



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 1**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

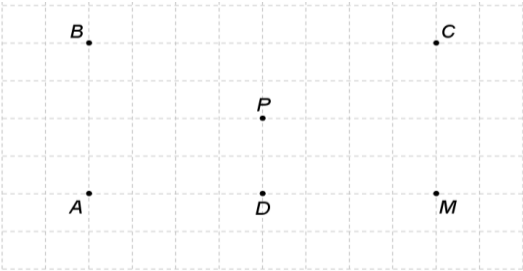

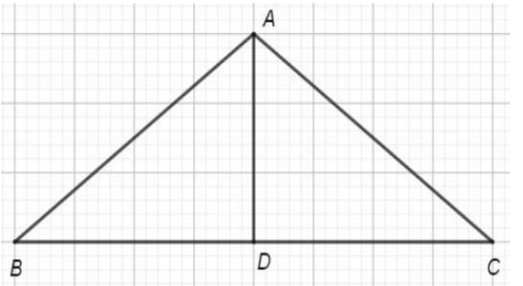


<b>5p</b>	<p><b>4.</b> Dintre următoarele secvențe de numere, cea care conține numai numere divizibile cu 5 este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 0, 5, 10, 15</li><li>b) 0, 2, 5, 10</li><li>c) 0, 2, 4, 6</li><li>d) 5, 6, 10, 15</li></ul> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div>																						
<b>5p</b>	<p><b>5.</b> Se consideră mulțimea <math>B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x &lt; 6\}</math>. Dintre următoarele mulțimi, cea care reprezintă scrierea mulțimii <math>B</math> prin enumerarea elementelor sale este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) <math>\{3, 4, 5\}</math></li><li>b) <math>\{2, 3, 4, 5\}</math></li><li>c) <math>\{3, 4, 5, 6\}</math></li><li>d) <math>\{4, 5, 6\}</math></li></ul> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div>																						
<b>5p</b>	<p><b>6.</b> În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obținute de elevii unei clase a VIII-a la un test de matematică din semestrul I.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td style="text-align: center;">Nota la test</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">10</td></tr><tr><td style="text-align: center;">Număr de elevi</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td></tr></table> <p>Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut note mai mari decât 8 la testul de matematică, este:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 7</li><li>b) 9</li><li>c) 10</li><li>d) 11</li></ul> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div>	Nota la test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Număr de elevi	0	0	0	2	5	4	5	3	4	3
Nota la test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10													
Număr de elevi	0	0	0	2	5	4	5	3	4	3													

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

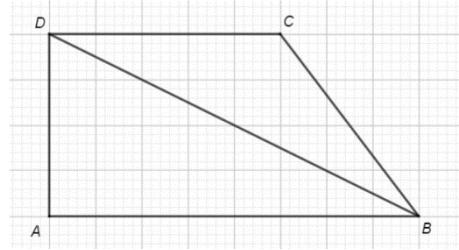
**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>, <math>D</math>, <math>M</math> și <math>P</math>. Simetricul punctului <math>A</math> față de punctul <math>P</math> este punctul:</p> <p>a) <math>A</math> b) <math>B</math> c) <math>C</math> d) <math>D</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>AC</math> cu <math>AC = 6\text{cm}</math>. Lungimea segmentului <math>AM</math> este:</p> <p>a) 3cm b) 3,5cm c) 4,5cm d) 6cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel <math>ABC</math> cu baza <math>BC</math>. Punctul <math>D</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>, <math>AB = 5\text{cm}</math> și <math>BD = 4\text{cm}</math>. Perimetrul triunghiului <math>ABC</math> este:</p> <p>a) 9 cm b) 14 cm c) 18 cm d) 30 cm</p> <div style="border: 1px solid black; height: 300px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>	

5p

4. În figura alăturată este reprezentat un teren în formă de trapez dreptunghic  $ABCD$  cu  $AD \perp AB$  și  $AB \parallel CD$ . Semidreapta  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $AB = 160$  m și  $CD = 100$  m. Aria terenului este:

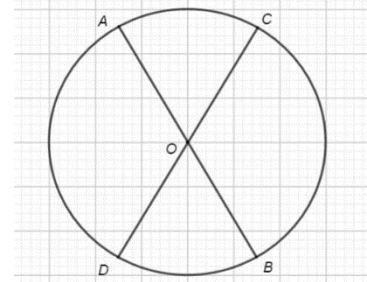
- a)  $8000 \text{ m}^2$
- b)  $10400 \text{ m}^2$
- c)  $13000 \text{ m}^2$
- d)  $16000 \text{ m}^2$



5p

5. În figura alăturată  $AB$  și  $CD$  sunt diametre în cercul de centru  $O$ , iar măsura arcului mic  $BD$  este de  $60^\circ$ . Măsura unghiului  $AOC$  este de:

- a)  $30^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $120^\circ$

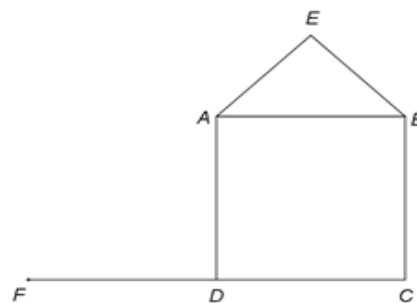




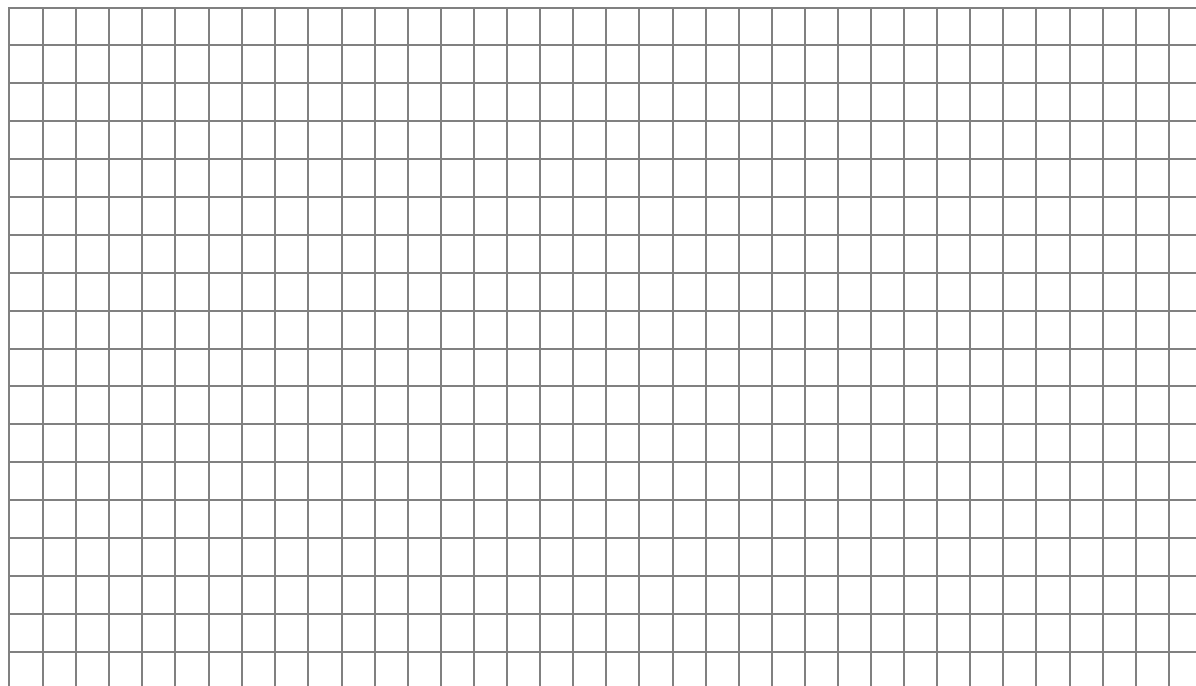


5p

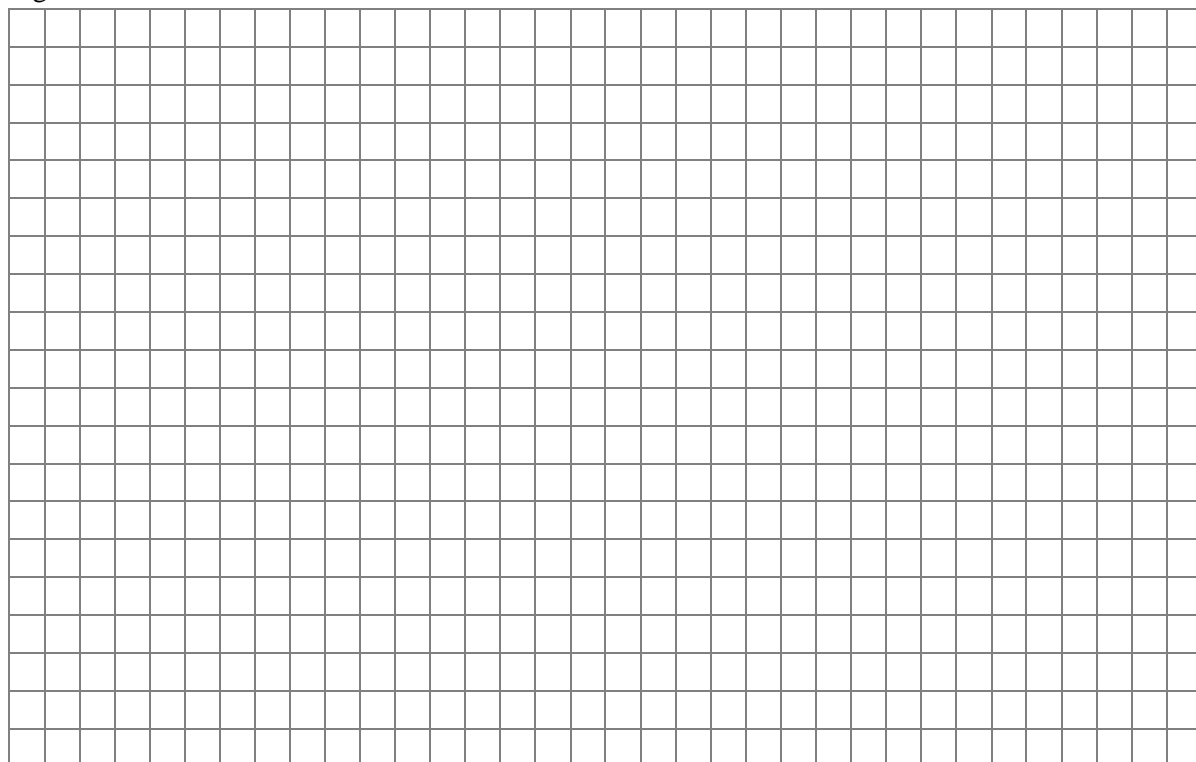
4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat  $ABCD$  și un triunghi dreptunghic isoscel  $AEB$  dreptunghic în  $E$  și  $AE = 4\sqrt{2}$  cm. Punctul  $F$  este simetricul punctului  $C$  față de punctul  $D$ .



(2p) a) Demonstează că punctele  $E$ ,  $A$  și  $F$  sunt coliniare.

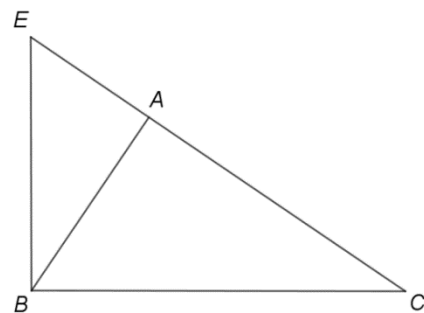


(3p) b) Arată că, dacă  $P$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $DE$ , atunci  $P$  este mijlocul segmentului  $DE$ .

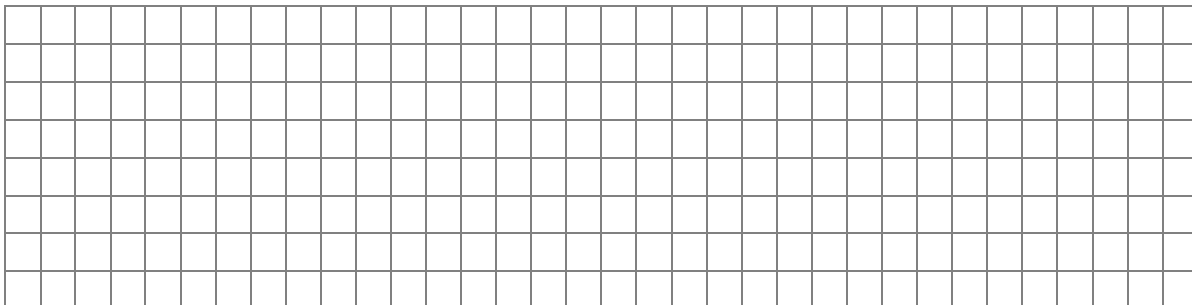


5p

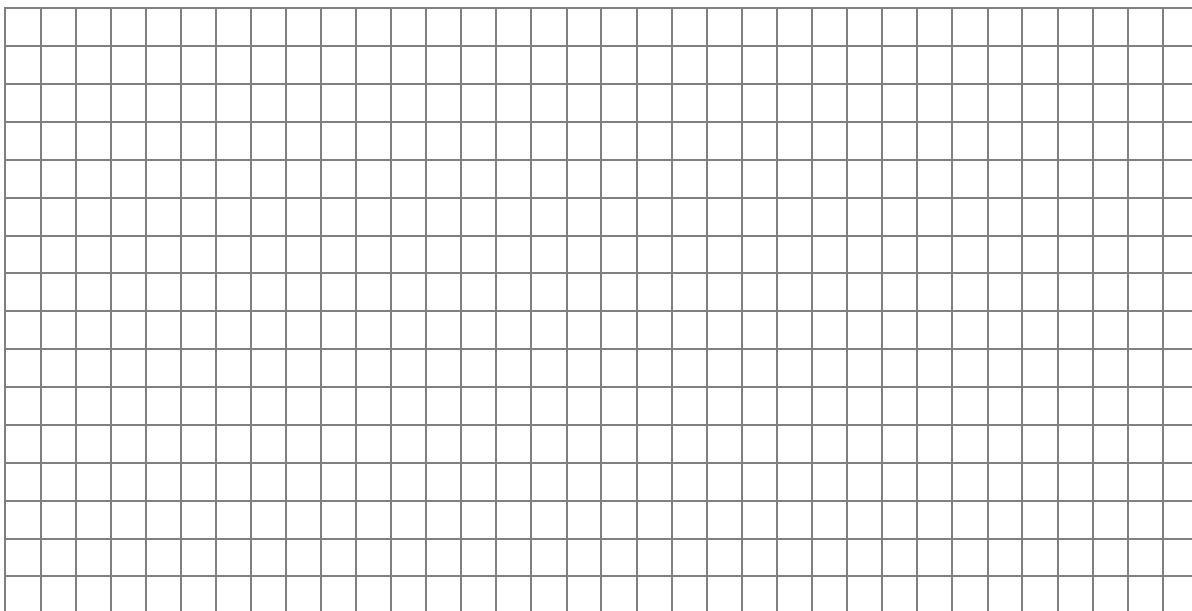
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $EBC$ , dreptunghic în  $B$ . Proiecția punctului  $B$  pe dreapta  $EC$  este punctul  $A$  care determină pe  $EC$  segmentele  $AC = 8\text{cm}$  și  $AE = 2\text{cm}$ .



(2p) a) Arată  $BA = 4\text{cm}$ .



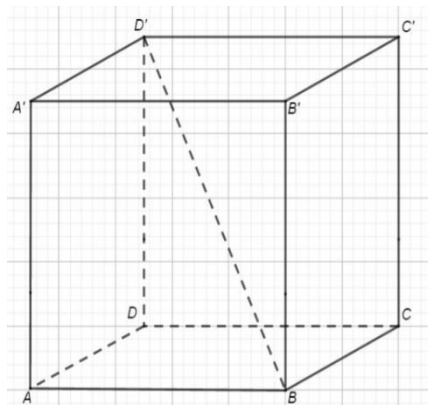
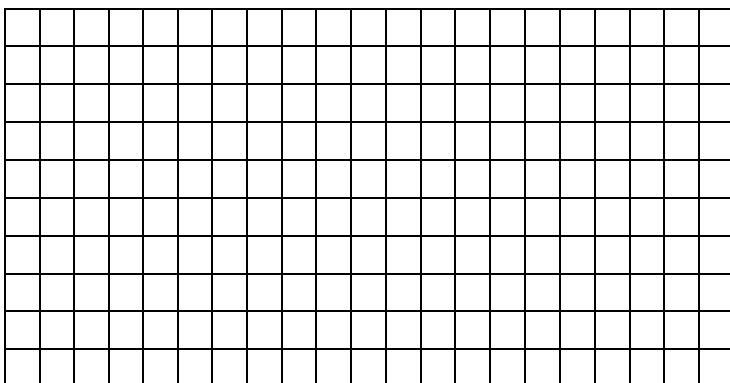
(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului  $BCE$  este mai mic decât  $28\text{cm}$ .

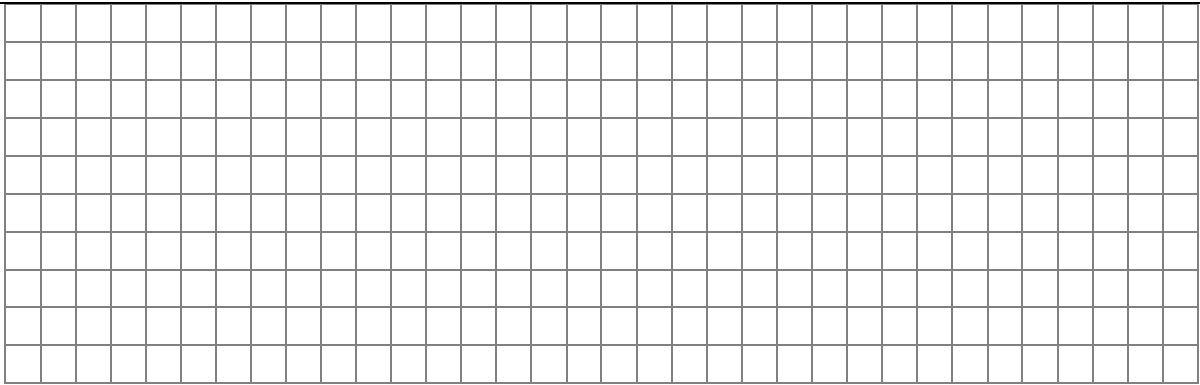


5p

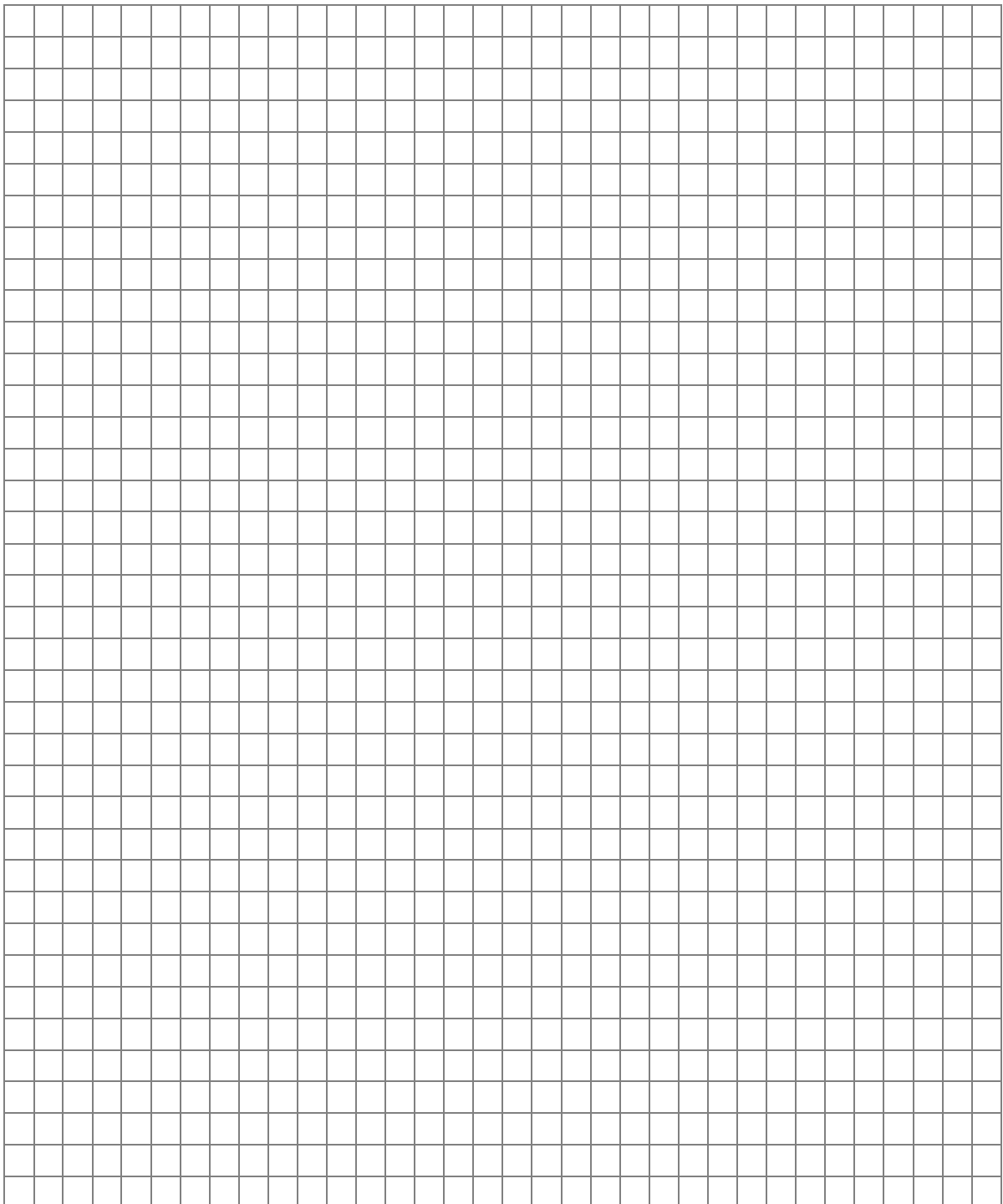
6. În figura alăturată este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6\text{cm}$ .

(2p) a) Arată că valoarea cosinusului unghiului dintre dreapta  $BD'$  și planul  $(ADC)$  este  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .





**(3p) b)** Calculează distanța de la punctul  $A'$  la planul  $(BC'D')$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 2**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p><b>1.</b> Suma divizorilor naturali ai lui 10 este numărul:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 7</li><li>b) 8</li><li>c) 10</li><li>d) 18</li></ul> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 40px;"></div>															
<b>5p</b>	<p><b>2.</b> În tabelul următor este prezentată situația cheltuielilor și a veniturilor unei societăți comerciale.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><thead><tr><th>Anul</th><th>Cheltuieli (lei)</th><th>Venituri (lei)</th></tr></thead><tbody><tr><td>2017</td><td>90000</td><td>110000</td></tr><tr><td>2018</td><td>150000</td><td>250000</td></tr><tr><td>2019</td><td>150000</td><td>180000</td></tr><tr><td>2020</td><td>190000</td><td>200000</td></tr></tbody></table> <p>Raportul dintre cheltuielile și veniturile înregistrate de către societatea comercială este egal cu <math>\frac{5}{6}</math> în anul :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) 2017</li><li>b) 2018</li><li>c) 2019</li><li>d) 2020</li></ul> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100px;"></div>	Anul	Cheltuieli (lei)	Venituri (lei)	2017	90000	110000	2018	150000	250000	2019	150000	180000	2020	190000	200000
Anul	Cheltuieli (lei)	Venituri (lei)														
2017	90000	110000														
2018	150000	250000														
2019	150000	180000														
2020	190000	200000														
<b>5p</b>	<p><b>3.</b> Rezultatul calculului <math>5 - (2 \cdot 3 - 7) - 6</math> este numărul:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) -4</li><li>b) -2</li><li>c) 0</li><li>d) 1</li></ul> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100px;"></div>															



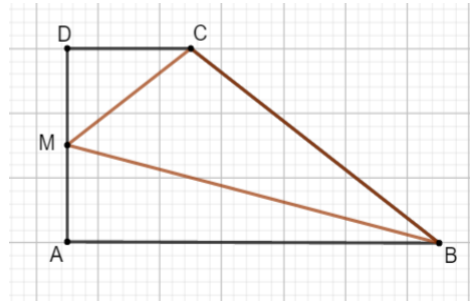


5p

4. Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de trapez dreptunghic  $ABCD$  cu baza mare  $AB = 120\text{m}$ , baza mică  $CD = 40\text{m}$  și înălțimea  $AD = 60\text{m}$ . Terenul este împărțit în trei parcele pe care s-au plantat lalele, zambile și narcise. Cele trei parcele sunt  $ABM$ ,  $BMC$  și  $CMD$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $AD$ . Precizăm că lalelele s-au plantat pe suprafața triunghiului  $ABM$ , zambilele pe suprafața triunghiului  $BMC$ , iar narcisele pe suprafața triunghiului  $CMD$ .

Aria suprafeței pe care s-au plantat zambilele este:

- a)  $600\text{m}^2$
- b)  $1800\text{m}^2$
- c)  $2400\text{m}^2$
- d)  $4800\text{m}^2$



5p

5. Triunghiul  $ABC$  este înscris în cercul de centru  $O$  și rază  $6\text{cm}$ . Știind că latura  $BC$  a triunghiului  $ABC$  are  $12\text{cm}$ , atunci măsura unghiului  $BAC$  este :

- a)  $30^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $150^\circ$

<b>5p</b>	<p>6. O față a unui dulap în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2m și 0,5m . Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este de 14m . Volumul dulapului este egal cu:</p> <p>a) <math>1m^3</math> b) <math>4m^3</math> c) <math>14m^3</math> d) <math>16,5m^3</math></p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
-----------	--

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

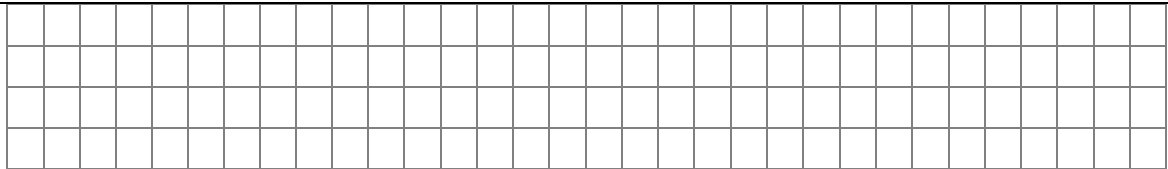
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Într-un bloc sunt 40 de apartamente cu câte două respectiv trei camere. În aceste apartamente sunt în total 90 de camere.</p> <p><b>(2p) a)</b> Este posibil ca în bloc să fie 31 apartamente cu trei camere? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p><b>(3p) b)</b> Determină câte apartamente cu trei camere sunt în acest bloc.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
-----------	--

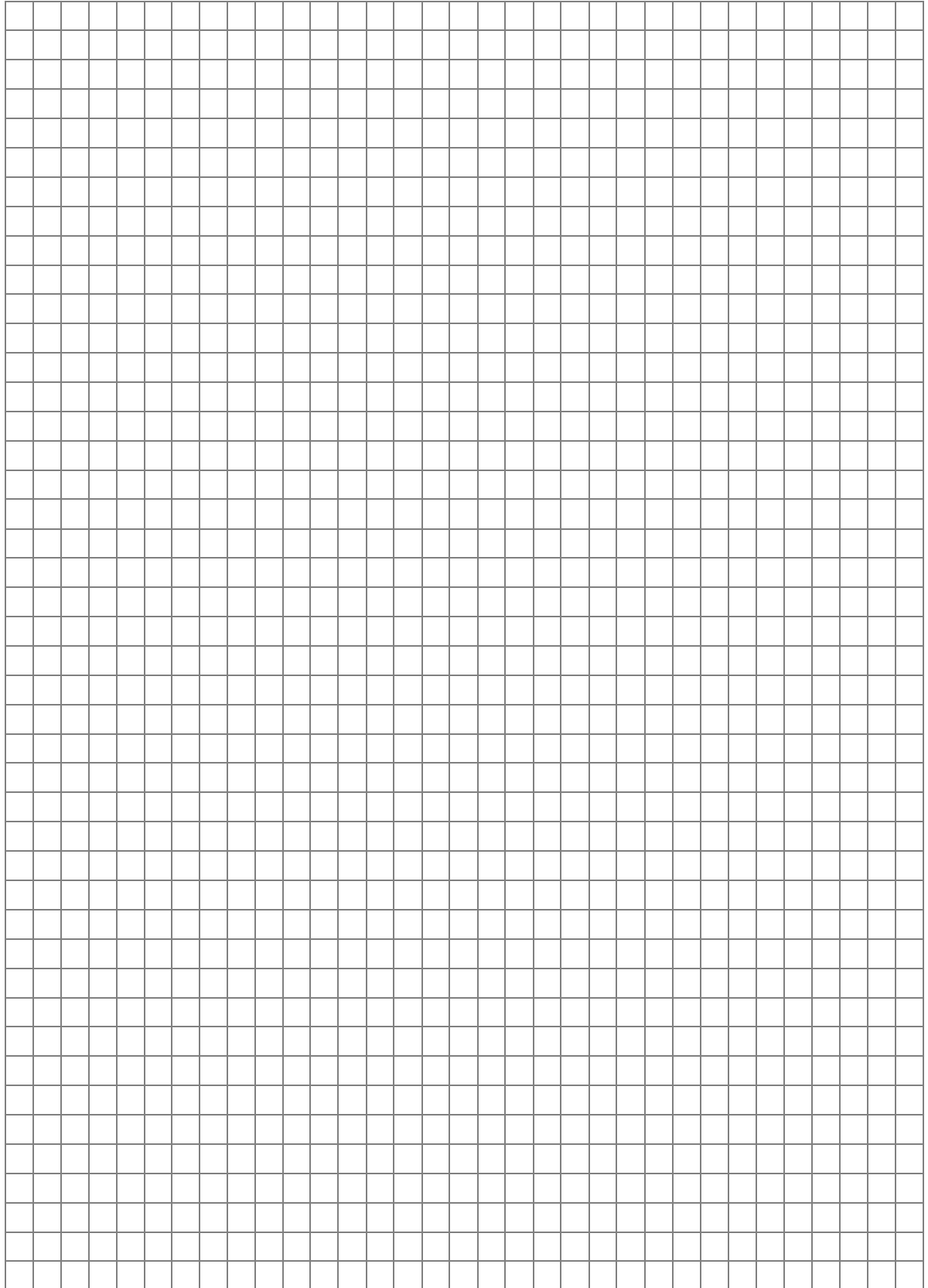








**(3p) b)** Calculează măsura unghiului determinat de planele  $(ABC)$  și  $(MBC)$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 3**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

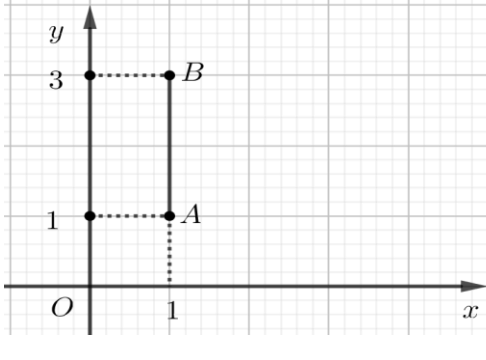
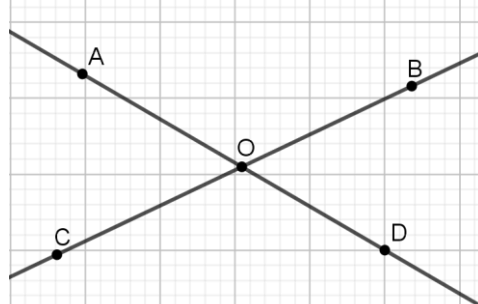
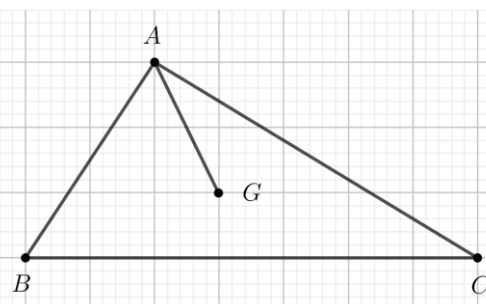
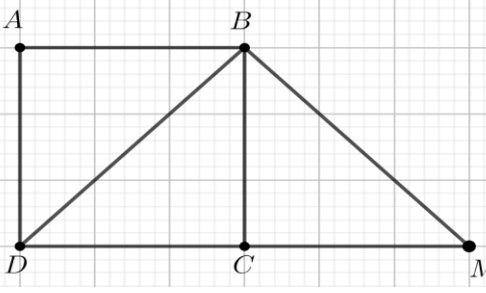
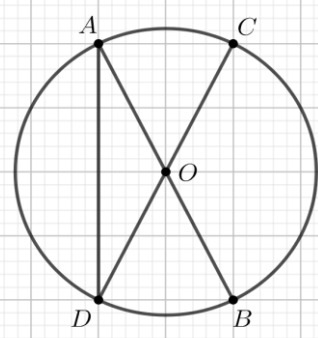
**(30 de puncte)**

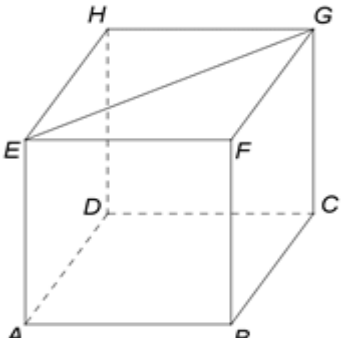
<b>5p</b>	<p>1. Dintre numerele 12 , 13 ,14 și 15 , numărul divizibil cu 6 este:</p> <p>a) 12 b) 13 c) 14 d) 15</p>								
<b>5p</b>	<p>2. Dacă <math>\frac{a}{4} = \frac{5}{b}</math>, <math>b \neq 0</math>, atunci valoarea produsului <math>a \cdot b</math> este:</p> <p>a) 20 b) 9 c) <math>\frac{5}{4}</math> d) <math>\frac{4}{5}</math></p>								
<b>5p</b>	<p>3. Luni, temperatura înregistrată la ora 10 la o stație meteo a fost de <math>-3^{\circ}\text{C}</math>, iar marți, la aceeași oră, au fost înregistrate <math>3^{\circ}\text{C}</math>. Temperatura înregistrată marți este mai mare decât temperatura înregistrată luni cu:</p> <p>a) <math>-3^{\circ}\text{C}</math> b) <math>0^{\circ}\text{C}</math> c) <math>3^{\circ}\text{C}</math> d) <math>6^{\circ}\text{C}</math></p>								
<b>5p</b>	<p>4. Dintre numerele <math>\frac{1}{2}</math>, <math>\frac{2}{3}</math>, <math>\frac{3}{4}</math> și <math>\frac{4}{5}</math> cel mai mare este:</p> <p>a) <math>\frac{1}{2}</math>                                  b) <math>\frac{2}{3}</math>                                  c) <math>\frac{3}{4}</math>                                  d) <math>\frac{4}{5}</math></p>								
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi, Lara, Patrick, Tudor și Sofia, au calculat produsul numerelor <math>-4\sqrt{2}</math> și <math>8\sqrt{2}</math>. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1" data-bbox="391 1505 1264 1619"><tr><td>Lara</td><td>Patrick</td><td>Tudor</td><td>Sofia</td></tr><tr><td>-128</td><td>-64</td><td>64</td><td>128</td></tr></table> <p>Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:</p> <p>a) Lara b) Patrick c) Tudor d) Sofia</p>	Lara	Patrick	Tudor	Sofia	-128	-64	64	128
Lara	Patrick	Tudor	Sofia						
-128	-64	64	128						
<b>5p</b>	<p>6. Se consideră intervalele <math>A = (-1,5)</math> și <math>B = [2,9]</math>. Un număr care aparține mulțimii <math>A \cap B</math> este:</p> <p>a) -1 b) 2 c) 5 d) 9</p>								

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. Se consideră punctele <math>A(1,1)</math> și <math>B(1,3)</math>, reprezentate într-un sistem de axe ortogonale <math>xOy</math>. Coordonatele punctului de intersecție a mediatoarei segmentului <math>AB</math> cu axa <math>Oy</math> sunt:</p> <p>a) <math>(0,2)</math> b) <math>(2,0)</math> c) <math>(1, 2)</math> d) <math>(2, 1)</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată, unghiurile <math>AOB</math> și <math>COD</math> sunt opuse la vârf. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor <math>AOC</math> și <math>BOD</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>180^\circ</math> b) <math>90^\circ</math> c) <math>89^\circ</math> d) <math>0^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. Se consideră triunghiul dreptunghic <math>ABC</math> și punctul <math>G</math>, centrul de greutate al triunghiului. Dacă lungimea ipotenuzei <math>BC</math> este de 12cm, atunci lungimea segmentului <math>AG</math> este egală cu:</p> <p>a) 2cm b) 3cm c) 4cm d) 6cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat <math>ABCD</math>, cu <math>AB = 6\text{cm}</math>. Dacă dreptele <math>BD</math> și <math>BM</math> sunt perpendiculare și punctele <math>D</math>, <math>C</math>, și <math>M</math> coliniare, atunci lungimea segmentului <math>DM</math> este egală cu:</p> <p>a) 6cm b) 8cm c) 10cm d) 12cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt diametre în cercul de centru <math>O</math>, iar măsura arcului mic <math>BD</math> este de <math>60^\circ</math>. Măsura unghiului <math>CDA</math> este de:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>60^\circ</math> c) <math>90^\circ</math> d) <math>120^\circ</math></p>	

<b>5p</b>	<p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentat cubul <math>ABCDEFGH</math>. Diagonala bazei <math>EG</math> are lungimea egală cu <math>4\sqrt{2}\text{cm}</math>. Aria totală a cubului este egală cu:</p> <p>a) <math>32\text{cm}^2</math> b) <math>48\text{cm}^2</math> c) <math>64\text{cm}^2</math> d) <math>96\text{cm}^2</math></p>	
-----------	---	---

**SUBIECTUL al III-lea Scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

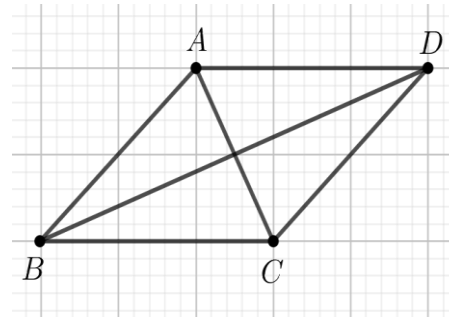
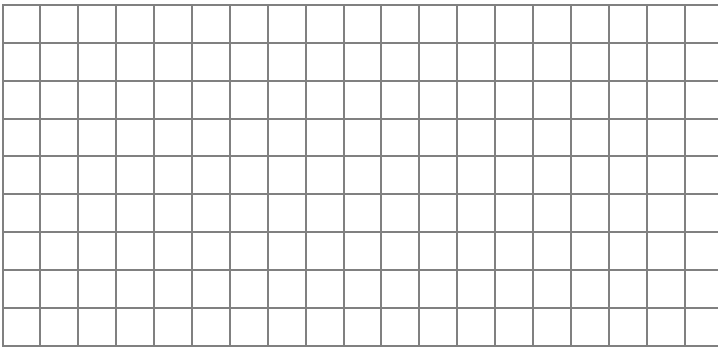
<b>5p</b>	<p><b>1.</b> Dina are o sumă de bani. În prima zi cheltuiește <math>\frac{3}{4}</math> din sumă, iar în a doua zi <math>\frac{1}{3}</math> din rest, adică 12 lei.</p> <p><b>(3p) a)</b> Ce sumă de bani mai are Dina după cele două zile?</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%; margin-bottom: 5px;"></div> <p><b>(2p) b)</b> Determină suma de bani avută inițial de Dina.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
<b>5p</b>	<p><b>2.</b> Se consideră expresia <math>E(x) = (3x - 1)^2 - 7(x + 1)(x - 2) - (x + 3)^2</math>, unde <math>x</math> este număr real.</p> <p><b>(2p) a)</b> Arată că <math>(x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2</math>, pentru orice număr real <math>x</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>



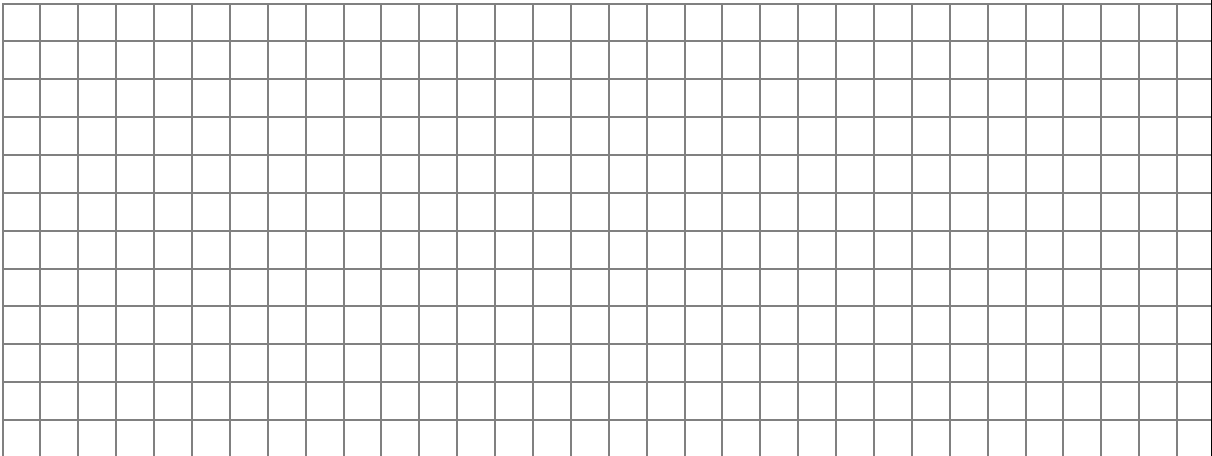
5p

4. Se consideră rombul  $ABCD$ , cu  $AB = 18\text{cm}$  și  $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ .

(2p) a) Arată că perimetrul rombului  $ABCD$  este egal cu  $72\text{cm}$ .



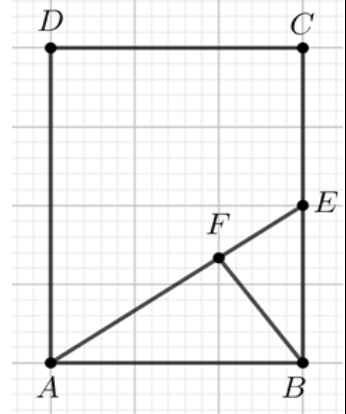
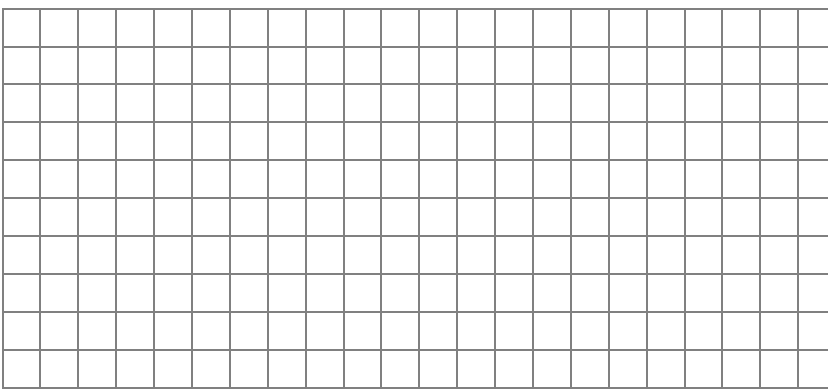
(3p) b) Arată că lungimea diagonalei  $BD$  este egală cu  $18\sqrt{3}\text{cm}$ .



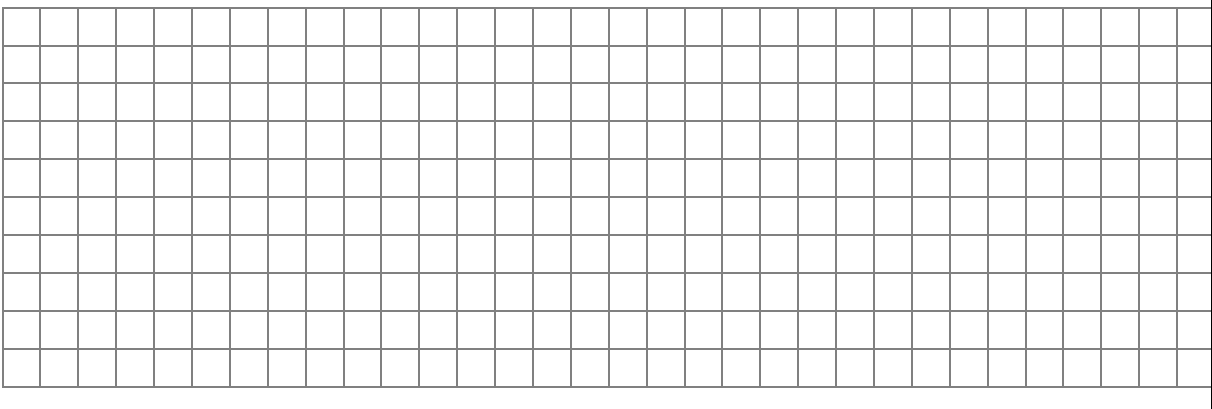
5p

5. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 10\sqrt{2}\text{cm}$  și  $BC = 20\text{cm}$ . Punctul  $E$  este mijlocul laturii  $BC$  și punctul  $F$  este situat pe segmentul  $AE$ , astfel încât  $BF \perp AE$ .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $200\sqrt{2}\text{cm}^2$ .



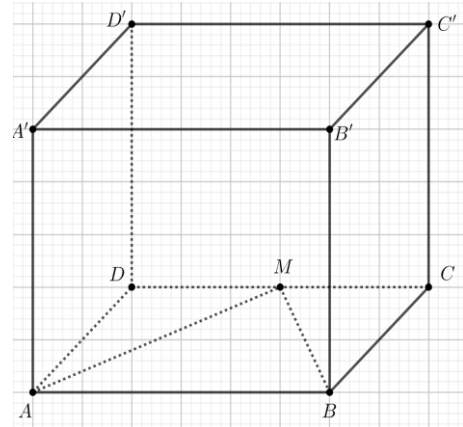
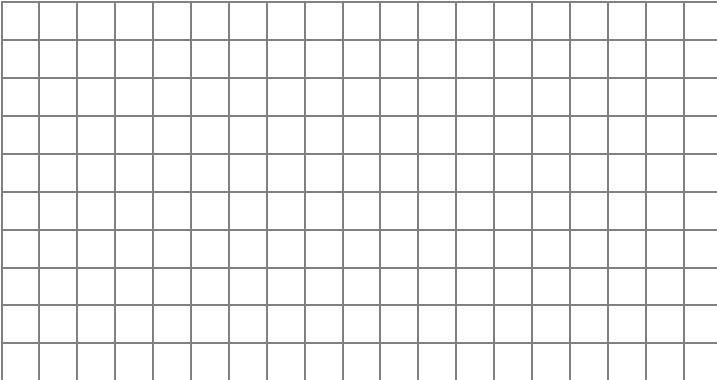
(3p) b) Demonstrați că punctele  $B$ ,  $F$  și  $D$  sunt coliniare.



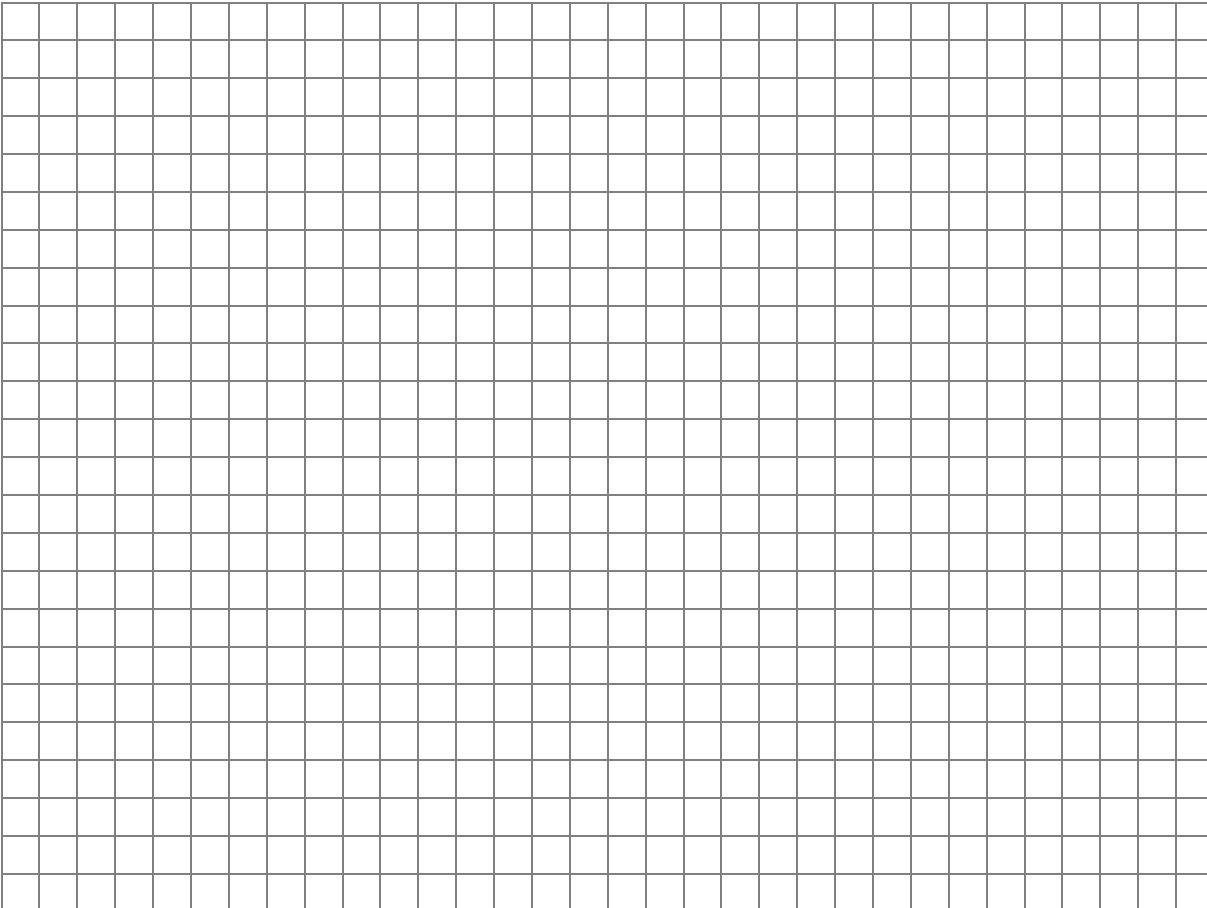
5p

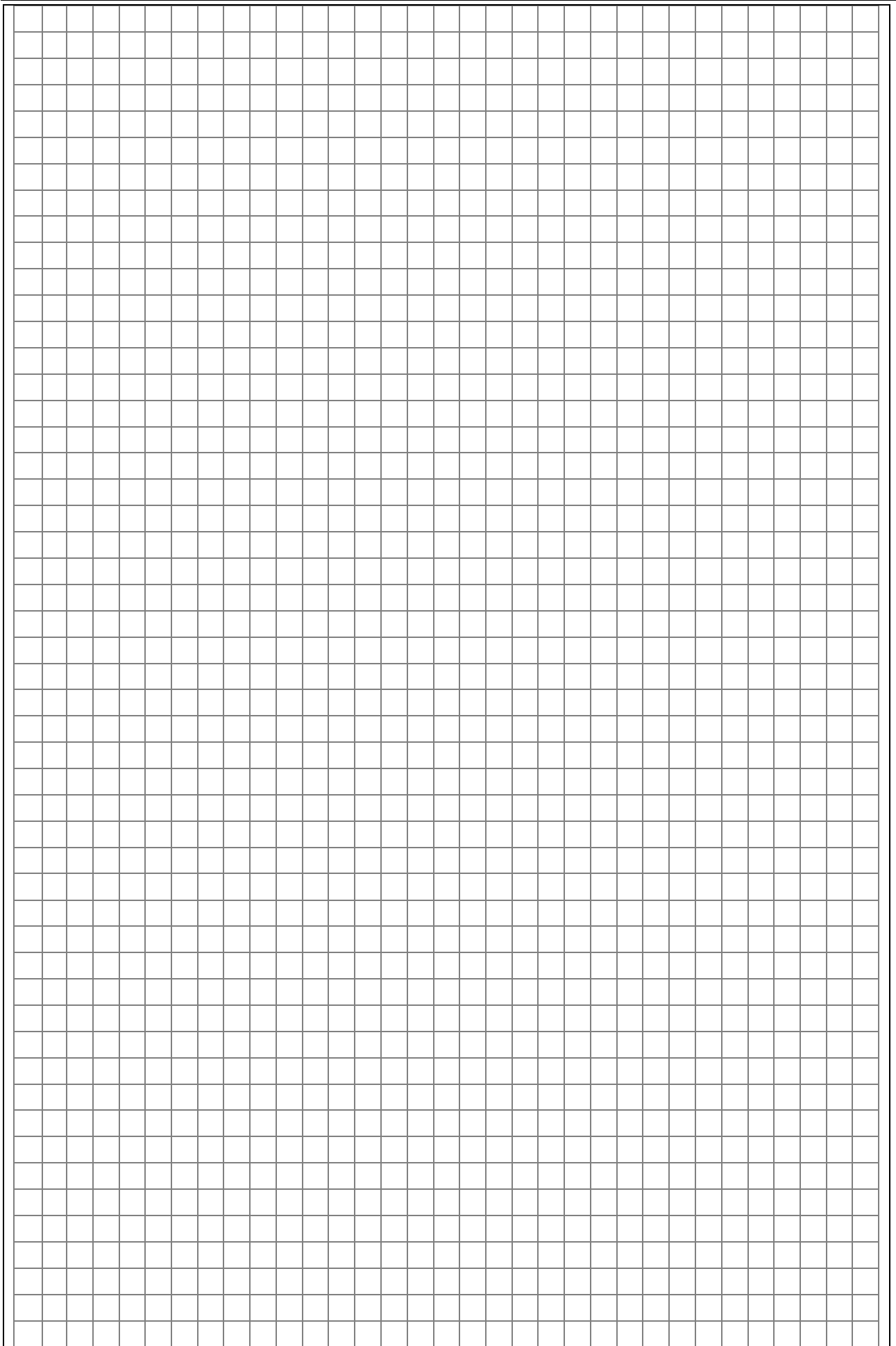
6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$  și  $AA' = 6\sqrt{2}\text{cm}$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $CD$ .

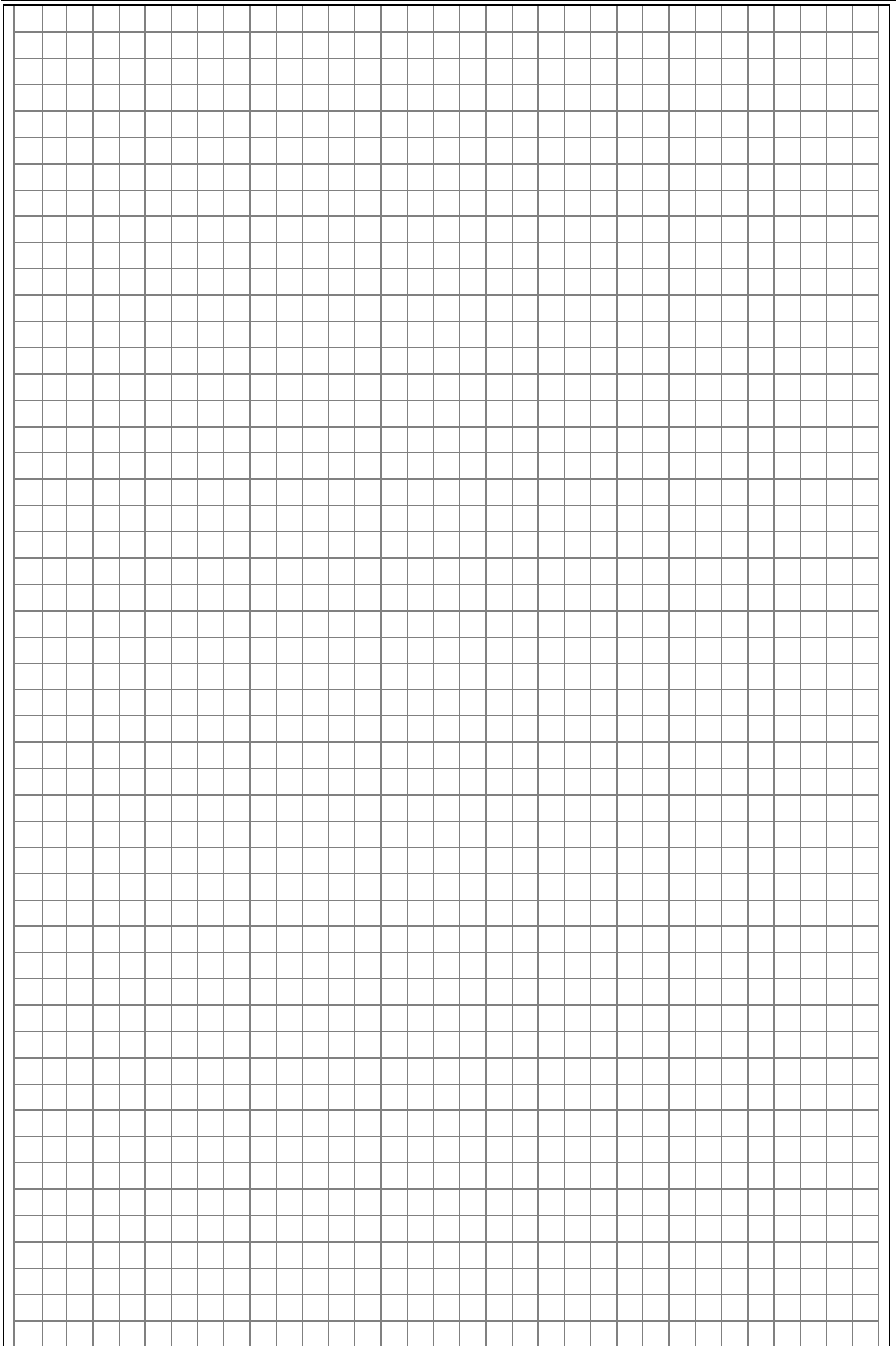
(2p) a) Arată că aria triunghiului  $AMB$  este egală cu  $36\text{cm}^2$ .

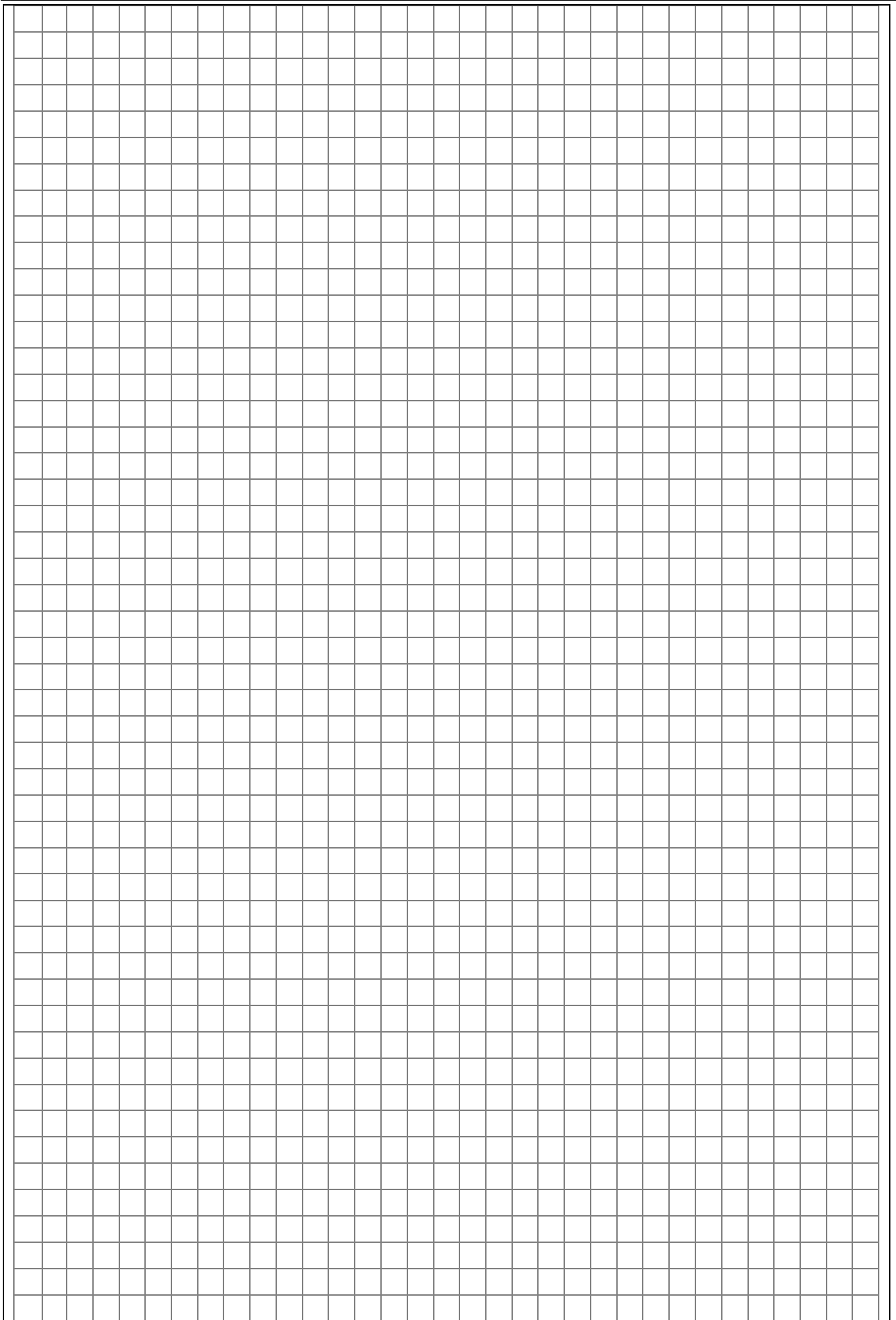


(3p) b) Determină distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $MB$ .











