, за 5 ч — 1-я ученица, за 10 ч — 2-я ученица. 1.645. а) 1-й — 28, 2-й — 20; б) 10 — ученик, 15 — мастер. 1.646. а) 5 ч; б) за 15 мин — 1-й, за 20 мин — 2-й. 1.647. а) 5; 20; б) 10 ч, 15 ч. 1.648. а) Борис — 6, Леонид — 5; б) Наташа — 5, Оля — 6. 1.649. а) 1-й — за 14, 2-й — за 11; б) 1-й — 20, 2-й — 24. 1.650. а) 1-й — за 120 ч, 2-й — за 80 ч; б) за 36 ч. 1.651. а) 16; б) 16. 1.652. а) 1-й — 3, 2-й — 5; б) 1-я — 3; 2-я — 5. 1.653. а) 1-й — за 20 ч, 2-й — за 30 ч; б) 6 ч, 10 ч. 1.654. а) за 5 ч; б) за 6 ч. 1.655. а) 1-я — за 15 ч, 2-я — за 18 ч; б) 16. 1.656. а) 9 ч, 18 ч; б) 1-й — за 12 ч, 2-й — за 6 ч. 1.657. а) 12 ч, 8 ч; б) 1-я — 7, 2-я — 4. 1.658. а) 13 км; б) 9 см, 12 см, 15 см. 1.659. а) 3 см, 4 см, 5 см; б) гипотенуза — 5 см, катет — 4 см. 1.660. а) $\sqrt{5}$ см, $2\sqrt{5}$ см; б) $6\sqrt{3}$ см. 1.661. а) 5 см; б) 10 см. 1.662. а) 40 см, 9 см; б) 7 см, 12 см. 1.663. а) 54 см²; б) 96 см². 1.664. а) 10 см, 6 см, 24 см²; б) 12 см, 5 см, 30 см². 1.665. а) 2 км; б) скорость пешехода 6 км/ч, велосипедиста — 10 км/ч. 1.666. а) 2 и 5; б) 16 и 14. 1.667. а) 1-я — 108, 2-я — 36; б) 54 и 18. 1.668. а) 80 кг — масса туриста, 20 кг — масса рюкзака; б) 240 г — 1 м старой веревки, 200 г — 1 м новой. 1.669. а) 48 или 37; б) 63. 1.670. а) 34 см; б) 12 см, 6 см. 1.671. а) 12 ед., 8 ед.; б) 24 ед. — 1 кг апельсинов, 8 ед. — 1 кг яблок.

ЧАСТЬ II

- 2.101. а) $-1, \frac{208}{345}; \frac{208}{345} < 0$, (63); б) $1, \frac{115}{132}; \frac{115}{132} < 0$, (87). 2.102. а) $2 - \sqrt{7}$;
 $\sqrt{7} - 3,5$; например, $-0,75$; б) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; $\frac{9}{4} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$; например, $\frac{9}{8}$. 2.103.
а) -1 ; 3; б) 3; 4. 2.104. а) $\frac{-5 \pm \sqrt{93}}{2}$; б) $\frac{-11 \pm \sqrt{73}}{2}$. 2.105. а) 0;
 -2 ; б) 2; 0,5. 2.106. а) $\sqrt{5}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{3}$. 2.107. а) -4 ; б) 8. 2.108. а) Нет;
б) нет. 2.109. а) -4 ; 0,4; б) -4 ; -16 . 2.110. а) $x \leq 0$; $x=2$; б) $x=0$.
2.111. а) $(-\infty; \frac{11}{7}]$; б) $(-\infty; \frac{5}{9}]$. 2.112. а) $1 - \sqrt{3}$; $2 - \sqrt{2}$;
б) $-5 - \sqrt{19}$; $\sqrt{2} - 2$. 2.113. а) 1; 3; б) -3 ; -2 ; 0. 2.114. а) $-1,5$; б) 0;
2,4. 2.115. а) $\frac{1}{128\sqrt{2}}$; б) 1; 8. 2.116. а) -8 ; 8; б) 1. 2.117. а) 2; б) 3. 2.118. а) 5;
б) 1. 2.119. а) -1 ; -2 ; б) 0; 1. 2.120. а) 3; б) 0; 3. 2.121. а) -5 ; 1; б) -1 .
2.122. а) 2; $\frac{19}{16}$; б) 1; 8. 2.123. а) 1; б) 16; $\frac{73 - \sqrt{145}}{18}$. 2.124. а) -6 ; 3; б) -1 ; 2.
2.125. а) 1; 3; $-3 \pm \sqrt{11}$; б) 3; $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. 2.126. а) -1 ; -4 ; б) 1; 3; $\frac{1}{3}$. 2.127. а) -1 ;
9; $\frac{5 \pm \sqrt{61}}{2}$; б) 3; 5; $9 \pm \sqrt{66}$. 2.128. а) $\frac{1}{2}; \frac{7}{2}$; б) 1; -3 . 2.129. а) 0; б) $-\frac{5}{7}$.
2.130. а) Да; б) нет. 2.131. а) $\frac{2}{3}$; 4; б) $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$. 2.132. а) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$; $\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{2}$; б) 1;
 -1 ; $-1 - \sqrt{2}$. 2.133. а) 0,5; б) $-1,5$. 2.134. а) $\frac{-\sqrt{3} - \sqrt{15}}{6}$; б) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; $-\frac{1}{\sqrt{10}}$.
2.135. а) 2; б) 3; 4. 2.136. а) 3; $\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$; б) 0; $\frac{15 - \sqrt{85}}{6}$. 2.137. а) 4; б) $\frac{4}{3}$.
2.138. а) 3; -4 ; б) 2. 2.139. а) -1 ; $9 - 2\sqrt{10}$; б) 2; $\frac{3 - \sqrt{41}}{8}$. 2.140. а) $2 \leq x \leq 3$;
б) 2; 5,84. 2.141. а) -11 ; б) -20 . 2.142. а) $(-2; 3)$; $(-\frac{18}{7}; \frac{19}{7})$; б) (1; 4);
 $(\frac{19}{6}; \frac{11}{6})$. 2.143. а) $(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$; $(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$; б) (0; 0); (2; 2). 2.144. а) (1; 1);
(1; 3); (3; 1); $(-4; 1)$; (1; -4); б) (2; 3); (3; 2). 2.145. а) (1; 2); $(-1; -2)$; (2; 1);
 $(-2; -1)$; б) (1; -1); $(\frac{1}{3}; -3)$. 2.146. а) (3; 2); $(-3; -2)$; $(-2\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2})$;
 $(2\sqrt{2}; -\frac{3\sqrt{2}}{2})$; б) (0; 0); (2; 3); $(-5,2; -2,6)$. 2.147. а) (1; 4); $(-1; -4)$; $(-5; 4)$;
(5; -4); б) $(5\sqrt{\frac{3}{7}}; \sqrt{\frac{3}{7}})$; $(-5\sqrt{\frac{3}{7}}; -\sqrt{\frac{3}{7}})$. 2.148. а) $(-8,5; 3)$;
 $(-5\frac{2}{3}; 2)$; б) (1; 1,5); $(-2; -3)$. 2.149. а) (2; 1); (1; 2); $(\frac{-1 + \sqrt{5}}{3}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{3})$;

