ГЕОМЕТРИЯ

В ПОМОЩЬ СТАРШЕКЛАССНИКАМ, ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ И АБИТУРИЕНТАМ

Е. М. Рабинович

Задачи и упражнения
на готовых чертежах

7–9 классы

ГЕОМЕТРИЯ

ИЛЕКСА
Москва
2010

Рецензенты:
Г.В. Апостолова — зав. сектором математики
Киевского Межрегионального института усовершенствования учителей,
кандидат физико-математических наук, доцент
М.С. Якир — Заслуженный учитель Украины

Художник-оформитель *М.Л. Курдюмов*

Рабинович Е. М.

Задачи и упражнения на готовых чертежах. 7–9 классы. Геометрия.— М.: ИЛЕКСА, 2010.— 60 с.

ISBN 978-5-89237-141-4

ISBN 978-5-89237-141-4

Хорошо известно, как много времени, особенно на начальном этапе изучения геометрии, занимает выполнение чертежей. Ученику зачастую легче решить задачу, чем сделать к ней рисунок. Именно поэтому для отрабатывания навыков решения задач выгодно пользоваться готовыми чертежами. Это значительно увеличивает объем рассматриваемого на уроке материала, повышает его эффективность.

Предлагаемое пособие является дополнительным сборником задач по геометрии для учащихся 7-9 классов и ориентировано на учебник А.В. Погорелова «Геометрия 7-11». Пособие составлено в виде таблиц и содержит более 400 задач и упражнений по геометрии для учеников 7-9 классов.

Задачи каждой таблицы соответствуют определенной теме школьного курса планиметрии.

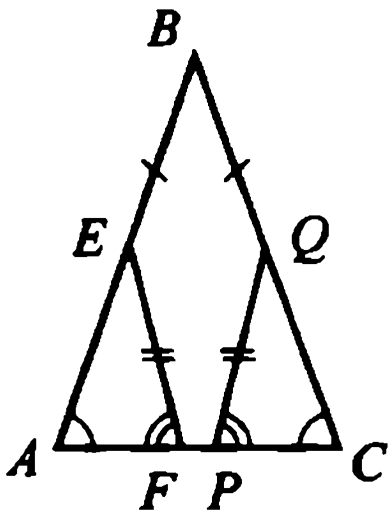
Условия некоторых задач представлены в традиционной структуре: «Дано — Найти» или «Дано — Доказать». В тех случаях, когда задачи можно объединить в группу, задание сформулировано в верхней части таблицы.

В пособии 13 таблиц для 7 класса, 17 таблиц для 8 класса и 14 таблиц для 9 класса. Оно предназначено прежде всего для обучения школьников самостоятельному решению задач по только что изученному материалу. Задания пособия могут также использоваться для организации самостоятельных и проверочных работ.

Многие задания пособия могут быть решены устно.

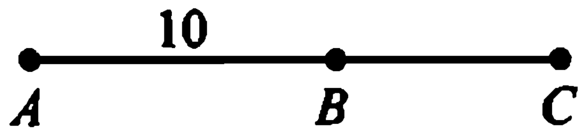
К большинству задач и упражений приведены ответы, указания и решения.

В книге приняты следующие условные обозначения:

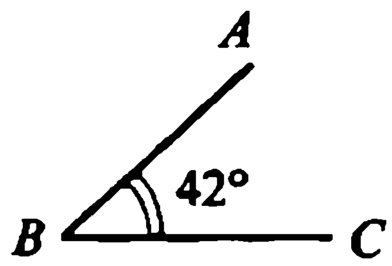


Равные отрезки на чертежах отмечены одинаковым количеством штрихов, равные углы — одинаковым количеством дуг, за исключением искомых углов.

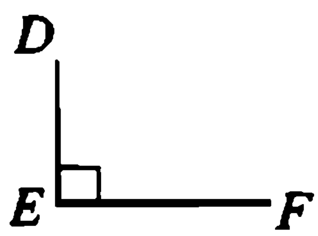
На рисунке $BE = BQ, EF = QP, \angle A = \angle C, \angle EFA = \angle QPC$.



$AB = 10$ см.



$\angle ABC = 42°$



$\angle DEF = 90°$.

Таблица 7.1. **Измерение отрезков**

1

Дано: $AB = 6$ см, $BC = 9$ см.
Найти: AC.

2

Дано: $MP = 12$ см, $KP = 3$ см.
Найти: MK.

3

Дано: $DF = 9{,}3$ см.
Найти ошибку.

4

Дано: $KM = 9$ см, $LN = 8$ см,
$KN = 12$ см.
Найти: LM.

5

Дано: $FT = 11$ см, $HD = 9$ см,
$HT = 5$ см.
Найти: FD.

6

1) Дано: $AB = CD$.
Доказать: $AC = BD$.
2) Дано: $AC = BD$.
Доказать: $AB = CD$.

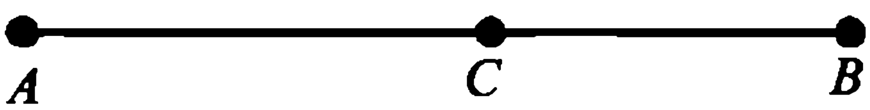
7

Дано: $KP - PE = 3$ см, $KE = 21$ см.
Найти: KP и PE.

8

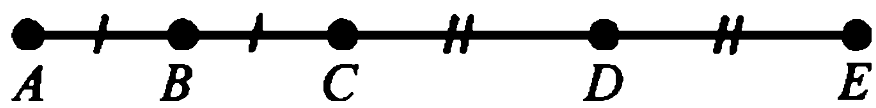
Дано: $DF = 24$ см, $FE = 3DE$.
Найти: DE и FE.

9



Дано: $AB = 28$ см, $AC : CB = 4 : 3$.
Найти: AC и CB.

