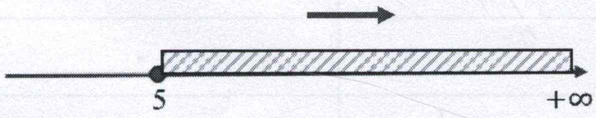
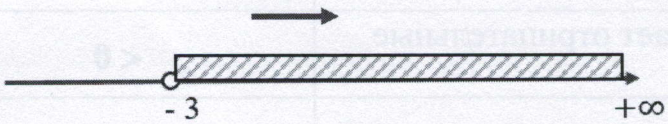
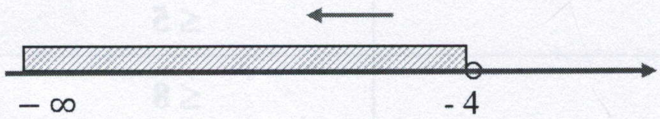
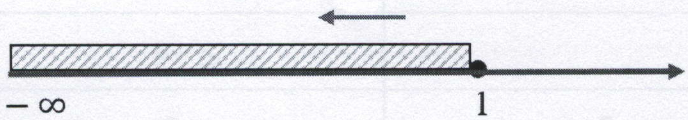
Итем № 9

„Конвертер”

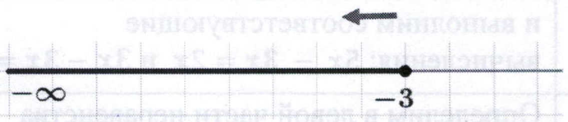
Nr.	Выражение/термин в условии задачи	Математический символ
1	сумма	+
2	разность	–
3	произведение	·
4	деление / отношение	:
5	положительное / принимает положительные значения	> 0
6	отрицательное / принимает отрицательные значения	< 0
7	принимает неотрицательные значения	≥ 0
8	не превосходит – 2	≤–2
9	не более 5	≤ 5
10	не больше, чем 8	≤ 8
11	меньше или равно 13	≤ 13
12	принимает значение не больше 7	≤ 7
13	не меньше, чем −4	≥ −4
14	принимает значение не меньше 2	≥ 2
15	больше или равно 6	≥ 6
16	значение функции не превосходит значение аргумента	$f(x) \leq x$
17	значение функции большее удвоенного значения аргумента	$f(x) > 2x$
18	действительные значения x меньше соответствующих значений функции f	$x < f(x)$

Интервалы / числовые промежутки действительных чисел

Решённые примеры	Отобразите на числовой оси промежуток, соответствующий данному неравенству, и запишите соответствующий интервал
$x \geq 5$  $S = [5;\ +\infty)$	$x \geq -2$
$x > -3$  $S = (-3;\ +\infty)$	$x > 7$
$x < -4$  $S = (-\infty; -4)$	$x < 2$
$x \leq 1$  $S = (-\infty; 1]$	$x \leq -6$

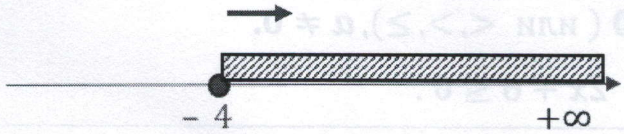
I. Решение неравенства вида $ax + b \le 0$ (или $<, >, \ge$), $a \ne 0$.

1. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $2x+6\le 0$.

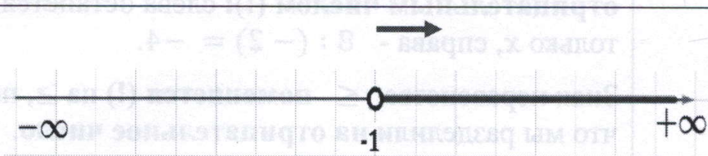
Решение	Этапы решения
$2x+6\le 0$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае это $+6$.
$2x+6\le\ \ 0$ $\underline{\ \ -6\quad -6\ \ }$ $2x+0\le -6$ $2x\le -6$	Запишем **в обеих частях неравенства** под числом $+6$ и соответственно под 0, число -6. Затем выполним соответствующие вычисления: $+6-6=0$ и $0-6=-6$.
$\frac{2}{2}x\le\frac{-6}{2}$ $x\le -3$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на 2, который является **положительным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-6:2=-3$. Знак неравенства $\le$ **не поменяется (!)**, потому что мы разделили **на положительное число**.
 $S=(-\infty;-3]$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

2. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $-2x-8\le 0$

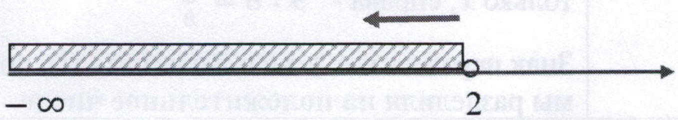
Решение	Этапы решения
$-2x-8\le 0$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае это -8
$2x-8\le\ \ 0$ $\underline{\ \ +\mathbf{8}\quad +\mathbf{8}\ \ }$ $-2x+0\le\ \mathbf{8}$ $-2x\le\ 8$	Запишем **в обеих частях неравенства** под числом -8 и соответственно под 0, число $+8$. Затем выполним соответствующие вычисления: $-\mathbf{8}+\mathbf{8}=0$ и $0+\mathbf{8}=8$
$\frac{-2}{-2}x\le\frac{8}{-2}$ $x\ge 4$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $-\mathbf{2}$, который является **отрицательным числом (!):** слева останется только x, справа - $8:(-2)=-4$. Знак неравенства $\le$ **поменяется (!)** на $\ge$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.

 $S = [-4; +\infty)$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

3. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $5x + 1 > 3x - 1$. (Неизвестная x содержится *в обеих частях неравенства*).

Решение	Этапы решения
Приведём неравенство к виду: $ax > b$	
$5x + 1 > 3x - 1$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства,** вместе с его знаком: $+3x$.
$5x + 1 > 3x - 1$ $\underline{-3x \quad\quad -3x}$ $2x + 1 > 0 - 1$ $2x + 1 > -1$	Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+3x$, а именно, $-3x$ и выполним соответствующие вычисления: $5x - 3x = 2x$ и $3x - 3x = 0$
$2x + 1 > -1$ $\underline{\quad -1 \; -1}$ $2x + 0 > -2$ $2x > -2$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+1$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+1$, а именно, -1 и выполним соответствующие вычисления: $+1 - 1 = 0$ и $-1 - 1 = -2$
$\frac{2}{2}x > \frac{-2}{2}$ $x > -1$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на 2, который является **положительным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-2 : 2 = -1$. . Знак неравенства $>$ **не поменяется (!)**, потому что мы разделили на **положительное число**.
 $S = (-1; +\infty)$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

4. Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $-10x + 8 > -2x - 8$.

Решение	Этапы решения
Приведём неравенство к виду: $ax > b$	
$-10x + 8 > -2x - 8$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства,** вместе с его знаком: $-2x$.
$-10x + 8 > -2x - 8$ $+2x \qquad\quad +2x$ $-8x + 8 > 0 - 8$ $-8x + 8 > -8$	Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $-2x$, а именно, $+2x$ и выполним соответствующие вычисления: $-10x + 2x = -8x$ и $-2x + 2x = 0.$
$-8x + 8 > -8$ $-8 \quad -8$ $-8x + 0 > -16$ $-8x > -16$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+8$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+8$, а именно, -8 и выполним соответствующие вычисления: $+8 - 8 = 0$ и $-8 - 8 = -16$
$\frac{-8}{-8}x > \frac{-16}{-8}$ $x < 2$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -8, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-16 : (-8) = 2$. Знак неравенства $>$ **поменяется (!)** на $<$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
$x < 2$  $S = (-\infty; 2)$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

Решите упражнения:

Решите на множестве $\mathbb{R}$ неравенства:

а) $3x - 12 < 0$ в) $8 - 4x > 0$ д) $2x - 3 \geq 5x - 6$

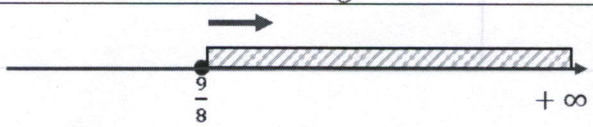
б) $-6x + 18 \leq 0$ г) $6x + 7 \leq x - 8$ е) $-x - 3 \leq 5x + 6$.

