

## Итем № 5. СТЕПЕНИ

Определение степени натурального числа с натуральным показателем.

$$\begin{aligned} a^0 &= 1 & a^1 &= a & a^2 &= a \cdot a & a^3 &= a \cdot a \cdot a \\ a^4 &= a \cdot a \cdot a \cdot a & a^n &= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}} & 1^n &= 1 \end{aligned}$$

### 1. Степень числа от 1 до 10.

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 2 \cdot 2 = 4 \\ 2^3 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\ 2^4 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \\ 2^5 &= 2^4 \cdot 2 = 32 \\ 2^6 &= 2^5 \cdot 2 = 64 \\ 2^7 &= 2^6 \cdot 2 = 128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^0 &= 1 \\ 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 3 \cdot 3 = 9 \\ 3^3 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \\ 3^4 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \\ 3^5 &= 3^4 \cdot 3 = 243 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4^0 &= 1 \\ 4^1 &= 4 \\ 4^2 &= 4 \cdot 4 = 16 \\ 4^3 &= 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^0 &= 1 \\ 5^1 &= 5 \\ 5^2 &= 5 \cdot 5 = 25 \\ 5^3 &= 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6^0 &= 1 \\ 6^1 &= 6 \\ 6^2 &= 6 \cdot 6 = 36 \\ 6^3 &= 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7^0 &= 1 \\ 7^1 &= 7 \\ 7^2 &= 7 \cdot 7 = 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^0 &= 1 \\ 8^1 &= 8 \\ 8^2 &= 8 \cdot 8 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9^0 &= 1 \\ 9^1 &= 9 \\ 9^2 &= 9 \cdot 9 = 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10^0 &= 1 \\ 10^1 &= 10 \\ 10^2 &= 10 \cdot 10 = 100 \\ 10^3 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000 \end{aligned}$$

### 2. Представление натурального числа в виде степени.

Заполните пропуски натуральными числами так, чтобы равенство было верным:

$$\begin{aligned} 32 &= 2^{\square} & 8 &= 2^{\square} & 27 &= 3^{\square} & 25 &= 5^{\square} \\ 49 &= \square^2 & 125 &= \square^3 & 8 &= \square^3 & 1000 &= \square^3 \\ 27 &= \square^{\square} & 25 &= \square^{\square} & 36 &= \square^{\square} & 100 &= \square^{\square} \\ 81 &= \square^2 = \square^4 & 16 &= \square^2 = \square^4 & 64 &= \square^2 = \square^3 = \square^6 \end{aligned}$$

Запишите число в виде степени:

$$\begin{aligned} 4 &= \square^{\square} & 8 &= \square^{\square} & 16 &= \square^{\square} & 32 &= \square^{\square} & 9 &= \square^{\square} \\ 27 &= \square^{\square} & 25 &= \square^{\square} & 125 &= \square^{\square} & 49 &= \square^{\square} & 400 &= \square^{\square} \end{aligned}$$