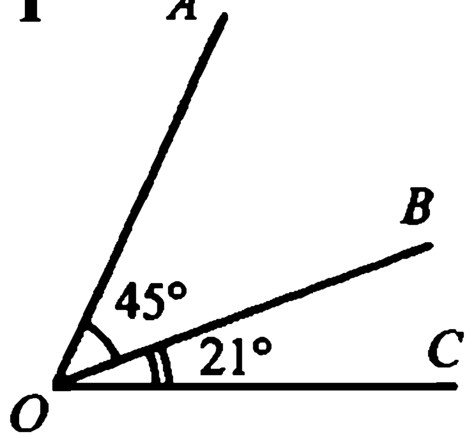
10



Дано: $AB = BC$, $CD = DE$.
Найти: 1) BD, если $AE = 20$ см;
2) AE, если $BD = 12$ см.

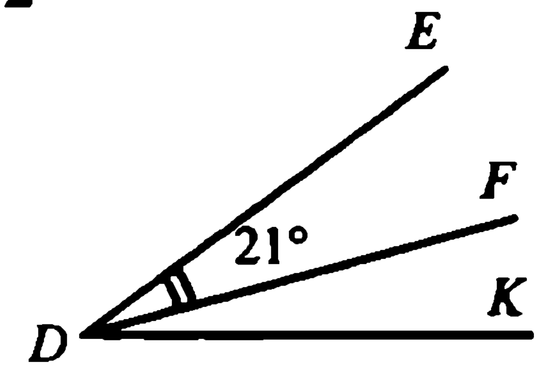
Таблица 7.2. **Измерение углов**

1



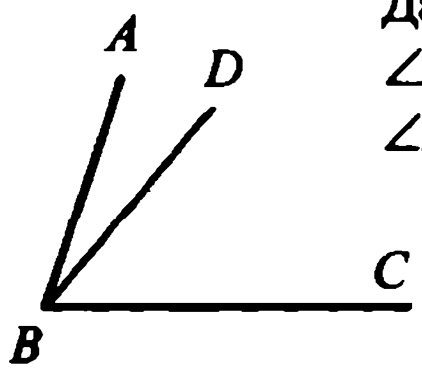
Найти: $\angle AOC$.

2



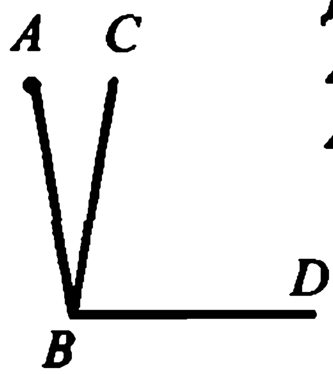
Дано: $\angle EDK = 36°$.
Найти: $\angle FDK$.

3



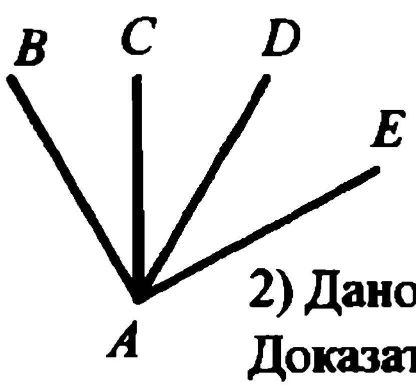
Дано: $\angle ABC = 72°$, $\angle DBC - \angle ABD = 26°$.
Найти: $\angle ABD$ и $\angle DBC$.

4



Дано: $\angle ABD = 100°$, $\angle CBD = 4\ \angle ABC$.
Найти: $\angle ABC$ и $\angle CBD$.

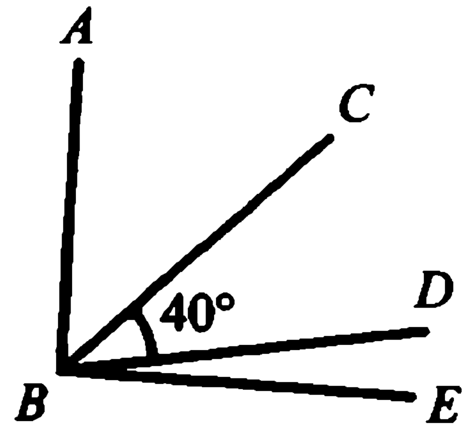
5



1) Дано: $\angle BAC = \angle DAE$.
Доказать: $\angle BAD = \angle CAE$.

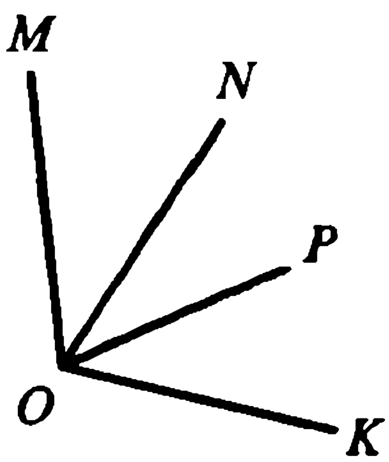
2) Дано: $\angle BAD = \angle CAE$.
Доказать: $\angle BAC = \angle DAE$.

6



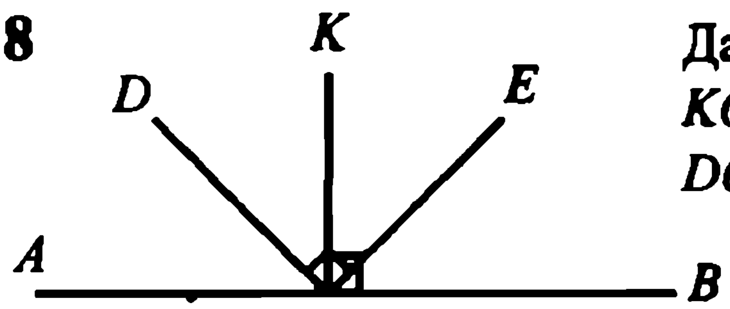
Дано: $\angle ABD = 85°$, $\angle CBE = 45°$.
Найти: $\angle ABE$.