## **EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 4**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

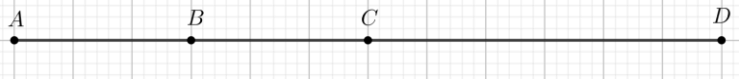
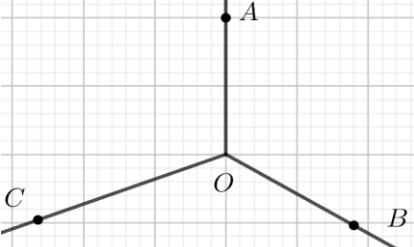
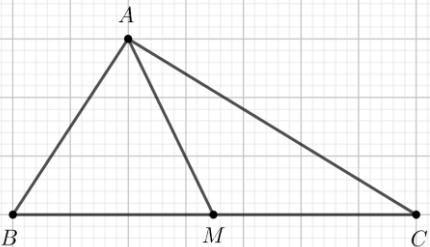
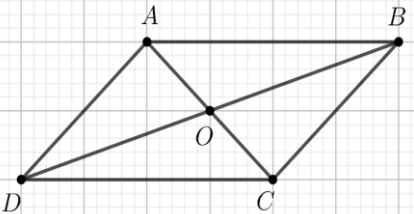
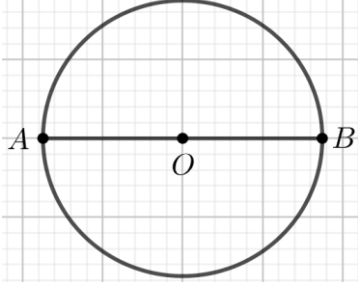
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Dintre numerele 0, 2, 4 și 15, numărul prim este:</p> <p>a) 0 b) 2 c) 4 d) 15</p>										
<b>5p</b>	<p>2. În tabelul de mai jos este prezentat numărul manualelor de matematică pentru gimnaziu, pe an de studiu, din biblioteca unei școli:</p> <table border="1" data-bbox="638 604 1037 851"><thead><tr><th>Tipul manualului</th><th>Numărul de manuale</th></tr></thead><tbody><tr><td>Mate_V</td><td>280</td></tr><tr><td>Mate_VI</td><td>200</td></tr><tr><td>Mate_VII</td><td>250</td></tr><tr><td>Mate_VIII</td><td>270</td></tr></tbody></table> <p>Tipul manualului care reprezintă un sfert din totalul manualelor de matematică pentru gimnaziu din biblioteca școlii, este:</p> <p>a) Mate_V                      b) Mate_VI                      c) Mate_VII                      d) Mate_VIII</p>	Tipul manualului	Numărul de manuale	Mate_V	280	Mate_VI	200	Mate_VII	250	Mate_VIII	270
Tipul manualului	Numărul de manuale										
Mate_V	280										
Mate_VI	200										
Mate_VII	250										
Mate_VIII	270										
<b>5p</b>	<p>3. După o scumpire cu 20%, prețul unui produs a crescut cu 12 lei. Prețul inițial al produsului este:</p> <p>a) 240 lei b) 120 lei c) 72 lei d) 60 lei</p>										
<b>5p</b>	<p>4. Dintre numerele <math>\frac{1}{2^4}</math>, <math>\frac{1}{2^7}</math>, <math>\frac{1}{2^3}</math> și <math>\frac{1}{2^8}</math>, cel mai mare este:</p> <p>a) <math>\frac{1}{2^8}</math>                      b) <math>\frac{1}{2^7}</math>                      c) <math>\frac{1}{2^4}</math>                      d) <math>\frac{1}{2^3}</math></p>										
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi, Cătălin, Nicolae, Anastasia și Ana, au calculat suma numerelor <math>a</math> și <math>b</math>, știind că <math>a^2 - b^2 = 12</math> și <math>a - b = 4</math>. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1" data-bbox="399 1523 1276 1635"><thead><tr><th>Cătălin</th><th>Nicolae</th><th>Anastasia</th><th>Ana</th></tr></thead><tbody><tr><td>48</td><td>16</td><td>4</td><td>3</td></tr></tbody></table> <p>Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:</p> <p>a) Cătălin b) Nicolae c) Anastasia d) Ana</p>	Cătălin	Nicolae	Anastasia	Ana	48	16	4	3		
Cătălin	Nicolae	Anastasia	Ana								
48	16	4	3								
<b>5p</b>	<p>6. Suma numerelor întregi din intervalul <math>[-2, 3]</math> este egală cu:</p> <p>a) 0 b) 3 c) 5 d) 9</p>										

**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată, punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> și <math>D</math>, în această ordine, sunt coliniare. Dacă punctul <math>B</math> este mijlocul segmentului <math>AC</math>, punctul <math>C</math> este mijlocul segmentului <math>AD</math> și <math>BC = 3\text{cm}</math>, atunci lungimea segmentului <math>AD</math> este egală cu:</p> <p>a) 15cm b) 12cm c) 6cm d) 3cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată, unghiurile <math>AOB</math>, <math>BOC</math> și <math>COA</math> sunt unghiuri în jurul punctului <math>O</math>, măsura unghiului <math>AOB</math> este de <math>120^\circ</math> și măsura unghiului <math>BOC</math> este de <math>130^\circ</math>. Măsura unghiului <math>AOC</math> este de:</p> <p>a) <math>140^\circ</math> b) <math>130^\circ</math> c) <math>120^\circ</math> d) <math>110^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. Se consideră triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, punctul <math>M</math> este mijlocul ipotenuzei <math>BC</math>, <math>AB = 4\text{cm}</math> și măsura unghiului <math>ACB</math> este de <math>30^\circ</math>. Lungimea segmentului <math>AM</math> este egală cu:</p> <p>a) 2cm b) 4cm c) 8cm d) 12cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat un paralelogram <math>ABCD</math>, punctul <math>O</math> este punctul de intersecție a dreptelor <math>AC</math> și <math>BD</math>, iar <math>AO + DO = 8\text{cm}</math>. Suma lungimilor segmentelor <math>AC</math> și <math>BD</math> este egală cu:</p> <p>a) 4cm b) 8cm c) 12cm d) 16cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată, <math>AB</math> este diametru în cercul de centru <math>O</math>, <math>AB = 8\text{cm}</math>. Lungimea cercului este egală cu:</p> <p>a) <math>64\pi\text{cm}</math> b) <math>16\pi\text{cm}</math> c) <math>8\pi\text{cm}</math> d) <math>4\pi\text{cm}</math></p>	

<b>5p</b>	<p>6. În figura alăturată este reprezentat cubul <math>ABCD A' B' C' D'</math>. Măsura unghiului dintre dreptele <math>BC'</math> și <math>DD'</math> este de:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>45^\circ</math> c) <math>60^\circ</math> d) <math>90^\circ</math></p>	
-----------	---	--

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scriveți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

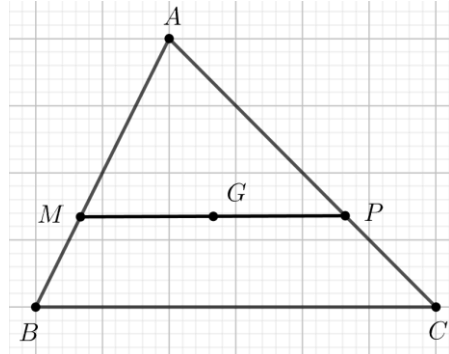
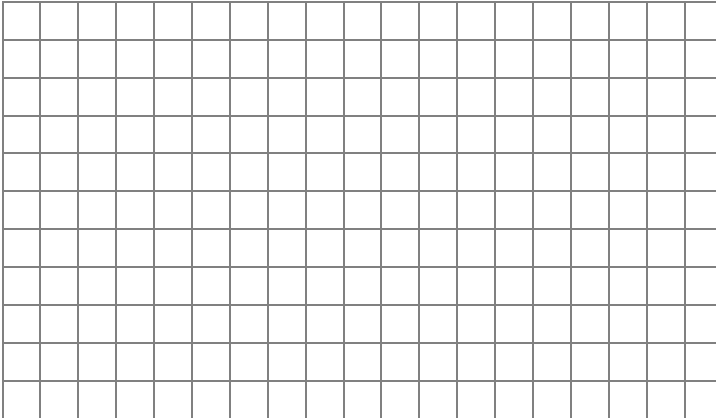
<b>5p</b>	<p>1. Împărțind, pe rând, numărul natural <math>n</math> la 12 și la 18, se obțin resturile 7, respectiv 13.</p> <p>(2p) a) Numărul natural <math>n</math> poate fi egal cu 103? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p>(3p) b) Arată că cel mai mic număr natural <math>n</math> cu această proprietate este 31.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
<b>5p</b>	<p>2. Se consideră expresia <math>E(x) = (3x + 4)^2 - (2x + 1)^2</math>, unde <math>x</math> este număr real.</p> <p>(2p) a) Arată că <math>E(1) + E(-1) = 40</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>



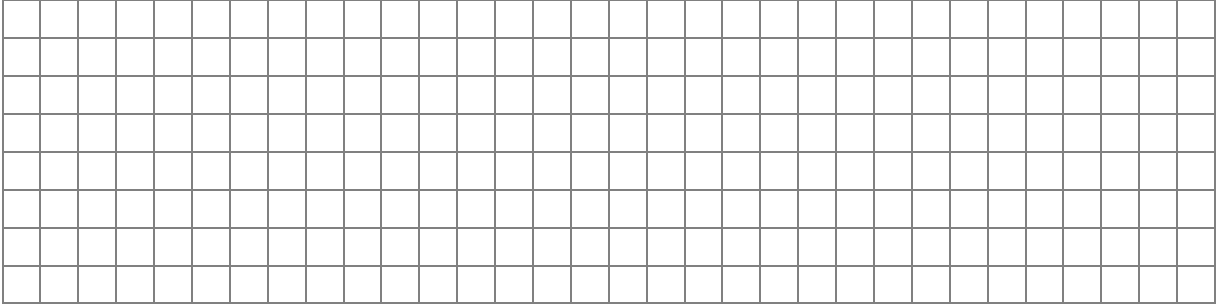
5p

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi  $ABC$ . Punctul  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ ,  $MP \parallel BC$ ,  $G \in MP$ ,  $M \in AB$  și  $P \in AC$ .

(2p) a) Arată că  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ .



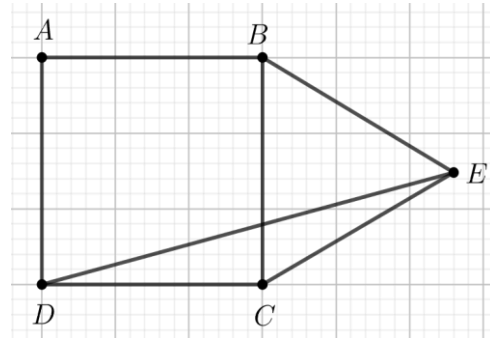
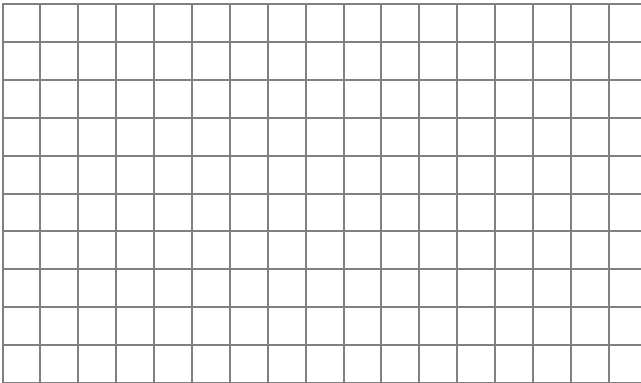
(3p) b) Dacă  $AC = 12$  cm, atunci determină lungimea segmentului  $PC$ .



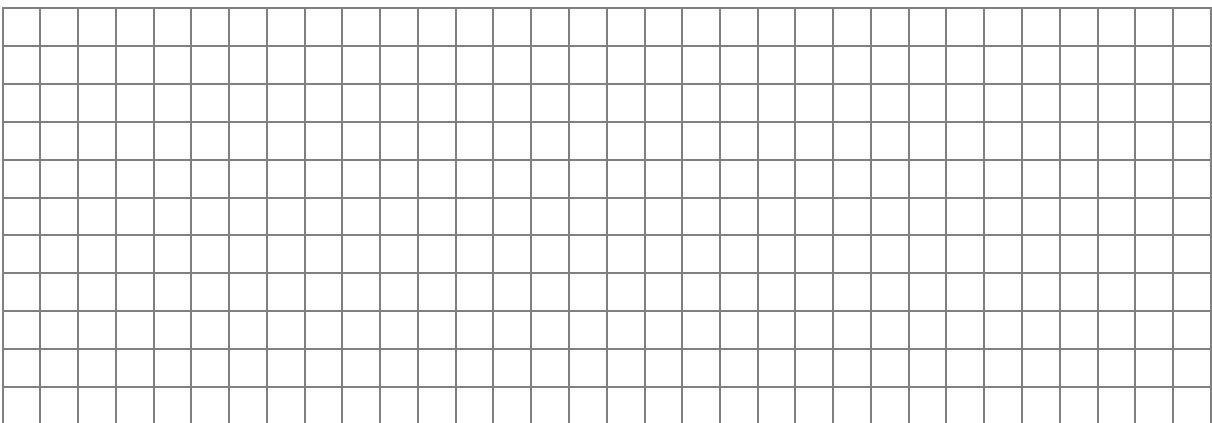
5p

5. În figura alăturată sunt reprezentate pătratul  $ABCD$  cu  $AB = 4\sqrt{2}$  cm și triunghiul echilateral  $BCE$ .

(2p) a) Arată că măsura unghiului  $CDE$  este egală cu  $15^\circ$ .

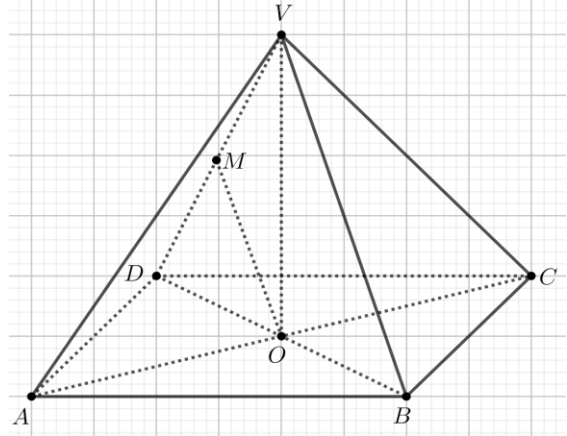


(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul  $B$  la dreapta  $DE$  este egală cu 4 cm.

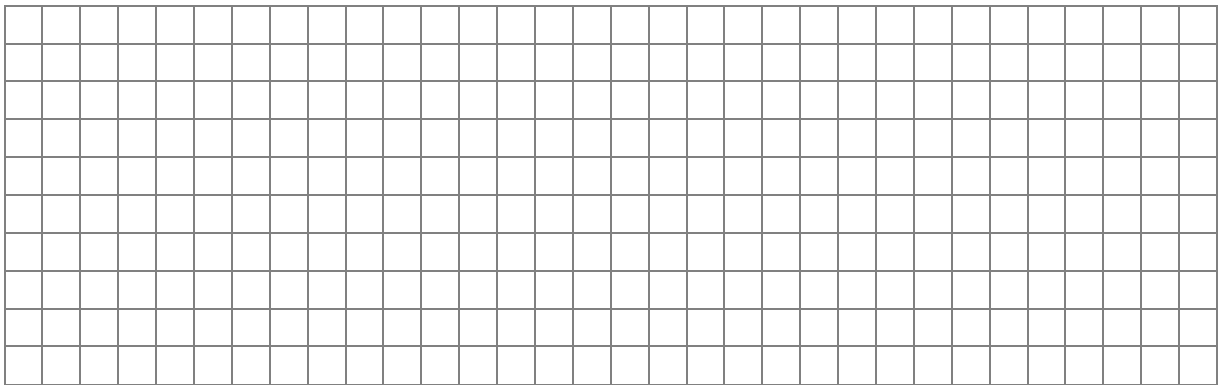


5p

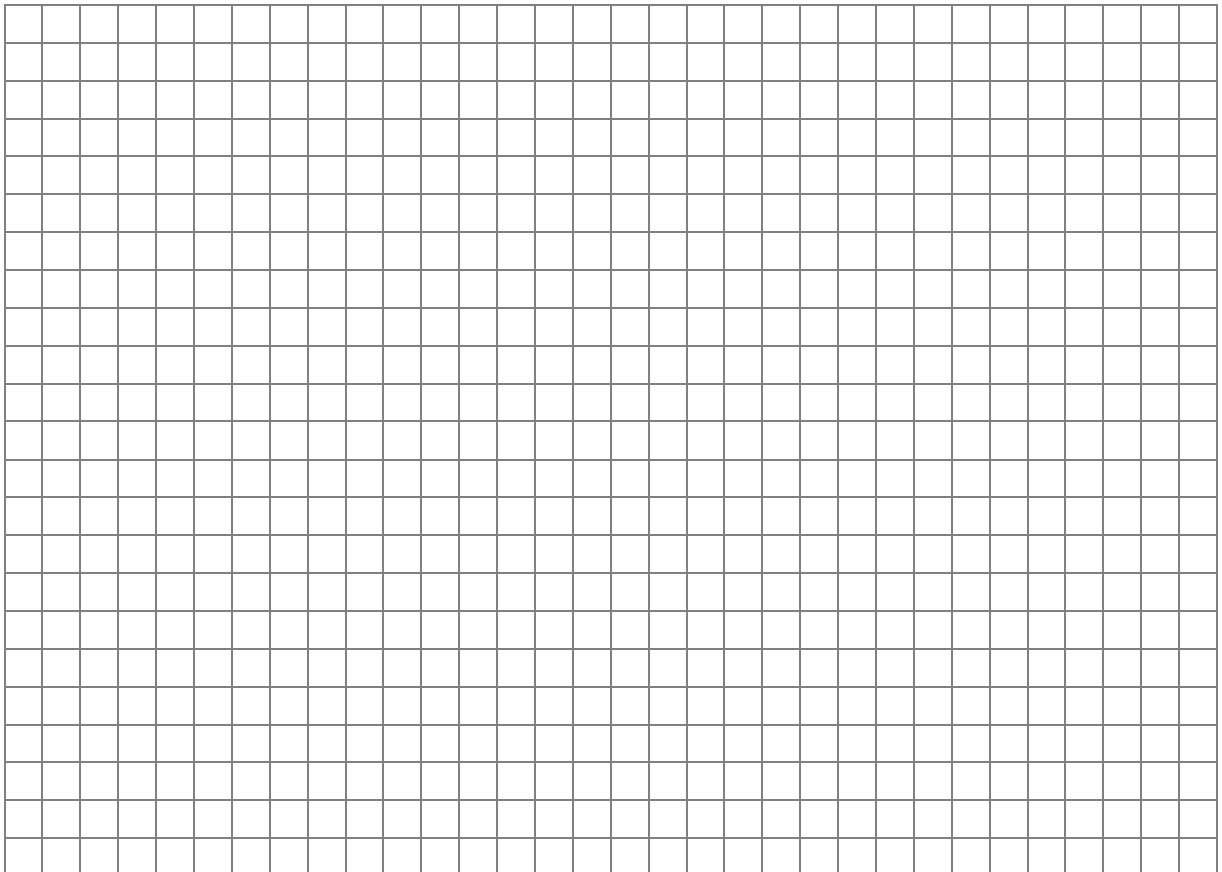
6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu baza  $ABCD$ ,  $AB = 12\text{cm}$  și  $VA = 2\sqrt{34}\text{cm}$ . Punctul  $O$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$  iar punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $VD$ .

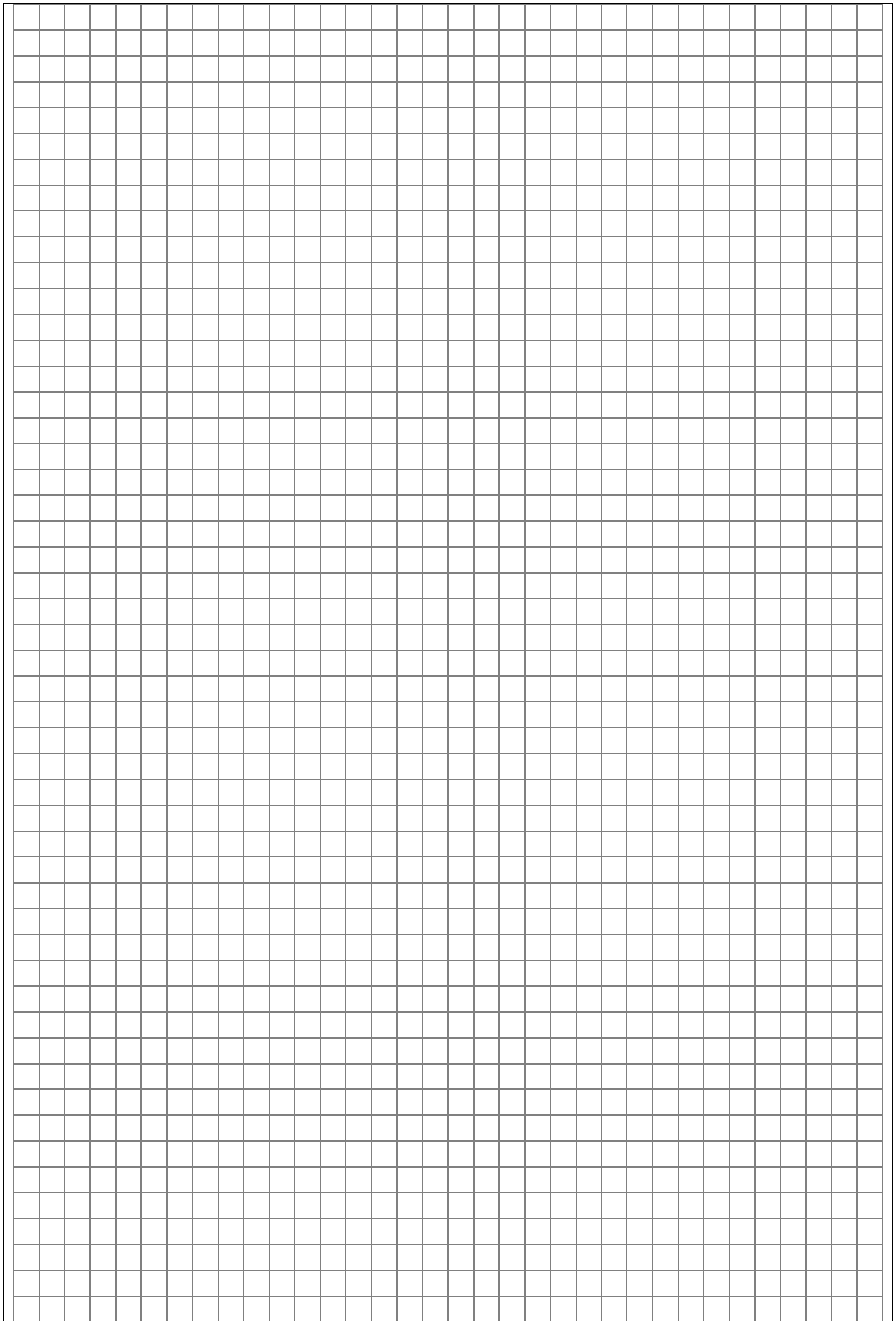


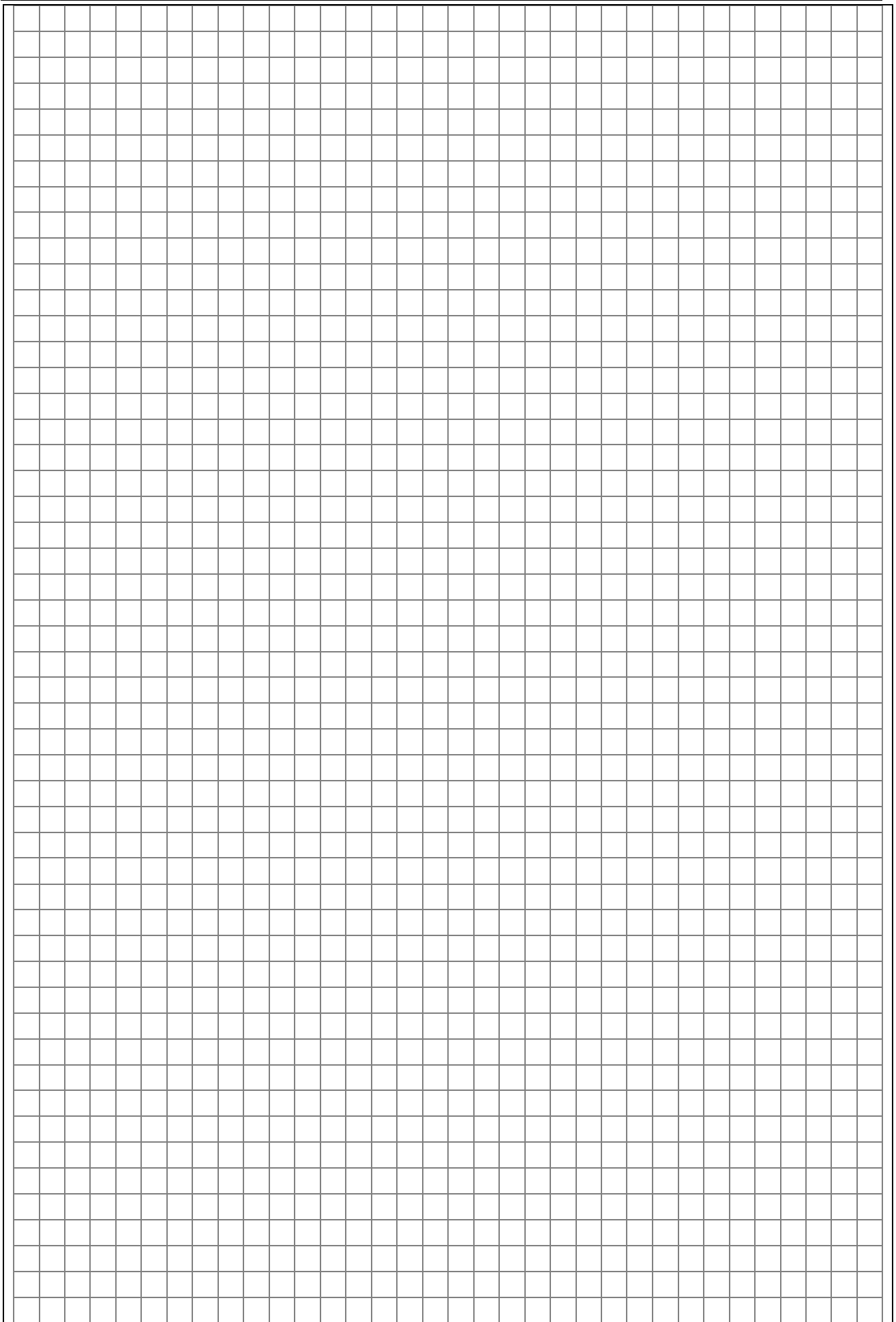
(2p) a) Arată că dreapta  $OM$  este paralelă cu planul  $(VBC)$ .

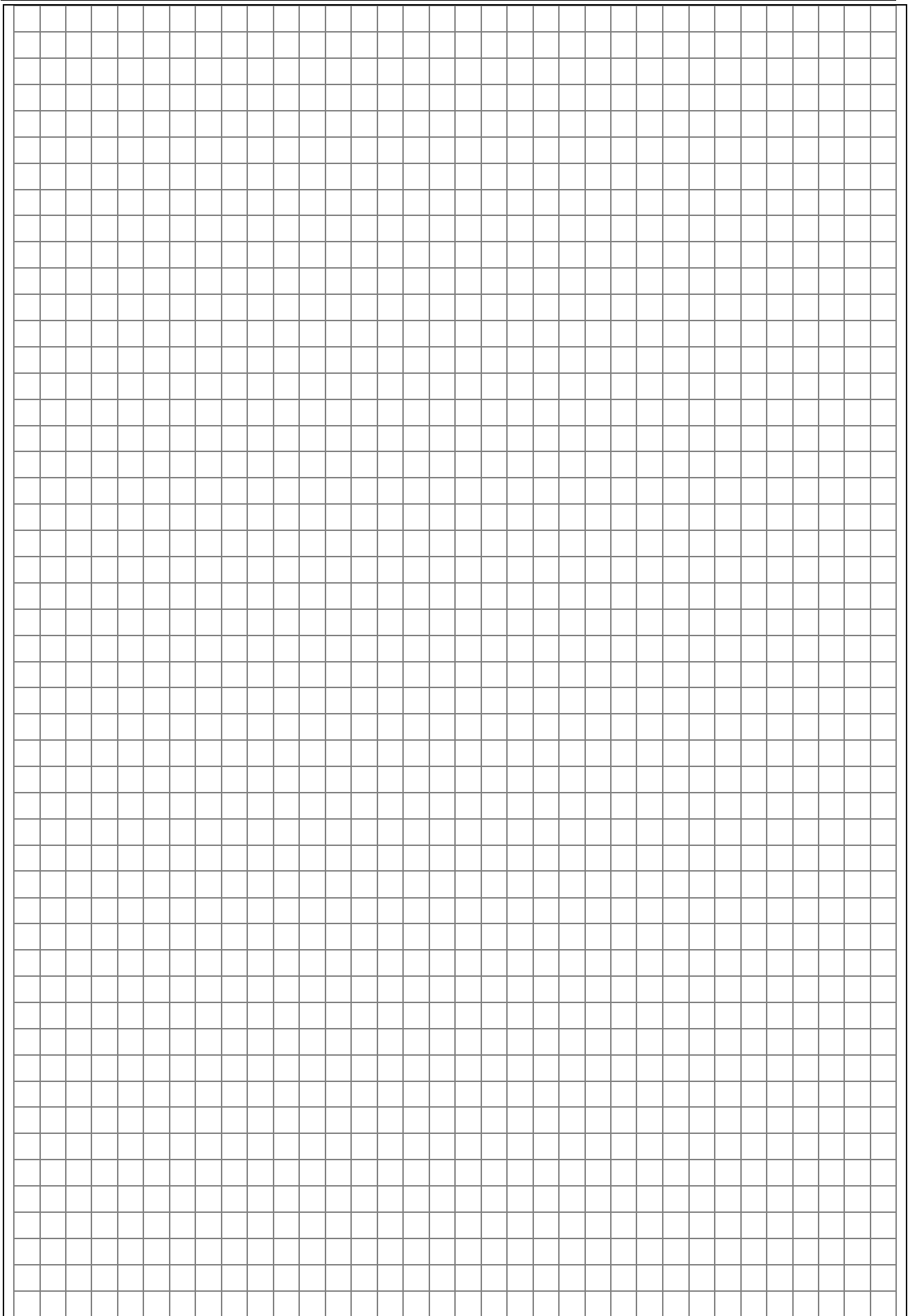


(3p) b) Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VBC)$ .











## **EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 5**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

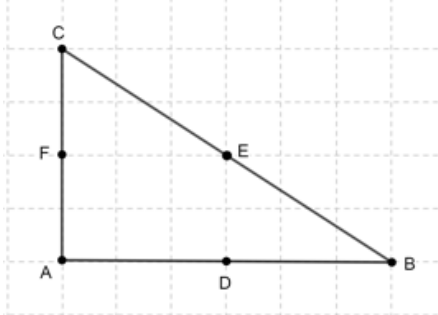
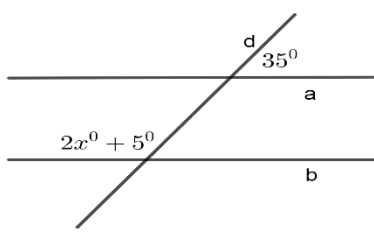
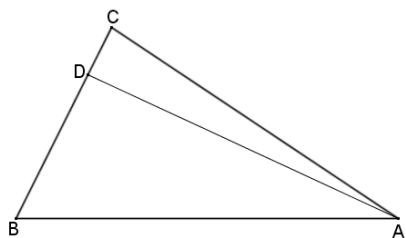
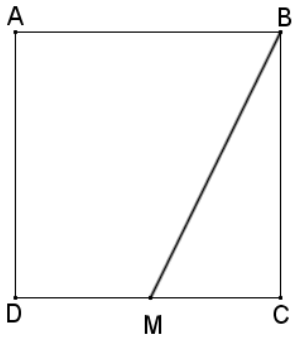
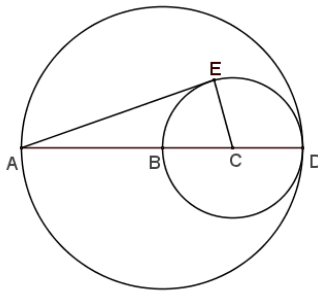
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Rezultatul calculului <math>2 + 3 \cdot (4 + 5)</math> este egal cu:</p> <p>a) 19 b) 20 c) 29 d) 45</p>								
<b>5p</b>	<p>2. Știind că <math>\frac{x}{2} = \frac{y}{3}</math>, atunci rezultatul calculului <math>3x - 2y</math> este egal cu:</p> <p>a) 0 b) 1 c) 5 d) 12</p>								
<b>5p</b>	<p>3. Suma numerelor întregi negative din intervalul <math>(-5; 4]</math> este egală cu:</p> <p>a) -15 b) -10 c) 0 d) 10</p>								
<b>5p</b>	<p>4. Dintre numerele <math>\frac{2018}{2019}</math>, <math>\frac{2019}{2020}</math>, <math>\frac{2020}{2021}</math> și <math>\frac{2021}{2022}</math> cel mai mare este:</p> <p>a) <math>\frac{2018}{2019}</math>                      b) <math>\frac{2019}{2020}</math>                      c) <math>\frac{2020}{2021}</math>                      d) <math>\frac{2021}{2022}</math>.</p>								
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor <math>4\sqrt{2}</math> și <math>2\sqrt{2}</math> și au obținut rezultatele înregistrate în tabelul de mai jos.</p> <table border="1" data-bbox="620 1462 1051 1632"><tbody><tr><td>Ana</td><td>4</td></tr><tr><td>Andrei</td><td><math>3\sqrt{2}</math></td></tr><tr><td>Anca</td><td>8</td></tr><tr><td>Alin</td><td>16</td></tr></tbody></table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:</p> <p>a) Ana b) Andrei c) Anca d) Alin</p>	Ana	4	Andrei	$3\sqrt{2}$	Anca	8	Alin	16
Ana	4								
Andrei	$3\sqrt{2}$								
Anca	8								
Alin	16								
<b>5p</b>	<p>6. Ana are 14 ani, iar fratele ei are 10 ani. Ana afirmă că: „Peste trei ani, suma dintre vârsta mea și a fratelui meu va fi egală cu 27 de ani”. Afirmatia Anei este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>								

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată este reprezentat un triunghi <math>ABC</math> dreptunghic în <math>A</math>, iar punctele <math>D</math>, <math>E</math> și <math>F</math> sunt mijloacele laturilor <math>AB</math>, <math>BC</math>, respectiv <math>AC</math>. Proiecția punctului <math>E</math> pe <math>AC</math> este punctul:</p> <p>a) <math>A</math> b) <math>C</math> c) <math>D</math> d) <math>F</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată, dreptele paralele <math>a</math> și <math>b</math> sunt intersectate de secanta <math>d</math>, fiind evidențiate măsurile a două unghiuri de <math>35^\circ</math> și de <math>2x^\circ + 5^\circ</math>. Valoarea lui <math>x</math> este de:</p> <p>a) <math>15^\circ</math> b) <math>25^\circ</math> c) <math>70^\circ</math> d) <math>75^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul <math>ABC</math> cu <math>\angle ABC = 60^\circ</math> și <math>\angle BAC = 40^\circ</math>. Punctul <math>D</math> aparține dreptei <math>BC</math>, astfel încât distanța dintre punctul <math>A</math> și punctul <math>D</math> să fie minimă. Măsura unghiului <math>\angle DAC</math> este de:</p> <p>a) <math>10^\circ</math> b) <math>30^\circ</math> c) <math>80^\circ</math> d) <math>90^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentată schița unei foi de tablă în formă de pătrat <math>ABCD</math>, cu <math>AB = 2\text{ m}</math>. Un tinichigiu vrea să taie din tablă o bucată în forma triunghiului <math>BMC</math>, unde punctul <math>M</math> aparține dreptei <math>DC</math>, astfel încât aria triunghiului <math>BMC</math> să fie un sfert din aria pătratului <math>ABCD</math>. Lungimea segmentului <math>CM</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>0,25\text{ m}</math> b) <math>0,5\text{ m}</math> c) <math>1\text{ m}</math> d) <math>1,5\text{ m}</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată, <math>BD</math> este raza cercului mare de centru <math>B</math>, <math>CD = 2\text{ cm}</math> este raza cercului mic de centru <math>C</math>, punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>, <math>D</math> sunt coliniare și punctul <math>E</math> aparține cercului mic, astfel încât dreapta <math>CE</math> este perpendiculară pe dreapta <math>AE</math>. Distanța dintre punctele <math>A</math> și <math>E</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>4\text{ cm}</math> b) <math>4\sqrt{2}\text{ cm}</math> c) <math>4\sqrt{3}\text{ cm}</math> d) <math>6\text{ cm}</math></p>	

<b>5p</b>	<p>6. În figura alăturată este reprezentată o cutie în formă de cub <math>ABCDEFGH</math> care are suma lungimilor tuturor muchiilor egală cu <math>60\text{cm}</math>. Volumul cutiei este egal cu:</p> <p>a) <math>25\text{cm}^3</math> b) <math>100\text{cm}^3</math> c) <math>125\text{cm}^3</math> d) <math>150\text{cm}^3</math></p>	
-----------	--	--

**SUBIECTUL al III-lea**

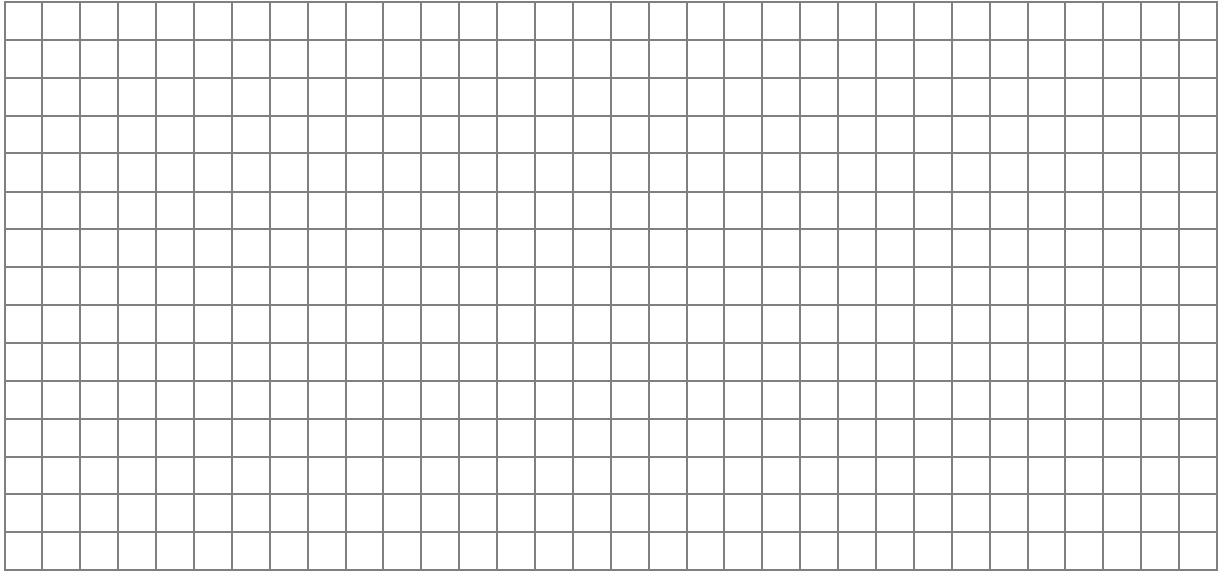
*Scieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Radu a citit în prima zi <math>\frac{1}{4}</math> din cartea pe care a primit-o de ziua lui de la Andreea. A doua zi citește 27 de pagini și constată că a citit jumătate din paginile cărții.</p> <p><b>(2p) a)</b> Este posibil să aibă 100 de pagini cartea pe care a primit-o Radu de ziua lui de la Andreea? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div> <p><b>(3p) b)</b> Determină numărul de pagini din cartea lui Radu.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
-----------	---

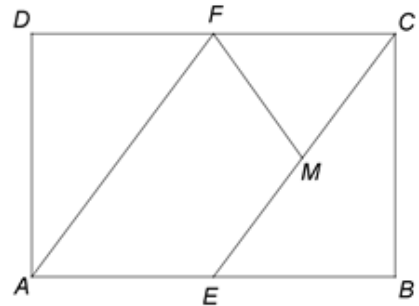


**(3p) b)** Arată că numărul  $a$  este de 16 ori mai mare decât numărul  $b$ .

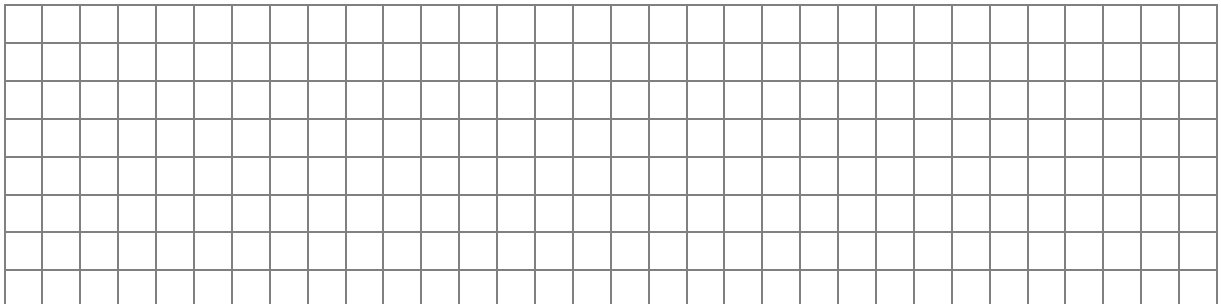


**5p**

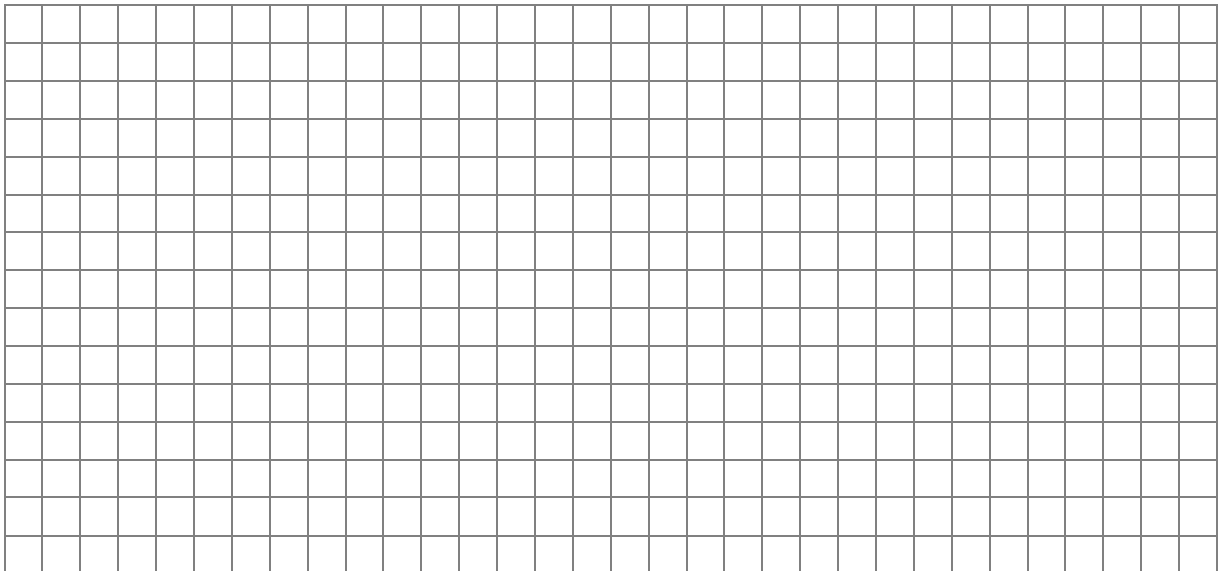
4. În figura alăturată este reprezentată schița unui teren agricol în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 600\text{m}$  și  $AD = 400\text{m}$ . Punctul  $E$  este mijlocul laturii  $AB$ , punctul  $F$  este mijlocul laturii  $CD$  și punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $CE$ .



**(2p) a)** Arată că perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este egal cu  $2000\text{m}$ .

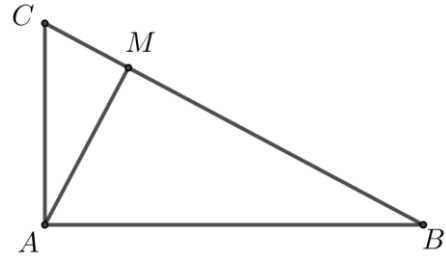
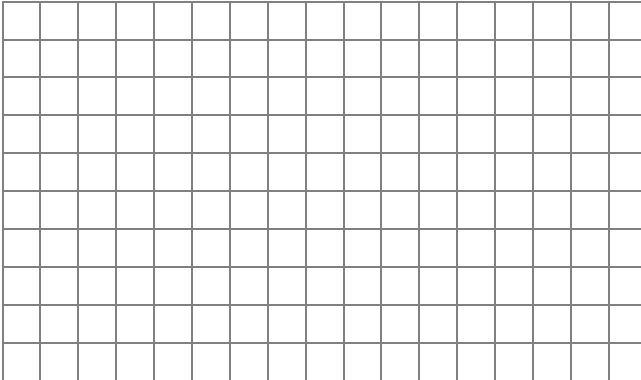


**(3p) b)** Arată că aria patrulaterului  $AEMF$  este de trei ori mai mare decât aria triunghiului  $CFM$ .

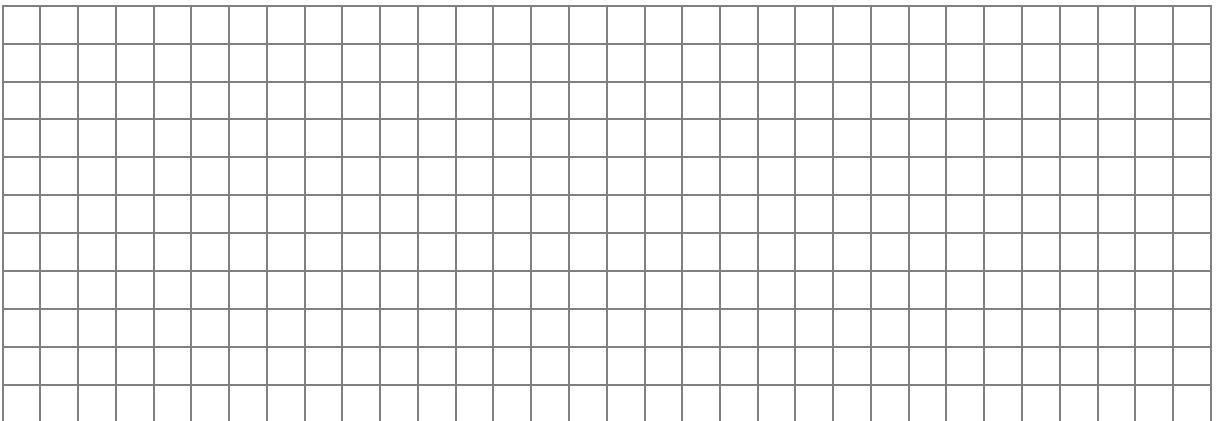


**5p** 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , iar punctul  $M$  este proiecția punctului  $A$  pe  $BC$ . Lungimea segmentului  $BM$  este de 16cm, iar lungimea segmentului  $CM$  este de 4cm.

**(2p) a)** Arată că  $AM = 8\text{cm}$ .

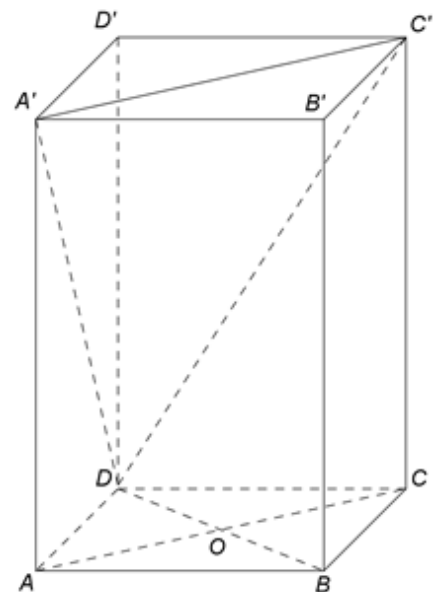
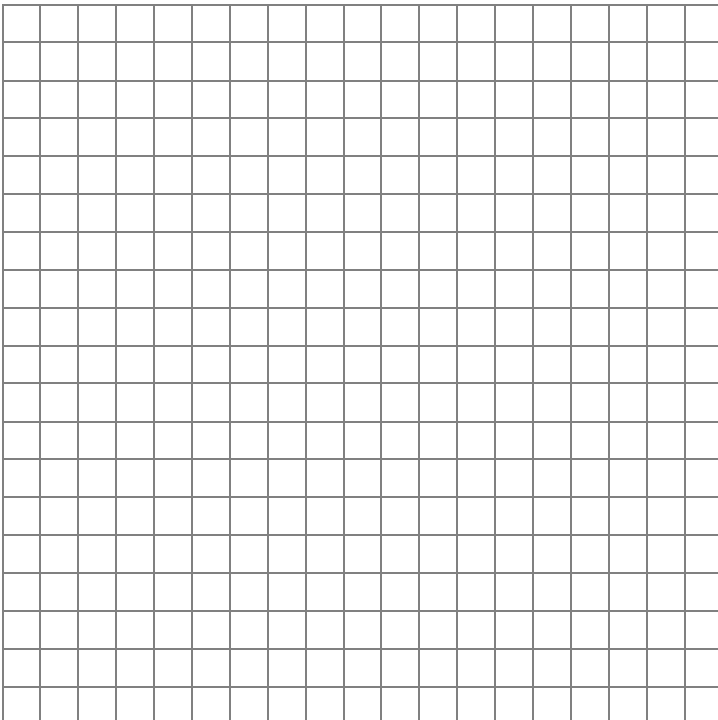


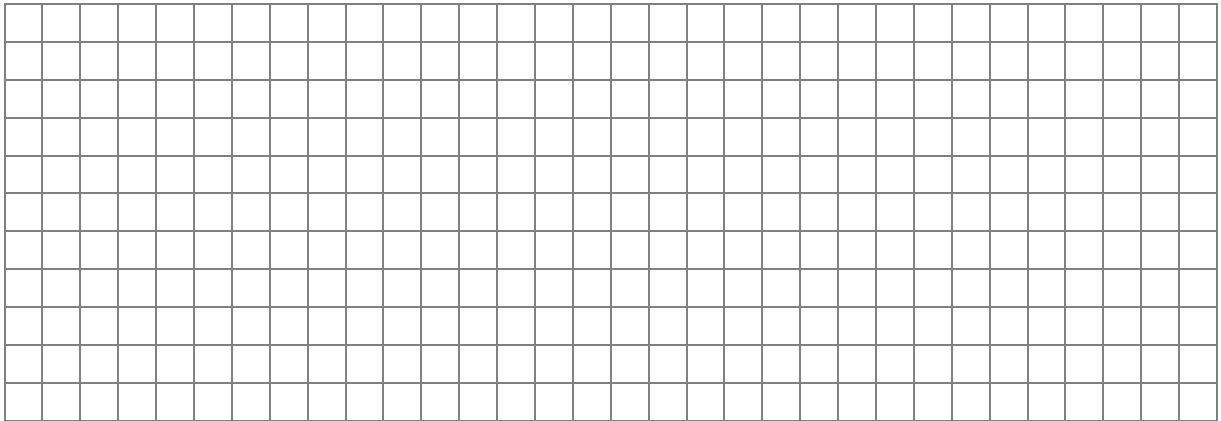
**(3p) b)** Demonstrează că perimetrul triunghiului  $ABC$  este mai mare decât 44cm.



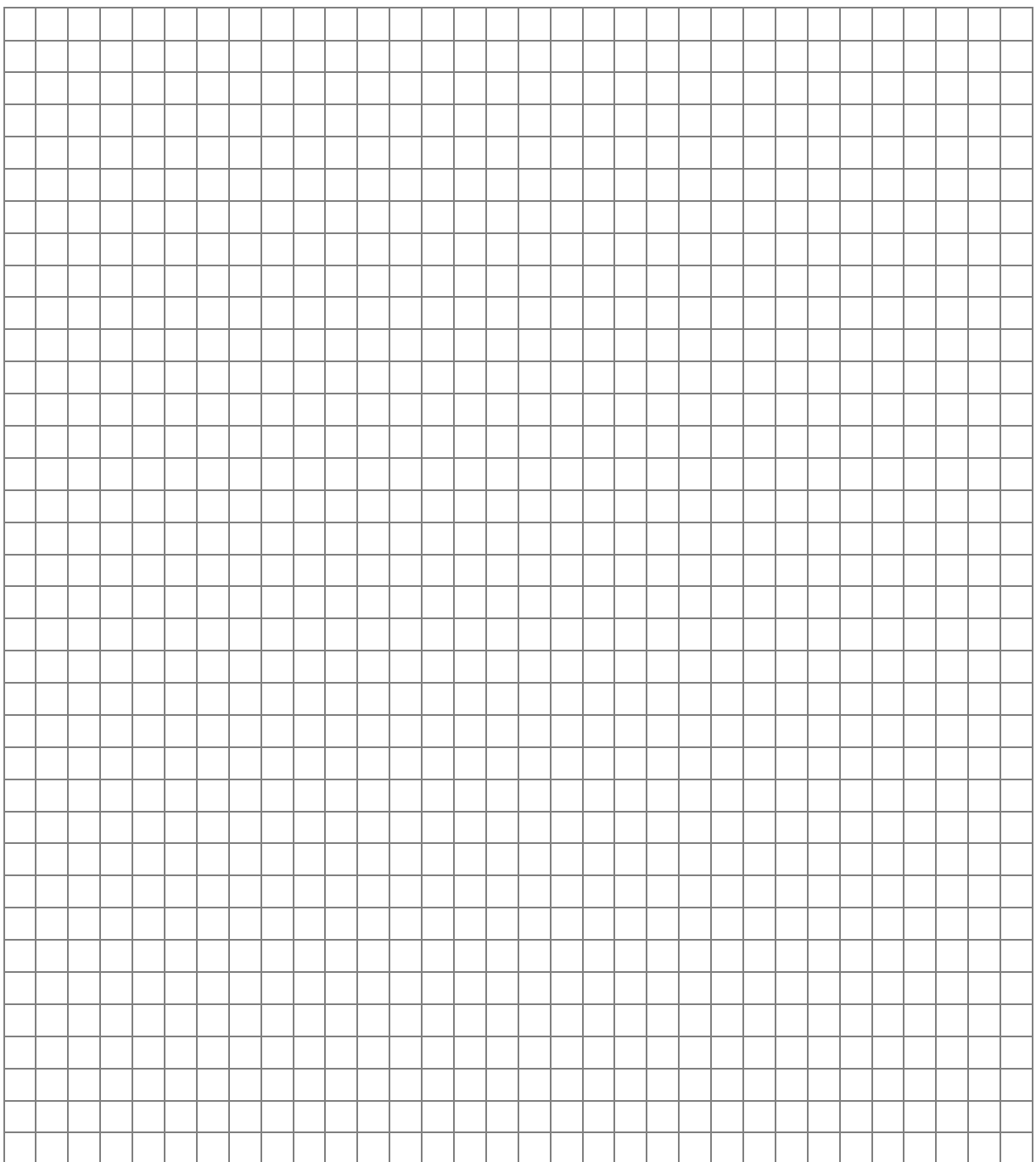
**5p** 6. În figura alăturată este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu baza pătratul  $ABCD$ . Punctul  $O$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ ,  $AB = 8\text{cm}$  și  $AA' = 8\sqrt{2}\text{cm}$ .

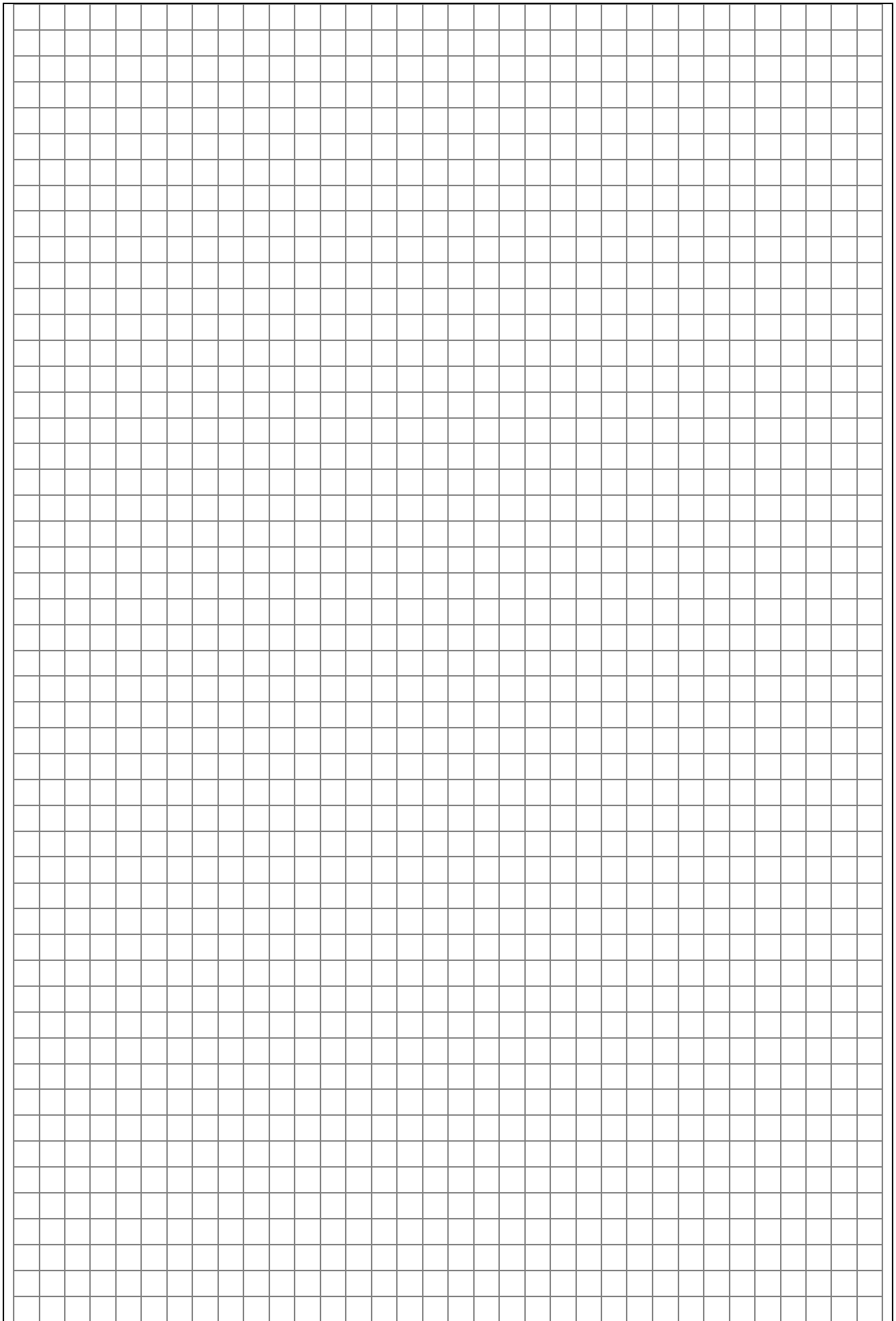
**(2p) a)** Demonstrează că dreptele  $A'C$  și  $AC'$  sunt perpendiculare.