$\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{3}; \frac{-1+\sqrt{5}}{3}\right)$; б) $(-2; 1)$; $(1; -2)$. **2.150.** а) $(2; 1)$; $(-2; -1)$; $(-1; 2)$; $(1; -2)$; б) $(3\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(3\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $(-3\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(-3\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.
2.151. а) $(3; -1)$; $(-1; 3)$; $(-3; 1)$; $(1; -3)$; б) $(1; -2)$; $(2; -1)$; $(1; 3)$; $(-3; -1)$.
2.152. а) $(4; 2)$; б) $(-3; 2)$. **2.153.** а) $(-1; 1)$; $\left(1; \frac{1}{3}\right)$; б) $(2; -1)$; $\left(3; -\frac{1}{3}\right)$.
2.154. а) $(1,6; 0,4)$; $(2; 2)$; б) $(4; 1)$; $(-4; 1)$; $\left(-8\sqrt[3]{\frac{5}{21}}; \sqrt[3]{\frac{5}{21}}\right)$.
2.155. а) $(-1; 2)$; $\left(\frac{7}{9}; \frac{10}{9}\right)$; б) $(-2; -0,5)$; $(-2; 4)$. **2.156.** а) $(2; 8)$; $(8; 2)$; б) $(4; 1)$.
2.157. а) $(0; 1)$; б) $(5; 1)$. **2.158.** а) $(4; -3)$; $(0,25; 3,75)$; б) $(6,5; 2,5)$.
2.159. а) $(-2; -4)$; $\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$; б) $(0; 0)$; $(17; 17)$; $(12; -3)$; $(-3; 12)$.
2.160. а) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; $\left(\frac{28}{11}; -\frac{35}{33}\right)$; б) $(0,6; -0,2)$; $\left(-\frac{17}{5}; -\frac{43}{15}\right)$. **2.161.** а) $(-14; 2,8)$; б) $(1; 1)$. **2.162.** а) $(3; 4; 5)$; $(-3; -4; -5)$; б) $(6; 1,2; 2)$.
2.163. а) $\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{4}; \sqrt{3}\right)$; $(0,2; -2)$; б) $(0; -1,5)$; $(-3; 1,8)$. **2.164.** а) $(0; 0)$; $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$; $\left(-\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$; б) $(0; 0)$; $(2; 4)$; $(4; 4)$; $(2; 0)$. **2.165.** а) $(25; 9)$; $\left(\frac{49}{4}; \frac{81}{4}\right)$; б) $(4; 3)$; $(3; 4)$; $(-4; -3)$; $(-3; -4)$.

