

Алгебра

8
класс



ФГОС 

УМК

Е.М. Ключникова, И.В. Комиссарова

Рабочая тетрадь по алгебре

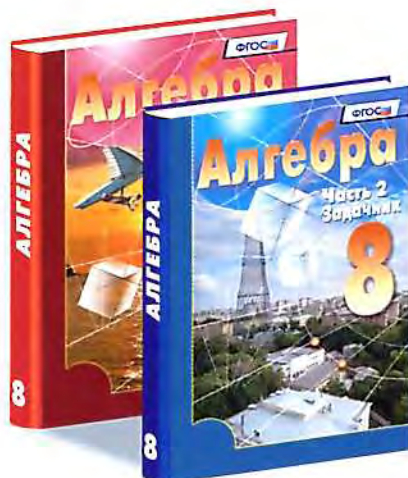
К учебнику А.Г. Мордковича
«Алгебра. 8 класс»

Часть 2

учени _____ класса _____
_____ школы _____

8
класс

ЭКЗАМЕН



Е.М. Ключникова, И.В. Комиссарова

Рабочая тетрадь по **АЛГЕБРЕ** Часть 2

К учебнику А.Г. Мордковича
«Алгебра. 8 класс»
(М. : Мнемозина)

8 класс

*Рекомендовано
Российской Академией Образования*

Издательство
«**ЭКЗАМЕН**»
МОСКВА • 2013

УДК 373:512
ББК 22.14я72
К52

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображения учебных изданий «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. — М.: Мнемозина» и «Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / [А.Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. — М.: Мнемозина» приведены на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Ключникова, Е.М.

К52 Рабочая тетрадь по алгебре: часть 2: 8 класс: к учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс» / Е.М. Ключникова, И.В. Комиссарова. — М.: Издательство «Экзамен», 2013. — 112 с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05898-4

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Рабочая тетрадь является необходимым дополнением к школьному учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс» (издательство «Мнемозина»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников.

Авторами предложены разнообразные упражнения по всем темам, изложенным в учебнике, в том числе: задания для закрепления изученного материала, задачи повышенной сложности, занимательные и развивающие задачи.

Выполнение теоретических и практических заданий рабочей тетради позволит каждому ученику лучше освоить материал учебника и применить полученные знания на практике.

В тетради имеются образцы для выполнения заданий. Нумерация и название пунктов рабочей тетради соответствуют нумерации и названию пунктов учебника.

Тетрадь предназначена для работы с учащимися общеобразовательных учреждений.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:512
ББК 22.14я72

Учебное издание

Ключникова Елена Михайловна, Комиссарова Ирина Владимировна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО АЛГЕБРЕ

Часть 2

К учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс»

8 класс

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат № РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Ланно*. Редактор *И.М. Бокова*

Художественный редактор *Л.В. Демьянова*. Технический редактор *Л.В. Павлова*

Корректор *Л.И. Иванова*. Дизайн обложки *А.А. Козлова*. Компьютерная верстка *Е.Ю. Лысова*

Формат 70х100/16. Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная.

Уч.-изд. л. 5,3. Усл. печ. л. 9,1. Тираж 10 000 экз. Заказ № 7464/12.

107045, Москва, Луков пер., д. 8, www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz; по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами

в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru

ISBN 978-5-377-05898-4

© Ключникова Е.М., Комиссарова И.В., 2013
© Издательство **«ЭКЗАМЕН»**, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 3. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$	
§ 20. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	4
§ 21. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	9
§ 22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график.....	16
§ 23. Графическое решение квадратных уравнений.....	23
Глава 4. Квадратные уравнения	
§ 24. Основные понятия.....	35
§ 25. Формулы корней квадратного уравнения.....	42
§ 26. Рациональные уравнения.....	49
§ 27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	57
§ 28. Еще одна формула корней квадратного уравнения.....	65
§ 29. Теорема Виета	70
§ 30. Иррациональные уравнения	76
Глава 5. Неравенства	
§ 31. Свойства числовых неравенств.....	81
§ 32. Исследование функции на монотонность.....	86
§ 33. Решение линейных неравенств	94
§ 34. Решение квадратных неравенств.....	100
§ 35. Приближенные значения действительных чисел.....	105
§ 36. Стандартный вид положительного числа	110

Глава 3. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ.

ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$



§ 20. КАК ПОСТРОИТЬ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x) + m$, ЕСЛИ ИЗВЕСТЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$

1. Дополните предложение:

1) Чтобы построить график функции $y = f(x) + m$, где m — положительное число, нужно график $y = f(x)$ функции сдвинуть на _____ единиц _____.

2) Чтобы построить график функции $y = f(x) - m$, где m — положительное число, нужно график функции $y = f(x)$ сдвинуть на _____ единиц _____.

2. Соотнесите действие, выполненное с графиком функции, и формулу, описывающую новую функцию:

- 1) Парабола сдвинута на 2 единицы вверх
- 2) Гипербола сдвинута на 4 единицы вниз
- 3) График функции сдвинут на 3 единицы вниз
- 4) График функции сдвинут на 1 единицу вверх

А) $y = \sqrt{x} + 1$

Б) $y = |x| - 3$

В) $y = x^2 + 2$

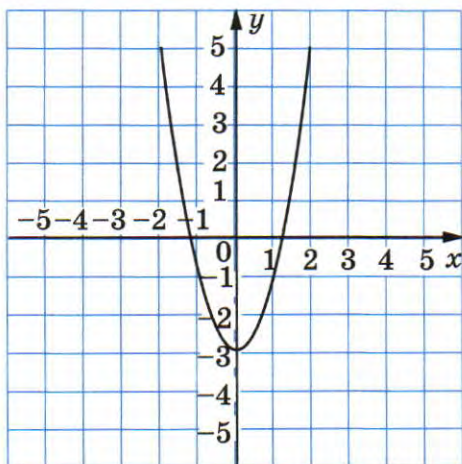
Г) $y = \frac{2}{x} - 4$

Ответ:

1)	2)	3)	4)

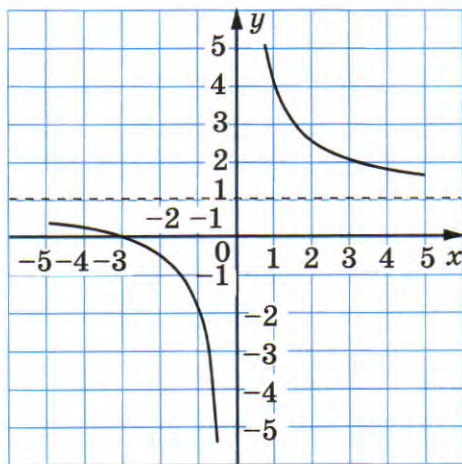
3. Напишите формулу функции, график которой изображен на рисунке:

а)



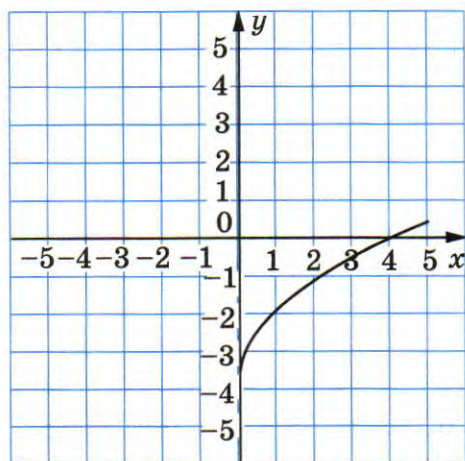
Ответ: _____

б)



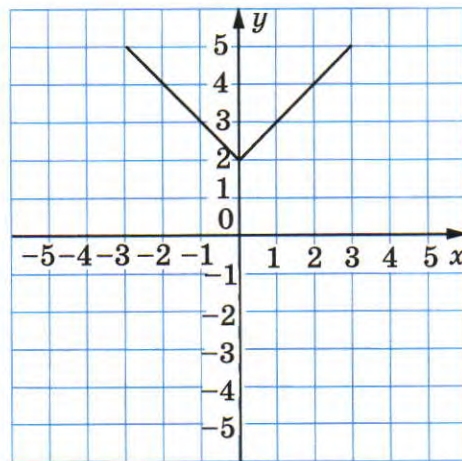
Ответ: _____

в)



Ответ: _____

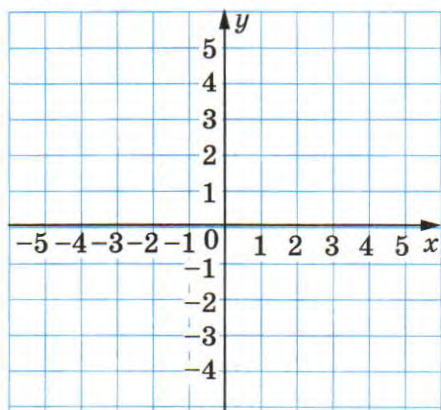
г)



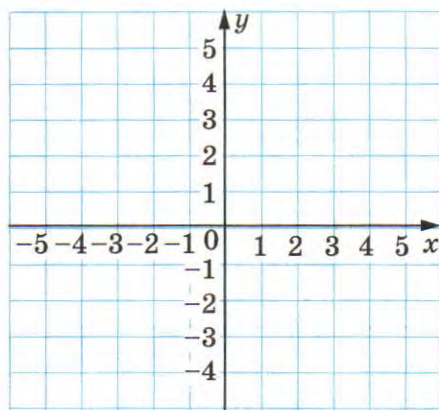
Ответ: _____

4. Постройте график функции:

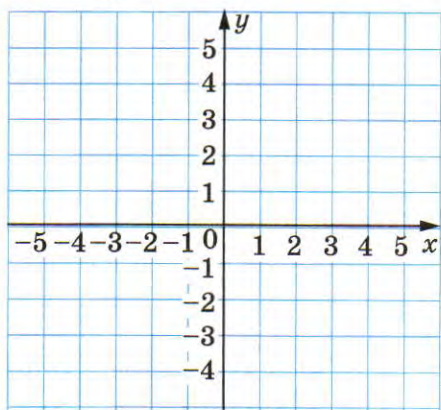
а) $y = 3\sqrt{x} - 2$



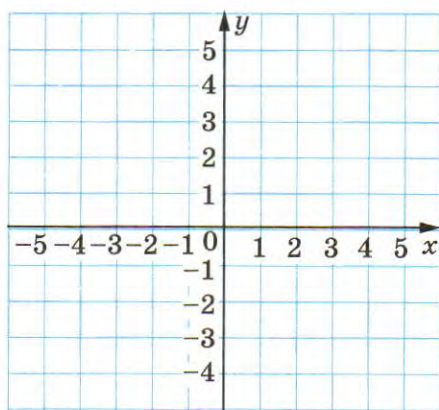
б) $y = 4x^2 - 4$



в) $y = \frac{2}{x} + 3$



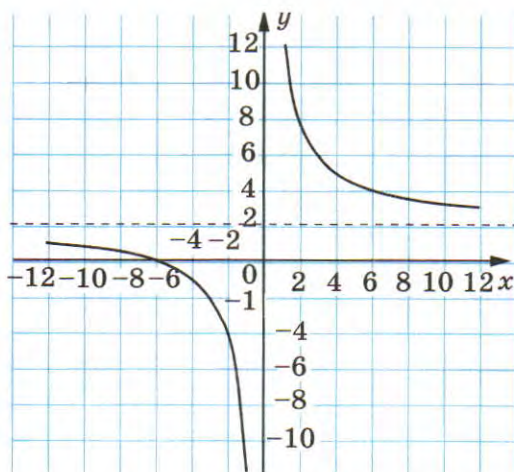
г) $y = -3x^2 + 1$



5. Используя график функции

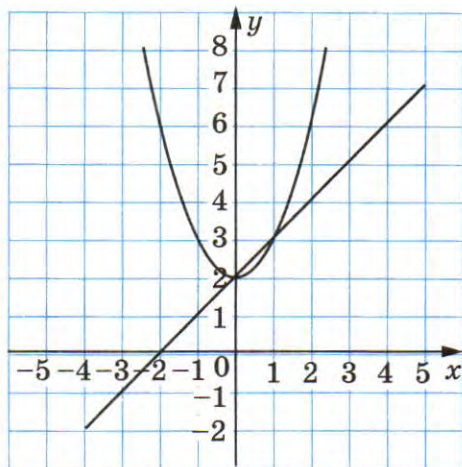
$y = \frac{12}{x} + 2$, заполните таблицу:

x	12		1			24
y		4		6	5	



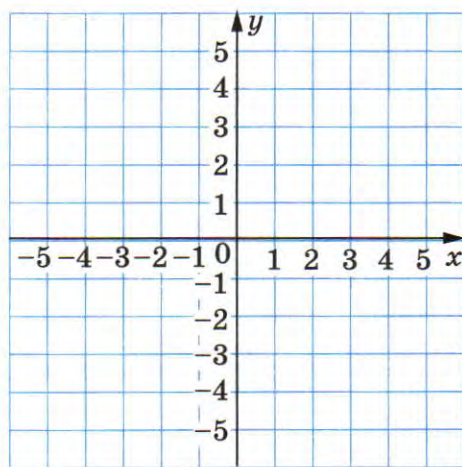
6. Решите графически уравнение:

а) $x^2 + 2 = x + 2$



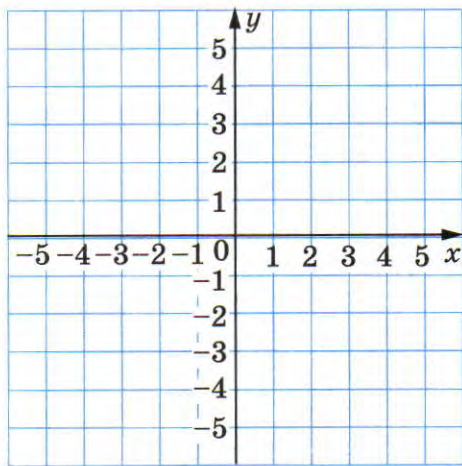
Ответ: 0; 1.

б) $x^2 + 2 = \sqrt{x} + 2$



Ответ: _____

7. Постройте график функции $y = -x^2 + 4$.



Используя график функции:

а) заполните таблицу:

x	0		2		
y		3		0	-5

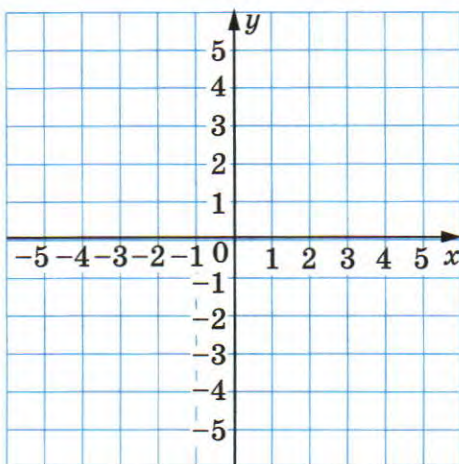
б) выделите тот числовой промежуток, для которого $y > 0$;

в) найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке $[-3; 2]$.

Ответ: $y_{\text{наиб}} =$ _____, $y_{\text{наим}} =$ _____.

8.

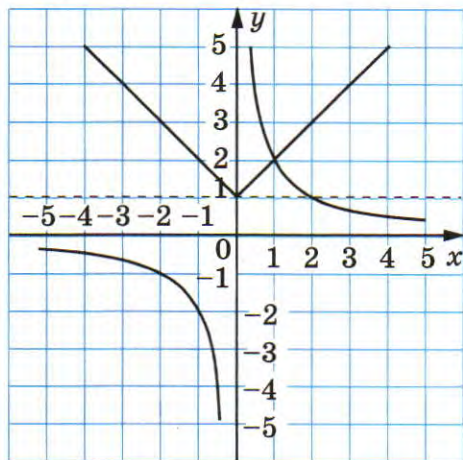
$$f(-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$
$$f(0) = \underline{\hspace{2cm}};$$
$$f(1) = \underline{\hspace{2cm}};$$
$$f(3) = \underline{\hspace{2cm}}.$$
$$y = f(x)$$



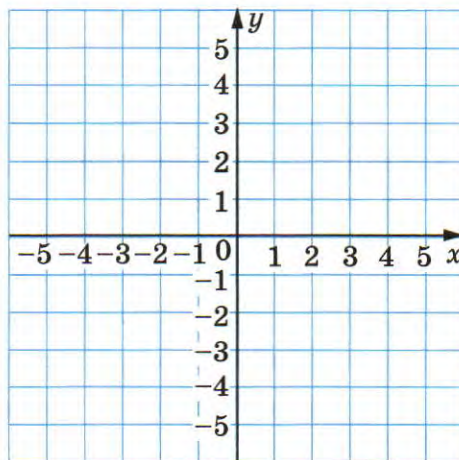
9.

$$\text{a) } \begin{cases} y = |x| + 1, \\ y = \frac{2}{x}. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = x + 2. \end{cases}$$



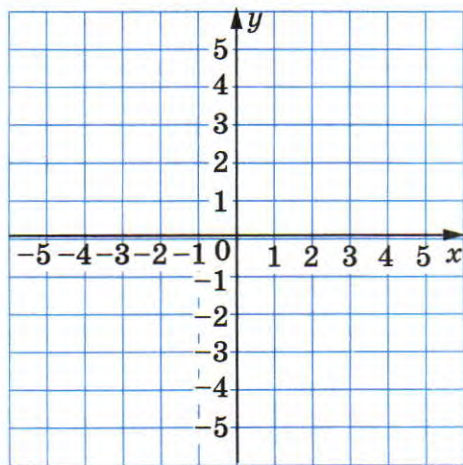
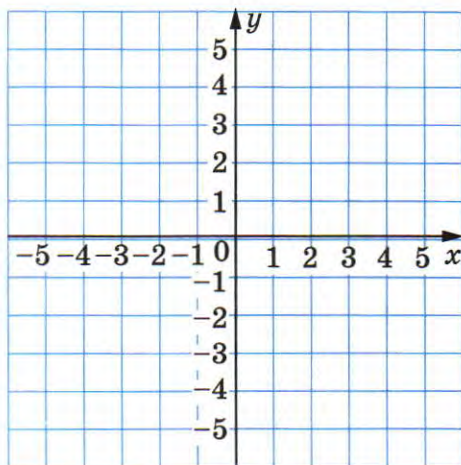
Ответ: $(0; 1)$.



Ответ:

$$в) \begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y = -x^2 + 1. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} y = 2\sqrt{x}, \\ y = x^2 - 2. \end{cases}$$



Ответ: _____

Ответ: _____



§ 21. КАК ПОСТРОИТЬ ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x + l) + m$, ЕСЛИ ИЗВЕСТЕН ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = f(x)$

1. Дополните предложение:

1) Чтобы построить график функции $y = f(x + l) + m$, надо перейти к вспомогательной системе координат, проведя (пунктиром) прямые $x = \underline{\hspace{2cm}}$ и $y = \underline{\hspace{2cm}}$, то есть выбрать в качестве начала новой системы координат точку ($\underline{\hspace{2cm}}$; $\underline{\hspace{2cm}}$).

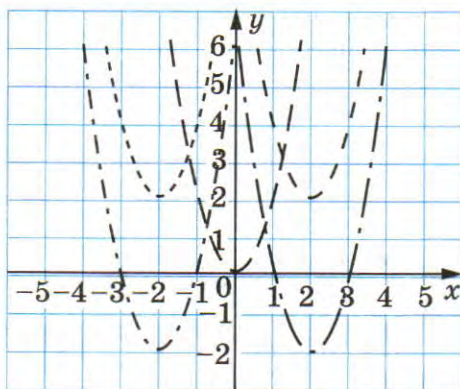
2) К новой системе координат привязать график функции

2. Заполните таблицу:

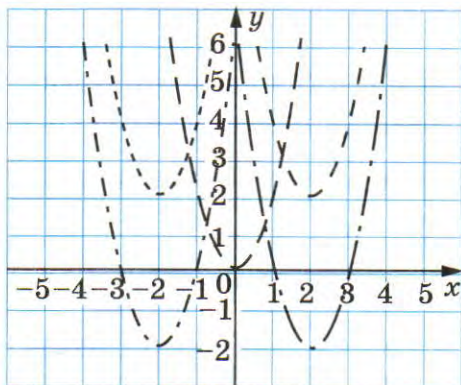
Действие с графиком функции $y = f(x)$	Формула новой функции
Гипербола $y = \frac{2}{x}$ сдвинута на 2 единицы влево и на 3 единицы вверх	$y = \frac{2}{x+2} + 3$
График функции $y = \sqrt{x}$ сдвинут на 3 единицы вправо и на 2 единицы вверх	
	$y = 3(x-3)^2 - 1$
	$y = 2 x+4 - 2$
	$y = -\sqrt{x-2} + 1$

3. Обведите график заданной функции:

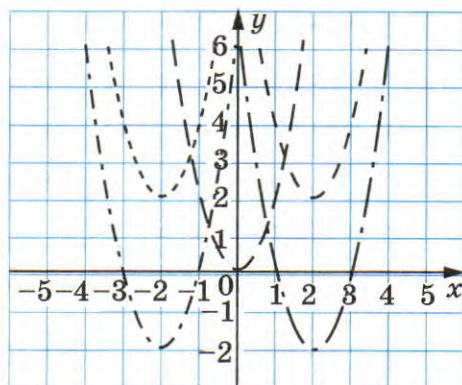
а) $y = 2x^2$



б) $y = 2(x-2)^2 - 2$

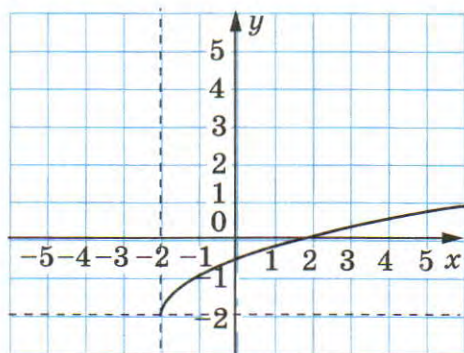


в) $y = 2(x+2)^2 + 2$

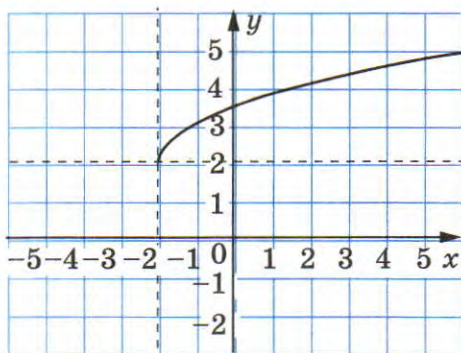


4. Установите соответствие между графиком и формулой, которой задана функция:

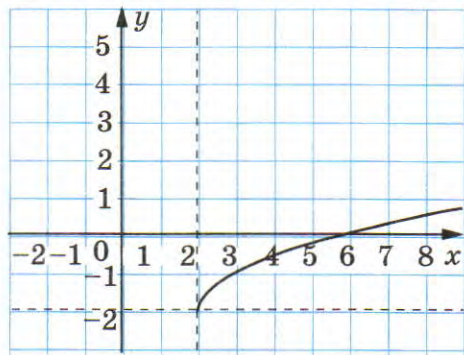
1)



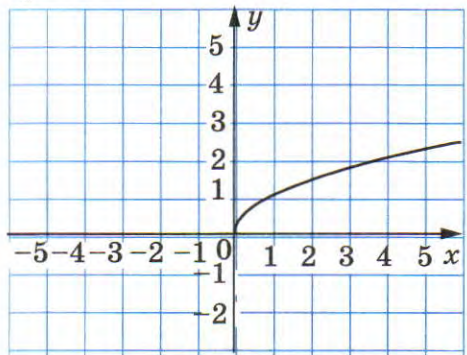
2)



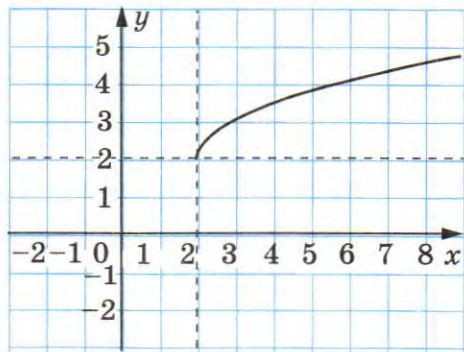
3)



4)



5)



А) $y = \sqrt{x}$

Б) $y = \sqrt{x-2} + 2$

В) $y = \sqrt{x+2} - 2$

Г) $y = \sqrt{x-2} - 2$

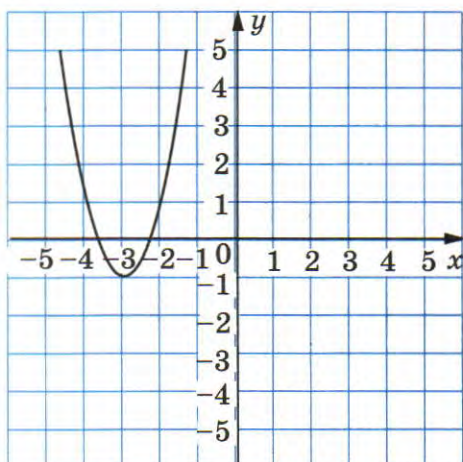
Д) $y = \sqrt{x+2} + 2$

Ответ:

1)	2)	3)	4)	5)

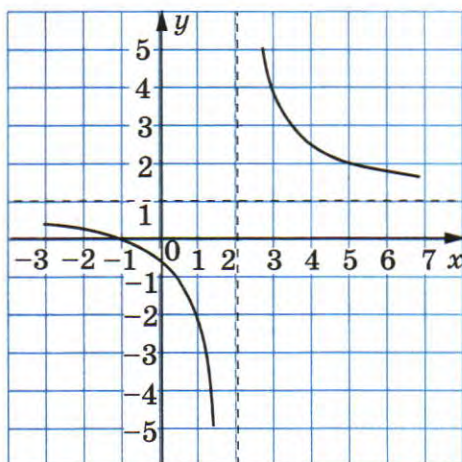
5. Напишите формулу функции, изображенной на рисунке:

а)



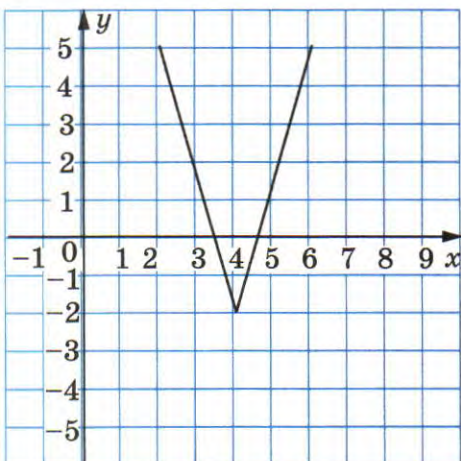
Ответ: _____

б)



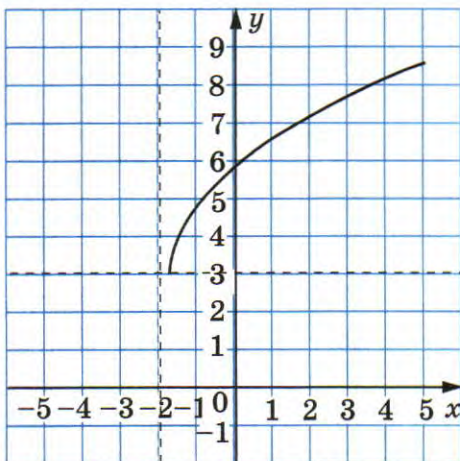
Ответ: _____

в)



Ответ: _____

г)



Ответ: _____

6. Используя график функции, опишите ее свойства:

а) $y = \frac{2}{x-3} + 4$

Свойства функции:

1) Область определения:

$D(y) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) Нули функции:

$y = 0$ при $x =$ _____ ,

3) Знакопостоянство функции:

$y > 0$ при $x \in$ _____ ,

$y < 0$ при $x \in$ _____ .

