

ИТЕМ 8

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

ГЛАГОЛ / ДЕЙСТВИЕ	=
УДВОЕННЫЙ X	$2 \cdot X$
УТРОЕННЫЙ X	$3 \cdot X$
НА 10 БОЛЬШЕ , ЧЕМ X	$X + 10$
НА 10 МЕНЬШЕ , ЧЕМ X	$X - 10$
В 2 РАЗА БОЛЬШЕ , ЧЕМ X	$2 \cdot X$
В 2 РАЗА МЕНЬШЕ , ЧЕМ X	$\frac{X}{2}$
ПОЛОВИНА ОТ X	$\frac{X}{2}$

I. Запишите математическое выражение в заданном контексте

1. У Нику **на 20 лей больше**, чем у Григория: $N = G + 20$

2. У Нику **на 20 лей меньше**, чем у Григория: $N = G - 20$

3. У Нику **в 20 раз больше** марок, чем у Григория: $N = G \cdot 20$

4. У Нику **в 20 раз меньше** марок, чем у Григория: $N = \frac{G}{20}$

5. Цена p **удвоилась**: $2 \cdot p$

6. Цена c **утроилась**: $3 \cdot c$

7. **Половина** площади s : $\frac{s}{2}$

8. Из корзины, в которой было m яблок, **извлекли 15** яблок: $m - 15$

II. Запишите уравнение, соответствующее заданному высказыванию, используя две буквы для обозначения неизвестных:

1. Одно число на 8 больше другого.

Одно число		на 8 больше другого числа
x	=	$y + 8$

Получено уравнение: $x = y + 8$

2. Одно число в два раза меньше другого.

Одно число		в два раза меньше другого числа
x	=	$\frac{y}{2}$

Получено уравнение: $x = \frac{y}{2}$

3. Одно число на 8 больше половины другого.

Одно число		на 8 больше половины другого числа
x	=	$\frac{y}{2} + 8$

Получено уравнение: $x = \frac{y}{2} + 8$

4. Две тетради стоят столько же, сколько и 5 ручек.

Одна тетрадь	Две тетради	стоят столько же	сколько и 5 ручек
$1x$	$2x$	=	$5y$

Получено уравнение: $2x = 5y$

5. Две тетради стоят на 7 лей больше, чем 3 ручки.

Одна тетрадь	Две тетради	стоят	больше, чем 3 ручки
$1x$	$2x$	=	$3y + 7$

Получено уравнение: $2x = 3y + 7$

6. Половина от количества всех книг в школе равна удвоенному количеству книг в книжном магазине:

Количество книг в школе	Половина от количества всех книг в школе	равна	удвоенному количеству книг в книжном магазине
x	$\frac{x}{2}$	=	$2y$

Получено уравнение: $\frac{x}{2} = 2y$

7. В двух пеналах было несколько ручек. После того, как из первого пенала извлекли 12 ручек и положили их во второй, количество ручек в пеналах стало одинаковым.

Пусть в первом пенале было x ручек, а во втором — y ручек.

- Из первого пенала извлекли 12 ручек, в первом пенале осталось: $x - 12$
- и положили их во второй пенал, во втором стало: $y + 12$
- количество ручек в пеналах стало одинаковым: $x - 12 = y + 12$

Получено уравнение: $x - 12 = y + 12$

8. В двух пеналах было несколько ручек. После того, как из первого пенала извлекли 12 ручек и положили их во второй, в первом пенале осталось в два раза больше ручек, чем во втором.

Пусть в первом пенале было x ручек, а во втором — y ручек.

- Из первого пенала извлекли 12 ручек, в первом пенале осталось: $x - 12$
- и положили их во второй пенал, во втором стало: $y + 12$,
- в первом пенале осталось в два раза больше ручек, чем во втором:

$$x - 12 = 2(y + 12)$$

9. В двух сосудах находится масло. В первом сосуде на 3 литра меньше, чем удвоенное количество, находящееся во втором сосуде.

Пусть x и y количество масла, находящееся в первом и втором сосудах соответственно.

- Удвоенное количество, находящееся во втором сосуде: $2y$
- на 3 литра меньше, чем удвоенное количество, находящееся во втором сосуде: $2y - 3$

- в первом сосуде на 3 литра меньше, чем удвоенное количество, находящееся во втором сосуде: $x = 2y - 3$

10. В спортивном фестивале приняли участие футбольные и баскетбольные команды, всего 380 спортсменов. Каждая футбольная команда состоит из 20 спортсменов, а каждая баскетбольная команда — из 10 спортсменов.

Пусть x и y количество футбольных и баскетбольных команд соответственно.