2.201. а) 58; б) 36. **2.202.** а) 20; б) 17. **2.203.** а) -18 ; б) -1 . **2.204.** а) $1,5$ и $-10,5$; б) 7 и -2 . **2.205.** а) $-0,12$ и $-1,2$; б) $3,6$ и $0,1$. **2.208.** а) $-1 < ab < 1,35$; б) $-4 < m(n+3) < 3,52$. **2.209.** а) $[-24; 53]$; б) $[-24; 33]$. **2.210.** а) При $a = \pm 1$; б) при $x = \pm 4$. **2.211.** а) При $x = -\frac{1}{8}$; б) при $a = 0,16$. **2.219.** а) $[-1; 5) \cup \{8\}$; б) $(-\infty; -7) \cup \{0; 1\} \cup (3; +\infty)$. **2.220.** а) $(-5; -4) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$; б) $[-2; 2) \cup [4; +\infty)$. **2.221.** а) $(-2,5; -2) \cup \{0\} \cup [3; +\infty)$; б) $(-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (1; +\infty)$. **2.222.** а) $(-\infty; -2\frac{1}{3}) \cup (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$; б) $(-\infty; -2) \cup (-2; 1-\sqrt{2}) \cup [1+\sqrt{2}; 2,5)$. **2.223.** а) $(-\infty; -3) \cup \{-1\} \cup (1; +\infty)$; б) $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. **2.224.** а) $(-\infty; 0) \cup (0; 7)$; б) $[0; 0,5) \cup (0,5; +\infty)$. **2.225.** а) $\left(1; \frac{11}{9}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right)$; б) $(-\infty; -1) \cup \left(-0,4; \frac{3}{8}\right] \cup (1; +\infty)$.
2.226. а) $(-4; -3) \cup [-2,5; +\infty)$; б) $(-3; 2)$. **2.227.** а) $(-\infty; -1) \cup \left[-\frac{1}{6}; 1\right] \cup [6; +\infty)$; б) $\left[-1; -\frac{1}{4}\right] \cup \left[1; \frac{5}{2}\right]$. **2.228.** а) $(1; \sqrt[3]{3}) \cup (1,5; +\infty)$; б) $(-\infty; -2) \cup [-\sqrt[4]{6}; 1,5] \cup [\sqrt[4]{6}; +\infty)$. **2.229.** а) $\{1\}$; б) $\{2\}$.
2.230. а) $(-\infty; -1,5) \cup (-0,5; 0) \cup (1; +\infty)$; б) $(-\infty; -4) \cup [2; 4)$. **2.231.** а) 20; б) -27 . **2.232.** а) $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup \left(\sqrt{2}; \frac{75}{53}\right)$; б) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\frac{29}{17}; \sqrt{3}\right)$.

- 2.233.** a) $(1; 2) \cup (2; 7); 6) (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$. **2.234.** a) $\{0\}; 6) \{-4; -2; 0; 2\}$.
2.235. a) $(-\sqrt{2}; 1-\sqrt{5}); 6) \left(-\infty; \frac{-3-\sqrt{65}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$. **2.236.** a) $(-9; 4) \cup (4; 5); 6) [-2; 2] \cup \{3\}$. **2.237.** a) $\{0\} \cup [3; 2; +\infty); 6) (-\infty; -2) \cup (0; 4)$.
2.238. a) $\left(0; \frac{1}{2}\right); 6) [-4; -2]$. **2.239.** a) $[-1; 3]; 6) [2; 5; +\infty)$. **2.240.** a) $(-\infty; 1; 5); 6) [-1; 0] \cup \{1\}$. **2.241.** a) $[-0,5; 1) \cup (1; +\infty); 6) (1,25; 2) \cup (2; +\infty)$. **2.242.** a) $(1,5; +\infty); 6) [-5; -1) \cup (1; 5]$. **2.243.** a) $-4; -3; 4; 6) -4; 0; 2$. **2.244.** a) $\left[1; \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right] \cup (4; +\infty); 6) (1-\sqrt{3}; 2,5) \cup (1+\sqrt{3}; 4]$. **2.245.** a) $(-3; 1) \cup \{2\}; 6) \{3\} \cup (5; 7]$. **2.246.** a) $(-6; -3) \cup [0; 1); 6) (-4; -1]$. **2.247.** a) $(-\infty; -1) \cup (1; 3); 6) \{1\} \cup [2; 3]$. **2.248.** a) $(-\infty; -4) \cup (-2; 0); 6) (-9; 0)$. **2.249.** a) $(-\infty; -5) \cup (-0,5; +\infty); 6) (-\infty; -2) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **2.250.** a) $(0; 4); 6) \left[-\frac{2}{3}; 0\right) \cup (0; +\infty)$. **2.251.** a) $(-\infty; -7] \cup [7; +\infty); 6) [-1; 8]$. **2.252.** a) $4; -\sqrt{11}; 6) -2; \frac{3-\sqrt{19}}{2}$. **2.253.** a) $(4; 2\sqrt{6}); 6) (-\infty; 1-2\sqrt{2}) \cup [1+2\sqrt{2}; 4]$.
2.254. a) $[3; +\infty); 6) \left[-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \sqrt{3}\right]$. **2.255.** a) $\{-2\} \cup [1; 3]; 6) (-\infty; -4) \cup \{3\}$. **2.256.** a) $\{1; -2\sqrt[3]{25}\}; 6) \{5\sqrt[5]{300}\}; 5]$. **2.257.** a) $(-\infty; -7) \cup [-4; -1]; 6) [-3; 3,75]$. **2.258.** a) $\{-4\} \cup [2; 3]; 6) [-4; 1] \cup \{2\}$. **2.259.** a) $\left[-2; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right]; 6) [-3; -2,5] \cup [-0,5; 0]$. **2.260.** a) $[0,5; +\infty); 6) (2; 3) \cup (4; +\infty)$. **2.261.** a) $(1,5; 3]; 6) \left(0; \frac{1}{11}\right]$. **2.262.** a) $[-1; 3]; 6) (-4; 1]$.
2.263. a) $(-\infty; -4) \cup (1; 2]; 6) (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. **2.264.** a) $(-1; \sqrt{5}); 6) (-\infty; -1)$. **2.265.** a) $(-1; 7); 6) (1; 12)$. **2.266.** a) $(-\infty; -5) \cup (-5; -3) \cup [-1; +\infty); 6) (-\infty; 1) \cup (1; 6)$. **2.267.** a) $[-1-2\sqrt{2}; -3) \cup (1; 3]; 6) [-2-\sqrt{7}; -2) \cup (4; 5]$. **2.268.** a) $\left(-\infty; \frac{5-\sqrt{37}}{6}\right] \cup [2; +\infty); 6) \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{33}}{8}\right] \cup [1; +\infty)$. **2.269.** a) $\{0\} \cup [1; 3) \cup (3; 5]; 6) \left[-\frac{2}{3}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.
2.270. a) $(1; 2) \cup (7; +\infty); 6) \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$. **2.271.** a) $-1 \neq 0; 6) -1; -2; -3$. **2.272.** a) $4; 6) 2$. **2.276.** a) $\{0\} \cup (3; 5); 6) (-\infty; -3,5) \cup [-2; 0]$. **2.277.** a) $(-2; 1) \cup (1; +\infty); 6) \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup (2; 4)$. **2.278.** a) $(1; 2,5) \cup (3; +\infty); 6) \{1\} \cup (3; +\infty)$.