4) Функция возрастает на числовом

промежутке _____ ,

функция убывает на числовом

промежутке _____ .

5) $y_{\text{наиб.}}$ = _____ при $x =$ _____ ,

$y_{\text{наим.}}$ = _____ при $x =$ _____ .

6) Функция непрерывна в области определения (или функция имеет точки разрыва $x =$ _____).

7) Область значений функции: $E(y) =$ _____ .

б) $y = (x + 4)^2 - 4$

Свойства функции:

1) Область определения:

$D(y) =$ _____ .

2) Нули функции:

$y = 0$ при $x =$ _____ .

3) Знакопостоянство функции:

$y > 0$ при $x \in$ _____ ,

$y < 0$ при $x \in$ _____ .

4) Функция возрастает на

числовом промежутке _____ ,

функция убывает на числовом

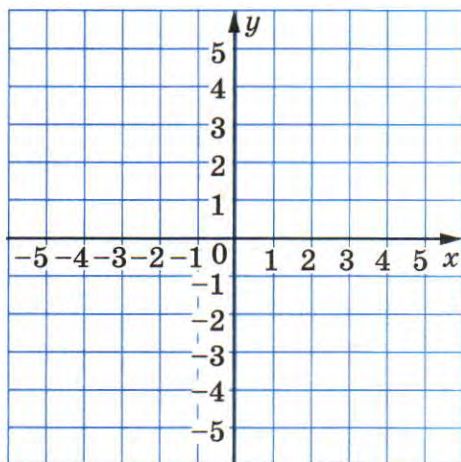
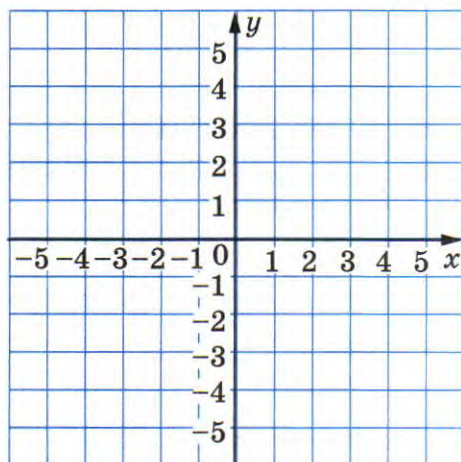
промежутке _____ .

5) $y_{\text{наиб.}}$ = _____ при $x =$ _____ ,

$y_{\text{наим.}}$ = _____ при $x =$ _____ .

6) Функция непрерывна в области определения (или функция имеет точки разрыва $x =$ _____).

7) Область значений функции: $E(y) =$ _____ .



в) $y = \sqrt{x+2} + 3$

Свойства функции:

1) Область определения:

$D(y) =$ _____.

2) Нули функции:

$y = 0$ при $x =$ _____,

3) Знакопостоянство функции:

$y > 0$ при $x \in$ _____,

$y < 0$ при $x \in$ _____.

4) Функция возрастает на

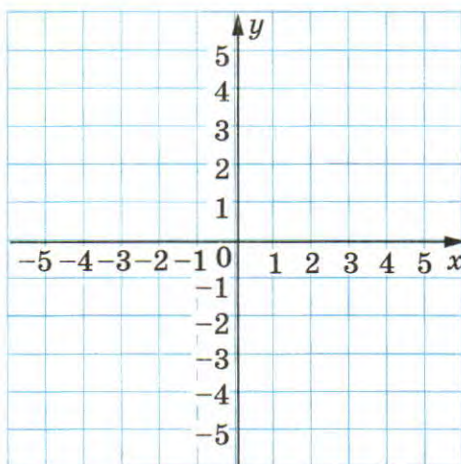
числовом промежутке _____,

функция убывает на числовом промежутке _____.

5) $y_{\text{наиб.}}$ = _____ при $x =$ _____, $y_{\text{наим.}}$ = _____ при $x =$ _____.

6) Функция непрерывна в области определения (или функция имеет точки разрыва $x =$ _____).

7) Область значений функции: $E(y) =$ _____.



г) $y = |x - 5| - 2$

Свойства функции:

1) Область определения:

$D(y) =$ _____.

2) Нули функции:

$y = 0$ при $x =$ _____,

3) Знакопостоянство функции:

$y > 0$ при $x \in$ _____,

$y < 0$ при $x \in$ _____.

4) Функция возрастает на

числовом промежутке _____,

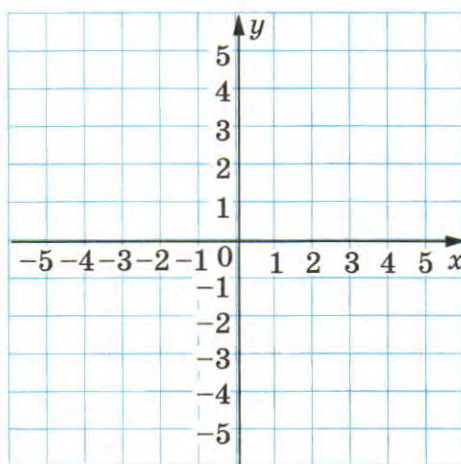
функция убывает на числовом

промежутке _____.

5) $y_{\text{наиб.}}$ = _____ при $x =$ _____, $y_{\text{наим.}}$ = _____ при $x =$ _____.

6) Функция непрерывна в области определения (или функция имеет точки разрыва $x =$ _____).

7) Область значений функции: $E(y) =$ _____.



7. Укажите наибольшее и наименьшее значение функции:

а) $y = (x - 3)^2 + 4$

Решение:

Графиком функции $y = (x - 3)^2 + 4$ является парабола с вершиной в точке (3; 4), ветви ее направлены вверх, значит, $y_{\text{наим}} = 4$, а $y_{\text{наиб}}$ не существует.

б) $y = -(x + 3)^2 - 5$

Решение:

в) $y = |x + 6| - 2$

Решение:

г) $y = -\sqrt{x + 7} - 6$

Решение:

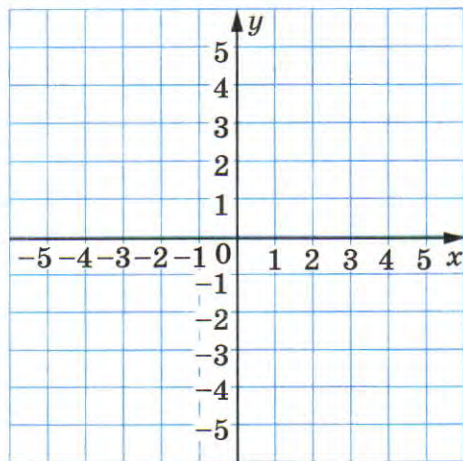
8. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{x+1}, & \text{если } x < -1 \\ (x-2)^2 + 4, & \text{если } -1 \leq x < 4 \\ \sqrt{x-4}, & \text{если } x \geq 4 \end{cases}$$

1) Найдите значения функции при заданных значениях аргумента:

-1; 0; 1; 2; 5; 7;

Ответ:



2) Найдите значения аргумента, при которых функция принимает указанные значения: 0; -3; -4.

Ответ: _____



§ 22. ФУНКЦИЯ $y = ax^2 + bx + c$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

1. Дополните предложение:

1) Многочлен $y = ax^2 + bx + c$ называется _____, ax^2 называется _____, коэффициент a — _____.

2) Функция $y = ax^2 + bx + c$ называется _____ функцией.

3) Графиком квадратичной функции $y =$ _____ является _____.

4) Осью параболы служит прямая $x =$ _____.

5) Абсцисса x_0 вершины параболы вычисляется по формуле _____.

6) Ордината y_0 вершины параболы вычисляется по формуле _____.

7) Ветви параболы $y =$ _____ направлены _____, если $a > 0$ и направлены _____, если $a < 0$.

2. Заполните таблицу:

$y = ax^2 + bx + c$	a	b	c	Направление ветвей параболы
$y = -3x^2 + 4x - 2$				
$y =$ _____	2	3	-6	
$y = 4x^2$ _____		-2	1	
$y =$ _____ -3x _____	-5		7	
$y =$ _____ -1	-9	2		

3. Для данной функции напишите уравнение оси параболы и координаты вершины параболы:

а) $y = 5x^2 - 10x + 6$

Решение: Составим уравнение оси параболы $x = -\frac{b}{2a}$ для данной функции: $x = -\frac{-10}{2 \cdot 5} = \frac{10}{10} = 1$. Уравнение оси параболы $x = 1$, значит, абсцисса вершины параболы $x_0 = 1$. Найдем ординату вершины параболы $y_0 = 5x_0^2 - 10x_0 + 6$:

$$y_0 = 5 \cdot 1^2 - 10 \cdot 1 + 6 = 5 - 10 + 6 = 1.$$

Ответ: уравнение оси параболы $x = 1$, $O_e(1; 1)$ — вершина параболы.

б) $y = 3x^2 + 6x - 4$

Решение:

Ответ: _____

в) $y = 2x^2 - 8x + 1$

Решение:

Ответ: _____

4. Постройте график функции $y = -x^2 + 4x + 5$.

Решение: Координаты вершины параболы: $x_0 = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = \frac{4}{2} = 2$;

$$y_0 = -2^2 + 4 \cdot 2 + 5 = -4 + 8 + 5 = 9.$$

$O_e(2; 9)$ — вершина параболы.

$x = 2$ — ось симметрии параболы.

Ветви параболы направлены вниз, так как $a < 0$.



Используя график, найдите:

а) значения функции при $x = 1; 4; -1$.

Ответ: _____

б) Значения x , при которых $y = 5; 0$.

Ответ: _____

в) Нули функции; $y = 0$ при _____

г) Промежутки знакопостоянства функции;

$y > 0$ при _____ $y < 0$ при _____.

д) Промежутки возрастания и убывания функции;

е) Значения x , при которых функция принимает наибольшее или наименьшее значения.

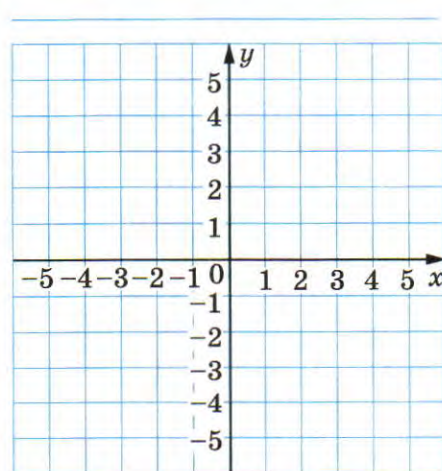
5. Постройте график функции и найдите координаты точек пересечения параболы с осями координат:

а) $y = x^2 - 7x + 12$

$x_0 =$ _____

$y_0 =$ _____

Ветви параболы направлены _____



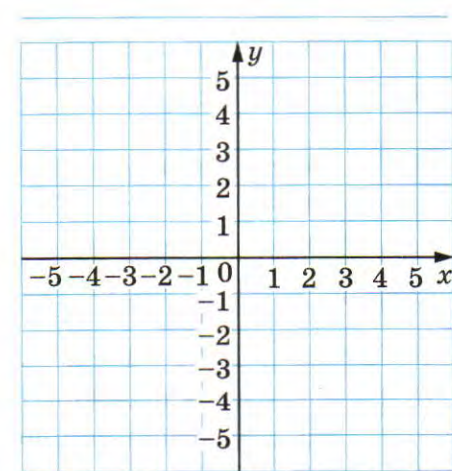
Ответ: _____

б) $y = -4x^2 - 4x + 15$

$x_0 =$ _____

$y_0 =$ _____

Ветви параболы направлены _____



Ответ: _____

6. Не выполняя построение графика, найдите значения x , при котором функция принимает наибольшее или наименьшее значение, и само это значение:

а) $y = -4x^2 + 4x + 3$

Решение:

Графиком данной функции является парабола, ветви которой направлены вниз, значит, функция принимает наибольшее значение, которое равно ординате вершины параболы.

$$x_0 = -\frac{4}{2 \cdot (-4)} = \frac{1}{2}$$

$$y_0 = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = -4 \cdot \frac{1}{4} + 2 + 3 = -1 + 5 = 4$$

$$y_{\text{наиб}} = y\left(\frac{1}{2}\right) = 4.$$

Ответ: $y_{\text{наиб}} = 4$ при $x = \frac{1}{2}$.

б) $y = 3x^2 - 6x + 2$

Решение:

Ответ: _____

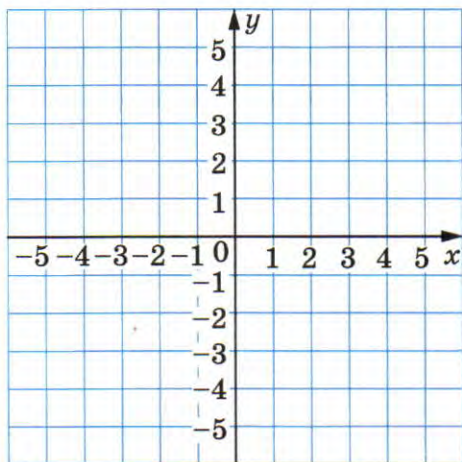
в) $y = -5x^2 + 20x - 4$

Решение:

Ответ: _____

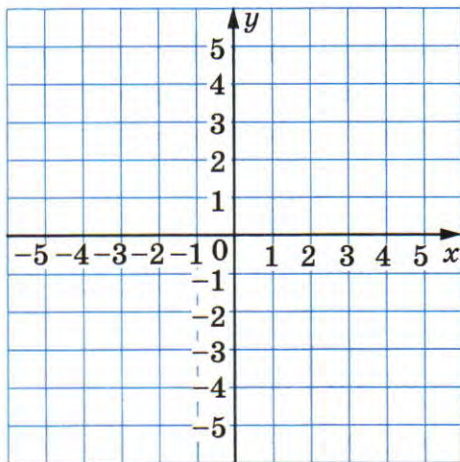
7. Определите, сколько решений имеет система:

а)
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3, \\ y = 5. \end{cases}$$



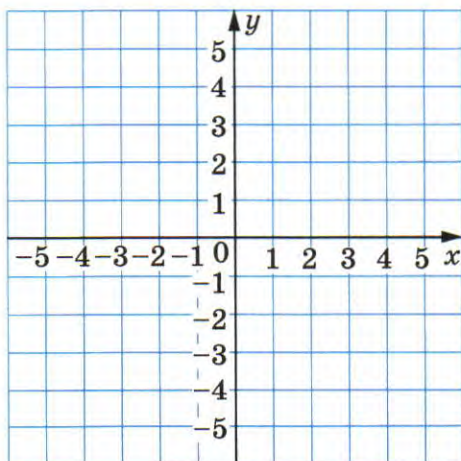
Ответ: _____

б)
$$\begin{cases} y = -(x + 2)^2 - 3, \\ y = 2x - 10. \end{cases}$$



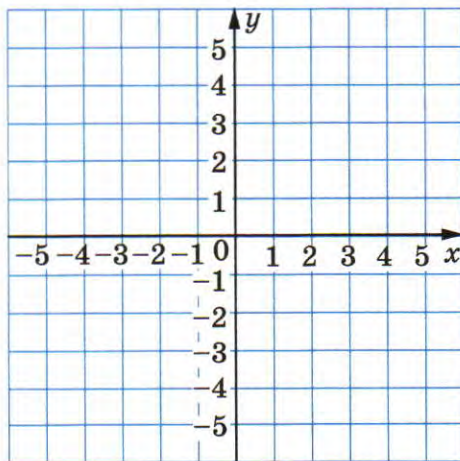
Ответ: _____

в)
$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 1, \\ y = \frac{1}{x}. \end{cases}$$



Ответ: _____

г)
$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5, \\ y = -x^2 + 4x. \end{cases}$$



Ответ: _____

8. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 4x$
а) на луче $(-\infty; 3]$;

Решение:

Построим график функции

$$y = 2x^2 - 4x.$$

Ветви параболы направлены вверх,

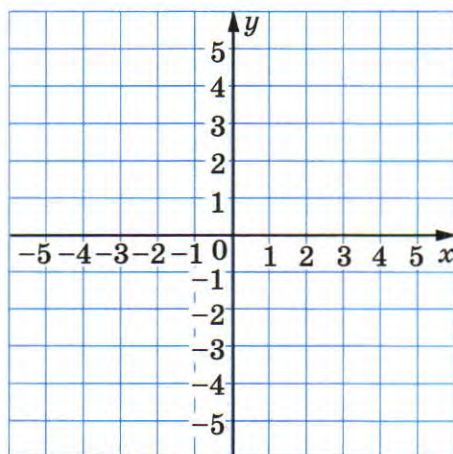
$$x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ось симметрии параболы $x = \underline{\hspace{2cm}}$

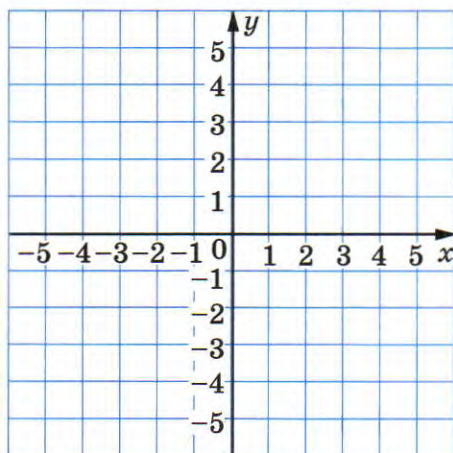
$$y_{\text{наиб}} \quad (-\infty; 3] \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y_{\text{наим}} \quad (-\infty; 3] \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



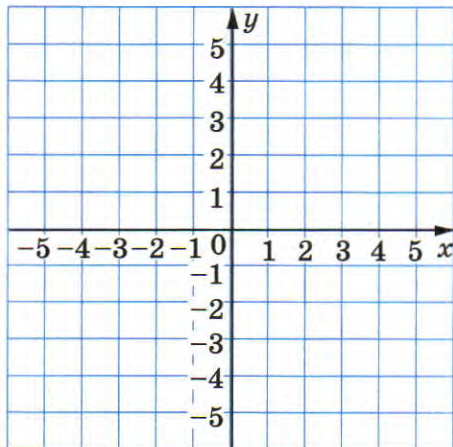
б) на отрезке $[-1; 1]$;

Решение:



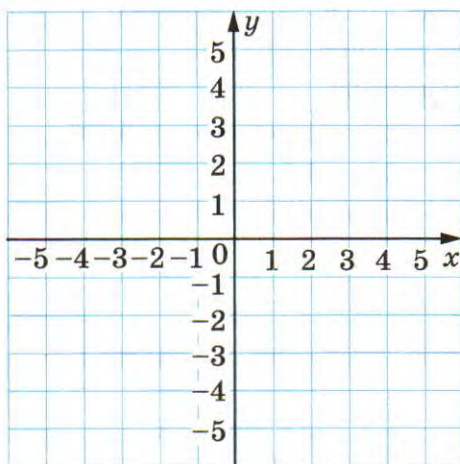
в) на луче $[0; +\infty)$;

Решение:



г) на интервале $(-1; 2]$.

Решение:



9. Принадлежит ли графику функции $y = x^2 - 13x + 40$ точка:

а) $A(-15; -460)$

Решение:

Ответ: _____

б) $B(4; 4)$

Решение:

Ответ: _____

в) $C(-2; 70)$

Решение:

Ответ: _____

10. Известно, что график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $B(-3; -5)$ и $R(4; -8)$. Найдите коэффициенты p и q .

Решение:

Так как график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки B и R , то можно подставить их координаты в формулу функции. Составим систему уравнений и найдем p и q :

$$\begin{cases} -5 = 9 - 3p + q, \\ -8 = 16 + 4p + q \end{cases}$$

Ответ: p _____ ; q = _____ .



§ 23. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Дополните предложение:

Квадратным называется уравнение вида _____ ,
где a , b , c — любые числа, которые называются _____ .

2. Решите уравнение графическим способом:

а) $x^2 - 9 = 0$

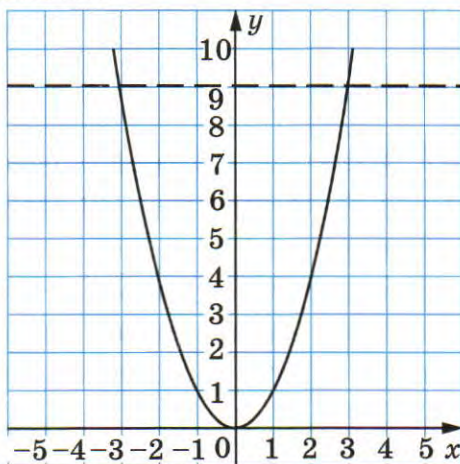
Решение:

$x^2 - 9 = 0, x^2 = 9.$

Построим в одной системе координат графики функций $y = x^2$ и $y = 9$.

Абсциссы точек пересечения будут решением исходного уравнения.

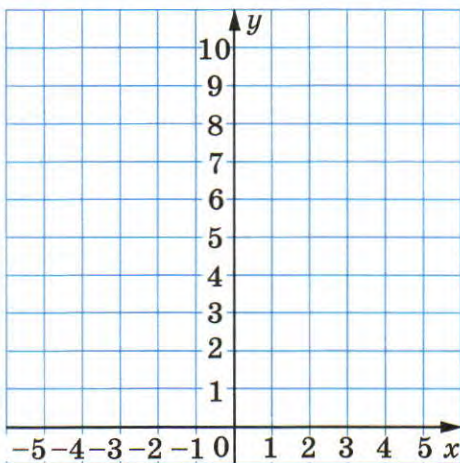
Ответ: 3; -3.



б) $3x^2 - 27 = 0$

Решение:

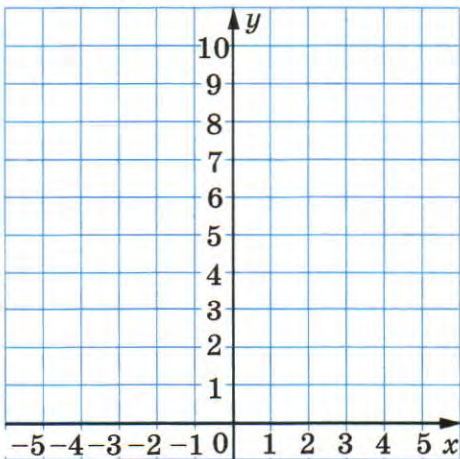
Ответ: _____



в) $-4x^2 + 16 = 0$

Решение:

Ответ: _____



3. Решите уравнение графическим способом и сделайте проверку:

а) $3x^2 - 12x = 0$

Решение:

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3(x^2 - 4x) = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

Построим в одной системе координат графики функций $y = x^2$ и $y = 4x$.

x		
y		

Абсциссы точек пересечения будут решением исходного уравнения.

Проверка:

Подставим найденные абсциссы в данное уравнение:

$$x = 0$$

$$3 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$x = 4$$

$$3 \cdot 4^2 - 12 \cdot 4 = 0$$

$$3 \cdot 16 - 48 = 0$$

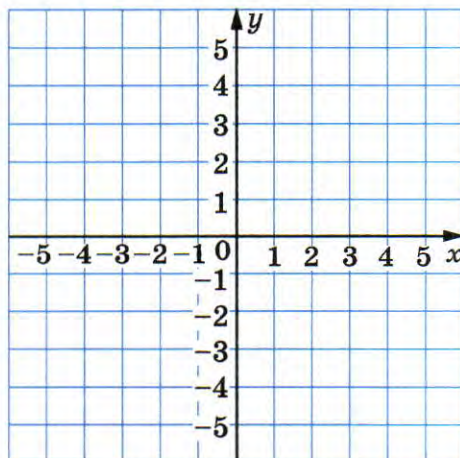
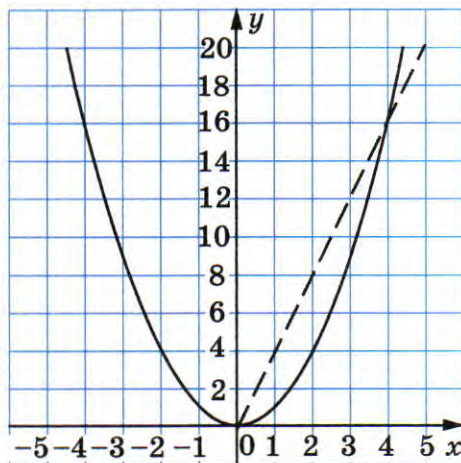
$$0 = 0$$

Ответ: 0; 4.

б) $x^2 - 3x = 0$

Решение:

x		
y		

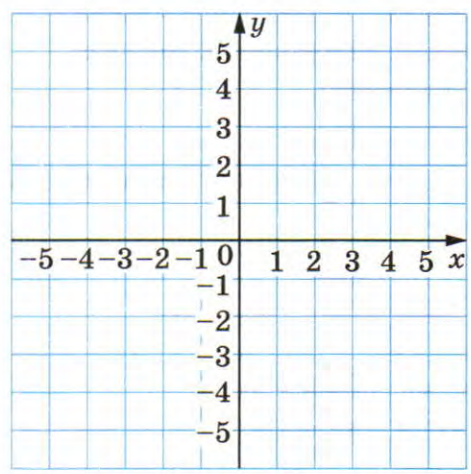


Проверка:

Ответ: _____

в) $7x + 3 = 2x^2 + 3x = 3$

Решение:



x		
y		

Проверка:

Ответ: _____

4. Докажите графически, что уравнение не имеет корней:

а) $x^2 + 4x + 5 = 0$

Решение:

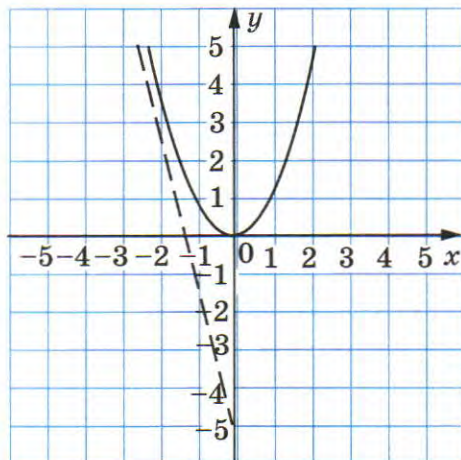
$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x^2 = -4x - 5$$

Построим в одной системе координат графики функций $y = x^2$ и $y = -4x - 5$

x		
y		

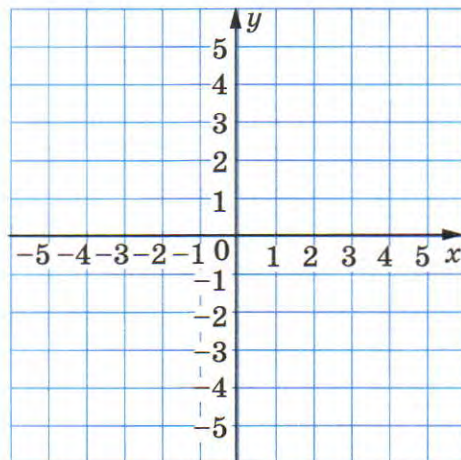
Графики не имеют точек пересечения, значит, уравнение $x^2 + 4x + 5 = 0$ не имеет корней.