ж) $3x - 10 < -9x + 6$ з) $8 - 4x > x + 4$.

II. Задачи, решение которых сводится к составлению неравенств I-ой степени.

Решённые примеры:

1. Дана функция: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Определите действительные значения x, для которых выполняется неравенство: $4f(x) \geq f(3)$.

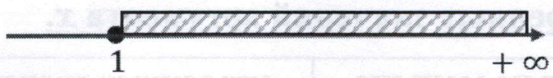
$4f(x) \geq f(3)$	
Вычислим $f(3)$	$f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5.$
Вместо $f(x)$ подставляем выражение $2x - 1$, а вместо $f(3)$ число 5.	$4f(x) \geq f(3)$ $4(2x - 1) \geq 5$
Решаем на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $4(2x - 1) \geq 5$	
$4(2x - 1) = 8x - 4$ $8x - 4 \geq 5$	Раскрываем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$8x - 4 \geq 5$ $\underline{\quad +4 \quad +4}$ $8x + 0 \geq 9$ $8x \geq 9$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: -4. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу -4, а именно, $+\mathbf{4}$. После чего выполним соответствующие вычисления: $-4 + \mathbf{4} = 0$ и $5 + \mathbf{4} = 9$
$\frac{8}{8}x \geq \frac{9}{8}$ $x \geq \frac{9}{8}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на 8, который является **положительным числом (!)**: слева останется только x, справа - $9 : 8 = \frac{9}{8}$. Знак неравенства $\geq$ **не поменяется (!)**, потому что мы разделили **на положительное число**.
 $x \in \left[\frac{9}{8}; +\infty\right).$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

2. Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - 3x$. Определите действительные значения x, для которых <u>**соответствующие значения функции**</u> <u>**будут не более, чем**</u> <u>**значения аргумента x.**</u>

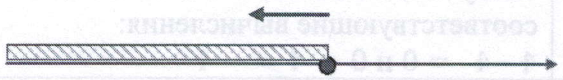
соответствующие значения функции	**будут не более, чем**	значения аргумента x
$\downarrow$ $f(x) = 4 - 3x$	$\downarrow$ $\leq$	$\downarrow$ x

Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $4 - 3x \leq x$

Приведём неравенство к виду: $ax > b$

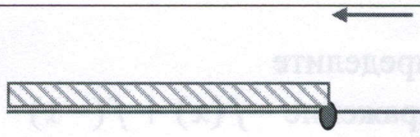
$4 - 3x \leq x$ $\underline{\quad x \qquad - x}$ $4 - 4x \leq 0$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства**, вместе с его знаком: $+\,x$. Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+x$, а именно, $-\,x$ и выполним соответствующие вычисления: $-3x\ - x = -\,4x$ и $x\ - x = \mathbf{0}$
$4 - 4x \leq 0$ $\underline{-\,4 \qquad\quad -\,4}$ $0 - 4x \leq -4$ $-4x \leq -4$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+4$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+4$, а именно, $-\,\mathbf{4}$ и выполним соответствующие вычисления: $4 - 4\ = 0$ и $0 - 4 = -\,4$
$\frac{-4}{-4}x \leq \frac{-4}{-4}$ $x \geq\ 1$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $-\mathbf{4}$, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-4 : (-4) =\ 1.$ Знак неравенства $\leq$ **поменяется (!)** на $\geq$, потому что мы разделили **на отрицательное число.**
 $x \in [1; +\infty)$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

3. Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=18-6x$. Определите действительные значения x, для которых соответствующие значения функции будут неотрицательными.

соответствующие значения функции $\downarrow$ $f(x)=18-6x$	**будут** неотрицательными $\downarrow$ ≥ 0
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $18-6x\geq 0$.	
$$\begin{array}{r} 18-6x\geq 0 \\ \underline{-18\qquad -18} \\ 0-6x\geq -18 \\ -6x\geq -18 \end{array}$$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+18$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+18$, а именно, $-\mathbf{18}$ и выполним соответствующие вычисления: $18-18=0$ и $0-\mathbf{18}=-18$
$$\frac{-6}{-6}x\geq\frac{-18}{-6}$$ $$x\leq 3$$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $-\mathbf{6}$, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-18:(-6)=3$. Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
 $x\in(-\infty;3]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

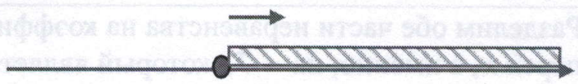
4. Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-4x+1$. Определите действительные значения x, для которых **соответствующие значения функции будут не меньше утроенных значений аргумента x.**

соответствующие значения функции $\downarrow$ $f(x)=-4x+1$	**будут не меньше** $\downarrow$ $\geq$	утроенных значений аргумента $\downarrow$ $3x$
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $-4x+1\leq x$.		