7



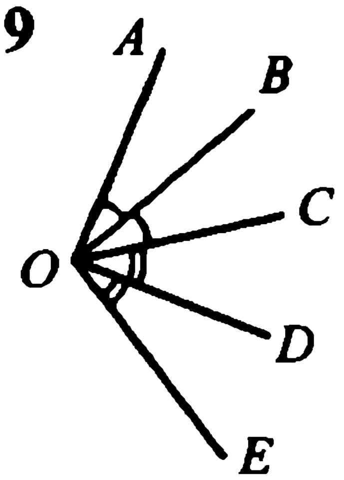
Дано: $\angle MOK = 110°$, $\angle MOP = 73°$, $\angle NOP = 64°$
Найти: $\angle NOK$.

8



Дано: $KO \perp AB$, $DO \perp OE$.
Доказать: $\angle AOD = \angle KOE$, $\angle DOK = \angle EOB$.

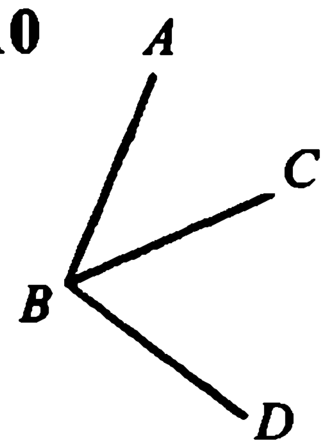
9



1) Дано: $\angle AOE = 96°$
Найти: $\angle BOD$.

2) Дано: $\angle BOD = 42°$.
Найти: $\angle AOE$.

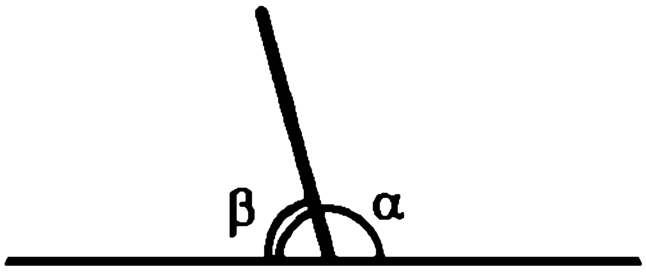
10



Дано: $\angle ABD = 105°$, $\angle ABC : \angle CBD = 3 : 4$.
Найти: $\angle ABC$, $\angle CBD$.

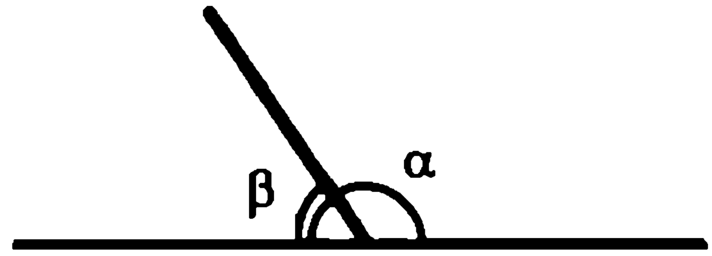
Таблица 7.3. **Смежные углы**

1



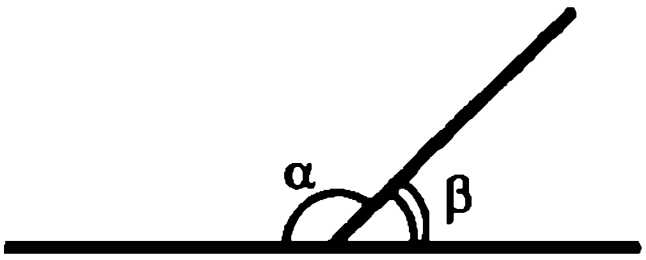
Дано: $\alpha - \beta = 30°$.
Найти: α, β.

2



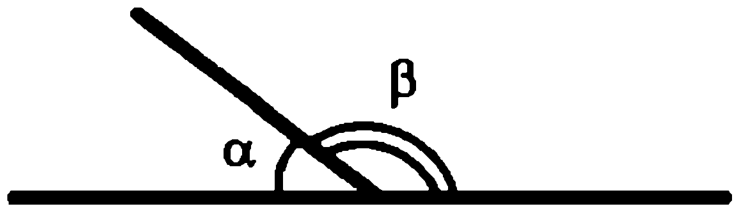
Дано: $\alpha = 90° + \beta$.
Найти: α, β.

3



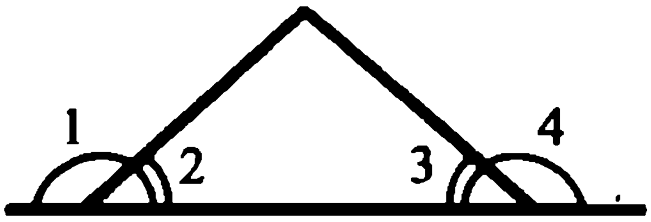
Дано: $\alpha = 3\beta$.
Найти: α, β.

4



Дано: $\alpha : \beta = 1 : 5$.
Найти: α, β.

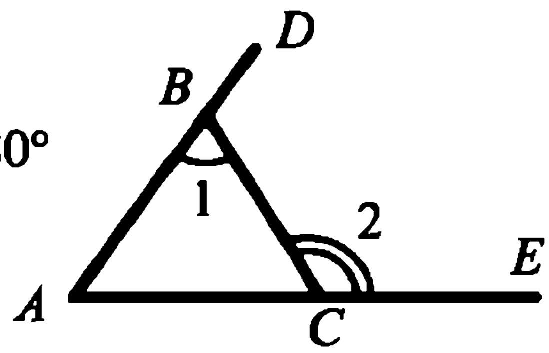
5



Дано: $\angle 1 = \angle 4$.
Доказать: $\angle 2 = \angle 3$.