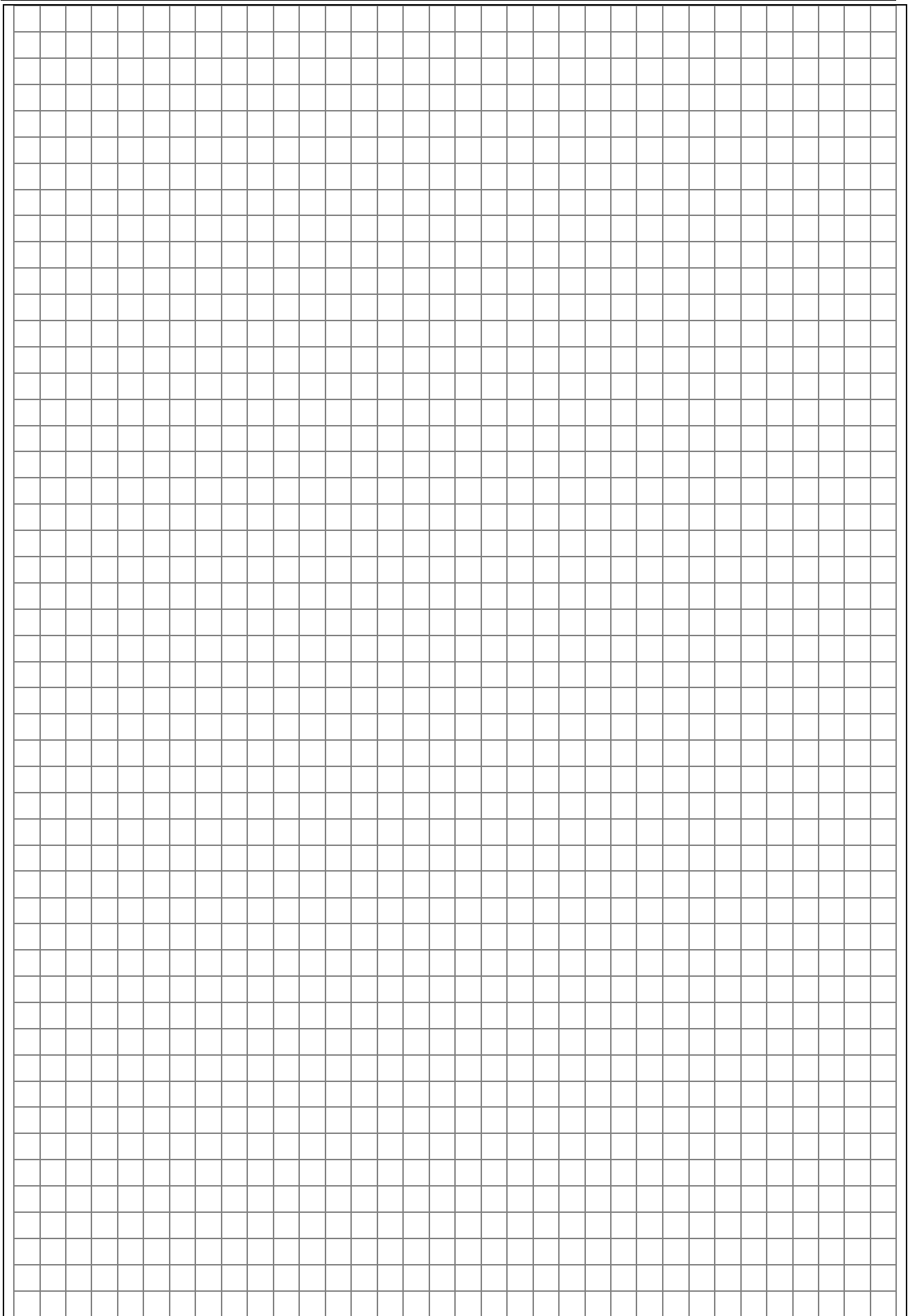




**(3p) b)** Demonstrează că dreapta  $OB'$  este paralelă cu planul  $(A'C'D)$ .









**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 6**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*


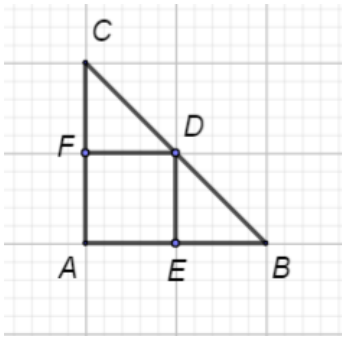
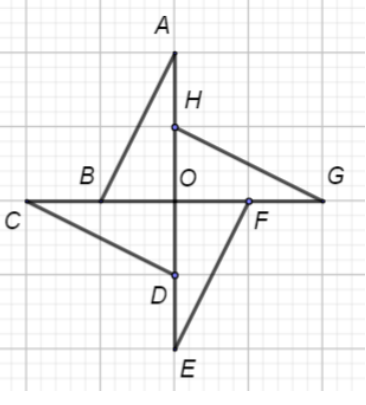
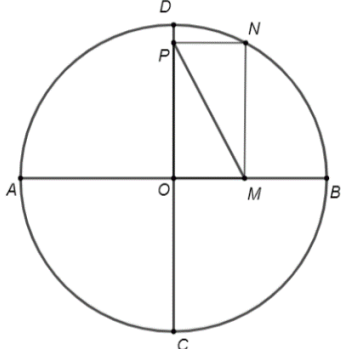
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<b>1.</b> Rezultatul calculului $44 - 4 \cdot 4$ este egal cu: a) 0 b) 28 c) 60 d) 160												
<b>5p</b>	<b>2.</b> Dacă $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{674}$ , atunci numărul real $x$ este egal cu: a) 3 b) 674 c) 2021 d) 2022												
<b>5p</b>	<b>3.</b> Produsul numerelor $-18$ și $3$ este egal cu: a) $-54$ b) $-21$ c) $-15$ d) $-6$												
<b>5p</b>	<b>4.</b> În tabelul de mai jos este prezentată oferta cu reduceri de prețuri pentru două produse, în funcție de numărul de produse cumpărate. <table border="1" data-bbox="229 1048 1426 1227"><thead><tr><th>Produse</th><th>Preț la cumpărarea unei bucăți</th><th>Reducerea acordată la cumpărarea a 4 bucăți</th><th>Reducerea acordată la cumpărarea a 8 bucăți</th></tr></thead><tbody><tr><td>Săpun</td><td>2,5 lei</td><td>10%</td><td>12%</td></tr><tr><td>Pastă de dinți</td><td>8 lei</td><td>20%</td><td>25%</td></tr></tbody></table> <p>Știind că un cumpărător a achiziționat 8 bucăți de săpun și 4 bucăți de pastă de dinți, prețul total plătit de acesta în urma aplicării reducerilor este:</p> a) 49,6 lei b) 45,6 lei c) 43,2 lei d) 32 lei	Produse	Preț la cumpărarea unei bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 4 bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 8 bucăți	Săpun	2,5 lei	10%	12%	Pastă de dinți	8 lei	20%	25%
Produse	Preț la cumpărarea unei bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 4 bucăți	Reducerea acordată la cumpărarea a 8 bucăți										
Săpun	2,5 lei	10%	12%										
Pastă de dinți	8 lei	20%	25%										
<b>5p</b>	<b>5.</b> Maria scrie mulțimea formată din literele comune următoarelor trei cuvinte: <i>matematică</i> , <i>gramatică</i> , <i>informatică</i> . Numărul elementelor mulțimii scrise de Maria este egal cu: a) 11 b) 10 c) 9 d) 6												
<b>5p</b>	<b>6.</b> Dintre următoarele secvențe de numere, cea care reprezintă o enumerare în ordine crescătoare este: a) $-\sqrt{2}, -2, 2, \sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}, -2, \sqrt{2}, 2$ c) $-2, -\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}$ d) $-2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2$												

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

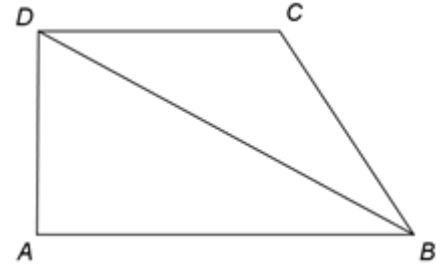
<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte <math>A</math> și <math>B</math>. Andrei trebuie să poziționeze pe segmentul <math>AB</math> punctele <math>C</math>, <math>D</math> și <math>E</math> astfel încât <math>AB = 2 \cdot AC = 4 \cdot AD = 5 \cdot AE</math>. Ordinea pe dreapta <math>AB</math> a celor 5 puncte este:</p> <p>a) <math>A - C - D - E - B</math>  b) <math>A - E - D - C - B</math>  c) <math>A - C - E - D - B</math>  d) <math>A - E - C - D - B</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. Unghiurile <math>AOB</math> și <math>BOC</math> sunt adiacente complementare, iar măsura unghiului <math>BOC</math> este de <math>30^\circ</math>. Măsura unghiului <math>AOB</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>15^\circ</math>  b) <math>30^\circ</math>  c) <math>45^\circ</math>  d) <math>60^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic isoscel <math>ABC</math> cu ipotenuza <math>BC</math>. Punctele <math>D</math>, <math>E</math> și <math>F</math> sunt mijloacele laturilor <math>BC</math>, <math>AB</math>, respectiv <math>AC</math>. Perimetrul patrulaterului <math>AEDF</math> este:</p> <p>a) egal cu suma lungimilor laturilor <math>AB</math> și <math>AC</math>  b) mai mare decât suma lungimilor laturilor <math>AB</math> și <math>AC</math>  c) mai mic decât suma lungimilor laturilor <math>AB</math> și <math>AC</math>  d) mai mic decât lungimea laturii <math>BC</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentată o morișcă despre care știm că este compusă din patru triunghiuri dreptunghice, congruente, <math>AOB</math>, <math>COD</math>, <math>EOF</math> și <math>GOH</math>, dispuse astfel încât punctele <math>B</math>, <math>D</math>, <math>F</math> și <math>H</math> sunt mijloacele segmentelor <math>OC</math>, <math>OE</math>, <math>OG</math>, respectiv <math>OA</math>. Știind că <math>AH = 10\text{cm}</math> și că cele patru triunghiuri au fost decupate dintr-un carton, fără pierderi de material, aria suprafeței cartonului era egală cu:</p> <p>a) <math>1\text{dm}^2</math>  b) <math>4\text{dm}^2</math>  c) <math>10\text{dm}^2</math>  d) <math>40\text{dm}^2</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. Segmentele <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt două diametre perpendiculare în cercul de centru <math>O</math> din figura alăturată. Punctul <math>N</math> aparține acestui cerc, iar punctele <math>M</math> și <math>P</math> aparțin segmentelor <math>OB</math>, respectiv <math>OD</math>, astfel încât patrulaterul <math>OMNP</math> să fie dreptunghi. Dacă lungimea coardei <math>AC</math> este <math>\sqrt{2}\text{ cm}</math>, atunci lungimea segmentului <math>MP</math> este:</p> <p>a) <math>2\text{ cm}</math>  b) <math>1\text{ cm}</math>  c) <math>0,5\text{ cm}</math>  d) <math>\sqrt{2}\text{ cm}</math></p>	



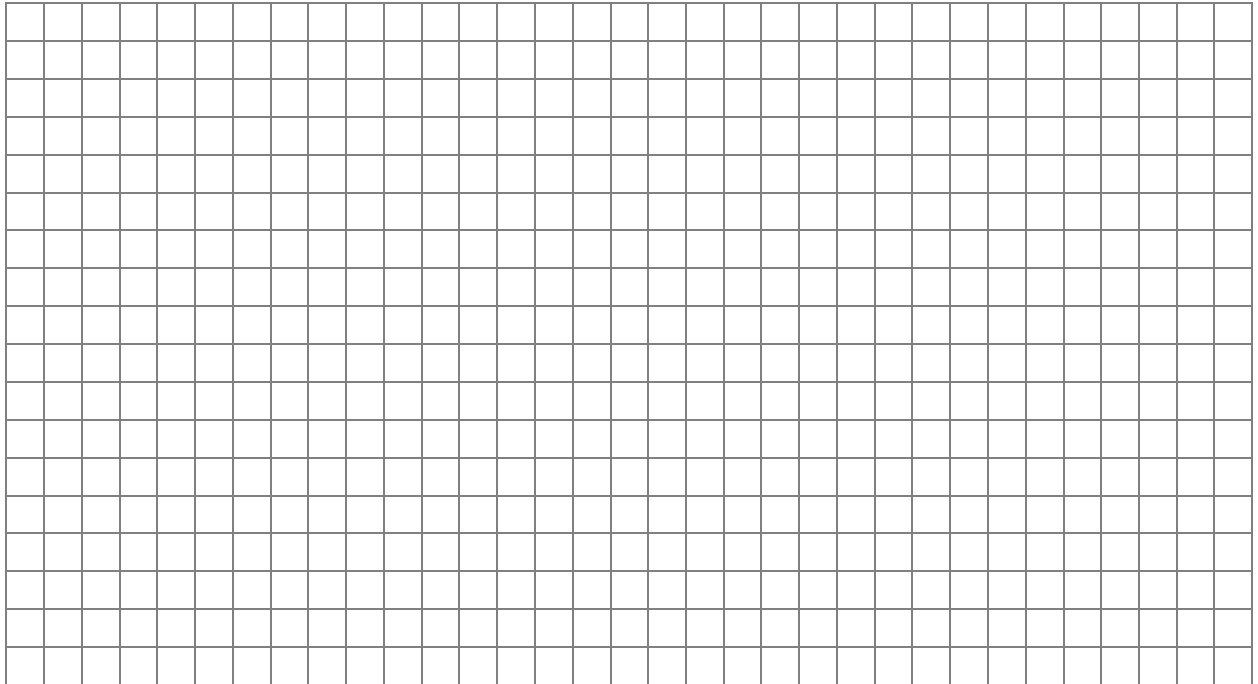


5p

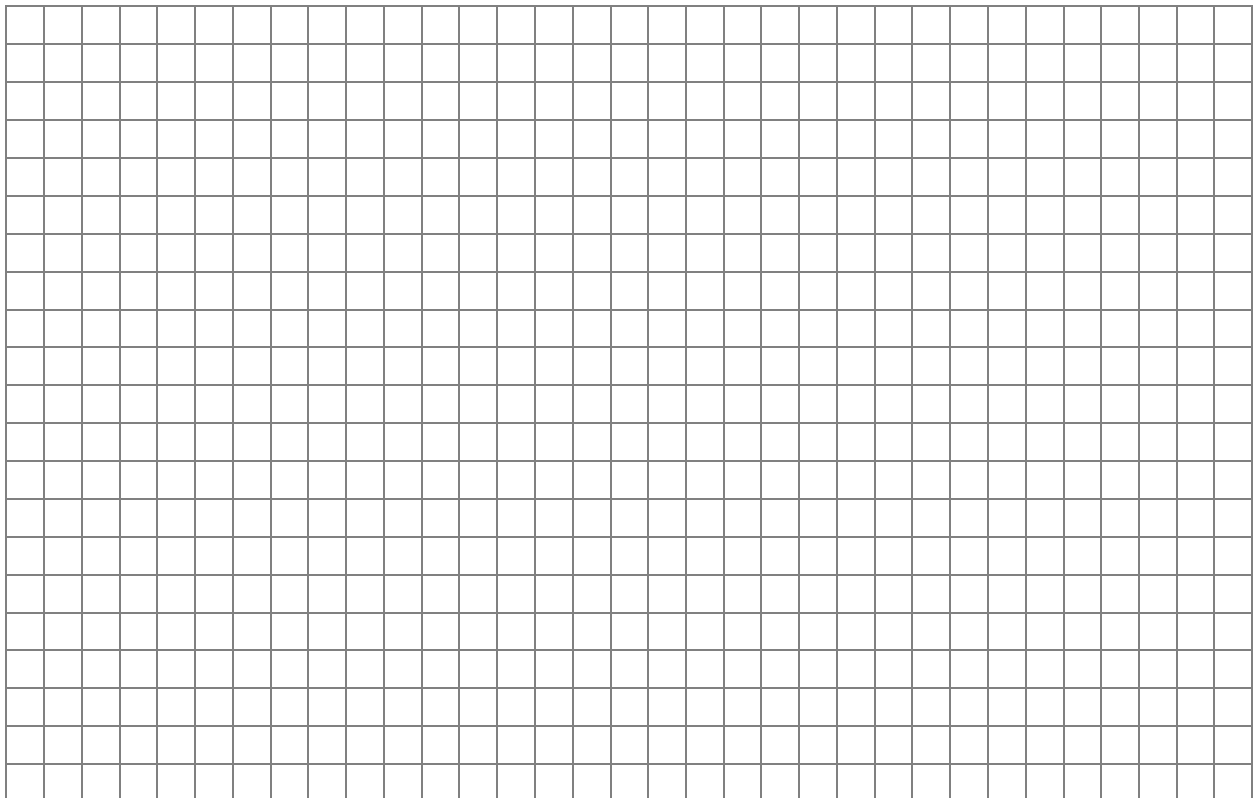
4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic  $ABCD$  cu  $AD \perp AB$  și  $AB \parallel CD$ . Semidreapta  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $AB = 16\text{cm}$  și  $CD = 10\text{cm}$ .



(2p) a) Știind că  $E \in AB$  astfel încât  $CE \perp AB$ , demonstrează că  $BE = 6\text{cm}$ .



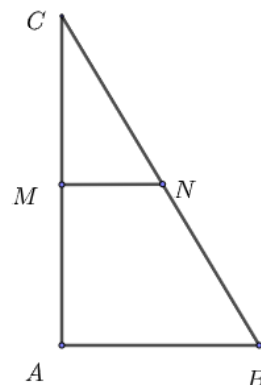
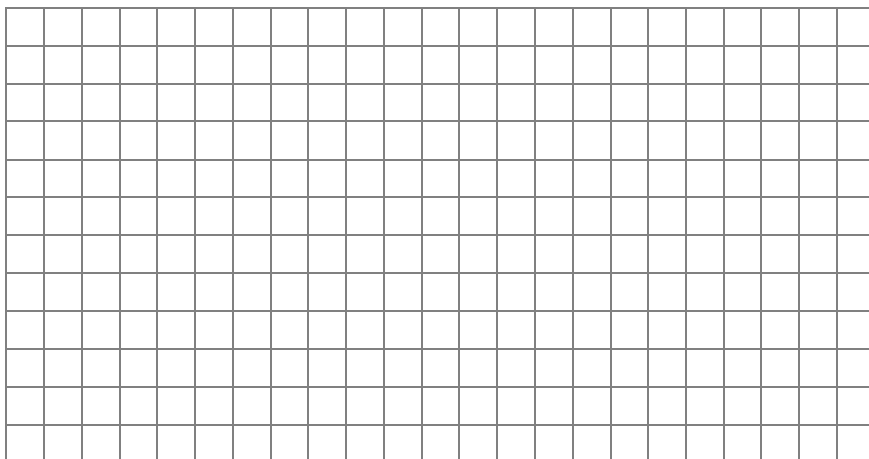
(3p) b) Știind că  $P$  este punctul de intersecție a laturii  $AB$  cu perpendiculara din  $C$  pe dreapta  $BD$ , demonstrează că  $DP \parallel BC$ .



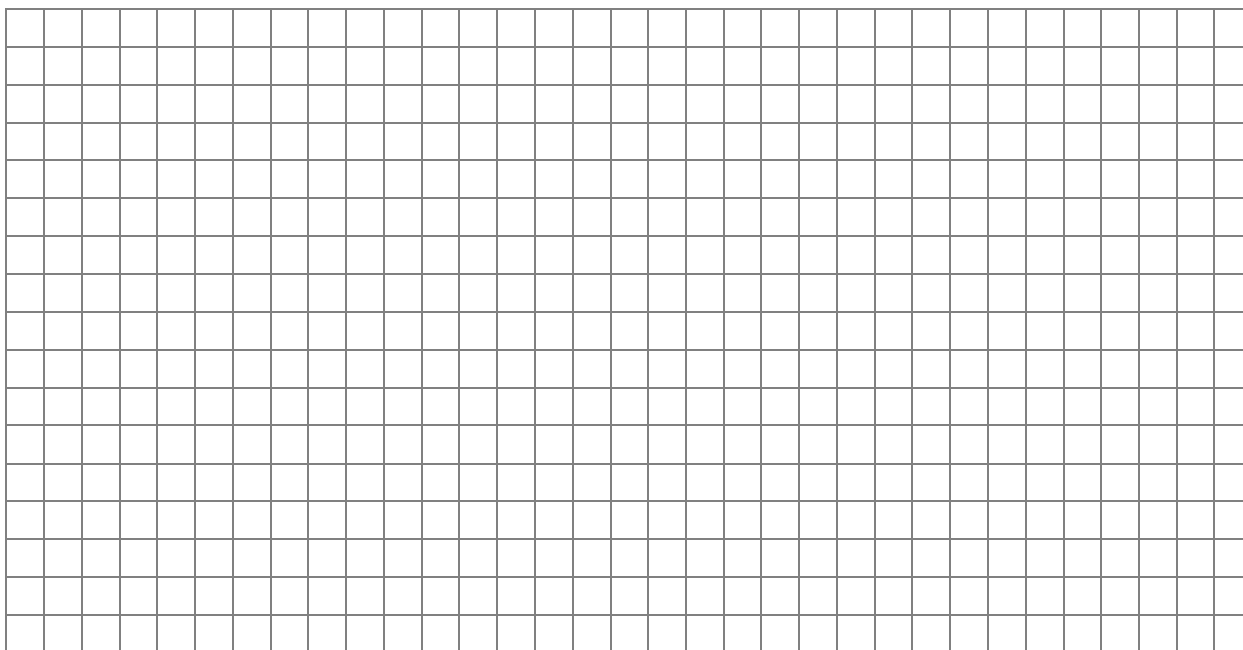
5p

5. În figura alăturată punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $AC$ , respectiv  $BC$  ale unui triunghi  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 24\text{ cm}$  și măsura unghiului  $C$  egală cu  $30^\circ$ .

(2p) a) Determină lungimea segmentului  $MN$ .

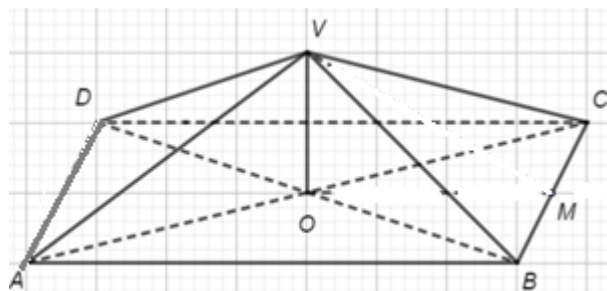


(3p) b) Calculează raportul dintre perimetrul triunghiului  $AMN$  și perimetrul triunghiului  $ABC$ .

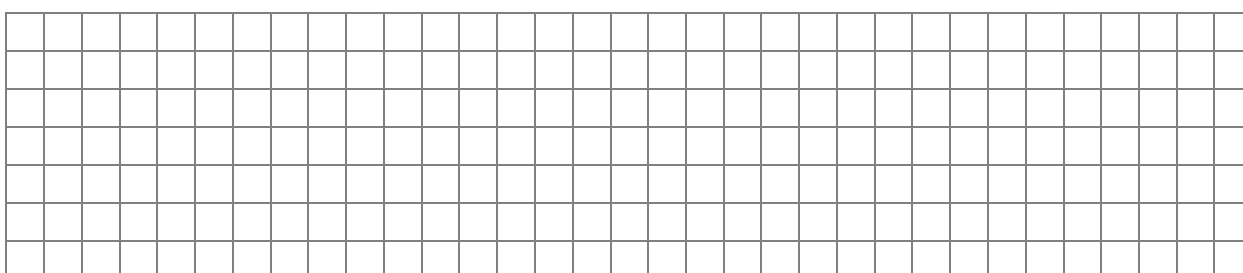


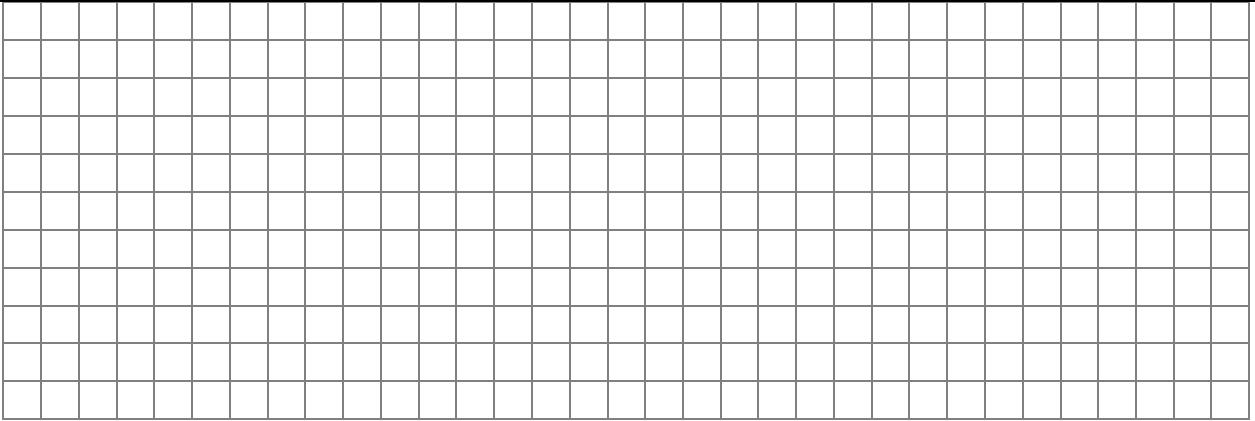
5p

6. În figura alăturată este reprezentat acoperișul unei case sub forma suprafeței laterale a piramidei patrulater regulate  $VABCD$ , de înălțime  $VO = 3\text{ m}$ , în care unghiul de înclinație a acoperișului, adică unghiul dintre planul unei fețe laterale și planul bazei are măsura egală cu  $30^\circ$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $BC$ .

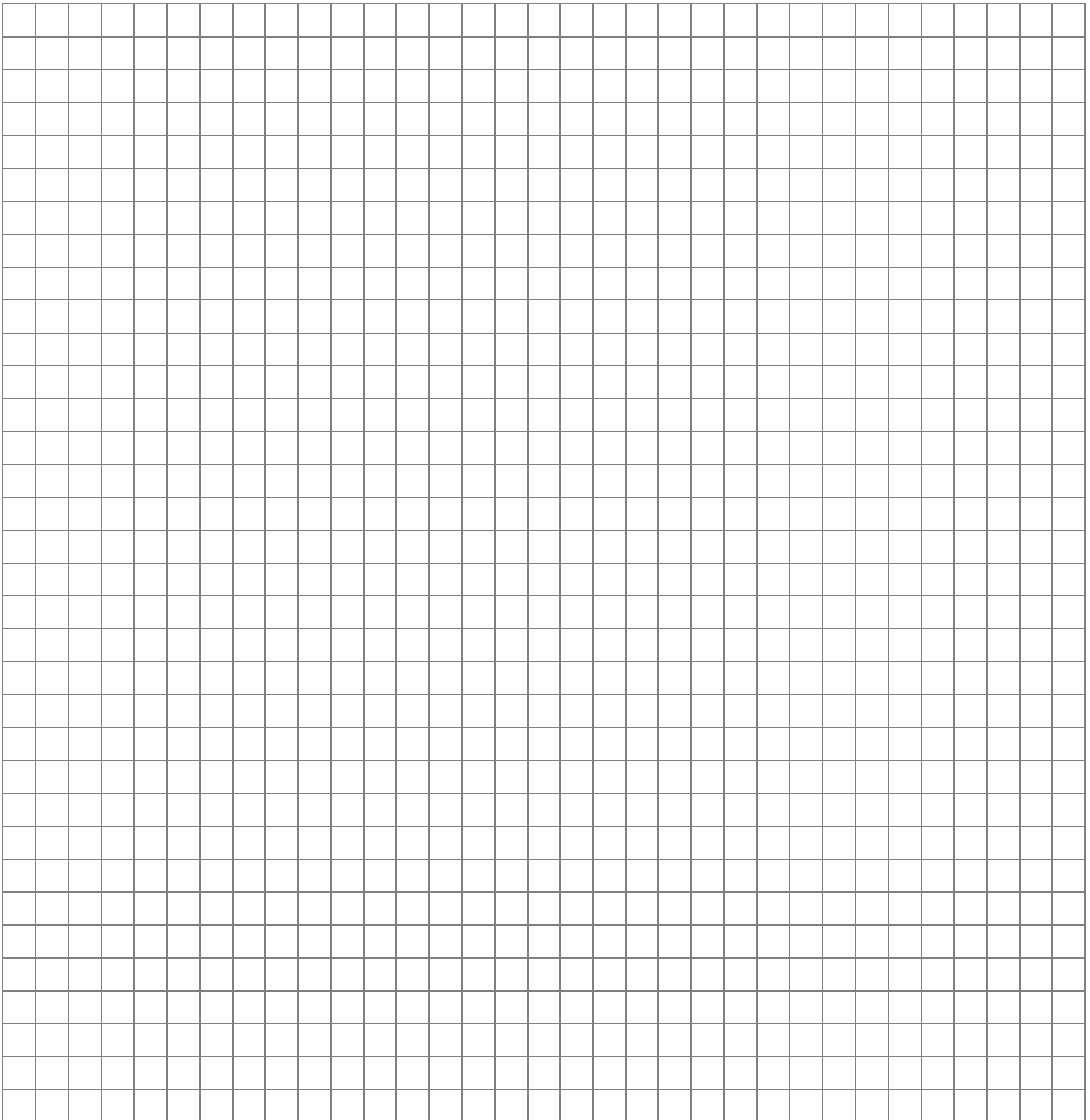


(2p) a) Arată că  $AB = 6\sqrt{3}\text{ m}$ .





**(3p) b)** Știind că acoperișul este realizat din tablă și că proprietarul casei dorește să-l vopsească într-un singur strat cu vopsea specială pentru tablă care se vinde la bidon de 3 litri care costă 125 de lei și care, conform specificațiilor producătorului, acoperă  $12\text{m}^2$  la utilizarea unui litru, determină prețul minim pe care trebuie să-l achite proprietarul pentru cumpărarea cantității de vopsea necesară la bidon de 3 litri. (Pentru justificare, se poate folosi inegalitatea  $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ .)





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 7**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

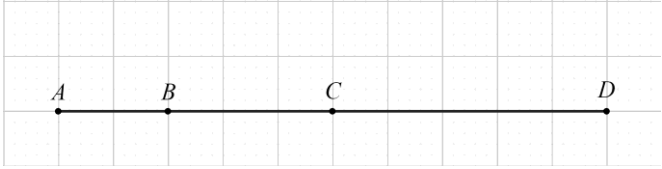
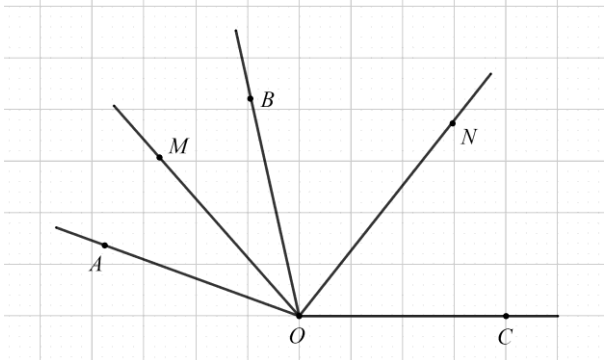
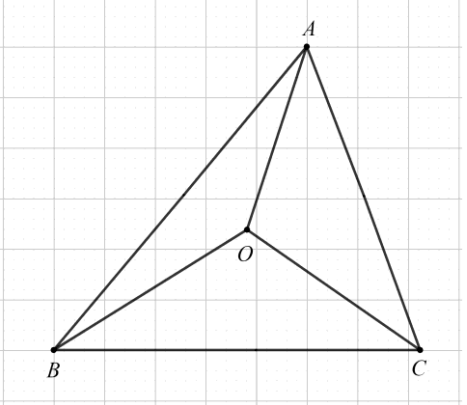
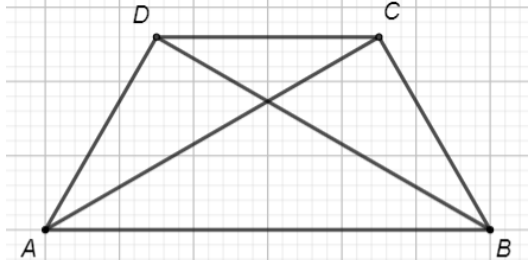
**(30 de puncte)**

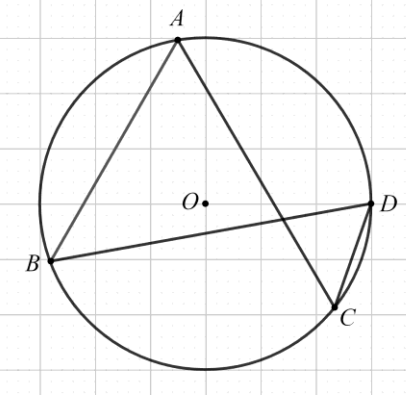
<b>5p</b>	<b>1.</b> Câtul împărțirii numărului 62 la 12 este numărul:  a) 2 b) 5 c) 12 d) 62								
<b>5p</b>	<b>2.</b> Dacă $3a = 2b$ și $b \neq 0$ , atunci $\frac{a}{b}$ este egal cu:  a) $\frac{3}{1}$ b) $\frac{2}{1}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{2}{3}$								
<b>5p</b>	<b>3.</b> Numărul $a$ este un element din mulțimea $\{-8, -5, 0, 1\}$ . Cea mai mică valoare pe care o poate avea expresia $ a + 3 $ este egală cu:  a) 2 b) 3 c) 4 d) 5								
<b>5p</b>	<b>4.</b> Diferența dintre numerele $\frac{3}{2}$ și 0,25, în această ordine, este egală cu:  a) -1                      b) 1                      c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{7}{4}$								
<b>5p</b>	<b>5.</b> Scrisă sub formă de interval, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid  x  \leq 2\}$ este egală cu:  a) $[2, +\infty)$ b) $(-\infty, 2]$ c) $(-\infty, -2]$ d) $[-2, 2]$								
<b>5p</b>	<b>6.</b> Andra, Sorin, Teo și Bogdan aleg câte un număr real, alegerile fiind evidențiate în tabelul de mai jos: <table border="1" data-bbox="379 1742 1289 1827"><tbody><tr><td>Andra</td><td>Sorin</td><td>Teo</td><td>Bogdan</td></tr><tr><td><math>\sqrt{7}</math></td><td><math>\sqrt{5}</math></td><td><math>\sqrt{8}</math></td><td><math>\sqrt{3}</math></td></tr></tbody></table> <p>Toți cei care au ales număr mai mare decât 2 sunt:</p> a) Andra, Sorin și Teo b) Sorin, Teo și Bogdan c) Andra, Sorin și Bogdan d) Andra, Teo și Bogdan	Andra	Sorin	Teo	Bogdan	$\sqrt{7}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{3}$
Andra	Sorin	Teo	Bogdan						
$\sqrt{7}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{3}$						

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare, distincte, <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> și <math>D</math>, în această ordine. Punctul <math>D</math> este simetricul punctului <math>A</math> față de punctul <math>C</math>, <math>AB = 2\text{cm}</math> și <math>BC = 3\text{cm}</math>. Lungimea segmentului <math>AD</math> este egală cu:</p> <p>a) 4 cm b) 5 cm c) 8 cm d) 10 cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată semidreptele <math>OM</math> și <math>ON</math> sunt bisectoarele unghiurilor adiacente <math>AOB</math>, respectiv <math>BOC</math>, iar suma măsurilor unghiurilor <math>AOB</math> și <math>BOC</math> este egală cu <math>160^\circ</math>. Măsura unghiului <math>MON</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>40^\circ</math> b) <math>80^\circ</math> c) <math>90^\circ</math> d) <math>100^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată punctul <math>O</math> este centrul cercului circumscris triunghiului <math>ABC</math>, măsura unghiului <math>AOB</math> este de <math>140^\circ</math> și măsura unghiului <math>BOC</math> este de <math>120^\circ</math>. Măsura unghiului <math>ABC</math> este:</p> <p>a) <math>50^\circ</math> b) <math>60^\circ</math> c) <math>70^\circ</math> d) <math>80^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. Trapezul isoscel <math>ABCD</math> din figura alăturată reprezintă schița unui parc, <math>AB \parallel CD</math>, <math>AB = 2,5\text{km}</math>, <math>BD = 2\text{km}</math> și <math>BC = 1,5\text{km}</math>. Segmentele <math>AD</math>, <math>BC</math>, <math>AC</math>, <math>BD</math> și <math>AB</math> reprezintă piste pentru biciclete. Tudor pornește din punctul <math>A</math> și parcurge, o singură dată, traseul format din segmentele <math>AB</math>, <math>BC</math> și <math>CA</math>, ajungând, la final, tot în punctul <math>A</math>. Lungimea traseului parcurs de Tudor este egală cu:</p> <p>a) 4 km b) 5,5 km c) 6 km d) 6,5 km</p>	

<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> În figura alăturată punctele distincte <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> și <math>D</math> aparțin cercului de centru <math>O</math>, astfel încât punctele <math>A</math> și <math>D</math> sunt de aceeași parte a dreptei <math>BC</math>. Unghiul <math>BAC</math> are măsura de <math>60^\circ</math>. Măsura unghiului <math>BDC</math> este de:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>60^\circ</math> c) <math>90^\circ</math> d) <math>120^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> Un acvariu este plin cu apă. În acvariu se scufundă complet 8 cuburi de piatră cu muchia de <math>0,5</math> dm. Din acvariu se varsă o cantitate de apă egală cu:</p> <p>a) <math>0,5</math> litri b) <math>1</math> litru c) <math>1,25</math> litri d) <math>8</math> litri</p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

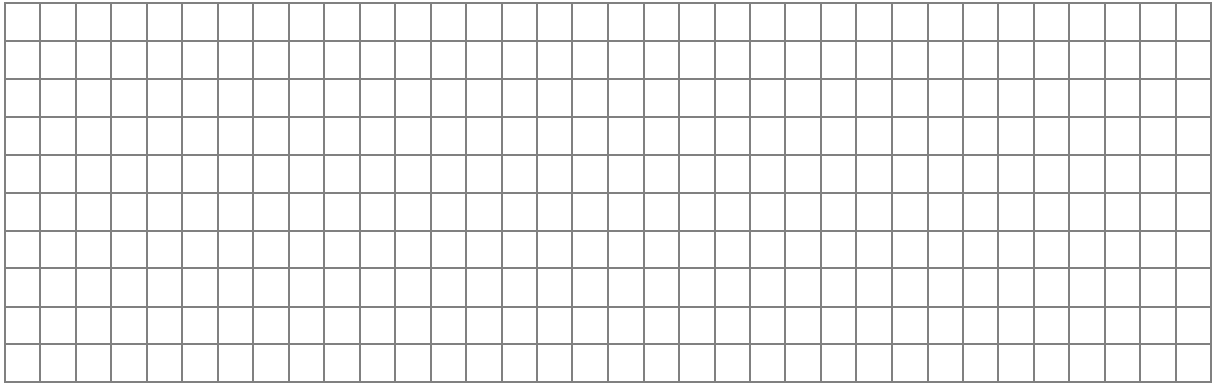
*Scrieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p><b>1.</b> Se consideră numerele reale <math>a</math>, <math>b</math> și <math>c</math> astfel încât suma lor este egală cu <math>1</math>, iar media aritmetică a numerelor <math>b</math> și <math>c</math> este egală cu <math>0,25</math>.</p> <p><b>(2p) a)</b> Arată că numărul <math>a</math> este egal cu suma dintre <math>b</math> și <math>c</math>.</p> <div data-bbox="223 1220 1444 1523" style="border: 1px solid black; height: 135px; width: 100%;"></div> <p><b>(3p) b)</b> Știind, în plus, că media geometrică a lui <math>a</math> și <math>5b</math> este <math>1</math>, determină suma pătratelor numerelor <math>a</math>, <math>b</math> și <math>c</math>, exprimând rezultatul sub formă de fracție zecimală.</p> <div data-bbox="223 1624 1444 2076" style="border: 1px solid black; height: 202px; width: 100%;"></div>
------------------	---

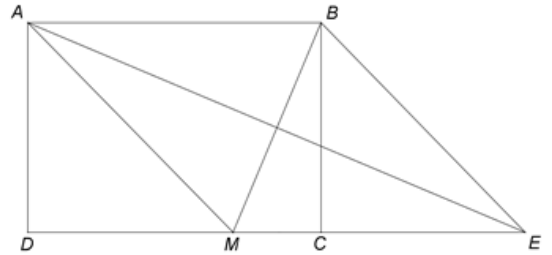


**(3p) b)** Arată că  $(x - y)^{2022} + (x - y)^{2021} = 0$ .

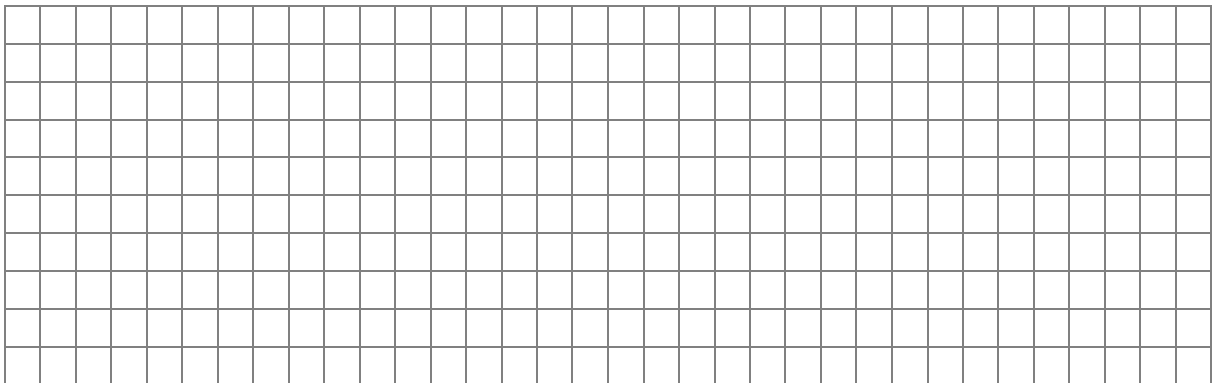


**5p**

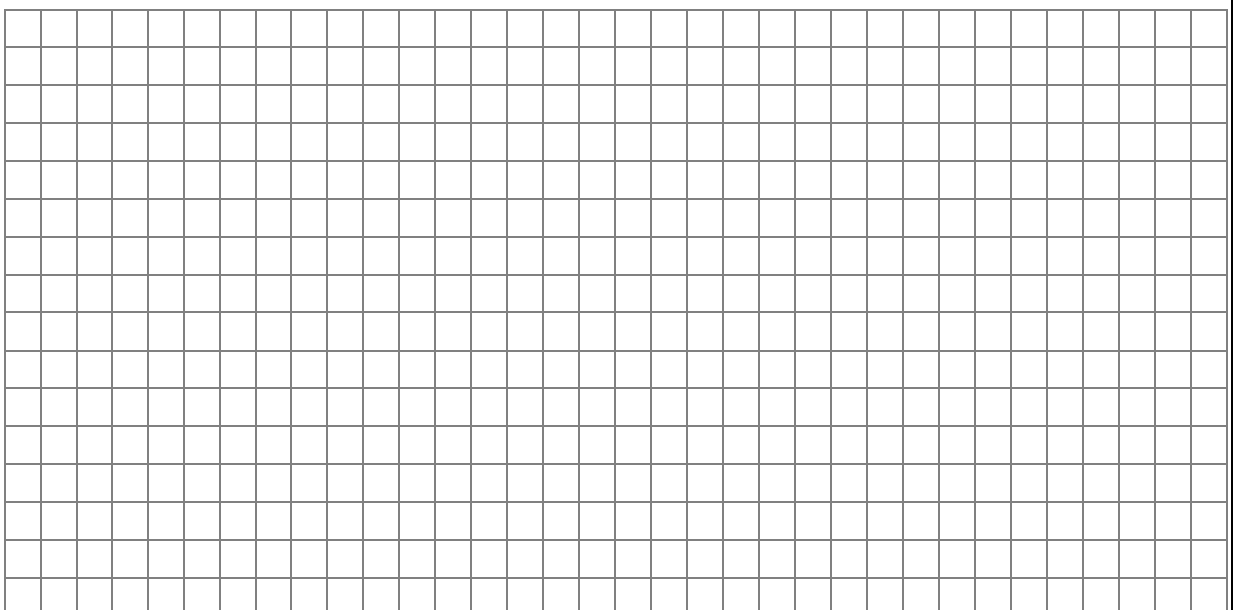
**4.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 14\text{cm}$  și  $AD = 10\text{cm}$ . Punctul  $M$  este situat pe latura  $CD$  astfel încât  $AM = AB$ . Bisectoarea unghiului  $BAM$  intersectează dreapta  $CD$  în punctul  $E$ .



**(2p) a)** Arată că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $140\text{cm}^2$ .

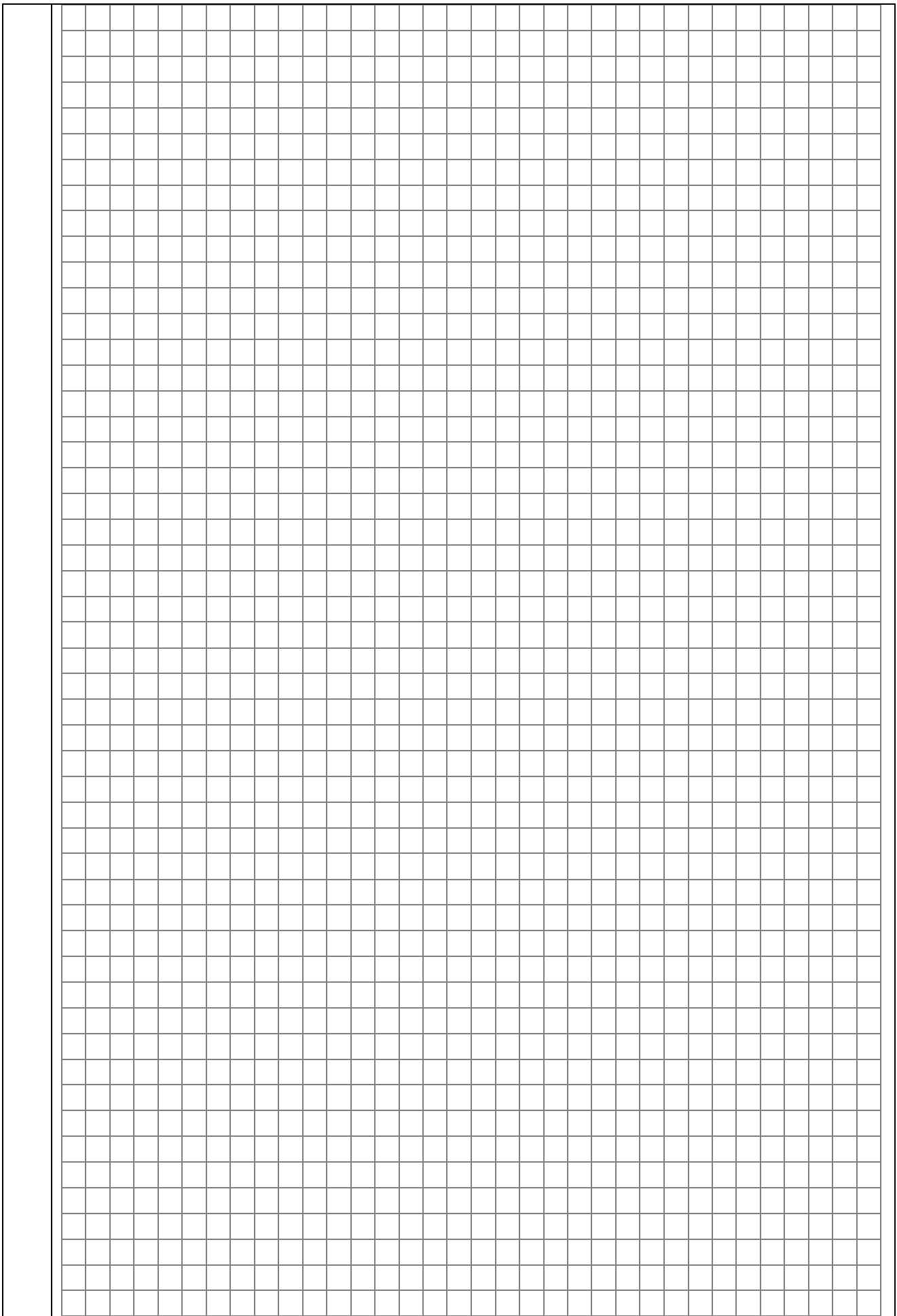


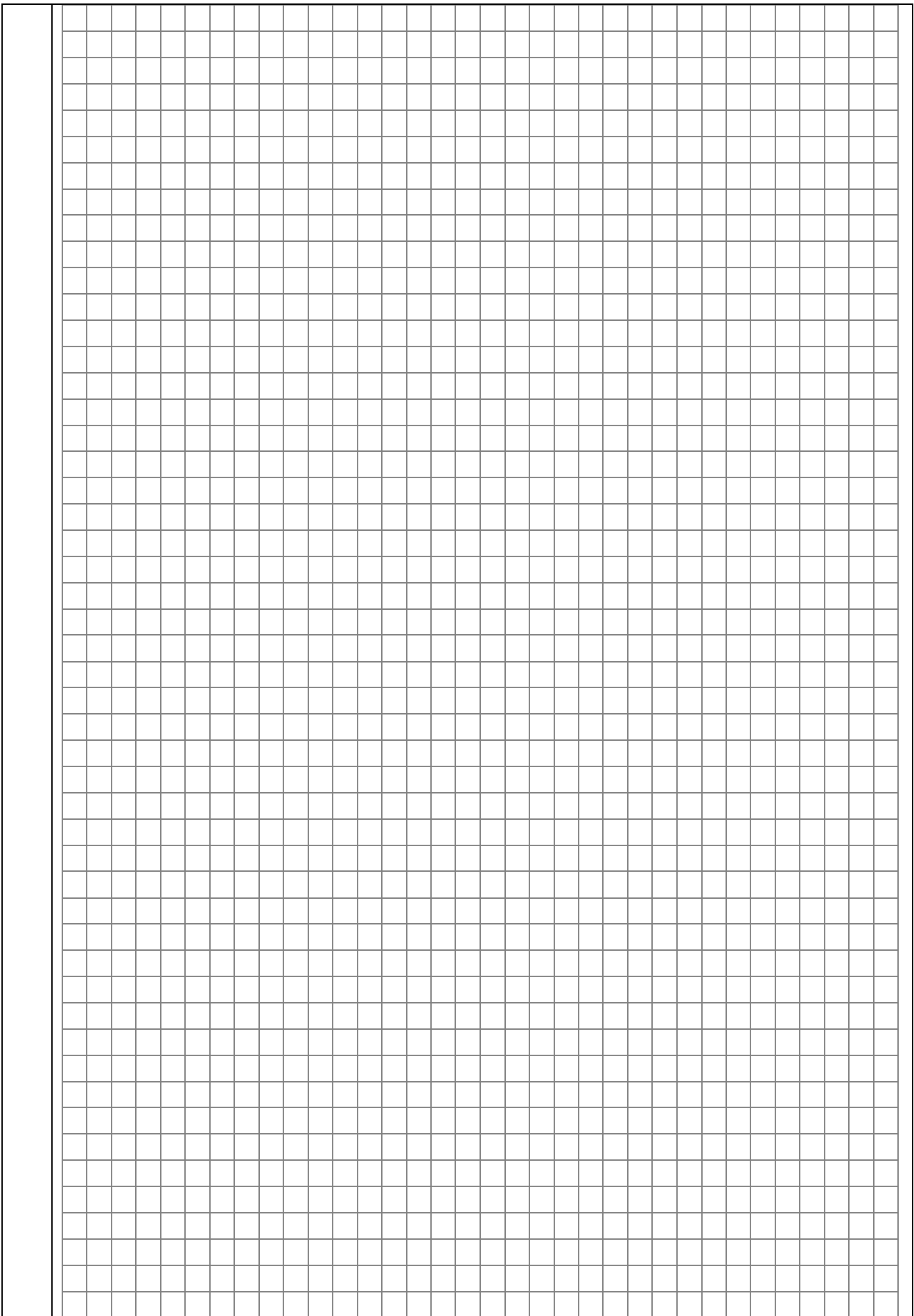
**(3p) b)** Demonstrează că patrulaterul  $AMEB$  este romb.





**(3p) b)** Calculează distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VAB)$ .







**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 8**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*


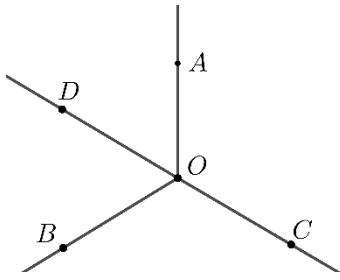
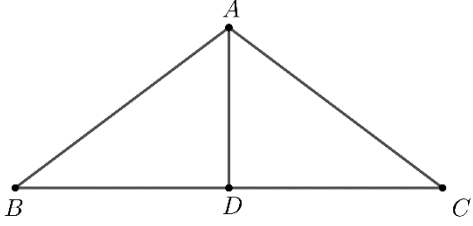
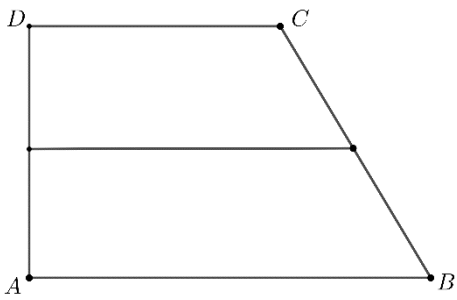
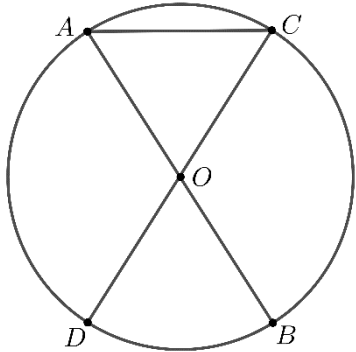
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<b>1.</b> Rezultatul calculului $20 - 20 : 4$ este egal cu: a) 0 b) 4 c) 15 d) 20
<b>5p</b>	<b>2.</b> Dacă $\frac{30}{100} \cdot x = 3$ , atunci $x$ este egal cu: a) 0,9 b) 10 c) 30 d) 100
<b>5p</b>	<b>3.</b> Suma dintre cel mai mare element și cel mai mic element ale mulțimii $A = \{-5; -4; -2; 0; 8; 9; 12\}$ este egală cu: a) -17 b) -7 c) 7 d) 17
<b>5p</b>	<b>4.</b> Dintre numerele 18,09; 18,1; 18,099 și 18,0999, cel mai mare este: a) 18,09 b) 18,1 c) 18,099 d) 18,0999
<b>5p</b>	<b>5.</b> Se consideră mulțimea $B = \{x \in \mathbb{N} \mid  x - 2  \leq 1\}$ . Dintre următoarele mulțimi, cea care reprezintă scrierea mulțimii $B$ prin enumerarea elementelor sale este: a) $\{1, 2, 3\}$ b) $\{0, 1, 2, 3\}$ c) $\{0, 1, 2\}$ d) $\{1, 2\}$
<b>5p</b>	<b>6.</b> Pentru a organiza festivitățile pentru ziua școlii, se hotărăște ca orele de curs să dureze câte 40 de minute, iar pauzele dintre ore câte 5 minute. Programul începe la ora 8,00, iar clasa a VIII-a are șase ore de curs. Astfel, afirmația „Elevii clasei a VIII-a vor termina cele șase ore de curs la ora 12 și 25 de minute.” este: a) adevărată b) falsă

**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

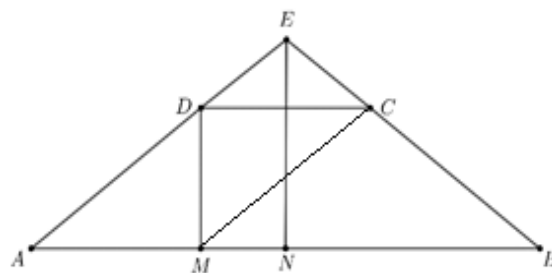
<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>, <math>D</math> și <math>E</math>, care sunt coliniare în această ordine, astfel încât <math>AB=1\text{cm}</math>, <math>BC=2\text{cm}</math>, <math>CD=3\text{cm}</math> și <math>DE=4\text{cm}</math>. Punctul <math>C</math> este mijlocul segmentului:</p> <p>a) <math>AD</math> b) <math>AE</math> c) <math>BD</math> d) <math>BE</math></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată unghiurile <math>AOB</math>, <math>BOC</math> și <math>COA</math>, formate în jurul punctului <math>O</math>, au măsurile egale, iar semidreapta <math>OD</math> este bisectoarea unghiului <math>AOB</math>. Măsura unghiului <math>COD</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>60^\circ</math> b) <math>90^\circ</math> c) <math>120^\circ</math> d) <math>180^\circ</math></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel <math>ABC</math> cu baza <math>BC</math>. Punctul <math>D</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>, <math>AD=3\text{cm}</math> și <math>BD=4\text{cm}</math>. Aria triunghiului <math>ABC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>6\text{cm}^2</math> b) <math>12\text{cm}^2</math> c) <math>24\text{cm}^2</math> d) <math>30\text{cm}^2</math></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic <math>ABCD</math> cu <math>AD \perp AB</math>, <math>AB \parallel CD</math>, <math>AB=160\text{cm}</math> și <math>CD=100\text{cm}</math>. Linia mijlocie a trapezului are lungimea egală cu:</p> <p>a) <math>100\text{cm}</math> b) <math>130\text{cm}</math> c) <math>160\text{cm}</math> d) <math>260\text{cm}</math></p> 
<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt diametre în cercul de centru <math>O</math>, măsura arcului mic <math>AC</math> este de <math>60^\circ</math>, iar lungimea coardei <math>AC</math> este egală cu <math>6\text{cm}</math>. Aria cercului de centru <math>O</math> și rază <math>OA</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>6\pi\text{cm}^2</math> b) <math>16\pi\text{cm}^2</math> c) <math>18\pi\text{cm}^2</math> d) <math>36\pi\text{cm}^2</math></p> 



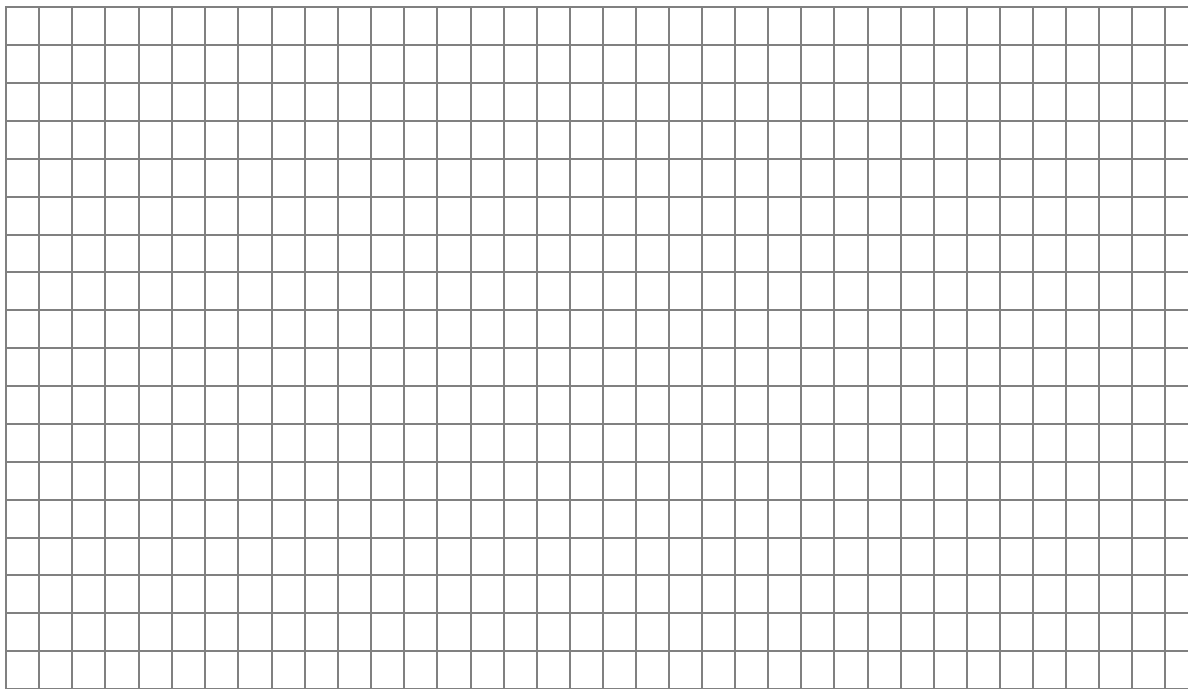


5p

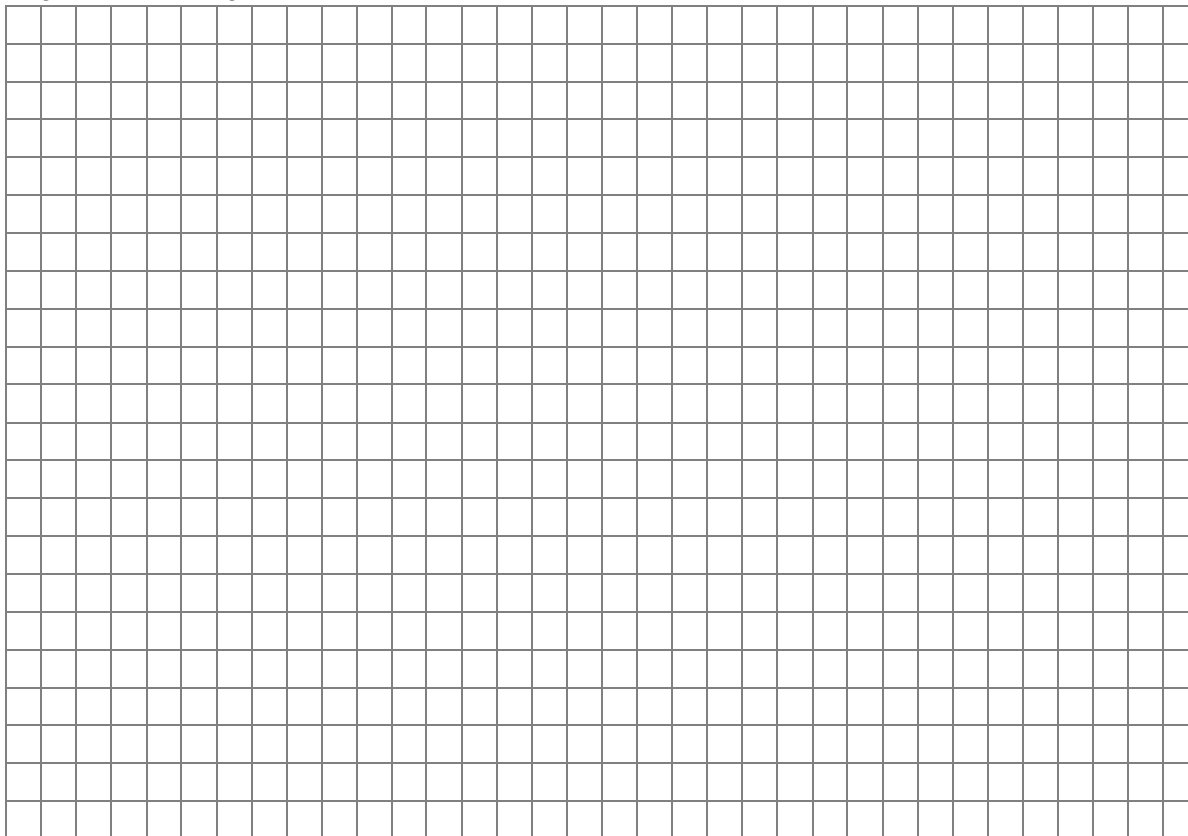
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 24\text{cm}$ ,  $CD = 8\text{cm}$  și  $AD = 10\text{cm}$ . Dreptele  $AD$  și  $BC$  se intersectează în punctul  $E$ , iar punctele  $M$  și  $N$  sunt situate pe dreapta  $AB$  astfel încât  $DM \perp AB$  și  $EN \perp AB$ .