Приведём неравенство к виду: $ax \geq b$	
$$\begin{array}{r} -4x+1 \geq 3x \\ \underline{-3x \quad\quad -3x} \\ -7x+1 \geq 0 \end{array}$$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства**, вместе с его знаком: $+3x$. Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+3x$, а именно, $-\mathbf{3x}$ и выполним соответствующие вычисления: $-4x-3x=-7x$ и $3x-3x=\mathbf{0}$
$$\begin{array}{r} -7x+1 \geq 0 \\ \underline{-\mathbf{1} \quad\quad -\mathbf{1}} \\ -7x+0 \geq -1 \\ -7x \geq -1 \end{array}$$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+1$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+1$, а именно, $-\mathbf{1}$ и выполним соответствующие вычисления: $+1-1=0$ и $0-\mathbf{1}=-1$.
$$\frac{-7}{-7}x \geq \frac{-1}{-7}$$ $$x \leq \frac{1}{7}$$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -7, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-1:(-7)=\frac{1}{7}$. Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
 $-\infty$ $\frac{1}{7}$ $x \in \left(-\infty; \frac{1}{7}\right]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

5. Дана функция: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x+8$. Определите действительные значения x, для которых <u>**выражение $f(x)+f(-2)$ не превзойдёт 10.**</u>

выражение $f(x)+f(-2)$	**не превзойдёт**	**10**
$f(-2) = -(-2)+8 = 10$		
$-x+8 \ + 10$	$\leq$	10
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство: $-x+18 \leq 10$.		

$-x+18\le 10$ $\mathbf{-18}\quad -18$ $-x+0\le -8$ $-x\le -8$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+18$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+18$, а именно, $\mathbf{-18}$ и выполним соответствующие вычисления: $18-18=0$ и $\mathbf{10-18=-8}$
$\frac{-1}{-1}x\le\frac{-8}{-1}$ $x\ge 8$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $\mathbf{-1}$, который является **отрицательным числом(!)**: слева останется только x, справа - $-8:(-1)=8$ Знак неравенства $\le$ **поменяется (!)** на $\ge$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
 $8 \qquad +\infty$ $x\in[8;+\infty)$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

Решите упражнения:

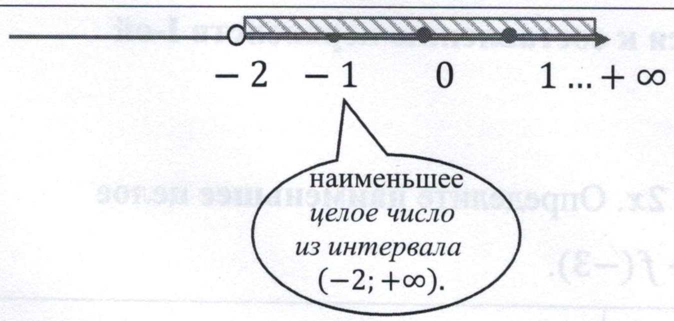
1) Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=11-x$. Определите действительные значения x, для которых выражение $-f(x)+f(-1)$ будет меньше или равно 0.
2) Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-6x+8$. Определите действительные значения x, для которых значения функции будут не меньше удвоенного значения аргумента.
3) Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=9x-5$. Определите действительные значения x, для которых значения функции будут не больше значений аргумента.
4) Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x-8$. Определите действительные значения x, для которых значения выражения $-2f(x)+f(-1)$ будут больше или равны 1.
5) Дана функция: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-x-4$. Определите действительные значения x, для которых значения функции будут не больше значений выражения $3x$.