- количество спортсменов в x футбольных командах: $20x$
- количество спортсменов в y баскетбольных командах: $10y$

Получено уравнение: $20x + 10y = 380$

III. Напишите два уравнения с двумя неизвестными, соответствующие данной задаче. Затем решите задачу.

11. Одно из чисел на 8 больше половины другого. Определите эти числа, если их сумма равна 23.

Решение: Пусть x и y искомые числа.

Их сумма равна 23: $x + y = 23$.

Первое число на 8 больше половины другого числа: $x = \frac{y}{2} + 8$

Получаем систему: $\begin{cases} x + y = 23, \\ x = \frac{y}{2} + 8. \end{cases}$

Умножим каждый член обеих сторон уравнения $x = \frac{y}{2} + 8$ на 2.

Получим уравнение $2x = y + 16$.

Решаем полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 2x = y + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 23 \\ 2x - y = 16. \end{cases}$$

Складываем левые и правые части уравнений. Записываем полученное уравнение $3x = 39$, и одно из уравнений системы, например первое, так как оно проще:

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 + y = 23 \\ x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 13. \end{cases}$$

Ответ: Искомые числа 10 и 13.

Решите следующую задачу по аналогии с предыдущей

12. Дору налил 12 литров масла в два сосуда. В первый сосуд он налил на 3 литра меньше, чем удвоенное количество, находящееся во втором сосуде. Определите, сколько литров масла налито в каждый сосуд.
13. Ученик заплатил 68 лей за 10 тетрадей и 3 ручки. Определите цену одной тетради и цену одной ручки, если известно, что три тетради стоят на 3 лея больше, чем две ручки.

Решение: Пусть x - цена одной тетради, y - цена одной ручки.

10 тетрадей стоят $10 \cdot x$ (лей).

3 ручки стоят $3 \cdot y$ (лей).

Всего: $10 \cdot x + 3 \cdot y = 68$ (леев)

3 тетради стоят на 3 лея больше, чем 2 ручки: $3 \cdot x = 2 \cdot y + 3$

Решаем полученную систему уравнений, используя метод сложения. Все неизвестные переносим в левую часть уравнения:

$$\begin{cases} 10x + 3y = 68 \\ 3x = 2y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 3y = 68 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} .$$

Исключаем неизвестную y из одного уравнения системы, умножив первое уравнение на 2, а второе — на 3. Складываем левые и правые части уравнений:

$$\begin{cases} 10x + 3y = 68 & | \cdot 2 \\ 3x - 2y = 3 & | \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 6y = 136 \\ 9x - 6y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 6y = 136 \\ 29x = 145 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20 \cdot 5 + 6 \cdot y = 136 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cdot y = 36 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: Цена одной тетради - 5 лей, цена одной ручки - 6 лей.

Решите следующую задачу по аналогии с предыдущей

14. *Известно, что пять тетрадей стоят на 4 лея больше, чем три ручки, а три тетради стоят на 2 лея меньше, чем две ручки. Определите цену одной тетради и цену одной ручки.*
15. *В магазине канцелярских товаров в апреле было продано 115 ручек и тетрадей. В мае было продано в 2 раза больше ручек и в 2 раза меньше тетрадей, чем в апреле. В целом в мае было продано 170 ручек и тетрадей. Определите, сколько ручек и тетрадей было продано в этом магазине в апреле.*

Решение: Пусть x – количество ручек, y – количество тетрадей, проданных в апреле.

В апреле всего: $x + y = 115$

В мае - в 2 раза больше ручек: $2x$

В мае - в 2 раза меньше тетрадей: $\frac{y}{2}$

В мае всего: $2x + \frac{y}{2} = 170$

Получим систему:
$$\begin{cases} x + y = 115 \\ 2x + \frac{y}{2} = 170. \end{cases}$$

Исключаем неизвестную y из одного уравнения системы, умножив второе уравнение на -2 . Складываем левые и правые части уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 115 \\ 2x + \frac{y}{2} = 170 \end{cases} \quad | \cdot (-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ -4x - y = -340 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ -3x = -225 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ x = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 75. \end{cases}$$

Ответ: 75 ручек и 40 тетрадей было продано в этом магазине в апреле.

Решите следующую задачу по аналогии с предыдущей.

16. *В 2022 году фермер продал пшеницу и кукурузу на сумму 100 тысяч лей. В 2023 году объем продаж пшеницы уменьшился в 2 раза, а кукурузы - увеличился в 2 раза. Общий объем продаж в 2023 году*

составил 110 тысяч лей. Определите, на какую сумму фермер продал пшеницу и на какую сумму кукурузу в 2022 году.

17. *В спортивном фестивале приняли участие футбольные и баскетбольные команды, всего 27 команд и 380 спортсменов. Каждая футбольная команда состоит из 20 спортсменов, а каждая баскетбольная команда — из 10 спортсменов. Вычислите, сколько футбольных и сколько баскетбольных команд приняли участие в фестивале.*

Решение: Пусть x и y число футбольных и баскетбольных команд, соответственно.