(2p) a) Arată că segmentul  $EN$  este de lungime 9 cm.

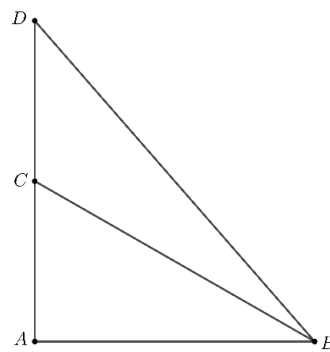


(3p) b) Știind că  $G$  este punctul de intersecție a dreptelor  $EN$  și  $MC$ , demonstrează că  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABE$ .

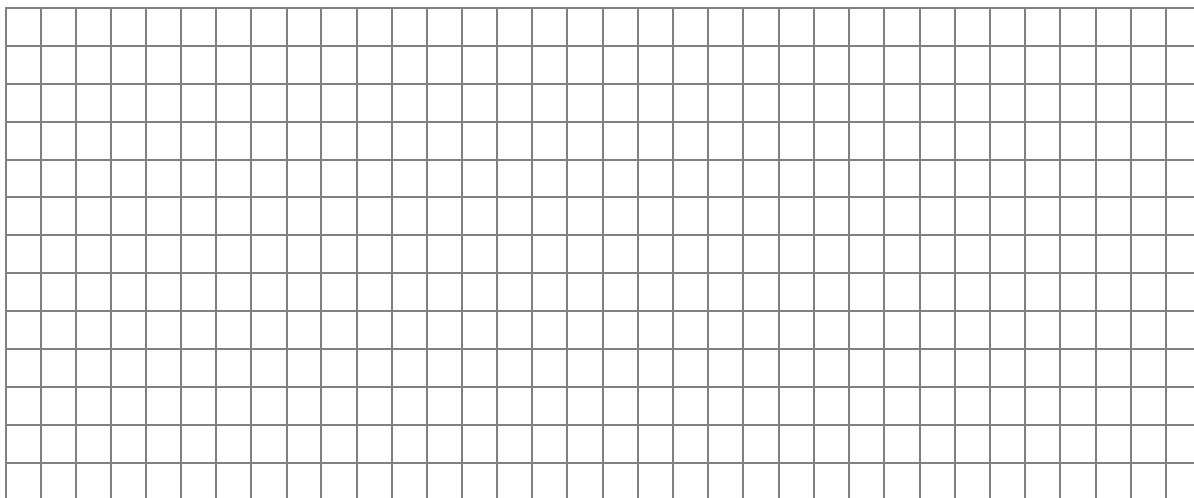


5p

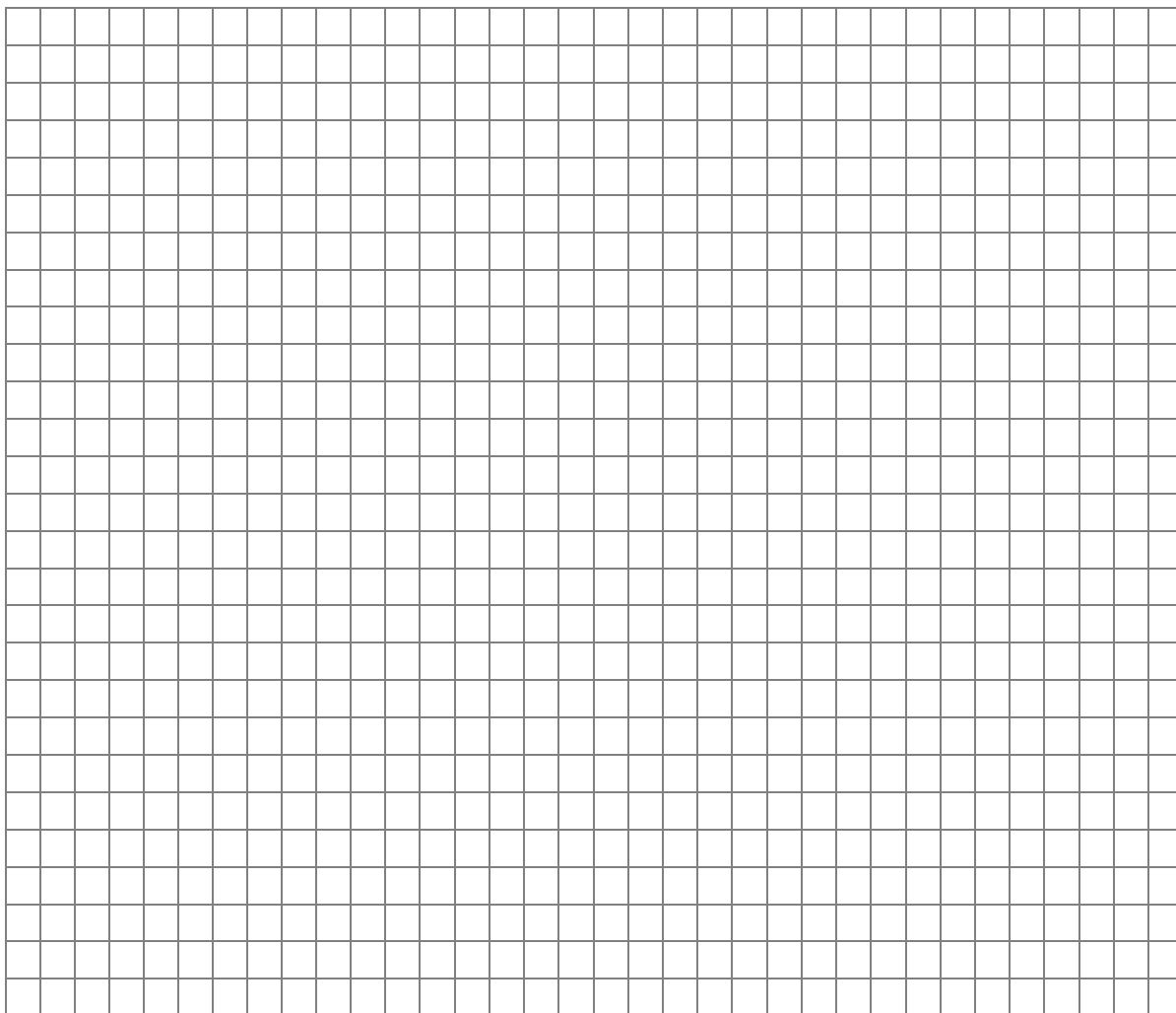
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , în care măsura unghiului  $B$  este de  $30^\circ$  și  $AC = 12\text{ cm}$ . Punctul  $D$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $C$ .



(2p) a) Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $72\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .



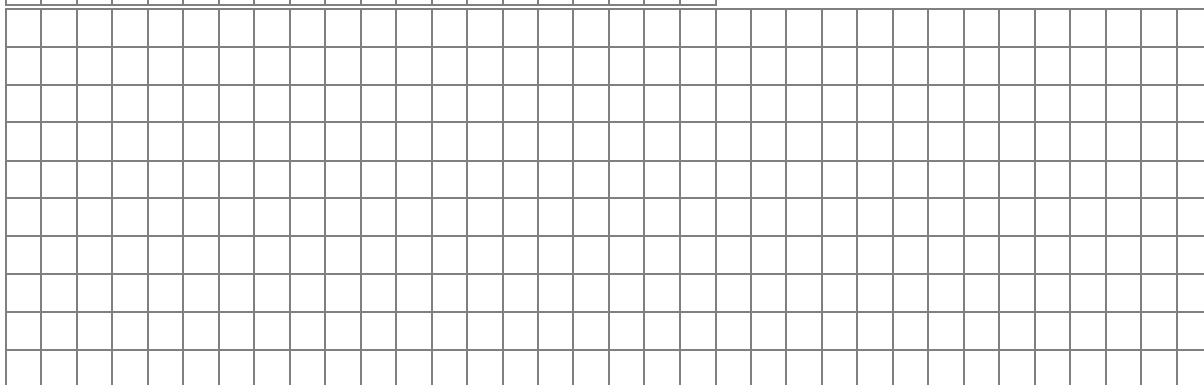
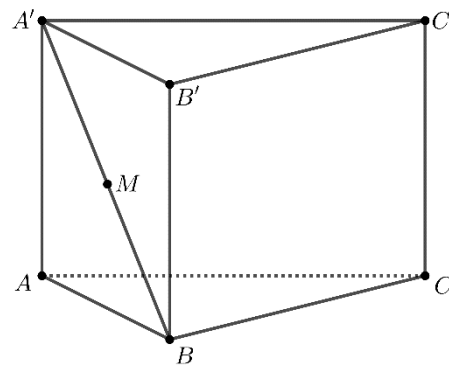
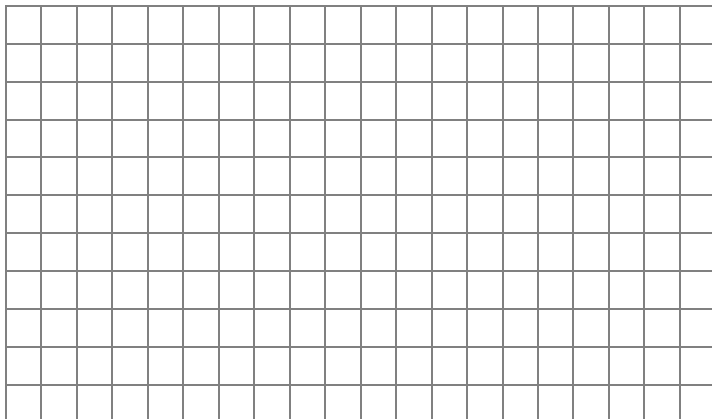
3p) b) Calculează distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $BC$ .



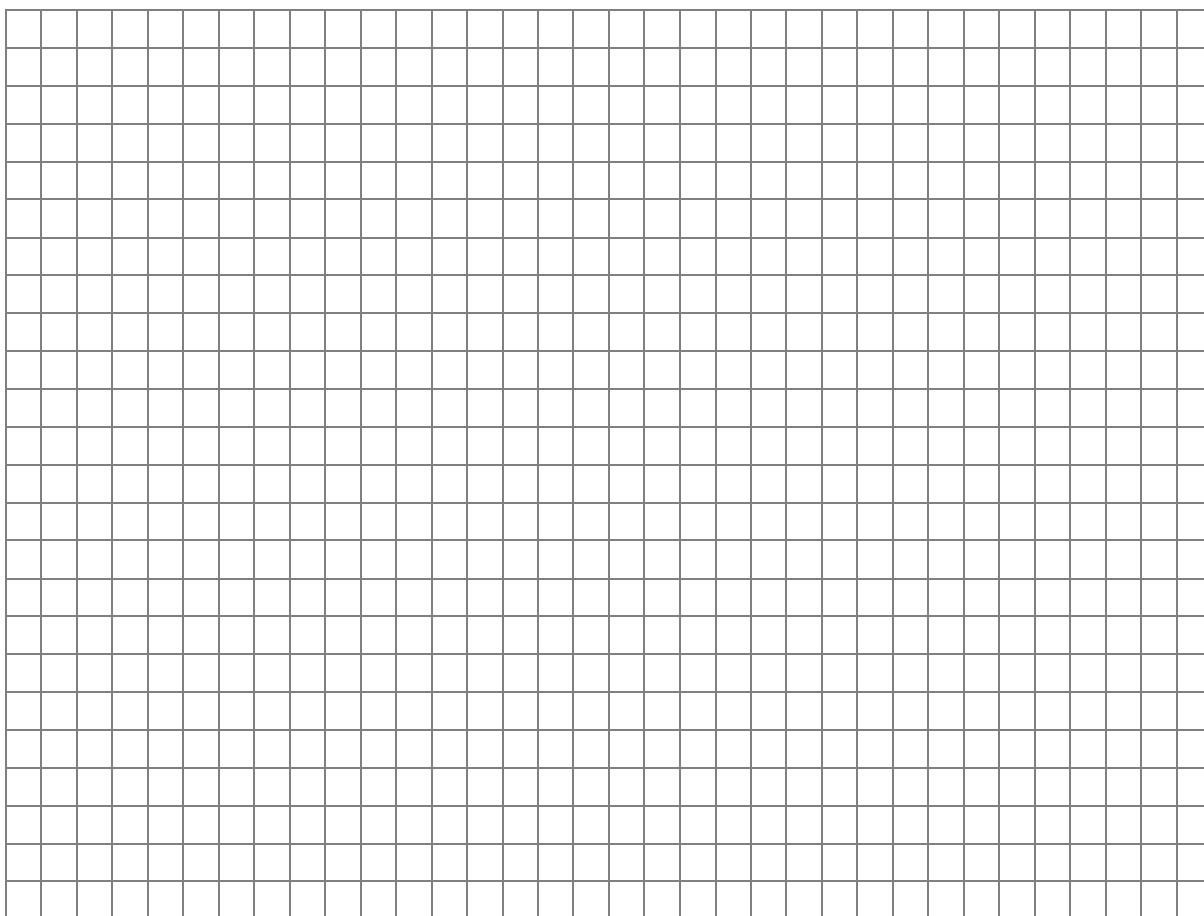
5p

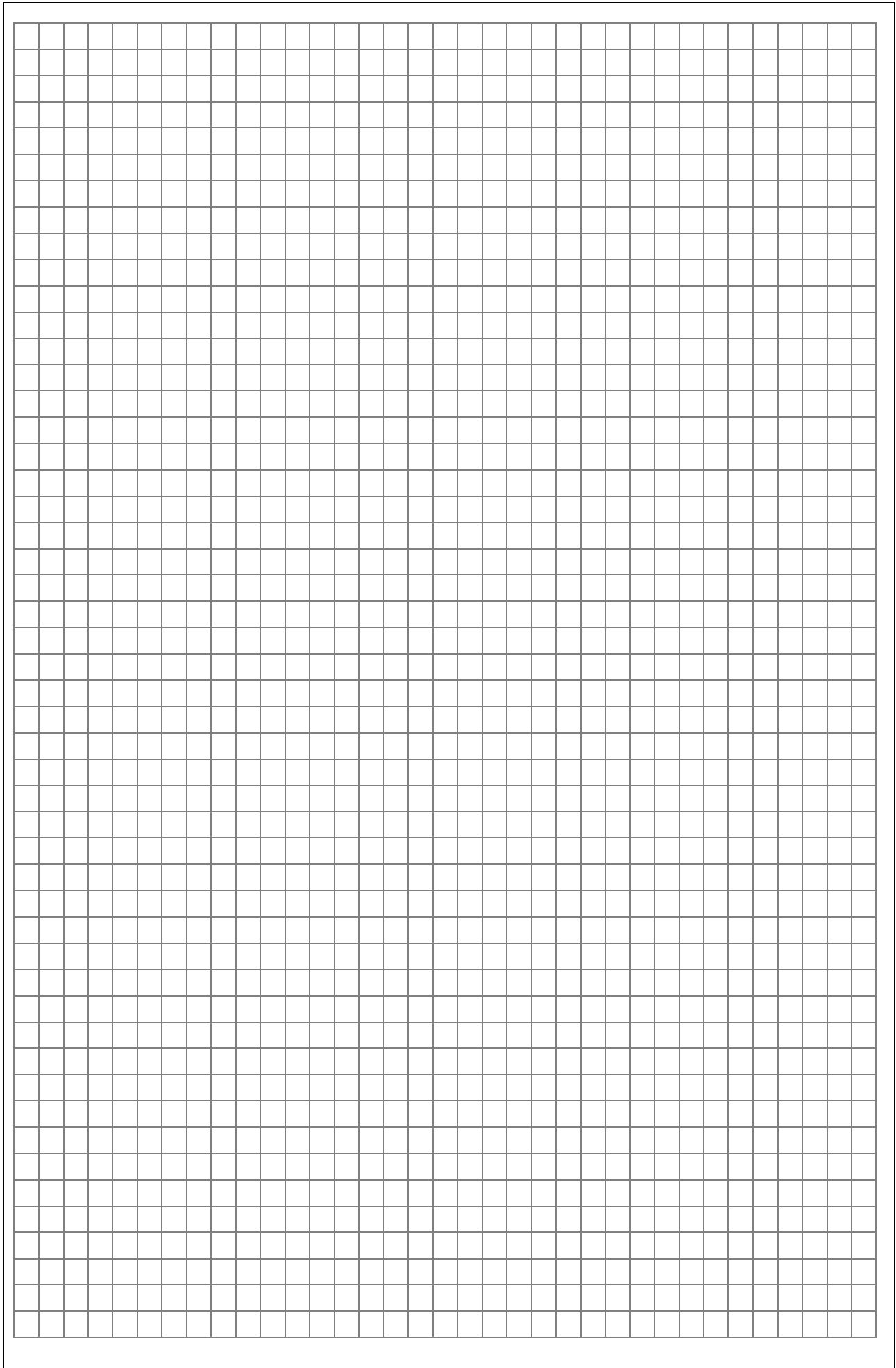
6. În figura alăturată este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AA' = 12\sqrt{3}\text{cm}$  și punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $A'B$ .

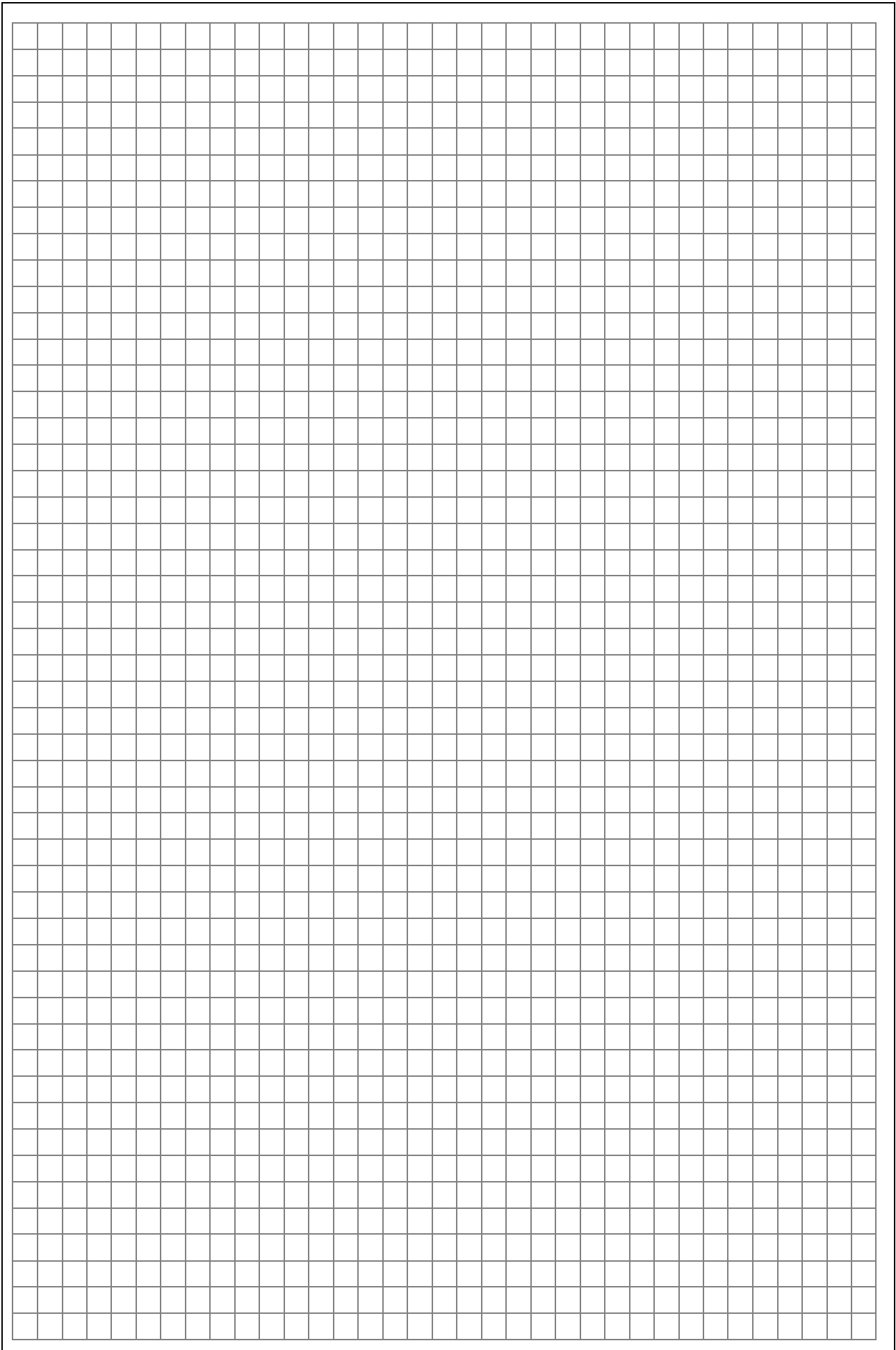
(2p) a) Arată că suma lungimilor tuturor muchiilor prisme date este egală cu  $36(2 + \sqrt{3})\text{cm}$ .



(3p) b) Determină sinusul unghiului dintre planele  $(MBC)$  și  $(MB'C')$ .









**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 9**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

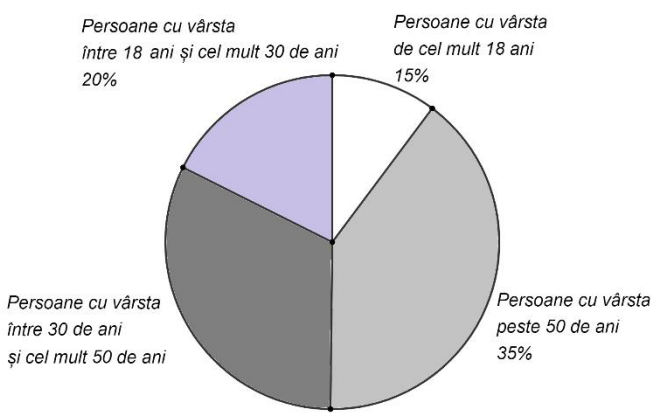
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Dintre numerele 2020, 2021, 2022 și 2023, numărul divizibil cu 3 este:</p> <p>a) 2020 b) 2021 c) 2022 d) 2023</p>														
<b>5p</b>	<p>2. Cinci kilograme de mere costă 17,5 lei. Două kilograme de mere, de același fel, costă:</p> <p>a) 3,5 lei b) 7 lei c) 14 lei d) 35 de lei</p>														
<b>5p</b>	<p>3. Maria lucrează la un proiect. Pentru acesta, ea măsoară temperatura pe parcursul unei zile, din două în două ore, de la ora 8:00 până la ora 18:00. Temperaturile măsurate sunt înregistrate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1"><thead><tr><th>Ora</th><th>8:00</th><th>10:00</th><th>12:00</th><th>14:00</th><th>16:00</th><th>18:00</th></tr></thead><tbody><tr><td>Temperatura (°C)</td><td>-4</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>5</td><td>1</td></tr></tbody></table> <p>Temperatura înregistrată la ora 14:00 este mai mare decât temperatura înregistrată la ora 8:00 cu:</p> <p>a) <math>-9^{\circ}\text{C}</math> b) <math>-6^{\circ}\text{C}</math> c) <math>8^{\circ}\text{C}</math> d) <math>10^{\circ}\text{C}</math></p>	Ora	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	Temperatura (°C)	-4	0	2	6	5	1
Ora	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00									
Temperatura (°C)	-4	0	2	6	5	1									
<b>5p</b>	<p>4. Se consideră numerele reale:</p> $x = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right) \text{ și } y = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right).$ <p>Dintre enunțurile de mai jos, propoziția adevărată este:</p> <p>a) <math>x = y</math> b) <math>0 &gt; x &gt; y</math> c) <math>x &gt; 0 &gt; y</math> d) <math>x &gt; y &gt; 0</math></p>														
<b>5p</b>	<p>5. Tudor, Ilinca, Maria și Mihai calculează produsul numerelor <math>a = \sqrt{2^2 + 2^2}</math> și <math>b = \sqrt{2^4 + 2^4}</math> și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:</p> <table border="1"><thead><tr><th>Tudor</th><th>Ilinca</th><th>Maria</th><th>Mihai</th></tr></thead><tbody><tr><td>16</td><td>32</td><td>64</td><td>256</td></tr></tbody></table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:</p> <p>a) Tudor b) Ilinca c) Maria d) Mihai</p>	Tudor	Ilinca	Maria	Mihai	16	32	64	256						
Tudor	Ilinca	Maria	Mihai												
16	32	64	256												

**5p** 6. În diagrama alăturată este reprezentată distribuția celor 100000 de persoane ale unui oraș în funcție de grupa de vârstă din care fac parte.

Numărul de persoane cu vârsta cuprinsă între 30 de ani și cel mult 50 de ani este egal cu:

a) 15 000  
b) 20 000  
c) 30000  
d) 35000



Persoane cu vârsta între 18 ani și cel mult 30 de ani 20%

Persoane cu vârsta de cel mult 18 ani 15%

Persoane cu vârsta peste 50 de ani 35%

Persoane cu vârsta între 30 de ani și cel mult 50 de ani

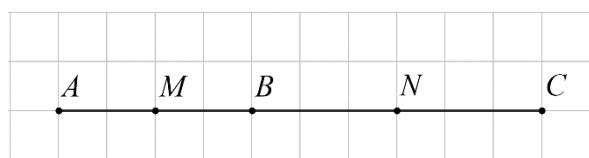
**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

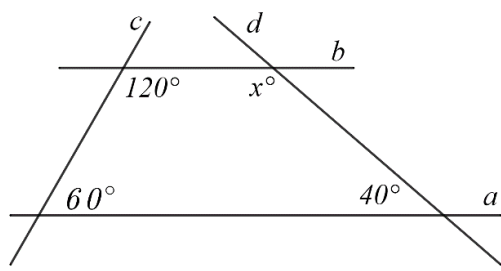
**5p** 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare  $A$ ,  $B$  și  $C$ , în această ordine. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$  și punctul  $N$  este mijlocul segmentului  $BC$ . Știind că  $MN = 5\text{cm}$ , lungimea segmentului  $AC$  este egală cu:

a) 2,5cm  
b) 5cm  
c) 10cm  
d) 20cm



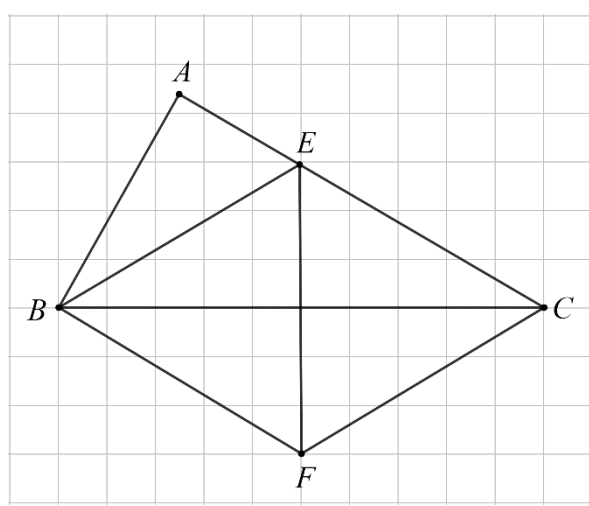
**5p** 2. În figura alăturată, paralelele  $a$  și  $b$  sunt intersectate de dreptele  $c$  și  $d$ . Valoarea lui  $x$  este de:

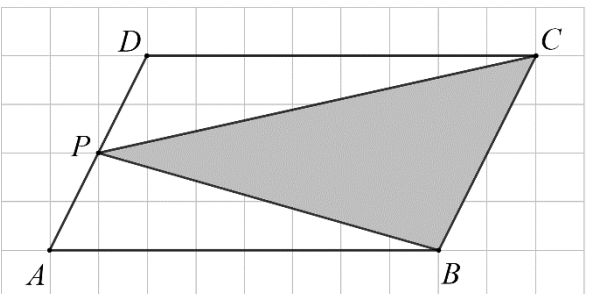
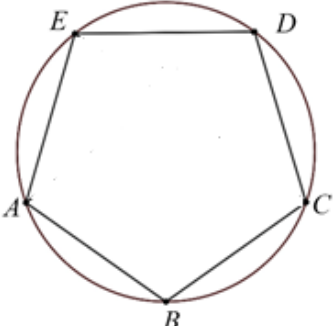
a) 40  
b) 60  
c) 120  
d) 140



**5p** 3. Figura alăturată reprezintă schița unui loc de joacă pentru copii în care triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $A$ , unghiul  $ABC$  are măsura de  $60^\circ$ ,  $BE$  este bisectoarea acestuia,  $E \in AC$ , iar  $AE = 3\text{m}$ . Eugen se deplasează în linie dreaptă din punctul  $E$  până în punctul  $F$  care este simetricul punctului  $E$  față de dreapta  $BC$ , apoi iarăși în linie dreaptă, din punctul  $F$  până în punctul  $C$ . Deplasându-se astfel, Eugen a parcurs un traseu de lungime egală cu:

a) 3m  
b) 6m  
c) 12m  
d) 18m



<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> Figura alăturată reprezintă schița unei grădini, în formă de paralelogram <math>ABCD</math>. Punctul <math>P</math> este mijlocul segmentului <math>AD</math>. Suprafața corespunzătoare triunghiului <math>PBC</math> este cultivată cu legume. Raportul dintre aria suprafeței cultivate cu legume și aria suprafeței grădinii este egal cu:</p> <p>a) <math>\frac{1}{4}</math> b) <math>\frac{1}{3}</math> c) <math>\frac{1}{2}</math> d) <math>\frac{3}{4}</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> Punctele <math>A, B, C, D</math> și <math>E</math> sunt situate, în această ordine, pe un cerc, astfel încât coardele <math>AB, BC, CD, DE</math> și <math>AE</math> sunt congruente. Măsura unghiului <math>EAB</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>72^\circ</math> b) <math>108^\circ</math> c) <math>144^\circ</math> d) <math>288^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> Un acvariu are forma unei prisme drepte cu baza pătrat de latură 6 dm, iar muchia laterală a prisme este de 4 dm. Acvariul este umplut cu apă la jumătatea capacității maxime. Numărul de litri de apă din acvariu este egal cu:</p> <p>a) 36 de litri b) 72 de litri c) 108 litri d) 144 de litri</p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p><b>1.</b> Un test conține 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 4 puncte, pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte și nu se acordă puncte din oficiu.</p> <p><b>(2p) a)</b> Este posibil ca Mihai, după ce a parcurs integral testul și a răspuns la toate întrebările, să obțină 65 de puncte? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 200px; width: 100%;"></div>
------------------	---

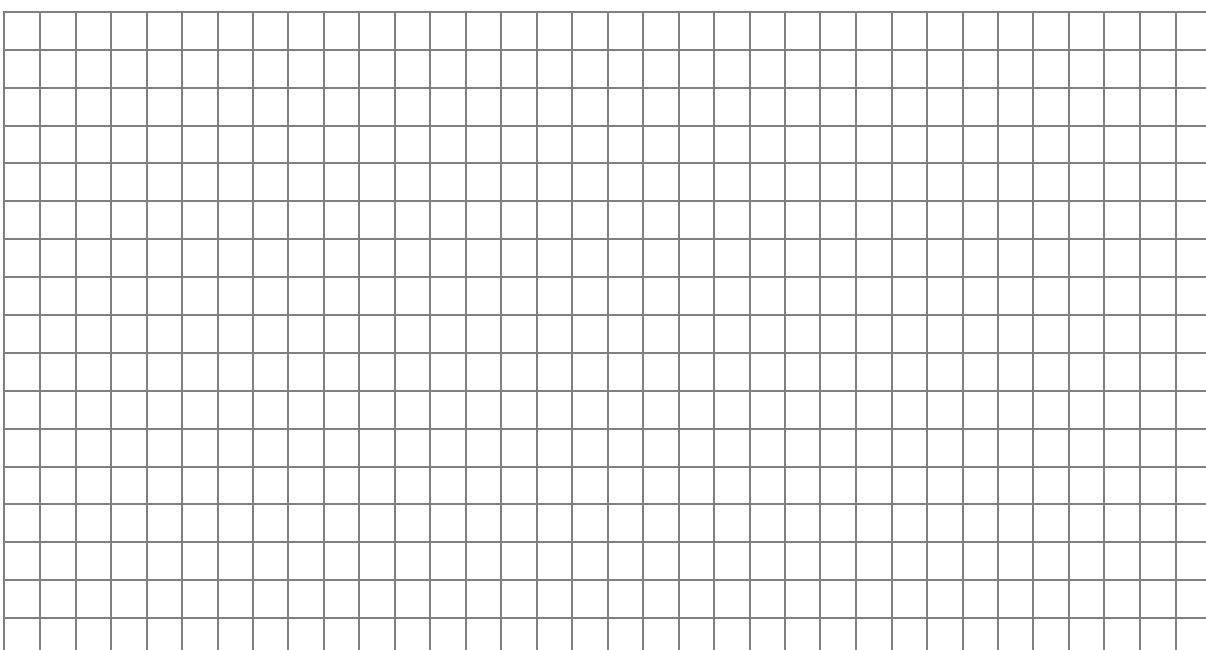
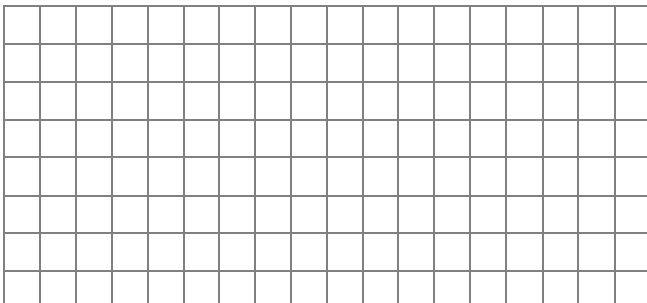
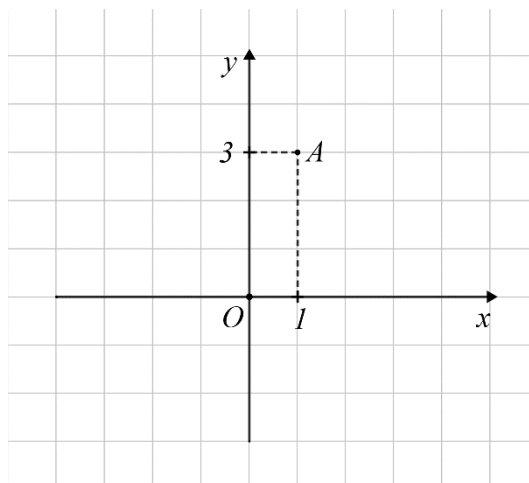


**(2p) b)** Demonstrează că numărul  $N = E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(49)$  este pătratul unui număr natural.

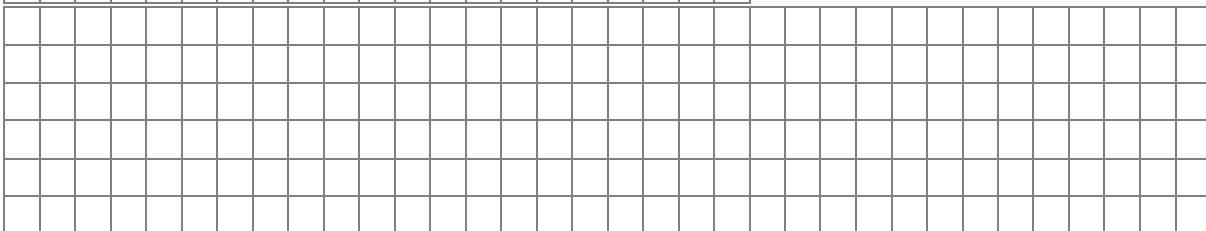
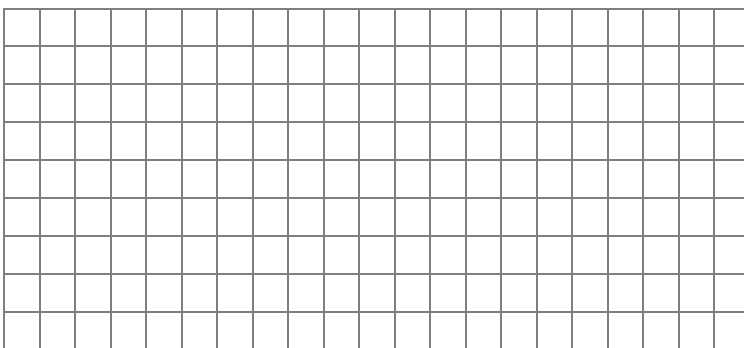
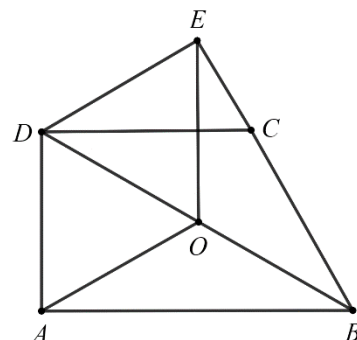
**5p** 3. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -x + 4$ .

**(2p) a)** Demonstrează că punctul  $A(1,3)$  este punctul de intersecție a reprezentărilor geometrice ale graficelor funcțiilor  $f$  și  $g$  în sistemul de axe ortogonale  $xOy$ .

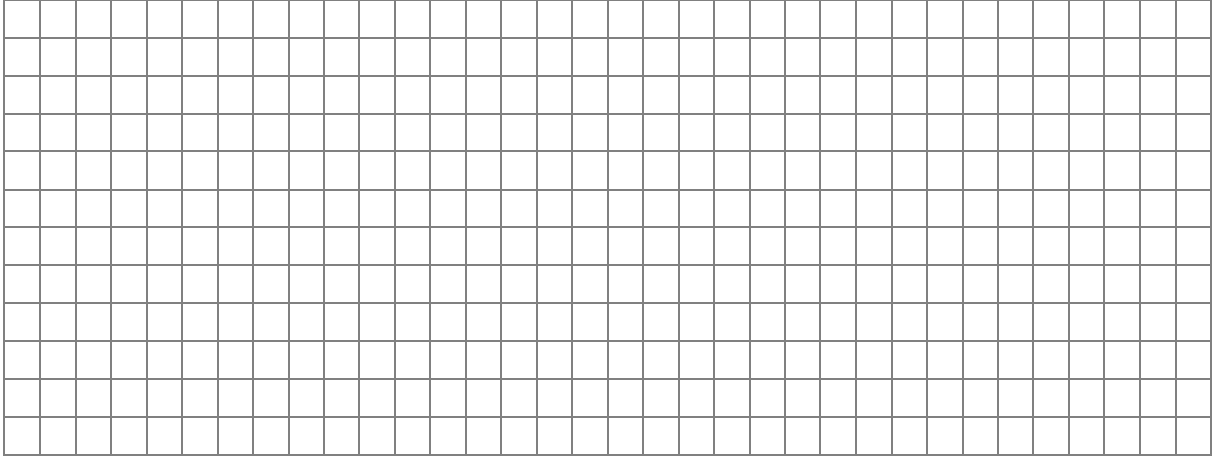
**(3p) b)** Demonstrează că, în sistemul de axe ortogonale  $xOy$ , distanța dintre punctele  $B$  și  $C$  care reprezintă intersecția reprezentării geometrice a graficului funcției  $f$ , respectiv  $g$ , cu axa  $Ox$  este egală cu dublul distanței de la punctul  $A(1,3)$  la axa  $Ox$ .



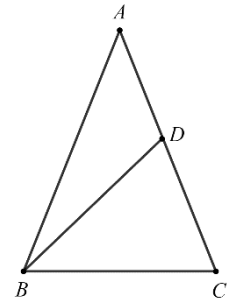
**5p 4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AD = 6\text{cm}$ ,  $\sphericalangle BCD = 120^\circ$  și  $DC = BC$ . Punctul  $E$  reprezintă proiecția punctului  $D$  pe dreapta  $BC$ .  
**(2p) a)** Arată că  $BD = 12\text{cm}$ .



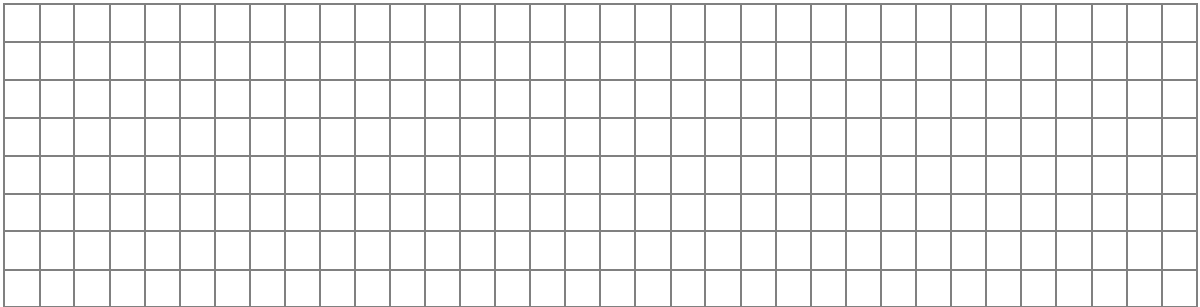
**(3p) b)** Punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $BD$ . Calculează perimetrul patrulaterului  $AOED$ .



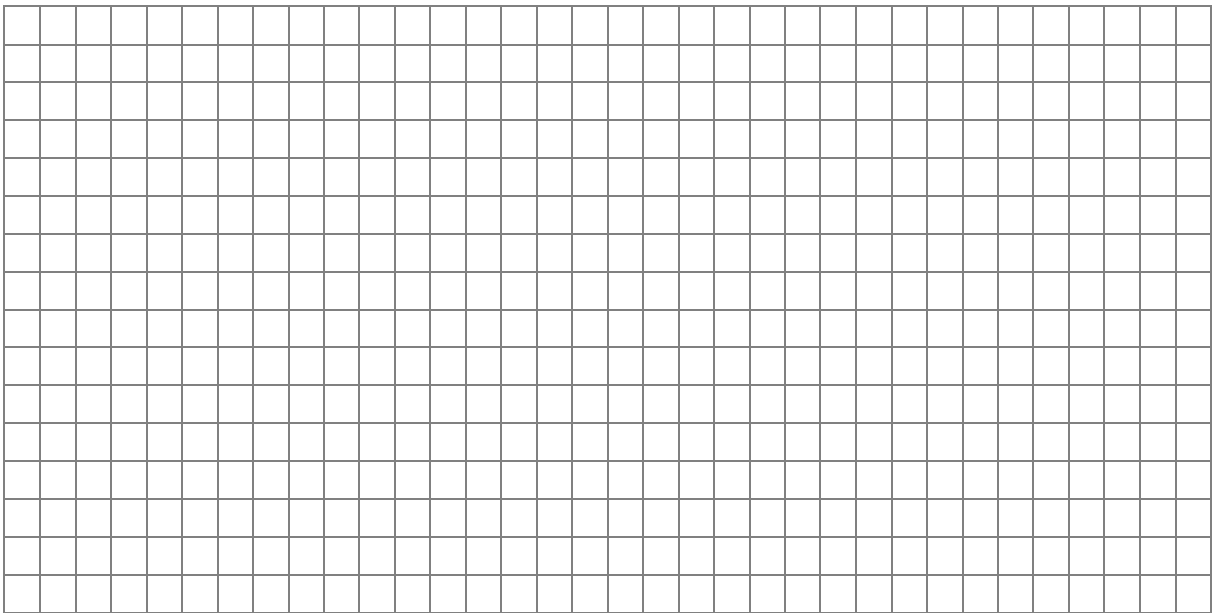
**5p** 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  isoscel, cu  $AB = AC = 10\text{cm}$  și  $BC = 8\text{cm}$ . Punctul  $D$  aparține laturii  $AC$  astfel încât  $BD = BC$ .



**(2p) a)** Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $8\sqrt{21}\text{cm}^2$ .

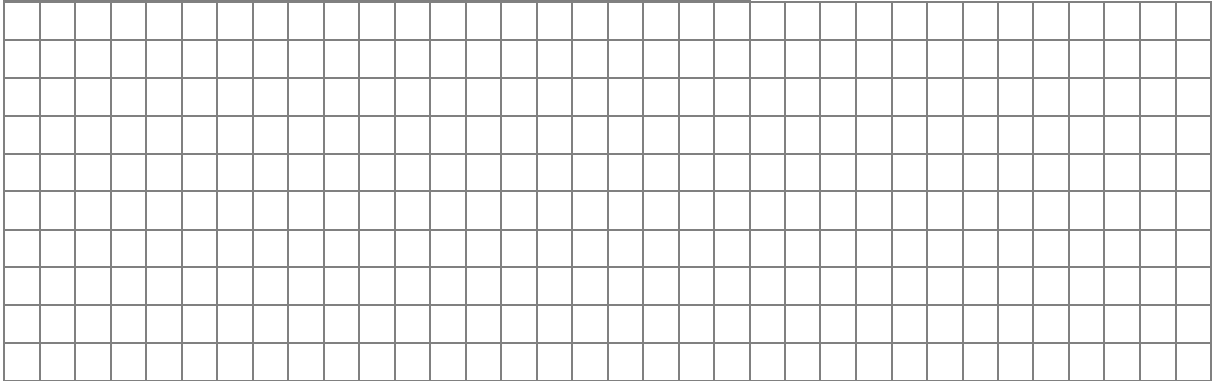
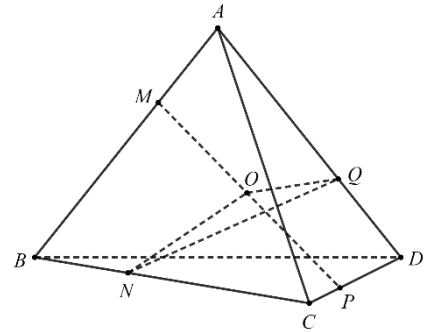
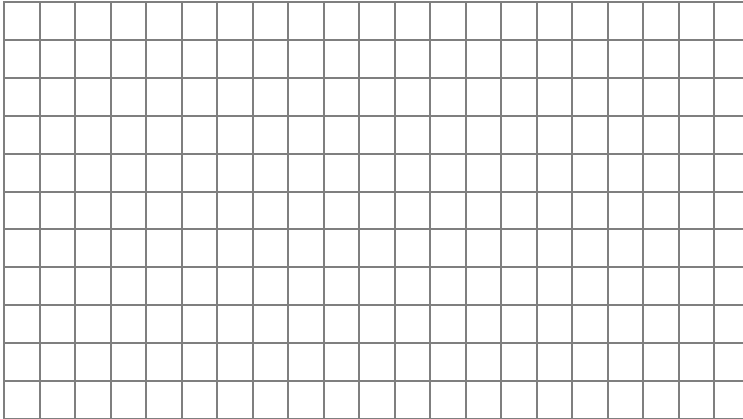


**(3p) b)** Demonstrează că triunghiul  $ABD$  are perimetrul mai mic decât  $22\text{cm}$ .

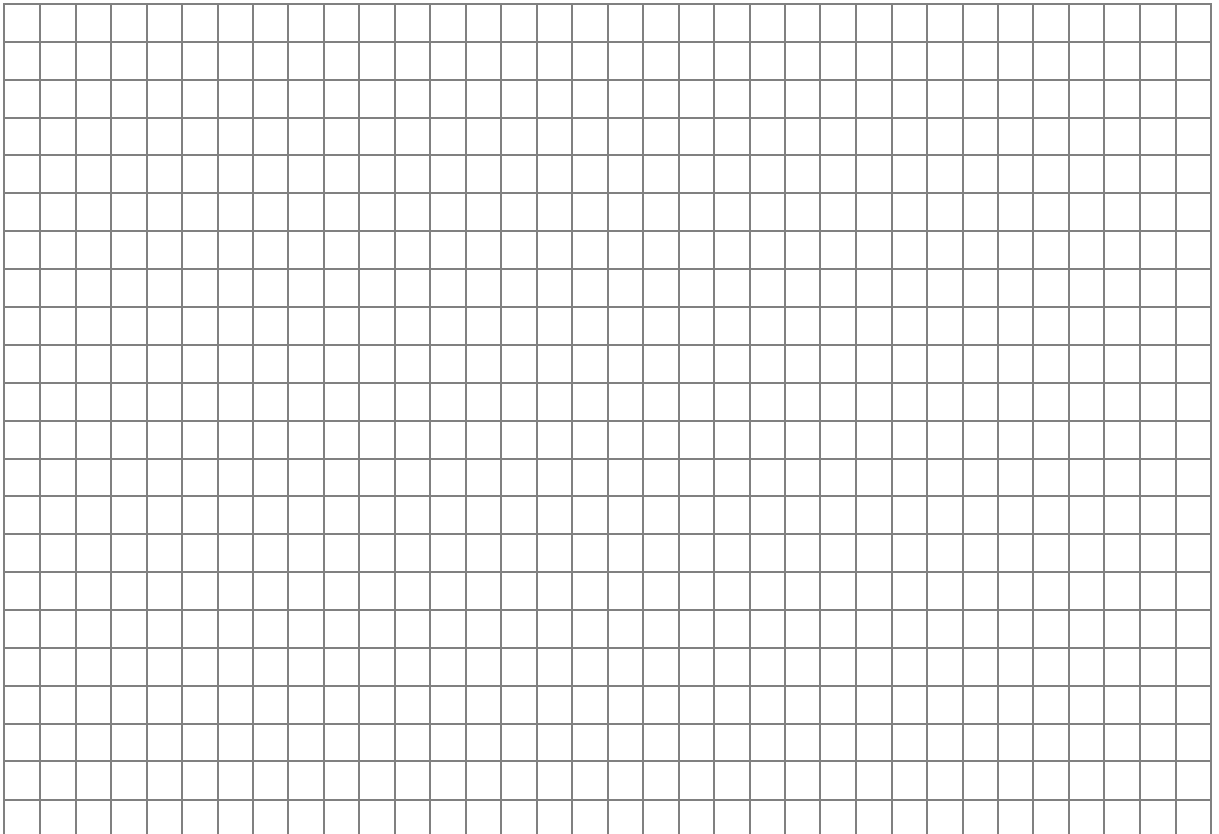


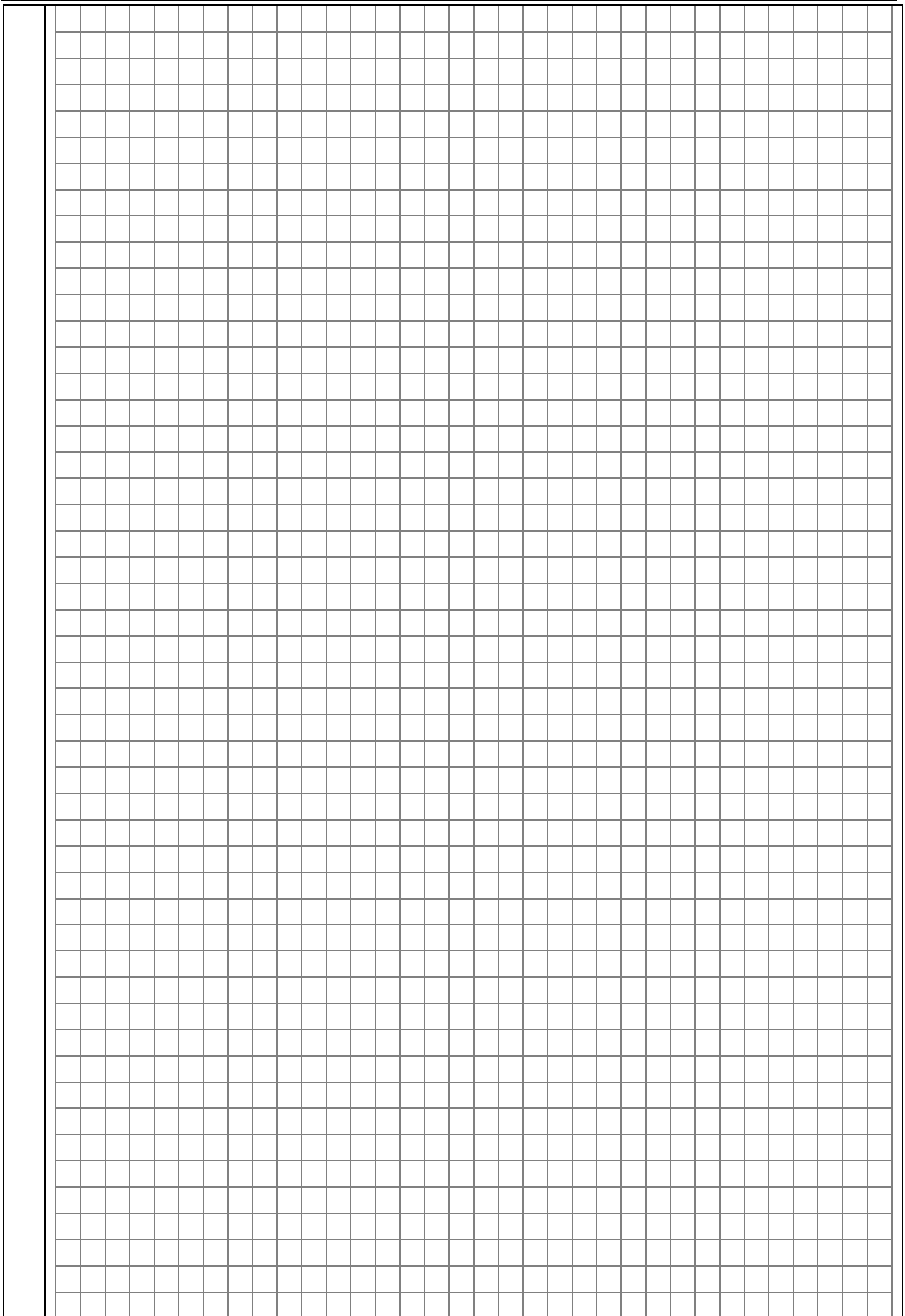
**5p** 6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat  $ABCD$  cu  $AB = 6\text{cm}$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$  aparțin segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , respectiv  $AD$ , astfel încât  $AM = BN = CP = DQ = 2\text{cm}$ .

a) Demonstrează că unghiul dintre dreptele  $MN$  și  $AC$  are măsura de  $30^\circ$ .



(3p) b) Punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $MP$ . Demonstrează că dreapta  $MP$  este perpendiculară pe planul  $(NOQ)$ .







**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 10**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Suma a două elemente ale mulțimii <math>\{1,2,3,4\}</math> poate fi egală cu:</p> <p>a) 1 b) 3 c) 8 d) 9</p>															
<b>5p</b>	<p>2. În tabelul de mai jos sunt prezentate informații referitoare la cantitățile de fructe existente într-un magazin la începutul programului unei zile și procentul de vânzări din ziua respectivă, pentru fiecare din cele patru tipuri de fructe.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Denumire fruct</th><th>Mere</th><th>Pere</th><th>Banane</th><th>Cireșe</th></tr></thead><tbody><tr><td>Cantitatea existentă la începutul programului unei zile</td><td>200 kg</td><td>150kg</td><td>100kg</td><td>180kg</td></tr><tr><td>Procent de vânzare din ziua respectivă</td><td>20%</td><td>40%</td><td>50%</td><td>20%</td></tr></tbody></table> <p>Cea mai mare cantitate de fructe, vândută în ziua respectivă, a fost de:</p> <p>a) mere b) pere c) banane d) cireșe</p>	Denumire fruct	Mere	Pere	Banane	Cireșe	Cantitatea existentă la începutul programului unei zile	200 kg	150kg	100kg	180kg	Procent de vânzare din ziua respectivă	20%	40%	50%	20%
Denumire fruct	Mere	Pere	Banane	Cireșe												
Cantitatea existentă la începutul programului unei zile	200 kg	150kg	100kg	180kg												
Procent de vânzare din ziua respectivă	20%	40%	50%	20%												
<b>5p</b>	<p>3. Dintre numerele <math>-2, 2, -4</math> și <math>4</math>, mai mic decât <math>-3</math> este numărul:</p> <p>a) 4 b) 2 c) <math>-2</math> d) <math>-4</math></p>															
<b>5p</b>	<p>4. Scrierea fracției zecimale <math>1,(3)</math> sub formă de fracție ordinară este:</p> <p>a) <math>\frac{13}{10}</math>                      b) <math>\frac{2}{15}</math>                      c) <math>\frac{4}{3}</math>                      d) <math>\frac{13}{90}</math></p>															
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi efectuează calculul <math>(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{2}-1)^2</math> și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor.</p> <table border="1"><tbody><tr><td>Mircea</td><td><math>4\sqrt{2}</math></td></tr><tr><td>Alina</td><td>0</td></tr><tr><td>Nicolae</td><td>3</td></tr><tr><td>Diana</td><td><math>2\sqrt{2}</math></td></tr></tbody></table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a efectuat corect calculul este:</p> <p>a) Mircea b) Alina c) Nicolae d) Diana</p>	Mircea	$4\sqrt{2}$	Alina	0	Nicolae	3	Diana	$2\sqrt{2}$							
Mircea	$4\sqrt{2}$															
Alina	0															
Nicolae	3															
Diana	$2\sqrt{2}$															

**5p** 6. Orarul unui elev de clasa a VIII-a, pentru ziua de vineri este prezentat mai jos. Știind că orele încep la 9:00, cu Educație muzicală, că durata unei ore de curs este de 50 de minute, iar pauza este de 10 minute, precizați la cât începe ora de matematică?