### 3. Использование свойства $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ для записи числа в виде степени.

**Применение свойства:**

$$1) 2^5 \cdot 2^7 = 2^{5+7} = 2^{12}$$

$$2) 3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

$$3) 5 \cdot 5^3 = 5^1 \cdot 5^3 = 5^{1+3} = 5^4$$

$$4) 7^4 \cdot 7^3 = 7^{4+3} = 7^7$$

$$5) 4^2 \cdot 4^6 = 4^{2+6} = 4^8$$

$$6) 6 \cdot 6^2 = 6^1 \cdot 6^2 = 6^{1+2} = 6^3$$

$$7) 3^{-5} \cdot 3^7 = 3^{-5+7} = 3^2$$

$$8) 2^{-2} \cdot 2^{-5} = 2^{-2-5} = 2^{-7}$$

$$9) 5 \cdot 5^{-3} = 5^1 \cdot 5^{-3} = 5^{1-3} = 5^{-2}$$

$$10) 7^{-5} \cdot 7^3 = 7^{-5+3} = 7^{-2}$$

$$11) 4^{-2} \cdot 4^6 = 4^{-2+6} = 4^4$$

$$12) 6^7 \cdot 6^{-4} = 6^{7-4} = 6^3$$

**Запишите число в виде степени с одним основанием:**

$$1) 4^2 \cdot 4^8 =$$

$$2) 2^5 \cdot 2^3 =$$

$$3) 3 \cdot 3^{-4} =$$

$$4) 6^{-3} \cdot 6^3 =$$

$$5) 5^{-6} \cdot 5^4 =$$

$$6) 6^2 \cdot 6^{-9} =$$

$$7) 3^2 \cdot 3^3 =$$

$$8) 4^6 \cdot 4^2 =$$

$$9) 8 \cdot 8^2 =$$

$$10) 7^{-4} \cdot 7^3 =$$

$$11) 3^{-8} \cdot 3^5 =$$

$$12) 7^{-2} \cdot 7^{-9} =$$

### 4. Использование свойства $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$ для записи числа в виде степени.

**Применение свойства:**

$$1) \frac{2^7}{2^5} = 2^{7-5} = 2^2$$

$$2) \frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$$

$$3) \frac{5^8}{5^7} = 5^{8-7} = 5^1$$

$$4) \frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$$

$$5) \frac{6^9}{6^7} = 6^{9-7} = 6^2$$

$$6) \frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$$

$$7) \frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$$

$$8) \frac{5^3}{5^1} = \frac{5^3}{5^1} = 5^{3-1} = 5^2 = 25$$

$$9) \frac{7^{10}}{7^8} = 7^{10-8} = 7^2 = 49$$

$$10) \frac{4^6}{4^2} = 4^{6-2} = 4^4$$

$$11) \frac{6^7}{6^4} = 6^{7-4} = 6^3$$

$$12) \frac{4^7}{4^7} = 4^{7-7} = 4^0 = 1$$

$$13) \frac{4^7}{4^7} = 4^7 : 4^7 = 1$$

**Запишите число в виде степени с одним основанием:**

$$1) \frac{2^9}{2^3} =$$

$$2) \frac{3^{10}}{3^8} =$$

$$3) \frac{7^{12}}{7^{15}} =$$

$$4) \frac{10^{-3}}{10^4} =$$

$$5) \frac{9^{-2}}{9^3} =$$

$$6) \frac{4}{4^5} =$$

$$7) \frac{6}{6^9} =$$

$$8) \frac{5^{-6}}{5^{-1}} =$$

$$9) \frac{8^{-5}}{8^{-3}} =$$

10)  $\frac{11^{-7}}{11^{-5}} =$

11)  $\frac{2^{-10}}{2} =$

12)  $\frac{7^9}{7^{-5}} =$

**5. Определение:**  $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$ ,  $n$  – натуральное число.

**Применение определения:**

1)  $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

2)  $\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

**Представьте число в виде степени с натуральным показателем и вычислите значение:**

1)  $\frac{1}{2^{-4}} =$

2)  $\frac{1}{3^{-3}} =$

3)  $\frac{1}{5^{-2}} =$

4)  $\frac{1}{10^{-3}} =$

5)  $\frac{1}{7^{-2}} =$

6)  $\frac{1}{4^{-3}} =$

7)  $\frac{1}{3^{-4}} =$

8)  $\frac{1}{8^{-2}} =$

9)  $\frac{1}{2^{-1}} =$

**6. Использование свойства  $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$  для записи числа в виде степени.**

**Применение свойства:**

1)  $(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$

2)  $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$

3)  $(3^5)^{-6} = 3^{5 \cdot (-6)} = 3^{-30}$

4)  $(7^{-2})^4 = 7^{-2 \cdot 4} = 7^{-8}$

5)  $(6^{-3})^{-5} = 6^{-3 \cdot (-5)} = 6^{15}$

6)  $(8^4)^3 = 8^{4 \cdot 3} = 8^{12}$

**Выполните возведение степени в степень:**

1)  $(2^3)^8 =$

2)  $(3^4)^5 =$

3)  $(4^7)^6 =$

4)  $(5^3)^{-4} =$

5)  $(6^7)^2 =$

6)  $(7^3)^3 =$

7)  $(8^2)^{-8} =$

8)  $(3^{-3})^9 =$

9)  $(4^8)^{-2} =$

10)  $(5^{-4})^3 =$

11)  $(6^{-4})^{-7} =$

12)  $(7^{-2})^{-5} =$

13)  $(8^{-6})^3 =$

14)  $(9^4)^{-2} =$

15)  $(5^{-2})^{-3} =$

**7. Вычисление степеней с целыми показателями и одинаковыми основаниями.**

- $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} = \frac{2^{-3} \cdot 2^5}{1} = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$

- $\frac{2^3 \cdot 2^{-10}}{2^{-8}} = \frac{2^{3+(-10)}}{2^{-8}} = \frac{2^{-7}}{2^{-8}} = \frac{2^{-7} \cdot 2^8}{1} = 2^{-7+8} = 2^1 = 2$

- $\frac{5^{-4} \cdot 5^{-10}}{5^{-16}} = \frac{5^{-4+(-10)}}{5^{-16}} = \frac{5^{-14}}{5^{-16}} = \frac{5^{-14} \cdot 5^{16}}{1} = 5^{-14+16} = 5^2 = 25$

- $\frac{(3^2)^{-4} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{2 \cdot (-4)} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8+6}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2} \cdot 3^5}{1} = 3^{-2+5} = 3^3 = 27$

Решение	Этапы решения
$\frac{(3^2)^{-4} \cdot 3^6}{3^{-5}}$	Используем формулу: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{3^{2 \cdot (-4)} \cdot 3^6}{3^{-5}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^6}{3^{-5}}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{3^{-8+6}}{3^{-5}} = \frac{3^{-2}}{3^{-5}}$	Используем формулу: $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$\frac{3^{-2} \cdot 3^5}{1}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$3^{-2+5} = 3^3$	Вычисляем: $3^3$
27	

•  $\frac{(7^{-2})^5 \cdot 7^9}{7^{-2}} = \frac{7^{-2 \cdot 5} \cdot 7^9}{7^{-2}} = \frac{7^{-10} \cdot 7^9}{7^{-2}} = \frac{7^{-10+9}}{7^{-2}} = \frac{7^{-1}}{7^{-2}} = 7^{-1-(-2)} = 7^{-1+2} = 7^1 = 7$

Решение	Этапы решения
$\frac{(7^{-2})^5 \cdot 7^9}{7^{-2}}$	Используем формулу: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{7^{-2 \cdot 5} \cdot 7^9}{7^{-2}} = \frac{7^{-10} \cdot 7^9}{7^{-2}}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{7^{-10+9}}{7^{-2}} = \frac{7^{-1}}{7^{-2}}$	Используем формулу: $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$\frac{7^{-1} \cdot 7^2}{1}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$7^{-1+2} = 7^1$	Вычисляем: $7^0$
7	