б) $2x^2 + x + 2 = 0$

Решение:

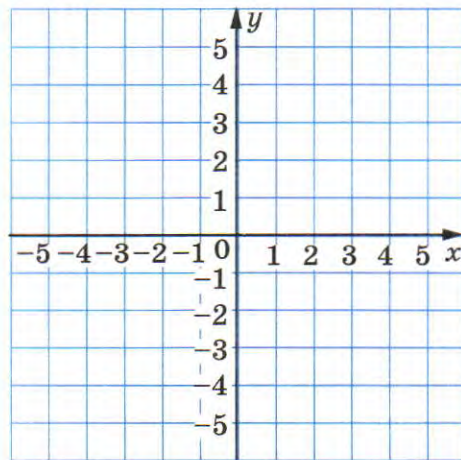
x		
y		



в) $-2x^2 - x - 3 = 0$

Решение:

x		
y		



5. Решите уравнение графическим и аналитическим способом:

а) $x^2 - 2x + 1 = 0$

Решение:

$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$

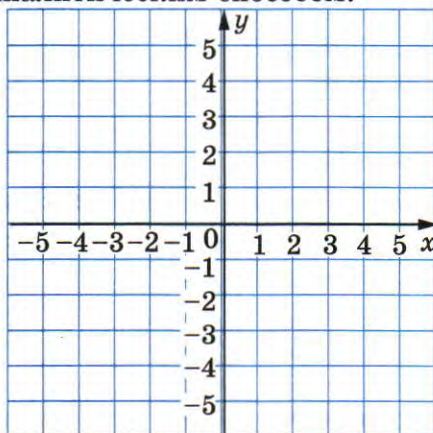
$x - 1 = 0, x = 1$

Ответ: _____

$x^2 - 2x + 1 = 0, x^2 = 2x - 1$

$y = x^2$ и $y = x - 1$

x		
y		

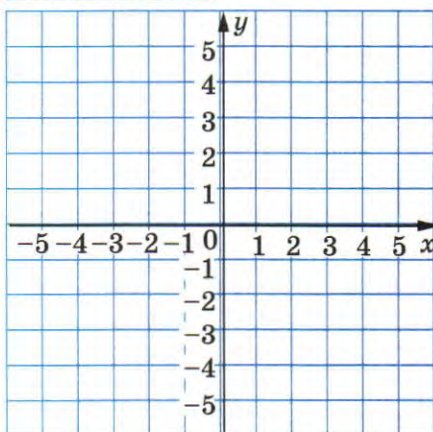


б) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$

Решение:

Ответ: _____

x		
y		

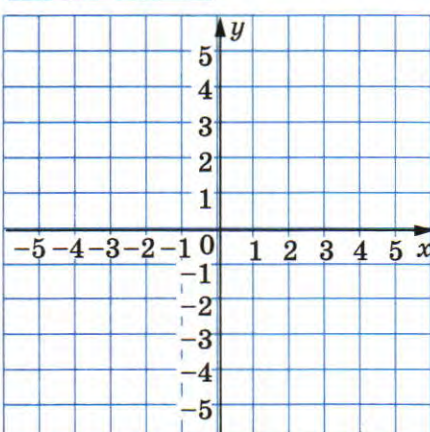


в) $x^2 - 4x + 4 = 0$

Решение:

Ответ: _____

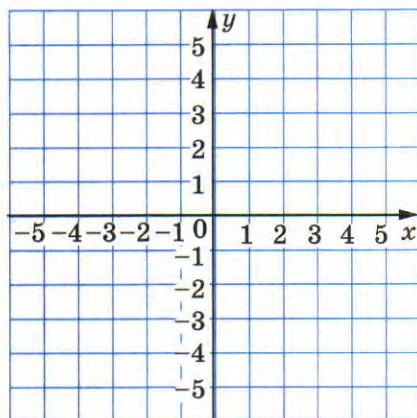
x		
y		



г) $2x^2 + 3x = 0$

Решение:

Ответ:



x		
y		

6. Выясните, сколько корней имеет квадратное уравнение:

а) $x^2 - 6x + 9 = -3$

Решение:

$$x^2 - 6x + 9 = -3, (x - 3)^2 = -3.$$

Построим в одной системе координат графики функций $y = (x - 3)^2$ и $y = -3$.

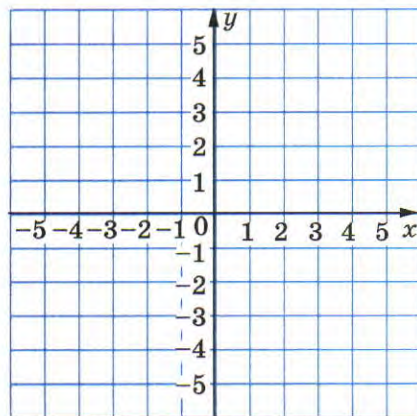
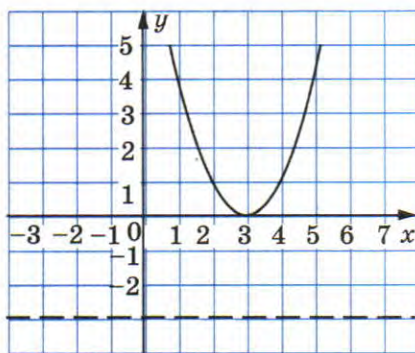
Графики не имеют точек пересечения, значит, уравнение $x^2 - 6x + 9 = -3$ не имеет корней.

Ответ: нет корней.

б) $2x^2 - 8x + 8 = 4$

Решение:

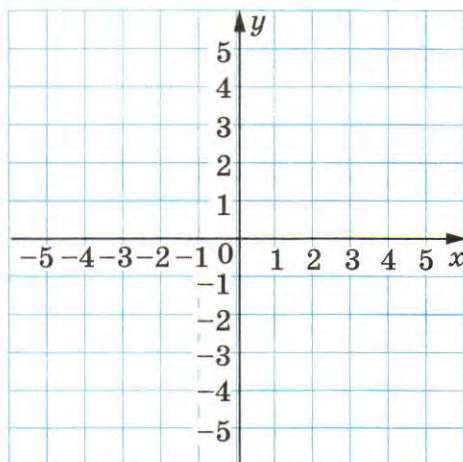
Ответ:



в) $x^2 - 10x + 25 = 0$

Решение:

Ответ:



7. При каких значениях m уравнение имеет один корень?

а) $x^2 + mx + 9 = 0$

Решение:

$$x^2 + mx + 9 = 0$$

$$x^2 + mx + 3^2 = 0$$

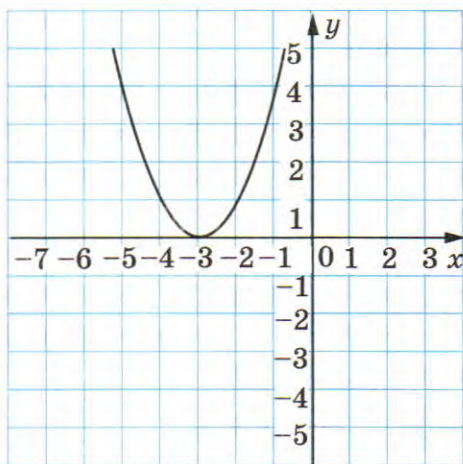
$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

График функции $y = (x + 3)^2$ — парабола $y = x^2$ смещенная, на 3 единицы влево, значит, уравнение $x^2 + mx + 9 = 0$ имеет один корень в случае, когда $m = 6$.

При $m = -6$ уравнение тоже будет иметь один корень. Проверьте этот факт:

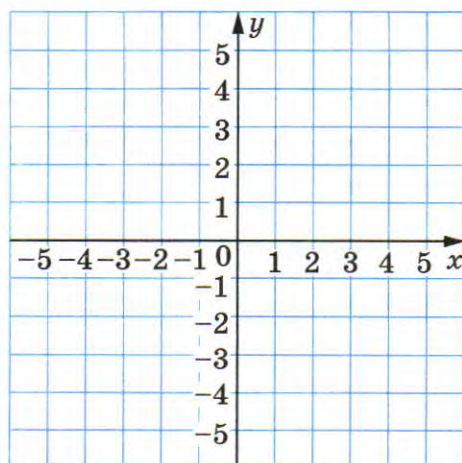
Ответ: при $m = 6$, $m = -6$.



б) $x^2 + 4x + m = 0$

Решение:

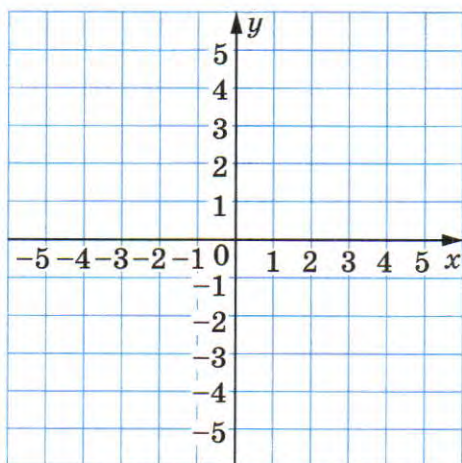
Ответ: _____



в) $x^2 - 2mx + 16 = 0$

Решение:

Ответ: _____



8. При каких значениях p уравнение имеет два корня?

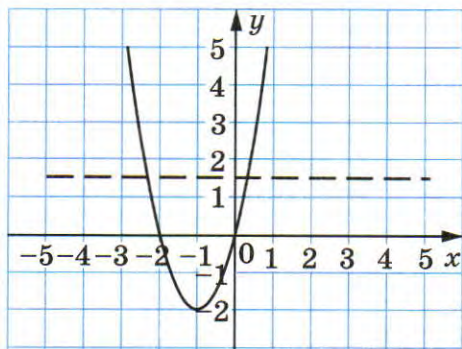
а) $2x^2 + 4x = p$

Решение:

$2x^2 + 4x = p$

Построим графики функций $y = 2x^2 + 4x$ и $y = p$.

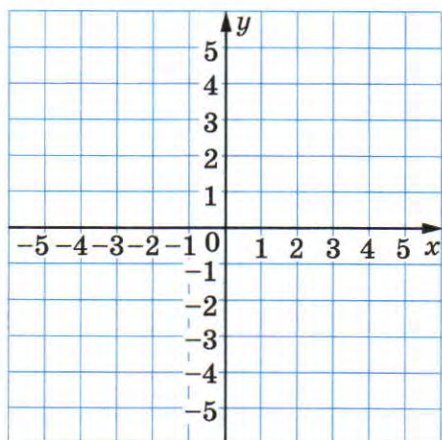
График функции $y = 2x^2 + 4x$ — парабола с вершиной в точке с координатами: $x_0 =$ _____, $y_0 =$ _____.



9. Решите графически уравнение:

а) $x^2 - 6x + 5 = 0$

Решение:



Ответ: _____

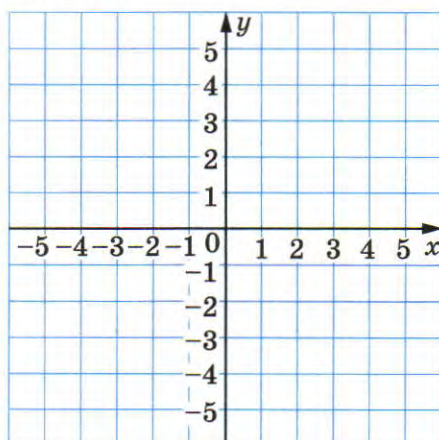
в) $x - x^2 - 1 = 0$

Решение:

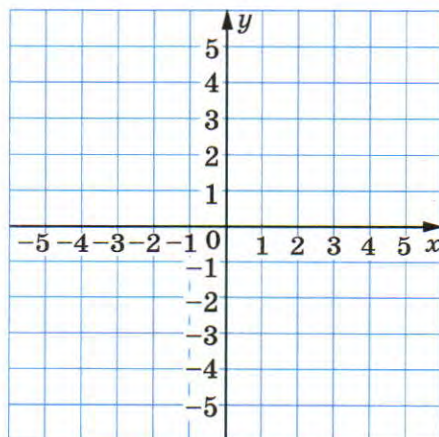
Ответ: _____

б) $3x + 9 + x^2 = 0$

Решение:



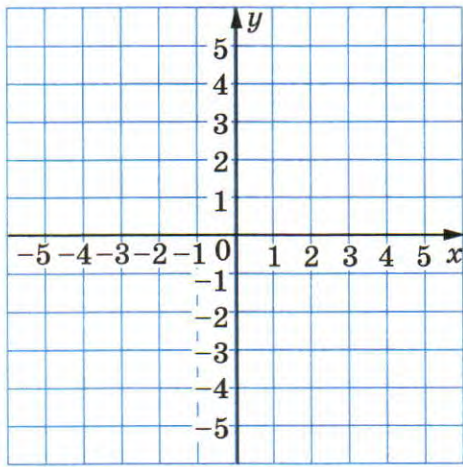
Ответ: _____



10. Найдите корни уравнения, используя графический способ решения:

а) $-x^2 + 7x - 10 = 0$

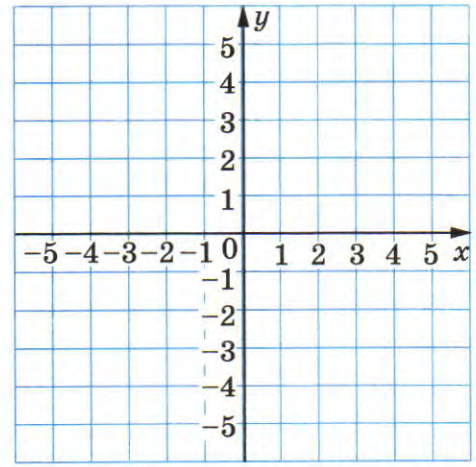
Решение:



Ответ: _____

б) $x^2 + 4x + 3 = 0$

Решение:



Ответ: _____

Глава 4. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ



§ 24. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1. Дополните предложение:

- 1) Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$ называется _____, числа a, b, c — _____, причем a _____.
- 2) Коэффициенты называются: a — _____, b — _____, c — _____.
- 3) Квадратное уравнение называется _____, если его старший коэффициент _____.
- 4) Квадратное уравнение называется _____, если его старший коэффициент отличен от _____.

Если $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$, то

полное квадратное уравнение

Если $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$, то

неполное квадратное уравнение

Если $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$, то

неполное квадратное уравнение

Если $a \neq 0, b = 0, c = 0$, то

неполное квадратное уравнение

- 5) Корнем квадратного уравнения называется всякое значение x , при котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ _____.

2. Выпишите номера уравнений, которые являются квадратными:

1) $5x^2 - 7x + 10 = 0$

3) $-1 + 6x - 2x^2 = 0$

2) $\frac{4}{x^2} - 2x + 8 = 0$

4) $3x^3 - 2x^2 + 6 = 0$

Ответ: _____

3. Заполните таблицу:

Уравнение	Коэффициенты			Уравнение		Уравнение	
				Полное	Не- полное	Приве- денное	Неприве- денное
$5x^2 - 2x + 16 = 0$	5	-2	16	+			+
	1	3	-8				
$3 - 6x^2 = 0$							
	7	0	4				
		6	0				
	1		-9				
	2	0	0				

4. Установите соответствие между уравнением и его названием:

- | | |
|--|------------------------|
| 1) Приведенное неполное квадратное уравнение | А) $3x^2 + 7x - 8 = 0$ |
| 2) Неприведенное неполное квадратное уравнение | Б) $x^2 + 2x = 0$ |
| 3) Приведенное полное квадратное уравнение | В) $4x^2 - 6 = 0$ |
| 4) Неприведенное полное квадратное уравнение | Г) $x^2 - 3x + 4 = 0$ |

Ответ:

1)	2)	3)	4)

5. Выполните действия, чтобы коэффициенты квадратного уравнения были целыми числами:

а) $0,1x^2 + 6x - 0,7 = 0$

Решение:

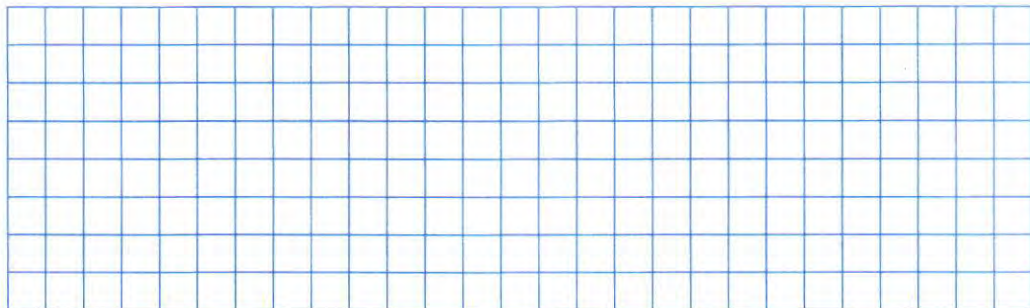
Чтобы коэффициенты квадратного уравнения стали целыми числами, умножим правую и левую части уравнения на 10:

$$0,1x^2 + 6x - 0,7 = 0 \mid \cdot 10$$

$$x^2 + 60x - 7 = 0$$

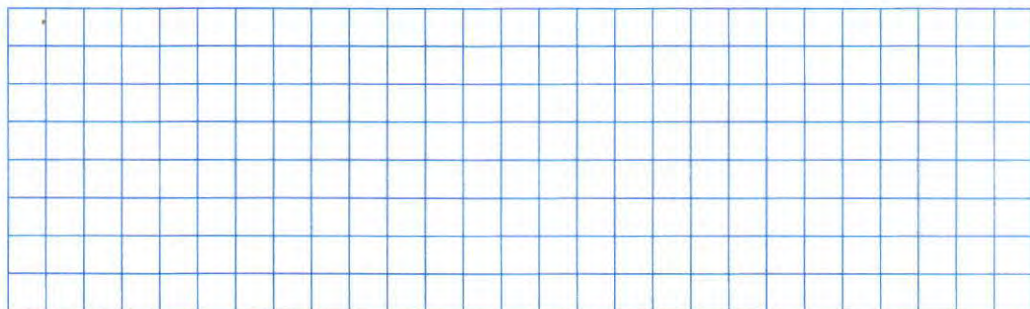
$$6) \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

Решение:



$$в) 0,4x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5} = 0$$

Решение:



6. Решите неполные квадратные уравнения:

$$а) x^2 - x = 0$$

Решение:

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Ответ: 0; 1.

$$б) 5x^2 - 3 = 0$$

Решение:

$$5x^2 - 3 = 0$$

$$(\sqrt{5}x)^2 - (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(\sqrt{5}x - \sqrt{3})(\sqrt{5}x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\sqrt{5}x - \sqrt{3} = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{5}x + \sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{5}x = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{5}x = -\sqrt{3}$$

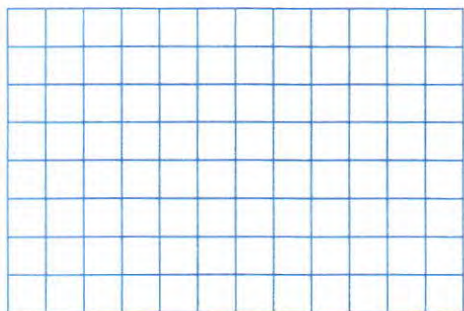
$$x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}; x = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}; x = -\frac{\sqrt{15}}{5}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{5}; -\frac{\sqrt{15}}{5}$.

в) $6x^2 - 5x = 0$

Решение:

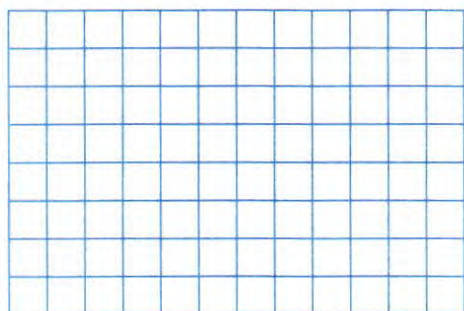


Ответ: _____

7. Найдите корни уравнения:

а) $4x^2 = 0$

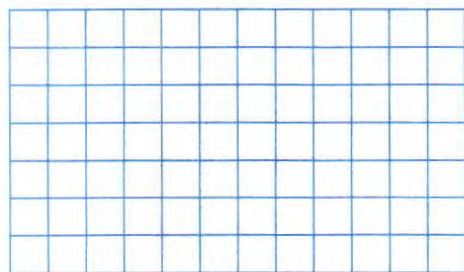
Решение:



Ответ: _____

в) $2 = 7x^2 + 2$

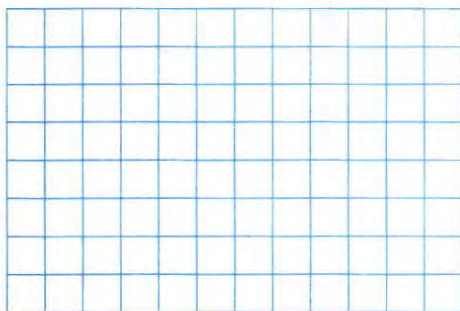
Решение:



Ответ: _____

г) $3x^2 - 4 = 0$

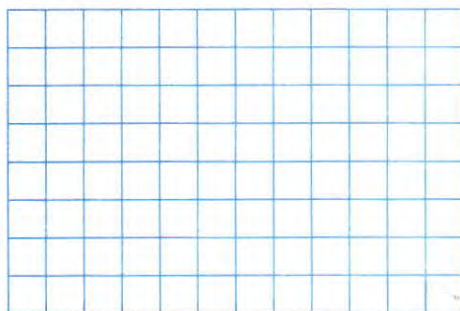
Решение:



Ответ: _____

б) $4x^2 - 11x = x^2 - 11x + 9x$

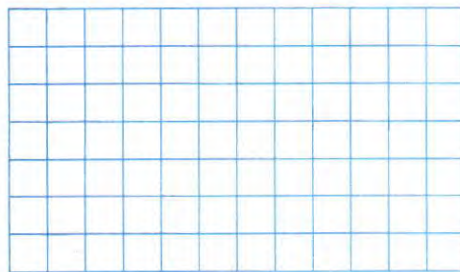
Решение:



Ответ: _____

г) $3x^2 = -2x$

Решение:



Ответ: _____

8. Решите неполное квадратное уравнение:

$$\text{a) } \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2} = 0$$

Решение:

$$\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2} = 0 \quad | \cdot 6$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad \text{или} \quad 2x + 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$2x = -3$$

$$x = 1,5$$

$$x = -1,5$$

Ответ: 1,5; -1,5.

$$\text{B) } 3(x^2 - 2) = 2(x^2 - 3)$$

Решение:

[illegible]

Ответ:

$$6) 10x^2 - 12,1 = 0$$

Решение:

A blank sheet of graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 10 columns and 8 rows, creating a total of 80 square units. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.

Ответ:

$$\Gamma) \frac{3}{5}x^2 - \frac{5}{3} = 0$$

Решение:

[illegible]

Ответ:

9. Найдите корни неполного квадратного уравнения:

$$\text{a) } 5u^2 - 7u = 0$$

Решение:

$$5u^2 - 7u = 0$$

$$5u(u - \frac{7}{5}) = 0$$

$$5u = 0$$

или

$$u - \frac{7}{5} = 0$$

$$u = 0$$

$$u = \frac{7}{5}, u = 1,4$$

Ответ: 0; 1,4.

$$6) 7x^2 - 1,4x = 0$$

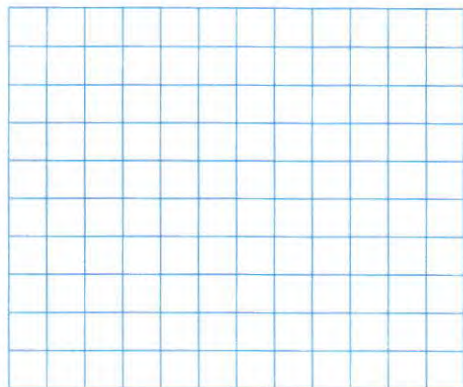
Решение:



Ответ:

в) $4,2q = 0,2q^2$

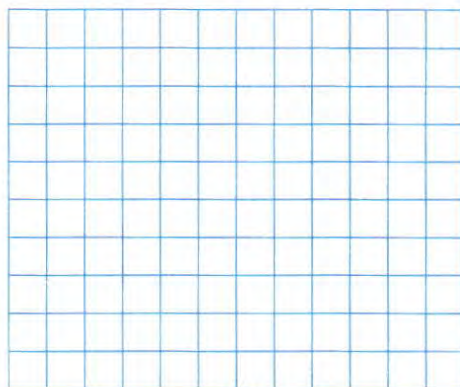
Решение:



Ответ: _____

г) $r(3 - r) = r(7 + r)$

Решение:



Ответ: _____

10. Решите квадратное уравнение, разложив левую часть уравнения на множители:

а) $z^2 - 5z + 4 = 0$

Решение: Разложим левую часть уравнения на множители:

$$z^2 - 5z + 4 = z^2 - 4z - z + 4 = (z^2 - 4z) - (z - 4) = z(z - 4) - (z - 4) = (z - 4)(z - 1)$$

Решим уравнение: $z^2 - 5z + 4 = 0$, $(z - 4)(z - 1) = 0$

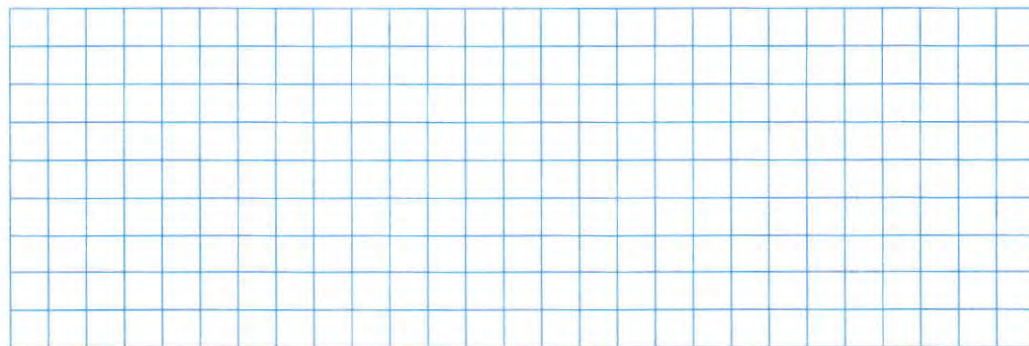
$$z - 4 = 0 \quad \text{или} \quad z - 1 = 0$$

$$z = 4 \quad \quad \quad z = 1$$

Ответ: 4; 1.

б) $y^2 + 7y - 8 = 0$

Решение:



Ответ: _____

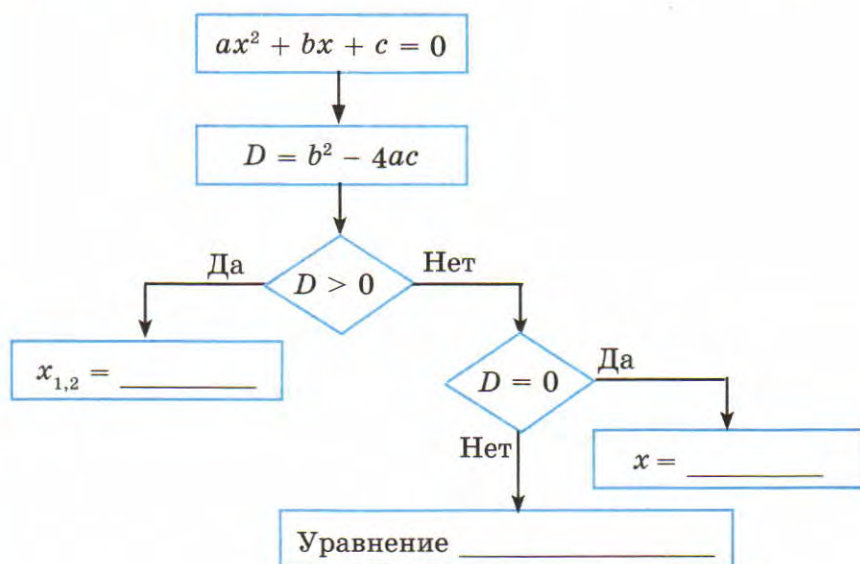


§ 25. ФОРМУЛЫ КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

1. Дополните предложение:

- 1) Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение _____. Дискриминант квадратного уравнения показывает _____ имеет уравнение.
- 2) Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет _____.
- 3) Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет _____.
- 4) Если $D < 0$, то квадратное уравнение _____.