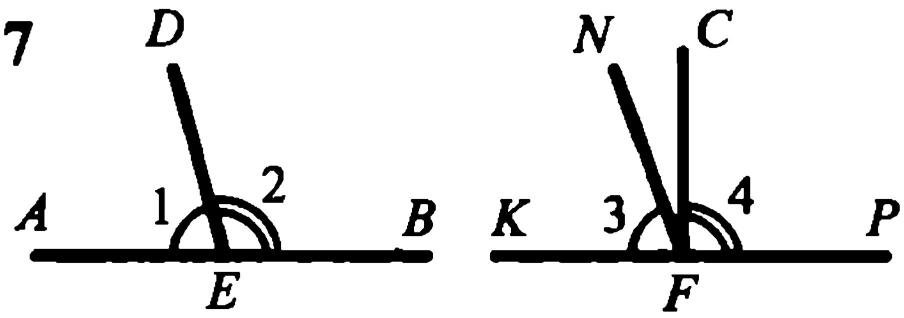
6

Дано:
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$



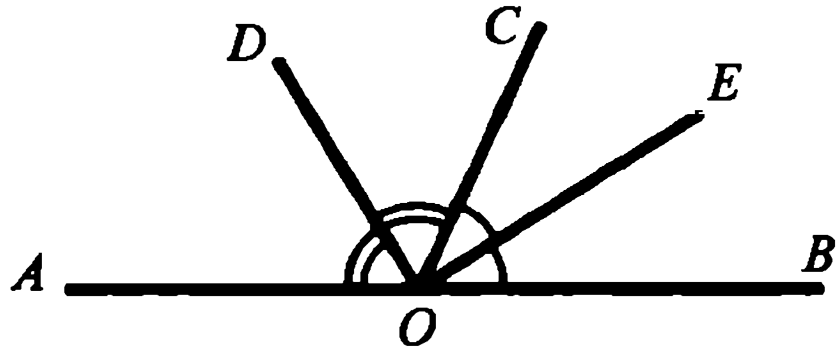
Доказать: 1) $\angle ABC = \angle ACB$;
2) $\angle DBC = \angle BCE$.

7



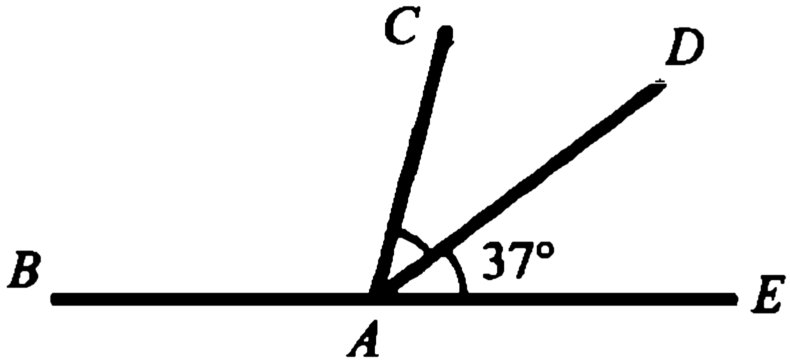
Дано: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.
Найти ошибку.

8



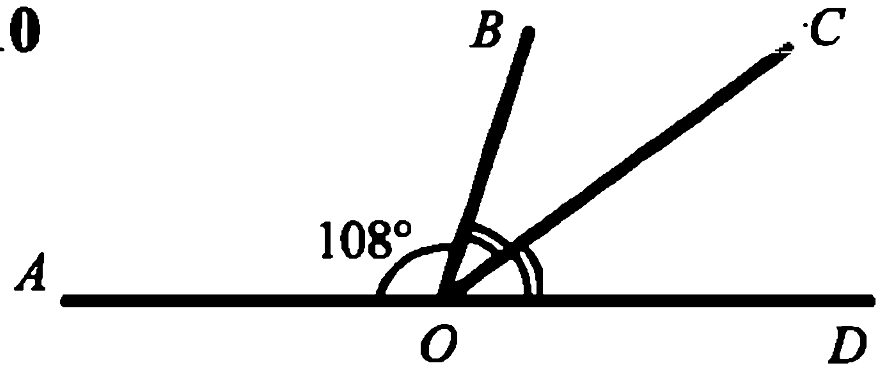
Найти: $\angle DOE$.

9



Найти: $\angle BAC$.

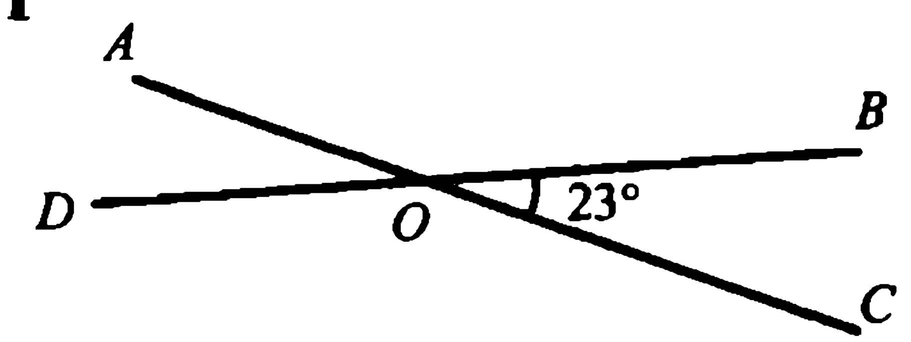
10



Найти: $\angle BOC$.

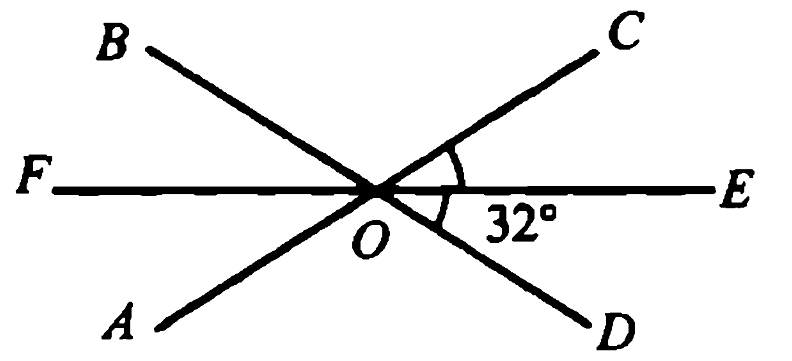
Таблица 7.4. Смежные и вертикальные углы