Заполните ячейки и решите упражнение:

- $\frac{(3^{-4})^2 \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{-4 \cdot 2} \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{-8} \cdot 3^7}{3^{-3}} = \frac{3^{\square+\square}}{3^{-3}} = \frac{\square \cdot \square}{3^{-3}} = \frac{3^{\square} \cdot 3^{\square}}{1} = 3^{\square+\square} = 3^{\square} = \square.$
- $\frac{(5^{-8})^2 \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{5^{\square \square} \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{5^{\square} \cdot 5^{\square}}{5^{-9}} = \frac{5^{-16} \cdot 5^{10}}{5^{-9}} = \frac{\square \cdot \square}{5^{-9}} = \frac{5^{\square} \cdot 5^{\square}}{1} = 5^{\square+\square} = 5^{\square} = \square$
- $\frac{(7^{-3})^{-4} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{\square \cdot (-4)} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{\square} \cdot 7^{-15}}{7^{-5}} = \frac{7^{12} \cdot (-15)}{7^{-5}} = \frac{\square}{7^{-5}} = \frac{7^{\square} \cdot 7^{\square}}{1} = 7^{\square+\square} = 7^{\square} = \square$
- $\frac{(6^2)^{-10} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{2 \cdot \square} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{\square} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{\square \square} \cdot 6^{18}}{6^{-4}} = \frac{6^{\square}}{6^{-4}} = \frac{6^{\square} \cdot 6^{\square}}{1} = 6^{\square+\square} = 6^{\square} = \square.$

Вычислите значение выражения:

1)  $\frac{2^5 \cdot 2^{-6}}{2^{-4}} =$

2)  $\frac{7^{-5} \cdot 7^{-4}}{7^{-8}} =$

$$3) \frac{(6^{-2})^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-4}} =$$

$$4) \frac{4^{-7} \cdot 4^{-6}}{(4^{-1})^{11}} =$$

$$5) \frac{8^{-2} \cdot 8^{-5}}{8^{-7}} =$$

$$6) \frac{3^6 \cdot 3^{-7}}{3^{-5}} =$$

$$7) \frac{2^5 \cdot 2^{-2}}{2^{-1}} =$$

$$8) \frac{(9^{-3})^2 \cdot 9^{-1}}{9^{-9}} =$$

$$9) \frac{(4^{-2})^4 \cdot 4^{-6}}{4^{-5}} =$$

$$10) \frac{6^{-2} \cdot 6^{-3}}{6^{-4}} =$$

$$11) \frac{3^{-5} \cdot 3^{-2}}{3^{-9}} =$$

$$12) \frac{5^{-3} \cdot 5^{-2}}{(5^2)^{-3}} =$$

$$13) \frac{(5^{-4})^2 \cdot 5^7}{5^{-3}} =$$

$$14) \frac{2^{-5} \cdot (2^{-4})^3}{2^{-19}} =$$

$$15) \frac{3^{-8} \cdot (3^{-2})^{-3}}{3^{-2}} =$$

## 8. Преобразование выражений путём приведения к общему основанию.

$$1) \frac{8 \cdot 2^5}{2^6} = \frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6} = \frac{2^{3+5}}{2^6} = \frac{2^8}{2^6} = 2^{8-6} = 2^2 = 4$$

Решение	Этапы решения
$\frac{8 \cdot 2^5}{2^6}$	Представим 8 в виде степени: $8 = 2^3$
$\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{2^{3+5}}{2^6} = \frac{2^8}{2^6}$	Используем формулу: $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$
$2^{8-6} = 2^2$	Вычисляем: $2^2$ .
4	

$$2) \frac{125 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}} = \frac{5^3 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}} = \frac{5^{3+(-4)}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1} = 5^{-1+2} = 5^1 = 5$$

Решение	Этапы решения
$\frac{125 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}}$	Представим 125 в виде степени: $125 = 5^3$
$\frac{5^3 \cdot 5^{-4}}{5^{-2}}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

$\frac{5^{3+(-4)}}{5^{-2}} = \frac{5^{-1}}{5^{-2}}$	Используем формулу: $\frac{1}{x^{-n}} = x^n$
$\frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1}$	Используем формулу: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
$\frac{5^{-1} \cdot 5^2}{1} = 5^{-1+2} = 5^1$	Вычисляем: $5^1$ .
5	

$$3) \frac{27^2 \cdot 3^{-8}}{9^{-2}} = \frac{(3^3)^2 \cdot 3^{-8}}{(3^2)^{-2}} = \frac{3^{3 \cdot 2} \cdot 3^{-8}}{3^{2 \cdot (-2)}} = \frac{3^6 \cdot 3^{-8}}{3^{2 \cdot (-2)}} = \frac{3^{6+(-8)}}{3^{-4}} = \frac{3^{-2}}{3^{-4}} = \frac{3^{-2} \cdot 3^4}{1} = 3^{-2+4} = 3^2 = 9$$

$$4) \frac{9 \cdot 3^4}{27} = \frac{3^2 \cdot 3^4}{3^3} = \frac{3^{2+4}}{3^3} = \frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3 = 27$$