III. Задачи, решение которых сводится к составлению неравенств I-ой степени и выбору решения.

Решённые примеры:

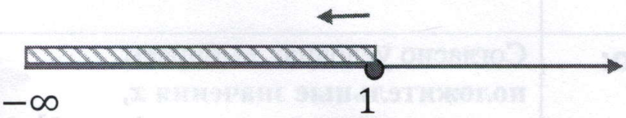
1. Дана функция: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - 2x$. Определите **наименьшее целое значение** x, для которых $f(x) < x + f(-3)$.

$f(-3) = 4 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$	Вычислим $f(-3)$.
$f(x) < x + f(-3)$ $\downarrow \qquad\qquad \downarrow$ $4 - 2x < x + 10$	Подставляем в неравенство соответствующие выражения / значения: $f(x) = 4 - 2x$ и $f(-3) = 10$
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $4 - 2x < x + 10$	
Приведём неравенство к виду: $ax < b$	
$4 - 2x < x + 10$ $\underline{\;-x \quad -x\;}$ $4 - 3x < 0 + 10$ $4 - 3x < 10$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства,** вместе с его знаком: $+x$. Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное x, а именно, $-x$ и выполним соответствующие вычисления: $-2x - x = -3x$ и $x - x = 0$
$4 - 3x < 10$ $\underline{\;-4 \qquad -4\;}$ $0 - 3x < 6$ $3x < 6$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+4$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+4$, а именно, -4 и выполним соответствующие вычисления: $+4 - 4 = 0$ и $10 - 4 = 6$
$\dfrac{-3}{-3}x < \dfrac{6}{-3}$ $x > -2$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -3, который является **отрицательным числом(!)**: слева останется только x, справа - $6 : (-3) = -2$. Знак неравенства $<$ **поменяется (!)** на $>$, потому что мы разделили **на отрицательное число.**
 $x \in (-2; +\infty)$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

 Ответ: $x = -1$	Согласно условию, выбираем **наименьшее целое число** из интервала $(-2; +\infty)$.

2. Дана функция: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 1$. Определите **натуральные числа x**, для которых $2f(x) - f(2) \geq x$.

$f(2) = -3 \cdot 2 + 1 = -6 + 1 = -5$	Вычислим $f(-2)$.
$2f(x) - f(2) \geq x$ $\downarrow \qquad \downarrow$ $2(-3x + 1) - (-5) \geq x$	Подставляем в неравенство соответствующие выражения / значения: $f(x) = -3x + 1$ и $f(2) = -5$
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $2 \cdot (-3x + 1) - (-5) \geq x$	
Приведём неравенство к виду: $ax > b$	
$2 \cdot (-3x + 1) = -6x + 2$ $-6x + 2 + 5 \geq x$ $-6x + 7 \geq x$	Раскроем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$-6x + 7 \geq x$ $\underline{-x \qquad -x}$ $-7x + 7 \geq 0$	Определим член, который содержит x **в правой части неравенства,** вместе с его знаком: $+x$. Запишем **в обеих частях неравенства** под членами, которые содержат x, выражение, противоположное $+x$, а именно, $-x$ и выполним соответствующие вычисления: $-6x - x = -7x$ и $x - x = 0$
$-7x + 7 \geq 0$ $\underline{\quad -7 \quad -7}$ $-7x + 0 \geq -7$ $-7x \geq -7$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+7$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+7$, а именно, -7 и выполним соответствующие вычисления: $+7 - 7 = 0$ и $0 - 7 = -7$
	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -7,

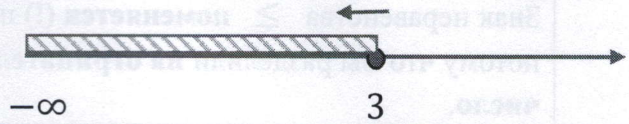
$\frac{-7}{-7}x \geq \frac{-7}{-7}$ $x \leq 1$	который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $7 : (-7) = 1$.
	Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число.**
 $x \in (-\infty; 1]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.
	Согласно условию, выбираем **натуральные числа** из интервала $(-\infty; 1]$.
Ответ: $x \in \{0; 1\}$	

3. Дана функция: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 11$. Определите **положительные значения** x, для которых соответствующие значения функции **будут не меньше, чем** 5.