1



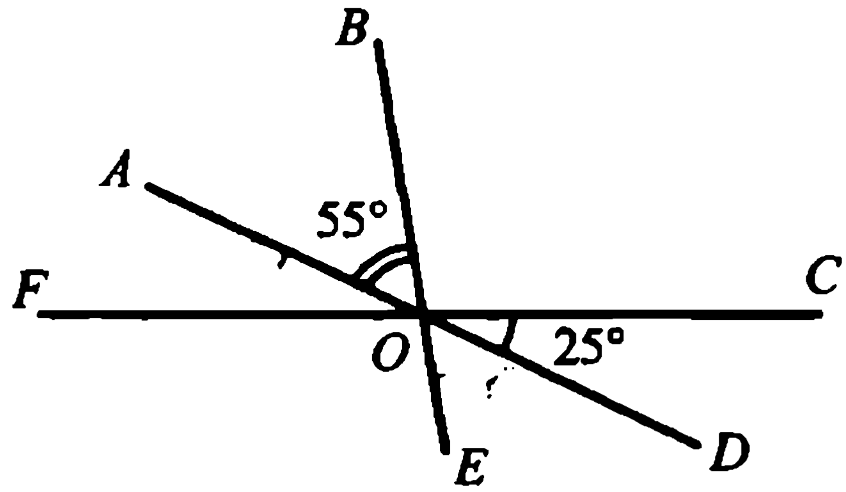
Найти: $\angle AOB$, $\angle AOD$, $\angle COD$.

2



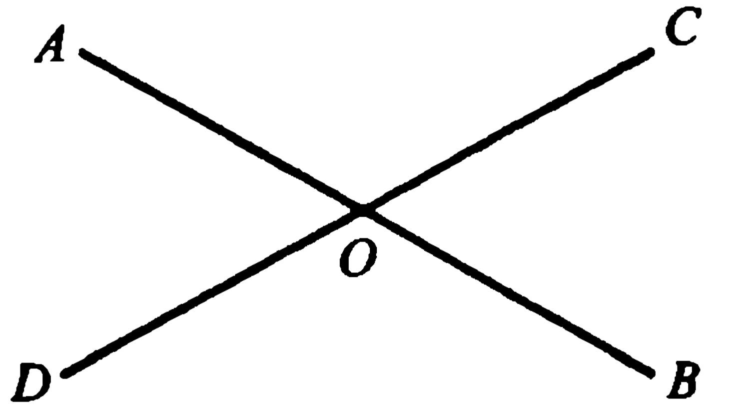
Найти: $\angle BOC$.

3



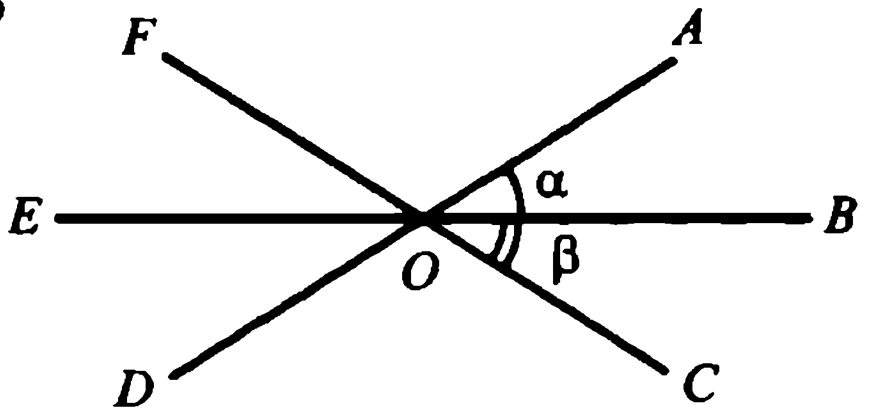
Найти: $\angle FOE$.

4



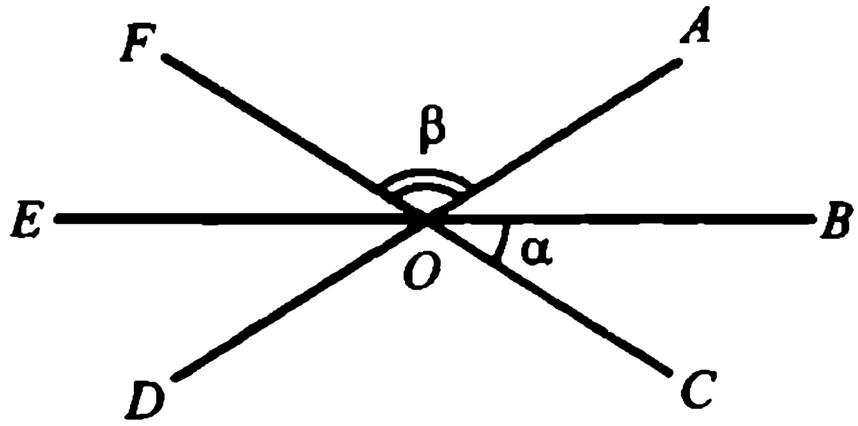
Дано: $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210°$.
Найти: $\angle AOD$ и $\angle DOB$.

5



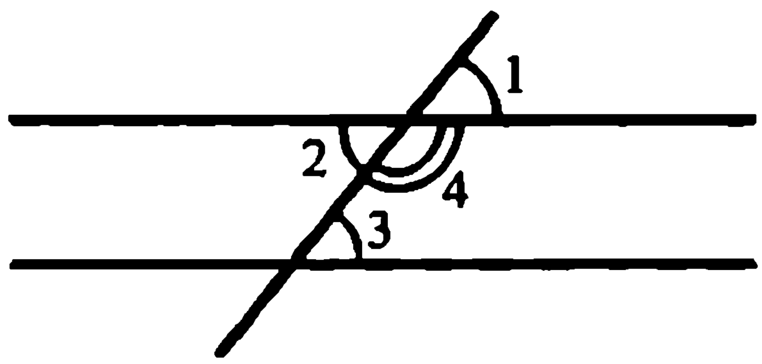
Найти: $\angle AOF$.