**Вычислите значение выражения:**

$$1) \frac{7^{-5} \cdot 7^3}{7^{-4}} =$$

$$2) \frac{2^{-3} \cdot 2^2}{2^{-5}} =$$

$$3) \frac{3^{-7} \cdot 27}{3^{-4}} =$$

$$4) \frac{2^2 \cdot 2^7}{8^3} =$$

$$5) \frac{125 \cdot 5^5}{5^6} =$$

$$6) \frac{2^{23}}{4^3 \cdot 8^5} =$$

$$7) \frac{3^{15}}{27^3 \cdot 81} =$$

$$8) \frac{9^{-3} \cdot 27^3}{3^4} =$$

$$9) \frac{5^{14}}{25^3 \cdot 125^2} =$$

$$10) \frac{4^{-3} \cdot 16}{2^{-5}} =$$

$$11) \frac{8^{-4} \cdot 32}{2^{-9}} =$$

$$12) \frac{7^{-5} \cdot 49^3}{7^{-2}} =$$

$$13) \frac{7^5 \cdot 7^3}{49^4} =$$

$$14) \frac{16^{-4} \cdot 32^5}{2^{-9}} =$$

$$15) \frac{27^2 \cdot 3^5}{81^2} =$$

## 9. Преобразование выражений со степенями с целыми показателями и разными основаниями.

$$1) \frac{32^3 \cdot 9^6}{4^8 \cdot 27^4} = \frac{(2^5)^3 \cdot (3^2)^6}{(2^2)^8 \cdot (3^3)^4} = \frac{(2^5)^3}{(2^2)^8} \cdot \frac{(3^2)^6}{(3^3)^4} = \frac{2^{5 \cdot 3}}{2^{2 \cdot 8}} \cdot \frac{3^{2 \cdot 6}}{3^{3 \cdot 4}} = \frac{2^{15}}{2^{16}} \cdot \frac{3^{12}}{3^{12}} = 2^{15-16} \cdot 3^{12-12} = 2^{-1} \cdot 3^0 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Решение	Этапы решения
$\frac{32^3 \cdot 9^6}{4^8 \cdot 27^4}$	Представим все числа в виде степени: $32 = 2^5, 9 = 3^2, 4 = 2^2, 27 = 3^3$
$\frac{(2^5)^3 \cdot (3^2)^6}{(2^2)^8 \cdot (3^3)^4}$	Запишем числа с одинаковым основанием под знаком одной дроби, а с другим основанием под знаком другой дроби.
$\frac{(2^5)^3}{(2^2)^8} \cdot \frac{(3^2)^6}{(3^3)^4}$	Использование формулы: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{2^{5 \cdot 3}}{2^{2 \cdot 8}} \cdot \frac{3^{2 \cdot 6}}{3^{3 \cdot 4}} = \frac{2^{15}}{2^{16}} \cdot \frac{3^{12}}{3^{12}}$	Использование формулы: $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$
$2^{15-16} \cdot 3^{12-12} = 2^{-1} \cdot 3^0$	Вычислим: $2^{-1} = \frac{1}{2}, 3^0 = 1$ и выполним умножение
$\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$	

$$2) \frac{125^4 \cdot 49^5}{25^6 \cdot 7^8} = \frac{(5^3)^4 \cdot (7^2)^5}{(5^2)^6 \cdot 7^8} = \frac{(5^3)^4}{(5^2)^6} \cdot \frac{(7^2)^5}{7^8} = \frac{5^{3 \cdot 4}}{5^{2 \cdot 6}} \cdot \frac{7^{2 \cdot 5}}{7^8} = \frac{5^{12}}{5^{12}} \cdot \frac{7^{10}}{7^8} =$$

$$= 5^{12-12} \cdot 7^{10-8} = 5^0 \cdot 7^2 = 1 \cdot 49 = 49.$$

Решение	Этапы решения
$\frac{125^4 \cdot 49^5}{25^6 \cdot 7^8}$	Представим все числа в виде степени: $125 = 5^3, 49 = 7^2, 25 = 5^2$
$\frac{(5^3)^4 \cdot (7^2)^5}{(5^2)^6 \cdot 7^8}$	Запишем числа с одинаковым основанием под знаком одной дроби, а с другим основанием под знаком другой дроби.
$\frac{(5^3)^4}{(5^2)^6} \cdot \frac{(7^2)^5}{7^8}$	Использование формулы: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
$\frac{5^{3 \cdot 4}}{5^{2 \cdot 6}} \cdot \frac{7^{2 \cdot 5}}{7^8} = \frac{5^{12}}{5^{12}} \cdot \frac{7^{10}}{7^8}$	Использование формулы: $\frac{x^m}{x^n} = x^m : x^n = x^{m-n}$
$5^{12-12} \cdot 7^{10-8} = 5^0 \cdot 7^2$	Вычислим: $5^0 = 1, 7^2 = 49$ и выполним умножение
$1 \cdot 49 = 49$	