Educație muzicală
Istorie
Fizică
Matematică
Biologie

a) 10:00  
b) 11:00  
c) 12:00  
d) 13:00

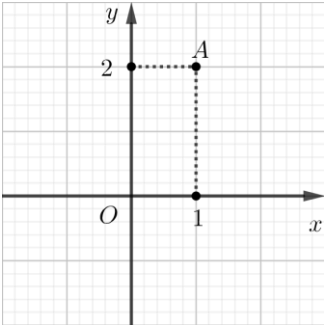
**SUBIECTUL al II-lea**

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

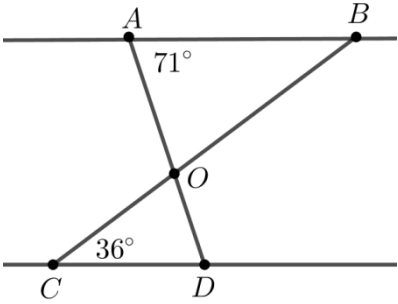
**5p** 1. În figura alăturată este reprezentat punctul  $A(1,2)$  într-un sistem de axe ortogonale  $xOy$ . Coordonatele simetricului punctului  $A$  față de axa  $Oy$  sunt:

a)  $(1,0)$   
b)  $(3,2)$   
c)  $(-1,-2)$   
d)  $(-1,2)$



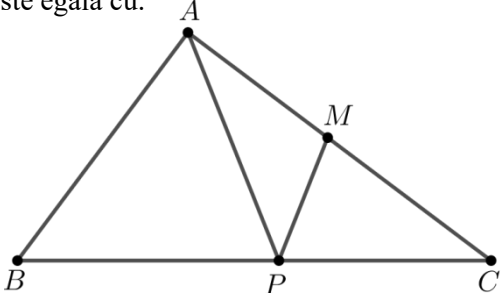
**5p** 2. În figura alăturată dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt paralele. Măsura unghiului  $BAD$  este egală cu  $71^\circ$ , iar măsura unghiului  $BCD$  este egală cu  $36^\circ$ . Știind că segmentele  $AD$  și  $BC$  se intersectează în punctul  $O$ , atunci măsura unghiului  $AOB$  este egală cu:

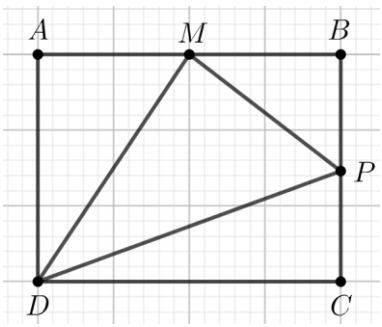
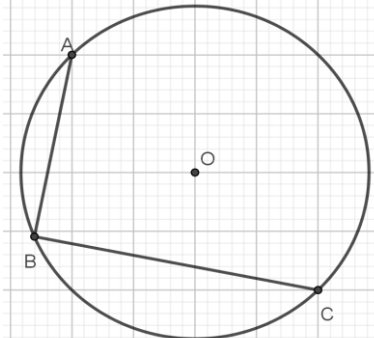
a)  $144^\circ$   
b)  $107^\circ$   
c)  $73^\circ$   
d)  $36^\circ$



**5p** 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  cu măsura unghiului  $BAC$  de  $90^\circ$ ,  $AC = 8\text{cm}$  și  $BC = 10\text{cm}$ . Știind că punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AC$  și punctul  $P$  este situat pe ipotenuza  $BC$ , astfel încât  $PC = 4\text{cm}$ , atunci măsura unghiului  $APM$  este egală cu:

a)  $30^\circ$   
b)  $45^\circ$   
c)  $60^\circ$   
d)  $75^\circ$



<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi <math>ABCD</math> și punctele <math>M</math> și <math>P</math> mijloacele laturilor <math>AB</math>, respectiv <math>BC</math>. Raportul dintre aria triunghiului <math>DMP</math> și aria dreptunghiului <math>ABCD</math> este egal cu:</p> <p>a) <math>\frac{1}{4}</math> b) <math>\frac{3}{8}</math> c) <math>\frac{1}{2}</math> d) <math>\frac{3}{4}</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> Punctele <math>A</math>, <math>B</math> și <math>C</math> sunt situate pe un cerc de centru <math>O</math>, astfel încât <math>AB \perp BC</math>, <math>AB = 6</math> cm și <math>BC = 8</math> cm. Suma distanțelor de la punctul <math>O</math> la dreptele <math>AB</math> și <math>BC</math> este egală cu:</p> <p>a) 7 cm b) 10 cm c) 14 cm d) 24 cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> Un robinet deschis poate umple un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile de 5 m, 3 m și 2 m în 20 de ore. În câte ore poate umple același robinet un bazin în formă de cub cu latura de 3 m ?</p> <p>a) 20 de ore b) 18 ore c) 12 ore d) 6 ore</p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

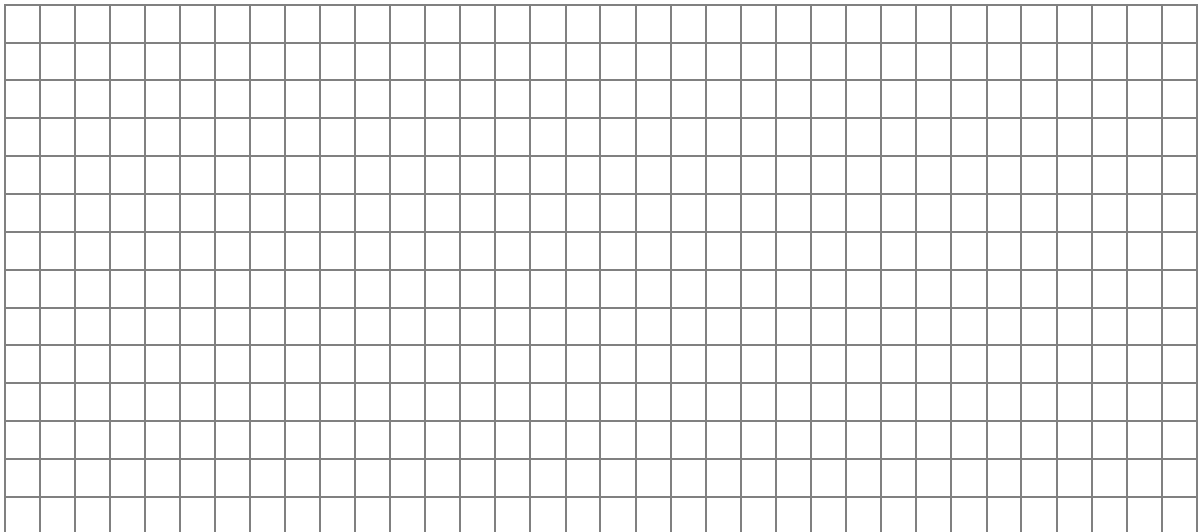
**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p><b>1.</b> Se consideră numărul natural <math>A = \overline{ab + ba}</math>, unde <math>a</math> și <math>b</math> sunt cifre distincte. <b>(2p) a)</b> Este posibil ca numărul <math>A</math> să fie egal cu 198? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 200px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	--



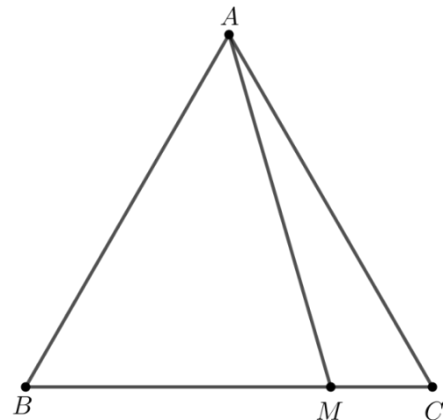
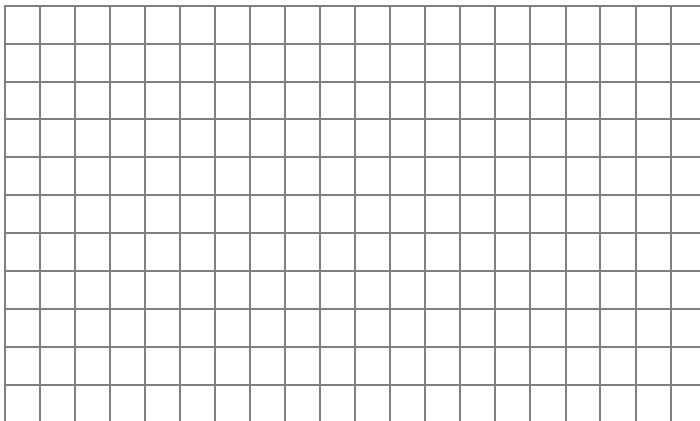


(3p) b) Știind că  $MP \cap BC = \{S\}$  și  $QP \cap BC = \{T\}$ , demonstrează că  $\frac{ST}{BC} = \frac{1}{6}$ .

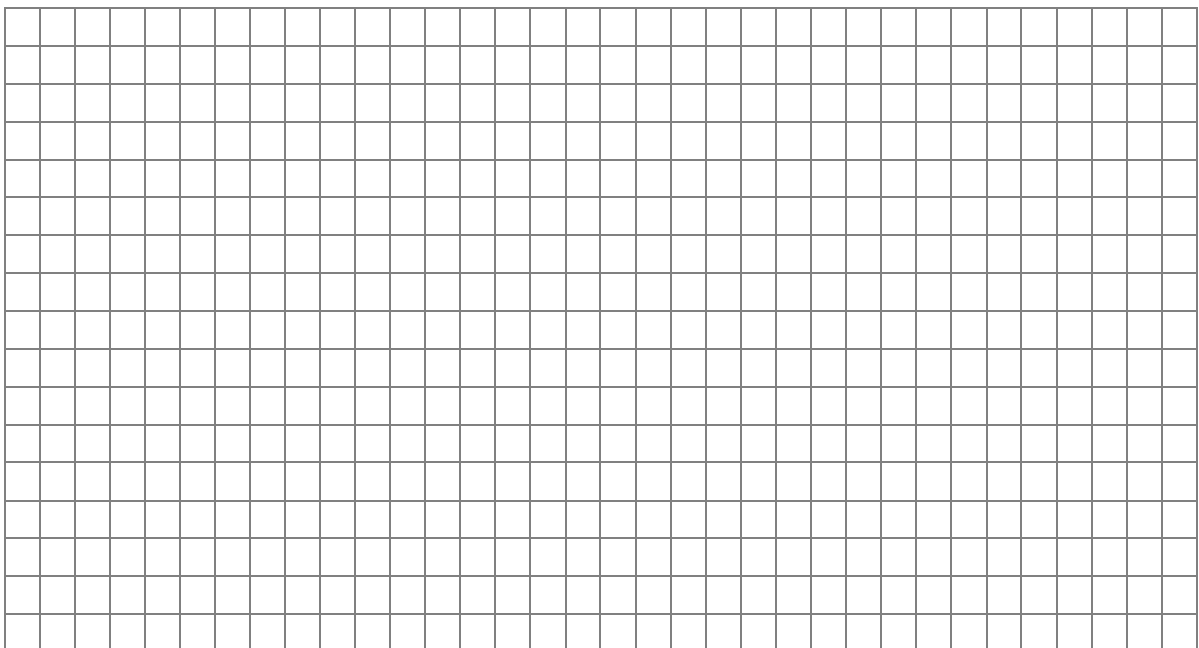


5p 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral  $ABC$  cu  $AB = 8\text{cm}$ . Punctul  $M$  se află pe latura  $BC$  astfel încât  $MC = 2\text{cm}$ .

(2p) a) Arată că aria triunghiului  $AMC$  este egală cu  $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .

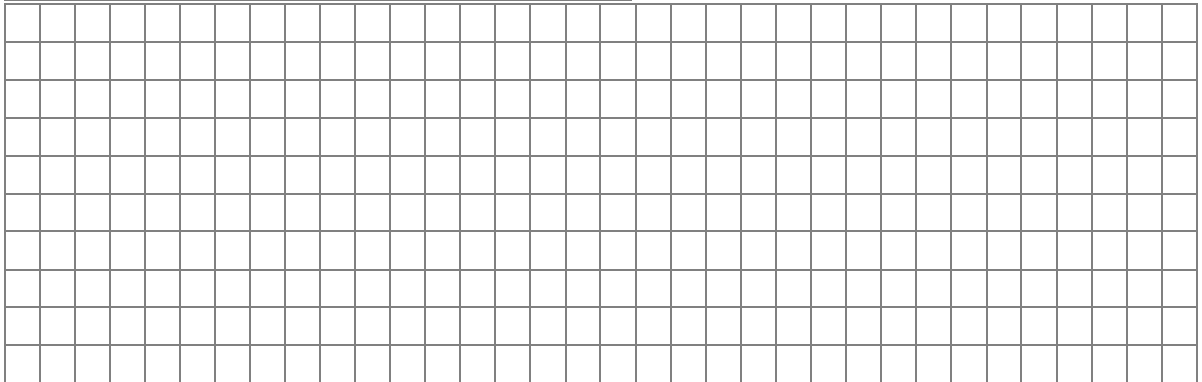
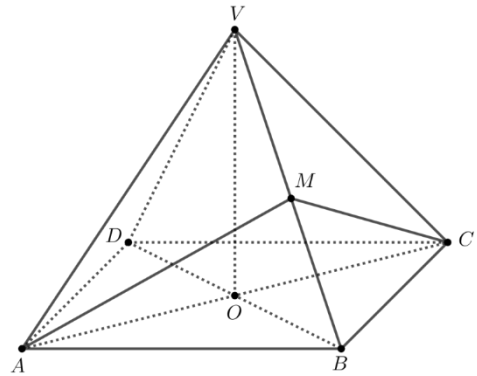
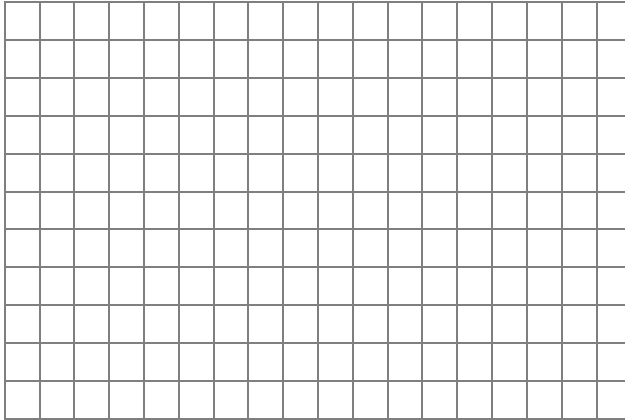


(3p) b) Arată că suma distanțelor de la punctele  $B$  și  $C$  la dreapta  $AM$  este mai mare decât  $4\sqrt{3}\text{ cm}$ .

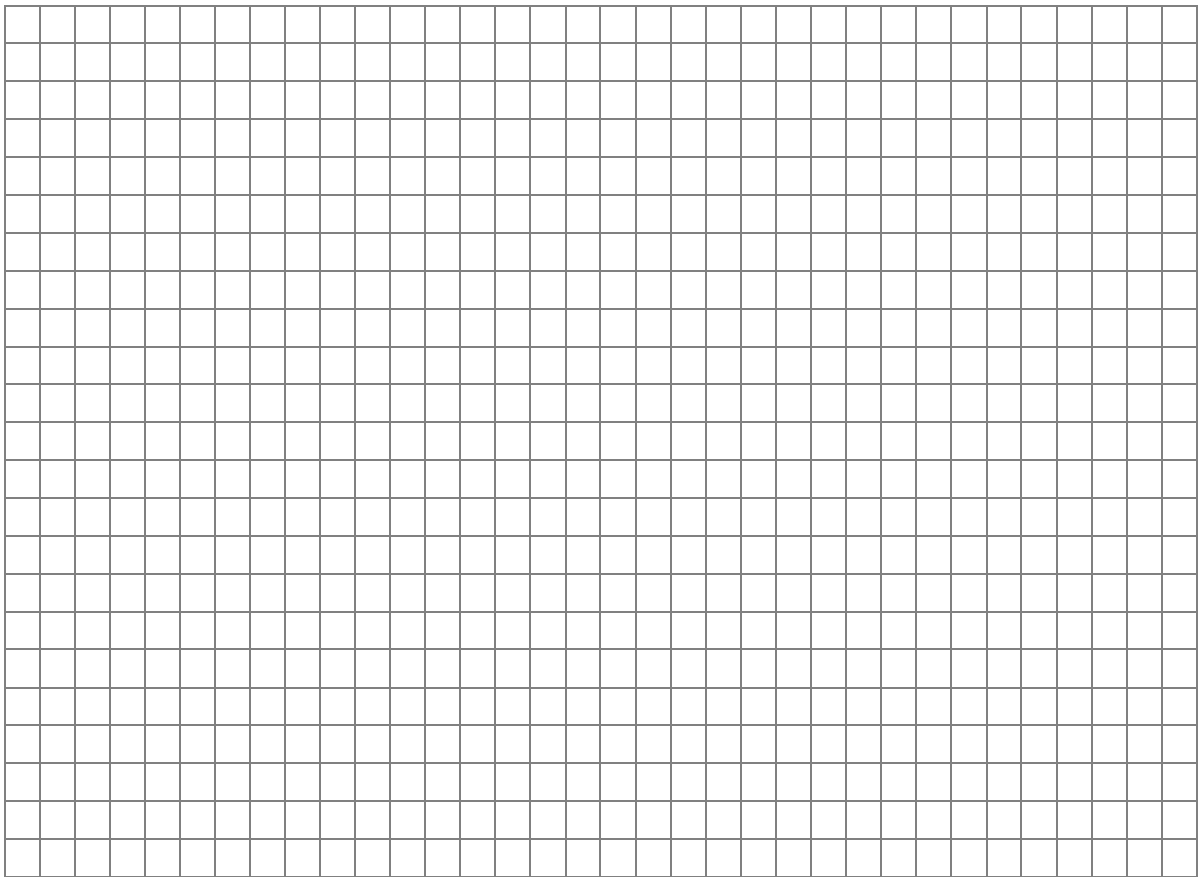


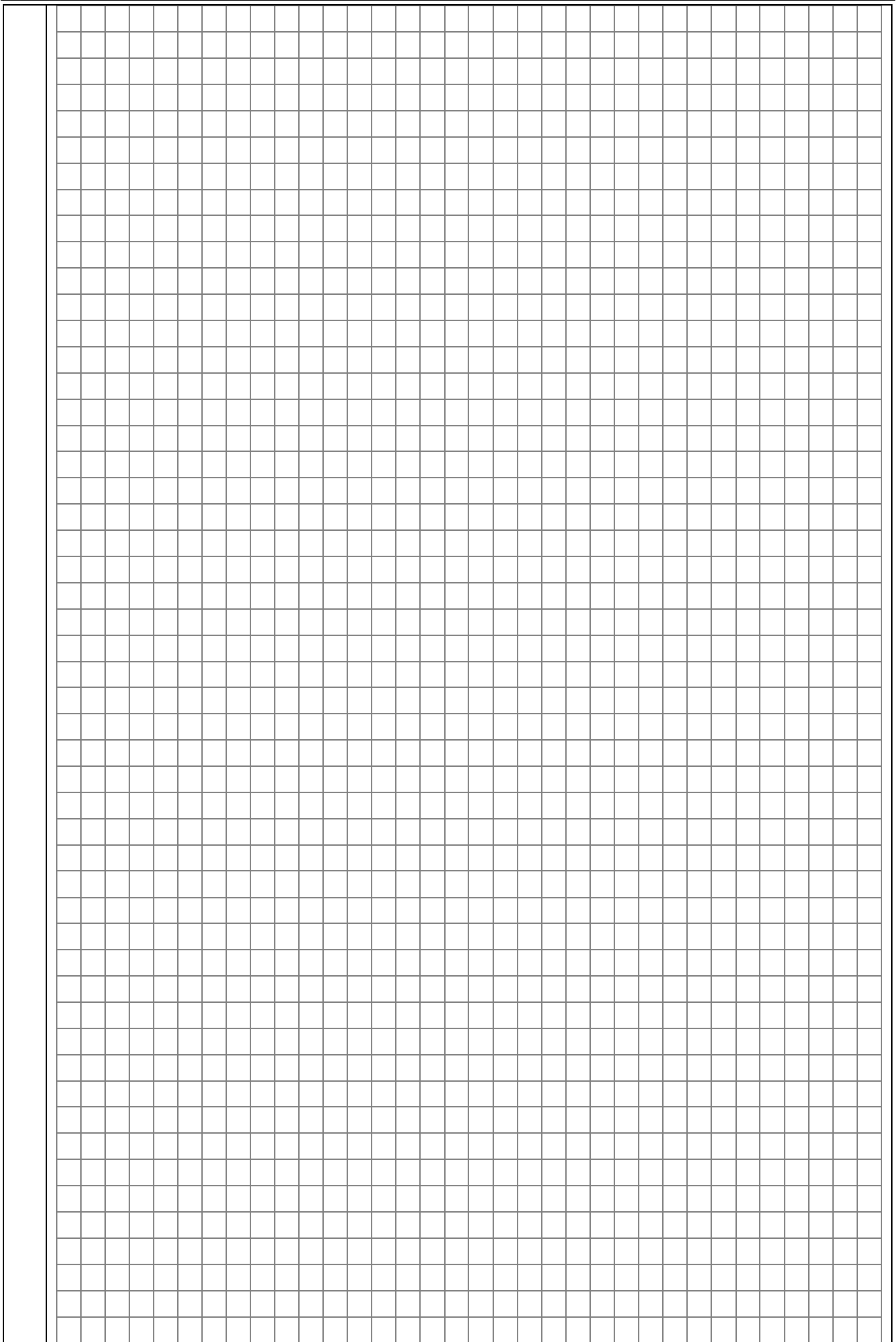
**5p** 6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $VA = AB = 6\text{ cm}$ , punctul  $M$  mijlocul muchiei  $AB$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ .

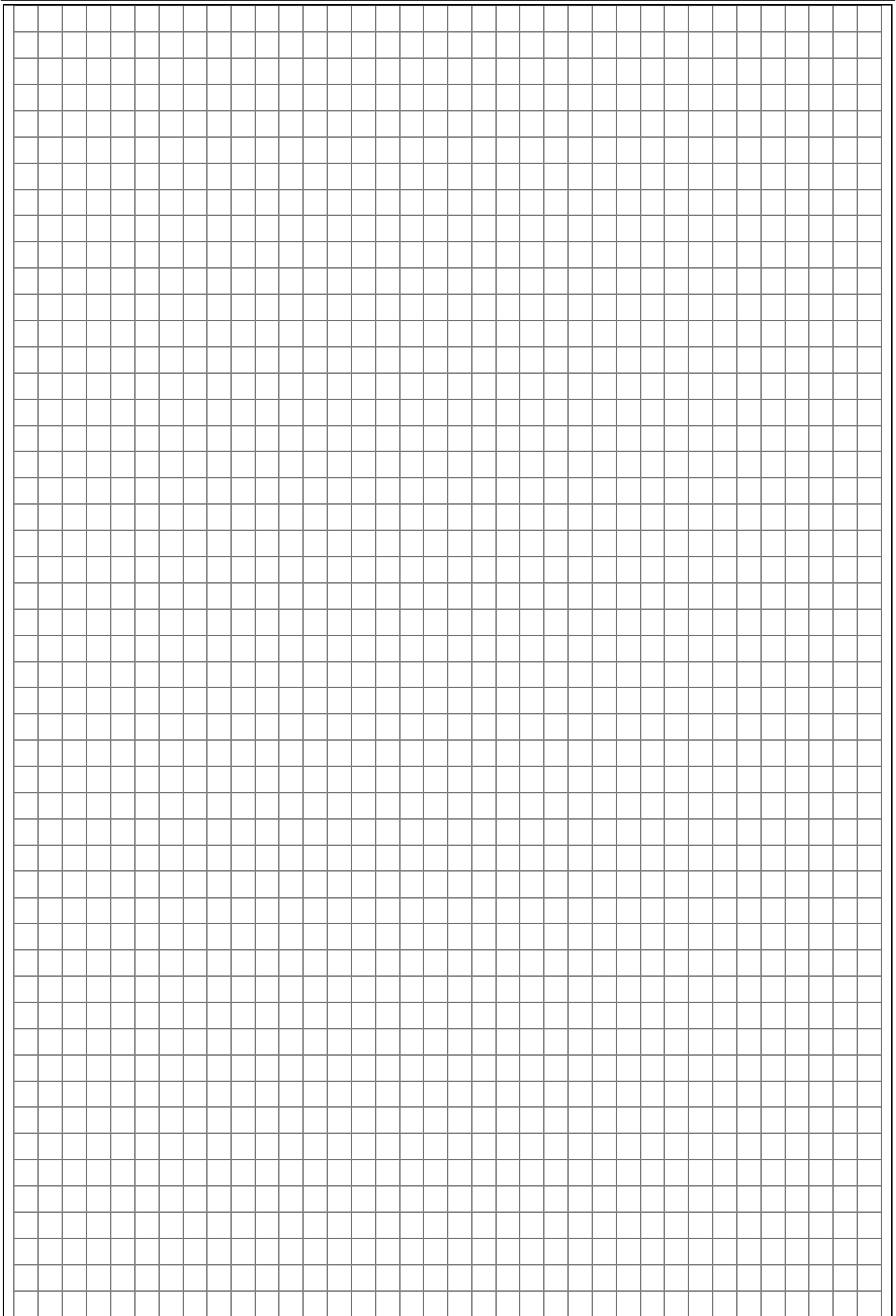
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $AMC$  este egal cu  $6(\sqrt{3} + \sqrt{2})\text{ cm}$ .



(3p) b) Determină tangenta unghiului dintre planele  $(VAB)$  și  $(VBD)$ .









## **EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 11**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

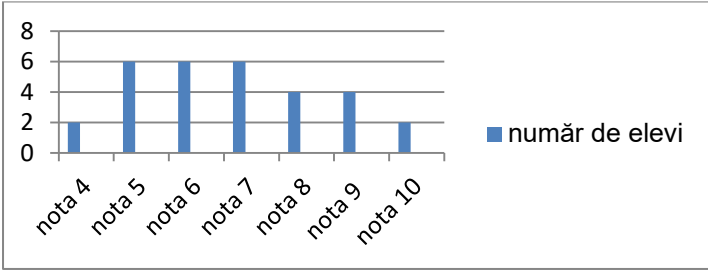
**SUBIECTUL I**

**Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.**

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p><b>1.</b> Rezultatul calculului <math>32:8+8\cdot 2</math> este egal cu:</p> <p>a) 1 b) 4 c) 20 d) 24</p>				
<b>5p</b>	<p><b>2.</b> Știind că <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{2}</math>, <math>b \cdot c = 30</math> și <math>b \neq 0</math>, valoarea numărului <math>a</math> este egală cu:</p> <p>a) 60 b) 30 c) 15 d) 10</p>				
<b>5p</b>	<p><b>3.</b> Se consideră expresia <math>E(x) = 3 - (x + 2)</math>, unde <math>x</math> este număr real. Pentru <math>x = -2</math>, valoarea expresiei este egală cu:</p> <p>a) 3 b) 0 c) -1 d) -3</p>				
<b>5p</b>	<p><b>4.</b> În tabelul de mai jos sunt trecute volumul unui pahar mic și volumul unui pahar mare.</p> <table border="1" data-bbox="469 1128 940 1247"><tbody><tr><td>Pahar mic</td><td>Pahar mare</td></tr><tr><td>0,25 litri</td><td>0,5 litri</td></tr></tbody></table> <p>Volumul a șase pahare mici și trei pahare mari, toate pline, este egal cu:</p> <p>a) 2 litri b) 3 litri c) 4 litri d) 9 litri</p>	Pahar mic	Pahar mare	0,25 litri	0,5 litri
Pahar mic	Pahar mare				
0,25 litri	0,5 litri				
<b>5p</b>	<p><b>5.</b> Cel mai mic număr natural mai mare decât <math>3\sqrt{2}</math> este:</p> <p>a) 2 b) 3 c) 4 d) 5</p>				

**5p** 6. În graficul de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute la un test de matematică de elevii unei clase a VIII-a.



nota	număr de elevi
nota 4	2
nota 5	6
nota 6	6
nota 7	6
nota 8	4
nota 9	4
nota 10	2

Conform graficului, numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 8 la acest test este egal cu:

- a) 4
- b) 10
- c) 12
- d) 20

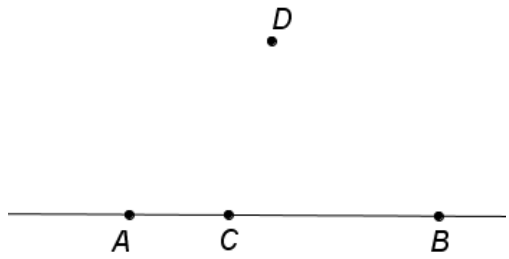
**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

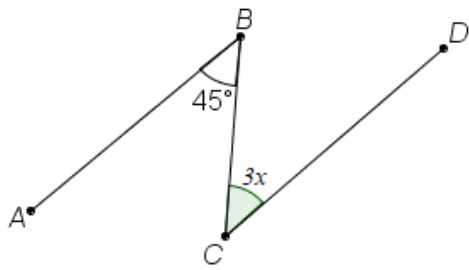
**5p** 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele distincte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$ . Punctul  $C$  aparține dreptei  $AB$  și punctul  $D$  nu aparține dreptei  $AC$ . Numărul dreptelor determinate de oricare două dintre punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$  este egal cu:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6



**5p** 2. În figura alăturată  $AB \parallel CD$  și măsura unghiului  $ABC$  este de  $45^\circ$ . Valoarea lui  $x$  este egală cu:

- a) 15
- b) 45
- c) 90
- d) 135



**5p** 3. Diametrul unui cerc este de 22 cm. Lungimea cercului este egală cu:

- a)  $11\pi$  cm
- b)  $22\pi$  cm
- c)  $44\pi$  cm
- d)  $121\pi$  cm



**(3p) b)** Determină numărul de apartamente cu două camere din acest bloc.

**5p**

2. Se consideră numerele:  $a = 2021 - 2021^0 - (-1)^{2021}$  și  $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}$ .

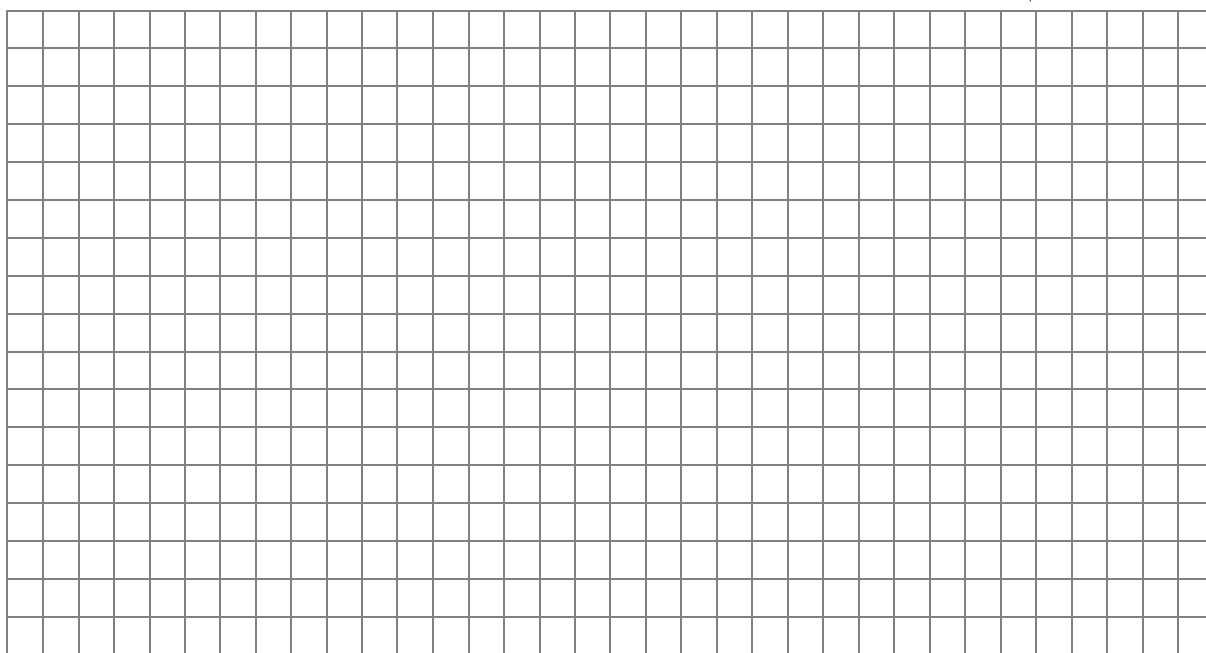
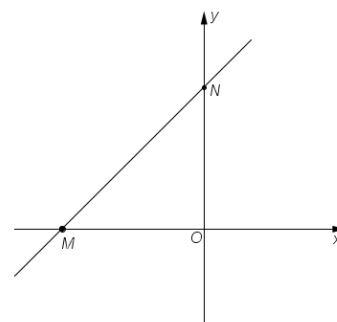
**(2p) a)** Arată că  $a = 2021$ .

**(3p) b)** Arată că numărul  $N = \left( (a-b)^2 - (a+b)^2 \right) \cdot b$  este întreg.

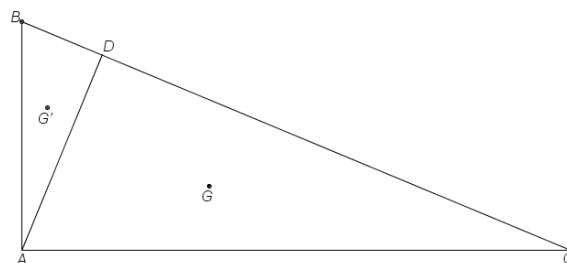
**5p** 3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x+1$ .

**(2p) a)** Arată că  $f(1) + f(3) = 2 \cdot f(2)$ .

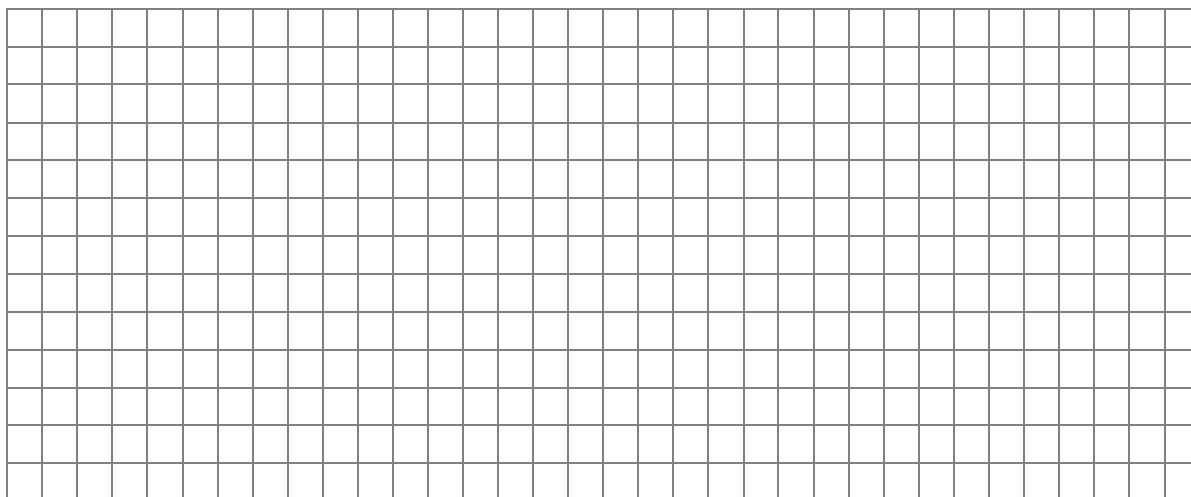
**(3p) b)** Reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$  intersectează axele  $Ox$  și  $Oy$  ale sistemului de axe ortogonale  $xOy$  în punctele  $M$ , respectiv  $N$ . Determină coordonatele simetricului punctului  $M$  față de punctul  $N$ .



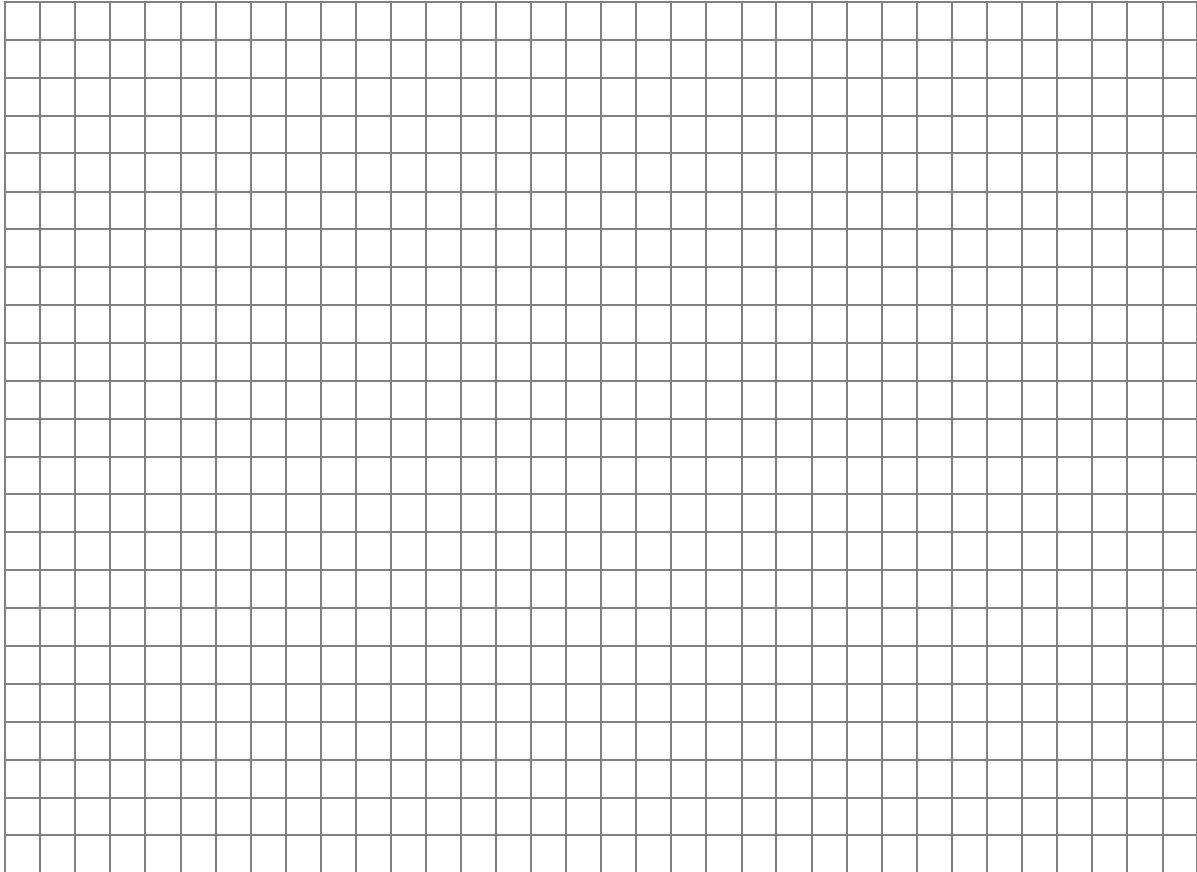
**5p** 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AC = 24\text{cm}$  și  $BC = 26\text{cm}$ , punctul  $D$  reprezintă proiecția punctului  $A$  pe dreapta  $BC$  și punctele  $G$  și  $G'$  sunt centrele de greutate ale triunghiului  $ADC$ , respectiv  $ADB$ .



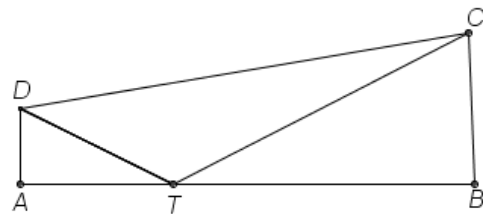
**(2p) a)** Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $120\text{cm}^2$ .



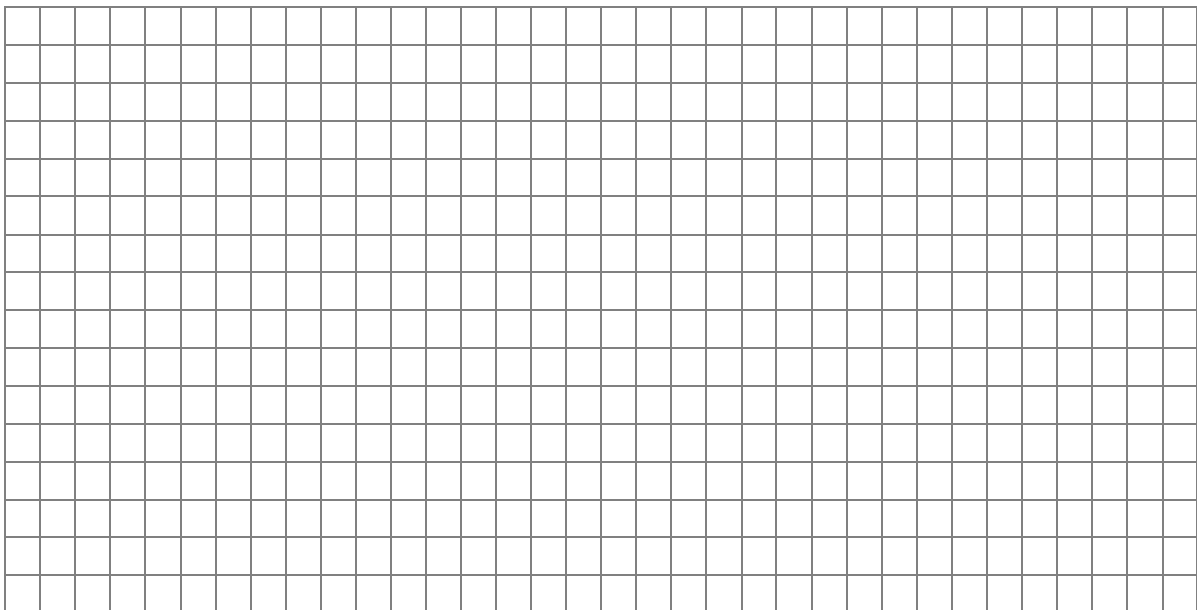
(3p) b) Determină lungimea segmentului  $GG'$ .



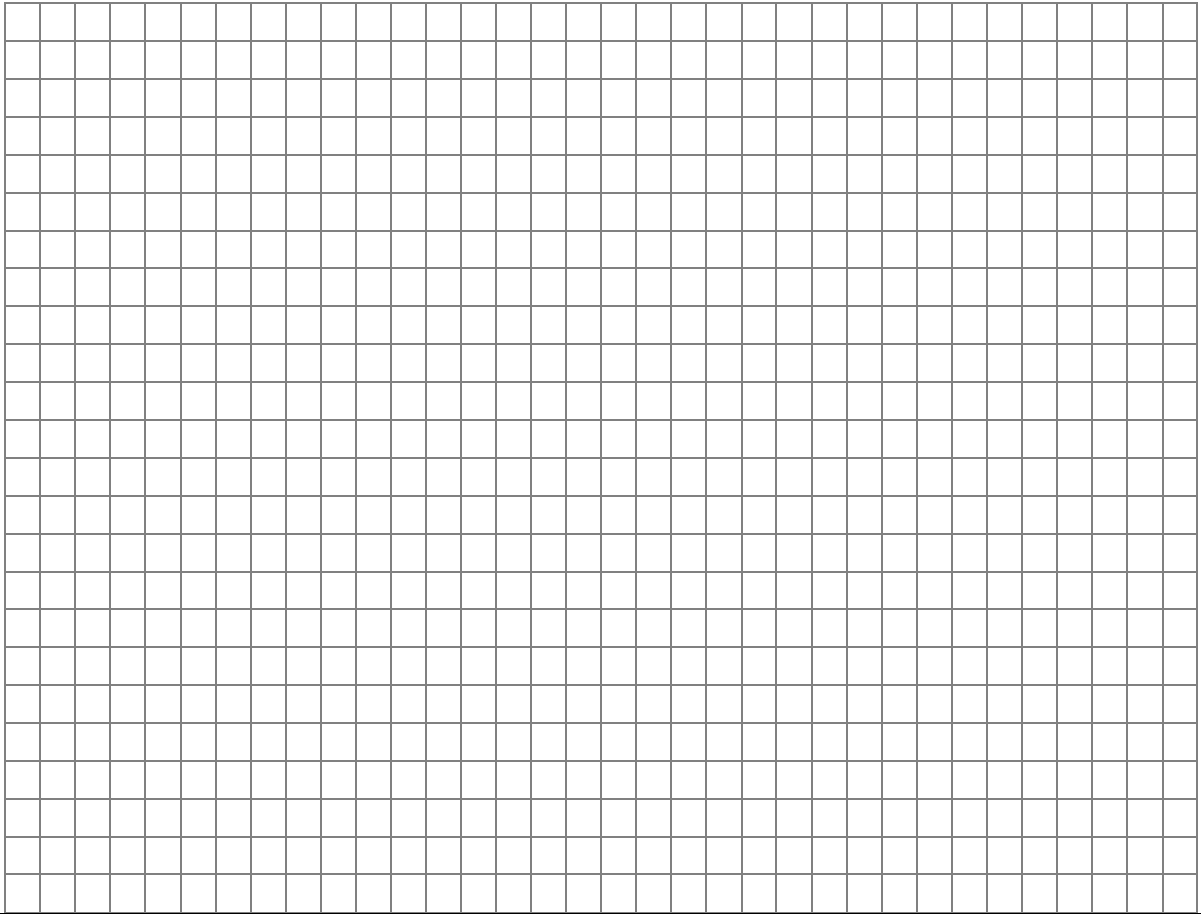
5p 5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$  cu  $AD \parallel CB$ , măsura unghiului  $DAB$  este de  $90^\circ$ ,  $AD = 10\text{cm}$  și  $AB = 60\text{cm}$ . Punctul  $T$  aparține segmentului  $AB$ ,  $AT = 20\text{cm}$  și unghiurile  $ATD$  și  $BTC$  sunt congruente.



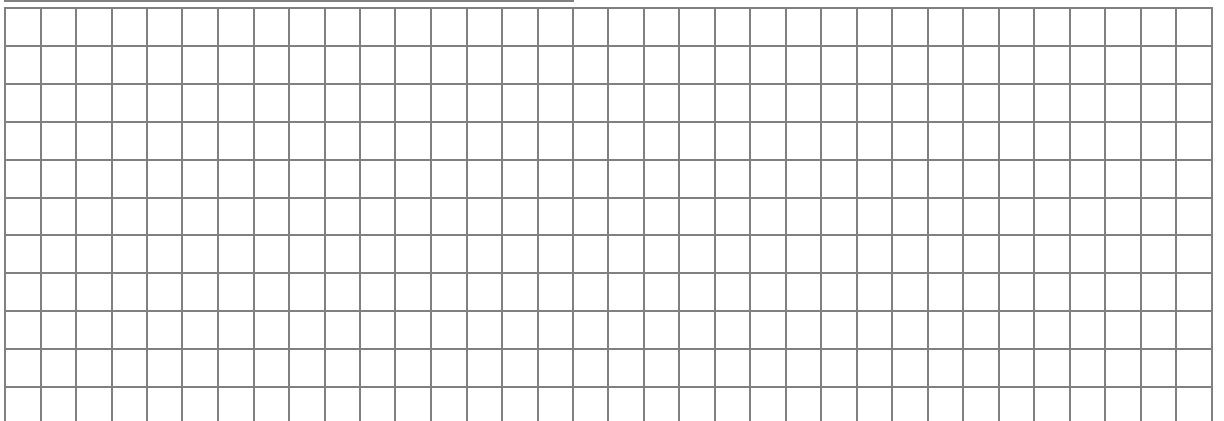
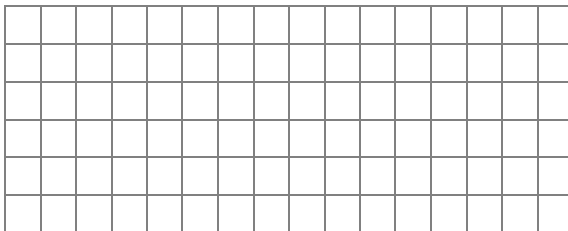
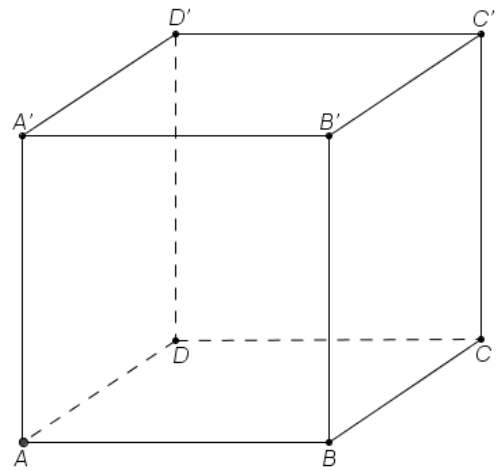
(2p) a) Arată că sinusul unghiului  $BTC$  este egal cu  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .



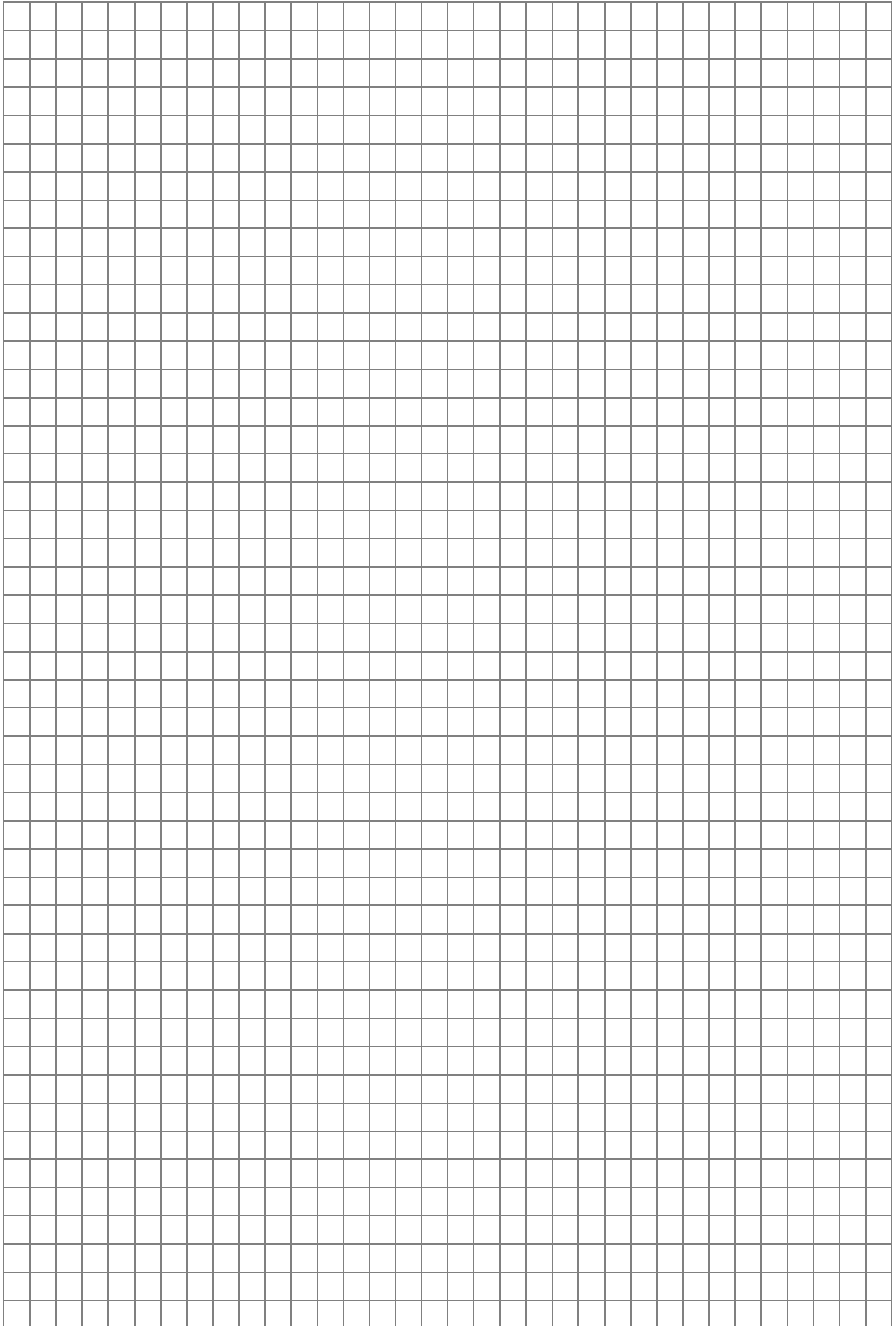
**(3p) b)** Demonstrează că triunghiul  $BCD$  este isoscel.



**5p** 6. În figura alăturată paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  reprezintă un acvariu cu dimensiunile  $AB = 60\text{cm}$ ,  $BC = 40\text{cm}$  și înălțimea  $AA' = 60\text{cm}$ . Apa din acvariu are adâncimea de  $50\text{cm}$ .  
**(2p) a)** Arată că în acvariu sunt 120 de litri de apă.



**(3p) b)** Se consideră punctul  $M$  pe muchia  $BB'$  a paralelipipedului, astfel încât perimetrul triunghiului  $A'MC$  să aibă cea mai mică valoare. Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(ABC)$ .