- 2.301. а) 80; б) 400. 2.302. а) $\frac{2}{3}$; б) 0,3. 2.303. а) $-1,2 \cdot 10^{-5}$; б) $1,3 \cdot 10^{-3}$.
- 2.304. а) Первое больше; б) первое меньше. 2.305. а) $\frac{185}{21}$; б) $\frac{1}{9}$.
- 2.306. а) $2(\sqrt{10} + \sqrt{5})$; б) $-\frac{2+\sqrt{2}}{3}$. 2.307. а) $\frac{\sqrt[3]{5}-1}{4}$; б) $\frac{2+\sqrt[3]{3}}{11}$.
- 2.308. а) $2\sqrt{7}$; б) $-2\sqrt{5}$. 2.309. а) 2; б) 3. 2.310. а) $\frac{1}{4}\sqrt{71}$; б) $\frac{1}{4}\sqrt{239}$.
- 2.311. а) 28; $-2\sqrt{7}$; б) 40; $-2\sqrt{10}$. 2.312. а) Равны; б) равны.
- 2.315. а) $\frac{(3+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{7}$; б) $\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$.
- 2.316. а) $\frac{(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})(1+\sqrt{2})}{2}$; б) $\frac{(3+\sqrt{2}+\sqrt{3})(2+\sqrt{6})}{4}$.
- 2.317. а) $\frac{5+2\sqrt{2}}{17}$; $\frac{5+2\sqrt{2}}{17} < \frac{8}{17}$; б) $\frac{2\sqrt{7}+1}{27}$; $\frac{2\sqrt{7}+1}{27} > \frac{2}{9}$. 2.318. а) 0; б) 0.
- 2.319. а) -4; б) -1. 2.320. а) 1; б) 1. 2.321. а) $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[4]{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{5}}$;
- б) $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$; $\frac{3-\sqrt{5}}{4} < 2^{-\frac{5}{3}}$. 2.322. а) Нет; б) да. 2.325. а) $1 + \sqrt[3]{2} < \sqrt{6}$;
- б) $\sqrt[3]{19} - \sqrt{3} < 1$. 2.326. а) (0,2; -3); б) (3,5; 1,5). 2.327. а) (3; -1); б) (-2; 1); 2.
- 2.328. а) Второе; б) первое. 2.329. а) 0; б) 0. 2.330. а) 1; б) 1. 2.331. а) $\frac{a^2}{4(a^2-x)}$;
- б) $\frac{\sqrt{a-b}}{b}$. 2.332. а) \sqrt{ab} ; б) $\frac{a+x}{\sqrt{ax}}$. 2.333. а) $\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; б) 1. 2.334. а) -2; б) -b.
- 2.335. а) 2; б) 1. 2.336. а) $\frac{47}{66}$; б) -0,55. 2.337. а) -16; б) 105. 2.338. а) 0;
- б) 1. 2.339. а) При $n=6$; б) при $n=6$ и $n=28$. 2.340. а) 4 и 11; б) 20 и 43.
- 2.341. а) 1; 3 и 7; б) 1; 3 и 9. 2.342. а) -1 и 1; б) -1 и 3. 2.343. а) $x_1 = -1$, $x_2 = -4$ при $k = -4$ и $k = -1$; $x = -2$ при $k = -2$; $x = 2$ при $k = 2$; $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ при $k = 1$ и $k = 4$; $x = 0$ при $k = 0$; б) $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ при $k = -3$; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ при $k = 1$; $x = 1$ при $k = 3$; $x = 4$ при $k = 0$; $x = -3$ при $k = -1$. 2.344. а) (-3; 0); (-2; -1); (0; 3); (1; 2); б) (-2; 2); (0; 4); (2; -2); (4; 0). 2.345. а) $x = -4$, $y = 5$ и $x = -9$, $y = 8$; б) $x = 2$, $y = 1$. 2.346. а) $x = 4$, $y = 8$; б) $x = 3$, $y = -8$.
- 2.347. а) (2; 0) и (-2; 0); б) (1; 9); (2; 3); (5; -3); (10; -9); (-1; -9); (-2; -3); (-5; 3); (-10; 9). 2.348. а) (-4; 0); (-4; 5); (-1; -1); (-1; 3); (2; -3); (2; 2); б) (-3; -2); (-1; 1); (0; 4); (2; -2); (3; 1); (5; 4). 2.349. а) (-2; 3); (2; -5); (4; 0); б) (0; -4); (1; -2); (1; 2). 2.350. а) (1; 2); (-1; -2); (5; 2); (-5; -2); б) (4; 1); (-4; -1); (-2; 1); (2; -1). 2.351. а) (-11; -12); (-11; 12); (11; -12); (11; 12); б) (-24; -23); (-24; 23); (24; -23); (24; 23). 2.352. а) $x = 11$, $y = 9$; б) $x = 7$, $y = 9$. 2.357. а) $p = 3$; б) $p = 3$. 2.358. б) 5. 2.361. а) При $k = 36$; б) при $n = 22$.
- 2.362. а) 81; б) 50. 2.363. а) 28 или 29; б) 28 или 29. 2.364. а) $\frac{17}{69}$ при $n = 1$; б) $\frac{27}{31}$

при $n=4$, $\frac{35}{38}$ при $n=5$. 2.365. а) 1; б) 2. 2.367. а) 17 ч 34 мин 45 с; б) 17 ч 9 мин

48 с. 2.369. а) $\underbrace{11\dots1}_{50 \text{ единиц}}$; б) $\underbrace{11\dots1}_{150 \text{ единиц}}$. 2.370. а) 294 раза; б) 163 раза.