**Вычислите значение выражения:**

$$1) \frac{32^2 \cdot 9^8}{16^3 \cdot 81^4} =$$

$$2) \frac{27^2 \cdot 25^9}{9^3 \cdot 125^5} =$$

$$3) \frac{64^2 \cdot 125^2}{16^3 \cdot 25^4} =$$

$$4) \frac{9^4 \cdot 5^4}{27^2 \cdot 25^2} =$$

$$5) \frac{16^2 \cdot 27}{4^3 \cdot 9^2} =$$

**10. Вычислите значения выражения (экзаменационные задания):**

$$1) \frac{4^7 \cdot 8^3}{4 \cdot 2^3};$$

$$2) \frac{4^{-2} \cdot 16^2}{2^3};$$

$$3) \frac{25^3 \cdot 125^{-3}}{5^{-4}};$$

$$4) \frac{3^2 \cdot 9^5}{3^{12}};$$

$$5) \frac{125 \cdot 5^5}{25^4};$$

$$6) \frac{9 \cdot 3^5}{27^2};$$

$$7) \frac{2^3 \cdot 4^{-2}}{8^{-1}};$$

$$8) \frac{125 \cdot 25^2}{5^{-1}};$$

$$9) \frac{8^4 \cdot 2^{-2}}{16^2};$$

$$10) 8^9 : 4^{13} - 2^0;$$

$$11) \frac{25^{-3} \cdot 5^9}{124 + 5^0};$$

$$12) \frac{9^{-3} \cdot 27}{3^{-4}}.$$

## Итем № 5. КОРНИ

### 1. Квадрат числа: $a^2 = a \cdot a$

$$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$$

$$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$11^2 = 11 \cdot 11 = 121$$

Заполните пропуски так, чтобы равенство было истинным:

$$1) 49 = \square^2$$

$$2) 64 = \square^2$$

$$3) 25 = \square^2$$

$$4) 81 = \square^2$$

$$5) 4 = \square^2$$

$$6) 9 = \square^2$$

$$7) 16 = \square^2$$

$$8) 36 = \square^2$$

$$9) 1 = \square^2$$

$$10) 121 = \square^2$$

$$11) 144 = \square^2$$

$$12) 169 = \square^2$$

$$13) 196 = \square^2$$

$$14) 225 = \square^2$$

$$15) 0 = \square^2$$

### 2. Определение корня.

$$\sqrt{a} = b, b \geq 0 \text{ тогда и только тогда, когда } b^2 = a$$

Заполните пропуски, опираясь на решённые примеры:

$$\sqrt{0} = 0, \text{ потому что } 0^2 = 0$$

$$\sqrt{1} = 1, \text{ потому что } 1^2 = 1$$

$$\sqrt{4} = 2, \text{ потому что } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ потому что } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ потому что } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{25} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = 36$$

$$\sqrt{49} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = \dots$$

$$\sqrt{64} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = \dots$$

$$\sqrt{81} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = \dots$$

$$\sqrt{100} = \dots, \text{ потому что } \dots^2 = 100$$

Вычислите значение корней:

$$1) \sqrt{25} =$$

$$2) \sqrt{64} =$$

$$3) \sqrt{100} =$$

4)  $\sqrt{49} =$

5)  $\sqrt{121} =$

6)  $\sqrt{169} =$

7)  $\sqrt{81} =$

8)  $\sqrt{36} =$

9)  $\sqrt{144} =$

10)  $\sqrt{196} =$

11)  $\sqrt{225} =$

12)  $\sqrt{400} =$

**Вычислите корень из обыкновенной дроби, опираясь на решённые примеры:**

1)  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

2)  $\sqrt{\frac{1}{16}} =$

3)  $\sqrt{\frac{25}{36}} =$

4)  $\sqrt{\frac{64}{121}} =$

5)  $\sqrt{\frac{25}{49}} =$

6)  $\sqrt{\frac{169}{225}} =$

7)  $\sqrt{\frac{36}{121}} =$

8)  $\sqrt{\frac{16}{81}} =$

9)  $\sqrt{\frac{1}{49}} =$

10)  $\sqrt{\frac{4}{81}} =$

11)  $\sqrt{\frac{49}{25}} =$

12)  $\sqrt{\frac{9}{64}} =$

**3. Применение свойств:  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ ,  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ ,  $(\sqrt{a})^2 = a$ .**

**Применение свойства:**

1)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

2)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$

3)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{144} = 12$

4)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

5)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

6)  $\sqrt{125} \cdot \sqrt{125} = 125$

7)  $(\sqrt{8})^2 = 8$

8)  $(\sqrt{61})^2 = 61$

9)  $(\sqrt{9})^2 = 9$

10)  $(\sqrt{11})^2 = 11.$

**Вычислите значение выражения:**

1)  $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{\square \cdot 5} = \sqrt{\square} = \square$

2)  $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75 \cdot \square} = \sqrt{\square} = \square$

3)  $(\sqrt{21})^2 = \square$

4)  $\sqrt{45} \cdot \sqrt{45} = \square$

5)  $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{\square \cdot 7} = \sqrt{\square} = \square$

**Вычислите значение выражения:**

1)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

2)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} =$

3) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72} =$	4) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$
5) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$	6) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} =$
7) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} =$	8) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} =$
9) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} =$	10) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} =$
11) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$	12) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} =$

#### 4. Вынесение множителя из-под знака корня.

1) Вынесем множитель из арифметического корня  $\sqrt{8}$ .

Разложим число 8 на множители. Для этого будем последовательно подбирать делители, которые являются квадратами натуральных чисел, то есть 4, 9, 16, 25 и так далее.

$$8 = 4 \cdot 2.$$

Применяя формулу  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ , получаем:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

2) Вынесем множитель из арифметического корня  $\sqrt{75}$ .

Разложим число 75 на множители. Для этого будем последовательно подбирать делители, которые являются квадратами натуральных чисел, то есть 4, 9, 16, 25 и так далее.

$$75 = 25 \cdot 3$$

Применяя формулу  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ , получаем:

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

3) Вынесем множитель из арифметического корня  $\sqrt{24}$ .