- Число команд: $x + y = 27$
- число спортсменов в x футбольных командах: $20x$
- число спортсменов в y баскетбольных командах: $10y$
- всего спортсменов: $20x + 10y = 380$

Получаем систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 20x + 10y = 380. \end{cases}$$

Исключаем неизвестную y из одного уравнения системы, умножив первое уравнение на -10 . Складываем левые и правые части уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 27 & | \cdot (-10) \\ 20x + 10y = 380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x - 10y = -270 \\ 20x + 10y = 380 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -110 - 10y = -270 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -270 + 110 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -10y = -160 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 11. \end{cases}$$

Ответ: 11 футбольных команд и 16 баскетбольных команд.

Решите задачи 18, 19, 20, аналогично задаче 17

18. *Конкурсный тест по математике содержит задания по 4 и по 5 баллов. Ученик полностью решил 12 заданий, за которые получил полное количество баллов. За весь тест ученик набрал 53 балла. Определите, сколько заданий каждого типа решил ученик.*

19. В конкурсе танцев участвуют группы по 4 танцора и группы по 6 танцоров. Определите количество групп каждого типа, если известно, что в чемпионате участвовало 12 групп и 62 танцора.
20. В школьной столовой продаются пирожки с творогом и пирожки с картошкой. Цена одного пирожка с творогом - 12 лей, а одного пирожка с картошкой - 7 лей. Определите, сколько пирожков каждого вида было продано, если известно, что всего продали 150 пирожков на сумму 1375 лей.
21. В двух пеналах было 24 ручки. После того, как из первого пенала извлекли 2 ручки и положили их во второй, в первом пенале осталось в три раза больше ручек, чем во втором. Определите, сколько ручек изначально было в каждом пенале.

Решение: Пусть x и y количество ручек в первом и втором пеналах соответственно.

- Общее количество ручек: $x + y = 24$
- После того как из первого пенала извлекли 2 ручки, в первом пенале осталось: $x - 2$
- и положили их во второй пенал, во втором стало: $y + 2$,
- в первом пенале осталось в три раза больше ручек, чем во втором:

$$x - 2 = 3(y + 2)$$

Получаем систему: $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3(y + 2) \end{cases}$.

Раскроем скобки во втором уравнении, и перенесем все неизвестные члены в левую часть равенства.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

Исключаем неизвестную y из одного уравнения системы, умножив первое уравнение на 3. Складываем левые и правые части уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \quad | \cdot 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 72 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 80 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 20 - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: В первом пенале было 20 ручек, во втором пенале было 4 ручки.

Решите следующую задачу по аналогии с предыдущей

22. У Михаила было всего на двух счетах сумма 65 тысяч леев. После того, как он снял 12 тысяч лей с первого счета и 17 тысяч лей со второго, на первом счете осталось в 2 раза больше лей, чем на втором. Определите, сколько лей было изначально на каждом счете.
23. До акции монитор и принтер стоили вместе 4200 лей. После того, как цена монитора была снижена на 200 лей, а цена принтера была снижена в 2 раза, стоимость обоих предметов стала 2750 лей. Определите первоначальную цену монитора и цену принтера.
24. У Михаила и Марии всего 219 лей. После того, как Михаил купил CD за 52 лея, а Мария купила книгу за 47 лей, у них осталась одинаковая сумма денег. Определите, сколько лей было у каждого из них первоначально.
25. На лодке перевозят мешки с картошкой одинакового веса. Лодка с 20 мешками весит 1200 кг, а с 25 мешками - 1425 кг. Определите вес лодки и вес одного мешка с картошкой.

Решение: Пусть лодка весит x кг, а мешок картошки - y кг.

- 20 мешков картошки весят: $20x$ кг.
 - Лодка с 20 мешками картошки весит: $y + 20x$ кг.
- Первое уравнение: $y + 20x = 1200$
- 25 мешков картошки весят: $25x$ кг,
 - Лодка с 25 мешками картошки весит: $y + 25x$ кг.

Второе уравнение: $y + 25x = 1425$.

Получаем систему:
$$\begin{cases} y + 20x = 1200 \\ y + 25x = 1425 \end{cases}$$

Исключаем неизвестную y из одного уравнения системы, умножив первое уравнение на -1 . Складываем левые и правые части уравнений:

$$\begin{cases} y + 20x = 1200 \\ y + 25x = 1425 \end{cases} \quad | \cdot (-1) \Leftrightarrow \begin{cases} -y - 20x = -1200 \\ y + 25x = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 225 \\ y + 25x = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y + 1125 = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 300 \end{cases}$$

Ответ: Лодка весит 300 кг, а мешок с картошкой - 45 кг.