50 единиц 150 единиц

2.401. а) $\frac{2}{3}$; б) $-\frac{3}{4}$. 2.402. а) 0,6; б) $-0,6$. 2.403. а) $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$;

б) $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$. 2.404. а) $-\frac{9\sqrt{3}}{16}$; б) $-1,5$. 2.405. а) $-\frac{27}{98}$; б) $\frac{2}{9}$.

2.406. а) $-\frac{9}{14}$; б) $\frac{5}{7}$. 2.407. а) 19; б) 0,52. 2.408. а) 2; б) $-0,75$.

2.409. а) $-9\frac{3}{7}$; б) $-18\frac{3}{7}$. 2.410. а) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$; б) -2 . 2.415. а) $-\sin^2 \alpha$;

б) 1. 2.416. а) $\operatorname{ctg} 5x$; б) $\frac{1}{\sin y}$. 2.417. а) $2 \operatorname{ctg} \alpha$; б) $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2\alpha$. 2.418. а) -1 ; б) $\frac{2}{3}$.

2.419. а) От -7 до 7 включительно; б) от -6 до 6 включительно. 2.420. а) 5 и -5 ; б) 13 и -13 . 2.421. а) $2 \sin 31^\circ$; б) $\operatorname{tg} 44^\circ$. 2.422. а) $-0,25$ и $0,875$; б) $0,25$

и $-0,875$. 2.425. а) 1) $\sin \frac{nd}{2} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{(n-1)d}{2} \right)$; 2) $\frac{\sin \frac{nd}{2}}{\sin \frac{d}{2}} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{(n-1)d}{2} \right)$;

б) 1) $\sin \frac{nd}{2} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{(n-1)d}{2} \right)$; 2) $\frac{\sin \frac{nd}{2}}{\sin \frac{d}{2}} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{(n-1)d}{2} \right)$. 2.426. а) $-\frac{1}{7}$;

б) $\frac{17}{13\sqrt{2}}$. 2.427. а) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$; б) $-\frac{\sqrt{7}}{3}$. 2.428. а) $a^4 + 4a^2 + 2$; б) $a^3 - 3a$.

2.429. а) 0,5; б) 0,25. 2.430. а) $\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2}$. 2.437. а) $\frac{\cos \left(x + \frac{\pi}{12} \right)}{\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{2} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$. 2.438. а) 0; б) 0. 2.441. а) -4 и $2\frac{1}{8}$; б) $-\frac{9}{16}$ и 1.

2.442. а) 0 и 4; б) $-2,5$ и $0,25$. 2.443. а) $(\cos 3; \cos 2)$, например, $-0,5$;

б) $(-\infty; \sin 3) \cup (\sin 2; +\infty)$, например, $0,5$. 2.444. а) $(\cos 7; \cos 6)$, например, $\cos 6,9$; б) $(\sin 3; -\sin 4)$, например, $-\sin 3,5$. 2.445. а) Первое больше; б) второе

больше. 2.448. а) $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$.

2.501. а) $-4\frac{11}{12}$; б) $-13\frac{1}{3}$. 2.502. а) $\frac{1}{15}$; б) -1 . 2.503. а) $x^2 - 17x + 13 = 0$;

б) $x^2 - 21x + 52 = 0$. 2.504. а) $4x^2 + 52x + 169 = 0$; б) $43x^2 + 36x - 7$. 2.505. а) 4,125 или -2 ; б) 2 или 4,5. 2.506. а) 13,5 или $-62,5$; б) 5. 2.507. а) $-0,75$;

б) 6,875. 2.508. а) $y = 4,5x^2 + 6x - 2$ или $y = 0,5x^2 - 2x - 2$; б) $y = -8x^2 + 8x + 1$.

2.509. а) 7; б) $-\frac{7}{16}$. 2.511. а) Все по $5\sqrt{2}$; б) 49. 2.512. а) $4 - \sqrt{5}$ и $4 + \sqrt{5}$;

б) $(2,5; 0,25)$. 2.513. а) $[-25; 25]$; б) $(-\infty; -12] \cup [12; +\infty)$. 2.514. а) $[-3; +\infty)$;