соответствующие значения функции	**будут не меньше, чем**	5
$f(x) = -2x + 11$	$\geq$	5

Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $-2x + 11 \geq 5$

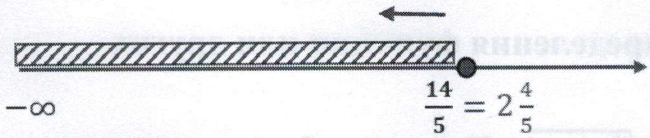
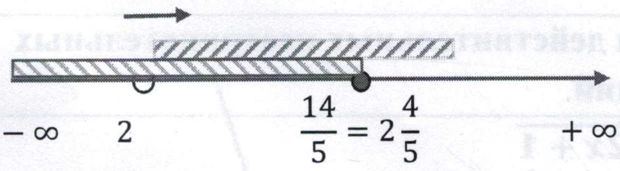
$-2x + 11 \geq 5$ $\quad\;\, -\mathbf{11} \quad -11$ $-2x + 0 \geq -6$ $-2x \geq 6$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+11$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+11$, а именно, $-$ **11** и выполним соответствующие вычисления: $+11 - 11 = 0$ и $5 - \mathbf{11} = -6$
$\frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2}$ $x \leq 3$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $-\mathbf{2}$, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-6 : (-2) = 3$.

	Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
 $x \in (-\infty;\ 3]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.
положительные значения x означает, что: $x > 0$  Ответ: $x \in (0; 3]$.	Согласно условию, выбираем **положительные значения x,** принадлежащие интервалу $(-\infty;\ 3]$.

4. Дана функция: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -5x + 14$. Определите **значения $x, x > 2$,** для которых соответствующие значения функции **будут неотрицательными**.

соответствующие значения функции	**будут неотрицательными**	
$f(x) = -5x + 14$	$\geq$	0
Значит, необходимо решить на множестве $\mathbb{R}$ неравенство $-5x + 14 \geq 0$		

$-5x + 14 \geq 0$ $\mathbf{-14} \quad -14$ $-5x + 0 \geq -14$ $-5x \geq -14$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+14$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+14$, а именно, $\mathbf{-14}$ и выполним соответствующие вычисления: $+14 - 11 = 0$ и $0 - \mathbf{14} = -14$
$\frac{-5}{-5}x \geq \frac{14}{-5}$ $x \leq \frac{14}{5}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $\mathbf{-5}$, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-14 : (-5) = \frac{14}{5}$. Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.

 $x \in \left(-\infty; \frac{14}{5}\right]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.
 Ответ: $x \in \left(2; \frac{14}{5}\right]$.	Согласно условию, покажем на числовой оси значения x, для которых $x > 2$ из интервала $\left(-\infty;\ 2\frac{4}{5}\right]$.

Решите упражнения:

1) Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3 + 2x$. Определите наибольшее натуральное значение x, для которого $f(x) < x + f(4)$.

2) Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3x + 8$. Определите натуральные нечётные значения x, для которых $f(x) - f(2) \geq x - 1$.

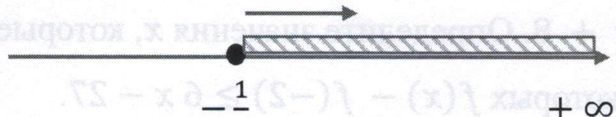
3) Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2 - 3x$. Определите отрицательные значения x, для которых значения функции будут меньше 14.

4) Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3x + 10$. Определите неотрицательные значения x, для которых значения функции будут положительными.

5) Дана функция: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 8$. Определите значения x, которые являются точными квадратами и для которых $f(x) - f(-2) \geq 6x - 27$.

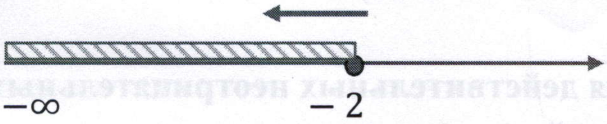
IV. Задачи на нахождение области определения функции или других множеств.

1. Дана функция: $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{2x+1}$. Найдите область определения функции.