6



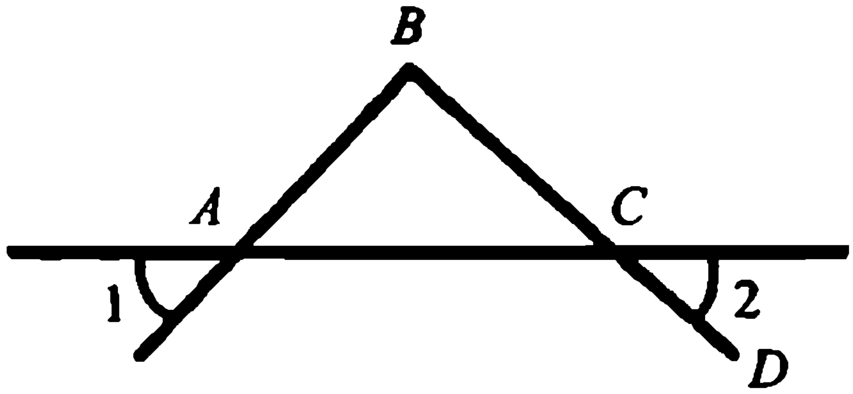
Найти: $\angle EOD$.

7



Дано: $\angle 2 = \angle 3$.
Доказать: 1) $\angle 1 = \angle 3$;
2) $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.

8

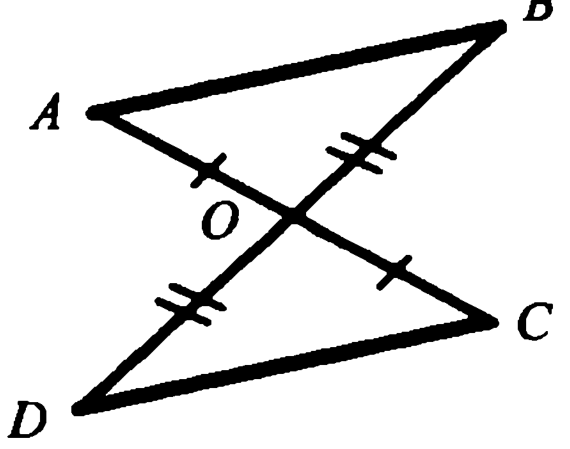


Дано: $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\angle BAC + \angle ACD = 180°$

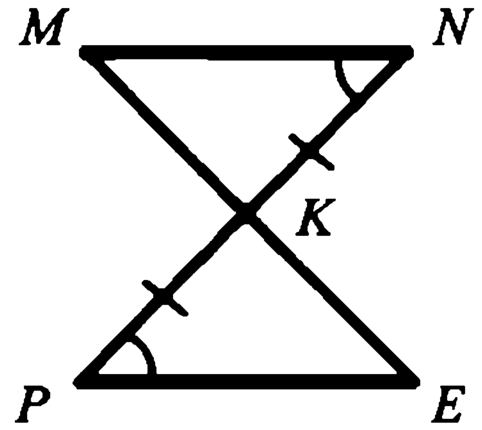
Таблица 7.5. **Признаки равенства треугольников**

Найти пары равных треугольников и доказать их равенство:

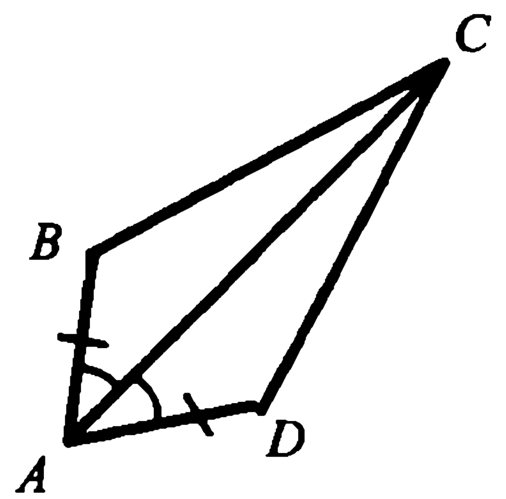
1



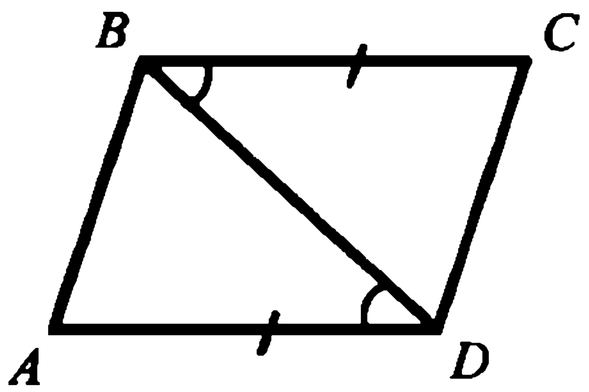
2



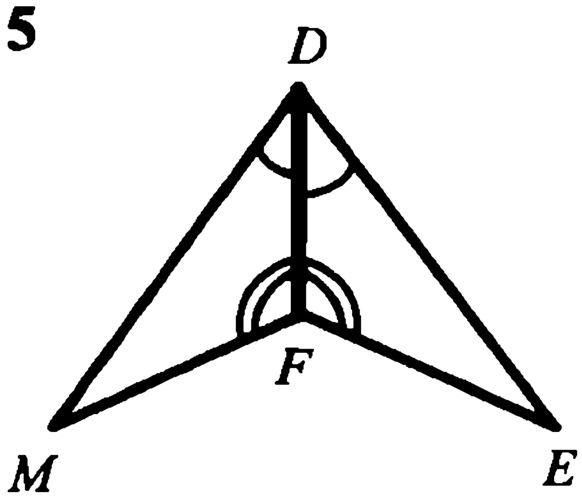
3



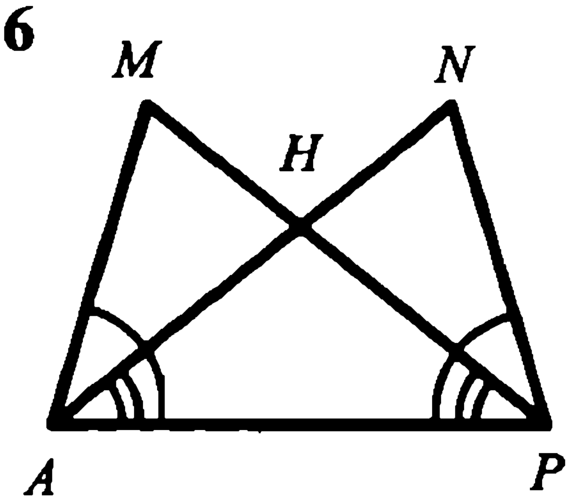
4



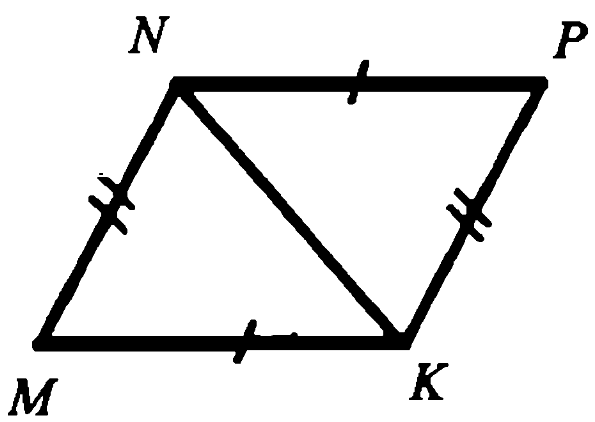
5



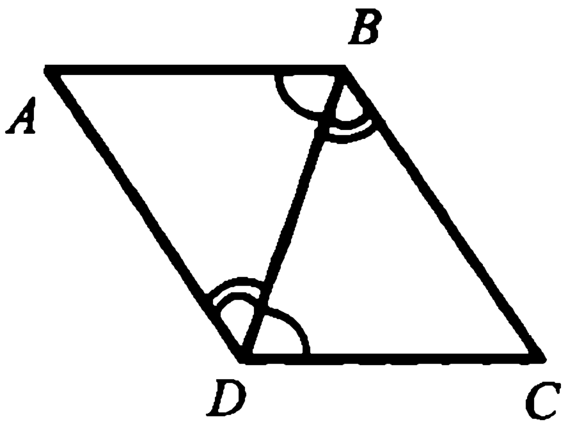
6



7

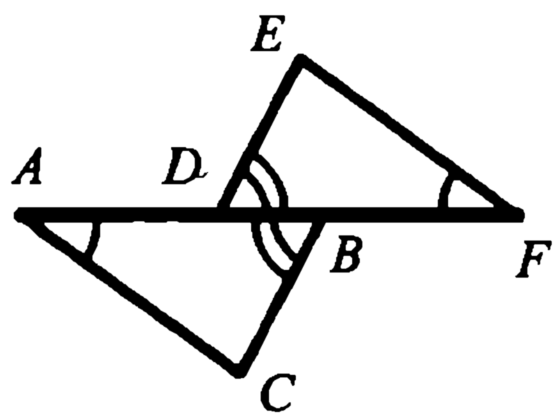


8



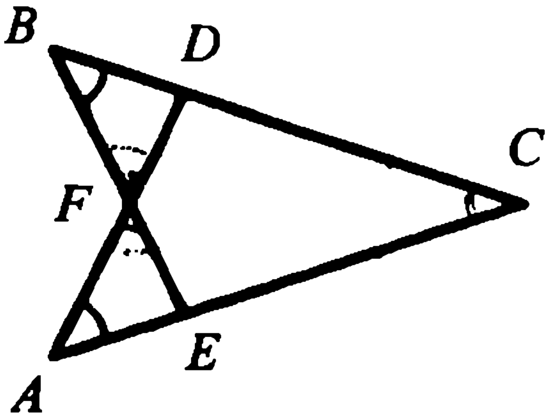
9

Дано: $AD = BF$.

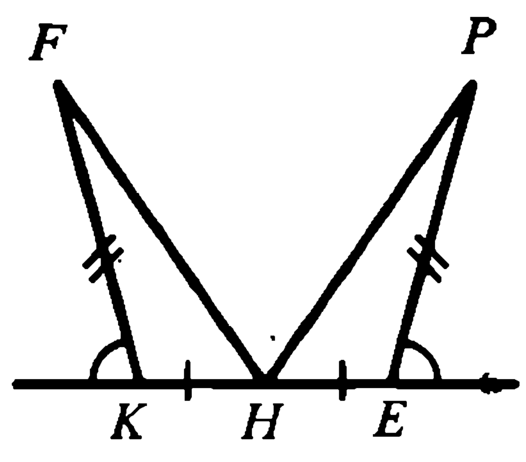


10

Дано: $AC = BC$.



11



12

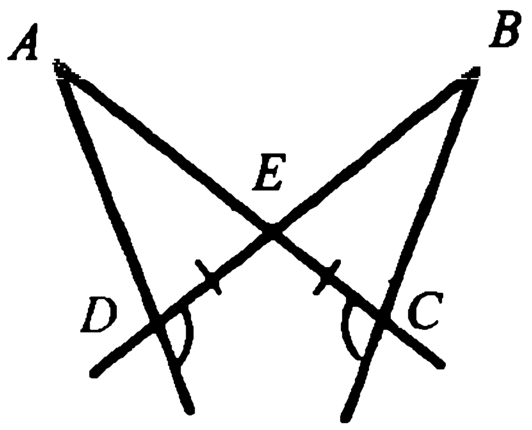
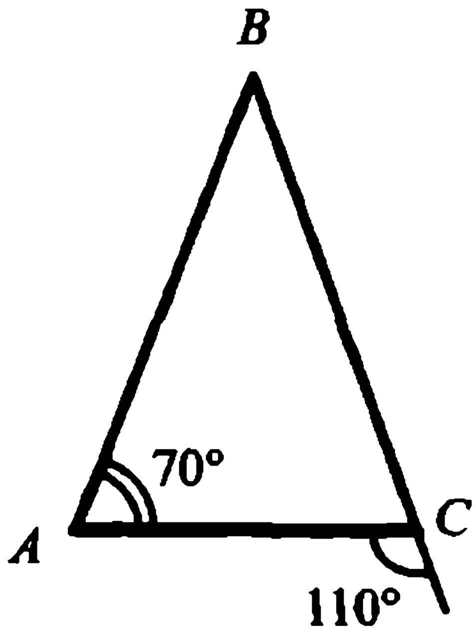