- 6) $[-4; \sqrt{7}]$. 2.515. а) $a = -2$; $b = 2$ или $a = -6$; $b = 2$; б) $a = -6$ или $a = 2$.
- 2.518. а) $M(0,5; 1,5)$; б) $A(1,75; 4,75)$ и $B(1,75; -2,25)$. 2.519. а) $A(-1; 3)$; б) $B(2,5; 2,5)$. 2.520. а) $C(1,6; 0,8)$; б) $F(4,4; 0,8)$. 2.521. а) 1 ч 24 мин, 20 км; б) 6 с, $2\sqrt{2}$. 2.522. а) 0; 3 и $-1,5$; б) 0; $-0,5$ и -2 . 2.523. а) $[-\sqrt{11}; 1) \cup (1; 3)$; б) $(-3; 0) \cup (0; \sqrt{15}]$. 2.524. а) $a \leq -6$; б) $a \geq 4 \frac{1}{3}$. 2.525. а) $(-0,2; 0)$; б) $(-1; 1)$.
- 2.526. а) $(-1; 0) \cup (0; 1,6)$; б) $(-\infty; -\frac{25}{21}) \cup (1; 3 \frac{1}{8})$. 2.527. а) $(0; 18)$; б) $(-8; 0)$.
- 2.528. а) $(-\infty; x_2) \cup [x_1; +\infty)$ при $a < 0$; $[\frac{1}{3}; +\infty)$ при $a = 0$; $[x_1; x_2]$ при $0 < a < \frac{9}{16}$; $\{\frac{5}{3}\}$ при $a = \frac{9}{16}$; \emptyset при $a > \frac{9}{16}$, где $x_1 = \frac{3-2a-\sqrt{9-16a}}{2a}$, $x_2 = \frac{3-2a+\sqrt{9-16a}}{2a}$; б) $(x_2; x_1)$ при $a < -1$; $(-\infty; \frac{1}{3})$ при $a = -1$; $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ при $-1 < a \leq -\frac{7}{16}$, \mathbb{R} при $a > -\frac{7}{16}$, где $x_1 = \frac{1-2a-\sqrt{-16a-7}}{2a+2}$, $x_2 = \frac{1-2a+\sqrt{-16a-7}}{2a+2}$.
- 2.529. а) $(2a+1; a+5)$ при $a < 4$; \emptyset при $a = 4$; $(a+5; 2a+1)$ при $a > 4$; б) $(-\infty; 3a-1) \cup (a+3; +\infty)$ при $a < 2$; $(-\infty; a+3) \cup (3a-1; +\infty)$ при $a \geq 2$. 2.530. а) $x < \frac{5a-3}{3a-7}$ при $a < -\frac{7}{3}$; нет решений при $a = \frac{7}{3}$; $x > \frac{5a-3}{3a-7}$ при $a > \frac{7}{3}$; б) $x < \frac{3a-1}{2-3a}$ при $a < \frac{2}{3}$; x — любое при $a = \frac{2}{3}$; $x > \frac{3a-1}{2-3a}$ при $a > \frac{2}{3}$. 2.531. а) $(-\infty; a] \cup (-0,5; +\infty)$ при $a < -0,5$; $\mathbb{R} \setminus \{-0,5\}$ при $a = -0,5$; $(-\infty; -0,5) \cup [a; +\infty)$ при $a > -0,5$; б) $(a; 0,6]$ при $a < 0,6$; \emptyset при $a = 0,6$; $[0,6; a)$ при $a > 0,6$. 2.532. а) $(a; 1] \cup [4; -a)$ при $a < -4$; $(a; 1]$ при $-4 \leq a < -1$; $(a; -a)$ при $-1 \leq a < 0$; \emptyset при $a = 0$; $(-a; a)$ при $0 < a \leq 1$; $(-a; 1]$ при $1 < a \leq 4$; $(-a; 1] \cup [4; a)$ при $a > 4$; б) \emptyset при $a \leq -7$ и при $a \geq 7$; $(-a; 7]$ при $-7 < a \leq -1$; $[-1; a) \cup (-a; 7]$ при $-1 < a \leq 0$; $[-1; -a) \cup (a; 7]$ при $0 < a < 1$; $(a; 7]$ при $1 \leq a < 7$. 2.533. а) При $b \leq 1$; б) при $b \geq 7$. 2.534. а) $(-3; -1)$; б) $(2; 5)$. 2.535. а) $(1; 1,5) \cup (2; 6)$; б) $(-4; -2)$. 2.536. а) $(-3,5; -3)$; б) $(1; +\infty)$. 2.537. а) $(-\infty; 2 \frac{2}{3}]$; б) $[-\frac{1}{3}; 1]$.
- 2.538. а) $[0,5; 1]$; б) $[-2; -1]$. 2.539. а) $a = -1$, $b = 1$; б) $a = 2$, $b = 9$. 2.540. а) $a = 60$, $b = -10$; б) $a = -4$, $b = 10$. 2.541. а) $x = -2,5$ при $a = 2,5$; $x = 4$ при $a = 1$ и $a = \frac{1}{3}$; $x_1 = 4$, $x_2 = -a$ при остальных a ; б) $x = 1,5$ при $a = 0,5$; $x = -1$ при $a = -\frac{1}{3}$ и $a = 2$; $x_1 = -1$, $x_2 = a + 1$ при остальных a . 2.542. а) $x = 1 - \sqrt{1-a}$ при $a < 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ при $a = 0$; $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1-a}$, $x_3 = 1 + \sqrt{1+a}$ при $0 < a < 1$; $x_1 = 1$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ при $a = 1$; $x = 1 + \sqrt{1+a}$ при $a > 1$; б) $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{9-4a}}{2}$ при $a < -2,25$; $x_{1,2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$, $x_3 = 2,5$ при $a = -2,25$;