Квадратный корень определён только для **действительных неотрицательных значений**.	
$f(x) = \sqrt{\mathbf{2x+1}}$	
Значит, необходимо решить неравенство $\mathbf{2x+1} \geq 0$	
$2x + 1 \geq 0$ $\underline{\quad -\mathbf{1} \quad -1}$ $2x + 0 \geq -1$ $2x \geq -1$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+1$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+1$, а именно, $-\mathbf{1}$ и выполним соответствующие вычисления: $+1 - 1 \ = 0$ и $0 - \mathbf{1} = -1$
$\dfrac{2}{2}x \geq \dfrac{-1}{2}$ $x \geq -\dfrac{1}{2}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на 2, который является **положительным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-\mathbf{1} : 2 = -\frac{1}{2}$. Знак неравенства $\geq$ **не поменяется (!)**, потому что мы разделили **на положительное число**.
 Ответ: $D = \left[-\frac{1}{2};\ +\infty\right)$.	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

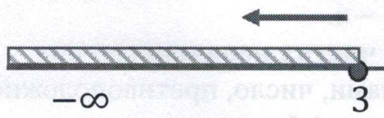
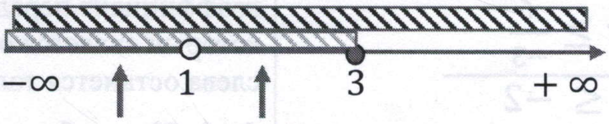
2. Дана функция: $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{-3x-6}$. Найдите область определения функции.

Квадратный корень определён только для **действительных неотрицательных значений**.	
$f(x) = \sqrt{\mathbf{-3x-6}}$	
Значит, необходимо решить неравенство $\mathbf{-3x-6} \geq 0$	
	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком.

$\mathbf{-3x - 6 \geq\ 0}$ $\underline{\mathbf{+6}\quad + 6}$ $-3x + 0 \geq 6$ $-3x \geq\ 6$	В данном случае: -6. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу -6, а именно, $+\mathbf{6}$ и выполним соответствующие вычисления: $-6\ +6\ \ = 0$ и $0 + 6 = +6$
$\dfrac{-3}{-3}x \geq \dfrac{6}{-3}$ $x \leq\ -2$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на $-\mathbf{3}$, который является **отрицательным числом(!)**: слева останется только x, справа - $6 : (-3) = -2$. Знак неравенства $\geq$ **поменяется (!)** на $\leq$, потому что мы разделили **на отрицательное число**.
 Ответ: $D = (-\infty; -2]$	Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.

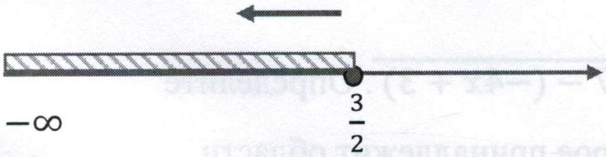
3. Даны функции: $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$ и $g: B \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{3}{x-1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.

Квадратный корень определён только **для действительных неотрицательных значений.** $f(x) = \sqrt{\mathbf{6 - 2x}}$	Дробь определена только, если её **знаменатель не равен нулю.** $g(x) = \dfrac{3}{\mathbf{x-1}}$
$\mathbf{6 - 2x \geq 0}$	$\mathbf{x - 1} \neq 0$
$\mathbf{6 - 2x \geq\ 0}$ $\underline{\mathbf{-6}\qquad -6}$ $0 - 2x \geq -6$ $-2x \geq -6$ $\dfrac{-2}{-2}x \geq \dfrac{-6}{-2}$ $x \leq\ 3$	$\mathbf{x - 1} \neq 0$ $\underline{\quad +1\quad +1}$ $x \qquad \neq 1$

 $A = (-\infty; 3]$	$B = \mathbb{R}\backslash\{1\}$
Найдём пересечение множеств A и B:  Ответ: $A \cap B = (-\infty; 1) \cup (1; 3]$.	

4. Дана функция: $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{8 - 2(2x + 1)}$. Найдите область определения функции.