2. Заполните пропуски:



3. Найдите дискриминант квадратного уравнения и определите число корней этого уравнения:

а) $4x^2 + 5x + 7 = 0$

Решение:

$$D = b^2 - 4ac, D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7 = 25 - 112 = -87.$$

$D < 0$, значит, уравнение не имеет корней.

б) $8x^2 - 3x - 4 = 0$

Решение:

в) $-3x^2 + x - 5 = 0$

Решение:

г) $4 - 2x^2 - x = 0$

Решение:

д) $5 - 6x + x^2 = 0$

Решение:

4. Приведите уравнение к виду $ax^2 + bx + c = 0$ и найдите дискриминант:

а) $4x^2 - 2x + 5 = 7 + 2x$

Решение:

$$4x^2 - 2x + 5 = 7 + 2x$$

$$4x^2 - 2x + 5 - 7 - 2x = 0$$

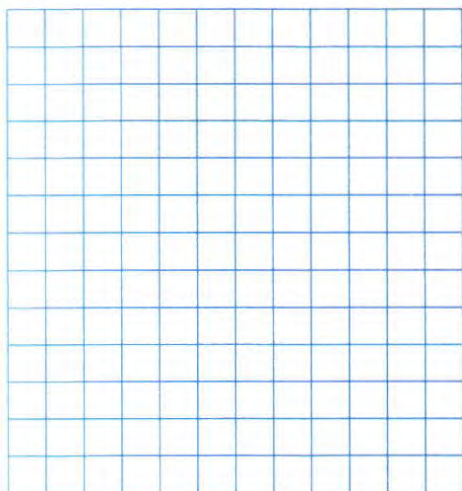
$$4x^2 - 4x - 2 = 0 \quad | : 2$$

$$2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 4 + 8 = 12$$

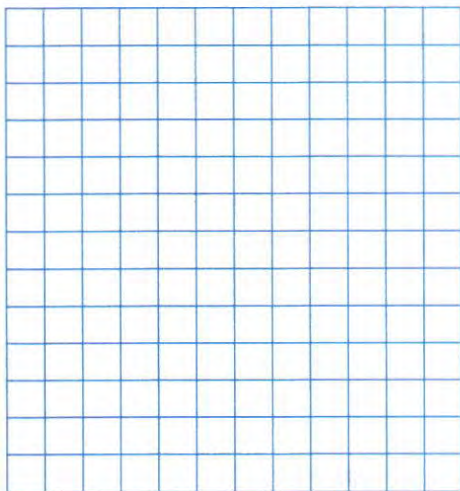
б) $7x^2 - 6x - 3 = x^2 + 5x + 1$

Решение:



в) $(x - 3)(2x + 4) = -10$

Решение:



5. Решите квадратное уравнение:

а) $5x^2 + 8x - 4 = 0$

Решение: $5x^2 + 8x - 4 = 0$

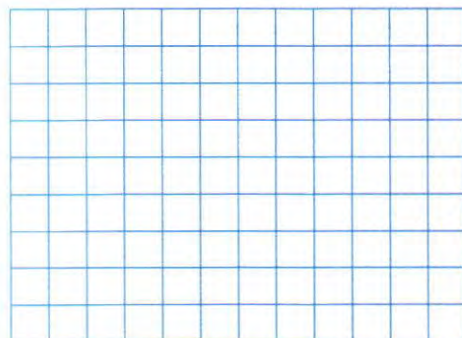
$D = b^2 - 4ac$, $D = 8^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 64 + 80 = 144$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-8 + \sqrt{144}}{2 \cdot 5} = \frac{-8 + 12}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 \\ x_2 = \frac{-8 - \sqrt{144}}{2 \cdot 5} = \frac{-8 - 12}{10} = \frac{-20}{10} = -2 \end{array} \right.$$

Ответ: 0,4; -2.

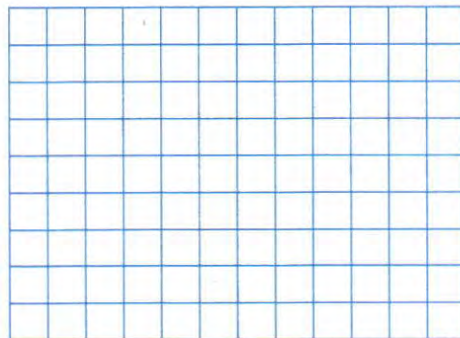
б) $x^2 - 9x + 20 = 0$

Решение:



в) $4x^2 - 7x - 2 = 0$

Решение:



Ответ: _____

Ответ: _____

6. При каком значении параметра p уравнение имеет один корень:

а) $x^2 + px + 16 = 0$

Решение: Квадратное уравнение имеет один корень, если $D = 0$.

$$D = b^2 - 4ac, D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = p^2 - 64$$

$$p^2 - 64 = 0, (p - 8)(p + 8) = 0$$

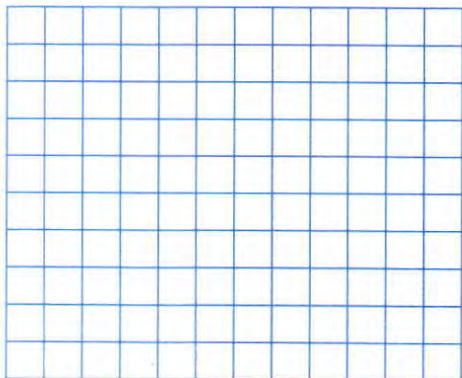
$$p - 8 = 0 \quad \text{или} \quad p + 8 = 0$$

$$p = 8 \quad \quad \quad p = -8$$

Ответ: при $p = 8, p = -8$ уравнение имеет один корень.

б) $x^2 + 2px + 3p = 0$

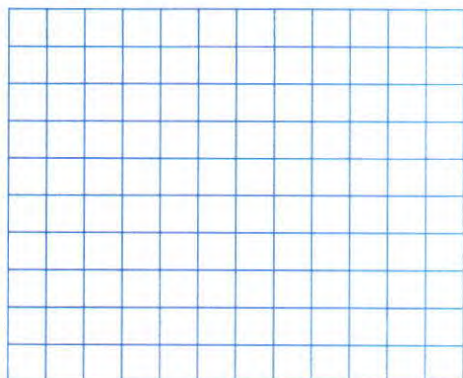
Решение:



Ответ: _____

в) $x^2 - px + 9 = 0$

Решение:

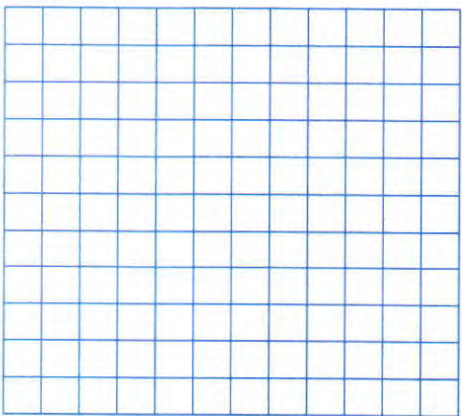


Ответ: _____

7. Найдите корни уравнения:

а) $(x - 2)^2 = 3x - 8$

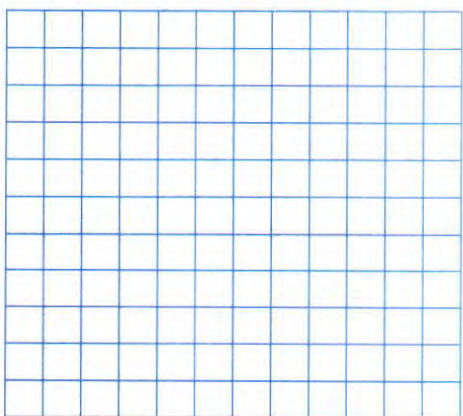
Решение:



Ответ: _____

б) $(x - 2)(x + 2) = 7x - 14$

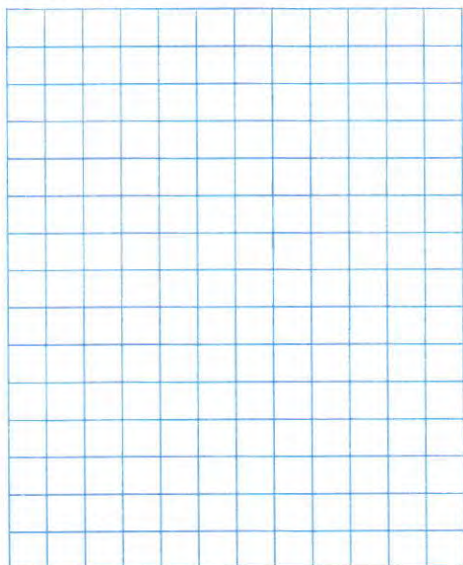
Решение:



Ответ: _____

в) $(x - 3)^2 - 16 = (1 - 2x)^2$

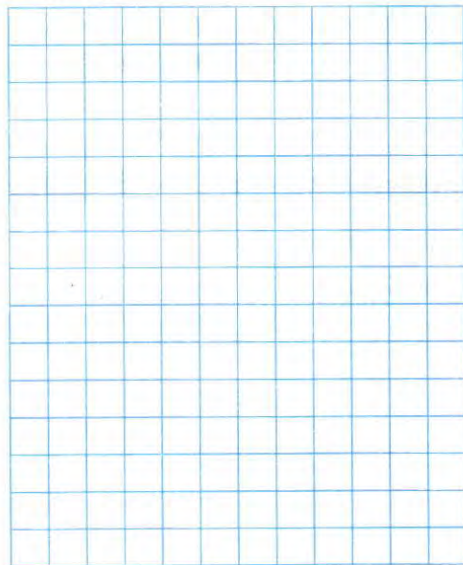
Решение:



Ответ: _____

г) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x - 4}{5}$

Решение:



Ответ: _____

8. При каких значениях переменной:

а) значение многочлена $z^2 - 12z + 35$ равно 0;

Решение: $z^2 - 12z + 35 = 0$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140 = 4$$

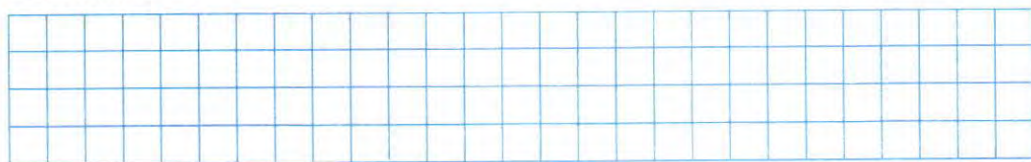
$$z = \frac{-(-12) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{12 + 2}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

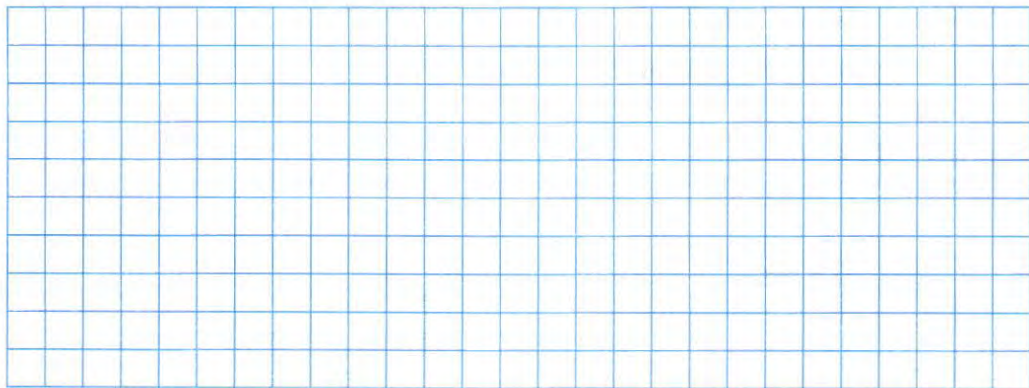
$$z = \frac{-(-12) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{12 - 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Ответ: при $z = 7$, $z = 5$.

б) трехчлен $2 + y - \frac{y^2}{2}$ равен двучлену $2y^2 - 3y$;

Решение:

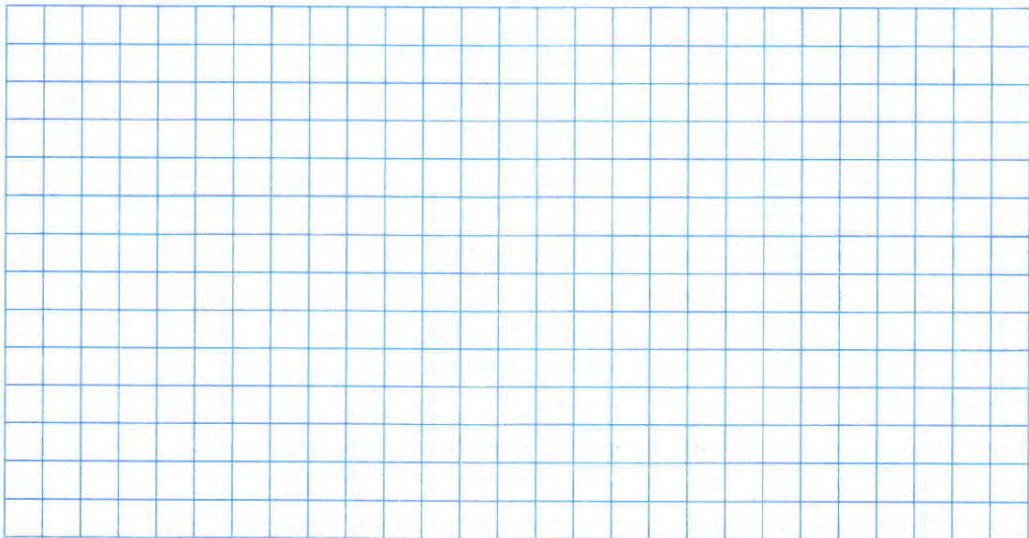




Ответ: _____

в) значения двучленов $1,5y^2 + 0,5$ и $3y - 2,5y^2$ равны;

Решение:



Ответ: _____

9. Одно из двух натуральных чисел на 7 меньше другого. Найдите эти числа, если их произведение равно 330.

Решение:

I этап

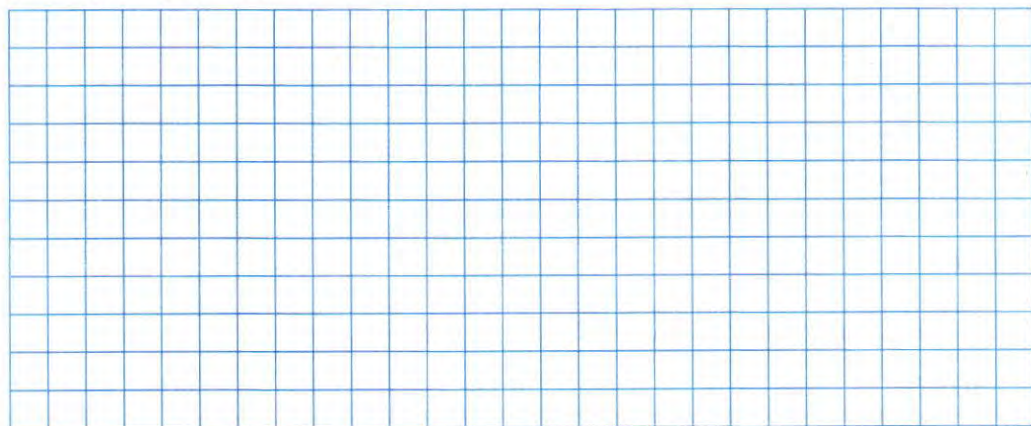
Пусть n — первое число, тогда $n + 7$ — второе число. Так как произведение этих чисел равно 330, то составим уравнение: $n(n + 7) = 330$.

II этап

Решим полученное уравнение:

$$n(n + 7) = 330$$

$$n^2 + 7n - 330 = 0$$

**III этап**

Ответ: _____

10. Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 14 дм, а диагональ прямоугольника 26 дм.

Решение:

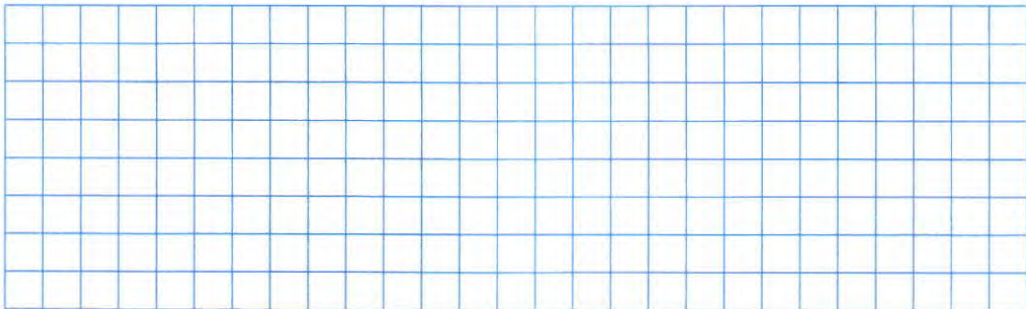
I этап

Пусть стороны прямоугольника a и b , а d — диагональ. По условию задачи $b - a = 14$, $b = a + 14$, $d = 26$. По теореме Пифагора $d^2 = a^2 + b^2$. Получим математическую модель данной реальной ситуации: $26^2 = a^2 + (a + 14)^2$.

II этап

Решим полученное уравнение:





III этап

Ответ: _____



§ 26. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Дополните предложение:

1) Алгебраическое выражение, составленное из чисел и переменной с помощью операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в целую степень, называется _____

выражением с одной переменной.

2) Если $r(x)$ — рациональное выражение, то уравнение $r(x) = 0$ называется _____ уравнением.

3) Корень уравнения, который обращает знаменатель рационального уравнения в нуль, называется _____
корнем и в ответ его _____.

4) Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$ называется _____
уравнением. Для его решения вводят новую переменную _____,
решают уравнение относительно новой переменной _____,
а затем возвращаются к переменной _____.

5) Метод введения новой переменной еще называют методом _____.

2. Решите уравнение:

а) $\frac{3x - x^2}{2} + \frac{2x^2 - x}{6} = x$

Решение:

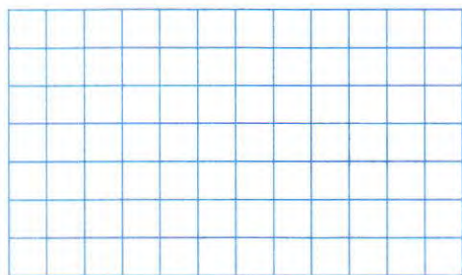
$$\frac{3x - x^2}{2} + \frac{2x^2 - x}{6} = x \quad | \cdot 6$$

$$9x - 3x^2 + 2x^2 - x - 6x = 0$$

$$-x^2 + 2x = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 - 2x = 0$$

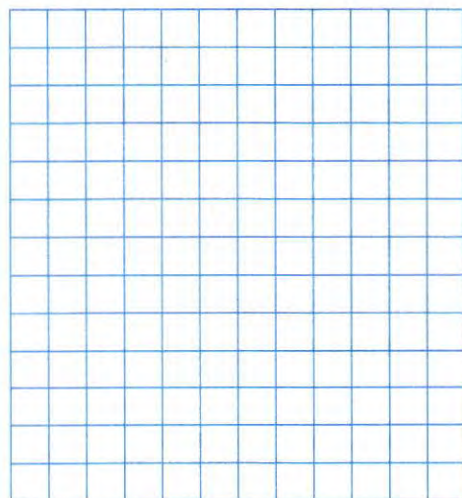
$$x(x - 2) = 0$$



Ответ: _____

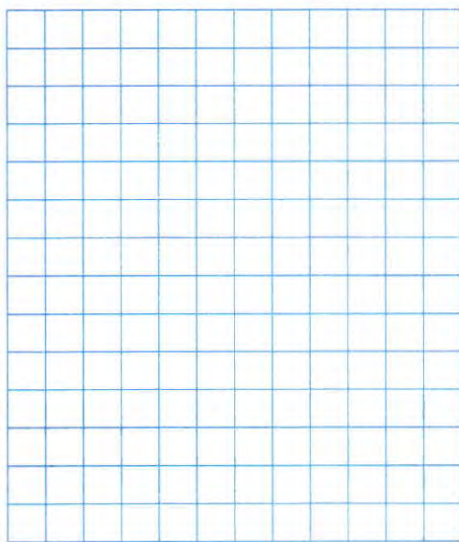
в) $\frac{x^2 - 2x}{2x - 1} = \frac{4x - 3}{1 - 2x}$

Решение:



б) $\frac{3x + 1}{4} - \frac{7x - x^2}{10} = \frac{x^2 - 1}{8}$

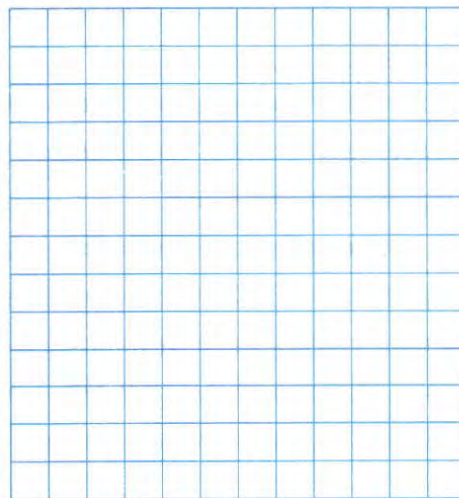
Решение:

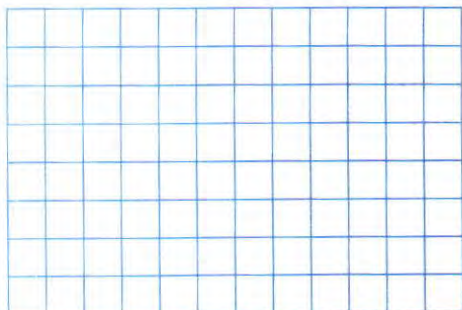


Ответ: _____

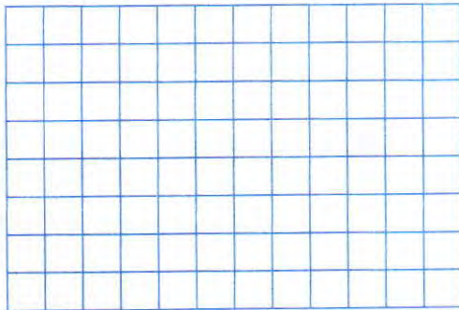
г) $\frac{2y - 5}{y + 5} = \frac{3y + 21}{2y - 1}$

Решение:





Ответ: _____



Ответ: _____

3. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{x}{x-4} - \frac{2}{x+4} = \frac{32}{x^2-16}$

Решение:

$$\frac{x^{(x+4)}}{x-4} - \frac{2^{(x-4)}}{x+4} = \frac{32}{x^2-16}$$

$$\frac{x(x+4) - 2(x-4) - 32}{(x-4)(x+4)} = 0$$

$$\frac{x^2 + 4x - 2x + 8 - 32}{(x-4)(x+4)} = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x - 24}{(x-4)(x+4)} = 0$$

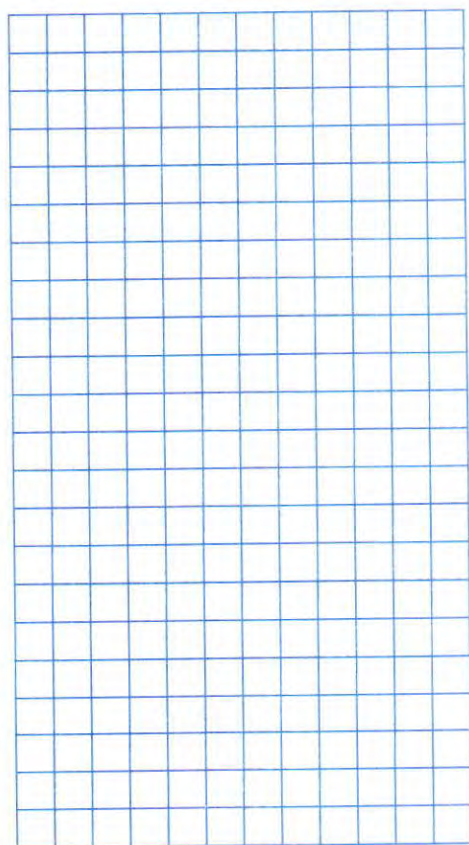
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 24 = 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x = 4 - \text{посторонний корень} \\ x = -6 \end{bmatrix} \\ x \neq 4 \\ x \neq -4 \end{cases}$$

Ответ: -6.