Разложим число 24 на множители, последовательно подбирать делители, которые являются квадратами натуральных чисел, то есть 4, 9, 16, 25 и так далее.

$$24 = 4 \cdot 6$$

Применяя формулу  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ , получаем:

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

Проанализируйте следующие решённые примеры.

$$4) \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$5) \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$6) \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$7) \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$8) \sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = 3 \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$9) \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$10) \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

**Заполните пропуски:**

$$1. \sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$$

$$2. \sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$$

$$3. \sqrt{40} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{10} = \square \cdot \sqrt{10} = \square\sqrt{10}$$

$$4. \sqrt{44} = \sqrt{\square \cdot 11} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{11} = \square \cdot \sqrt{11} = \square\sqrt{11}$$

$$5. \sqrt{108} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = \square \cdot \sqrt{3} = \square\sqrt{3}$$

$$6. \sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot \square} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{\square} = \square \cdot \sqrt{\square} = \square\sqrt{\square}$$

$$7. \sqrt{180} = \sqrt{\square \cdot 5} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{5} = \square \cdot \sqrt{5} = \square\sqrt{5}.$$

$$8. \sqrt{90} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{10} = \square \cdot \sqrt{10} = \square\sqrt{10}.$$

**Вынесите множитель из-под знака корня:**

$$1) \sqrt{18} =$$

$$2) \sqrt{12} =$$

$$3) \sqrt{27} =$$

$$4) \sqrt{28} =$$

$$5) \sqrt{300} =$$

$$6) \sqrt{99} =$$

$$7) \sqrt{80} =$$

$$8) \sqrt{125} =$$

$$9) \sqrt{48} =$$

$$10) \sqrt{63} =$$

$$11) \sqrt{20} =$$

$$12) \sqrt{45} =$$

$$13) \sqrt{52} =$$

$$14) \sqrt{60} =$$

$$15) \sqrt{54} =$$

$$16) \sqrt{72} =$$

**5. Приведение подобных членов иррациональных выражений.**

**Решённые примеры:**

$$1) -4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2}(-4 + 2 + 5) = \sqrt{2} \cdot 3 = 3\sqrt{2}$$

$$2) \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 1\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = \sqrt{5}(1 - 4 + 6) = \sqrt{5} \cdot 3 = 3\sqrt{5}$$

$$3) 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 1\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(8 - 1 + 2) = \sqrt{3} \cdot 9 = 9\sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32} =$$

Решение	Этапы решения
$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32}$	Выносим множитель из-под знака корня в каждом слагаемом.
$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$	Записываем полученные слагаемые в исходное выражение.
$\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$	Выносим общий множитель $\sqrt{2}$ .
$\sqrt{2}(3 + 2 - 4)$	Вычисляем сумму коэффициентов и получаем ответ.
$\sqrt{2} \cdot 1 = \sqrt{2}$	

$$5) -\sqrt{125} + \sqrt{20} + \sqrt{45} = -5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = \sqrt{5}(-5 + 2 + 3) = \sqrt{5} \cdot 0 = 0$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$6) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}(3 - 2 - 4) = \sqrt{3} \cdot (-3) = -3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

**Заполните пропуски:**

$$1) 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 + \square - \square) = \sqrt{2} \cdot \square = \square \sqrt{2}$$

$$2) 9\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - \square\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5}(\square - \square + 2) = \sqrt{5} \cdot \square = \square\sqrt{5}$$

$$3) 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \square (\square - 4 + 2) = \square \cdot \square = \square \sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = \square$$

Вынесем множитель из-под знака корня:

$$\sqrt{12} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{\square}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = 4\sqrt{\square}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{\square} + \square \sqrt{3} - 4\sqrt{\square} = \square \cdot (\square + \square - \square) = \\ &= \sqrt{2} \cdot \square = \square \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$5) \sqrt{80} + \sqrt{180} = \square \sqrt{5} + \square \sqrt{5} = \sqrt{5}(\square + \square) = \square$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} 6) \sqrt{90} - \sqrt{40} + \sqrt{160} &= \square \sqrt{10} - \square \sqrt{10} + \square \sqrt{\square} = \\ &= \square (3 - \square + \square) = \square \cdot \square = 5\sqrt{\square} \end{aligned}$$

$$\sqrt{90} = \sqrt{\square \cdot 10} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{10} = \square \sqrt{\square}$$

$$\sqrt{40} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{10}$$

$$\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = 4\sqrt{\square}$$

**Упростите выражение:**

$$1) -2\sqrt{7} + 9\sqrt{7} - 5\sqrt{7} =$$

$$2) 6\sqrt{11} + 8\sqrt{11} - 20\sqrt{11} =$$

$$3) -3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + \sqrt{10} =$$

$$4) 2\sqrt{17} - 10\sqrt{17} - 4\sqrt{17} =$$

$$5) \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48} =$$

$$6) \sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18} =$$

$$7) \sqrt{12} - \sqrt{75} =$$

$$8) \sqrt{99} - \sqrt{44} =$$

$$9) \sqrt{27} + \sqrt{48} =$$

$$10) \sqrt{20} - \sqrt{45} =$$

## 6. Избавление от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b \cdot b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