$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{9-4a}}{2}$, $x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{9+4a^2}}{2}$ при $-2,25 < a < 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ при $a = 0$; решений нет при $a > 0$. **2.543.** а) Решений нет при $a < -4$; $x \geq 0,5$ при $a = -4$; $x = -\frac{a+2}{4}$ при $-4 < a < 10$; $x = \frac{4-a}{2}$ при $a \geq 10$; б) $x = 0$ при $a < -2$, $-2 < a < 0$ и $a \geq 2$; $x \leq 0$ при $a = -2$; $0 \leq x \leq 3$ при $a = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{6}{2-a}$ при $0 < a < 2$. **2.544.** а) $x = 2,5 + \sqrt{2,25 - a}$ при $a < 2$; $x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{2,25 - a}$ при $2 \leq a < 2,25$; $x = 2,5$ при $a = 2,25$; решений нет при $a > 2,25$; б) $x = \frac{a-8 + \sqrt{a^2 - 16a}}{2}$ при $a \leq 0$; решений нет при $0 < a < 16$; $x = 4$ при $a = 16$; $x_{1,2} = \frac{a-8 \pm \sqrt{a^2 - 16a}}{2}$ при $a > 16$. **2.545.** а) $x < 0$ при $a < -1$; $x < -1 - \sqrt{a+1}$ и $-1 + \sqrt{a+1} < x < 0$ при $-1 \leq a < 0$; $x < -2$ при $a = 0$; $x < -1 - \sqrt{a+1}$ и $0 < x < -1 + \sqrt{a+1}$ при $a > 0$; б) $x < 1 - \sqrt{\frac{a+1}{a}}$ и $x > 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a}}$ при $a \leq -1$; x — любое при $-1 < a \leq 0$; $1 - \sqrt{\frac{a+1}{a}} < x < 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a}}$ при $a > 0$. **2.546.** а) \mathbb{R} при $a < 0$; $(-\infty; \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2}) \cup (\frac{a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2}; +\infty)$ при $0 \leq a < 4$; $(-\infty; \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4a}}{2}) \cup (\frac{-a + \sqrt{a^2 - 4a}}{2}; \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2}) \cup (\frac{a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2}; +\infty)$ при $a \geq 4$; б) $(\frac{1 + \sqrt{1-4a}}{2a}; \frac{-1 - \sqrt{1-4a}}{2a})$ при $a < 0$; \mathbb{R} при $a \geq 0$. **2.547.** а) Нет корней при $a < 0$; 2 корня при $a = 0$ и при $a > 1,5$; 3 корня при $a = 1,5$; 4 корня при $0 < a < 1,5$; б) нет корней при $a < -2$ и $a > 6$; 1 корень при $a = -2$ и $a = 6$; 2 корня при $-2 < a < 6$. **2.548.** а) $x = -3$ при $a = 1$; $x = 6$ при $a = 0,25$; $x = -3\frac{1}{3}$ при $a = 0,75$; б) $x_1 = 1$, $x_2 = 1 - 3\sqrt{2}$ при $a = -3$. **2.549.** а) 0 и 8; б) 5. **2.550.** а) $x = -1$ при $a = -4$; $x = 8$ при $a = 11$; б) $x = 1$ при $a = 1$; $x = -9$ при $a = 7$. **2.551.** а) 1; б) -1 . **2.552.** а) $(-\infty; 0]$ и $[1; +\infty)$; б) $[-4; +\infty)$. **2.553.** а) $[-3 - \sqrt{33}; +\infty)$; целые: 3, 4, 5 и 6; б) $(-\infty; -2]$; $[-1; 0]$ и $[1; 2]$; значение -1 . **2.554.** а) $(-\infty; -1]$ и $[-0,75; 1]$; $\frac{1}{8}$; б) $(-\infty; 2,25]$; $-1,75$. **2.555.** а) $[0; +\infty)$; значения 2 и 2,25; б) при $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; \frac{1}{2})$; значения 0 и $6\frac{1}{8}$. **2.556.** а) $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$ при $a = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 5$ при $a = -3$; $x = 3$ при $a = 1$; б) $E(f) = [-1; +\infty)$; $x = -1$ при $a = -1$; $x_1 = 5$, $x_2 = -\frac{1}{3}$, $x_3 = -5$ при $a = 1$. **2.558.** а) $f(2) = 3,5$; $f(0,5) = -1$; б) $f(3) = 9\frac{1}{3}$; $f(\frac{1}{3}) = 4$. **2.559.** а) 18; б) 18. **2.561.** а) $[-15; 5,25]$; б) $[-3; 6]$. **2.562.** а) $(0; 0,2]$; б) $[6; +\infty)$. **2.563.** а) $(-\infty; 2,25]$; б) $(0; 0,5]$. **2.565.** а) $a = -1$;

$b=3$; б) $a=-4$; $b=2$. 2.566. а) $a=-5$; $b=1$; б) $a=2$; $b=-3$.
 2.567. а) $(-\infty; -5] \cup [-3; 1] \cup [3; +\infty)$; б) $(-1,5; 0,5) \cup (0,5; 2,5)$. 2.568. а) $\{-2\} \cup [0; +\infty)$; б) $\{-3\} \cup [1; +\infty)$. 2.569. а) Нет точек при $a < 2$; 1 точка при $a = 2$; 2 точки при $2 < a < 5$ и $a > 5$; бесконечно много точек при $a = 5$; б) нет точек при $a < -2$; 1 точка при $a = -2$; 2 точки при $-2 < a < 1$ и $a > 2,5$; 3 точки при $a = 1$ и $a = 2,5$; 4 точки при $1 < a < 2,5$. 2.571. а) $D(y) = \mathcal{R} \setminus \{2\}$; $E(y) = (0; 2]$; значения, принимаемые более чем в 1 точке: 2; б) $D(y) = \mathcal{R} \setminus \{1\}$; значения, принимаемые в 2 точках: $-\frac{3}{2}$; множество значений, принимаемых в 3 точках: $(-2; -\frac{3}{2})$.