б) $\frac{3x+1}{x} + \frac{5}{x-2} = \frac{6x-2}{x^2-2x}$

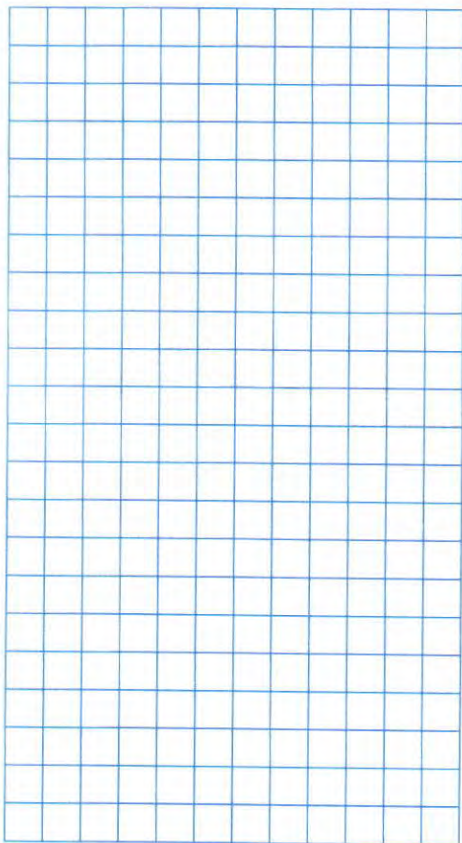
Решение:



Ответ: _____

в) $\frac{2x^2 + x - 1}{x + 1} = 3x + 1$

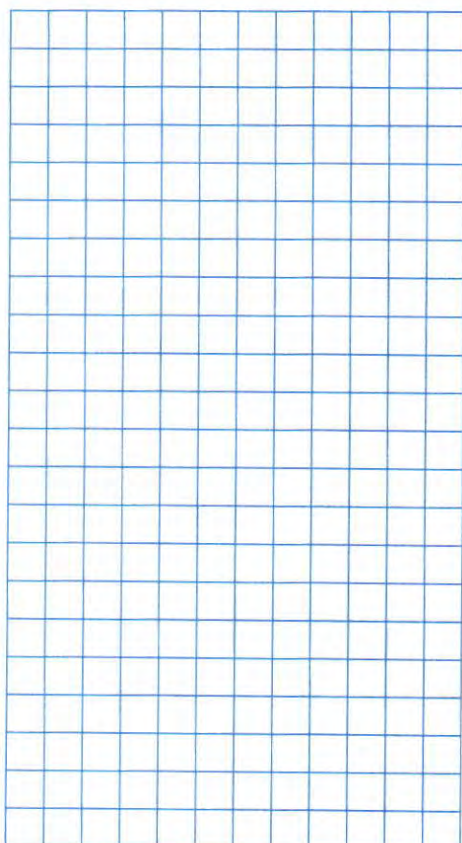
Решение:



Ответ: _____

г) $\frac{1}{2x - x^2} + \frac{x - 4}{2x + x^2} = \frac{2}{4 - x^2}$

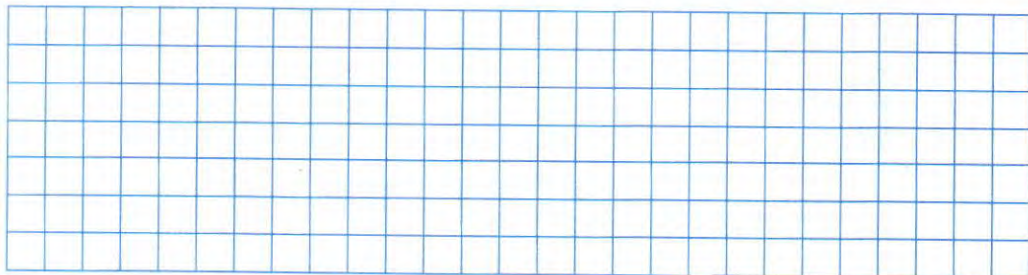
Решение:

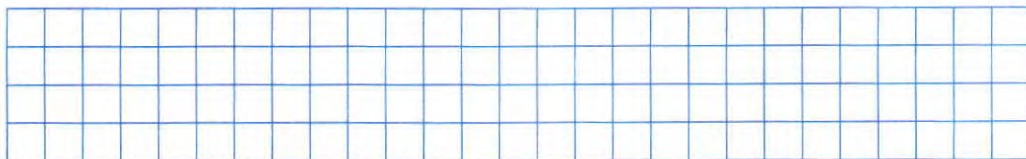


Ответ: _____

4. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

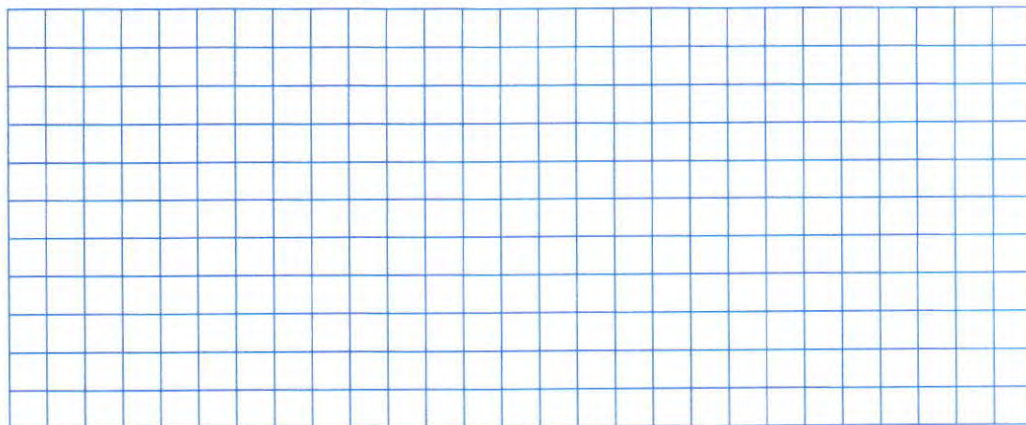
а) $y = 0$ и $y = \frac{(x + 1)(3x - 2)}{x - 4}$





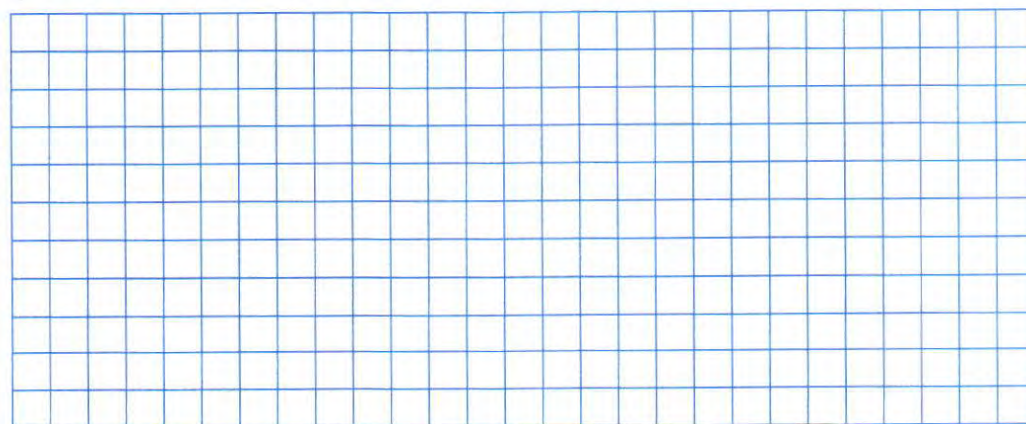
Ответ: _____

б) $y = 2x - 1$ и $y = \frac{14 - x}{x + 2}$



Ответ: _____

в) $y = 5x$ и $y = 6 + \frac{4}{x - 1}$



Ответ: _____

5.

$$\text{a) } \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{5}{8}$$

Решение:

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small squares formed by thin blue lines. There are 20 columns and 15 rows of squares. The paper has a white background and a thin blue border around the edges.

Ответ: _____

$$6) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x-3} = 0$$

Решение:

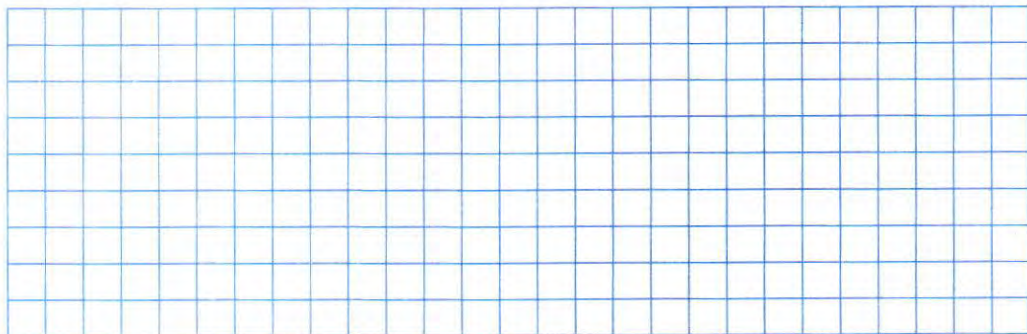
[illegible]

Ответ: _____

$$\text{B)} \frac{1}{t-2} + \frac{1}{t+8} + \frac{1}{t-5} = 0$$

Решение:

[illegible]



Ответ: _____

6. Решите уравнение методом введения новой переменной:

а) $9u^4 + 41u^2 + 5 = 0$

Решение:

$$9u^4 + 41u^2 + 5 = 0$$

Пусть $x = u^2$, тогда уравнение примет вид: $9x^2 + 41x + 5 = 0$.

Решим уравнение относительно новой переменной:

$$9x^2 + 41x + 5 = 0$$

$$D = 41^2 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

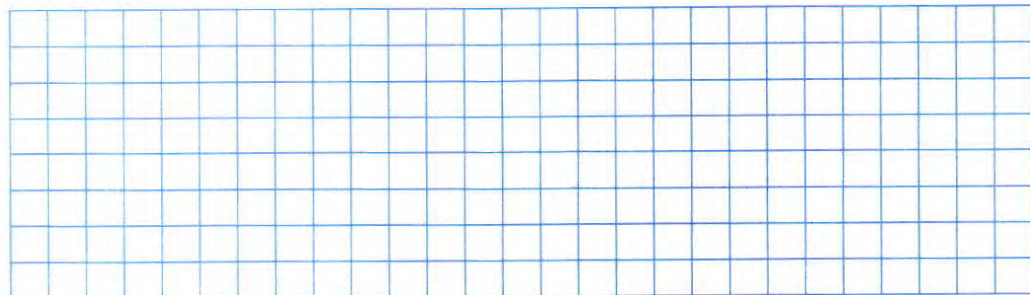
Вернемся к старой переменной и решим уравнения: $u^2 = x_1$ и $u^2 = x_2$

_____	_____
_____	_____
_____	_____

Ответ: _____

б) $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

Решение:



Ответ: _____

$$\text{в) } 16y^4 - 24y^2 + 9 = 0$$

Решение:

[illegible]

Ответ: _____

г) $\sqrt{u} + u = 6$

Решение:

[illegible]

Ответ: _____

7. При каком значении переменной:

а) сумма дроби $\frac{t+1}{t-1}$ и дроби, обратной данной, равна 2,5?

Решение:

[illegible]

[illegible]

Ответ:

б) сумма дробей $\frac{1}{y}$ и $\frac{y}{y-1}$ равна их произведению?

Решение:

[illegible]

Ответ:



§ 27. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ СИТУАЦИЙ

1. Опишите этапы решения задач:

I этап

II этап

III этап

На I этапе производится перевод условия задачи с обыденного языка на _____.

На II этапе происходит решение _____.

На III этапе анализируются полученные на II этапе результаты и записывается

Решение:

Пусть x — числитель искомой дроби, тогда $x + 4$ — ее знаменатель. Искомая дробь имеет вид $\frac{x}{x+4}$. При увеличении числителя на 2 получим числитель новой дроби $x + 2$, а знаменатель новой дроби будет $x + 4 + 21 = x + 25$. Получим дробь $\frac{x+2}{x+25}$. По условию задачи новая дробь $\frac{x+2}{x+25}$ меньше исходной $\frac{x}{x+4}$ на $\frac{1}{4}$, значит, получим уравнение: $\frac{x+2}{x+25} + \frac{1}{4} = \frac{x}{x+4}$.

Решим полученное уравнение:

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light blue horizontal and vertical lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ответ:

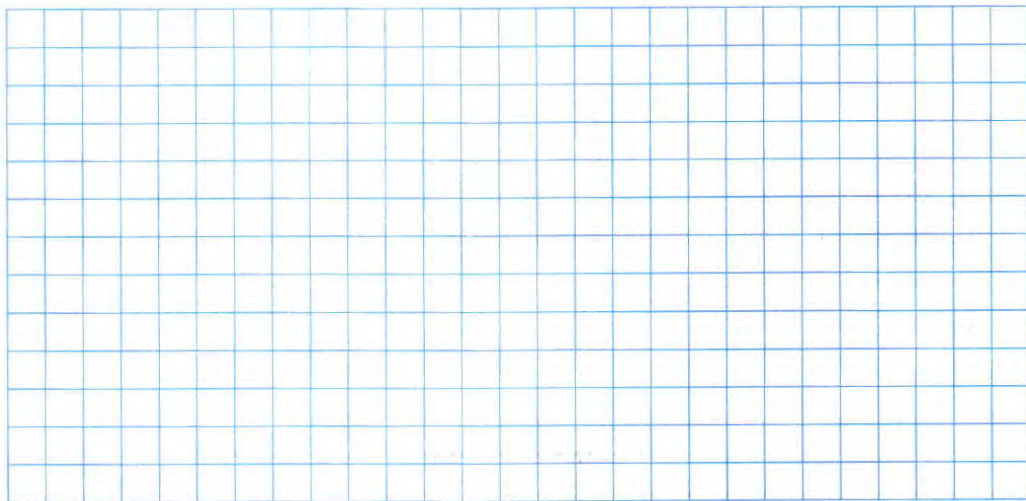
2) Знаменатель дроби на 1 меньше числителя. Если прибавить к числителю 3, а к знаменателю 18, то полученная дробь будет на 1 меньше исходной. Найдите исходную дробь.

Решение:

I этап

II этап

Решим полученное уравнение:



III этап

Ответ: _____

3) Длина земельного участка прямоугольной формы на 20 м больше его ширины, а площадь равна 800 м^2 . Найдите длину и ширину участка.

Решение:

I этап

Пусть x м — ширина участка, тогда его длина $(x + 20)$ м. По условию задачи площадь участка равна 800 м^2 , то есть $x \cdot (x + 20) = 800$.

Решим полученное уравнение:

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small squares formed by thin blue lines. There are 20 columns and 15 rows of squares visible on the page.

Ответ: _____

Решение:

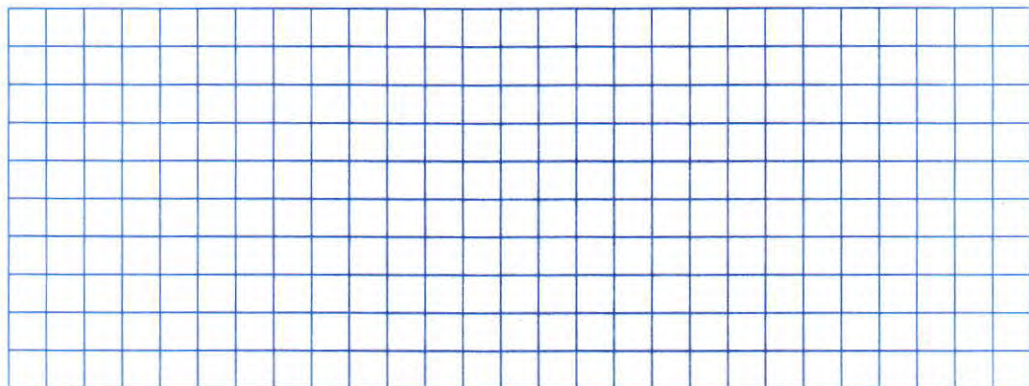
Пусть собственная скорость катера $V_{\text{собст}} = x$ км/ч.

	S , км	V , км/ч	t , ч	Связь На 1 ч $\leftarrow$
По течению	112	$x + 1$	$\frac{112}{x + 1}$	
Против течения	112	$x - 1$	$\frac{112}{x - 1}$	

Составим уравнение: $\frac{112}{x-1} - \frac{112}{x+1} = 1$

Решим полученное уравнение:

[illegible]



III этап

Ответ: _____

6) На участке пути длиной 300 км поезд увеличил скорость на 10 км/ч, в результате чего прибыл на конечную станцию на 1 ч раньше, чем планировалось по расписанию. С какой скоростью должен был двигаться поезд по расписанию?

Решение:

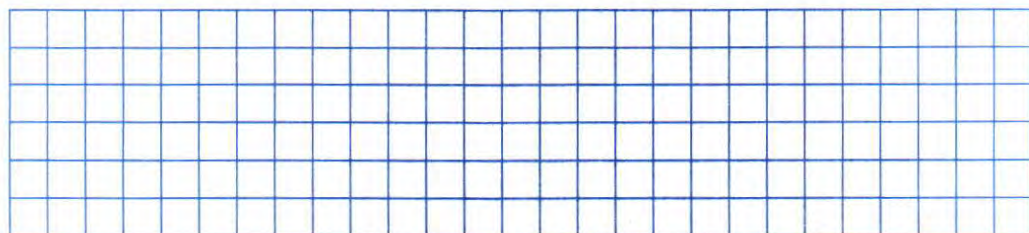
I этап

	S , км	V , км/ч	t , ч	Связь
По расписанию	300	x	$\frac{300}{x}$	На 1 ч > 
По факту	300	$x + 10$	$\frac{300}{x + 10}$	

Составим уравнение: _____

II этап

Решим полученное уравнение:



[illegible]

Ответ:

Решение:

$$6 \text{ мин} = \frac{6}{60} \text{ ч} = \frac{1}{10} \text{ ч}$$

	S , км	V , км/ч	t , ч	Связь
Из города в поселок				
Из поселка в город		x		

Составим уравнение:

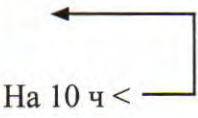
Решим полученное уравнение:

[illegible]

10) Усовершенствованный станок-автомат изготавливает в час на 40 деталей больше, чем станок старой модели и поэтому для изготовления 2400 деталей на новом станке нужно на 10 ч меньше, чем на старом. Найдите производительность усовершенствованного станка.

Решение:

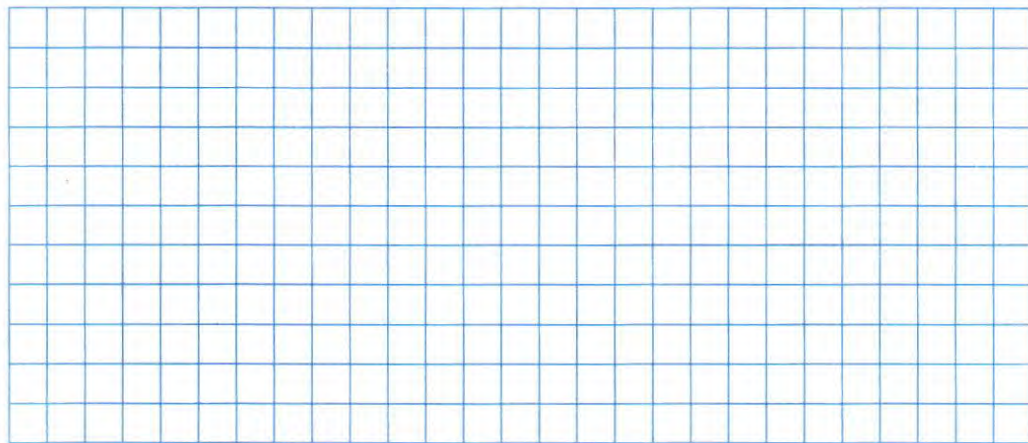
I этап

	Производительность, деталей в час	Количество деталей	Время работы, ч	Связь
Старый станок	$x - 40$	2400	$\frac{2400}{x - 40}$	
Новый станок	x	2400	$\frac{2400}{x}$	

Составим уравнение: _____

II этап

Решим полученное уравнение:



III этап

Ответ: _____

11) Два комбайна убрали поле за 4 дня. За сколько дней мог убрать поле каждый комбайн, если одному из них для выполнения этой работы потребовалось бы на 6 дней меньше, чем другому?

I этап

	Время выполнения работы по отдельности	Часть работы, выполненная за 1 день	Часть работы, выполненная за 4 дня	Связь частей
I комбайн				1
II комбайн				

Составим уравнение:

II этап

Решим полученное уравнение:

[illegible]

III этап

Ответ:



§ 28. ЕЩЕ ОДНА ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

1. Дополните предложение:

Корни квадратного уравнения $ax^2 + 2kx + c = 0$ можно вычислить по формуле

Корни квадратного уравнения $x^2 + 2kx + c = 0$ вычисляются по формуле

2. Решите уравнение:

а) $-x^2 + 6x - 8 = 0$

Решение:

$$-x^2 + 6x - 8 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 8 = 0$$

$$x = -k \pm \sqrt{k^2 - ac}$$

$$x = -(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 1 \cdot 8} =$$

$$= 3 \pm \sqrt{9 - 8} = 3 \pm 1$$

$$x_1 = 4, x_2 = 2$$

Ответ: _____

б) $z^2 - 6z - 7 = 0$

Ответ: _____

в) $x^2 - 10x + 21 = 0$

Ответ: _____

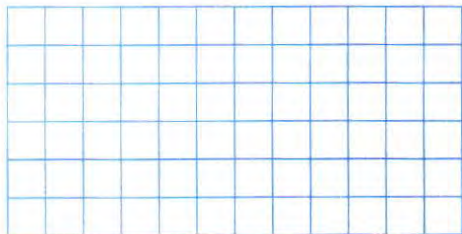
г) $x^2 + 12x + 20 = 0$

Ответ: _____

3. Найдите корни уравнения, используя наиболее рациональную формулу корней квадратного уравнения:

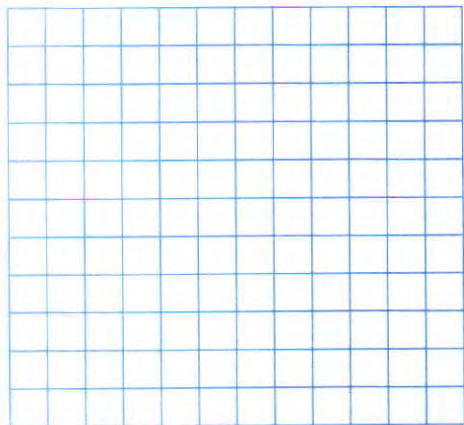
а) $y^2 - 2y + 2 = 0$

б) $z^2 + 4z + 1 = 0$



Ответ: _____

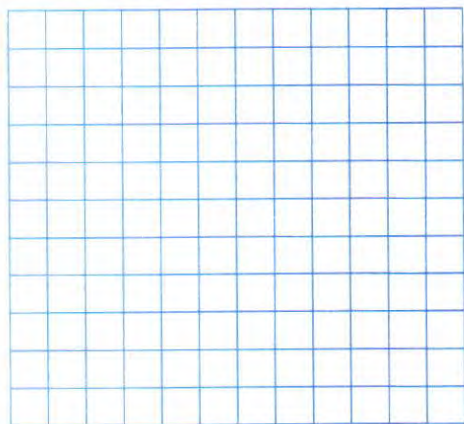
в) $7x^2 + 6x + 1 = 0$



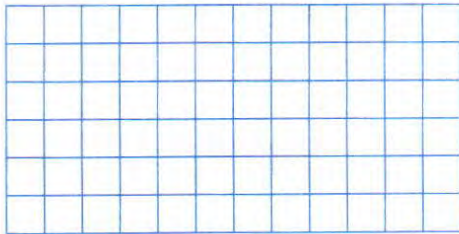
Ответ: _____

4. Определите, имеет ли уравнение корни. Если имеет, то найдите их рациональным способом.

а) $2u^2 + 6u + 1 = 0$

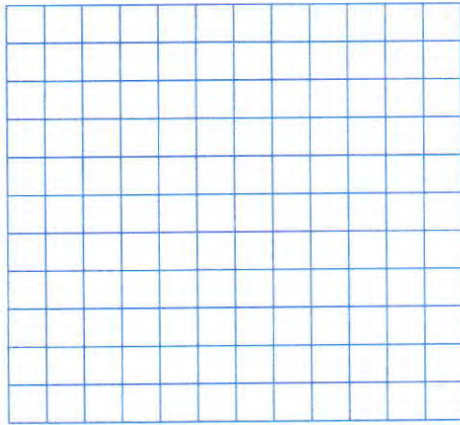


Ответ: _____



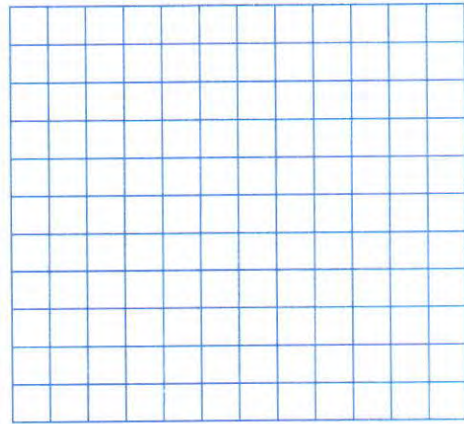
Ответ: _____

г) $3v^2 - 2v - 1 = 0$



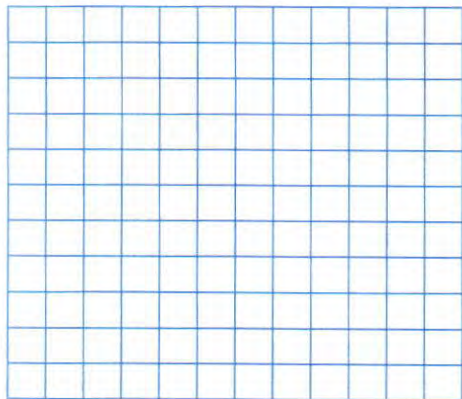
Ответ: _____

б) $6x^2 + 8x - 13 = 0$



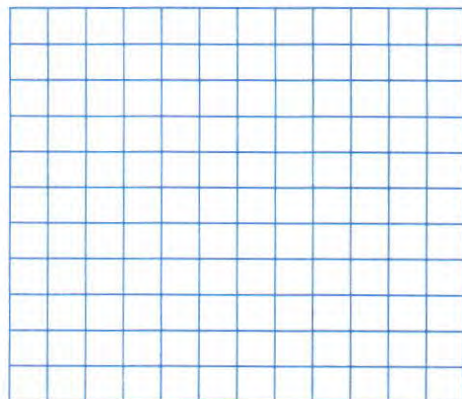
Ответ: _____

в) $3x^2 - 98x + 5 = 0$



Ответ: _____

г) $p^2 + 100p + 200 = 0$



Ответ: _____

5. Решите уравнение, при необходимости преобразовав его:

а) $45t^2 + 60t + 20 = 0$

$45t^2 + 60t + 20 = 0 \mid : 5$

$9t^2 + 12t + 4 = 0$

$(3t + 2)^2 = 0$

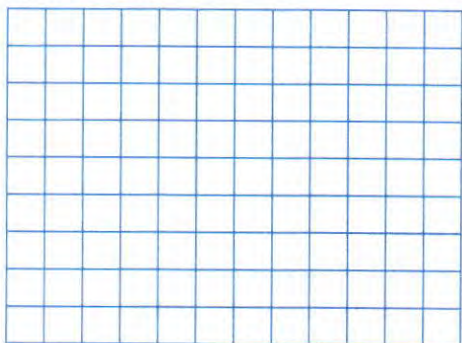
$3t + 2 = 0$

$3t = -2$

$t = -\frac{2}{3}$

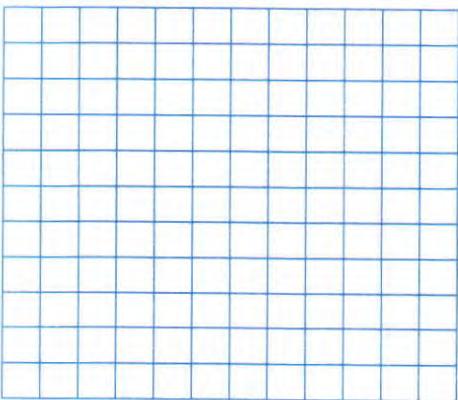
Ответ: $-\frac{2}{3}$

б) $3x^2 - 10x + 3 = 0$



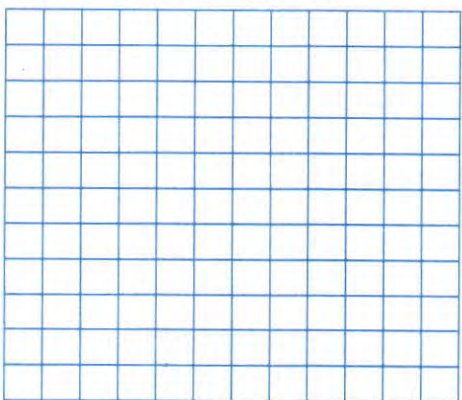
Ответ: _____

в) $5y^2 - 8y + 3 = 0$



Ответ: _____

г) $12m^2 + 36m + 27 = 0$



Ответ: _____

6. Найдите корни биквадратного уравнения:

а) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

Сделаем замену $y = x^2$

$$y^2 - 26y + 25 = 0$$

$$y = 13 \pm \sqrt{169 - 25} = 13 \pm \sqrt{144} = 13 \pm 12$$

$$y = 25$$

или

$$y = 1$$

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = 1$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x - 5 = 0, x + 5 = 0$$

$$x - 1 = 0, x + 1 = 0$$

$$x = 5, x = -5$$

$$x = 1, x = -1$$

Ответ: 5; -5; 1; -1.