**Вспомним:  $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$**

Избавимся от иррациональности в знаменателе:

$$1) \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{6 \cdot 6}} = \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{36}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}.$$

$$2) \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7 \cdot 7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{49}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}.$$

$$3) \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = \frac{10^{(:5)\sqrt{5}}}{5^{(:5)}} = \frac{2\sqrt{5}}{1} = 2\sqrt{5}.$$

$$4) \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = \frac{8^{(:2)\sqrt{2}}}{2^{(:2)}} = \frac{4\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{2}.$$

$$5) \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = \frac{6^{(:3)\sqrt{3}}}{3^{(:3)}} = \frac{2\sqrt{3}}{1} = 2\sqrt{3}.$$

$$6) \frac{21}{\sqrt{7}} = \frac{21}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{21\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{21\sqrt{7}}{\sqrt{7 \cdot 7}} = \frac{21\sqrt{7}}{\sqrt{49}} = \frac{21\sqrt{7}}{7} = \frac{21^{(:7)\sqrt{7}}}{7^{(:7)}} = \frac{3\sqrt{7}}{1} = 3\sqrt{7}.$$

Заполните пропуски:

$$а) \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$б) \frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{\square}{\sqrt{14}} \cdot \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$в) \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{12^{(:3)\sqrt{\square}}}{\square^{(:3)\square}} = \frac{4\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$г) \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$д) \frac{11}{\sqrt{6}} = \frac{11}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$е) \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{15^{(:5)\sqrt{\square}}}{\square^{(:5)\square}} = \frac{3\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$ж) \frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{14^{(:\square)\sqrt{\square}}}{\square^{(:\square)\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$з) \frac{21}{\sqrt{3}} = \frac{21}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{21^{(:\square)\sqrt{\square}}}{\square^{(:\square)\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$$

$$и) \frac{15}{\sqrt{6}} = \frac{15}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square\sqrt{\square}}{\square} = \frac{15^{(:\square)\sqrt{\square}}}{\square^{(:\square)\square}} = \square\sqrt{\square}.$$

$$\text{к) } \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\sqrt{\square}}{\square}.$$

$$\text{л) } \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{\square \sqrt{\square}}{\square}.$$

**Избавьтесь от иррациональности в знаменатели:**

$$1) \frac{2}{\sqrt{2}} =$$

$$2) \frac{3}{\sqrt{3}} =$$

$$3) \frac{5}{\sqrt{5}} =$$

$$4) \frac{12}{\sqrt{2}} =$$

$$5) \frac{25}{\sqrt{5}} =$$

$$6) \frac{9}{\sqrt{3}} =$$

$$7) \frac{20}{\sqrt{5}} =$$

$$8) \frac{8}{\sqrt{3}} =$$

$$9) \frac{4}{\sqrt{2}} =$$

$$10) \frac{18}{\sqrt{6}} =$$

$$11) \frac{2}{\sqrt{3}} =$$

$$12) \frac{6}{\sqrt{2}} =$$

$$13) \frac{42}{\sqrt{7}} =$$

$$14) \frac{20}{\sqrt{8}} =$$

$$15) \frac{4}{\sqrt{6}} =$$

## 7. Преобразование иррациональных выражений.

1) Вычислите значение выражения:  $\sqrt{2}(5 + 2\sqrt{8}) - \sqrt{50}$

Решение	Этапы решения
$\sqrt{2}(5 + 2\sqrt{8}) - \sqrt{50}$	Раскроем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$\sqrt{2} \cdot 5 + \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{8} - \sqrt{50}$	Для каждого слагаемого выполним соответствующие вычисления
$1) \sqrt{2} \cdot 5 = 5\sqrt{2}$ $2) \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{8} = 2 \cdot (\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}) = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 8} =$ $= 2 \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$ $3) \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$	
$5\sqrt{2} + 8 - 5\sqrt{2}$	Приведём подобные слагаемые и получим ответ.
$5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8 = 0 + 8 = 8$	

2) Вычислите значение выражения:  $\sqrt{3}(4 - \sqrt{12}) - \sqrt{48}$

$$\sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(4 - \sqrt{12}) - \sqrt{48} &= \sqrt{3} \cdot 4 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{48} = 4\sqrt{3} + 6 - 4\sqrt{3} = \\ &= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6 = 0 + 6 = 6. \end{aligned}$$

Заполните пропуски:

3) Вычислите значение выражения:  $\sqrt{3}(5 + 2\sqrt{27}) - \sqrt{75}$

Решение	Этапы решения
$\sqrt{3}(5 + 2\sqrt{27}) - \sqrt{75}$	Раскроем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$\sqrt{3} \cdot \square + \sqrt{3} \cdot \square - \sqrt{75}$	Для каждого слагаемого выполним соответствующие вычисления.
$1) \sqrt{3} \cdot \square = \square \sqrt{3}$ $2) \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{27} = 2 \cdot \sqrt{\square \cdot \square} = 2 \cdot \sqrt{81} =$ $= 2 \cdot \square = \square$ $3) \sqrt{75} = \sqrt{\square \cdot 3} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{3} = \square \sqrt{3}$	
$\square \sqrt{3} + \square - \square \sqrt{3}$	Приведём подобные слагаемые и получим ответ.
$5\sqrt{3} - \square \sqrt{3} + 9 = 0 + \square = \square$	

$$4) \sqrt{5}(3 - \sqrt{20}) - \sqrt{45} = \sqrt{5} \cdot \square - \sqrt{\square} \cdot \sqrt{20} - \sqrt{45}$$

$$\sqrt{5} \cdot \square = \square \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{100} = \square$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5}(3 - \sqrt{20}) - \sqrt{45} = \sqrt{5} \cdot \square - \sqrt{\square} \cdot \sqrt{20} - \sqrt{45} =$$

$$= \square \sqrt{5} - \square - \square \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - \square \sqrt{\square} - \square = 0 + \square = \square$$