## **EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 12**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Produsul a două numere prime este egal cu 14 . Suma celor două numere prime este egală cu:</p> <p>a) 2 b) 7 c) 9 d) 15</p>																
<b>5p</b>	<p>2. Într-o lădiță sunt 48 de mere roșii, verzi și galbene. Probabilitatea ca, alegând un măr din lădiță, acesta să fie roșu este egală cu <math>\frac{5}{8}</math> . Numărul de mere roșii din această lădiță este egal cu:</p> <p>a) 6 b) 8 c) 30 d) 40</p>																
<b>5p</b>	<p>3. Mihai a înregistrat în tabelul următor temperaturile măsurate la aceeași oră pe parcursul unei săptămâni.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Zi</th><th>Luni</th><th>Marți</th><th>Miercuri</th><th>Joi</th><th>Vineri</th><th>Sâmbătă</th><th>Duminică</th></tr></thead><tbody><tr><td>Temperatura</td><td>-4°C</td><td>-1°C</td><td>-5°C</td><td>-2°C</td><td>0°C</td><td>1°C</td><td>-3°C</td></tr></tbody></table> <p>Media aritmetică a temperaturilor măsurate de Mihai, în această săptămână, la aceeași oră, este egală cu:</p> <p>a) 0°C b) -2°C c) -5°C d) -7°C</p>	Zi	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică	Temperatura	-4°C	-1°C	-5°C	-2°C	0°C	1°C	-3°C
Zi	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică										
Temperatura	-4°C	-1°C	-5°C	-2°C	0°C	1°C	-3°C										
<b>5p</b>	<p>4. Știind că <math>x</math> este un număr natural, <math>x &gt; 1</math>, iar fracția <math>\frac{6}{x}</math> este supraunitară și ireductibilă, atunci <math>x</math> este egal cu:</p> <p>a) 2 b) 3 c) 4 d) 5</p>																
<b>5p</b>	<p>5. Media aritmetică a numerelor <math>a = \sqrt{5^2 - 1^2}</math> și <math>b = \frac{48}{\sqrt{6}}</math> aparține intervalului:</p> <p>a) [5,6] b) [10,11] c) [12,13] d) [15,16]</p>																

<b>5p</b>	<b>6.</b> În tabelul următor este prezentat numărul de elevi al fiecăreia dintre clasele V-VIII ale unei școli:								
	Clasa	a V-a A	a V-a B	a VI-a A	a VI-a B	a VII-a A	a VII-a B	a VIII-a A	a VIII-a B
	Număr de elevi	32	30	28	31	27	32	29	31

Numărul elevilor din clasele a VIII-a din această școală reprezintă  $p\%$  din numărul total al elevilor școlii. Valoarea lui  $p$  este egală cu:

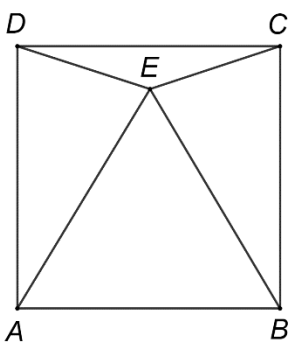
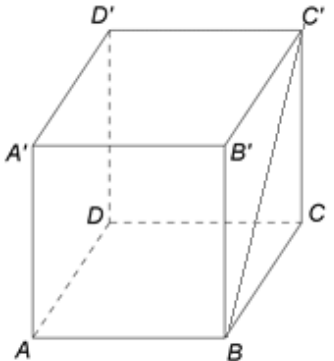
a) 25  
b) 29  
c) 31  
d) 60

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p><b>1.</b> În figura alăturată, pe segmentul <math>AE</math> se consideră punctul <math>C</math> astfel încât <math>AC &lt; CE</math>, iar punctele <math>B</math> și <math>D</math> sunt mijloacele segmentelor <math>AC</math>, respectiv <math>CE</math>. Dintre următoarele afirmații, cea adevărată este:</p> <p>a) <math>AC &lt; BD &lt; CE</math> b) <math>BD &lt; AC &lt; CE</math> c) <math>AC &lt; CE &lt; BD</math> d) <math>AC = BD = CE</math></p>	
<b>5p</b>	<p><b>2.</b> În figura alăturată este reprezentat unghiul drept <math>AOB</math>, bisectoarea <math>OC</math> a acestuia și semidreapta <math>OD</math> astfel încât semidreapta <math>OB</math> este bisectoarea unghiului <math>COD</math>. Măsura unghiului <math>BOD</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>90^\circ</math> b) <math>50^\circ</math> c) <math>45^\circ</math> d) <math>40^\circ</math></p>	
<b>5p</b>	<p><b>3.</b> În figura alăturată, segmentele <math>AB</math>, <math>AC</math> și <math>CB</math> reprezintă alei într-un parc, unde dreptele <math>AB</math> și <math>BC</math> sunt perpendiculare. Ana și Dan ocupă inițial pozițiile <math>A</math>, respectiv <math>D</math>, unde <math>D</math> este mijlocul segmentului <math>AC</math>. Din pozițiile inițiale, Ana ajunge în punctul <math>B</math> și Dan parcurge segmentul <math>DE</math>, unde <math>DE \parallel AB</math>, ajungând în punctul <math>E</math>. Raportul dintre distanța parcursă de Dan și cea parcursă de Ana este egal cu :</p> <p>a) <math>\frac{1}{4}</math>                      b) <math>\frac{1}{3}</math>                      c) <math>\frac{1}{2}</math>                      d) <math>\frac{2}{3}</math></p>	

<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de pătrat <math>ABCD</math> cu latura <math>AB = 10</math> cm. Pe suprafața corespunzătoare triunghiului echilateral <math>AEB</math> sunt plantate begonii, pe suprafața corespunzătoare triunghiului <math>DEC</math> sunt plantate crizanteme, iar pe suprafețele corespunzătoare triunghiurilor <math>AED</math> și <math>BEC</math> sunt plantate panseluțe, <math>E</math> fiind un punct din interiorul pătratului <math>ABCD</math>. Aria suprafeței totale cultivate cu panseluțe este:</p> <p>a) mai mare decât suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme b) mai mică decât suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme c) egală cu suma ariilor suprafețelor cultivate cu begonii și cu crizanteme d) egală cu o treime din aria suprafeței întregii grădini</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> Diametrul unui cerc cu lungimea de <math>10\pi</math> cm este egal cu:</p> <p>a) 5 cm b) 10 cm c) 20 cm d) 25 cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentat un cub <math>ABCD A' B' C' D'</math>, cu lungimea segmentului <math>BC'</math> egală cu <math>4\sqrt{2}</math> cm. Aria totală a cubului <math>ABCD A' B' C' D'</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>16\text{ cm}^2</math> b) <math>64\text{ cm}^2</math> c) <math>96\text{ cm}^2</math> d) <math>192\text{ cm}^2</math></p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

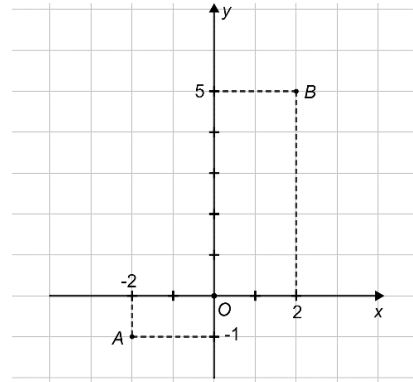
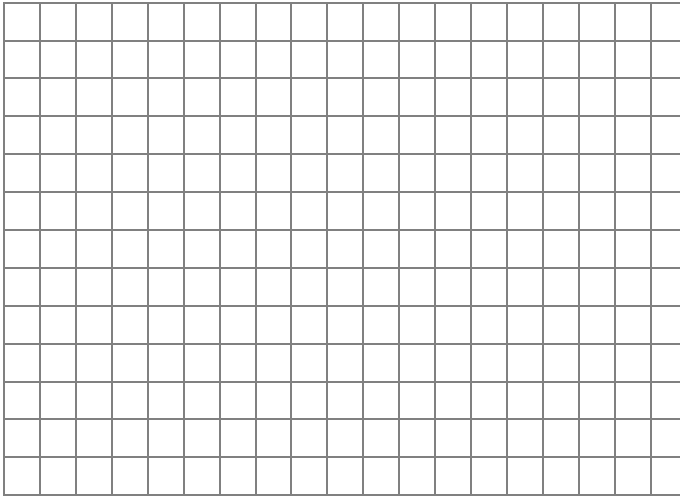
<p><b>5p</b></p>	<p><b>1.</b> O florărie are la vânzare lalele și trandafiri, dar prețurile acestora nu sunt afișate. Anastasia întrebă vânzătorul despre prețuri. Acesta îi propune să afle singură prețurile care o interesează, spunându-i că cinci fire de lalele și patru fire de trandafiri costă împreună 43 de lei, iar două fire de lalele și trei fire de trandafiri costă împreună 27 de lei.</p> <p><b>(2p) a)</b> Anastasia face afirmația următoare: „Prețul unui fir de trandafir este de 10 lei.”. Este această afirmație adevărată? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 150px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	---



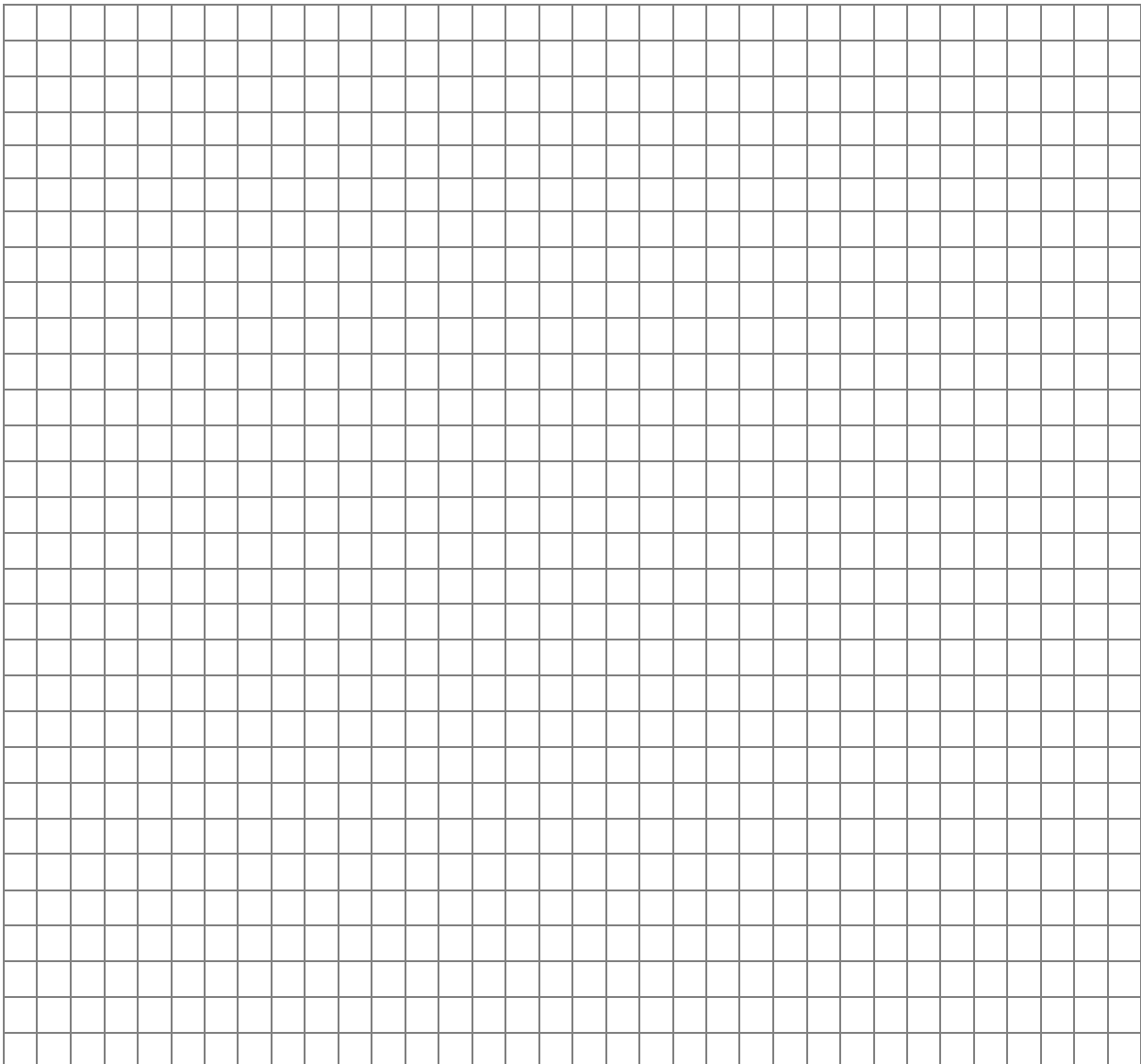
5p

3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$ .

(2p) a) Arată că  $f(-2) + f(2) = 4$ .



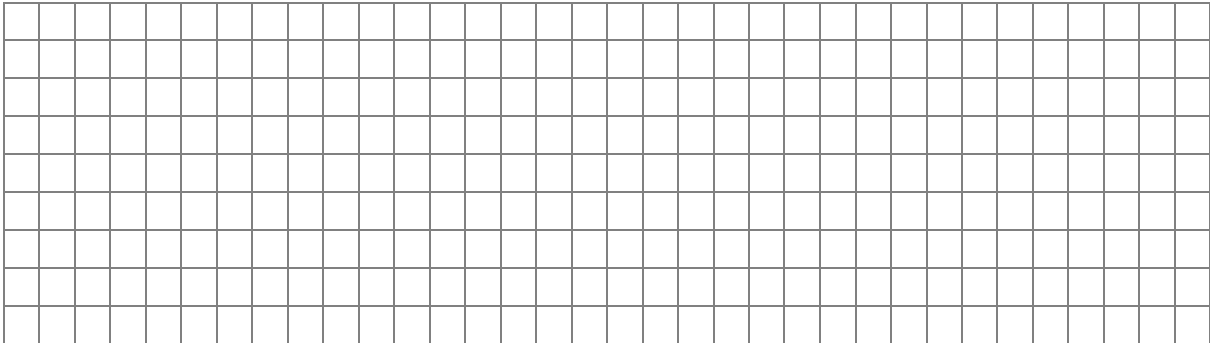
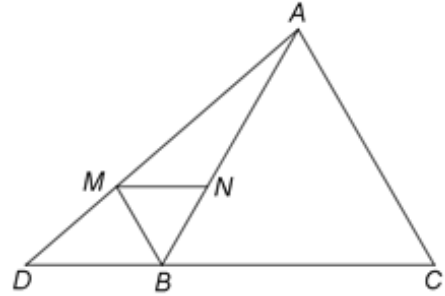
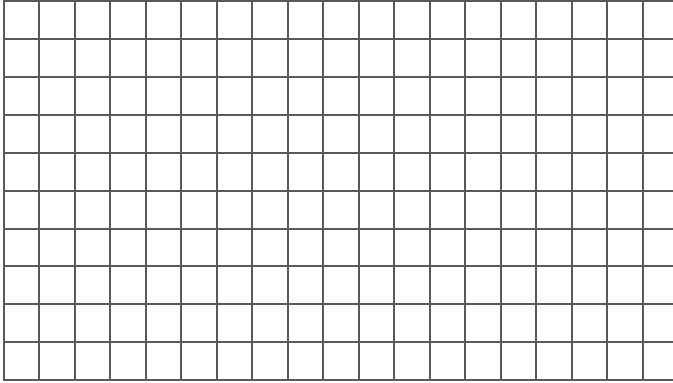
(3p) b) Se consideră punctele  $A(-2, -1)$  și  $B(2, 5)$  care aparțin reprezentării geometrice a graficului funcției  $f$ . Determină coordonatele punctului  $M(x, y)$  situat pe axa  $Oy$  a sistemului de axe ortogonale  $xOy$ , astfel încât suma lungimilor segmentelor  $MA$  și  $MB$  să fie minimă.



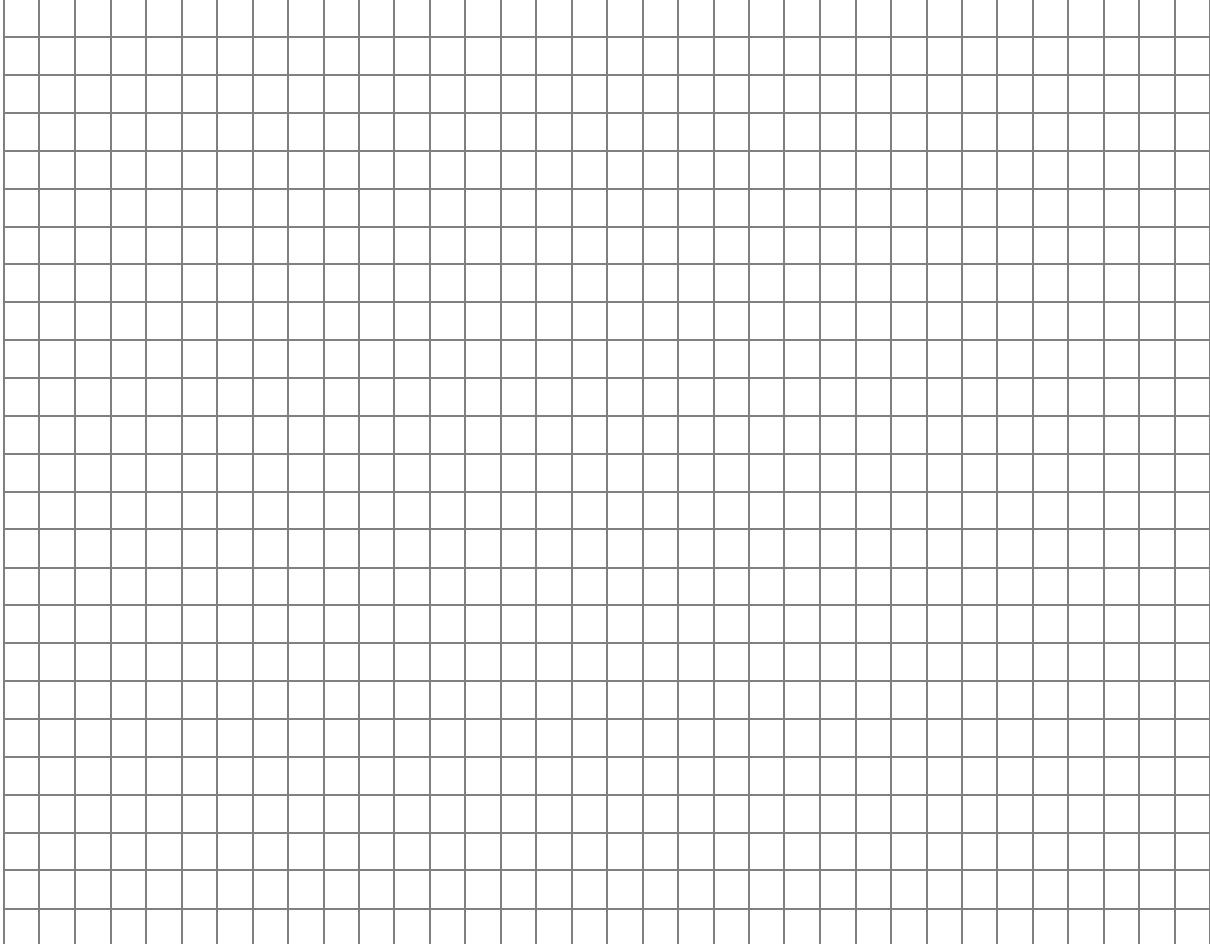
5p

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral  $ABC$  cu  $AB = 12$  cm și punctul  $D$  este situat pe dreapta  $BC$  astfel încât  $BC = 2BD$  și punctul  $B$  aparține segmentului  $CD$ . Semidreapta  $BM$ ,  $M \in AD$ , este bisectoarea unghiului  $ABD$  și  $N$  este punctul de intersecție dintre  $AB$  și paralela prin  $M$  la  $BC$ .

(2p) a) Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.



(3p) b) Demonstrează că triunghiurile  $BMN$  și  $ABC$  sunt asemenea.

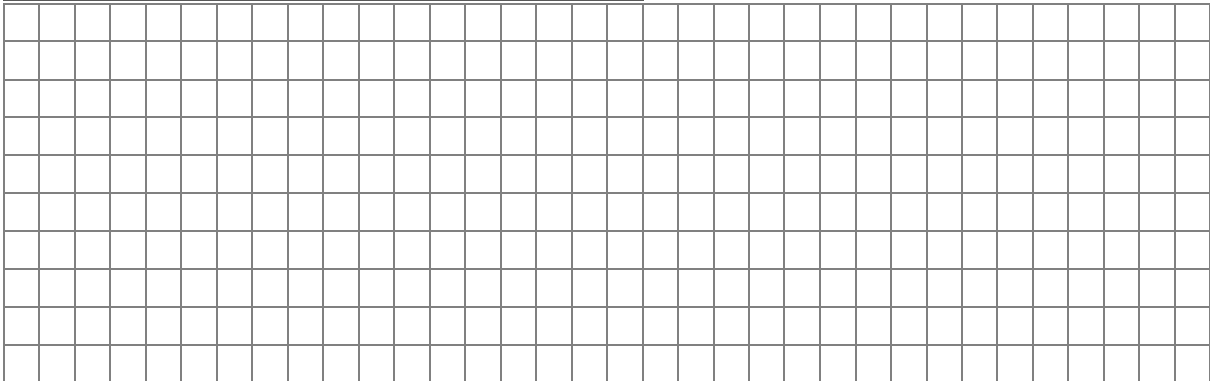
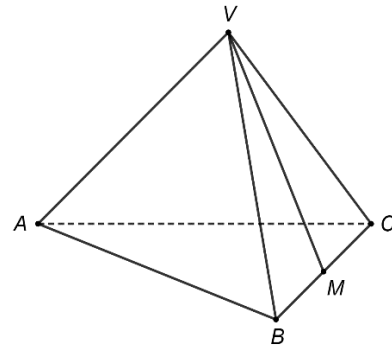
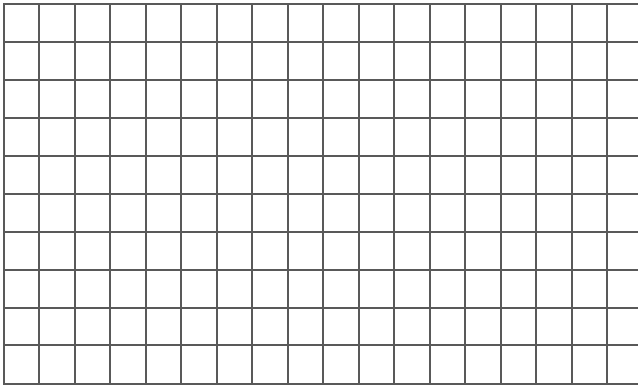




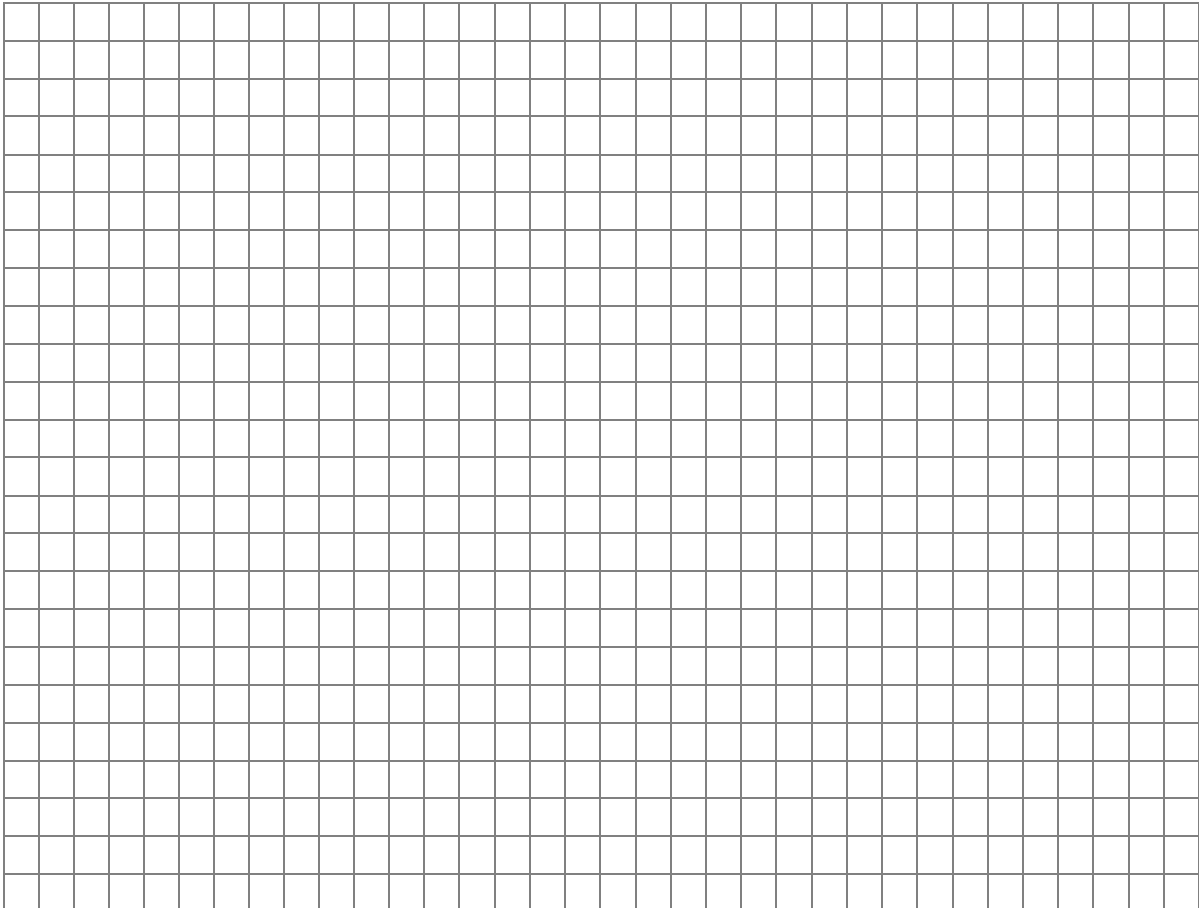
5p

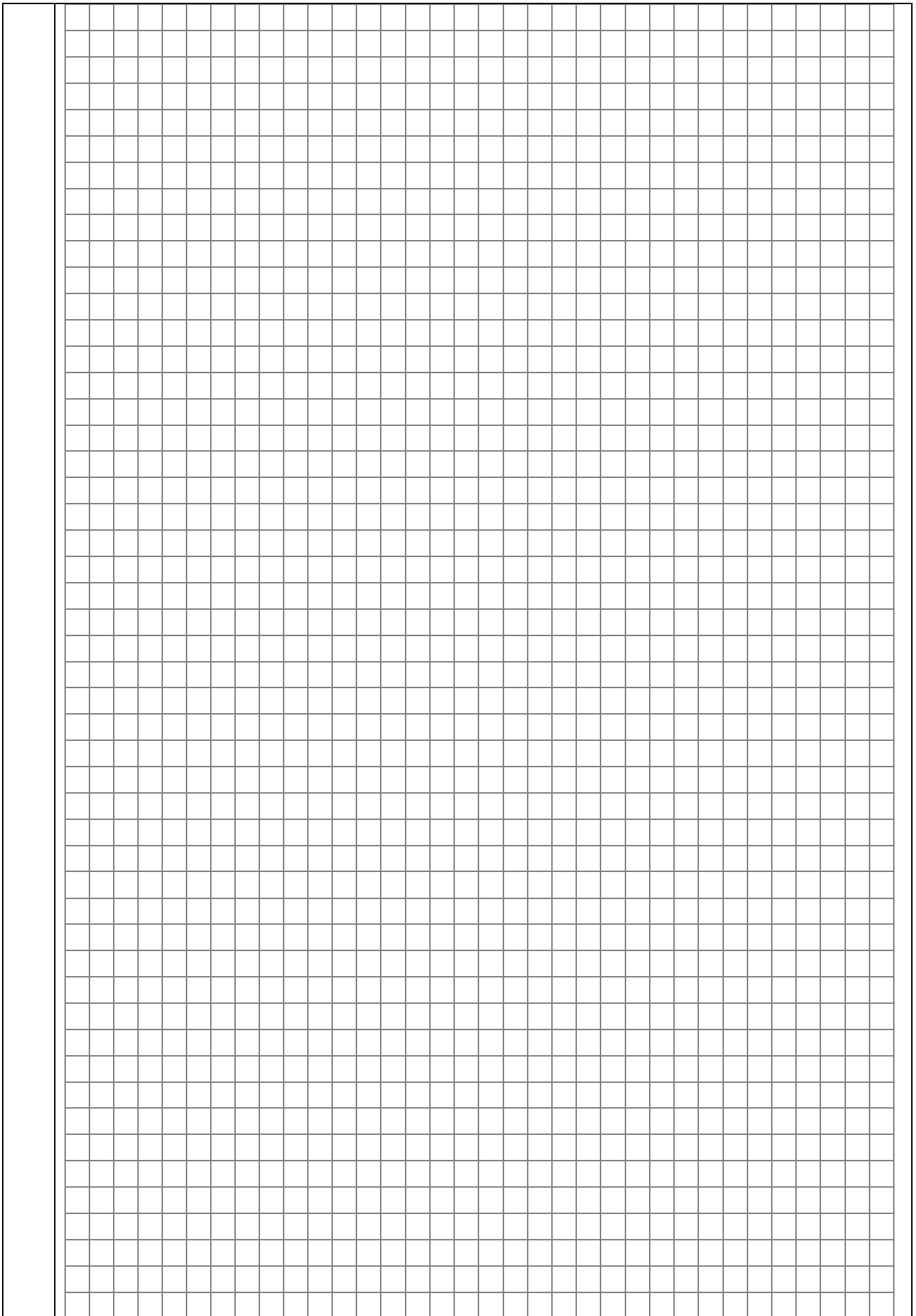
6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  cu baza triunghiul  $ABC$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ ,  $AB = 18\text{cm}$  și  $VA = 9\sqrt{2}\text{cm}$ .

(2p) a) Arată că măsura unghiului dintre dreapta  $VM$  și dreapta  $AC$  este egală cu  $60^\circ$ .



(3p) b) Determină distanța de la punctul  $M$  la planul  $(VAC)$ .







**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 13**

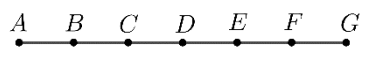
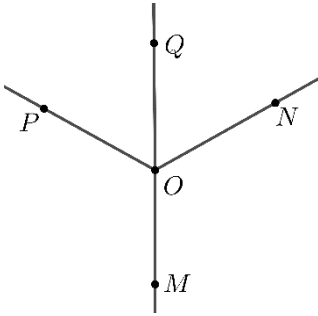
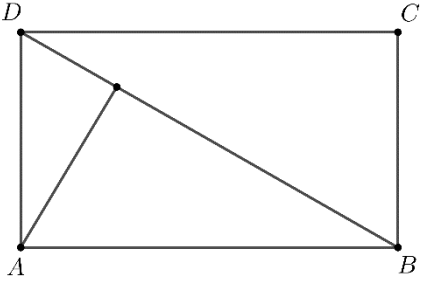
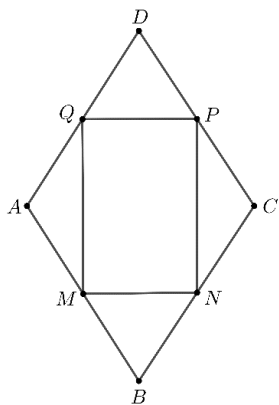
- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

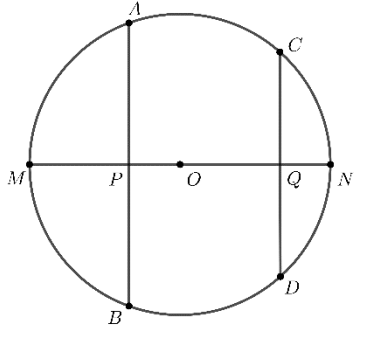


**SUBIECTUL al II-lea**

**Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.**

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare <math>A, B, C, D, E, F</math> și <math>G</math>, astfel încât <math>AB = BC = CD = DE = EF = FG = 2</math> cm. Distanța dintre simetricul punctului <math>E</math> față de punctul <math>C</math> și simetricul punctului <math>E</math> față de punctul <math>F</math> este egală cu:</p> <p>a) 6 cm b) 8 cm c) 10 cm d) 12 cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>2. În figura alăturată <math>\sphericalangle MON</math>, <math>\sphericalangle NOP</math> și <math>\sphericalangle POM</math> sunt unghiuri congruente în jurul punctului <math>O</math>, iar semidreapta <math>OQ</math> este bisectoarea unghiului <math>\sphericalangle NOP</math>. Măsura complementului unghiului <math>POQ</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>45^\circ</math> c) <math>60^\circ</math> d) <math>90^\circ</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>3. În figura alăturată dreptunghiul <math>ABCD</math> reprezintă schița unui parc în care <math>AB = 40</math> m și <math>BD = 2 \cdot AD</math>. Știind că în vârful <math>A</math> este plantat un copac, distanța de la baza copacului la alea <math>BD</math> este egală cu:</p> <p>a) 10m b) 20m c) 25m d) 30m</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>4. Figura alăturată reprezintă schița unei grădini având forma unui romb <math>ABCD</math> cu <math>AB = 100</math> m și <math>\sphericalangle ABC = 60^\circ</math>. Pe suprafața delimitată de patrulaterul <math>MNPQ</math>, ale cărui vârfuri sunt mijloacele laturilor rombului dat, sunt cultivate flori, iar restul suprafeței grădinii este acoperit cu gazon. Aria suprafeței grădinii, acoperite de gazon, este egală cu:</p> <p>a) <math>50\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup> b) <math>250\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup> c) <math>500\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup> d) <math>2500\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup></p>	

<p><b>5p</b></p>	<p>5. În figura alăturată <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt două coarde perpendiculare pe diametrul <math>MN</math> al cercului de centru <math>O</math>, acestea intersectând <math>MN</math> în punctele <math>P</math>, respectiv <math>Q</math>, astfel încât <math>OP &lt; OQ</math>. Patrulaterul convex cu vârfurile în punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> și <math>D</math> reprezintă:</p> <p>a) un trapez dreptunghic b) un trapez isoscel c) un dreptunghi d) un pătrat</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>6. Mihai are la dispoziție 216 cubulețe cu muchia de 10cm, pe care le lipește obținând un cub ale cărui fețe le vopsește. Volumul total al cubulețelor care au exact 3 fețe vopsite este egal cu:</p> <p>a) <math>3 \text{ dm}^3</math> b) <math>4 \text{ dm}^3</math> c) <math>6 \text{ dm}^3</math> d) <math>8 \text{ dm}^3</math></p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. Mihai și Ana rezolvă probleme din ultimul număr publicat al revistei <i>Gazeta Matematică</i>. Se știe că Ana a rezolvat cu două probleme mai mult decât Mihai.</p> <p>(2p) a) Dacă problemele rezolvate de cei doi sunt diferite, este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Mihai și Ana să fie 15? Justifică răspunsul.</p> <div data-bbox="231 1176 1428 1489" style="border: 1px solid black; height: 140px; width: 100%;"></div> <p>(3p) b) Știind, că numărul problemelor rezolvate de Mihai reprezintă <math>\frac{3}{4}</math> din numărul problemelor rezolvate de Ana, determină numărul problemelor rezolvate de Ana.</p> <div data-bbox="231 1601 1428 2038" style="border: 1px solid black; height: 195px; width: 100%;"></div>
------------------	---

5p

2. Se consideră expresia  $E(x) = (2x+1)^2 + (2x-1)^2 - 4(2x^2-1)$ , unde  $x$  este număr real.

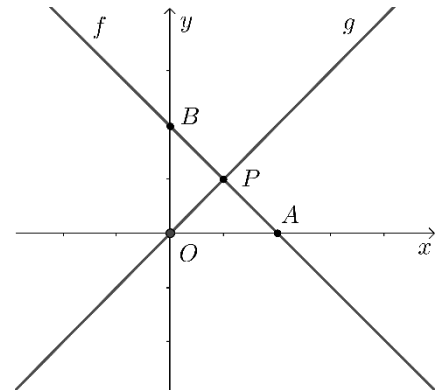
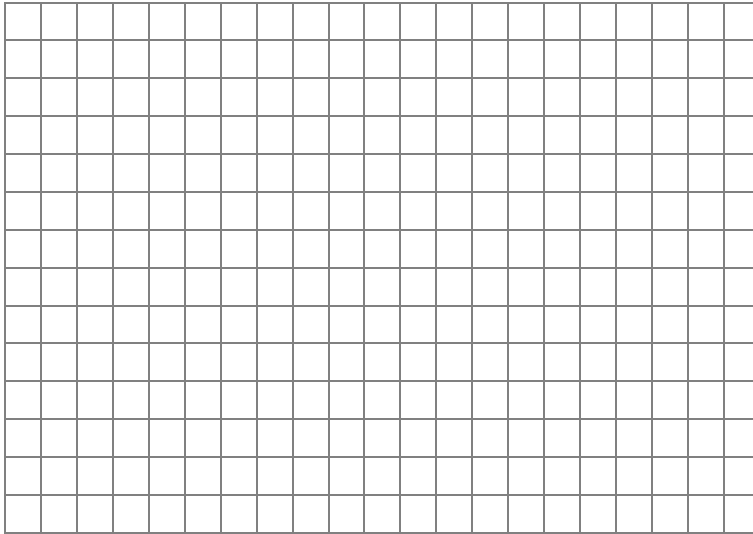
(2p) a) Calculează  $E(10)$ .

(3p) b) Determină cel mai mic număr natural nenul  $n$  pentru care  $n \cdot E(10) \cdot E(11) \cdot \dots \cdot E(100)$  este pătratul unui număr natural.

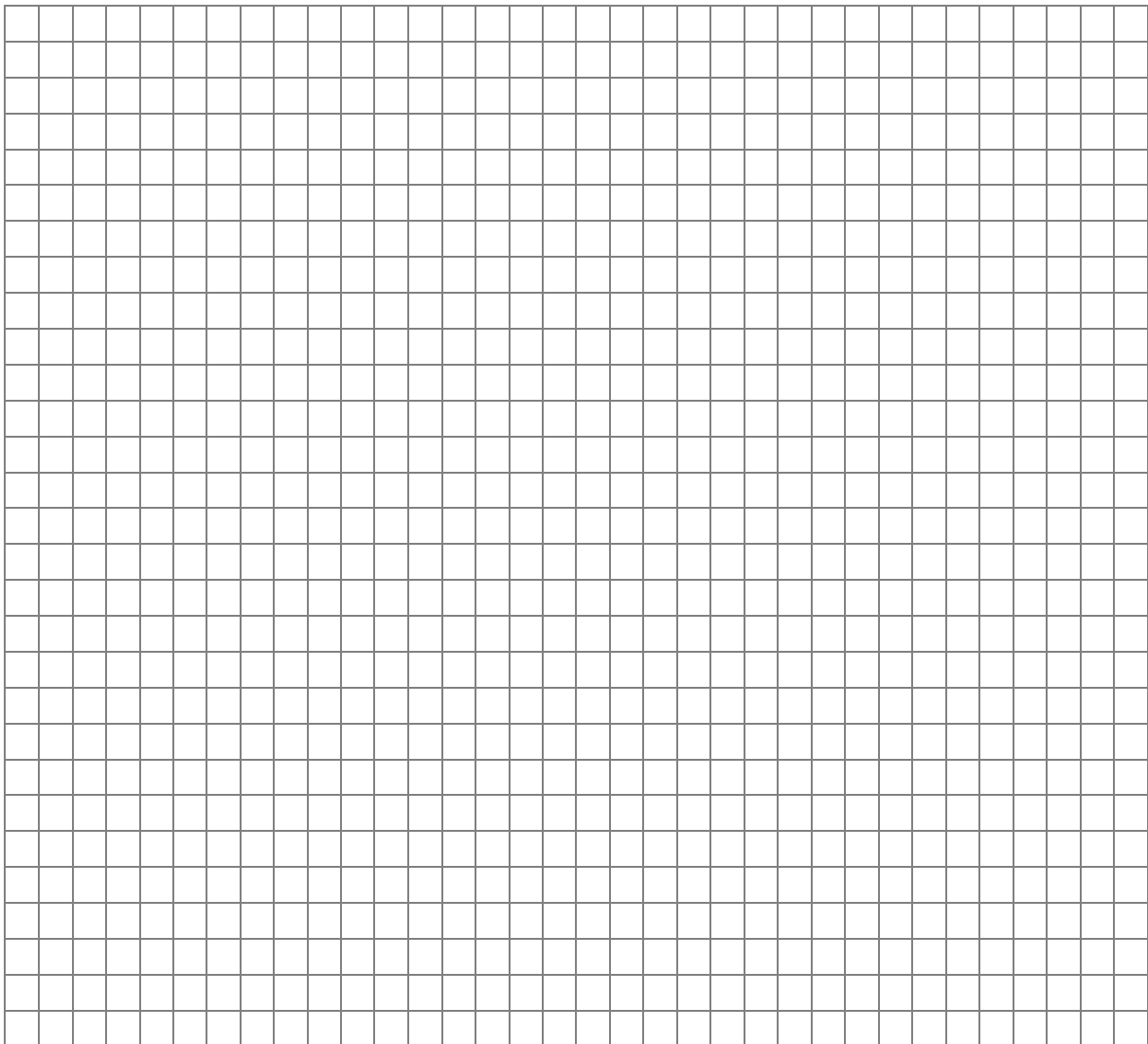
5p

3. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x$

(2p) a) Argumentează că  $P(1,1)$  este punctul de intersecție al reprezentărilor geometrice ale graficelor celor două funcții.



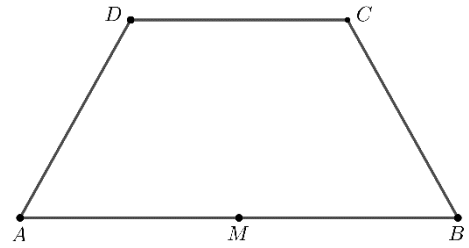
(3p) b) Calculează distanța de la originea  $O(0,0)$  a sistemului de axe ortogonale  $xOy$  la reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$ .



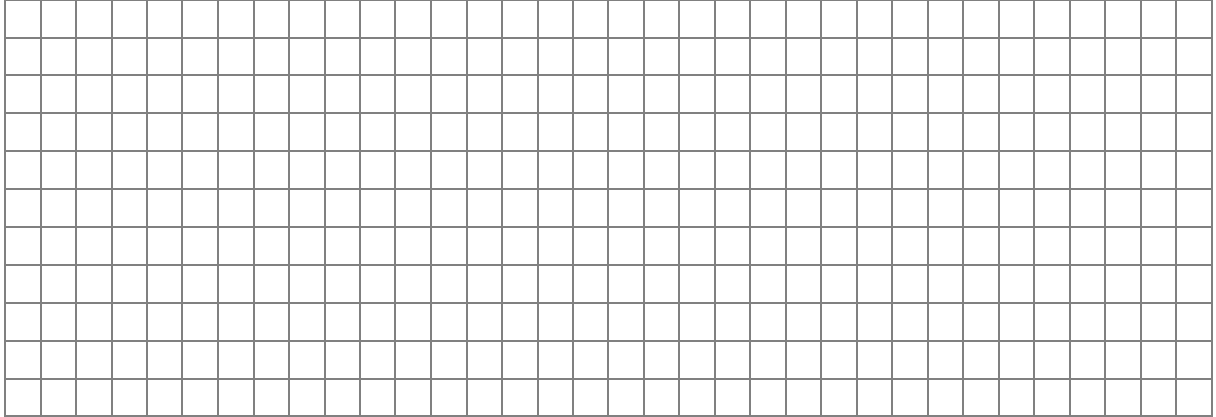


5p

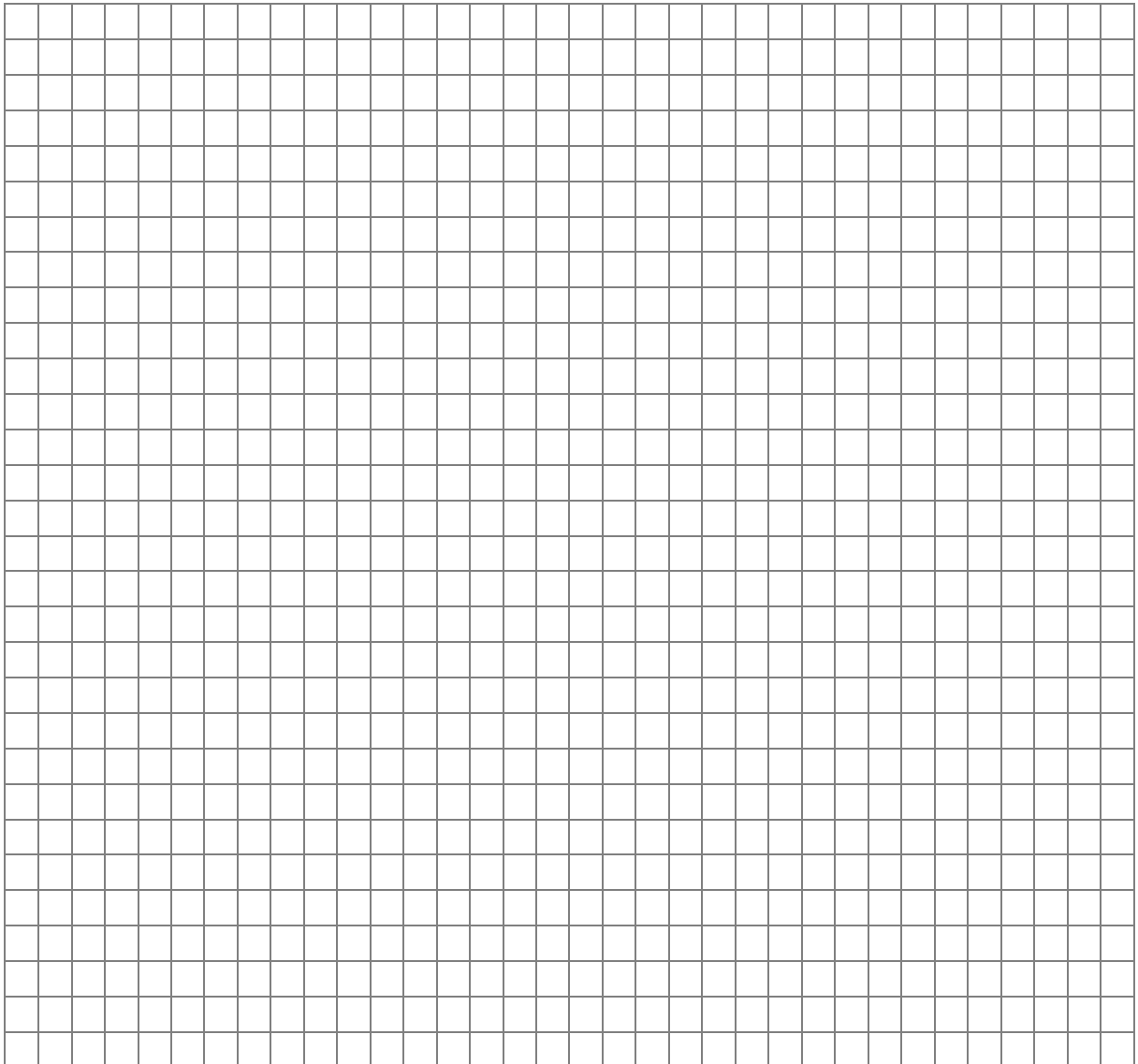
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ . Punctul  $M$  este mijlocul bazei mari  $AB$  și  $AM = AD = CD = 12$  cm.



(2p) a) Arată că aria trapezului  $ABCD$  este egală cu  $108\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.



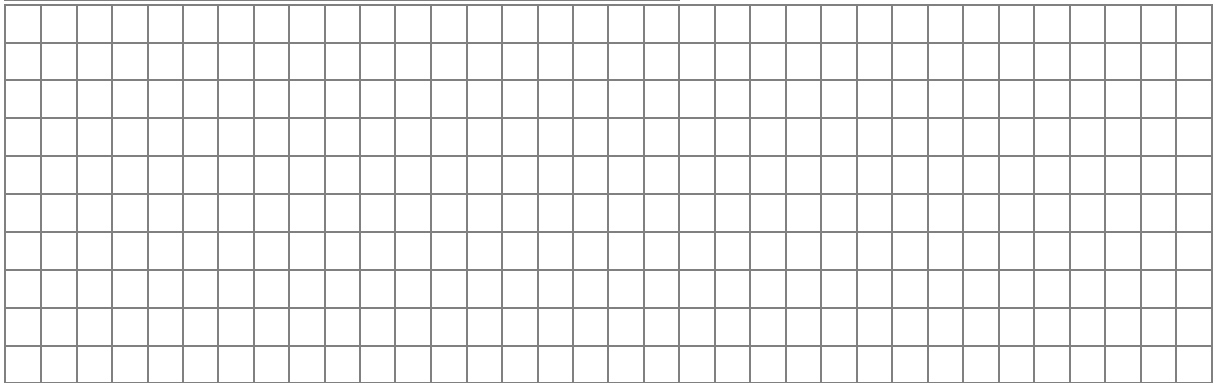
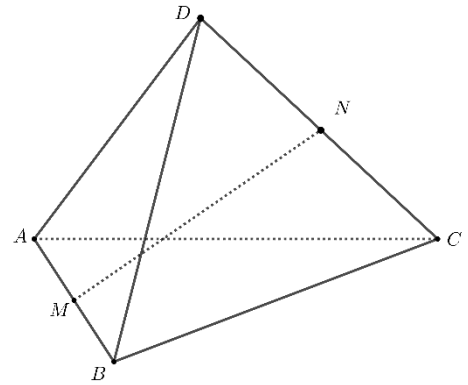
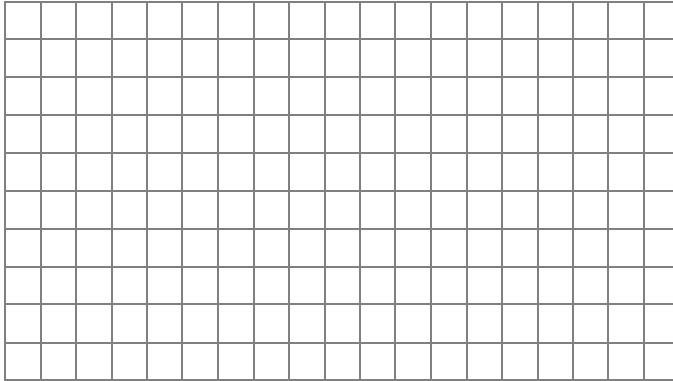
(3p) b) Demonstrează că bisectoarea unghiului  $BAD$  este perpendiculară pe dreapta  $BC$ .



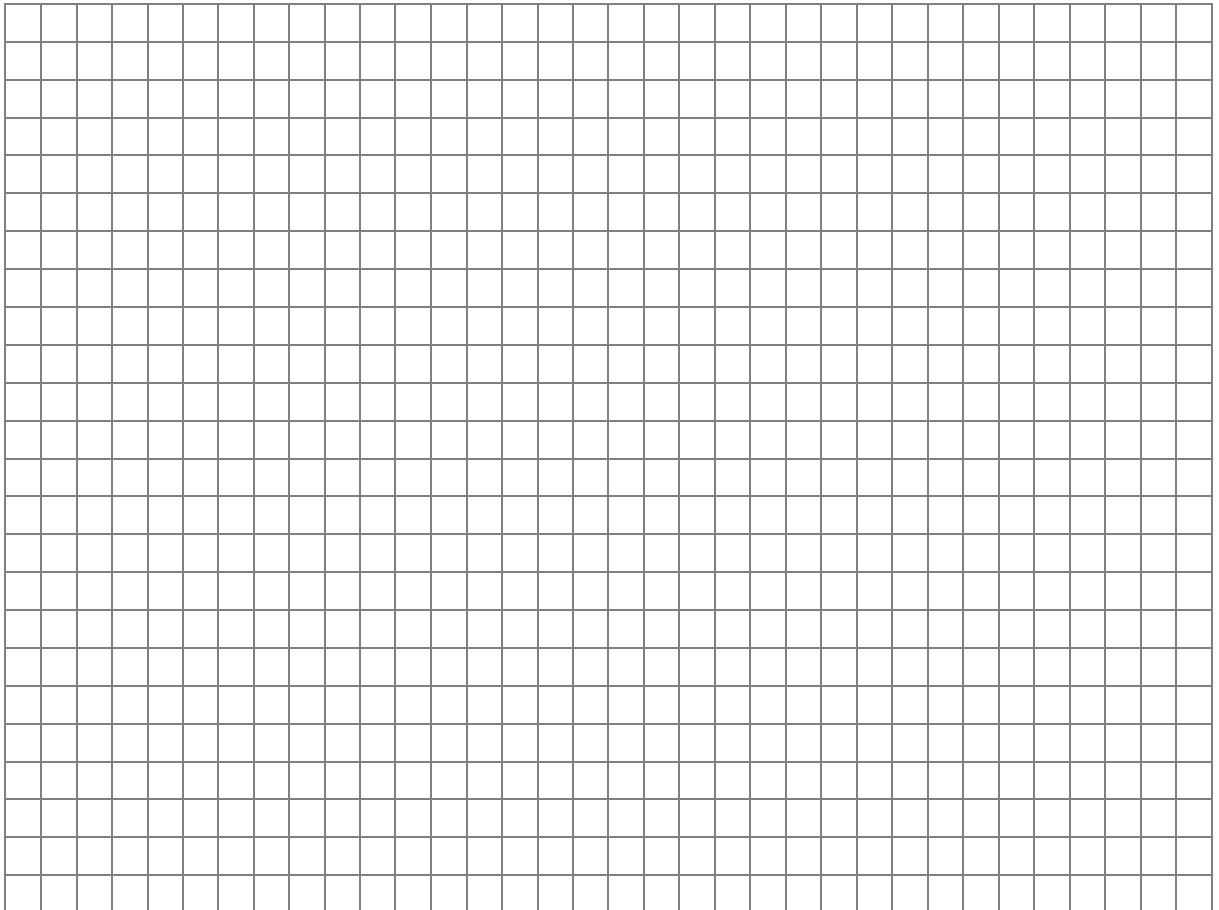
5p

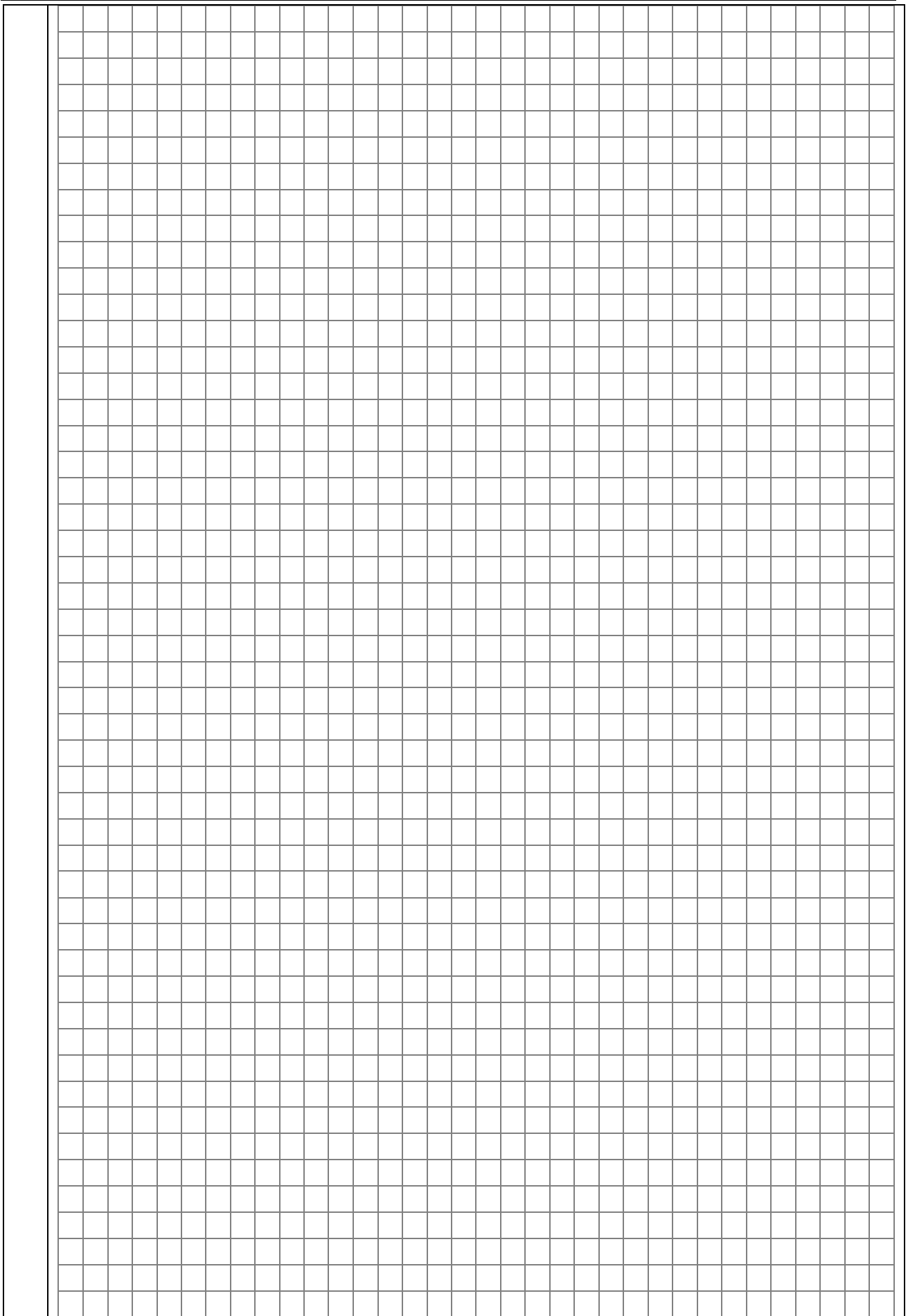
6. O cutie de bomboane de forma unui tetraedru regulat  $ABCD$ , cu muchia de lungime  $12\text{cm}$ , este reprezentată în figura alăturată. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $AB$ , respectiv  $CD$ .

(2p) a) Arată că  $MN$  are lungimea mai mică decât  $5\sqrt{3}\text{cm}$ .



(3p) b) Determină cosinusul unghiului dintre planele  $(ABN)$  și  $(ABC)$ .







**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 14**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Numărul natural de forma <math>\overline{2x}</math> divizibil cu 6 este:</p> <p>a) 28 b) 26 c) 24 d) 22</p>															
<b>5p</b>	<p>2. În tabelul de mai jos sunt prezentate informații referitoare la temperatura înregistrată în patru zile, la ora 8:00, respectiv ora 12:00.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th><b>8:00</b></th><th><b>12:00</b></th></tr></thead><tbody><tr><td>Luni</td><td>4°C</td><td>8°C</td></tr><tr><td>Marți</td><td>3°C</td><td>9°C</td></tr><tr><td>Miercuri</td><td>4°C</td><td>16°C</td></tr><tr><td>Joi</td><td>6°C</td><td>18°C</td></tr></tbody></table> <p>Zilele pentru care raportul dintre temperatura înregistrată la ora 8:00 și temperatura înregistrată la ora 12:00 are aceeași valoare sunt:</p> <p>a) Luni și Miercuri b) Luni și Joi c) Marți și Miercuri d) Marți și Joi</p>		<b>8:00</b>	<b>12:00</b>	Luni	4°C	8°C	Marți	3°C	9°C	Miercuri	4°C	16°C	Joi	6°C	18°C
	<b>8:00</b>	<b>12:00</b>														
Luni	4°C	8°C														
Marți	3°C	9°C														
Miercuri	4°C	16°C														
Joi	6°C	18°C														
<b>5p</b>	<p>3. Vârful Omu din Munții Bucegi are altitudinea de 2505m. Marea Neagră are o adâncime medie de 1271m. Valoarea absolută a diferenței dintre adâncimea medie a Mării Negre și altitudinea vârfului Omu este egală cu:</p> <p>a) 3776m b) -3776m c) 1234m d) -1234m</p>															
<b>5p</b>	<p>4. Dintre următoarele seturi de numere, cel care reprezintă numai fracții ordinare subunitare este:</p> <p>a) <math>\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{6}{8}, \frac{1}{3}, \frac{5}{7}</math> b) <math>\frac{10}{13}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{15}{8}, \frac{2}{7}, \frac{3}{10}</math> c) <math>\frac{1}{4}, \frac{9}{15}, \frac{6}{11}, \frac{7}{8}, \frac{6}{5}, \frac{5}{7}</math> d) <math>\frac{5}{9}, \frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{10}{11}, \frac{4}{13}, \frac{5}{7}</math></p>															

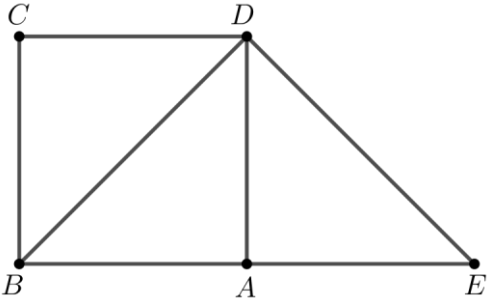
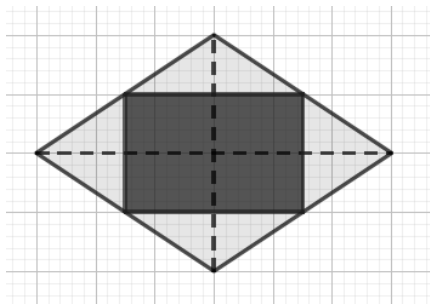
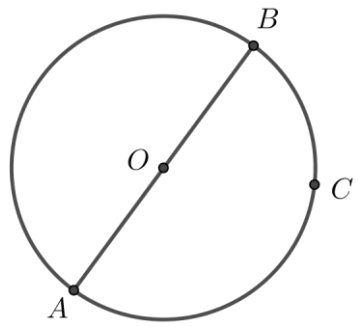
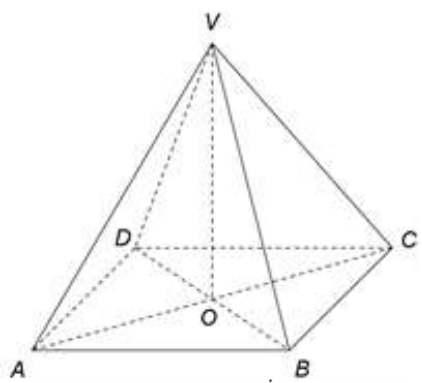
<b>5p</b>	<p>5. Patru elevi, Radu, Alexandru, Vlad și Eva, calculează media geometrică a numerelor <math>8\sqrt{3}</math> și <math>3\sqrt{3}</math>. Rezultatele obținute sunt înregistrate în tabelul următor.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Radu</td> <td><math>2\sqrt{6}</math></td> </tr> <tr> <td>Alexandru</td> <td><math>6\sqrt{2}</math></td> </tr> <tr> <td>Vlad</td> <td><math>4\sqrt{3}</math></td> </tr> <tr> <td>Eva</td> <td><math>6\sqrt{3}</math></td> </tr> </table> <p>Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică a celor două numere este:</p> <p>a) Radu b) Alexandru c) Vlad d) Eva</p>	Radu	$2\sqrt{6}$	Alexandru	$6\sqrt{2}$	Vlad	$4\sqrt{3}$	Eva	$6\sqrt{3}$								
Radu	$2\sqrt{6}$																
Alexandru	$6\sqrt{2}$																
Vlad	$4\sqrt{3}$																
Eva	$6\sqrt{3}$																
<b>5p</b>	<p>6. Elevii unei clase au obținut la un test notele prezentate în tabelul de mai jos:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><b>Nota</b></td> <td><b>10</b></td> <td><b>9</b></td> <td><b>8</b></td> <td><b>7</b></td> <td><b>6</b></td> <td><b>5</b></td> <td><b>4</b></td> </tr> <tr> <td><b>Număr elevi</b></td> <td>2</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>Un elev afirmă că ”media notelor obținute de elevii clasei este egală cu 7,30”. Afirmatia făcută este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>	<b>Nota</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>Număr elevi</b>	2	2	6	7	5	1	1
<b>Nota</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>										
<b>Număr elevi</b>	2	2	6	7	5	1	1										

## SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

<b>5p</b>	<p>1. În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>. Știind că punctele <math>M</math> și <math>N</math>, sunt mijloacele segmentelor <math>AB</math> respectiv <math>BC</math>, <math>AB = 2\text{cm}</math> și <math>BC = 4\text{cm}</math>, lungimea segmentului <math>MN</math> este egală cu:</p> <p>a) 1cm b) 2cm c) 3cm d) 4cm</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div>
<b>5p</b>	<p>2. În figura alăturată punctele <math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math> se găsesc la distanțe egale unul față de celălalt, respectiv la distanțe egale față de punctul <math>G</math>. Măsura unghiului <math>BGC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>90^\circ</math> b) <math>120^\circ</math> c) <math>130^\circ</math> d) <math>150^\circ</math></p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div>

<p><b>5p</b></p>	<p><b>3.</b> În figura alăturată este reprezentat un pătrat <math>ABCD</math> de latură 3cm. Perpendiculara în <math>D</math> pe diagonala <math>BD</math> a pătratului <math>ABCD</math> intersectează dreapta <math>AB</math> în punctul <math>E</math>. Perimetrul triunghiului <math>DBE</math> este egal cu:</p> <p>a) 9cm b) <math>3(2 + \sqrt{2})</math>cm c) 18cm d) <math>6(1 + \sqrt{2})</math>cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> Figura alăturată reprezintă schița unei fețe de masă în formă de romb cu lungimile diagonalelor de 60 cm și de 80 cm. Pe fața de masă este cusută o broderie în formă de dreptunghi, care are vârfurile în mijloacele laturilor feței de masă. Valoarea raportului dintre suprafața broderiei și suprafața feței de masă este:</p> <p>a) <math>\frac{1}{8}</math> b) <math>\frac{1}{4}</math> c) <math>\frac{1}{3}</math> d) <math>\frac{1}{2}</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> În figura alăturată punctele <math>A</math> și <math>B</math> sunt situate pe cercul de centru <math>O</math> și sunt diametral opuse, iar punctul <math>C</math> aparține cercului dat astfel încât <math>AC = 2\sqrt{3}</math> cm și <math>BC = OC</math>. Aria triunghiului <math>BOC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>\sqrt{3}</math> cm b) 6 cm c) 8 cm d) <math>6\sqrt{3}</math> cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră <math>VABCD</math> cu <math>ABCD</math> pătrat, <math>AB = 12</math>cm și înălțimea <math>VO = 8</math>cm. Volumul piramidei <math>VABCD</math> este egal cu:</p> <p>a) <math>96\text{cm}^3</math> b) <math>144\text{cm}^3</math> c) <math>384\text{cm}^3</math> d) <math>1152\text{cm}^3</math></p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

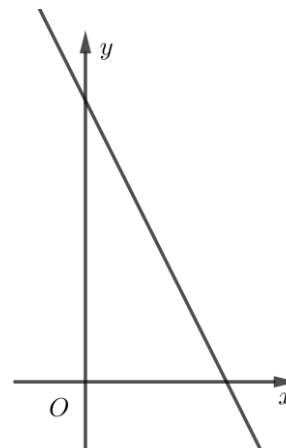
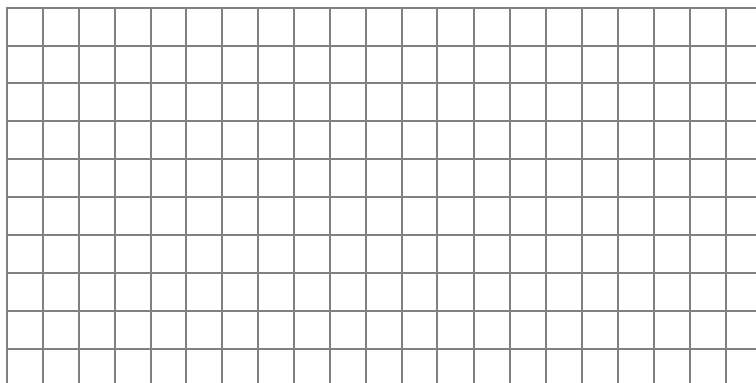
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Un automobil a parcurs un drum în trei zile, astfel: în prima zi a parcurs 35% din lungimea drumului, în a doua zi 20% din lungimea drumului rămas, iar în a treia zi restul de 624 km.</p> <p><b>(2p) a)</b> Este adevărat că automobilul a parcurs în primele două zile jumătate din lungimea drumului? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p><b>(3p) b)</b> Determină în care dintre cele trei zile automobilul a parcurs cei mai multi kilometri.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
<b>5p</b>	<p>2. Se consideră expresia <math>E(x) = (x + 2021)^2 - 10(x + 2021) + 21</math>, unde <math>x</math> este număr real.</p> <p><b>(2p) a)</b> Arată că <math>x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)</math>, pentru orice număr real <math>x</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p><b>(3p) b)</b> Demonstrează că <math>E(-2018) \cdot E(-2019) \cdot E(-2020) \cdot E(-2021) = 0</math>.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>

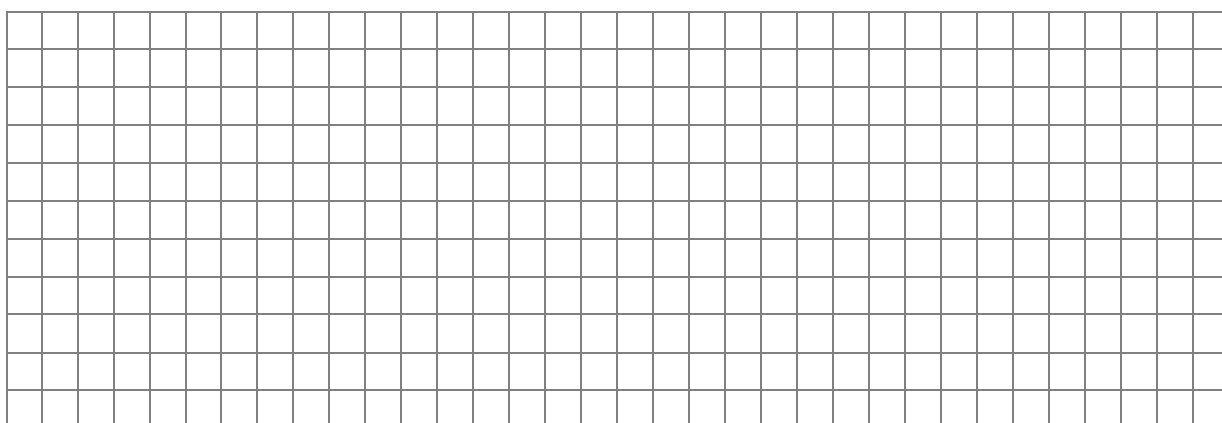
5p

3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 8$ .