б) $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0$

Ответ _____

в) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

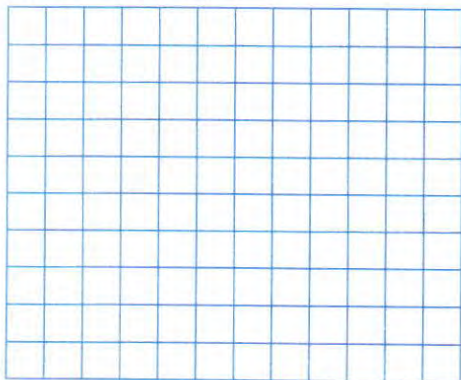
Ответ _____

г) $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$

Ответ: _____

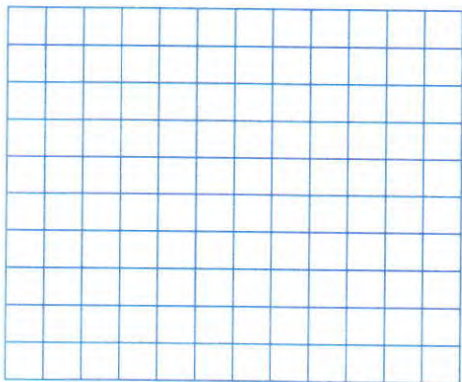
7. Найдите корни уравнения:

а) $5y^2 - 1 = 4y$



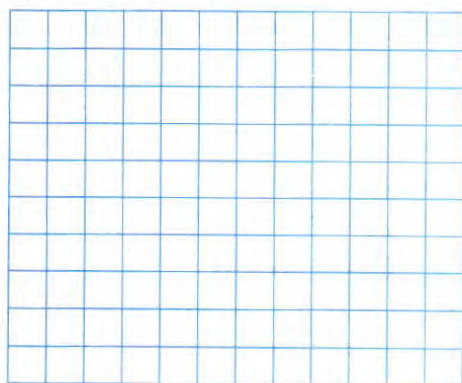
Ответ: _____

в) $(x + 3)^2 = 2x + 6$



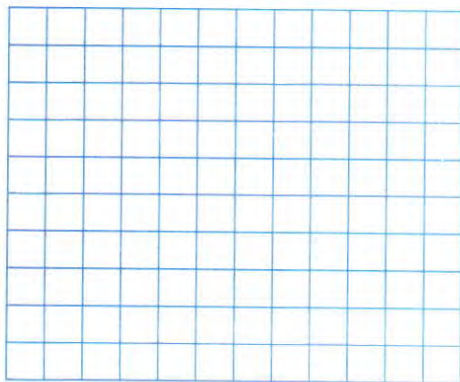
Ответ: _____

б) $7x^2 = -1 - 8x$



Ответ: _____

г) $\frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5$



Ответ: _____



§ 29. ТЕОРЕМА ВИЕТА

1. Дополните предложение:

1) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 \cdot x_2 =$ _____. Это теорема _____.

2) Если x_1 и x_2 — корни приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, то $x_1 + x_2 =$ _____, $x_1 \cdot x_2 =$ _____.

3) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то квадратный трехчлен можно разложить на множители: $ax^2 + bx + c =$ _____.

4) Если квадратный трехчлен раскладывается на множители, то он _____.

5) Если квадратный трехчлен не имеет корней, то его _____ разложить на линейные множители.

6) Если x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$, то числа x_1 и x_2 — _____ уравнения _____.

2. Заполните таблицу:

Уравнение	Коэффициенты		Корни уравнения	
	p	q	x_1	x_2
$x^2 - 14x + 33 = 0$	14	33	-11	-3
	17	52		
			4	2
		6	3	

3. Найдите корни квадратного уравнения, используя теорему Виета для приведенного квадратного уравнения:

а) $x^2 + 3x - 18 = 0$

Решение:

По теореме Виета $x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = -18$. Подберем числа, удовлетворяющие этим условиям: $x_1 = -6$, $x_2 = 3$. Выполним проверку: $-6 + 3 = -3$, $-6 \cdot 3 = -18$.

Ответ: -6; 3.

б) $x^2 - 2x - 24 = 0$

Решение:

Ответ: _____

в) $x^2 - x - 20 = 0$

Решение:

Ответ: _____

г) $x^2 + 3x - 28 = 0$

Решение:

Ответ: _____

4. Найдите второй корень уравнения, если дан один из корней уравнения:

а) $x^2 - 21x + 54 = 0$, $x_1 = 3$

Решение:

По теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = 54$, значит, $3 \cdot x_2 = 54$, $x_2 = \frac{54}{3}$, $x_2 = 18$.

Ответ: 18.

б) $9x^2 - 20x - 21 = 0$, $x_1 = 2$

Решение:

Ответ: _____

в) $x^2 + 17x - 38 = 0$, $x_1 = 2$

Решение:

Ответ: _____

5. Запишите квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, корни которого равны:

а) 2 и 5

Решение:

По теореме Виета $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$. Подставим корни уравнения в эти равенства, чтобы найти коэффициенты квадратного уравнения:

$$-p = 2 + 5$$

$$p = -7,$$

$$q = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{Ответ: } x^2 - 7x + 10 = 0.$$

б) -1 и 3

Решение:

Ответ: _____

в) 0,4 и $2\frac{1}{2}$

Решение:

Ответ: _____

6. Составьте квадратное уравнение по его корням:

а) $x_1 = 1 + \sqrt{6}$; $x_2 = 1 - \sqrt{6}$

Решение:

Ответ: _____

б) $x_1 = -\sqrt{7}$; $x_2 = \sqrt{7}$

Решение:

Ответ: _____

в) $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{3}$

Решение:

Ответ: _____

7. а) Один из корней уравнения $x^2 + px + 35 = 0$ равен 7. Найдите второй корень уравнения и коэффициент p .

Решение:

Ответ: _____

б) Один из корней уравнения $x^2 - 7x + q = 0$ равен 2. Найдите второй корень уравнения и коэффициент q .

Решение:

Ответ: _____

8. Не решая уравнения $x^2 + 7x - 11 = 0$, найдите значение выражения, если x_1 и x_2 корни этого уравнения:

а) $x_1^2 + x_2^2$

Решение:

Ответ: _____

б) $(x_1 - x_2)^2$

Решение:

Ответ: _____

в) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Решение:

Ответ: _____

г) $x_1^3 + x_2^3$

Решение:

Ответ: _____

§ 30. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Дополните предложение:

- 1) Если в уравнении переменная содержится под знаком корня, то уравнение называется _____.
- 2) Метод решения уравнения, при котором обе части иррационального уравнения возводятся в квадрат, называется _____.
- 3) При решении методом возведения в квадрат иррациональных уравнений возможно появление _____ корней, которые надо отсеять, выполнив проверку.
- 4) Два уравнения называются равносильными, если они _____ корни или если они оба _____ корней.

2. Заполните таблицу:

Равносильные преобразования	Неравносильные преобразования
1) _____ _____ _____ _____	1) _____ _____ _____ _____
2) _____ _____ _____ _____	2) _____ _____ _____ _____
Могут появиться посторонние корни!	

3. Решите уравнение:

а) $\sqrt{3x + 4} = 8$

$3x + 4 = 64$

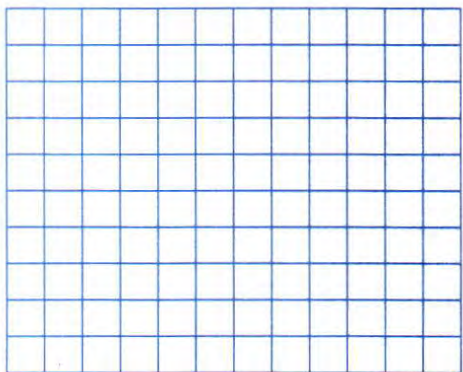
$3x = 64 - 4$

$3x = 60, x = 20$

Ответ: 20.

б) $\sqrt{2 - 5x} = 4$

в) $\sqrt{x+8} - 2 = 0$

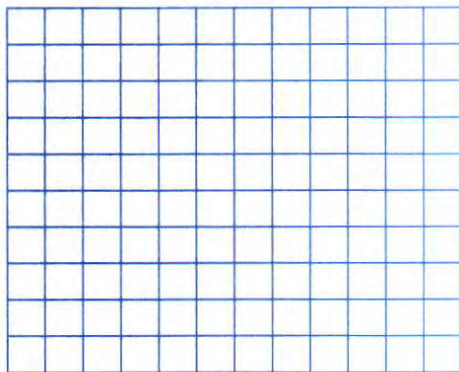


Ответ: _____



Ответ: _____

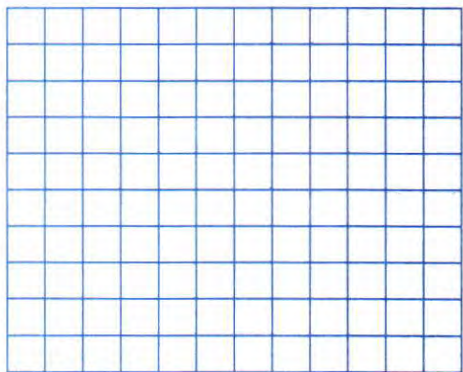
г) $\sqrt{5x+4} - 7 = 0$



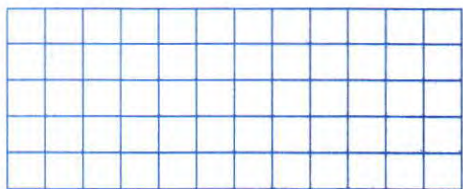
Ответ: _____

4. Найдите корни уравнения:

а) $\sqrt{x^2 - x - 19} = 1$

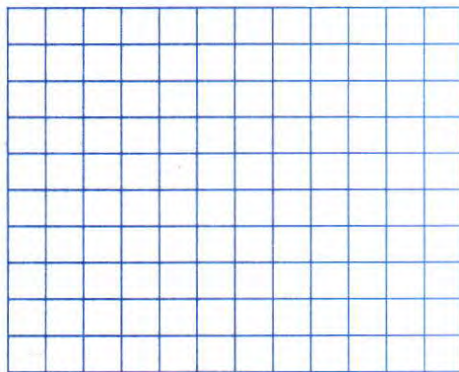


Проверка:

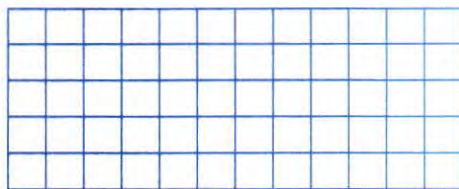


Ответ: _____

б) $\sqrt{x^2 + 3x - 12} = 4$

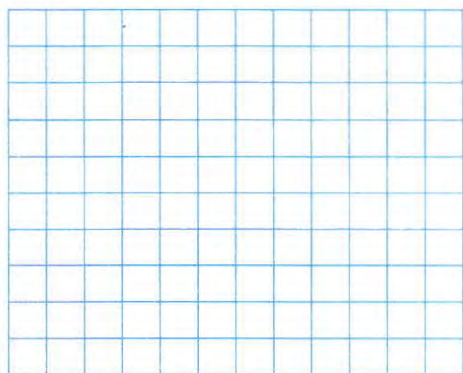


Проверка:

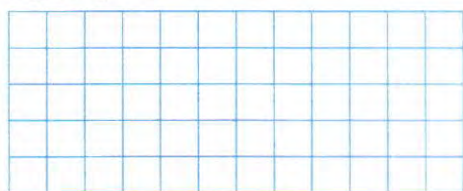


Ответ: _____

в) $\sqrt{x^2 + 14x + 33} - 3 = 0$



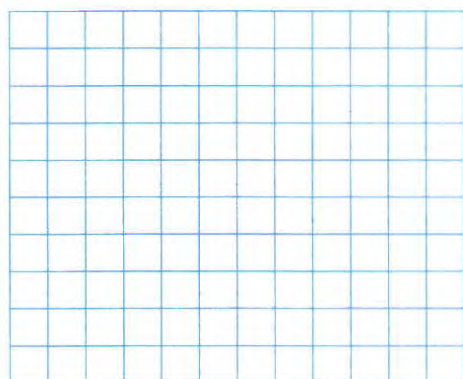
Проверка:



Ответ: _____

5. Решите уравнение:

а) $\sqrt{\frac{x^2 - 6}{x - 3}} = \sqrt{\frac{x}{x - 3}}$

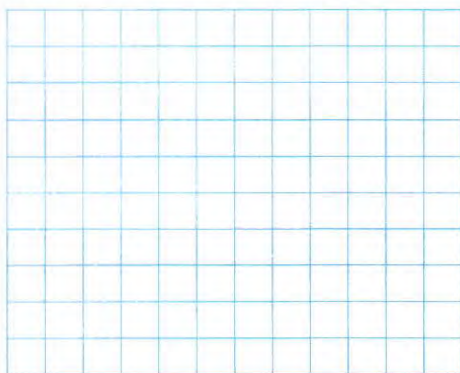


Ответ: _____

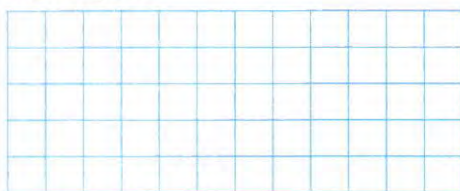
в) $\sqrt{\frac{20}{x}} = \sqrt{9 - x}$



г) $\sqrt{x^2 + 20x + 61} - 5 = 0$

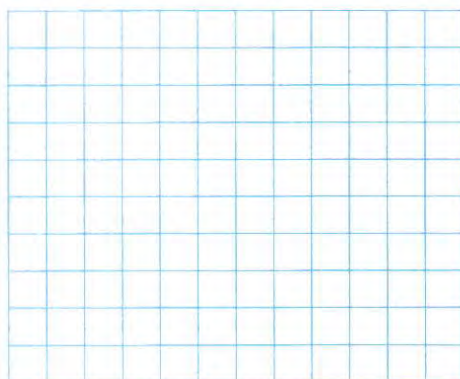


Проверка:



Ответ: _____

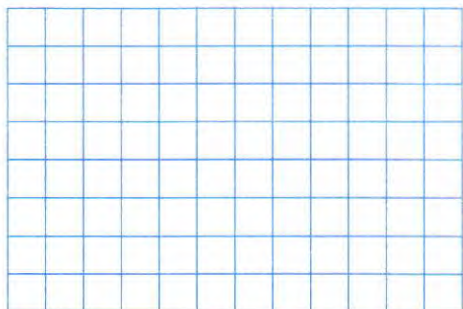
б) $\sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x + 4}} = \sqrt{\frac{8}{x + 4}}$



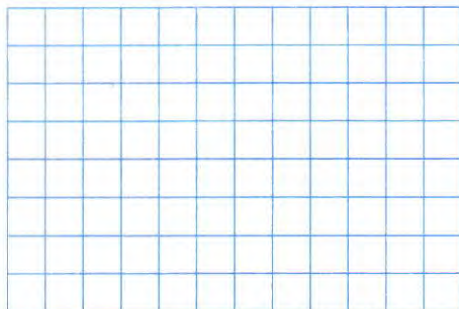
Ответ: _____

г) $\sqrt{\frac{10}{x}} = \sqrt{7 - x}$





Ответ: _____



Ответ: _____

6. Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

а) $2x - 1 - 10\sqrt{2x - 1} - 39 = 0$

Введем новую переменную

$y = 2x - 1, y \geq 0$ тогда

$y^2 - 10y - 39 = 0$

$y = 13$ или $y = -3$ — посторонний корень

$\sqrt{2x - 1} = 13$

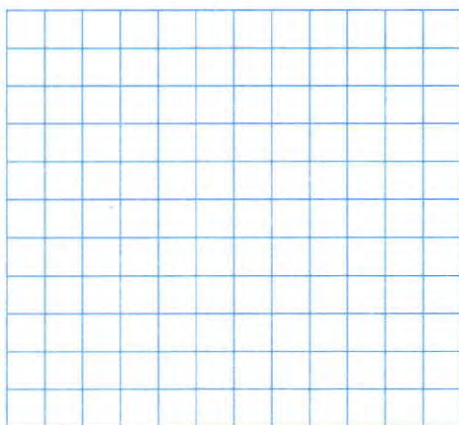
$2x - 1 = 169$

$2x = 170$

$x = 85$

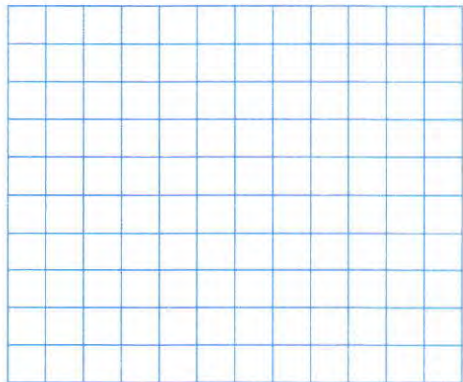
Ответ: 85.

б) $3(3x + 2) - 7\sqrt{3x + 2} + 3 = 0$



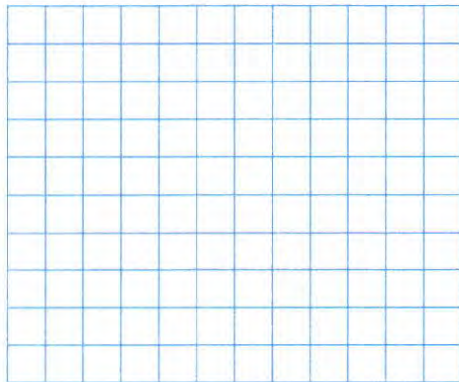
Ответ: _____

в) $-(5x - 1) + \sqrt{5x - 1} + 3 = 0$



Ответ: _____

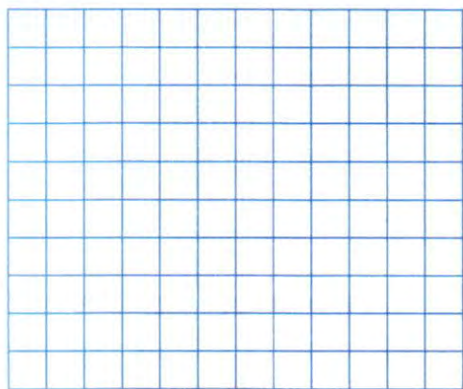
г) $2(4x + 7) - 2\sqrt{4x - 7} + 0,5 = 0$



Ответ: _____

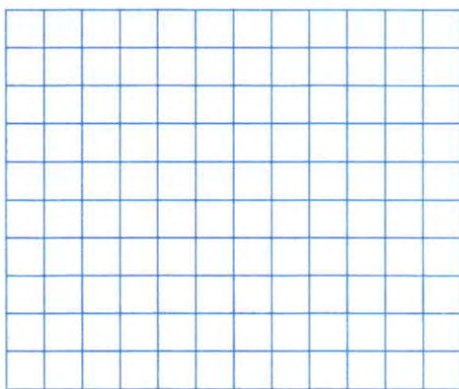
7. Найдите корни уравнения:

а) $\sqrt{(x+4)(2x-1)} = \sqrt{x(3x+11)}$



Ответ: _____

б) $\sqrt{7(1-x)} = \sqrt{(2x+3)(1-x)}$



Ответ: _____

Глава 5. НЕРАВЕНСТВА



§ 31. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. Дополните предложения:

1) свойства числовых неравенств:

- Если $a > b$ и $b > c$, то a c .
- Если $a > b$, то $a + c$ $b + c$.
- Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства .
Если $a > b$ и $m > 0$, то am bm .
- Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства .
Если $a > b$ и $m < 0$, то am bm .
- Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c$ $b + d$.
- Если a, b, c, d — положительные числа и $a > b, c > d$, то ac bd .
- Если a и b — неотрицательные числа и $a > b$, то a^n b^n , где $n \in N$.

2) Неравенства вида $a > b, c > d$ (или $a < b, c < d$) называются неравенствами смысла.

Неравенства вида $a > b, c < d$ (или $a < b, c > d$) называются неравенствами смысла.

3) Число $\frac{a+b}{2}$ называется чисел a и b .

4) Число $\sqrt{ab}$ называется чисел a и b .

Неравенство Коши имеет вид .

2. Сравните числа x и y , если:

а) $x - y = 0,04$

Решение:

$x - y = 0,04 > 0$, значит, $x > y$.

б) $x - y = -0,01$

Решение:

в) $2(x - y) = -0,5$

Решение:

г) $\frac{1}{2}(x - y) = \frac{1}{3}$

Решение:

3. Заполните пропуски знаками так, чтобы получилось верное равенство или неравенство:

а) $2\frac{1}{8}$ — 2,125

в) $-\frac{1}{4}$ — $-\frac{1}{3}$

б) $0,4$ — $\frac{2}{7}$

г) $-\frac{3}{4}$ — $-0,14$

4. Сравните значения выражений:

а) $32,16 : 1,6$ и $6,7 : \frac{1}{3}$

Решение:

Ответ:

б) $-1,24 \cdot 7,5$ и $12 : (-1,5)$

Решение:

Ответ:

в) $0,2 \cdot (-0,3) \cdot 0,5$ и $0,26 : (-13)$

Решение:

Ответ: _____

г) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ и $\frac{2}{7}$ $(-3,5)$

Решение:

Ответ: _____

5. Известно, что $a > b$. Сравните значения выражений:

а) $-2a$ и $-2b$

Решение:

$a > b \mid \cdot (-2)$

$-2a < -2b$

б) $-\frac{1}{2}a$ и $-\frac{1}{2}b$

Решение:

Ответ: _____

в) $a + 6$ и $b + 6$

Решение:

Ответ: _____

г) $5 - a$ и $5 - b$

Решение:

Ответ: _____

6. Известно, что $a > b$. Расположите в порядке возрастания числа:
 $a + 2$; $b - 8$; $a + 11$; b ; $b - 6$; a .

Ответ: _____

7. Докажите неравенство:

а) $(x - 3)^2 > x(x - 6)$

Доказательство:

$$(x - 3)^2 > x(x - 6)$$

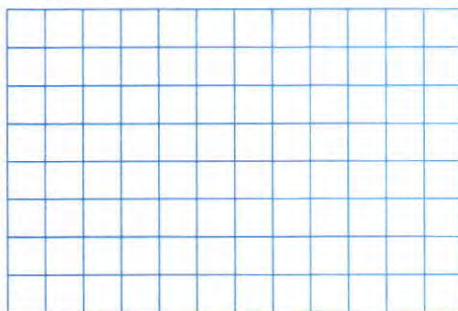
$$(x - 3)^2 - x(x - 6) > 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - x^2 + 6x > 0$$

$$9 > 0 \text{ — верное неравенство}$$

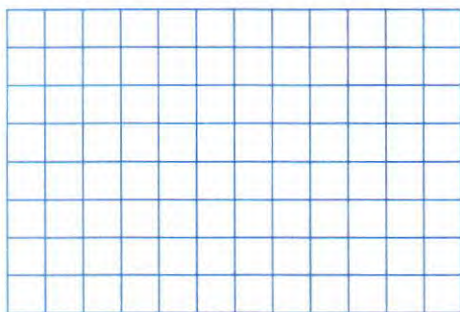
б) $(x + 5)^2 > x(x + 10)$

Доказательство:



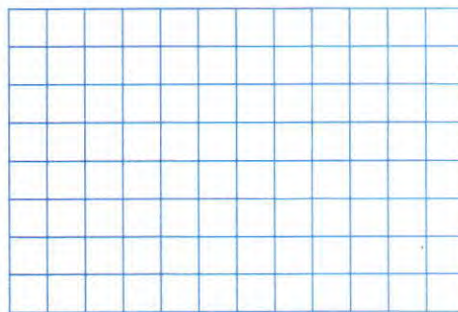
в) $x^2 + 1 \geq 2(3x - 4)$

Доказательство:



г) $x^2 + 5 \geq 10(x - 2)$

Доказательство:



8. Известно, что $a > b > 0$. Заполните пропуски знаком $>$ или $<$, чтобы получилось верное неравенство:

а) $12a$ ____ $10b$

в) $-15a$ ____ $-14b$

б) $6a$ ____ b

г) $-3a$ ____ $-2b$

9. Известно, что $3 < a < 4$. Оцените значение выражения:

а) $5a$

Решение: $3 < a < 4 \mid \cdot 5$

$$3 \cdot 5 < a \cdot 5 < 4 \cdot 5$$

$$15 < 5a < 20$$

б) $-a$

Решение:

в) $a + 2$

Решение:

г) $5 - a$

Решение:

д) $0,2a + 3$

Решение:

10. Известно, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$. Оцените значение выражения:

а) $\sqrt{2} + 1$

Решение:

б) $2 - \sqrt{2}$

Решение:

в) $\sqrt{2} - 1$

Решение:

г) $-1 - \sqrt{2}$

Решение:

11. Известно, что $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d < 0$. Заполните пропуски:

1) ab ____ 0

2) ac ____ 0

3) cd ____ 0

4) $\frac{a}{b}$ ____ 0

5) $\frac{ab}{c}$ ____ 0

6) bcd ____ 0

7) $\frac{b}{cd}$ ____ 0

8) $abcd$ ____ 0

9) $\frac{abd}{c}$ ____ 0

10) $\frac{ac}{bd}$ ____ 0



§ 32. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ НА МОНОТОННОСТЬ

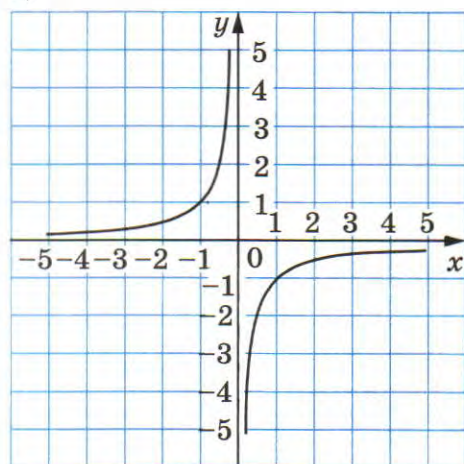
1. Дополните предложение:

1) Функция $y = f(x)$ называется возрастающей на промежутке X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где $x_1 \in X$ и $x_2 \in X$, следует неравенство $f(x_1)$ $f(x_2)$.

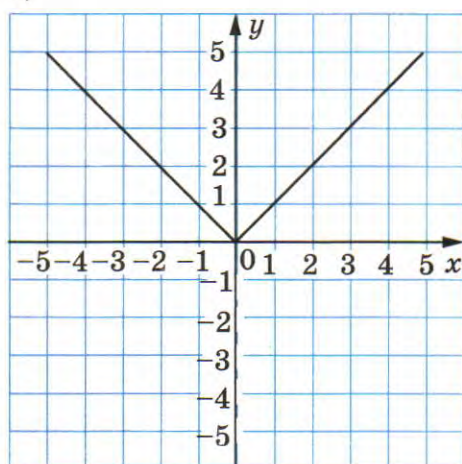
2) Функция $y = f(x)$ называется убывающей на промежутке X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где $x_1 \in X$ и $x_2 \in X$, следует неравенство $f(x_1)$ $f(x_2)$.

