

Algebră

1.

Puteri. Radicali. Logaritmi. Anexă

$$\begin{array}{llll}
 1) a^x \cdot a^y = a^{x+y} & 4) (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x & 7) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n & a^0 = 1 \\
 2) a^x : a^y = a^{x-y} & 5) \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} & 8) \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}} & a^1 = a \\
 3) (a^x)^y = a^{x \cdot y} & 6) a^{-n} = \frac{1}{a^n} & & \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a} \\
 & & & (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\
 & & & (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\
 & & & a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)
 \end{array}$$

2.

Polinoame

- 1) Dacă $P(x) : (x-a) \Rightarrow R(x) = P(a)$
- 2) Dacă $x=a$ - rădăcină a polinoam $P(x)$:
- a) $P(x)$ se divide la $x-a$ (se împarte fără rest)
- b) $P(a) = 0$

3.

Numere complexe

$$z = a + bi ; \bar{z} = a - bi ; |z| = \sqrt{a^2 + b^2} ; \operatorname{Re} z = a ; \operatorname{Im} z = b$$

Ecuații :

1) $(2+i)z = 5 \Rightarrow z = \frac{5}{2+i}$ (prin împărțire)

$$i^2 = -1$$

2) $z^2 - 4z + 5 = 0$ (cu Δ) $\sqrt{-4} = 2i ; \sqrt{-81} = 9i \dots$

3) $2z + 3i = \bar{z} \cdot i + 4$ (înlocuim $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$.

Rezolvăm cu sistem $\begin{cases} \operatorname{Re} z_s = \operatorname{Re} z_d \\ \operatorname{Im} z_s = \operatorname{Im} z_d \end{cases}$

4.

Matrice și determinanți

$$A \text{ - inversabilă } \Rightarrow \det A \neq 0$$

1) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - c \cdot b$

2) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \dots$

$$\begin{array}{ccc}
 a_1 & b_1 & c_1 \\
 a_2 & b_2 & c_2
 \end{array}$$

a. Raționale (fracții)

$$1) \frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) = 0 \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$$

$$2) \frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \Leftrightarrow P(x) \cdot Q(x) > 0$$

$$3) \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \cdot Q(x) \geq 0 \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$$

Operații	DVA
$\frac{a}{b} = c$	$b \neq 0$
$\sqrt{a} = b$	$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$
$\log_a c = b$ $c = a^b$	$\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ c > 0 \end{cases}$

b. Irraționale (cu radical)

$$1) \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x) \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{se condiționează} \\ \text{(DVA)} \end{matrix}$$

$$2.1) \sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \text{ (E semnalului „\leq”)} \\ f(x) \geq 0 \text{ (DVA)} \\ f(x) \leq g^2(x) \end{cases}$$

$$2.2) \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \text{ (DVA)} \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases} \begin{matrix} \text{se condiționează} \\ \text{(DVA)} \end{matrix}$$

c. Exponențiale

$$1) a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad (\text{Metoda subs. } a^{f(x)} = t, t > 0)$$

$$2.1) a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x) \quad (a \in (0; 1))$$

$$2.2) a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \quad (a > 1)$$

d. Logaritmice

$$1) \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{Putem selecta} \\ \text{c.m. simplă} \end{matrix} \text{(DVA)}$$

$$2.1) \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \quad a \in (0; 1)$$

$$2.2) \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad a > 1$$

DVA
selectăm.
arg. m.
mic

6.

Trigonometrie

$$1) \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

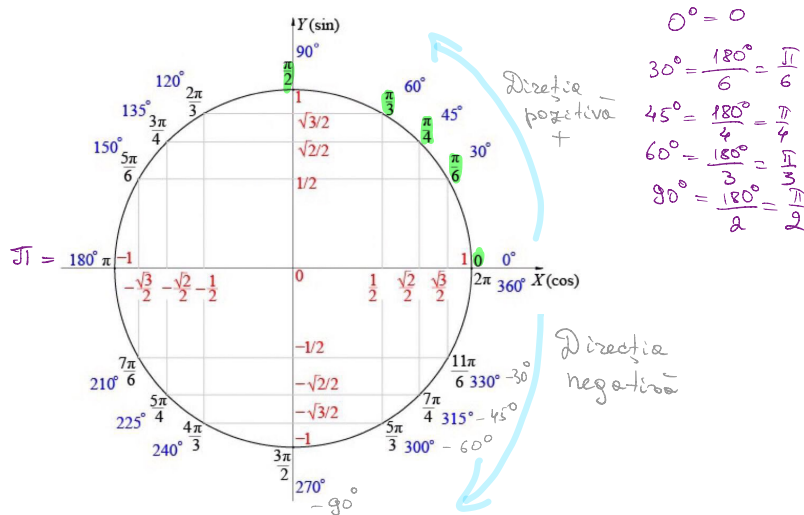
$$2) \operatorname{tg} d = \frac{\sin d}{\cos d}$$

$$3) \operatorname{ctg} d = \frac{\cos d}{\sin d}$$

Nu apar la Anexă!