(2p) a) Determină numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(a, 2a)$  aparține graficului funcției  $f$ .



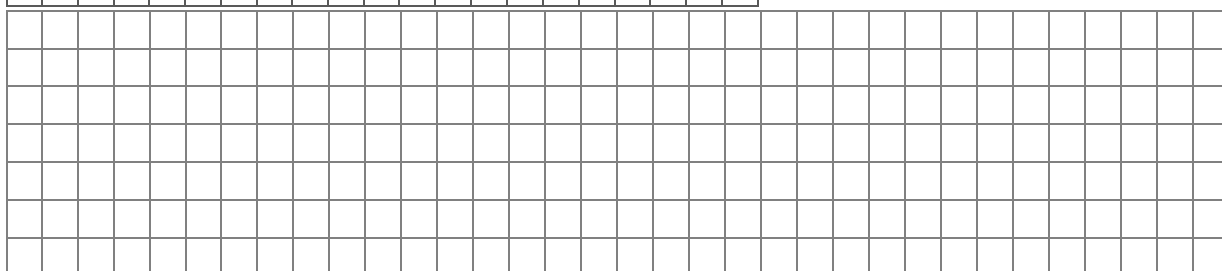
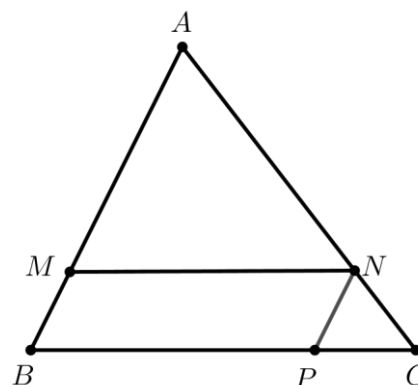
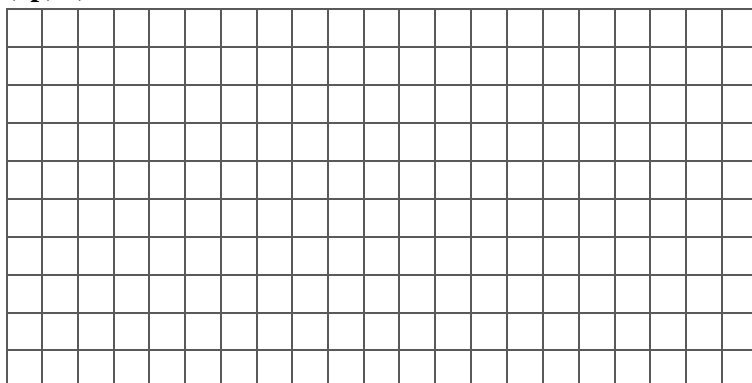
(3p) b) În sistemul de axe ortogonale  $xOy$  se consideră punctul  $A(2, 4)$ , iar  $B$  este punctul de intersecție al graficului funcției  $f$  cu axa  $Oy$ . Determină lungimea segmentului  $AB$ .



5p

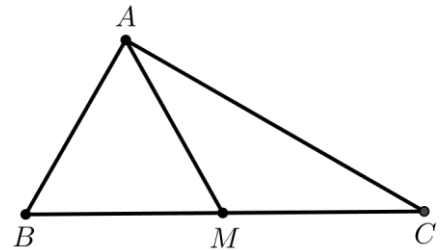
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ . Pe latura  $AB$  a triunghiului se consideră punctul  $M$  și se construiește paralela  $MN$  la dreapta  $BC$ , cu  $N \in AC$ . Paralela prin  $N$  la dreapta  $AB$  intersectează pe  $BC$  în punctul  $P$ .

(2p) a) Arată că  $MN \cdot AC = BC \cdot AN$ .



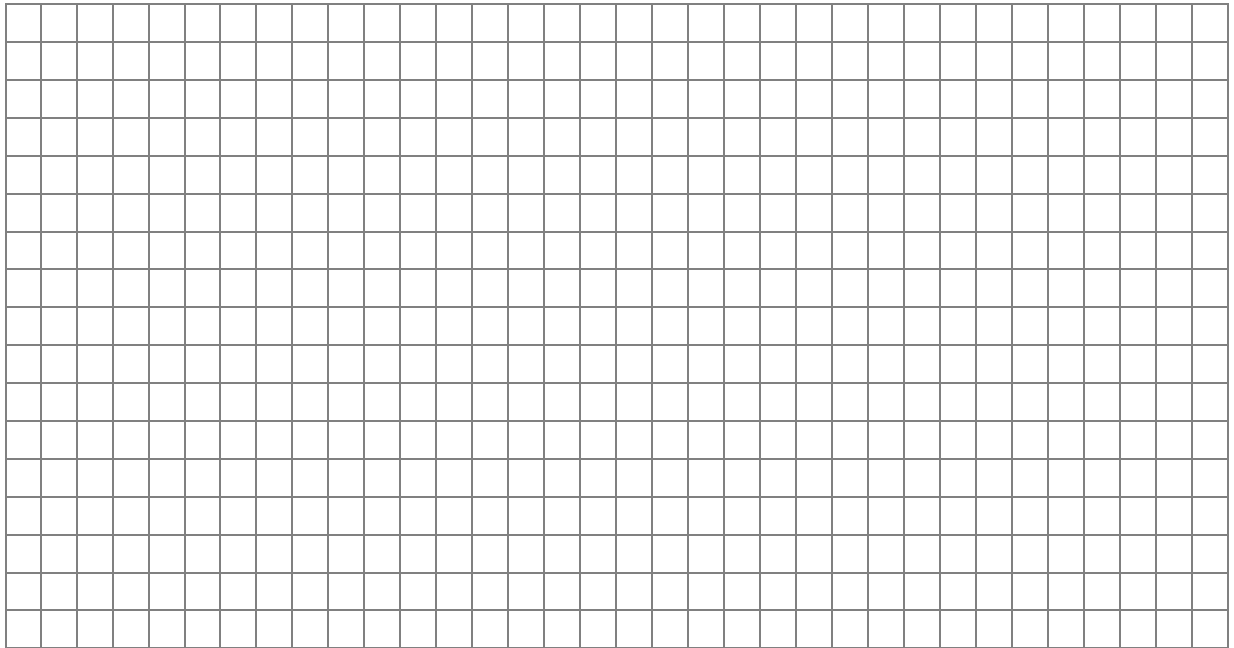
(3p) b) Demonstrează că  $\frac{BP}{BC} + \frac{BM}{AB} = 1$ .

5p 5. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ , măsura unghiului  $ACB$  este de  $30^\circ$  și  $AB = 6\text{cm}$ .



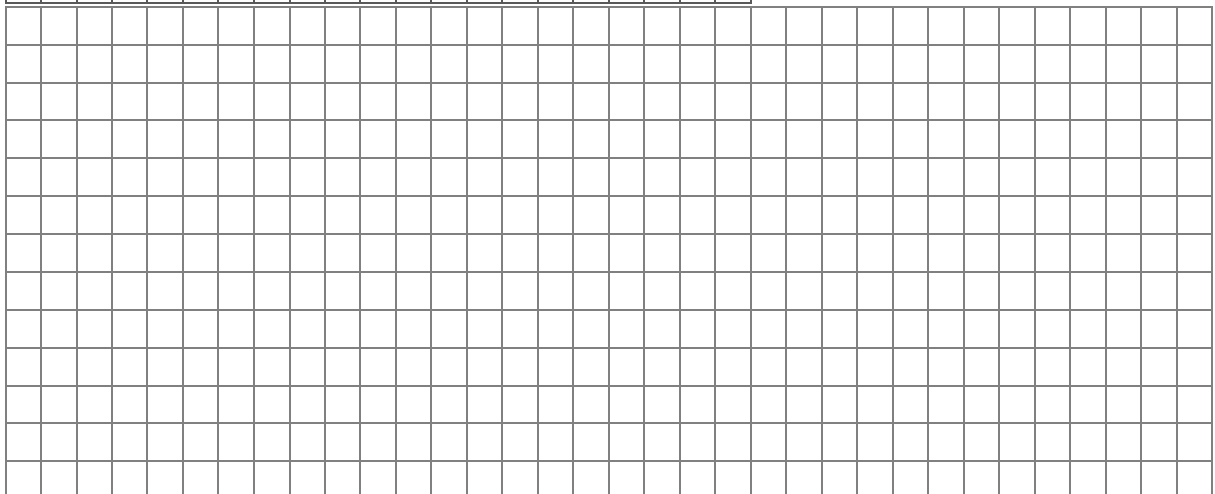
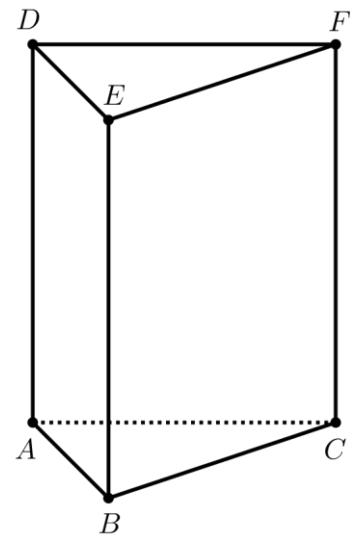
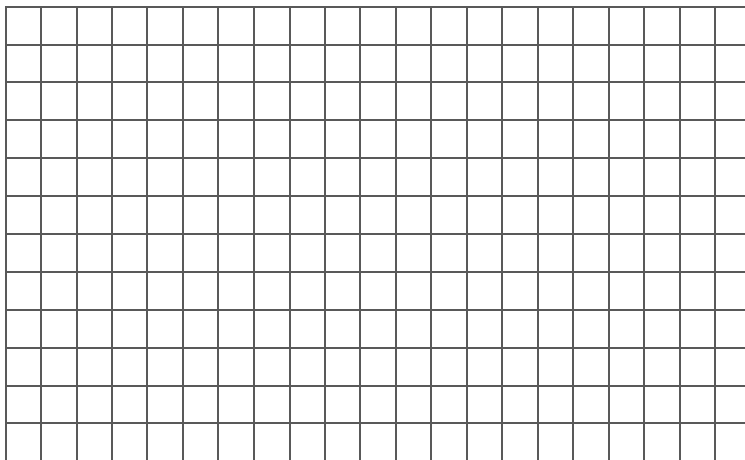
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $ABM$  este egal cu  $18\text{cm}$ .

**(3p) b)** Arată că aria triunghiului  $AMC$  este mai mică decât  $16\text{cm}^2$ .

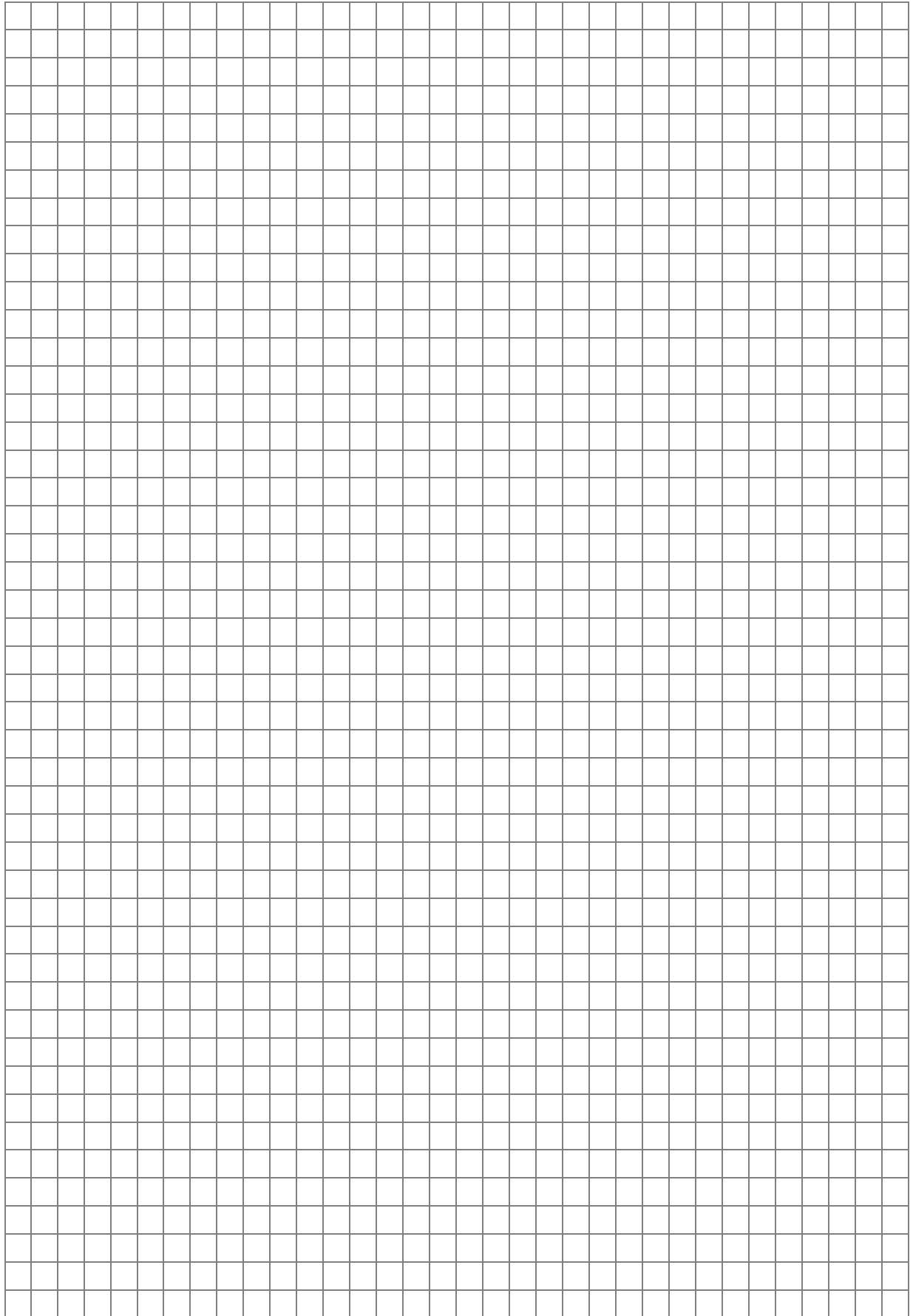


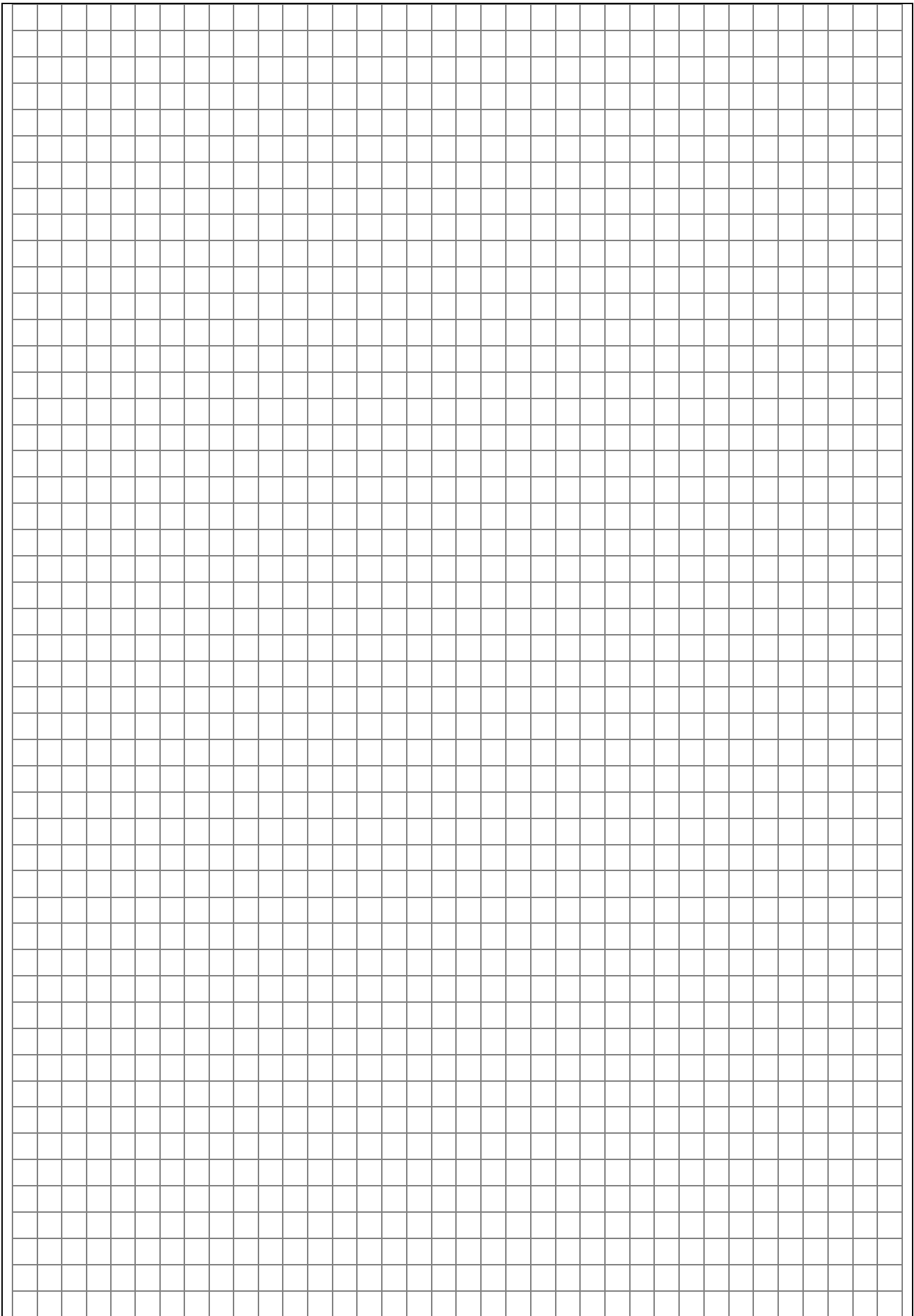
**5p) 6.** În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă  $ABCDEF$ , cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ , iar  $AB = 12\text{cm}$  și  $AD = 18\text{cm}$ .

**(2p) a)** Arată că aria totală a prisme este mai mare decât  $720\text{cm}^2$ .



**(3p) b)** Se consideră punctul  $A'$  din planul  $(BCD)$  astfel încât  $AA' = 9\text{cm}$ . Determină măsura unghiului dintre dreptele  $AA'$  și  $EF$ .







**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2020 - 2021**

**Matematică**

**Testul 15**

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

**SUBIECTUL I**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

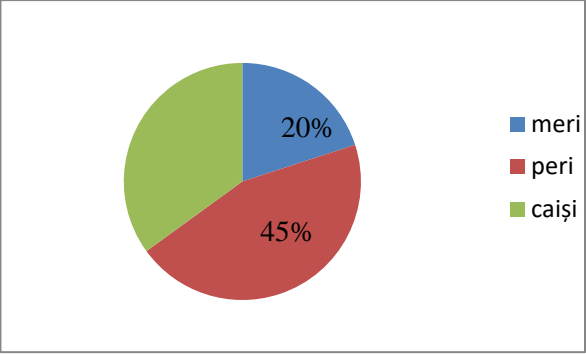
**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<p>1. Cel mai mic număr par de ordinul zecilor, format cu cifre identice, este numărul:</p> <p>a) 10 b) 11 c) 22 d) 98</p>								
<b>5p</b>	<p>2. Numărul care reprezintă <math>\frac{3}{4}</math> din 1600 este egal cu:</p> <p>a) 120 b) 1200 c) <math>\frac{6400}{3}</math> d) 4800</p>								
<b>5p</b>	<p>3. Patru elevi propun câte un exercițiu de calcul. În tabelul de mai jos sunt scrise numele elevilor și exercițiile propuse de aceștia.</p> <table border="1" data-bbox="620 952 1031 1140"><tbody><tr><td>Alina</td><td><math>-3 + (-4)</math></td></tr><tr><td>Mihai</td><td><math>-3 + 4</math></td></tr><tr><td>Daria</td><td><math>-(-3) + 4</math></td></tr><tr><td>Vlad</td><td><math>+3 - 4</math></td></tr></tbody></table> <p>Conform informațiilor din tabel, prin rezolvarea corectă a calculelor, rezultatul care reprezintă cel mai mic număr corespunde exercițiului propus de:</p> <p>a) Alina b) Mihai c) Daria d) Vlad</p>	Alina	$-3 + (-4)$	Mihai	$-3 + 4$	Daria	$-(-3) + 4$	Vlad	$+3 - 4$
Alina	$-3 + (-4)$								
Mihai	$-3 + 4$								
Daria	$-(-3) + 4$								
Vlad	$+3 - 4$								
<b>5p</b>	<p>4. Șase caiete tip dictando și cinci caiete de matematică costă 15 lei, iar șase caiete tip dictando și două caiete de matematică costă 11,4 lei. Prețul unui caiet de matematică este de:</p> <p>a) 1,2 lei b) 1,5 lei c) 2,1 lei d) 3,6 lei</p>								
<b>5p</b>	<p>5. Numărul <math>2\sqrt{7}</math> aparține intervalului de numere reale:</p> <p>a) <math>(2, 3)</math> b) <math>[3, 4]</math> c) <math>[4, 5)</math> d) <math>(5, 6)</math></p>								

**5p** 6. Într-o livadă sunt 300 de pomi fructiferi de trei tipuri: meri, peri și caiși. În diagrama de mai jos este reprezentată distribuția celor 300 de pomi fructiferi în funcție de tipul acestora.

Conform diagramei, numărul caișilor din livadă este egal cu:

a) 60  
b) 105  
c) 135  
d) 150  
e)



Tip pom	Procent
meri	20%
peri	45%
caiși	35%


### SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

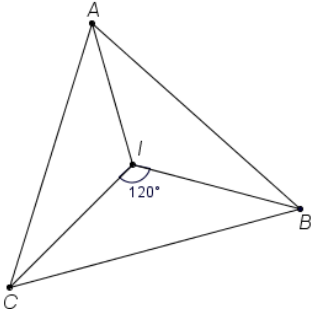
**5p** 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  și  $E$ , distincte, în această ordine, astfel încât punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $AE$  și, respectiv, al segmentului  $BD$ . Dintre afirmațiile următoare, cea adevărată este:

a)  $AC - CD > DE$   
b)  $AC - CD < DE$   
c)  $AC - CD = DE$   
d)  $AC + CD = DE$



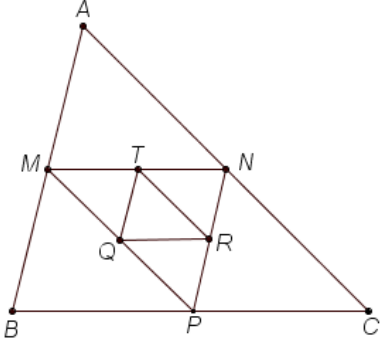
**5p** 2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ . Punctul  $I$  este punctul de intersecție a bisectoarelor unghiurilor acestui triunghi. Știind că măsura unghiului  $BIC$  este egală cu  $120^\circ$ , atunci măsura unghiului  $BAI$  este:

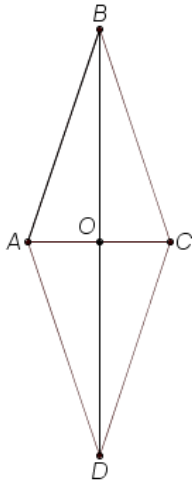
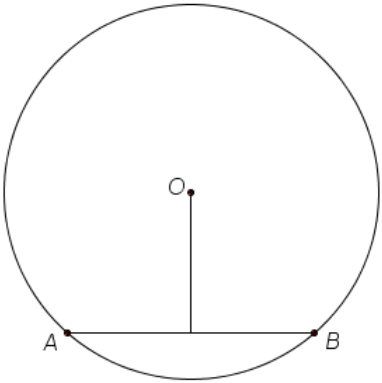
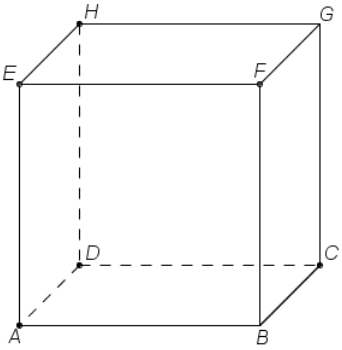
a)  $30^\circ$   
b)  $60^\circ$   
c)  $90^\circ$   
d)  $120^\circ$



**5p** 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ . Punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  sunt mijloacele laturilor  $AB$ ,  $AC$ , respectiv  $BC$ , iar punctele  $Q$ ,  $R$  și  $T$  sunt mijloacele segmentelor  $MP$ ,  $NP$ , respectiv  $MN$ . Raportul dintre perimetrul triunghiului  $QRT$  și perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu:

a)  $\frac{1}{2}$   
b)  $\frac{1}{3}$   
c)  $\frac{1}{4}$   
d)  $\frac{1}{12}$



<p><b>5p</b></p>	<p><b>4.</b> Se consideră rombul <math>ABCD</math> în care diagonalele <math>AC</math> și <math>BD</math> se intersectează în punctul <math>O</math>. Perimetrul rombului este egal cu <math>100\text{cm}</math>, iar distanța de la punctul <math>A</math> la dreapta <math>BC</math> este egală cu <math>24\text{cm}</math>. Aria suprafeței triunghiului <math>AOB</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>2400\text{cm}^2</math> b) <math>600\text{cm}^2</math> c) <math>300\text{cm}^2</math> d) <math>150\text{cm}^2</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>5.</b> În figura alăturată este reprezentat cercul de centru <math>O</math> și punctele <math>A</math> și <math>B</math> care aparțin acestui cerc. Lungimea segmentului <math>AB</math> este de <math>8\text{cm}</math> și distanța de la centrul cercului la dreapta <math>AB</math> este de <math>3\text{cm}</math>. Lungimea acestui cerc este egală cu:</p> <p>a) <math>25\pi\text{cm}</math> b) <math>10\pi\text{cm}</math> c) <math>8\pi\text{cm}</math> d) <math>5\pi\text{cm}</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p><b>6.</b> În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic <math>ABCDEFGH</math> care are dimensiunile: <math>AB = 2\sqrt{2}\text{cm}</math>, <math>BC = 3\sqrt{3}\text{cm}</math> și <math>AE = 5\text{cm}</math>. Afirmația „Patrulaterul <math>ACGE</math> este pătrat.” este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

*Scrieți rezolvările complete.*

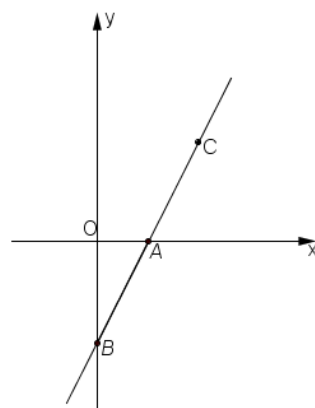
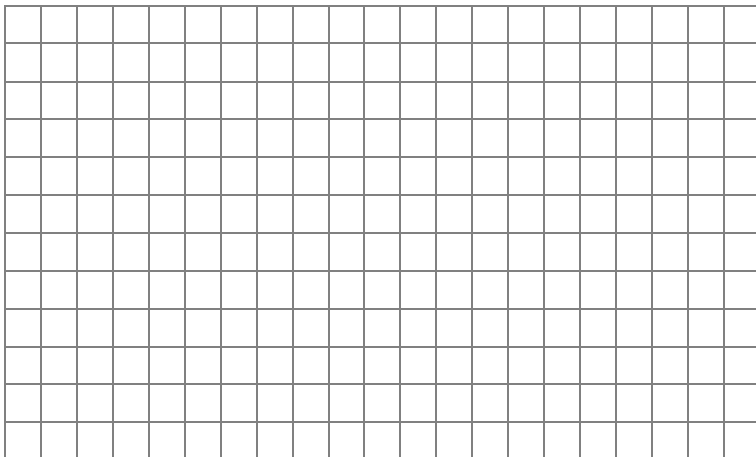
**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p><b>1.</b> Bunica Mariei are în ograda sa iepuri, găini și rațe. În total, în ogradă sunt 69 de animale care au 198 de picioare. Numărul găinilor este cu 11 mai mare decât al rațelor. <b>(2p) a)</b> Pot fi în ograda bunicii Mariei 35 de iepuri? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 150px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	--

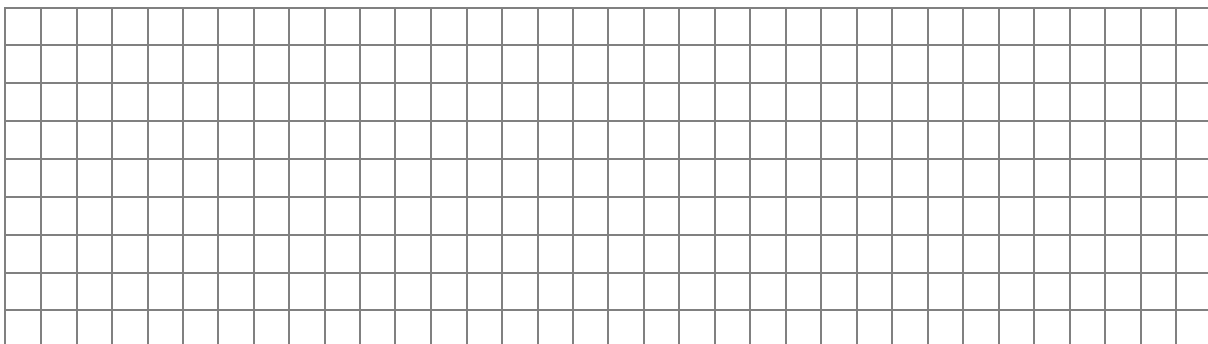


**5p** 3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$ .

(2p) a) Arată că:  $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)$ .

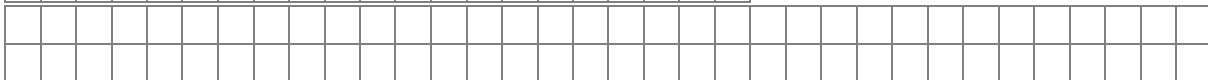
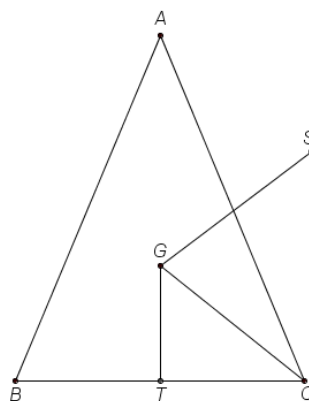
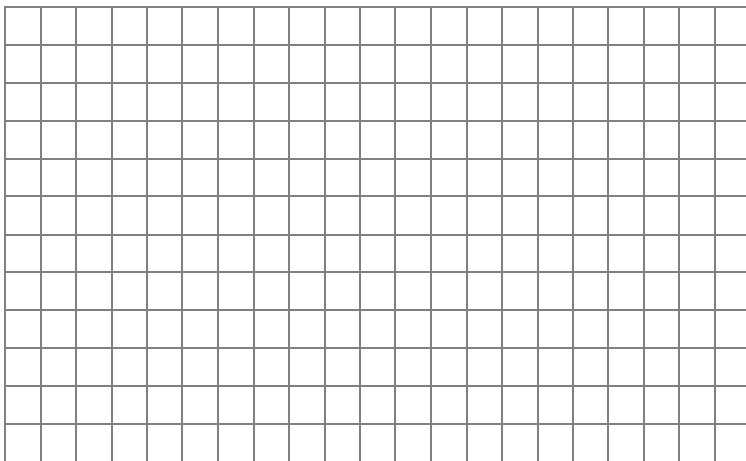


(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$  intersectează axele  $Ox$  și  $Oy$  ale sistemului de axe ortogonale  $xOy$  în punctele  $A$ , respectiv  $B$ . Punctul  $C$  aparține reprezentării grafice a funcției  $f$  astfel încât punctul  $A$  este mijlocul segmentului  $BC$ . Calculează suma distanțelor de la punctul  $C$  la axele de coordonate.

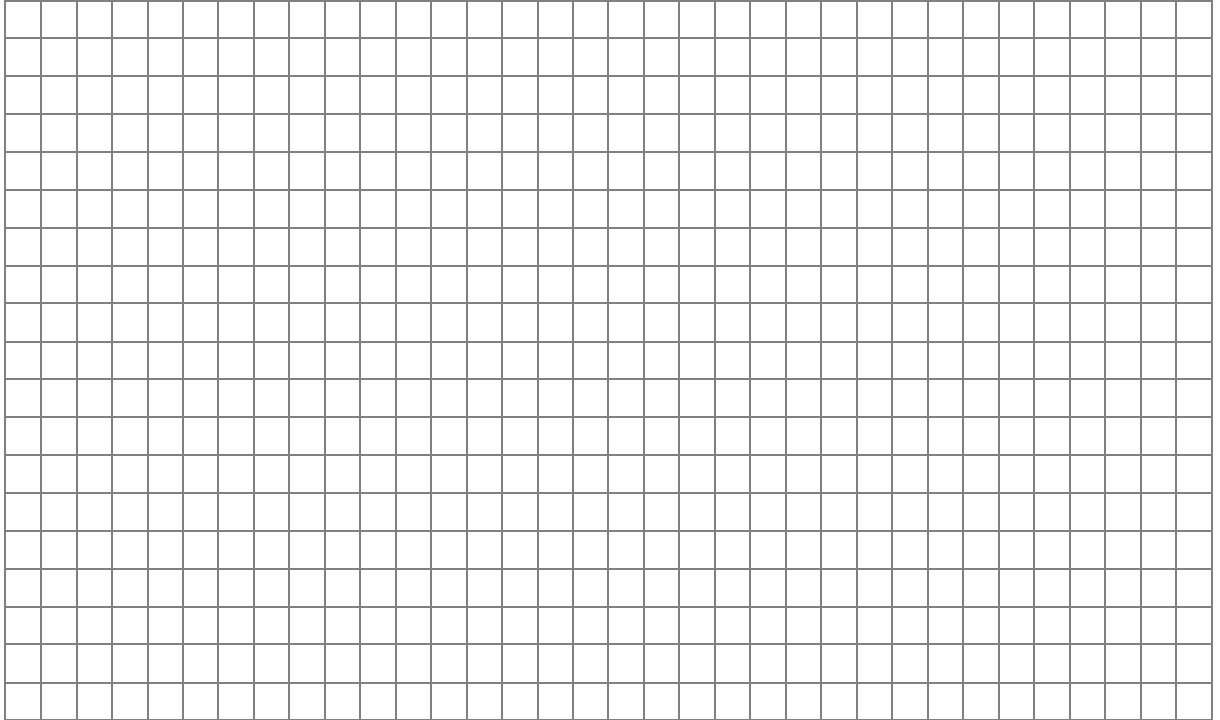


**5p** 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB \equiv AC$ ,  $BC = 20\text{cm}$ , punctul  $G$  reprezintă centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ , punctul  $T$  este mijlocul segmentului  $BC$  și  $GT = 8\text{cm}$ . Punctul  $S$  este simetricul punctului  $G$  față de mijlocul segmentului  $AC$ .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $72\text{cm}$ .

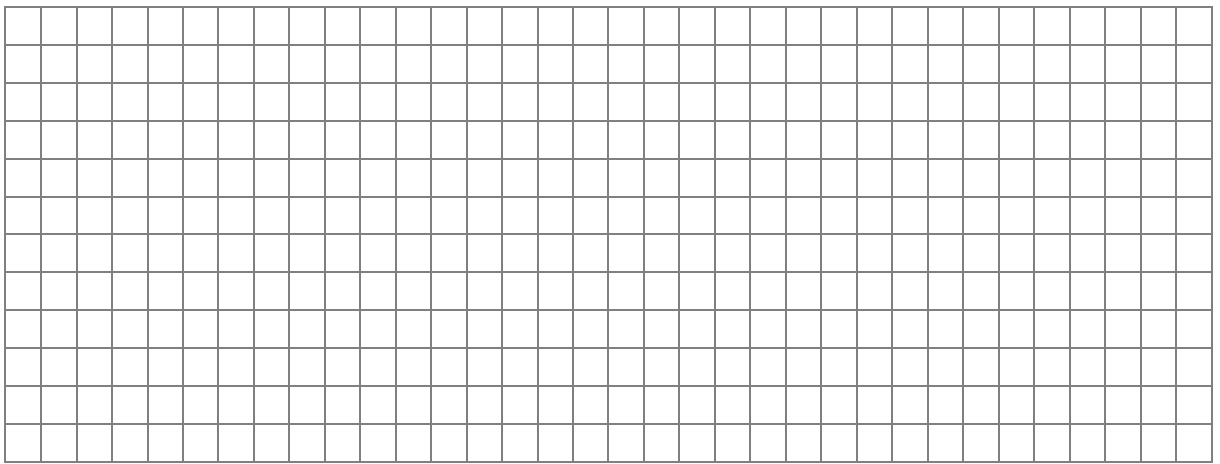
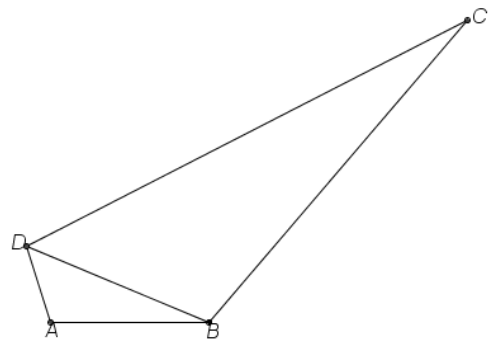
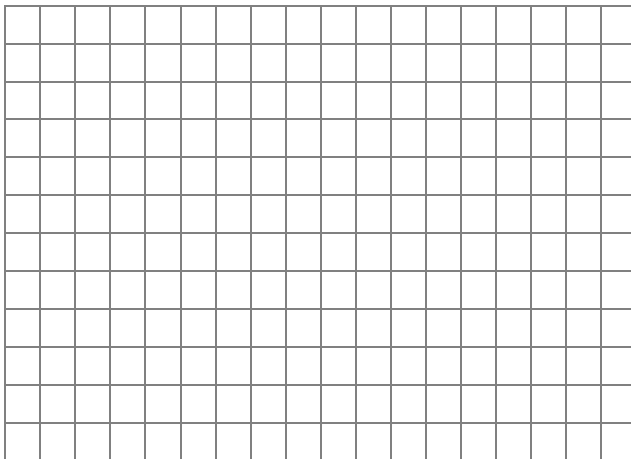


(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $S$  la dreapta  $CG$ .

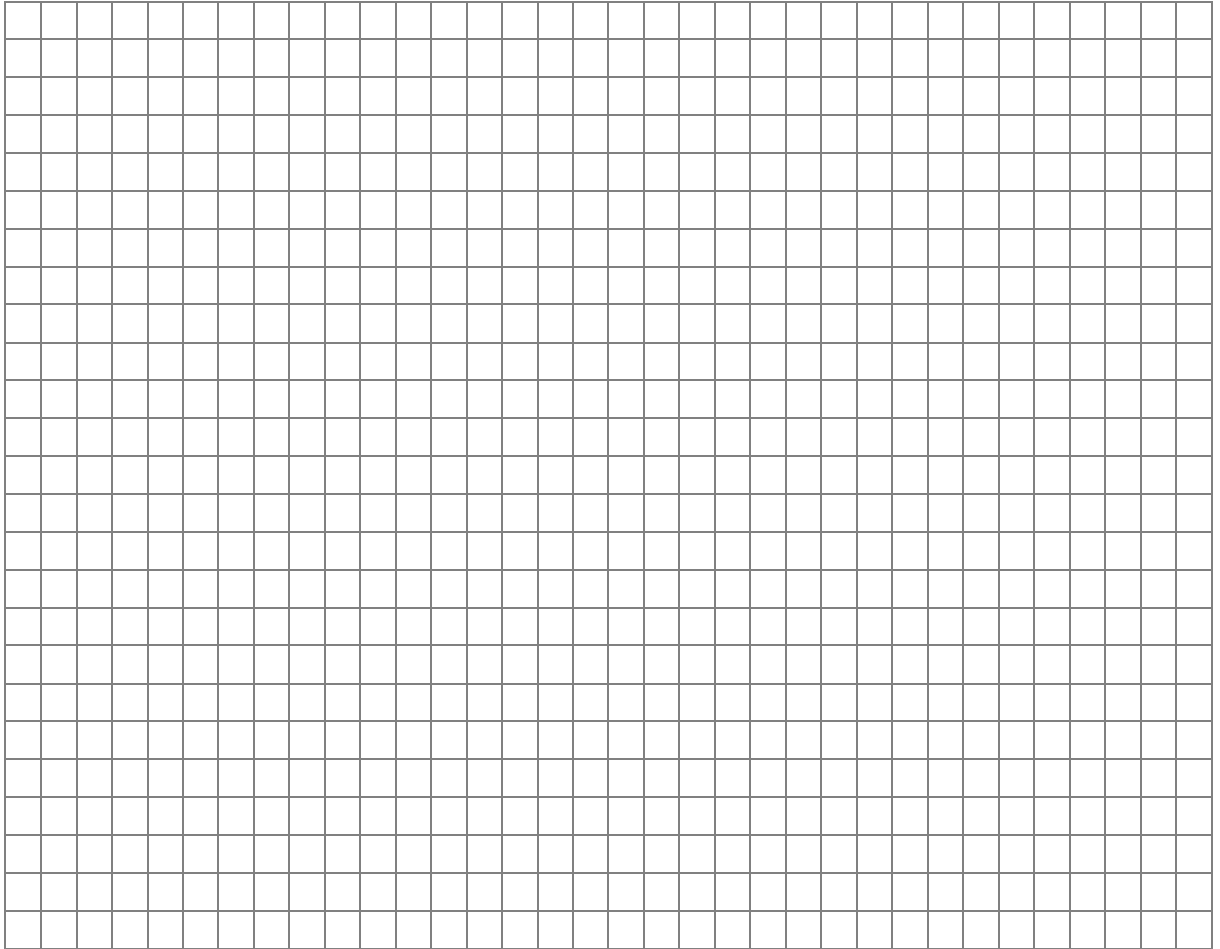


5p 5. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul  $ABCD$  cu  $AB = 8\text{cm}$ ,  $BC = 20\text{cm}$ ,  $CD = 25\text{cm}$ ,  $AD = 4\text{cm}$  și  $BD = 10\text{cm}$ .

(2p) a) Arată că raportul dintre sinusul unghiului  $ADB$  și sinusul unghiului  $ABD$  este egal cu 2.

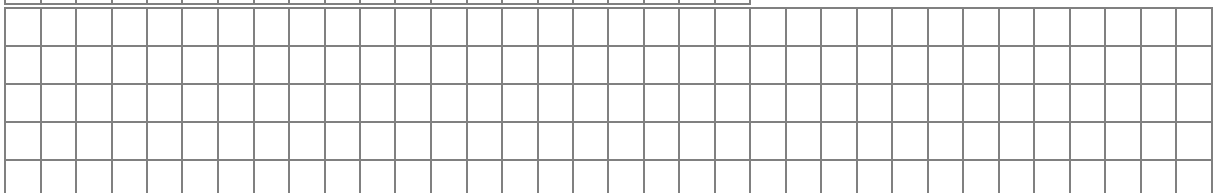
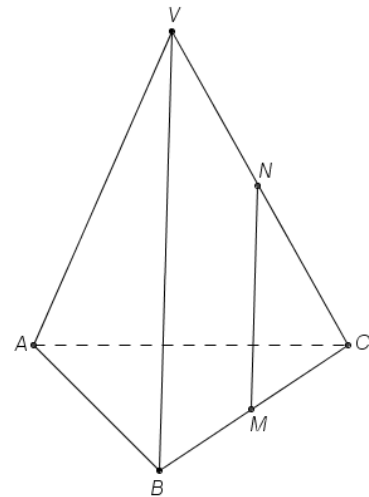
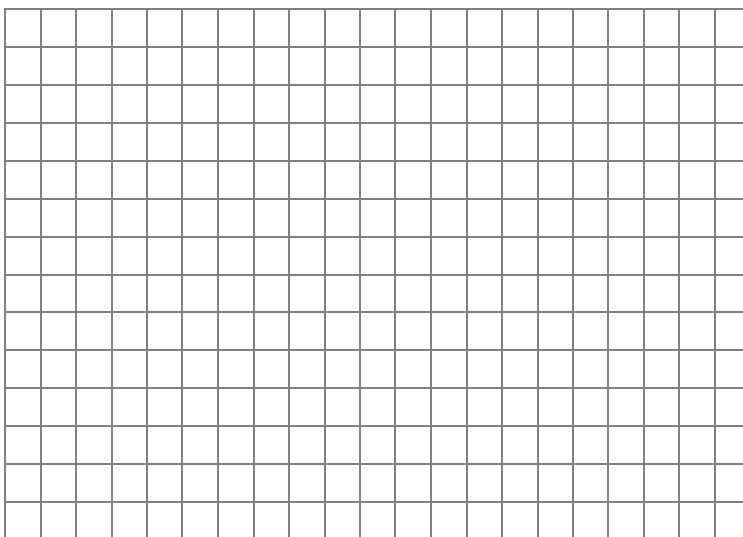


(3p) b) Demonstrează că semidreapta  $DB$  este bisectoarea unghiului  $ADC$ .

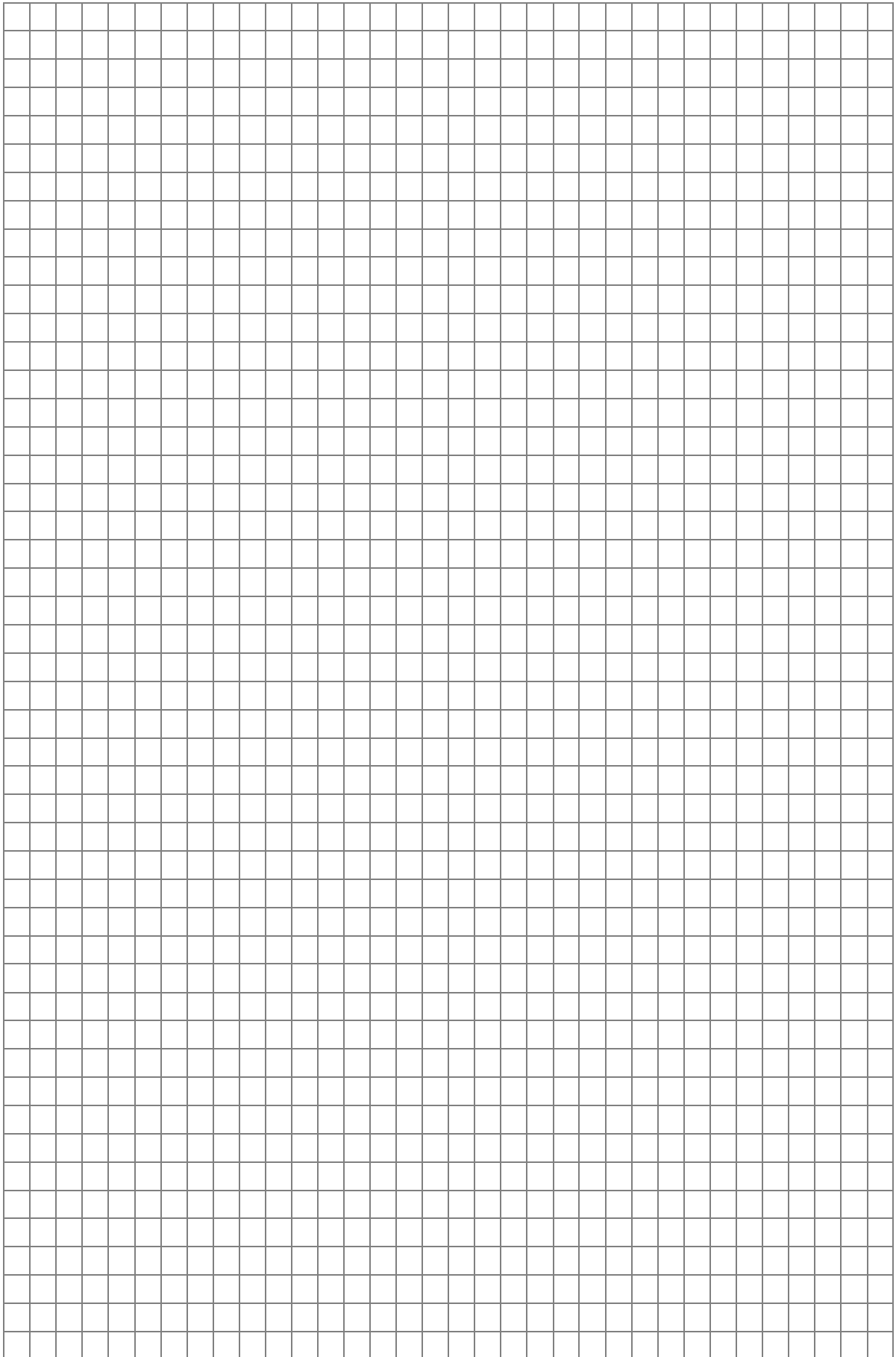


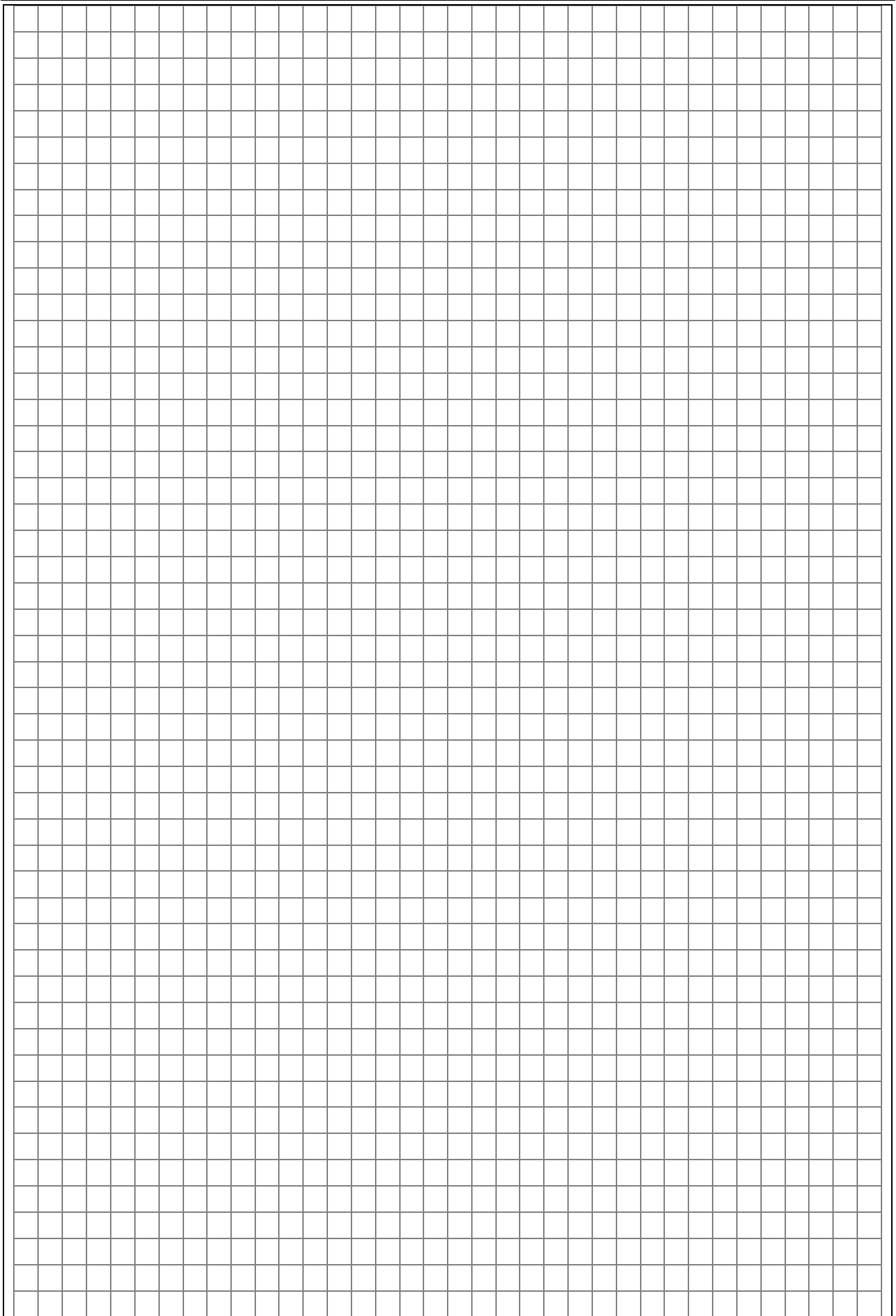
5p 6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată  $VABC$  cu baza triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $VA = 10\text{cm}$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $VC$ .

(2p) a) Arată că aria laterală a piramidei este egală cu  $9\sqrt{91}\text{cm}^2$ .