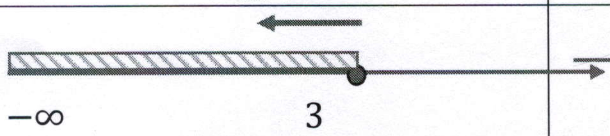
Квадратный корень определён только для **действительных неотрицательных значений.**	
$f(x) = \sqrt{\mathbf{8 - 2(2x + 1)}}$	
Значит, необходимо решить неравенство $\mathbf{8 - 2(2x + 1) \geq 0}$	
Приведём неравенство к виду: $\boldsymbol{ax \geq b}$	
$\mathbf{2(2x + 1) = 4x + 2}$	Раскроем скобки по правилу: $a(b + c) = ab + ac$
$\mathbf{8 - (4x + 2) = 8 - 4x - 2}$ $\mathbf{8 - 4x - 2} \geq 0$ $\mathbf{8 - 2 - 4x} \geq 0$ $\mathbf{6 - 4x} \geq 0$	Раскроем скобки по правилу: $\mathbf{-(b + c) = -b - c}$
$6 - 4x \geq 0$ $\underline{\mathbf{-6} \qquad -6}$ $0 - 4x \geq -6$ $-4x \geq -6$	Определим в левой части неравенства свободный член (член, который не содержит x) вместе с его знаком. В данном случае: $+6$. Запишем **в обеих частях неравенства** под свободными членами, число, противоположное числу $+6$, а именно, $\mathbf{-6}$ и выполним соответствующие вычисления: $6 - 6 = 0$ и $0 - 6 = -6$
$\frac{-4}{-4}x \geq \frac{-6}{-4}$ $x \leq \frac{3}{2}$	Разделим обе части неравенства на коэффициент перед x, а именно, на -4, который является **отрицательным числом (!)**: слева останется только x, справа - $-6 : (-4) = \frac{3}{2}$.

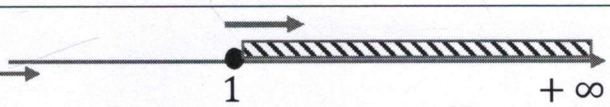
<table>
<tr><td></td><td>Знак неравенства $\geq$ поменяется (!) на $\leq$, потому что мы разделили на отрицательное число.</td></tr>
<tr><td>

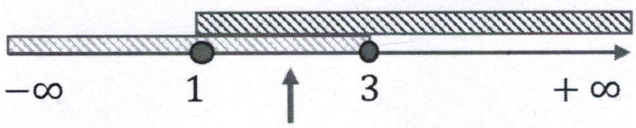
Ответ: $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$</td><td>Изобразим на числовой оси полученное решение и запишем в ответе соответствующий интервал.</td></tr>
</table>

5. Даны функции: $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6-2x}$ и $g: B \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x-1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.

<table>
<tr><td colspan="2">Квадратный корень определён только для действительных неотрицательных значений.</td></tr>
<tr><td>$f(x) = \sqrt{\mathbf{6-2}\boldsymbol{x}}$</td><td>$g(x) = \sqrt{\boldsymbol{x}-\mathbf{1}}$</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{6-2}\boldsymbol{x} \geq 0$</td><td>$\boldsymbol{x}-\mathbf{1} \geq 0$</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{6-2}\boldsymbol{x} \geq \ 0$
$\quad -6 \qquad\quad -6$
$0 - 2x \geq -6$
$-2x \geq -6$

$\frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2}$
$x \leq \ 3$</td><td>$\boldsymbol{x}-\mathbf{1} \geq 0$
$\quad +1 \ +1$
$x \quad \geq 1$</td></tr>
<tr><td>

$A = (-\infty; 3]$</td><td>

$B = [1; +\infty)$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Найдём пересечение множеств A и B:


Ответ: $A \cap B = [1; 3]$.</td></tr>
</table>

Решите упражнения:

1) Дана функция: $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{-2x-3}$. Найдите область определения функции.

2) Дана функция: $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{7-(-4x+3)}$. Определите наименьшее целое значение x, которое принадлежит области определения функции.

3) Дана функция: $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{15-5x}$ и $g: B \to \mathbb{R},\ g(x) = \sqrt{x+3}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.

4) Дана функция: $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{15-3x}$ и $g: B \to \mathbb{R},\ g(x) = \frac{12}{x+1}$, для которых A и B области определения функций f и g соответственно. Определите множество $A \cap B$.