2.606. а) При $a > 1$; б) при $b < 1$. 2.607. а) 4; б) 4. 2.608. а) -32 ; б) 29.
 2.609. а) $\frac{11}{32}$; б) 1,5. 2.610. а) 2854; б) 15 500. 2.611. а) Является, $n=44$; б) является, $n=65$. 2.612. а) -5 ; б) 5. 2.613. а) 17; б) -16 . 2.614. а) 3; б) 6. 2.615. а) 456 876; б) 465 718. 2.616. а) 84 445; б) 56 231. 2.617. а) 42 131; б) 45 100.
 2.618. а) $-494\ 550$; б) 3240. 2.619. а) $\frac{50}{981}$; б) $\frac{99}{1510}$. 2.621. а) 0,5; б) 3. 2.622. а) 6 или -6 ; б) $b_1=3$, $q=2$ или $b_1=12$, $q=\frac{1}{2}$. 2.623. а) $-\frac{35}{3}$, $-\frac{140}{3}$, $-\frac{560}{3}$, $-\frac{2240}{3}$ или 7, -28 , 112, -448 ; б) 3, 6, 12, 18 или $\frac{75}{4}$, $\frac{45}{4}$, $\frac{27}{4}$, $\frac{9}{4}$.
 2.624. а) $b_1=\frac{28}{9}$; $b_2=\frac{140}{81}$; б) 0,5. 2.625. а) 16; б) $-0,5$. 2.626. а) 6; б) 3.
 2.627. а) $2\frac{25}{29}$ и $2\frac{27}{29}$; б) $5\frac{10}{27}$ и $6\frac{1}{9}$. 2.628. а) 3; б) 3. 2.629. а) -10 ; б) 70. 2.630. а) 2; б) $a=100$, $b=20$, $c=4$. 2.631. а) $b_1=\frac{8}{13}$, $q=\frac{3}{2}$ или $b_1=\frac{64}{35}$, $q=\frac{3}{4}$; б) $b_1=2$, $q=2$ или $b_1=32$, $q=\frac{1}{2}$. 2.632. а) 2; б) $\frac{1}{3}$. 2.633. а) 4; б) 2. 2.634. а) 2154; б) -630 . 2.635. а) В 2 раза; б) 80 л. 2.636. а) 0,4 пути; б) 2 ч. 2.637. а) 50 км/ч, 100 км/ч; б) 2 м/ч. 2.638. а) 20 дет./ч и 18 дет./ч; б) 20 км/ч и 60 км/ч. 2.639. а) 8 ч; б) 10 ч. 2.640. а) 8 ч; б) 9 ч. 2.641. а) 6 ч; б) 5 га. 2.642. а) 4,5 км/ч и 5,5 км/ч; б) 35 км/ч и 15 км/ч. 2.643. а) 2 ч; б) 25 ч. 2.644. а) Легковая на 4 км дальше; б) 11 машин. 2.645. а) 25 км/ч; б) 20 км/ч. 2.646. а) 2 л; б) 36 л.
 2.647. а) 10 км/ч; б) 180 км, 72 км/ч. 2.648. а) 60 ч; б) 12 ч. 2.649. а) $\frac{1}{3}$; б) 45 с.
 2.650. а) 45 мин; б) $\frac{5}{8}$ ч. 2.651. а) 15 мин; б) 3 круга. 2.652. а) 3 км/ч; б) 8 км.
 2.653. а) 50 км/ч и 40 км/ч; б) 60 км/ч и 45 км/ч. 2.654. а) 72 км/ч; б) 14 км/ч. 2.655. а) 8 ч; б) за 2 ч. 2.656. а) 56-й и 66-й проб; б) 40 т и 100 т. 2.657. а) 170 кг; б) 220 кг. 2.658. а) 26,4 стр./ч и 17,6 стр./ч; б) 80 м³/ч и 20 м³/ч. 2.659. а) 83; б) 83.

СОДЕРЖАНИЕ

ЧАСТЬ I

Арифметика, алгебраические преобразования	3
Уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств	11
Степени и корни. Прогрессии и последовательности	17
Функции и графики. Квадратный трехчлен	25
Тригонометрические преобразования	33
Текстовые задачи	39

ЧАСТЬ II

Уравнения, системы уравнений	52
Неравенства	56
Преобразование выражений. Делимость. Индукция	63
Тригонометрические преобразования	71
Функции и графики. Задачи с параметрами	75
Текстовые задачи. Последовательности, прогрессии	83
Ответы	96

Учебное издание

Звавич Леонид Исаакович
Аверьянов Дмитрий Иванович
Пигарев Борис Петрович
Трушанина Татьяна Николаевна

Задания

для подготовки
к письменному экзамену по математике
в 9 классе

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*. Редакторы *Л. М. Котова, Л. Н. Белоновская*.
Младший редактор *Н. В. Сидельковская*. Художник *Т. В. Новицкая*. Художественный редактор *Е. Р. Дашук*. Технический редактор *Н. Н. Матвеева*. Корректор *О. Н. Леонова*.

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. № 010001 от 10.10.96. Подписано к печати с диапозитивов 14.02.2000. Формат 60×90^{1/16}. Бумага офсетная № 1. Гарнитура Литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 7. Усл. кр.-отт. 7,37. Уч.-изд. л. 6,71. Тираж 20 000 экз. Заказ № 2352.

Государственное унитарное предприятие ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Министерства Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Государственное унитарное предприятие ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Министерства Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. 410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.

**Сборник содержит более
3000 задач и упражнений по курсу
алгебры 7—9 классов. Ко всем
заданиям даны ответы.**

**Особенностью системы
упражнений является разнообразие
идей и методов, используемых
при их решении.**

**Книга полезна учащимся, учителям
математики и родителям.**

ISBN 5-09-009861-1



9 785090 098618



• Просвещение •