2. Установите соответствие между графиком функции и утверждением:

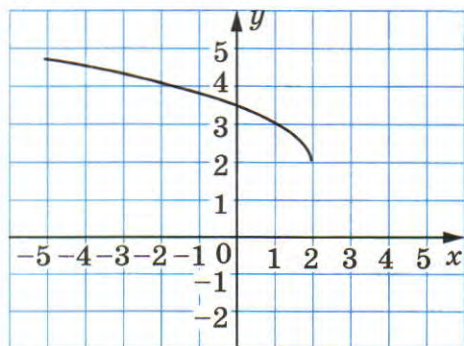
1)



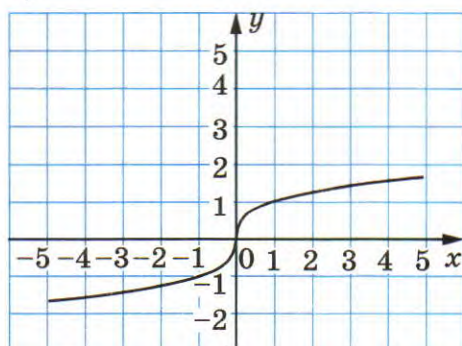
2)



3)



4)



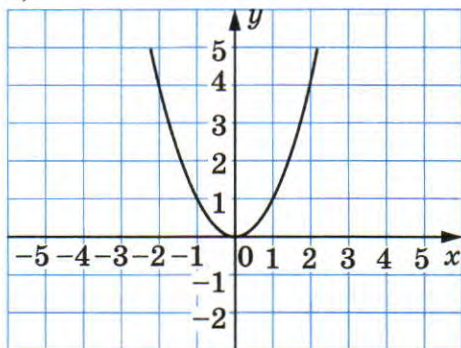
- А) функция, возрастающая на промежутке $(-\infty; +\infty)$
 Б) функция, возрастающая на $(-\infty; 0)$ и на $(0; +\infty)$
 В) функция возрастает на $(-\infty; 0]$ и убывает на $[0; +\infty)$
 Г) функция, убывающая на промежутке $(-\infty; 2]$

Ответ:

1)	2)	3)	4)

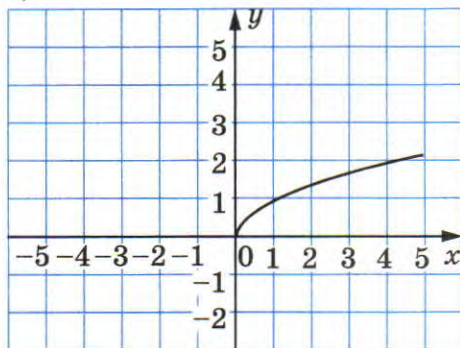
3. Укажите характер монотонности функции, график которой изображен на рисунке:

а)

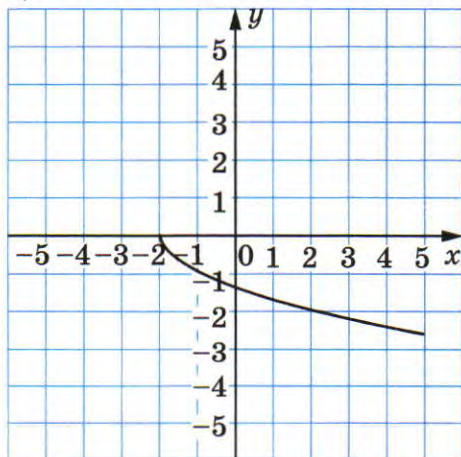


Функция возрастает на $[0; +\infty)$
 и функция убывает на $(-\infty; 0]$

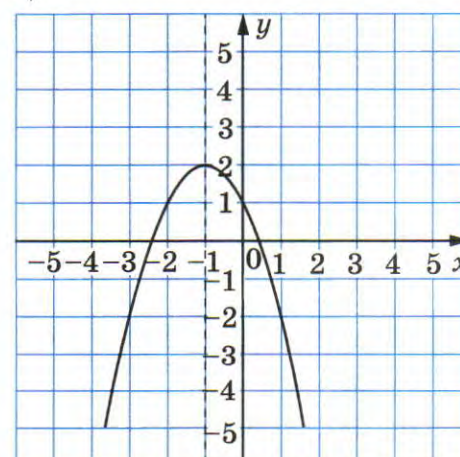
б)



в)

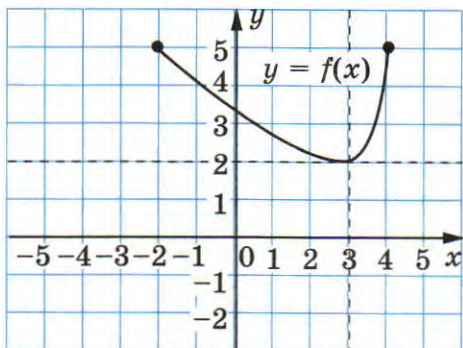


г)

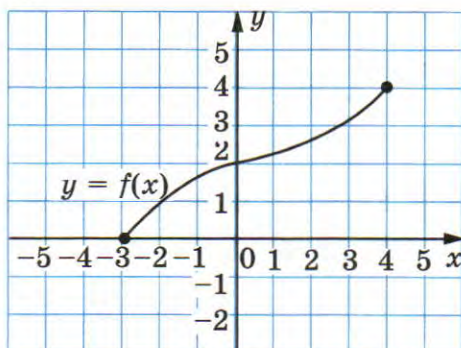


4. Найдите промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображен на рисунке:

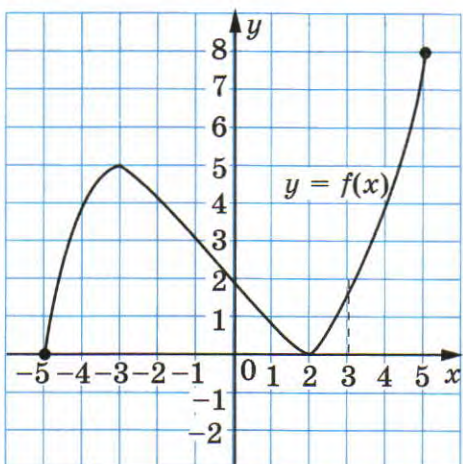
а)



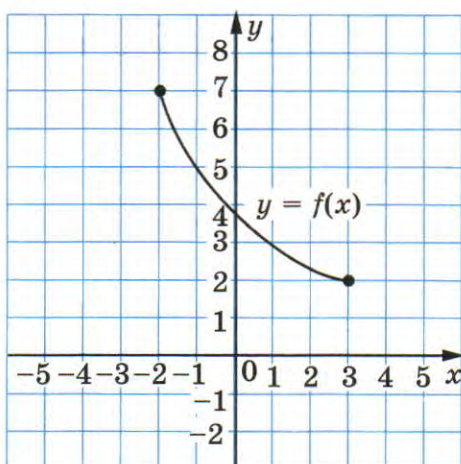
б)



в)



г)



5. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = 3x - 1$

Решение:

Пусть $x_1 < x_2$, тогда $3x_1 < 3x_2$

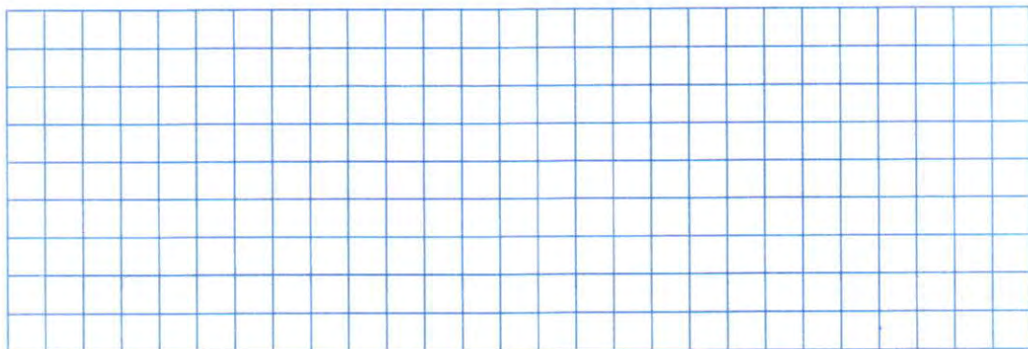
$$3x_1 - 1 < 3x_2 - 1$$

$$y_1 < y_2$$

Так как из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $y_1 < y_2$, то функция $y = 3x - 1$ является возрастающей.

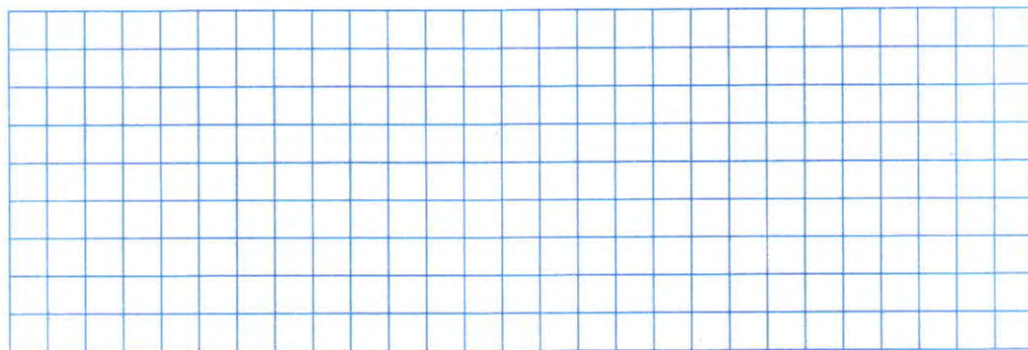
б) $y = -3x + 1$

Решение:



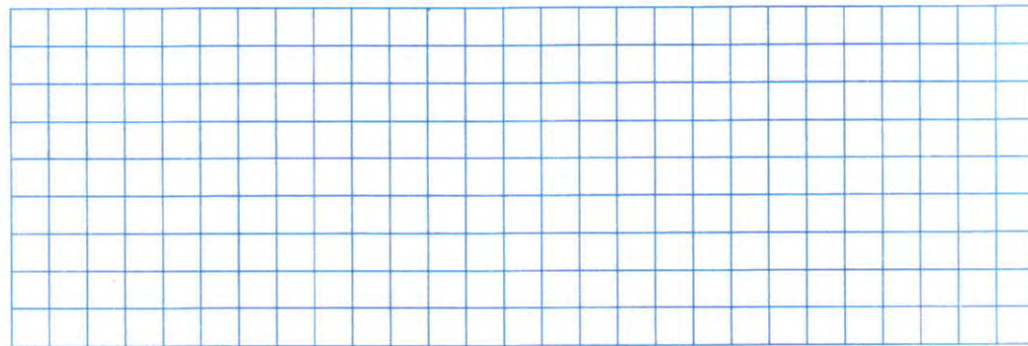
в) $y = \frac{3}{x}$

Решение:



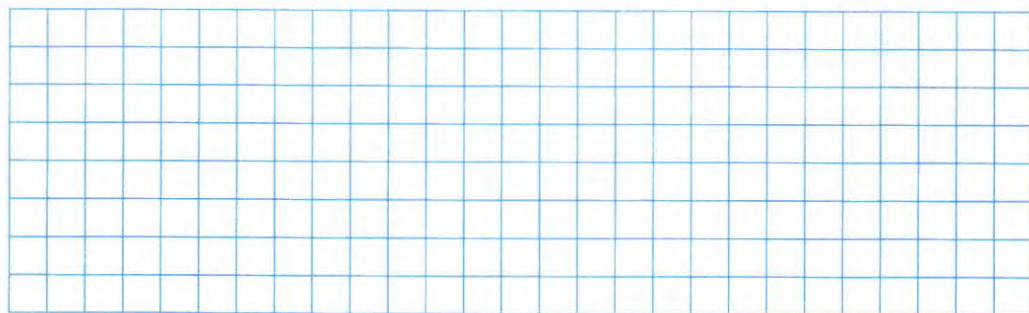
г) $y = 3x^2$

Решение:



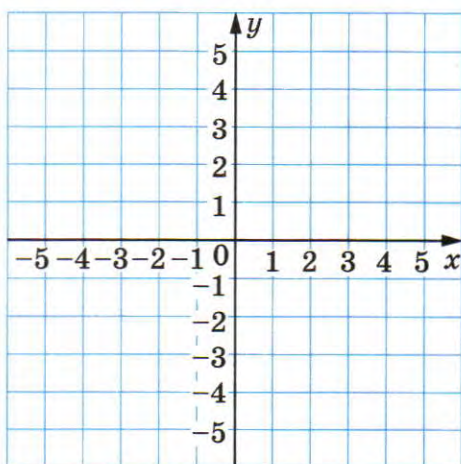
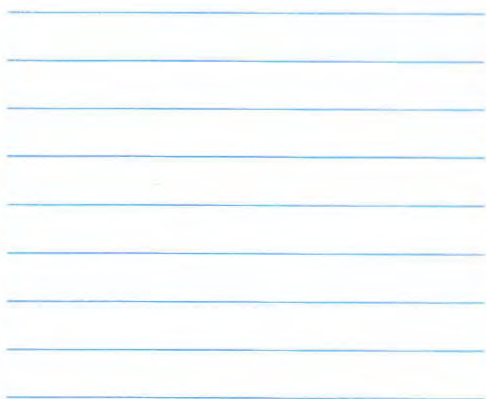
д) $y = -3x^2$

Решение:

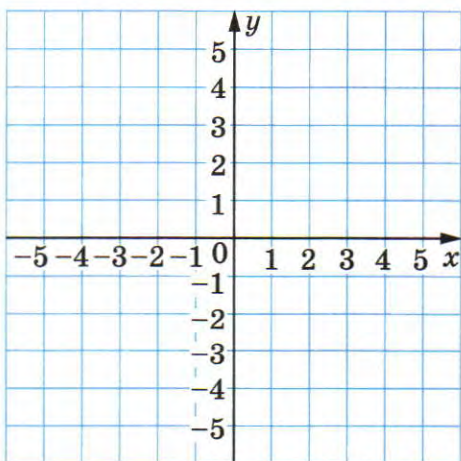


6. Постройте график функции и исследуйте ее на монотонность:

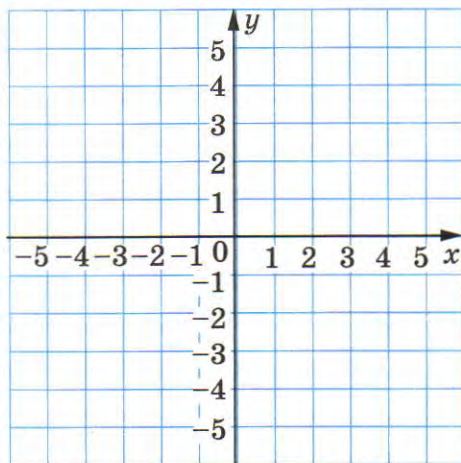
а) $y = |x - 1|$



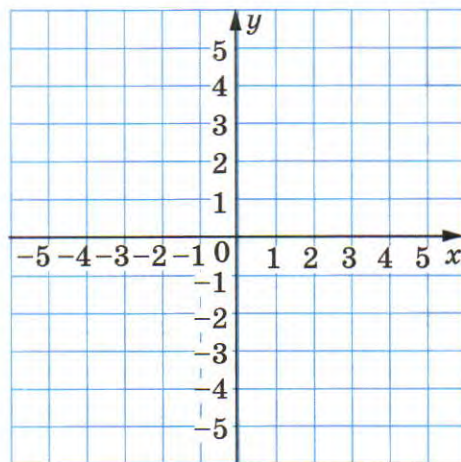
б) $y = \sqrt{x} + 2$



в) $y = -(x - 3)^2$



г) $y = -\sqrt{x + 1}$



7. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0, \\ -x + 2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

1) Найдите:

$f(-3) =$ _____

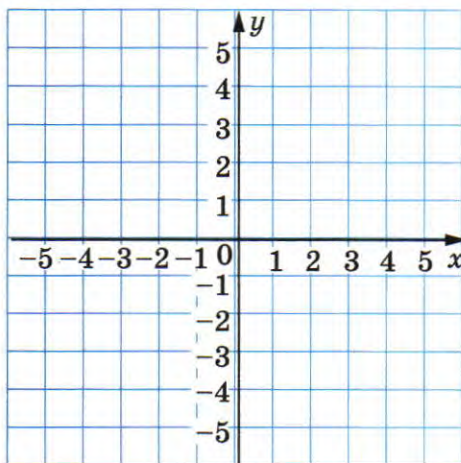
$f(-1) =$ _____

$f(0) =$ _____

$f(4) =$ _____

2) Постройте график функции

3) Перечислите свойства функции:



8. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 + 5, & \text{если } -4 \leq x \leq 0, \\ \sqrt{x+1}, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

1) Найдите:

$f(-4) =$ _____

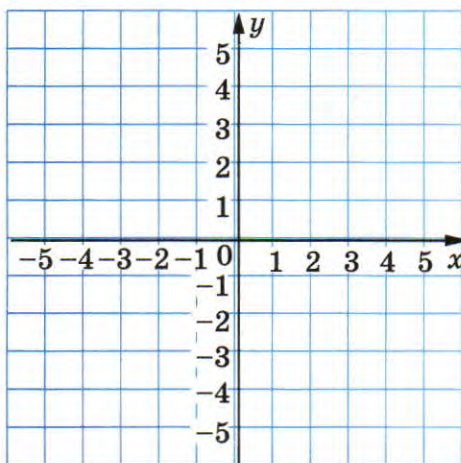
$f(-2) =$ _____

$f(0) =$ _____

$f(3) =$ _____

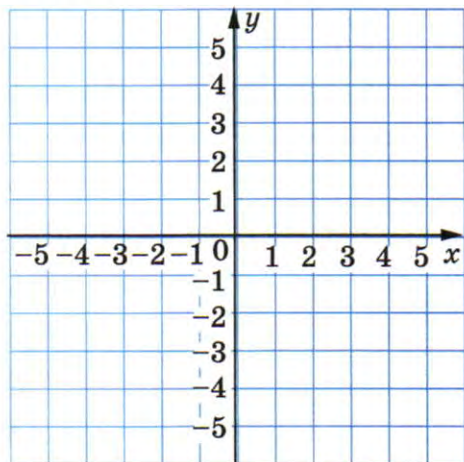
2) Постройте график функции

3) Перечислите свойства функции:

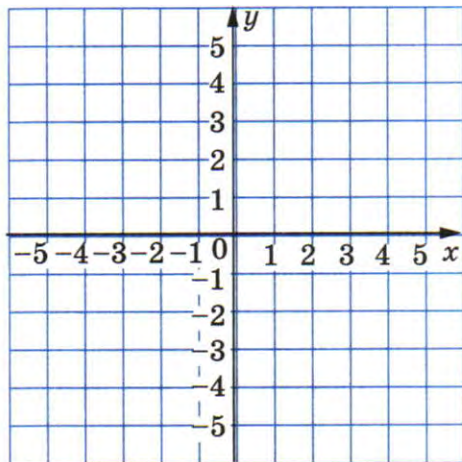


9. Постройте график функции, которая:

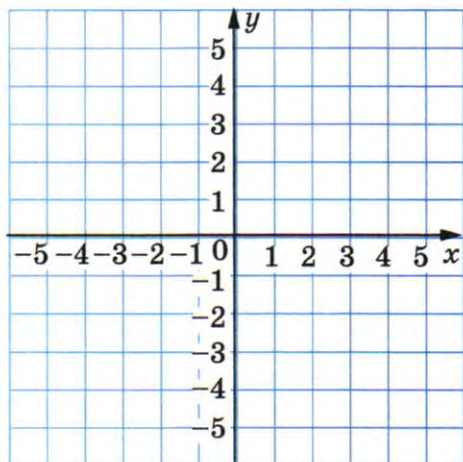
а) убывает на $[-3; 2]$



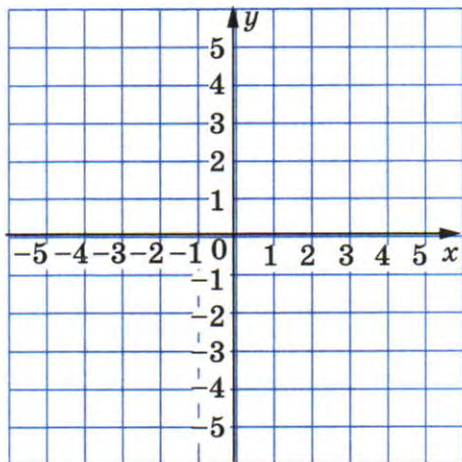
б) возрастает на $[-4; 5]$



в) убывает на $[3; 7]$
и возрастает на $[-1; 3]$



г) убывает на $[-4; 1]$
и возрастает на $[1; 4]$





§ 33. РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. Дополните предложение:

1) Решением неравенства с переменной называются такие значения переменной, при которых неравенство с переменной обращается в _____ неравенство.

2) Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с _____ знаком, _____ при этом знак неравенства.

3) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же _____ число, не изменив при этом знак неравенства.

4) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же _____ число, изменив при этом знак неравенства на _____.

5) Линейными неравенствами называются неравенства, сводящиеся к виду _____.

6) Неравенства $f(x) < g(x)$ и $r(x) < s(x)$ называются _____, _____ если они имеют одинаковые решения (или оба не имеют решения).

7) Решением неравенства $ax > b$ является x _____ $\frac{b}{a}$, если $a > 0$ и x _____ $\frac{b}{a}$, если $a < 0$.

2. Проведите равносильные преобразования, которые приведут данное неравенство к виду $ax > b$:

а) $3x - 4 < x + 8$

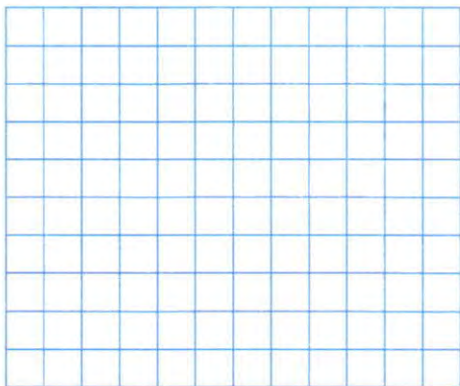
$3x - x < 8 + 4$

$2x < 12$

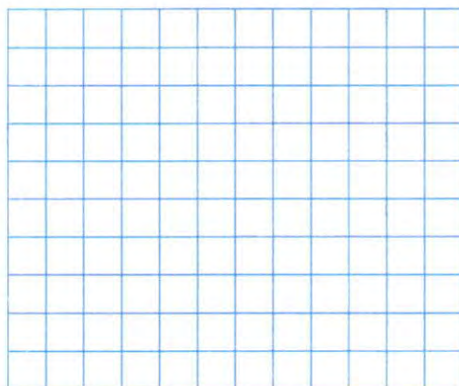
б) $6x < 8x + 6$



в) $5x - 6 - x^2 < x + 4 - x^2$



г) $(x + 2)^2 - 3 < 2 + (x - 1)^2$



3. Решите неравенство $2x - 7 > 8$.

Решение:

Подчеркните числа, которые являются решением этого неравенства:
7; 7,5; 8; 8,5.

4. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

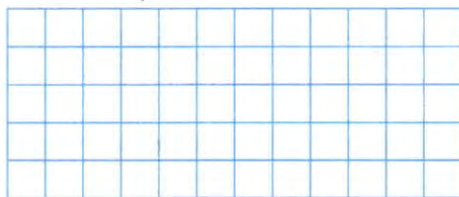
а) $5x \leq 25$

$$x \leq \frac{25}{5}$$

$$x \leq 5$$

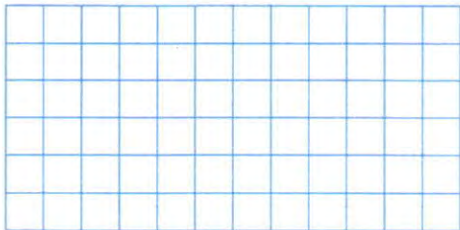
Ответ: 5.

б) $6x \leq 29$



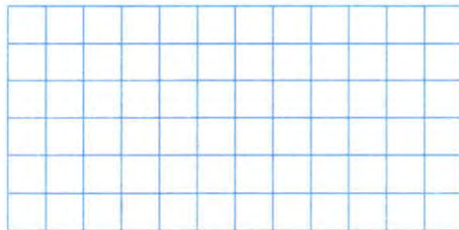
Ответ: _____

в) $-x > 15$



Ответ: _____

г) $-2x \geq 14$



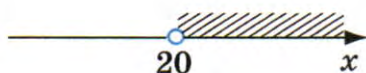
Ответ: _____

5. Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

а) $17 + x > 37$

$x > 37 - 17$

$x > 20$



б) $0,6 - 2x < 0$



в) $1 + 6x < 7$



г) $3 - 2x \leq 8$

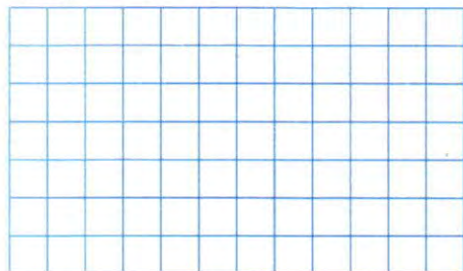


д) $6x + 1 > 0$



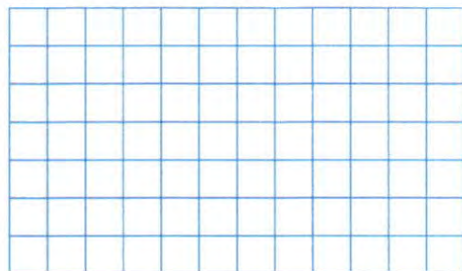
6. Решите неравенство:

а) $2(x + 3) < 3 - x$



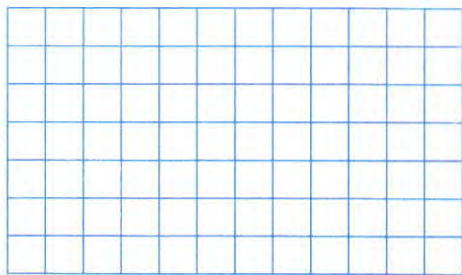
Ответ: _____

б) $1,4x - 3 \geq 2(0,5x - 2,6)$



Ответ: _____

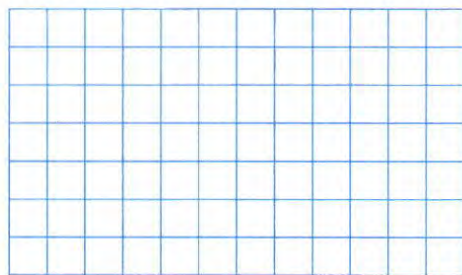
в) $3(x - 2) > x - 12$



_____ x

Ответ: _____

г) $1,8x + 6 \leq 3(0,7x - 0,1)$

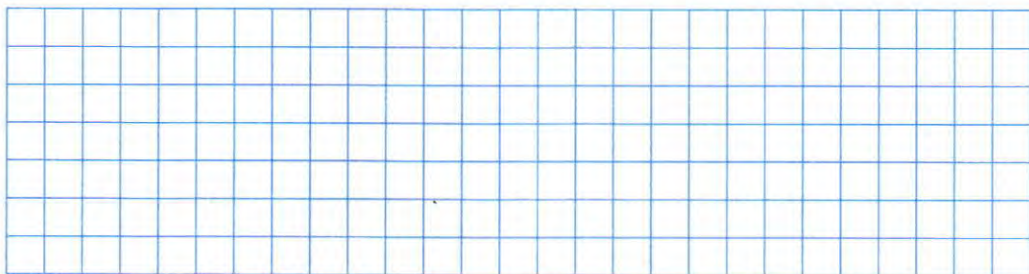


_____ x

Ответ: _____

7. При каких значениях переменной a дробь $\frac{3a-5}{a-1}$ является правильной?