Упростите выражение:

$$1) \sqrt{6}(3 + \sqrt{24}) - \sqrt{54} =$$

$$2) \sqrt{2}(5 + \sqrt{32}) - \sqrt{50} =$$

$$3) \sqrt{3}(5 + \sqrt{12}) + \sqrt{75} =$$

- 4)  $\sqrt{5}(\sqrt{45} - 2) + \sqrt{20} =$   
 5)  $\sqrt{3}(-6 + \sqrt{12}) + \sqrt{108} =$   
 6)  $\sqrt{2}(\sqrt{8} - 2\sqrt{3}) + \sqrt{24} =$   
 7)  $\sqrt{5}(3\sqrt{2} - \sqrt{5}) - \sqrt{300} =$   
 8)  $-3\sqrt{2}(2 + \sqrt{8}) + \sqrt{72} =$   
 9)  $-5\sqrt{2}(2 + \sqrt{8}) + \sqrt{200} =$   
 10)  $\sqrt{3}(15 + 2\sqrt{3}) - 5\sqrt{27} =$

**Выражения, содержащие корни в знаменателе:**

- 1) Вычислите значение выражения:  $\frac{9 + \sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$ .

Решение	Этапы решения
$\frac{9 + \sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$	Используем формул: $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (почленное деление)
$\frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$	Избавимся от иррациональности в знаменателе в первой дроби.
$\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{9(\cdot 3)\sqrt{3}}{3(\cdot 3)} = \frac{3\sqrt{3}}{1} = 3\sqrt{3}$ .	
$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{48 : 3} = \sqrt{16} = 4$ .	Для второй дроби используем свойство: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$
$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ .	Вынесем множитель из-под знака корня.
$\frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 4 - 3\sqrt{3}$	Приведём подобные слагаемые и получим ответ.
$3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4 = 0 + 4 = 4$ .	

- 2) Вычислите:  $\frac{12 + \sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}$ .

Решение	Этапы решения
$\frac{12 + \sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}$	Используем формул: $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (почленное деление)
$\frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48}$	Избавимся от иррациональности в знаменателе в первой дроби.

$\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{12^{(:3)\sqrt{3}}}{3^{(:3)} = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3}.$	
$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{75 : 3} = \sqrt{25} = 5.$	Для второй дроби используем свойство: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$
$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$	Вынесем множитель из-под знака корня.
$\frac{12}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{48} = 4\sqrt{3} + 5 - 4\sqrt{3}$	Приведём подобные слагаемые и получим ответ.
$4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5 = 0 + 5 = 5.$	

**Заполните пропуски:**

3) Вычислите:  $\frac{10 + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50}$

Решение	Этапы решения
$\frac{10 + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50}$	Используем формулу: $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (почленное деление)
$\frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\square}$	
$\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{10\sqrt{\square}}{\square \cdot \square} = \frac{10^{(:2)\sqrt{\square}}}{\square^{(:2)} =$ $= \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}$	Избавимся от иррациональности в знаменателе в первой дроби.
$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{\square : \square} = \sqrt{\square} = \square$	Для второй дроби используем свойство: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a : b}$
$\sqrt{50} = \sqrt{\square \cdot 2} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{2} = \square\sqrt{\square}$	Вынесем множитель из-под знака корня.
$\frac{10}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = \square\sqrt{\square} + \square - \square\sqrt{\square}$	
$5\sqrt{2} + 4 - 5\sqrt{2} = \square\sqrt{\square} - \square\sqrt{\square} + \square =$ $= \square + \square = \square$	Приведём подобные слагаемые и получим ответ.

4)  $\frac{6 + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} - \sqrt{18} = \frac{6}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\square} = 3\sqrt{2} + \square - \square\sqrt{\square} =$

$= \square\sqrt{\square} - \square\sqrt{\square} + \square = \square + \square = \square.$

$\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{\square}} = \frac{6\sqrt{\square}}{\square} = \frac{6^{(:\square)\sqrt{\square}}}{\square^{(:\square)} = \frac{\square\sqrt{\square}}{1} = \square\sqrt{\square}.$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\square}{2}} = \sqrt{8:\square} = \sqrt{\square} = \square$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{\square \cdot \square} = \sqrt{\square} \cdot \sqrt{\square} = \square \sqrt{\square}$$

**Упростите выражения:**

$$1) \frac{4+\sqrt{72}}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} =$$

$$2) \frac{15+\sqrt{125}}{\sqrt{5}} - \sqrt{45} =$$

$$3) \frac{21+\sqrt{28}}{\sqrt{7}} - \sqrt{63} =$$

$$4) \frac{12+\sqrt{54}}{\sqrt{6}} - \sqrt{24} =$$

$$5) \frac{10+\sqrt{80}}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} =$$

$$6) \frac{6+\sqrt{96}}{\sqrt{6}} - \sqrt{6} =$$

$$7) \frac{6+\sqrt{108}}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} =$$

$$8) \frac{22+\sqrt{99}}{\sqrt{11}} - \sqrt{44} =$$

$$9) \frac{20+\sqrt{128}}{\sqrt{2}} - \sqrt{200} =$$

$$10) \frac{9+\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \sqrt{27} =$$