MEMORATE

În rest formule \rightarrow Anexă
m. puțin valorile f-lor trigonometrice



În ecuații lucrăm cu radiani (numere reale)

$$\pi \approx 3,14$$

Axa \rightarrow cerc. trigonometric

Geom \Rightarrow grade

Expresii \Rightarrow grade

Ex:

$$E(d) = (\cos d + 1)^2 + (\cos d - 1)^2 - 3 \quad \text{Aflați: } 2\sqrt{3} \cdot E(15^\circ)$$

$$E(d) = \cos^2 d + 2\cos d + 1 + \cos^2 d - 2\cos d + 1 - 3 = 2\cos^2 d - 1 =$$

$$= 2\cos^2 d - (\sin^2 d + \cos^2 d) =$$

$$= 2\cos^2 d - \sin^2 d - \cos^2 d =$$

$$= \cos^2 d - \sin^2 d = \cos 2d$$

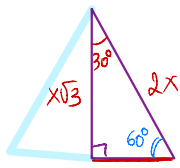
Anexă:

$$\cos 2d = \cos^2 d - \sin^2 d$$

$$2\sqrt{3} \cdot E(15^\circ) = 2\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \in \mathbb{N}$$

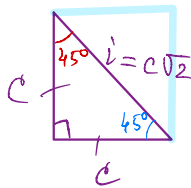
Geometrie în plan

Δ dreptunghi



jum. Δ echil.

jum. din pătrat

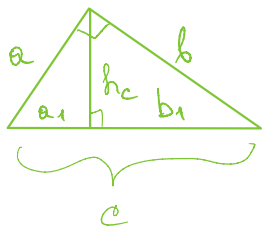


$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$(3x)^2 + (4x)^2 = (5x)^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

CTP: $PQ = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$
5.5 4.5 3.5



Th. Catetei

$$a^2 = a_1 \cdot c$$

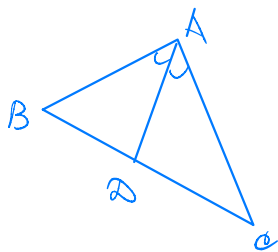
$$b^2 = b_1 \cdot c$$

Th. Înălțimii

$$h_c^2 = a_1 \cdot b_1$$

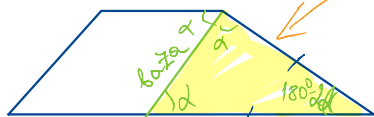
$$A_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2} \Leftrightarrow h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

Bisectoarea



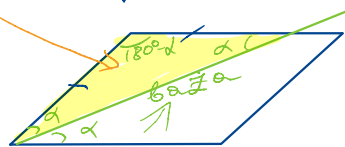
AD - bisectoare $\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$

trapez

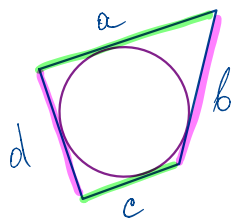


Δ - isoscel

paralelogram



bisectoare



patrulater circumscris \Rightarrow

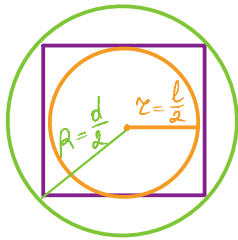
$$\Rightarrow \underline{a+c} = \underline{b+d}$$



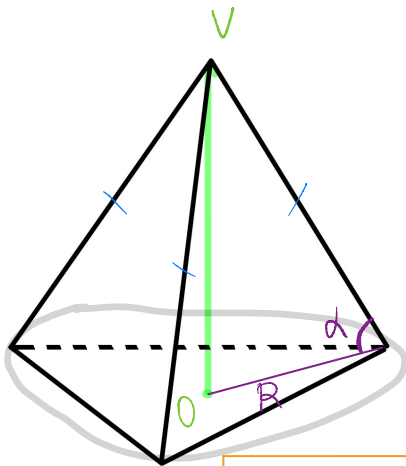
Geometrie în spațiu

Piramidă :

-) triunghiulară regulată \rightarrow bază $\rightarrow \Delta$ - echilateral
-) patrulateră regulată \rightarrow bază \rightarrow pătrat



Pătrat



$$\underline{VO = H}$$

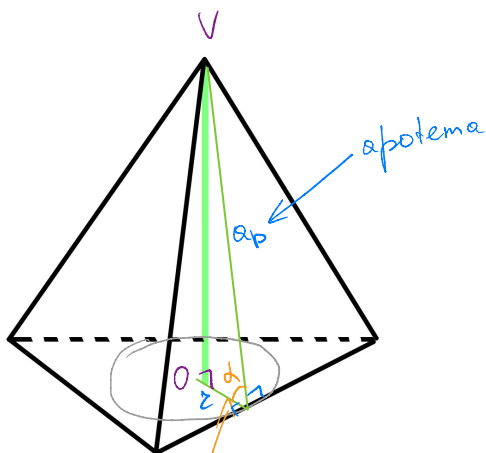
O - centr. cerc. circumscris
fig din bază