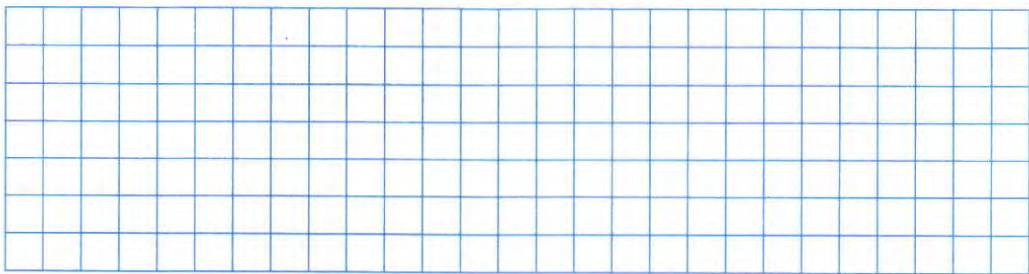
Решение:



Ответ: _____

8. При каких значениях переменной b дробь $\frac{3a-5}{a-1}$ — неправильная?

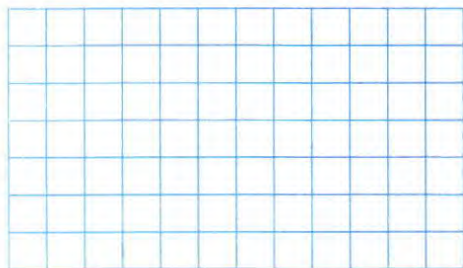
Решение:



Ответ: _____

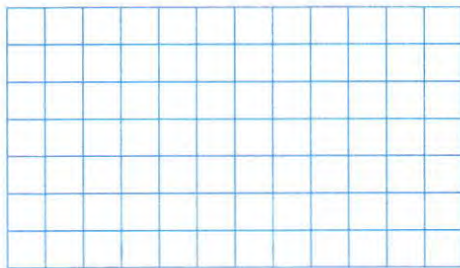
9. Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

а) $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5$



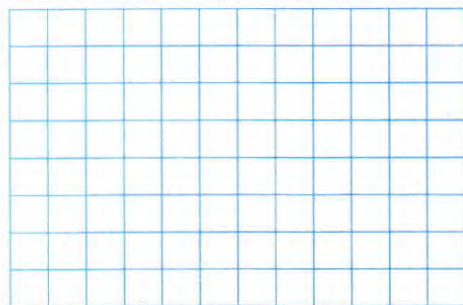
Ответ: _____

б) $(x - 4)^2 \geq (x + 4)(x - 4)$



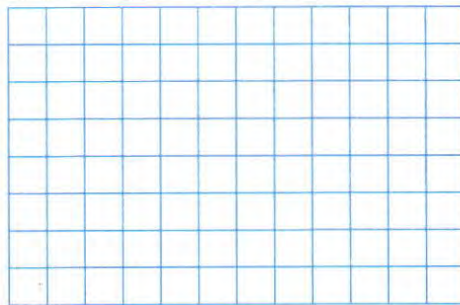
Ответ: _____

в) $3(x + 1) - 2(2 - x) > -11$



Ответ: _____

г) $(x + 3)(x - 3) \leq (x + 3)^2$



Ответ: _____

10. Найдите решение неравенства:

а) $y - \frac{2y - 1}{4} \geq 1$

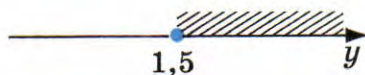
$y - \frac{2y - 1}{4} - 1 \geq 0 \quad | \cdot 4$

$4y - 2y + 1 - 4 \geq 0$

$2y - 3 \geq 0,$

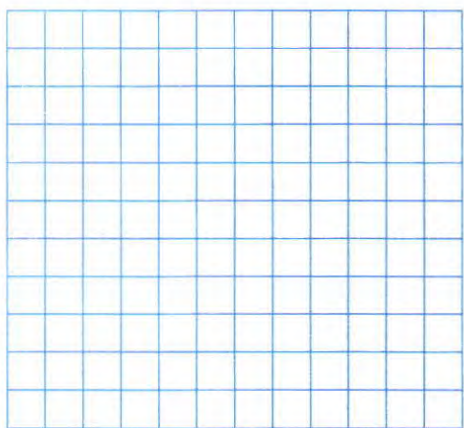
$2y \geq 3$

$y \geq \frac{3}{2}$



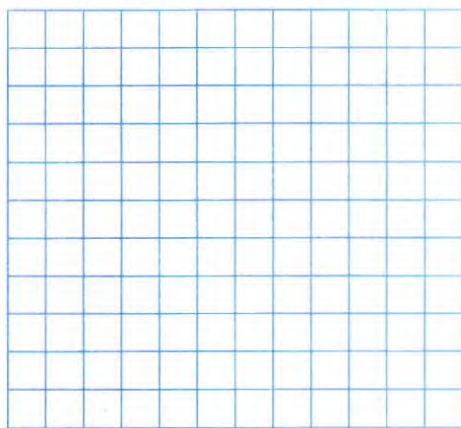
Ответ: $y \geq 1,5$ или $[1,5; +\infty)$.

6) $\frac{4-y}{5} - 5y \geq 0$



Ответ: _____

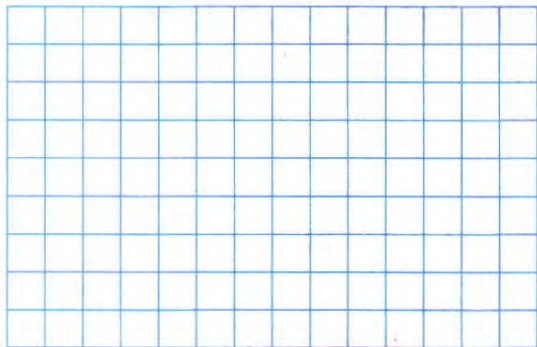
в) $\frac{5y-1}{5} + \frac{y+1}{2} \leq y$



Ответ: _____

11. При каких значениях переменной сумма дробей $\frac{2z-1}{4}$ и $\frac{z-1}{3}$ не-отрицательна?

Решение:



Ответ: _____

12. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{-3(x+1)}$

Решение:

$-3(x+1) \geq 0 \mid : (-3)$

$x+1 \leq 0$

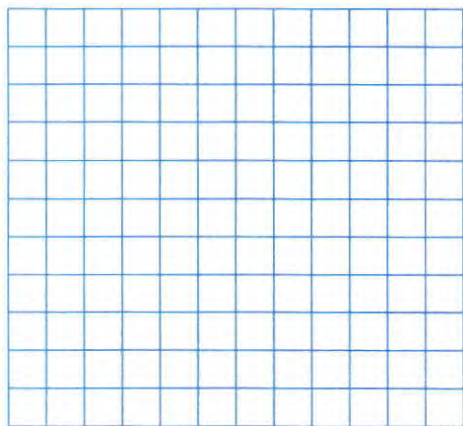
$x \leq -1$



Ответ: $D(y) = (-\infty; -1]$.

б) $\sqrt{\frac{2x-8}{5}}$

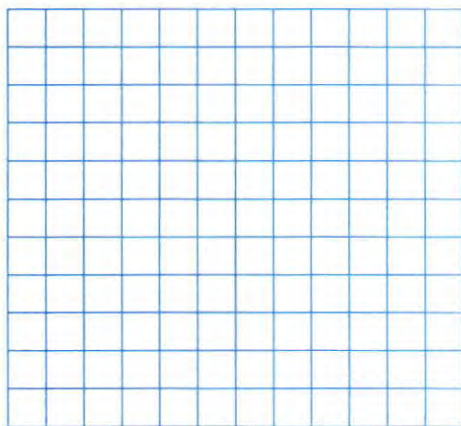
Решение:



Ответ: _____

в) $\sqrt{-5(5-2x)}$

Решение:



Ответ: _____



§ 34. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. Дополните предложение:

- 1) Квадратным неравенством называется неравенство вида _____, где $a \neq 0$.
- 2) Если дискриминант D квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ меньше нуля и при этом $a > 0$, то неравенство $ax^2 + bx + c > 0$ выполняется при _____ переменной x .
- 3) Если дискриминант D квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ меньше нуля и при этом $a < 0$, то неравенство $ax^2 + bx + c < 0$ выполняется при _____ переменной x .

2. Используя схематический график квадратичной функции, решите неравенство:

а) $x^2 - 7x + 6 > 0$

Решение:

Найдем корни квадратного трехчлена $x^2 - 7x + 6$.

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x = 6 \quad \text{или} \quad x = 1$$

Построим схематично график функции $y = x^2 - 7x + 6$ и отметим промежутки, удовлетворяющие неравенству $x^2 - 7x + 6 > 0$.

Ответ: $(-\infty; 1], [6; +\infty)$.



б) $x^2 - 5x - 50 < 0$

Решение:



Ответ: _____

в) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

Решение:



Ответ: _____

г) $x^2 - 3x - 40 \leq 0$

Решение:



Ответ: _____

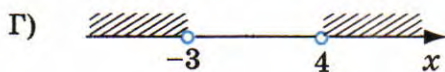
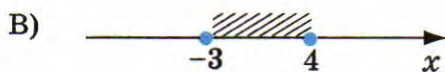
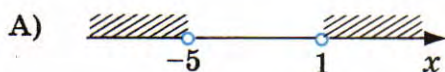
3. Установите соответствие между неравенством и графической иллюстрацией решения:

1) $x^2 - x - 12 \leq 0$

2) $x^2 - x - 12 > 0$

3) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

4) $x^2 + 4x - 5 > 0$



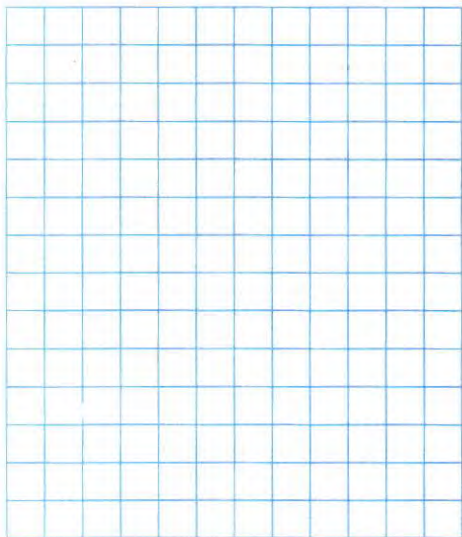
Ответ:

1)	2)	3)	4)

4. Отметьте множество решений неравенства на координатной прямой:

а) $3x^2 + 2x - 1 > 0$

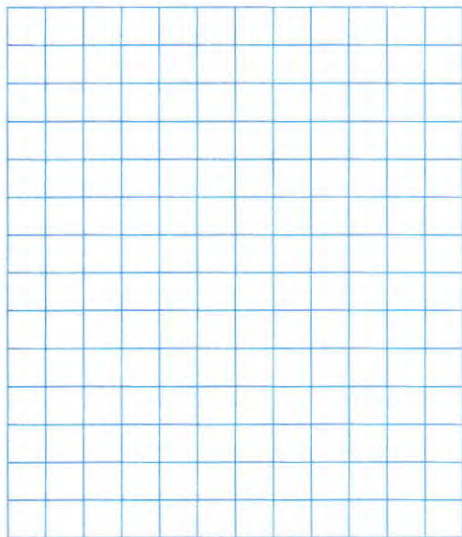
Решение:



Ответ: _____

б) $x^2 + 4 > 0$

Решение:



Ответ: _____

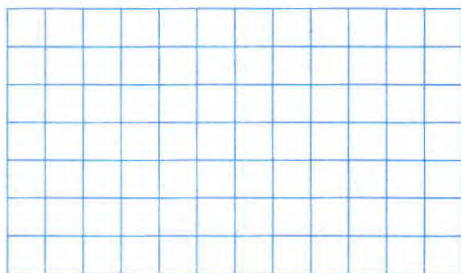
5. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{3x^2 + 10x - 8}$

Решение:

Выражение имеет смысл, когда подкоренное выражение неотрицательно. Решим неравенство:

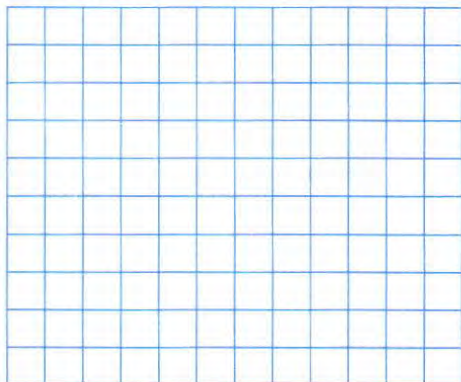
$$3x^2 + 10x - 8 \geq 0$$



Ответ: _____

в) $\sqrt{9 - x^2}$

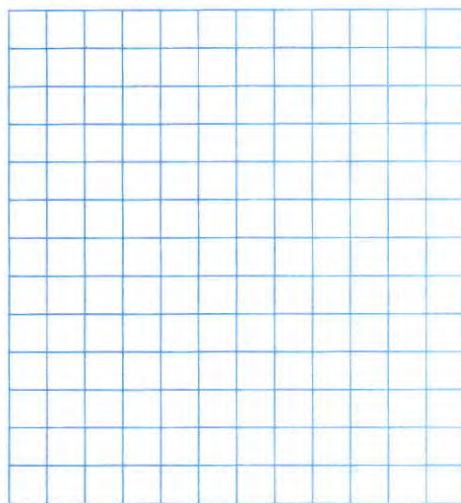
Решение:



Ответ: _____

б) $\frac{-1}{\sqrt{6x^2 - 15x}}$

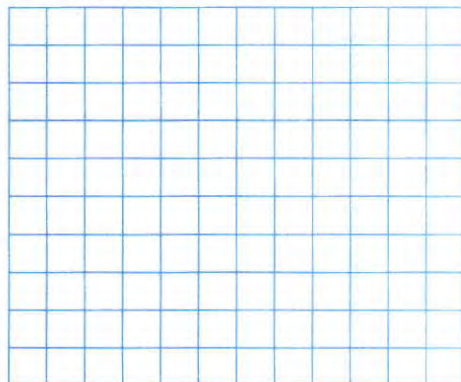
Решение:



Ответ: _____

г) $\sqrt{-(3x^2 + 5x - 2)}$

Решение:



Ответ: _____

6. Решите методом интервалов неравенство:

а) $12 > 17x - 6x^2$

Решение:

$$12 > 17x - 6x^2$$

$$6x^2 - 17x + 12 > 0$$

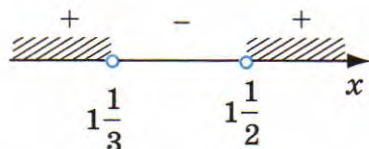
Найдем корни квадратного трехчлена

$$6x^2 - 17x + 12 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{или} \quad x = \frac{4}{3}$$

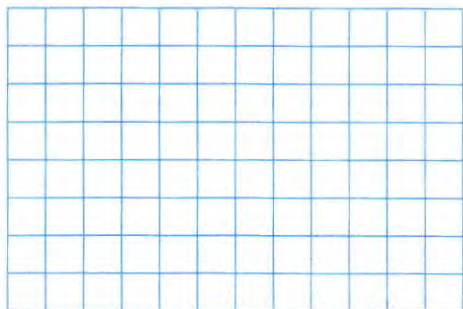
Отметим на координатной прямой корни квадратного трехчлена и выберем промежутки, на которых он принимает положительные значения.

Ответ: _____



б) $0,5x^2 - 12 \leq 0$

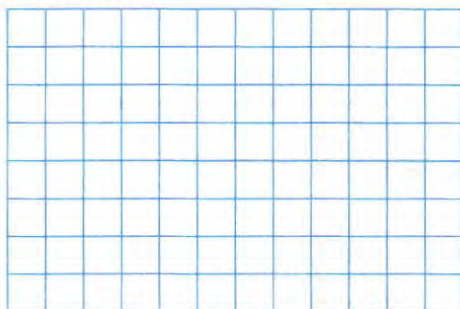
Решение:



Ответ: _____

в) $20x^2 < 4$

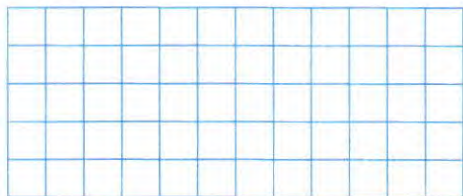
Решение:



Ответ: _____

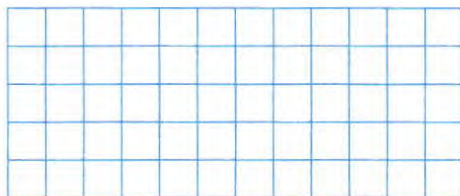
7. Решите неравенство методом интервалов:

а) $(x - 0,5)\left(x - \frac{1}{3}\right) > 0$



Ответ: _____

б) $(x + 3)(x - 4) \leq 0$



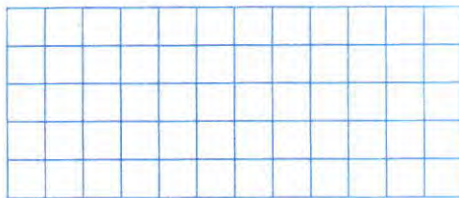
Ответ: _____

$$в) (x + 1,5)(x - 2,5) < 0$$



Ответ: _____

$$г) (x + 6)(x + 8) \geq 0$$



Ответ: _____



§ 35. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Дополните предложение:

1) Модуль разности между точным значением величины x и ее приближенным значением a называется _____

и обозначается _____.

2) Правило округления: если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то нужно брать приближение _____,

если первая отбрасываемая цифра больше или равна 5, то нужно брать приближение _____.

3) Если a — приближенное значение числа x и $|x - a| \leq h$, то говорят, что абсолютная погрешность приближения не превосходит h или что число _____ равно числу _____ с точностью до _____.

2. Сложите числа a и b с точностью до h :

а) $a = 3,471826$; $b = 1,5407$; $h = 0,01$

Решение: $a + b = 3,471826 + 1,5407 = 5,012526 \approx 5,01$

б) $a = 0,034159$; $b = 1,517862$; $h = 0,0001$

Решение:

в) $a = \sqrt{2}$; $b = \sqrt{5}$; $h = 0,1$

Решение:

3. Найдите разность чисел a и b с точностью до h :

а) $a = \frac{429}{905}$; $b = \frac{219}{743}$; $h = 0,01$

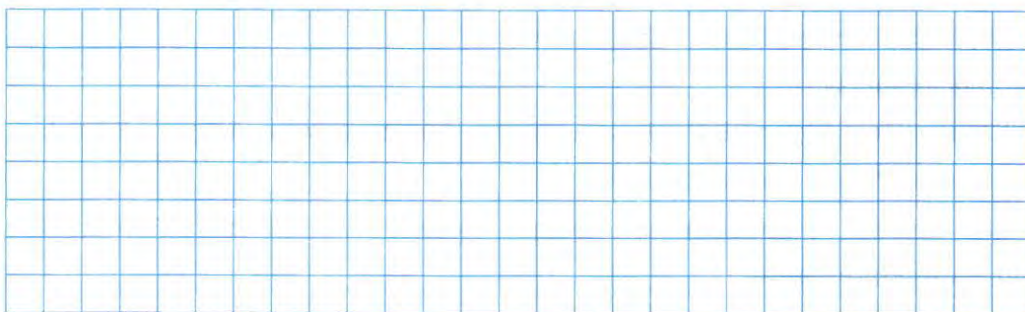
Решение:

$$a = \frac{429}{905} \approx 0,47403...; b = \frac{219}{743} \approx 0,294751...$$

$$a - b = \frac{429}{905} - \frac{219}{743} \approx 0,47403... - 0,294751... \approx 0,179278... \approx 0,18$$

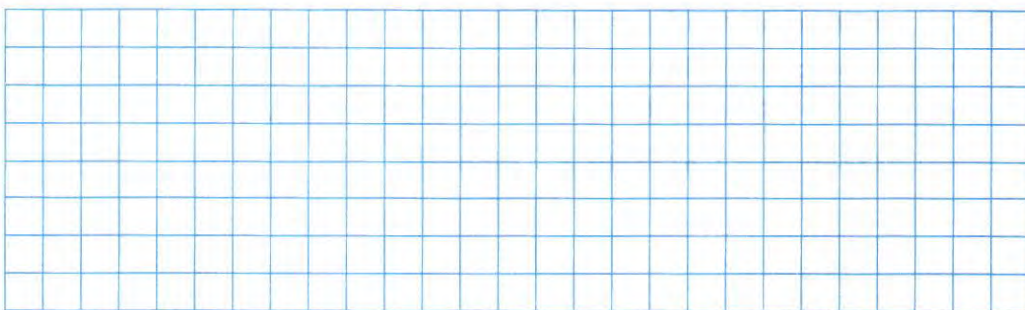
б) $a = \sqrt{13}$; $b = \sqrt{3}$; $h = 0,0001$

Решение:



в) $a = \frac{2}{3}$; $b = \frac{19}{32100}$; $h = 0,001$

Решение:



4. Найдите приближенное значение числа a по недостатку и по избытку с точностью до 0,01:

а) $a = \frac{39}{56}$

Решение:

$$a = \frac{39}{56} = 0,6964285...$$

По недостатку: $a = \frac{39}{56} \approx 0,69$

По избытку: $= \frac{39}{56} \approx 0,70$

б) $a = \sqrt{7}$

Решение:

По недостатку: _____

По избытку: _____

в) $a = \frac{3}{83}$

Решение:

По недостатку: _____

По избытку: _____

5. Подчеркните одной чертой приближения числа 3,1257964 по недостатку, двумя чертами — по избытку:

3,125; 3,13; 3,1257; 3,12580; 3,125797; 3,1; 3,126.

6. Приближенное значение числа x равно a . Найдите абсолютную погрешность приближения h , если:

а) $x = 2,85$; $a = 2,9$

Решение: $h = |x - a|$, $h = |2,85 - 2,9| = |-0,05| = 0,05$

б) $x = 6,748$; $a = 6,7$

Решение:

в) $x = 9,653$; $a = 9,7$

Решение:

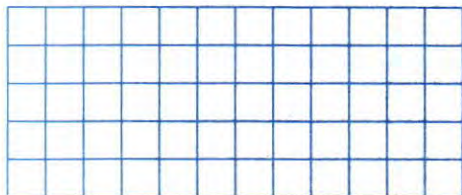
7. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной и округлите ее с точностью до h :

а) $a = \frac{5}{6}$; $h = 0,1$

Решение: $a = \frac{5}{6} = 0,833333... \approx 0,8$

б) $a = \frac{4}{15}$; $h = 0,01$

Решение:



в) $a = 1\frac{3}{11}$; $h = 0,001$

Решение:



8. Упростите выражение и вычислите его значение до сотых:

а) $\sqrt{27} + \sqrt{75} = \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} =$
 $= 8 \cdot 1,73305... = 13,85640 \approx 13,86$

б) $2\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} =$



в) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 =$



9. Оцените погрешность приближенного равенства:

а) $\frac{9}{13} \approx 0,692$

Решение: $\frac{9}{13} = 0,692307692...$

$h = \left| \frac{9}{13} - 0,692 \right| = |0,692307692 - 0,692| = 0,000307692... = 0,0003$

$$6) \frac{1}{7} - \frac{1}{13} \approx 0,06$$

Решение:

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of small squares formed by blue lines. There are 20 columns and 15 rows of squares visible on the page.

в) $\sqrt{3} + \frac{1}{6} \approx 1,9$

Решение:

[illegible]

10. Составьте десятичные приближения к данному числу с недостатком и с избытком с точностью до 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001:

a) $\frac{2}{13} =$ _____

Приближения по недостатку:

Приближения по избытку:

6) $\frac{5}{3} =$ _____

Приближения по недостатку:

Приближения по избытку:



§ 36. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА

1. Дополните определение:

Стандартным видом положительного числа a называется его представление в виде _____, где $1 \leq a_0 < 10$, m — _____, число m называется _____.

2. Представьте в виде степени числа 10 выражение:

а) $100 \cdot 10^{-5} = 10^2 \cdot 10^{-5} = 10^{2-5} = 10^{-3}$;

б) $10^8 \cdot 10^6 =$ _____

в) $1000 : 10^{-12} =$ _____

г) $(10^{-2})^{-5} =$ _____.

3. Запишите число в стандартном виде:

а) $52000000 = \underbrace{52000000}_7 = 5,2 \cdot 10^7$;

б) $675000000 =$ _____

в) $0,00281 =$ _____

г) $40,44 =$ _____

д) $0,0000015 =$ _____.

4. Заполните таблицу:

Число	Число в стандартном виде	Порядок числа
1024000	$1,024 \cdot 10^6$	$m = 6$
21,56		$m =$
0,85		$m =$
	$5,08 \cdot 10^{-7}$	$m =$
	$0,042 \cdot 10^2$	$m =$
	$2,82 \cdot 10^{-5}$	$m =$

5. Выразите:

а) $3,8 \cdot 10^3$ т в граммах

Решение:

$$3,8 \cdot 10^3 (\text{т}) = 3,8 \cdot 10^3 \cdot 10^3 (\text{кг}) = 3,8 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 (\text{г}) = 3,8 \cdot 10^9 (\text{г})$$

б) $1,7 \cdot 10^{-4}$ км в сантиметрах

Решение:

в) $8,62 \cdot 10^{-1}$ кг в тоннах

Решение:

г) $5,24 \cdot 10^5$ см в метрах

Решение:

6. Выполните действия и запишите ответ в стандартном виде:

а) $(2,8 \cdot 10^5) \cdot (2,5 \cdot 10^{-7}) = 2,8 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-7} = 7 \cdot 10^{5-7} = 7 \cdot 10^{-2}$

б) $(5,7 \cdot 10^4) : (3,8 \cdot 10^{-3}) =$ _____

в) $(1,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (9,2 \cdot 10^{-4}) =$ _____

г) $(1,56 \cdot 10^{-2}) : (2,6 \cdot 10^{-6}) =$ _____

7. Сравните числа:

а) $1,78 \cdot 10^6$ и $2,1 \cdot 10^6$

Решение: $1,78 \cdot 10^6 - 2,1 \cdot 10^6 = 10^6(1,78 - 2,1) = -0,32 \cdot 10^6 < 0$

Ответ: $1,78 \cdot 10^6 < 2,1 \cdot 10^6$.

б) $3,9 \cdot 10^{-8}$ и $6,5 \cdot 10^{-8}$

Решение:

Ответ:

в) $8,3 \cdot 10^4$ и $1,4 \cdot 10^5$

Решение:

Ответ:

8. Найдите значение выражения:

а) $4,1 \cdot 10^{-3} + 7,9 \cdot 10^{-3} =$ _____

б) $5,2 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^5 =$ _____

9. Заполните таблицу:

Порядок числа a	Число b	Порядок числа b
-12	$100a$	
-15	$0,001a$	
-11	$a \cdot 10^{15}$	
-14	$\frac{a}{10^{-20}}$	

10. Масса Земли $5,98 \cdot 10^{24}$ кг, а масса Марса $6,4 \cdot 10^{23}$ кг. Что больше: масса Земли или масса Марса и во сколько раз. Ответ округлите до десятых.

Решение:

$$5,98 \cdot 10^{24} : 6,4 \cdot 10^{23} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ответ: масса Земли в $\underline{\hspace{2cm}}$ массы Марса.

11. Масса Юпитера $1,90 \cdot 10^{27}$ кг, а масса Венеры $4,87 \cdot 10^{24}$ кг. Масса какой планеты меньше и во сколько раз? Ответ округлите до единиц.

Решение:

$\underline{\hspace{10cm}}$

Ответ: $\underline{\hspace{10cm}}$