**(3p) b)** Determină lungimea proiecției segmentului  $MN$  pe planul  $(VAB)$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**  
**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 1**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	a)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	a)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) În urmă cu opt ani tatăl avea $36 - 8 = 28$ de ani, iar fiul avea $28 : 7 = 4$ ani, deci, în prezent fiul are $4 + 8 = 12$ ani	2p
	$36 : 12 = 3$ , deci, în prezent, vârsta fiului este de trei ori mai mică decât vârsta tatălui	1p
	b) $36 + x = 2(12 + x)$ , unde $x$ reprezintă numărul anilor care vor trece până când vârsta tatălui va fi egală cu dublul vârstei fiului $x = 12$ ani	1p 1p
2.	a) $E(x) = ((x+1) + (x-2))^2 =$	1p
	$= (2x-1)^2$	1p
	b) $E(\sqrt{2}) = 9 - 4\sqrt{2}$	1p
	$E(\sqrt{2}) + a\sqrt{2} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow 9 + (a-4)\sqrt{2} \in \mathbb{N}$ , de unde rezultă că $a = 4 \in \mathbb{N}$	2p

3.	a) $x = \left( \frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \left( \frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{18}{3\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13}$ $= \frac{26}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{2}{3}$	1p 1p
	b) $y = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{7\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \left( \frac{7}{7\sqrt{3}} - \frac{5}{7\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}$ $x + y = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N}$	2p 1p
4.	a) $\triangle AEB$ este dreptunghic isoscel, deci $\sphericalangle BAE = 45^\circ$ Cum $FD = DC$ și $DC = AD$ , $\triangle ADF$ este dreptunghic isoscel, deci $\sphericalangle FAD = 45^\circ$ $\sphericalangle FAE = \sphericalangle FAD + \sphericalangle DAB + \sphericalangle BAE = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ , deci punctele $E$ , $A$ și $F$ sunt coliniare	1p 1p
	b) $\sphericalangle ABD = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle EAB$ , deci $AE \parallel BD$ și, cum $DO = \frac{BD}{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ , unde $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow DO = AE$ , obținem $ADOE$ este paralelogram	2p
	$\{P\} = DE \cap AO$ și $DE$ , $AO$ sunt diagonale în paralelogram, deci $P$ este mijlocul segmentului $DE$	1p
5.	a) $\triangle EBC$ este dreptunghic în $B$ , $BA \perp EC$ de unde rezultă că $BA = \sqrt{AE \cdot AC} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$	2p
	b) $\triangle ABC$ este dreptunghic în $A$ , de unde rezultă că $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = 4\sqrt{5} \text{ cm}$ $\triangle EAB$ este dreptunghic în $A$ , deci $EB^2 = EA^2 + AB^2 \Rightarrow EB = 2\sqrt{5} \text{ cm}$ $P_{\triangle BCE} = 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 10 = 2(3\sqrt{5} + 5) \text{ cm}$ și, cum $6\sqrt{5} < 18 \Leftrightarrow \sqrt{5} < 3 \Leftrightarrow \sqrt{5} < \sqrt{9}$ , obținem că triunghiul $BCE$ are perimetrul mai mic decât $28 \text{ cm}$	1p 2p
	a) $D'D \perp (ABC)$ de unde rezultă că $\sphericalangle(D'B, (ADC)) = \sphericalangle(D'B, DB) = \sphericalangle D'BD$ $\triangle D'DB$ este dreptunghic în $D$ , $\cos(\sphericalangle D'DB) = \frac{DB}{D'B} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	1p 1p
6.	b) $ADD'A'$ - pătrat, $A'D \cap AD' = \{O\}$ , de unde rezultă $A'O \perp AD'$ $C'D' \perp (ADD')$ , $A'O \subset (ADD') \Rightarrow C'D' \perp A'O$ , cum $AD' \cap C'D' = \{D'\} \Rightarrow$ distanța de la $A'$ la planul $(BC'D')$ este $A'O$ $A'O = 3\sqrt{2} \text{ cm}$	2p 1p

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 2**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) În 31 de apartamente cu trei camere sunt $3 \cdot 31 = 93$ de camere Cum numărul total de camere din bloc este egal cu 90, deducem că nu este posibil ca blocul să aibă treizeci și unu de apartamente cu trei camere, deoarece $93 > 90$	1p 1p
	b) $x + y = 40$ și $3x + 2y = 90$ , unde $x$ este numărul apartamentelor cu trei camere și $y$ este numărul apartamentelor cu două camere $x = 10$ apartamente cu trei camere	1p 2p
2.	a) $E(x) = x^2 + 6x + 9 - 2x^2 - 6x + x^2 + 2x + 1 =$ $= 2x + 10$ , pentru orice $x$ număr real	1p 1p
	b) $E(a - 2) = 2a + 6$ , $a \in \mathbb{Z}$ $E(a - 2) + a = 0 \Leftrightarrow 2a + 6 + a = 0$ , deci $3a + 6 = 0$ , de unde rezultă $a = -2 \in \mathbb{Z}$	1p 2p
3.	a) $a = 5\sqrt{7} - 7\sqrt{2} - 3\sqrt{7} + 15\sqrt{2} = 2\sqrt{7} + 8\sqrt{2}$	2p

	<p>b) <math>b = 2\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 9\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -2\sqrt{7} + 8\sqrt{2}</math>  <math>a \cdot b = (8\sqrt{2} + 2\sqrt{7})(8\sqrt{2} - 2\sqrt{7}) = 100</math>, deci <math>m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{100} = 10</math></p>	<p>2p 1p</p>
4.	<p>a) <math>\triangle ADC</math> este dreptunghic în <math>D</math>, deci <math>AC^2 = AD^2 + DC^2</math>, de unde obținem <math>AC = 50\text{cm}</math>  <math>P_{\triangle ADC} = AD + DC + AC = 120\text{cm}</math></p> <p>b) <math>\triangle ADC</math> este dreptunghic în <math>D</math>, <math>DO \perp AC</math>, deci <math>DO = \frac{AD \cdot DC}{AC} = 24\text{cm}</math>            În <math>\triangle ADB</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>AD^2 = DO \cdot DB \Rightarrow DB = \frac{200}{3}\text{cm}</math>  <math>\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{ABD} + \mathcal{A}_{BCD} = \frac{DB(AO + OC)}{2} = \frac{DB \cdot AC}{2} = \frac{\frac{200}{3} \cdot 50}{2} = \frac{5000}{3}\text{cm}^2</math></p>	<p>1p 1p 2p 1p</p>
5.	<p>a) <math>\triangle ABD</math> este dreptunghic în <math>D</math>, <math>\sphericalangle ABD = 30^\circ \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}\text{cm}</math>  <math>\triangle ABE</math> este dreptunghic în <math>A</math>, <math>\sphericalangle BEA = 30^\circ \Rightarrow EB = 8\sqrt{3}\text{cm}</math></p> <p>b) <math>\triangle ABC</math> este dreptunghic în <math>A</math>, <math>\cos B = \frac{AB}{BC}</math>, de unde obținem <math>BC = 8\text{cm}</math>  <math>\triangle EBC</math> este dreptunghic în <math>B</math>, deci <math>EC^2 = EB^2 + BC^2</math>, de unde obținem <math>EC = 16\text{cm}</math>, deci  <math>P_{\triangle BCE} = (8\sqrt{3} + 8 + 16) = (8\sqrt{3} + 24)\text{cm}</math> și, cum <math>8\sqrt{3} &lt; 14 \Leftrightarrow \sqrt{192} &lt; \sqrt{196}</math>, obținem că            triunghiul <math>BCE</math> are perimetrul mai mic decât <math>38\text{cm}</math></p>	<p>1p 1p 1p 2p</p>
6.	<p>a) <math>VO \perp (ABC)</math>, <math>AC \subset (ABC) \Rightarrow VO \perp AC \Rightarrow \triangle VOA</math> este dreptunghic în <math>O</math>, deci  <math>AO^2 = VA^2 - VO^2</math>, de unde obținem <math>AO = 4\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow AC = 8\sqrt{2}\text{cm}</math></p> <p>b) <math>ABCD</math> este pătrat, <math>AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow \triangle BOC</math> este isoscel, <math>N</math> mijlocul laturii <math>BC \Rightarrow</math>  <math>ON \perp BC</math>. Cum <math>\triangle MOB \cong \triangle MOC \Rightarrow MB \cong MC</math>, deci <math>\triangle MBC</math> este isoscel, <math>N</math> este mijlocul            laturii <math>BC \Rightarrow MN \perp BC</math> și, cum <math>(ABC) \cap (MBC) = BC</math>; <math>ON \perp BC</math>, <math>ON \subset (ABC)</math>; <math>MN \perp BC</math>  <math>MN \subset (MBC) \Rightarrow \sphericalangle((ABC), (MBC)) = \sphericalangle(ON, MN) = \sphericalangle ONM</math>  <math>MO = 4\text{cm}</math>, <math>ON = 4\text{cm} \Rightarrow \triangle MON</math> este dreptunghic isoscel, de unde rezultă <math>\sphericalangle ONM = 45^\circ</math>, deci            măsura unghiului determinat de planele <math>(ABC)</math> și <math>(MBC)</math> este de <math>45^\circ</math></p>	<p>1p 1p 2p 1p</p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A  
Anul școlar 2020-2021

Probă scrisă  
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 3

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	a)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Suma rămasă Dinei reprezintă $\frac{2}{3}$ din rest	1p
	$\frac{1}{3}$ din rest reprezintă 12 lei $\Rightarrow 2 \cdot 12 = 24$ lei este suma de bani pe care o mai are Dina	1p
	b) $x = \frac{3}{4} \cdot x + 36$ , unde $x$ este suma inițială pe care o are Dina $x = 144$ lei	2p 1p
2.	a) $(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2 =$ $= x^2 - x - 2$ , pentru orice număr real $x$	1p 1p
	b) $E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 7(x^2 - x - 2) - (x^2 + 6x + 9) =$ $= x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(x-3)$ , pentru orice număr real $x$	1p 2p

3.	a) $x = \left( \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{9}{3\sqrt{3}} + \frac{6}{6\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} =$ $= \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = 5$	1p
	b) $y = 5^{18} \cdot (5^2)^3 : (5^3)^8 = 5^{18+6-24} = 5^0 = 1$ $P = x \cdot y = 5 \cdot 1 = 5$ , care este număr natural prim	2p 1p
4.	a) $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 18 = 72 \text{ cm}$	2p
	b) $ABCD$ este romb, $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow BO \perp AC$ , $BO$ înălțime în triunghiul echilateral $ABC$ $\Rightarrow BO = 9\sqrt{3} \text{ cm}$ $O$ este mijlocul segmentului $BD \Rightarrow BD = 2 \cdot BO = 18\sqrt{3} \text{ cm}$	2p 1p
	a) $A_{ABCD} = AB \cdot BC = 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2} \text{ cm}^2$	2p
5.	b) $\triangle ABE$ este dreptunghic în $B \Rightarrow AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$ $BE^2 = EF \cdot AE \Rightarrow EF = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$ , deci $EF = \frac{1}{3} \cdot AE \Rightarrow F$ este centrul de greutate a triunghiului $ABC$ $BO$ este mediană în triunghiul $ABC$ , unde $\{O\} = AC \cap BD$ , deci $F \in BO$ , de unde rezultă că punctele $B, F$ și $D$ sunt coliniare	2p 1p
	6.	a) $d(M, AB) = 6 \text{ cm}$ $A_{\triangle MAB} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ cm}^2$
	b) $AM = MB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ și $AB = 6 \text{ cm} \Rightarrow \triangle AMB$ este dreptunghic în $M$ , deci $BM \perp MA$ , $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp MB$ , dar cum $AA', AM \subset (AA'M)$ și $AA', AM = \{A\} \Rightarrow MB \perp A'M$ $d(A', MB) = A'M = 12 \text{ cm}$	2p 1p

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 4**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Împărțind 103 la 12 se obține câtul 8 și restul 7	1p
	Împărțind 103 la 18 se obține câtul 5 și restul 13, deci $n$ poate fi egal cu 103	1p
2.	b) $n = 12(c_1 + 1) - 5 \Rightarrow 12 n + 5$ , $n = 18(c_2 + 1) - 5 \Rightarrow 18 n + 5$	2p
	$n + 5$ este c.m.m.m.c. $\{12, 18\}$ și cum $n$ este cel mai mic număr cu această proprietate $\Rightarrow n = 31$	1p
	a) $E(1) = 40$ , $E(-1) = 0$ $E(1) + E(-1) = 40 + 0 = 40$	1p
3.	b) $E(n) = (3n + 4)^2 - (2n + 1)^2 = (3n + 4 - 2n - 1)(3n + 4 + 2n + 1) =$ $= (n + 3)(5n + 5) = 5(n + 3)(n + 1)$	2p
	$5(n + 3)(5n + 5) : 5 \Rightarrow E(n)$ este multiplu al lui 5, pentru orice număr natural $n$	1p
	a) $x = \left( \frac{8}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} =$ $= \frac{26}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{13} = \frac{2}{3}$	1p

	<p>b) <math>y = \left( \frac{5}{7\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = -\frac{2}{7\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{\sqrt{3}} = -\frac{4}{3}</math></p> <p><math>N = \left  -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right  = \left  -\frac{6}{3} \right  = 2</math>, care este număr natural</p>	<p>2p</p> <p>1p</p>
4.	<p>a) <math>\frac{AG}{AT} = \frac{2}{3}</math>, <math>\{T\} = AG \cap BC</math></p> <p><math>MG \parallel BT \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AG}{AT} = \frac{2}{3}</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) <math>MP \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow AP = 8 \text{ cm}</math></p> <p><math>PC = AC - AP = 4 \text{ cm}</math></p>	<p>2p</p> <p>1p</p>
5.	<p>a) <math>\sphericalangle DCE = \sphericalangle DCB + \sphericalangle BCE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ</math></p> <p><math>DC = BC = CE \Rightarrow \triangle DCE</math> isoscel <math>\Rightarrow \sphericalangle CDE = (180^\circ - 150^\circ) : 2 = 15^\circ</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) <math>\sphericalangle DEC = \sphericalangle CDE = 15^\circ \Rightarrow \sphericalangle BED = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ</math></p> <p><math>BM \perp DE, M \in DE \Rightarrow d(B, DE) = BM</math></p> <p><math>\triangle BME</math> este dreptunghic isoscel <math>\Rightarrow BM^2 + ME^2 = BE^2 \Rightarrow 2BM^2 = 32 \Rightarrow BM = 4 \text{ cm}</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
6.	<p>a) În triunghiul <math>VDB</math>, <math>OM</math> este linie mijlocie</p> <p><math>OM \parallel VB, VB \subset (VBC) \Rightarrow OM \parallel (VBC)</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p>
	<p>b) <math>OM \parallel (VBC) \Rightarrow d(M, (VBC)) = d(O, (VBC))</math></p> <p><math>OP \perp BC, P \in BC, VP \perp BC</math> și cum <math>OP \cap VP = \{P\} \Rightarrow BC \perp (VOP)</math></p> <p><math>OS \perp VP, S \in VP</math> și cum <math>OS \perp BC, VP \cap BC = \{P\} \Rightarrow OS \perp (VBC) \Rightarrow d(O, (VBC)) = OS</math></p> <p><math>\triangle VPB</math> este dreptunghic în <math>P \Rightarrow VP = \sqrt{VB^2 - BP^2} = 10 \text{ cm}</math></p> <p><math>\triangle VOP</math> este dreptunghic în <math>O, VO = 8 \text{ cm} \Rightarrow OS = \frac{24}{5} \text{ cm}</math>, deci distanța de la punctul <math>M</math> la planul <math>(VBC)</math> este egală cu <math>\frac{24}{5} \text{ cm}</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**  
**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 5**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\frac{1}{4} \cdot 100 = 25$ de pagini citite în prima zi din cartea care ar avea 100 de pagini, deci $25 + 27 = 52$ de pagini citite în primele două zile $\Rightarrow$ 48 de pagini rămase de citit Dar cum 48 nu reprezintă jumătatea lui 100, deducem că nu este posibil să aibă 100 de pagini cartea pe care Radu a primit-o de ziua lui de la Andreea.	1p
	b) $\frac{x}{4} + 27 = \frac{x}{2}$ , unde $x$ este numărul de pagini al cărții $x = 108$ de pagini	2p 1p
2.	a) $E(x) = (x-1)^2 - (x-2)^2 + (x-1)^2 - (x-2)^2 = 2((x-1)^2 - (x-2)^2) = 2(2x-3)$	2p
	$E(x) = 2(2x-3) = 4x-6$ , pentru orice număr real $x$ .	1p

	<p>b) <math>2 - E(x) = -4x + 8 \Rightarrow -4x + 8 \leq 0 \Rightarrow</math>  <math>\Rightarrow x \geq 2</math>, deci mulțimea soluțiilor este <math>S = [2, +\infty)</math></p>	<p>1p 1p</p>
3.	<p>a) <math>a = \frac{5+3}{15} : \frac{1}{2} = \frac{8}{15} \cdot 2 = \frac{16}{15}</math></p>	2p
	<p>b) <math>b = \frac{1}{2} \cdot \frac{5-3}{15} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{15}</math></p> <p>Cum <math>a, b &gt; 0</math> și <math>a = 16b</math>, obținem că <math>a</math> este de 16 ori mai mare decât <math>b</math></p>	<p>2p 1p</p>
4.	<p>a) <math>P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(600 + 400) = 2000</math> m</p>	2p
	<p>b) <math>AECF</math> este paralelogram, deci <math>\mathcal{A}_{\triangle AEF} = \mathcal{A}_{\triangle CFE}</math>. Punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>CE</math>,  deci <math>\mathcal{A}_{\triangle EMF} = \mathcal{A}_{\triangle CFM} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{\triangle CFE}</math></p> <p>Cum <math>\mathcal{A}_{AEMF} = \mathcal{A}_{\triangle AEF} + \mathcal{A}_{\triangle EMF} = 2\mathcal{A}_{\triangle CFM} + \mathcal{A}_{\triangle CFM}</math>, obținem că <math>\mathcal{A}_{AEMF} = 3\mathcal{A}_{\triangle CFM}</math></p>	<p>2p 1p</p>
5.	<p>a) <math>\triangle ABC</math> este dreptunghic în <math>A</math>, <math>AM \perp BC \Rightarrow AM = \sqrt{CM \cdot MB} = \sqrt{4 \cdot 16} = 8</math> cm</p>	2p
	<p>b) <math>AC = \sqrt{CM \cdot CB} = 4\sqrt{5}</math> cm, <math>AB = \sqrt{BM \cdot BC} = 8\sqrt{5}</math> cm</p> <p><math>P_{\triangle ABC} = (12\sqrt{5} + 20)</math> cm și, cum <math>12\sqrt{5} &gt; 24 \Leftrightarrow \sqrt{5} &gt; 2</math>, obținem că triunghiul <math>ABC</math> are perimetrul mai mare decât 44 cm</p>	<p>1p 2p</p>
6.	<p>a) <math>AC = 8\sqrt{2}</math> cm</p> <p><math>AC = AA'</math> și <math>ACC'A'</math> este dreptunghi, deci <math>ACC'A'</math> este pătrat, de unde <math>A'C \perp AC'</math></p>	<p>1p 1p</p>
	<p>b) <math>B'O' = DO</math> și <math>B'O' \parallel DO</math> unde <math>\{O'\} = A'C \cap B'D'</math>, deci <math>DOB'O'</math> este paralelogram</p> <p><math>OB' \parallel DO'</math> și <math>DO' \subset (A'C'D)</math>, deci <math>OB' \parallel (A'C'D)</math></p>	<p>1p 2p</p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 6**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	d)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Pentru 150kg de cartofi s-ar încasa suma de $150 \cdot 1,85$ lei = $= 277,50$ lei $\neq 266,40$ lei, așadar recolta de pe întreg lotul nu este de 150kg	1p 1p
	b) Notăm cu $x$ cantitatea în kg de cartofi recoltată de pe un metru pătrat și, cum $48 \cdot x \cdot 1,85 = 266,40$ lei $\Rightarrow$ $\Rightarrow x = 3$ kg	2p 1p
	2.	a) $E(-2) = 2(-2+3)^2 - (2+(-2))(-2-2) - 2(5(-2)+7) = 2+6=8$ $E(-2) - 8 = 8 - 8 = 0$
	b) $E(x) = 2(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4) - 10x - 14 = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 =$ $= x^2 + 2x + 8 = x^2 + 2x + 1 + 7 = (x+1)^2 + 7 \geq 7$ , pentru orice număr real $x$	2p 1p
3.	a) $2048 : 64 = 32$ Cum $32 = 2^5$ , câtul obținut este egal cu $2^5$	1p 1p

	<p>b) <math>2048 = 2^{11}</math>, deci <math>2048^2 = 2^{22}</math> Cum <math>2^{2048} &gt; 2^{22}</math>, <math>a</math> reprezintă diferența pozitivă a două numere naturale, deci <math>a</math> este natural</p>	<p>2p 1p</p>
4.	<p>a) <math>AECD</math> dreptunghi, deci <math>AE = CD = 10\text{cm}</math> <math>BE = AB - AE = 6\text{cm}</math></p>	<p>1p 1p</p>
	<p>b) <math>BD</math> este bisectoare în <math>\triangle BCP</math> și <math>BD \perp CP</math>, deci <math>\triangle BCP</math> este isoscel, adică <math>BC = BP</math>, de unde obținem <math>BP = CD</math> Cum <math>BP \parallel CD</math>, obținem că <math>BCDP</math> este paralelogram, deci <math>DP \parallel BC</math></p>	<p>2p 1p</p>
5.	<p>a) <math>MN</math> linie mijlocie în triunghiul <math>ABC</math> și <math>AB = \frac{BC}{2} = 12\text{cm}</math> <math>MN = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{cm}</math></p>	<p>1p 1p</p>
	<p>b) <math>AN</math> mediană în triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, corespunzătoare ipotenuzei, deci <math>AN = \frac{BC}{2}</math>, iar <math>M</math> mijlocul lui <math>AC</math>, deci <math>AM = \frac{AC}{2}</math> Cum și <math>MN = \frac{AB}{2}</math>, rezultă că <math>\frac{P_{\triangle AMN}}{P_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2}</math></p>	<p>2p 1p</p>
6	<p>a) <math>VO \perp (ABC)</math>, deci triunghiul <math>VOM</math> dreptunghic în <math>O</math>, cu <math>\sphericalangle VMO = 30^\circ</math>, deci <math>\text{tg}VMO = \frac{VO}{OM}</math>, de unde rezultă că <math>OM = 3\sqrt{3}\text{m}</math> <math>OM</math> apotema pătratului bazei <math>ABCD</math>, deci <math>AB = 2 \cdot OM = 6\sqrt{3}\text{m}</math></p>	<p>1p 1p</p>
	<p>b) <math>VM = 6\text{m}</math>, deci aria laterală a piramidei este <math>4 \cdot \frac{AB \cdot VM}{2} = 72\sqrt{3}\text{m}^2</math> care reprezintă suprafața de vopsit Cum <math>1,73 &lt; \sqrt{3} &lt; 1,74</math>, rezultă <math>124,56 &lt; 72\sqrt{3} &lt; 125,28</math>, deci vopseaua ce va fi utilizată reprezintă o cantitate cuprinsă între 10 și 11 litri, de unde rezultă că numărul minim de bidoane ce trebuie achiziționate este de 4, prețul fiind de 500 de lei</p>	<p>1p 2p</p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A  
Anul școlar 2020-2021

Probă scrisă  
Matematică  
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 7

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Cum $a+b+c=1$ și $b+c=0,5 \Rightarrow a=0,5$ , deci $a=b+c$	2p
	b) Cum $\sqrt{5ab}=1$ , rezultă $ab=0,2$ , deci $b=0,4$ și cum $b+c=0,5$ rezultă că $c=0,1$ $a^2+b^2+c^2=(0,5)^2+(0,4)^2+(0,1)^2=0,42$	2p 1p
2.	a) $E(0)=\left(\frac{0}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}\right)^2-0\cdot\left(\frac{0}{2}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}(1-\sqrt{2})\cdot 0$	1p
	$E(0)=(-\sqrt{2})^2=2$	1p
	b) $E(x)=\left(\frac{x-2}{\sqrt{2}}\right)^2-\frac{x^2}{2}+x\sqrt{2}-x\sqrt{2}+2x=\frac{x^2-4x+4}{2}-\frac{x^2}{2}+2x=2$ $N=E(n)+2\cdot E(2n)+1485=1491$ și, cum $1491=7\cdot 213$ , rezultă că $N$ este divizibil cu 7, oricare ar fi numărul întreg $n$	2p 1p

<b>3.</b>	a) $x = \frac{3+2-1}{6} \cdot \frac{3}{2} =$ $= \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{2} = 1$	<b>1p</b>
	b) $y = (2^4)^2 : 2^6 : 2 = 2^8 : 2^6 : 2 = 2$ , deci $x - y = -1$ $(x - y)^{2022} + (x - y)^{2021} = (-1)^{2022} + (-1)^{2021} = 1 - 1 = 0$	<b>2p</b> <b>1p</b>
<b>4.</b>	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 14 \cdot 10 = 140 \text{ cm}^2$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $ME \parallel AB \Rightarrow \sphericalangle MEA \equiv \sphericalangle BAE$ și, cum $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle MAE$ , obținem $\sphericalangle MEA \equiv \sphericalangle MAE$ , deci $\triangle MEA$ este isoscel $ME = AM$ , $AM = AB$ și, cum $ME \parallel AB$ , obținem că $AMEB$ romb	<b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	a) $\cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow \sphericalangle C = 60^\circ$ Triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $A$ , deci $\sphericalangle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $CA = 6 \text{ cm}$ , $BA = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ și $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ sunt lungimile înălțimilor triunghiului dreptunghic dat, deci distanțele cerute $CA + BA + AD = 6 + 9\sqrt{3} = 6 + \sqrt{243} > 6 + \sqrt{225} = 6 + 15 = 21 \text{ cm}$ , deci suma distanțelor de la vârfurile triunghiului la laturile opuse este mai mare decât $21 \text{ cm}$	<b>2p</b> <b>1p</b>
<b>6.</b>	a) $VM$ mediană în triunghiul $VBC$ echilateral, deci $VM$ înălțime $VM = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ , deci apotema piramidei are lungimea de $3\sqrt{3} \text{ cm}$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $OM \parallel AB$ , $AB \subset (VAB) \Rightarrow OM \parallel (VAB) \Rightarrow d(M, (VAB)) = d(O, (VAB))$ $OE \perp AB$ , $E \in AB$ , $VE \perp AB$ și cum $VE, OE \subset (VOE) \Rightarrow AB \perp (VOE)$ $OQ \perp VE$ , $Q \in VE$ , $OQ \perp AB$ și cum $AB, VE \subset (VAB) \Rightarrow OQ \perp (VAB) \Rightarrow d(O, (VAB)) = OQ$ $\triangle VOE$ este dreptunghic în $O$ , $VO = 3\sqrt{2} \text{ cm}$ , $VE = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ și $OQ = \frac{VO \cdot OE}{VE} \Rightarrow OQ = \sqrt{6} \text{ cm}$ , deci $d(O, (VAB)) = \sqrt{6} \text{ cm}$	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 8**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	d)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Dublul lui 8 este 16, jumătatea lui 8 este 4	1p
	Cum $4 + 6 = 10 \neq 16$ , rezultă că nu este posibil ca $n$ să fie egal cu 8	1p
	b) $2n = \frac{n}{2} + 6$ , deci $n = 4$ , de unde $m^2 = 4$	2p
	Cum $m \in \mathbb{N}$ , convine $m = 2$	1p
2.	a) $E(x) = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 - 7 = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ , pentru orice număr real $x$	2p
	$E(\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{3} - 1 + 1)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$	1p

	<b>b)</b> $E(-1) = (-1+1)^2 = 0^2 = 0$ $E(-1) \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0 \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0$	<b>1p</b> <b>1p</b>
<b>3.</b>	<b>a)</b> $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3}{2} - 3$ Cum $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3-6}{2} = \sqrt{3} - \frac{3}{2}$ , rezultă că punctul $A\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}, \sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției $f$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $OA = 3$ , unde $A(3,0)$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ , iar $OB = 3$ , unde $B(0,-3)$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel de bază $AB$ , astfel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime, deci dreapta ce trece prin $O$ și prin mijlocul ipotenuzei este perpendiculară pe $AB$	<b>2p</b> <b>1p</b>
<b>4.</b>	<b>a)</b> $\triangle AEB$ este isoscel, $EN \perp AB$ , deci $EN$ este mediană, de unde rezultă că $AN = \frac{AB}{2} = 12$ cm $\triangle AMD$ este dreptunghic în $M$ , $AM = \frac{AB - DC}{2} = 8$ cm, deci $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6$ cm $\triangle AMD \sim \triangle ANE$ , deci $\frac{DM}{EN} = \frac{AM}{AN}$ , de unde obținem că $EN = 9$ cm	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $\triangle MNG \cong \triangle CTG$ , unde $\{T\} = EN \cap DC$ , și cum $TN = DM = 6$ cm, rezultă $GN = \frac{DM}{2} = 3$ cm, $GN = GT$ $EN$ este înălțime în triunghiul isoscel $AEB$ de bază $AB$ , deci și mediană, iar $EN = 3GN$ , rezultă că $G$ este centrul de greutate al triunghiului $AEB$	<b>1p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	<b>a)</b> $\triangle ABC$ dreptunghic în $A$ în care $\sphericalangle B = 30^\circ$ , deci $BC = 2AC = 24$ cm și $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12\sqrt{3}$ cm $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 72\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> În triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$ , $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ , deci $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ , dar $\sphericalangle ACB \cong \sphericalangle DCP$ , deci $\sphericalangle DCP = 60^\circ$ , $DP \perp BC, P \in BC$ În triunghiul $DPC$ dreptunghic în $P$ , $\sin C = \frac{DP}{DC}$ , de unde obținem $DP = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ cm, deci distanța de la punctul $D$ la dreapta $BC$ este $DP = 6\sqrt{3}$ cm	<b>1p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	<b>a)</b> Suma lungimilor tuturor muchiilor prisme este $S = 6AB + 3AA'$ Obținem $S = 6 \cdot 12 + 3 \cdot 12\sqrt{3} = 72 + 36\sqrt{3} = 36(2 + \sqrt{3})$ cm	<b>1p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $BC \subset (MBC)$ , $B'C' \subset (MB'C')$ , $BC \parallel B'C' \parallel MN$ , unde $MN = (MBC) \cap (MB'C')$ , $\{N\} = A'C \cap AC'$ , și considerând $P$ mijlocul lui $MN$ rezultă $AP \perp MN$ , $AP \subset (MB'C')$ și $A'P \perp MN$ , $A'P \subset (MBC)$ , deci $\sphericalangle((MBC), (MB'C')) = \sphericalangle(AP, A'P)$ $AQRA'$ dreptunghi, unde $Q$ mijlocul lui $BC$ și $R$ mijlocul lui $B'C'$ , și cum $AQ = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = \frac{AA'}{2}$ , deci $AA' > AQ$ , rezultă că $\sphericalangle(AP, A'P) = \sphericalangle APQ$ ca unghi ascuțit	<b>1p</b> <b>1p</b>

<p>În triunghiul <math>A'AQ</math> dreptunghic în <math>A</math>, mediana <math>AP = \frac{A'Q}{2} = 3\sqrt{15}</math> cm, iar înălțimea</p> $AS = \frac{AA' \cdot AQ}{A'Q} = \frac{12\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{6\sqrt{15}} = \frac{36\sqrt{15}}{15} = \frac{12\sqrt{15}}{5}$ cm, unde $AS \perp A'Q$ , $S \in A'Q$ , obținem din <p>triunghiul <math>ASP</math> dreptunghic în <math>S</math> că <math>\sin \sphericalangle(APQ) = \frac{AS}{AP} = \frac{4}{5}</math>, deci sinusul unghiului dintre</p> <p>planele <math>(MBC)</math> și <math>(MB'C')</math> este <math>\frac{4}{5}</math></p>	<p><b>1p</b></p>
---	------------------

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 9

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) Punctajul pentru răspunsurile corecte este multiplu de 4, deci este număr par, și punctajul pentru răspunsurile greșite este multiplu de 2, deci este număr par Cum 65 este număr impar și punctajul total nu poate fi decât un număr par, obținem că nu este posibil ca Mihai, după ce a parcurs integral testul și a răspuns la toate întrebările, să obțină 65 de puncte	1p 1p
	b) $4x - 2(20 - x) = 50$ , unde $x$ este numărul răspunsurilor corecte $x = 15$	2p 1p
2.	a) $E(x) = 2x^2 - 9 - (4x^2 + 12x + 9) + 2x^2 + 13x + 18$ $= 2x^2 - 9 - 4x^2 - 12x - 9 + 2x^2 + 13x + 18 = x$ , pentru orice număr real $x$	2p 1p
	b) $N = 1 + 2 + 3 + \dots + 49 = 49 \cdot 25$ $N = (7 \cdot 5)^2 = 35^2$ , așadar $N$ este pătratul unui număr natural	1p 1p

<b>3.</b>	a) $f(1) = 3 \Rightarrow A(1,3) \in G_f$ $g(1) = 3 \Rightarrow A(1,3) \in G_g$	<b>1p</b>
	b) Intersecția axei $Ox$ cu reprezentarea geometrică a graficului funcției $f$ este punctul $B(-2,0)$ , iar pentru funcția $g$ obținem punctul $C(4,0)$ , deci $BC = 6$ Distanța de la punctul $A(1,3)$ la punctul $Ox$ este egală cu 3, deci $BC$ este dublul acestei distanțe	<b>2p</b> <b>1p</b>
<b>4.</b>	a) $DC \parallel AB$ și $DC \equiv CB$ , deci $\sphericalangle CDB \equiv \sphericalangle CBD \equiv \sphericalangle DBA$ și cum $\sphericalangle DCB = 120^\circ$ , obținem $\sphericalangle DBA = 30^\circ$ În triunghiul $ABD$ dreptunghic în $A$ , $\sphericalangle ABD = 30^\circ$ , deci $BD = 2 \cdot AD = 12\text{cm}$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) Cum $DAB$ și $DEB$ sunt triunghiuri dreptunghice și $O$ este mijlocul ipotenuzei $BD$ , rezultă $AO = EO = \frac{BD}{2} = 6\text{cm}$ $\triangle DAB \equiv \triangle DEB$ , rezultă că $DE = AD = 6\text{cm}$ $P_{AOED} = 4AD = 24\text{cm}$	<b>1p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	a) Dacă $AD \perp BC$ , $D \in BC$ , atunci punctul $D$ este mijlocul segmentului $BC$ $\Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 2\sqrt{21}\text{cm}$ $A_{\triangle ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{2\sqrt{21} \cdot 8}{2} = 8\sqrt{21}\text{cm}^2$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $\triangle ABC \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC}$ Obținem $DC = 6,4\text{cm}$ , deci $AD = 3,6\text{cm}$ și $P_{\triangle ABD} = AB + BD + AD = 21,6\text{cm} < 22\text{cm}$ , de unde rezultă că triunghiul $ABD$ are perimetrul mai mic decât $22\text{cm}$	<b>1p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	a) Considerăm punctul $E$ mijlocul lui $NC$ și obținem $\frac{AM}{BM} = \frac{CE}{BE} \Rightarrow ME \parallel AC$ Așadar $\sphericalangle(MN, AC) = \sphericalangle(MN, ME) = \sphericalangle NME$ și cum $MN$ este mediană în triunghiul echilateral $MBE$ , deci este și bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle NME = 30^\circ$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $\triangle BMN \equiv \triangle CNP \equiv \triangle DPQ \equiv \triangle AQM \Rightarrow MN \equiv NP \equiv PQ \equiv MQ$ Cum $NO$ și $QO$ sunt mediane în triunghiurile isoscele $MNP$ , respectiv $MQP$ , situate în plane diferite $\Rightarrow NO \perp MP$ și $QO \perp MP$ , de unde obținem $MP \perp (NOQ)$	<b>1p</b> <b>2p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 10

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $A = \overline{ab} + \overline{ba} = 11(a + b) = 198$ , de unde rezultă că $a + b = 18$ , dar cum $a, b$ sunt cifre $\Rightarrow a = b = 9$ , valori care nu convin, deoarece $a$ și $b$ trebuie să fie distincte, deci numărul $A$ nu este posibil să fie 198	1p
	b) $11(a + b) = k^2$ , $k \in \mathbb{N}$ , deci $a + b = 11$ , unde $a$ și $b$ sunt cifre și cum $\overline{ab} : 5$ , obținem că $b = 0$ sau $b = 5$ Pentru $b = 0$ obținem $a = 11$ , care nu convine, iar pentru $b = 5$ obținem $a = 6$ , care convine, deci numărul căutat $\overline{ab}$ este 65	2p
2.	a) $x^2 + x - 12 = x^2 + 4x - 3x - 12 = (x^2 + 4x) - (3x + 12) =$ $= x(x + 4) - 3(x + 4) = (x + 4)(x - 3)$ , pentru orice număr real $x$	1p
		1p

	<p><b>b)</b> <math>E(x) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x - 12 - 2x^2 + 8 =</math>  <math>= 2x^2 - 2x^2 - 2x + 1 - 12 + 8 = -x - 3</math>, pentru orice număr real <math>x</math></p>	<b>2p</b>
<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>f(0) = 4</math>,  <math>f(-3) = 0</math>, deci <math>f(0) + f(-3) = 4</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>A(-3,0)</math>, <math>B(0,4)</math>  <math>AB = 5 = BM</math>, <math>O \in BM \Rightarrow OM = 1</math>, deci coordonatele punctului <math>M</math> sunt <math>(0,-1)</math>  <math>O \notin BM \Rightarrow BM = 5 \Rightarrow OM = 9</math>, deci coordonatele punctului <math>M</math> sunt <math>(0,9)</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>O \notin BM \Rightarrow BM = 5 \Rightarrow OM = 9</math>, deci coordonatele punctului <math>M</math> sunt <math>(0,9)</math></p>	<b>1p</b>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> <math>AB = 2 \cdot AM = 4\text{cm}</math> și <math>AC = 3 \cdot AQ = 6\text{cm}</math>                      triunghiul <math>ABC</math> este dreptunghic în <math>A</math>, deci <math>BC = 2\sqrt{13}\text{cm}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>MS</math> linie mijlocie în triunghiul <math>ABC \Rightarrow SC = \frac{BC}{2}\text{cm}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>QT \parallel AB \Rightarrow \frac{CT}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow CT = \frac{2}{3}BC</math>  <math>\frac{ST}{BC} = \frac{CT - SC}{BC} = \frac{1}{6}</math></p>	<b>1p</b>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> În triunghiului echilateral <math>ABC</math>, <math>AD \perp BC, D \in BC \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}\text{cm}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>\mathcal{A}_{\triangle AMC} = \frac{MC \cdot AD}{2} = 4\sqrt{3}\text{cm}^2</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 32\sqrt{3}\text{cm}^2</math>  <math>\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \mathcal{A}_{\triangle ABM} + \mathcal{A}_{\triangle ACM} = \frac{AM}{2} \cdot (d(B, AM) + d(C, AM)) = 16\sqrt{3}\text{cm}^2</math>  <math>d(B, AM) + d(C, AM) = \frac{32\sqrt{3}}{AM} &gt; \frac{32\sqrt{3}}{8} = 4\sqrt{3}</math>, deoarece <math>AM &lt; 8\text{cm}</math></p>	<b>1p</b>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>AM</math> și <math>CM</math> sunt mediane în triunghiurile echilaterale congruente <math>VAB</math> și <math>VBC</math>, deci  <math>AM = CM = 3\sqrt{3}\text{cm}</math>                      Cum <math>AC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\text{cm}</math>, obținem că perimetrul triunghiului <math>AMC</math> egal cu <math>6(\sqrt{3} + \sqrt{2})\text{cm}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>OM</math> este mediana corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul dreptunghic isoscel <math>VOB \Rightarrow OM</math> este și înălțime <math>\Rightarrow OM \perp VB</math>  <math>(VAB) \cap (VBD) = VB</math>, <math>AM \perp VB</math>, <math>OM \perp VB</math>, <math>AM \subset (VAB)</math>, <math>OM \subset (VBD)</math> de unde rezultă că  <math>\sphericalangle((VAB), (VBD)) = \sphericalangle(AM, MO) = \sphericalangle AMO</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>AO \perp (VBD) \Rightarrow AO \perp OM \Rightarrow \text{tg}(\sphericalangle AMO) = \frac{AO}{OM} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}</math></p>	<b>1p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 11

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $y = 5z$ , unde $y$ este numărul apartamentelor cu trei camere și $z$ numărul apartamentelor cu patru camere $9 = 5z$ , deci $9:5$ , afirmație falsă, de unde rezultă că nu este posibil ca în bloc să fie nouă apartamente cu trei camere	1p
	b) $x + y + z = 40$ , $y = 5z$ , $2x + 3y + 4z = 122$ , unde $x$ este numărul apartamentelor cu două camere	1p
	$\begin{cases} x + 6z = 40 \\ 2x + 19z = 122 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 12z = 80 \\ 2x + 19z = 122 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 \\ x = 4 \end{cases}$ , deci, în bloc, sunt patru apartamente cu două camere	2p

2.	a) $2021^0 = 1, (-1)^{2021} = -1$	1p
	$a = 2021 - 1 + 1 = 2021$	1p
	b) $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$ $N = (a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2) \cdot b = -4ab^2$ , deci $N = -4 \cdot 2021 \cdot (-\sqrt{2})^2 = -8084 \cdot 2 = -16168$ , care este un număr întreg	1p 2p
3.	a) $f(0) = 2, f(3) = 4, f(2) = 3$ $f(1) + f(3) = 2 + 4 = 6 = 2 \cdot f(2)$	1p 1p
	b) $M(-1,0), N(0,1)$ Punctul $P$ este simetricul punctului $M$ față de punctul $N$ și punctul $Q$ este proiecția punctului $P$ pe axa $Ox$ , $NO$ este linie mijlocie în triunghiul $PMQ$ , deci $OQ = MO = 1$ , de unde rezultă că $PQ = 2 \cdot ON = 2$ , deci coordonatele punctului $P$ sunt $(1,2)$	1p 2p
	4. a) În triunghiul $ABC$ , $26^2 = 10^2 + 24^2 \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ , de unde rezultă că $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$	1p 1p
b) $NP = \frac{BD}{2} + \frac{DC}{2} = \frac{BC}{2} = 13 \text{ cm}$ , unde $\{N\} = AG \cap BC$ și $\{P\} = AG' \cap BC$ $\frac{AG}{GN} = \frac{AG'}{G'P} = 2 \Rightarrow GG' \parallel NP \Rightarrow \Delta AGG' \sim \Delta ANP \Rightarrow$ $\frac{GG'}{NP} = \frac{AG}{AN} \Rightarrow \frac{GG'}{13} = \frac{2}{3}$ , de unde obținem că $GG' = \frac{26}{3} \text{ cm}$	1p 1p 1p	
	5. a) Triunghiul $ADT$ este dreptunghic în $A$ , $DT^2 = DA^2 + AT^2$ , deci $DT = 10\sqrt{5} \text{ cm}$ $\sin(\sphericalangle DTA) = \frac{DA}{DT} = \frac{10}{10\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , și cum $\sphericalangle DTA \equiv \sphericalangle BTC$ , rezultă că $\sin(\sphericalangle BTC) = \frac{\sqrt{5}}{5}$	1p 1p
	b) În triunghiul $BTC$ dreptunghic în $B$ , $\sin(\sphericalangle BTC) = \frac{BC}{TC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , de unde obținem că $\Rightarrow TC = BC\sqrt{5}$ , dar $TC^2 = BC^2 + BT^2$ , deci $5BC^2 = BC^2 + 1600 \Leftrightarrow 4BC^2 = 1600$ , de unde rezultă că $BC = 20 \text{ cm}$ $DS \perp BC, S \in BC$ , deci $ABSD$ este dreptunghi, de unde $BS = AD = 10 \text{ cm} \Rightarrow SC = 10 \text{ cm}$ și cum $DS$ este înălțime și mediană în triunghiul $DBC$ , obținem că triunghiul $DBC$ este isoscel de bază $BC$	2p 1p
6.	a) $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{bazei} \cdot h_{apă} = 60 \cdot 40 \cdot 50 = 120000 \text{ cm}^3$ $\mathcal{V} = 120000 \text{ cm}^3 = 120 \text{ dm}^3 = 120 \text{ de litri}$	1p 1p
	b) $AC'$ constant, deci perimetrul triunghiului $A'MC$ este minim când suma lungimilor laturilor $A'M$ și $MC$ este minimă	1p

	<p>Pe desfășurarea în plan a paralelipipedului, în dreptunghiul <math>A'ACC'</math> minimul <math>A'M + MC</math> se realizează când punctele <math>A', M</math> și <math>C</math> sunt coliniare</p> <p>Pe desfășurare avem <math>MB \parallel AA' \Rightarrow \triangle CBM \sim \triangle CAA' \Rightarrow \frac{MB}{AA'} = \frac{CB}{CA} \Rightarrow MB = 24 \text{ cm}</math>, deci</p> <p><math>d(M, (ABC)) = MB = 24 \text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>
--	---	-----------------------------------

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 12

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) Trei fire de trandafiri costă $3 \cdot 10 = 30$ de lei. Cum două fire de lalele și trei fire de trandafiri costă împreună 27 de lei, deducem că nu este posibil ca prețul unui fir de trandafir să fie 10 lei.	1p 1p
	b) $5x + 4y = 43$ și $2x + 3y = 27$ , unde $x$ este prețul unui fir de lalea și $y$ este prețul unui fir de trandafir $y = 7$ lei, deci prețul unui fir de trandafir este de 7 lei	1p 2p
2.	a) $E(x) = 12x^2 - 1 - 2(4x^2 + 4x + 1) - (4x^2 - 11x - 3) + 1 - x =$ $= 12x^2 - 1 - 8x^2 - 8x - 2 - 4x^2 + 11x + 3 + 1 - x = 2x + 1$	1p 1p
	b) $E(a) = 2a + 1$ , deci $2a + 1 \leq 3\sqrt{5} = \sqrt{45} < 7$ și $2a + 1$ este un număr natural impar, obținem că $2a + 1 \in \{1, 3, 5\}$ $a \in \{0, 1, 2\}$	2p 1p
3.	a) $f(-2) = -1$ , $f(2) = 5$ $f(-2) + f(2) = -1 + 5 = 4$	1p 1p

	<p>b) <math>MA + MB</math> are valoare minimă pentru cazul <math>A, M</math> și <math>B</math> puncte coliniare <math>M</math> reprezintă punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției <math>f</math> cu axa <math>Oy \Rightarrow M(0,2)</math></p>	<p><b>1p</b> <b>2p</b></p>
4.	<p>a) <math>\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4}</math> <math>= \frac{144 \sqrt{3}}{4} = 36 \sqrt{3} \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>1p</b> <b>1p</b></p>
	<p>b) <math>MN \parallel BC \Rightarrow \sphericalangle MNB = \sphericalangle ABC = 60^\circ</math> <math>\sphericalangle ABM = \frac{\sphericalangle ABD}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABM = \sphericalangle ACB</math>, deci <math>\Delta BMN \sim \Delta ABC</math></p>	<p><b>1p</b> <b>2p</b></p>
5.	<p>a) <math>M</math> mijlocul laturii <math>DC</math>, triunghiul <math>BCD</math> este isoscel de bază <math>DC</math>, deci <math>BM \perp DC</math> Triunghiul <math>BMC</math> este dreptunghic în <math>M</math>, <math>\cos \sphericalangle C = \frac{MC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sphericalangle C = 30^\circ</math></p>	<p><b>1p</b> <b>1p</b></p>
	<p>b) Triunghiul <math>BMC</math> este dreptunghic în <math>M</math>, <math>\sphericalangle C = 30^\circ \Rightarrow BM = \frac{BC}{2} = 3 \text{ cm}</math> <math>AM = AC - MC = \sqrt{3} \text{ cm}</math> și <math>AD = DC - AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}</math> Triunghiul <math>AMB</math> dreptunghic în <math>M</math>, <math>AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = 2\sqrt{3} \text{ cm} = AD</math>, deci triunghiul <math>ABD</math> este isoscel</p>	<p><b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b></p>
	<p>a) Construim <math>MN \parallel AC</math>, <math>N \in AB</math>, <math>MN</math> este linie mijlocie în triunghiul <math>ABC</math>, <math>MN = \frac{AC}{2} = 9 \text{ cm}</math> și <math>\sphericalangle (VM, AC) = \sphericalangle (VM, MN) = \sphericalangle VMN</math> Triunghiul <math>VMC</math> este dreptunghic în <math>M</math>, <math>VM = \sqrt{VC^2 - MC^2} = 9 \text{ cm}</math>, <math>VN = VM = MN \Rightarrow \Delta VMN</math> este echilateral, deci <math>\sphericalangle VMN = 60^\circ</math></p>	<p><b>1p</b> <b>1p</b></p>
<p>b) <math>VB^2 + VC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta VBC</math> este dreptunghic, deci și triunghiul <math>VAB</math> este dreptunghic, <math>VB \perp VC</math>, <math>VB \perp VA</math>, și <math>VA, VC \subset (VAC) \Rightarrow VB \perp (VAC)</math> <math>P</math> este mijlocul segmentului <math>VC</math>, <math>MP \parallel VB \Rightarrow MP \perp (VAC)</math> și <math>MP = \frac{VB}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ cm}</math> Așadar, <math>d(M, (VAC)) = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ cm}</math></p>	<p><b>2p</b> <b>1p</b></p>	

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 13

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	d)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $a = m + 2, a + m = 15$ , unde $a$ reprezintă numărul problemelor rezolvate de Ana și $m$ reprezintă numărul problemelor rezolvate de Mihai	1p
	$2m + 2 = 15$ , de unde obținem că nu este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Ana și Mihai să fie 15	1p
	b) $m = \frac{3}{4}a$ , deci $a + \frac{3}{4}a = 15$ $a = 8$	2p 1p
2.	a) $E(10) = 21^2 + 19^2 - 4 \cdot 199$ $E(10) = 6$	1p 1p
	b) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 - 8x^2 + 4 = 6$ , pentru orice număr real $x$	1p
	$n \cdot E(10) \cdot E(11) \cdot \dots \cdot E(100) = n \cdot 6^{91} = 6 \cdot n \cdot 6^{90}$ , de unde rezultă că $n = 6$	2p

<b>3.</b>	a) $f(1) = 1$ , deci $P(1,1) \in G_f$	<b>1p</b>
	$g(1) = 1$ , deci $P(1,1) \in G_g$ , de unde rezultă că $P(1,1) \in G_f \cap G_g$	<b>1p</b>
<b>b)</b>	$A(2,0), B(0,2)$	<b>1p</b>
	$AO = OB = 2$ , triunghiul $AOB$ dreptunghic în $O$ , deci $AB = 2\sqrt{2}$ , de unde rezultă că $d(O, AB) = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	<b>1p</b> <b>1p</b>
<b>4.</b>	a) $\Delta AMN \sim \Delta ACB \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$	<b>1p</b>
	$\frac{AM + AN + MN}{AB + AC + BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ , deci $P_{\Delta AMN} = \frac{P_{\Delta ABC}}{3} = \frac{27}{3} = 9$ cm	<b>1p</b>
<b>b)</b>	$\Delta AMN \sim \Delta ACB \Rightarrow \frac{A_{\Delta AMN}}{A_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AM}{AC}\right)^2 = \frac{1}{9}$	<b>2p</b>
	$A_{BMNC} = A_{\Delta ABC} - A_{\Delta AMN} = \frac{8}{9} A_{\Delta ABC}$	<b>1p</b>
<b>5.</b>	a) $\Delta AMD, \Delta DMC, \Delta MCB$ triunghiuri echilaterale congruente	<b>1p</b>
	$A_{ABCD} = 3 \cdot A_{\Delta AMD} = 3 \cdot \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$	<b>1p</b>
<b>b)</b>	$AMCD$ romb, $AC$ bisectoarea $\sphericalangle BAD$	<b>2p</b>
	În $\Delta ABC$ , $\sphericalangle CAB = 30^\circ$ , $\sphericalangle ABC = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle ACB = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BC$	<b>1p</b>
<b>6.</b>	a) Triunghiurile $DBC$ și $DAC$ sunt echilaterale și congruente, deci $BN = AN = 6\sqrt{3}$ cm Triunghiul $ANB$ este isoscel, deci $MN \perp AB$ , $MN = 6\sqrt{2}$ cm și cum $\sqrt{72} < \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ , obținem că $MN$ are lungimea mai mică decât $5\sqrt{3}$	<b>1p</b> <b>1p</b>
	b) $(ABN) \cap (ABC) = AB$ , $NM \perp AB$ , $CM \perp AB \Rightarrow \cos(\sphericalangle(ABN), (ABC)) = \cos(\sphericalangle NMC)$ $CD \perp (ABN) \Rightarrow CN \perp MN \Rightarrow \cos(\sphericalangle NMC) = \frac{NM}{MC} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	<b>2p</b> <b>1p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2020 - 2021**  
**Matematică**

Testul 14

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) După prima zi automobilul mai are de parcurs 65% din lungimea drumului, a doua zi mai parcurge 20% din rest, adică $\frac{20}{100} \cdot \frac{65}{100} x = \frac{13}{100} x = 13\%$ din $x$ , unde $x$ este lungimea totală a drumului pe care îl parcurge automobilul	1p
	În prima și a doua zi automobilul a parcurs 48% din lungimea drumului, deci nu este adevărat că automobilul a parcurs jumătate din drum în primele două zile	1p
	b) Cum în primele două zile automobilul a parcurs 48% din lungimea drumului, obținem că în cea de-a treia zi automobilul a parcurs 52% din lungimea drumului Cum $\frac{13}{100} x < \frac{35}{100} x < \frac{52}{100} x$ , cea mai lungă distanță dintre cele parcurse de automobil în cele trei zile corespunde celei de-a treia zi	1p 2p
2.	a) $x^2 - 10x + 21 = x^2 - 3x - 7x + 21 = x(x - 3) - 7(x - 3) = (x - 3)(x - 7)$ , pentru orice număr real $x$	1p
		1p

	<p>b) <math>E(x) = (x + 2021)^2 - 10(x + 2021) + 25 - 4 = (x + 2021 - 5)^2 - 2^2 = (x + 2016)^2 - 2^2 = (x + 2014)(x + 2018)</math>, pentru orice număr real <math>x</math></p> <p><math>E(-2018) = 0 \Rightarrow E(-2018) \cdot E(-2019) \cdot E(-2020) \cdot E(-2021) = 0</math></p>	<p>2p</p> <p>1p</p>
3.	<p>a) <math>A(a, 2a) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = 2a</math> <math>-2a + 8 = 2a</math>, de unde rezultă <math>a = 2</math></p> <p>b) <math>B(0, 8)</math> este punctul de intersecție al graficului funcției <math>f</math> cu axa <math>Oy</math> Distanța de la punctul <math>A(2, 4)</math> la punctul <math>B(0, 8)</math> este <math>AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 2\sqrt{5}</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
4.	<p>a) În triunghiul <math>ABC</math>, <math>MN \parallel BC</math>, deci <math>\triangle AMN \sim \triangle ABC</math> <math>\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \cdot AC = BC \cdot AN</math></p> <p>b) <math>NP \parallel AB \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{AN}{AC}</math> <math>MN \parallel BC \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}</math> <math>\frac{BP}{BC} + \frac{BM}{AB} = \frac{AN}{AC} + \frac{CN}{AC} = 1</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
5.	<p>a) În triunghiul <math>ABC</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>\sphericalangle C = 30^\circ</math>, deci <math>BC = 12\text{ cm}</math>, și cum <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>, rezultă că <math>AM = \frac{BC}{2} = BM = 6\text{ cm}</math> <math>P_{\triangle ABM} = 3 \cdot 6 = 18\text{ cm}</math></p> <p>b) În triunghiul <math>ABC</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2}</math>, deci <math>AC = 6\sqrt{3}\text{ cm}</math> <math>AM</math> este mediană, deci <math>A_{\triangle AMC} = \frac{A_{\triangle ABC}}{2} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\text{ cm}^2</math>, <math>9\sqrt{3} &lt; 16 \Leftrightarrow \sqrt{243} &lt; \sqrt{256}</math>, obținem că aria triunghiului <math>AMC</math> este mai mică decât <math>16\text{ cm}^2</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
	<p><math>A_l = P_{\triangle ABC} \cdot AD = 36 \cdot 18 = 648\text{ cm}^2</math>, <math>A_l = A_l + 2 \cdot A_b = 648 + 2 \cdot 36\sqrt{3}\text{ cm}^2 = 72(9 + \sqrt{3})\text{ cm}^2</math> <math>72(9 + \sqrt{3}) &gt; 720 \Leftrightarrow 9 + \sqrt{3} &gt; 10 \Leftrightarrow \sqrt{3} &gt; \sqrt{1}</math>, deci aria totală a prismei <math>ABCDEF</math> este mai mare decât <math>720\text{ cm}^2</math></p> <p>b) <math>AM \perp BC</math>, unde <math>M \in BC</math> și, cum <math>DA \perp (ABC)</math> și <math>AM, BC \subset (ABC)</math>, obținem că <math>DM \perp BC</math>, <math>AM \cap DM = \{M\} \Rightarrow BC \perp (ADM)</math> Construim <math>AQ \perp DM</math>, <math>Q \in DM</math> și, cum <math>AQ \perp BC</math>, <math>DM \cap BC = \{M\} \Rightarrow AQ \perp (DBC) \Rightarrow d(A, (BCD)) = AQ</math>; triunghiul <math>ADM</math> este dreptunghic în <math>A</math>, deci <math>AQ = \frac{AD \cdot AM}{DM} = 9\text{ cm} \Rightarrow AA' = AQ = d(A, (BCD))</math> și, cum <math>Q, A' \in (BCD)</math>, obținem că <math>A' = Q</math> <math>EF \parallel BC</math>, deci <math>EF \perp (ADM)</math>, de unde obținem că <math>\sphericalangle(AA', EF) = 90^\circ</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 15**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	a)	5p
4.	a)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $35 \cdot 4 + 2(g + r) = 198$ , unde $g$ reprezintă numărul găinilor, iar $r$ reprezintă numărul rațelor din ograda bunicii Mariei, deci $g + r = 29$	1p
	Cum $35 + 29 = 64 \neq 69$ , deducem că în ograda bunicii Mariei nu pot fi 35 de iepuri	1p
	b) Cum $g = r + 11$ , deci $r = g - 11$ , din $i + g + r = 69$ rezultă $i + 2g = 80$ , unde $i$ reprezintă numărul iepurilor din ograda bunicii Mariei	1p
	Cum $4i + 2(g + r) = 198$ și $r = g - 11$ , obținem $i + g = 55$ $g = 80 - 55 = 25$	1p

2.	<p>a) <math>a = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 4 = -\frac{1}{2} + \frac{4}{3}</math></p> $a = \frac{-3+8}{6} = \frac{5}{6}$	1p
	<p>b) <math>b = \frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3} - \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - 1 \right) = \frac{3}{4} - 2 + \frac{4}{3} - \left( \frac{3}{4} - 1 \right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}</math></p> $N = 2a - 5b = 2 \cdot \frac{5}{6} - 5 \cdot \frac{1}{3} = 0 \in \mathbb{N}$	1p
3.	<p>a) <math>f(2) = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = -2</math></p> $f\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right) = -1, \text{ deci } f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + (-2) = -1 = f\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)$	1p
	<p>b) <math>A\left(\frac{3}{2}, 0\right)</math> și <math>B(0, -3)</math> sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției <math>f</math> cu axele <math>Ox</math>, respectiv <math>Oy</math></p> <p><math>A</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math> și <math>OA \parallel CN</math>, unde <math>N</math> este proiecția punctului <math>C</math> pe axa <math>Oy</math>, deci <math>OA</math> linie mijlocie în triunghiul <math>BCN</math>, de unde obținem că <math>CN = 2OA = 3</math> și <math>OB = ON = 3</math></p> <p><math>M</math> este proiecția punctului <math>C</math> pe axa <math>Ox</math>, deci <math>CM = ON = 3</math>, de unde suma distanțelor de la punctul <math>C</math> la axele de coordonate este <math>CN + CM = 6</math></p>	1p
	<p><math>M</math> este proiecția punctului <math>C</math> pe axa <math>Ox</math>, deci <math>CM = ON = 3</math>, de unde suma distanțelor de la punctul <math>C</math> la axele de coordonate este <math>CN + CM = 6</math></p>	1p
4.	<p>a) În triunghiul isoscel <math>ABC</math>, <math>AT</math> este mediană, deci <math>AT</math> este și înălțime, punctul <math>G</math> este centrul de greutate al triunghiului <math>ABC</math> deci, <math>AT = 3GT = 24\text{cm}</math></p> <p>Triunghiul <math>ATB</math> este dreptunghic în <math>T</math>, deci <math>AB = \sqrt{AT^2 + BT^2} = 26\text{cm}</math>, de unde <math>P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 72\text{cm}</math></p>	1p
	<p>b) <math>BG \cap AC = \{N\}</math>, unde <math>N</math> este mijlocul segmentului <math>AC</math> și, cum <math>S</math> este simetricul punctului <math>G</math> față de punctul <math>N</math>, rezultă <math>GN \equiv NS</math> și <math>BG \equiv GS</math>, deci <math>GT</math> este linie mijlocie în triunghiul <math>BGS</math>, de unde obținem că <math>SC \perp BC</math></p>	1p
	$\mathcal{A}_{\Delta SGC} = \mathcal{A}_{\Delta SBC} - \mathcal{A}_{\Delta GBC} = \frac{BC \cdot SC}{2} - \frac{BC \cdot GT}{2} = \frac{20(16-8)}{2} = 80\text{cm}^2$ <p>În triunghiul <math>GTC</math> dreptunghic în <math>T</math>, <math>GC^2 = GT^2 + TC^2</math>, deci <math>GC = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}\text{cm}</math></p> $\mathcal{A}_{\Delta GSC} = \frac{GC \cdot d(S, GC)}{2} = 80\text{cm}^2 \text{ de unde obținem } d(S, CG) = \frac{80}{\sqrt{41}} = \frac{80\sqrt{41}}{41}\text{cm}$	1p
5.	<p>a) <math>\sin(\sphericalangle ADT) = \frac{AT}{AD}</math> și <math>\sin(\sphericalangle ABT) = \frac{AT}{AB}</math>, unde <math>AT \perp BD</math>, <math>T \in BD</math></p> $\frac{\sin(\sphericalangle ADB)}{\sin(\sphericalangle ABD)} = \frac{AT}{4} \cdot \frac{8}{AT} = 2$	1p
	<p>b) <math>\frac{DA}{BD} = \frac{4}{10}, \frac{AB}{BC} = \frac{8}{20}, \frac{BD}{CD} = \frac{10}{25}</math>, deci <math>\frac{DA}{BD} = \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{CD} = \frac{2}{5} \Rightarrow \Delta BDA \sim \Delta CDB</math></p>	2p
	<p><math>\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle BDC</math>, deci <math>DB</math> este bisectoarea unghiului <math>ADC</math></p>	1p

<b>6.</b>	a) $VM^2 = VB^2 - BM^2 \Rightarrow VM = \sqrt{91} \text{ cm}$ $\mathcal{A}_i = 3 \cdot \frac{BC \cdot VM}{2} = 3 \cdot \frac{6 \cdot \sqrt{91}}{2} = 9\sqrt{91} \text{ cm}^2$	<b>1p</b>
	b) Segmentul $MN$ este linie mijlocie în triunghiul $VBC \Rightarrow MN \parallel VB \Rightarrow MN = \frac{VB}{2} = 5 \text{ cm}$ Cum $VB \subset (VAB)$ , $NM \parallel VB \Rightarrow MN \parallel (VAB)$ , deci lungimea proiecției segmentului $MN$ pe planul $(VAB)$ este un segment de lungime 5cm, egală cu cea a segmentului $MN$	<b>1p</b> <b>2p</b>