Dacă :

- muchile lat. congruente
- muchia lat. form
cu pl. bazei un α de ... α

Anexă

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4A_{\Delta}} \quad ; \quad 2R = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



$$H = VO$$

O - centr. cerc. inscris
sh fig din bază

Dacă :

- apotema este de ... cm
- cu α diedru $d = \dots$
formate de o față
laterală și pl. bazei

d - α diedru

Anexă.

$$r = \frac{A_{\Delta}}{p} \quad ; \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Analiză matematică

1.

Șiruri numerice (cit. 9)

Monotonia

- 1) $a_{n+1} - a_n > 0 \Rightarrow$ șir cresc.
2) $a_{n+1} - a_n < 0 \Rightarrow$ șir desc.

Mărginirea

Calculăm

$$x_1 = \dots$$
$$l = \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$$

} șirul este mărginit de $[x_1, l)$ în ord. crescătoare.

Progresii

- 1) aritm $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ ($a_1, a_2, a_3 \Rightarrow a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$)
- 2) geom. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ($b_1, b_2, b_3 \Rightarrow b_2^2 = b_1 \cdot b_3$)

2.

Limite de funcții

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ (select. sus și jos term. de grad superior)
- 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \left(\frac{0}{0}\right)$ (1) l' Hospital (derivăm)
(2) simplificăm fact. comun
- 3) Înmulțim cu conjugata (radicali)

Asimptote

1) orizontală la $+\infty$

$y = l$, unde $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) oblică la $+\infty$

$y = mx + n$ $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx)$

Ahexa

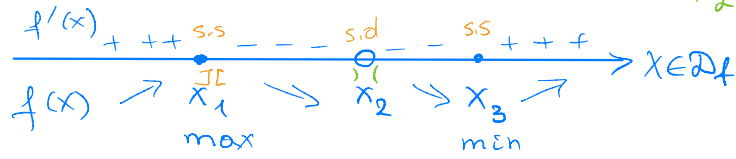
3.

Derivate

strict \Leftrightarrow monoton

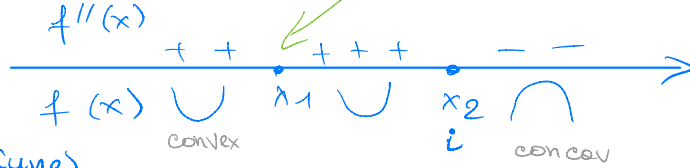
1) Monotonie ; pc. de extrem ; extreme

$$f'(x) = 0$$

extremele $f_{\max} = f(x_1)$

2) Convexitate ; concavitatae ; pc. de inflexiune

$$f''(x)$$

 $x = x_2$ (pc. de inflexiune)

3) Ecuația tangentei la gr. f-ei

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad \text{Anexă}$$

4.

Integrale

1) Primitiva

$$F(x) = \int f(x) dx \quad (\text{Necesar să aflăm } C)$$

2) Aria fig.

$$A_{\Gamma_f} = \int_a^b |f(x)| dx$$

$$A_{\Gamma_{f,g}} = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

$$|a| = \begin{cases} a \geq 0 \\ -a < 0 \end{cases}$$

3) Volum

$$V_{C_f} = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Anexă

Probabilitate

1) Zori, monete

$$n = 6 \quad \text{nr. zori.}$$
$$n = 2 \quad \text{nr. monete}$$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2) Combinări

$$n = \binom{m}{n} \quad \begin{array}{l} \text{nr. elem. alese} \\ \text{nr. total de elem} \end{array}$$

$$m = \binom{m}{n} \quad \begin{array}{l} \text{nr. elem. favor. alese} \\ \text{nr. total de elem favor.} \end{array}$$

3) Operații de probabilități. Eveniment negat.

I_{p_1}	\bar{I}_{p_2}
$\checkmark p_1$	$\times 1-p_2$ $\rightarrow \text{ps}$
$\times 1-p_1$	$\checkmark p_2$ $\rightarrow \text{saad}$

Binomul lui Newton

$$T_{k+1} = \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}.$$

coef. binomial

$$\text{suma coef. binom} = 2^n$$

$$\text{suma coef. binom de rang par/impar} = 2^{n-1}$$

$$\binom{n}{k_1} = \binom{n}{k_2} + 4 \quad \left(\begin{array}{l} \text{DVA: } n \in \mathbb{N} \\ n \geq k \end{array} \right)$$