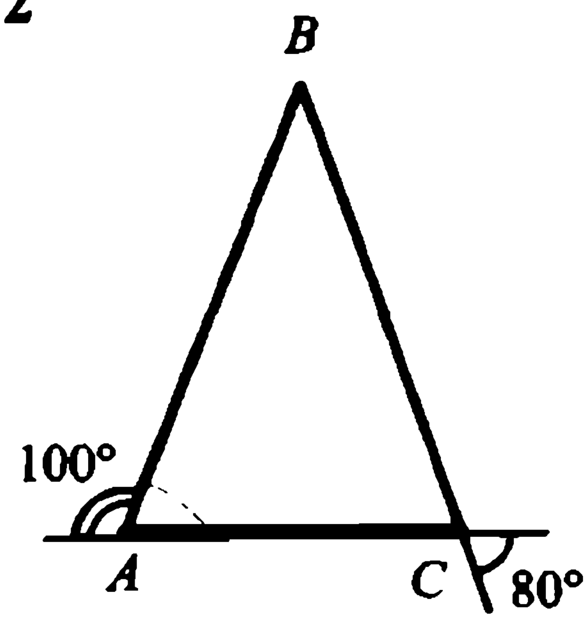
Таблица 7.6. **Равнобедренный треугольник**

Доказать: ΔABC — равнобедренный.

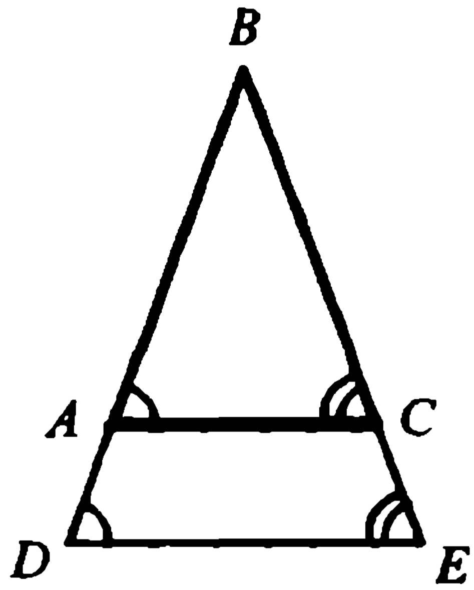
1



2

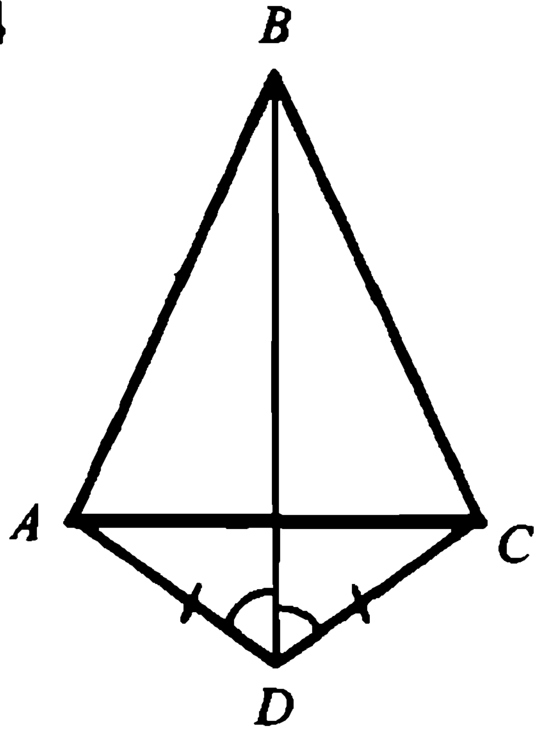


3

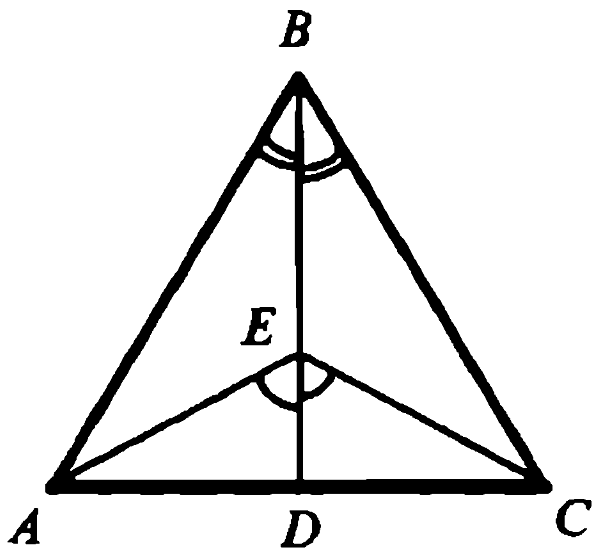


Дано: $BD = BE$.

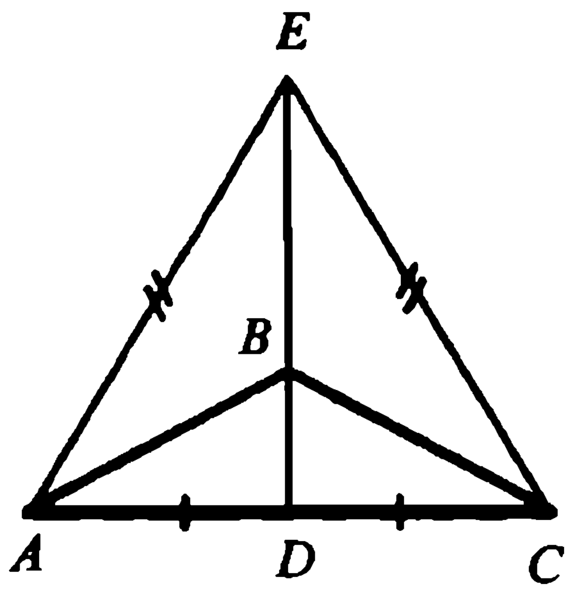
4



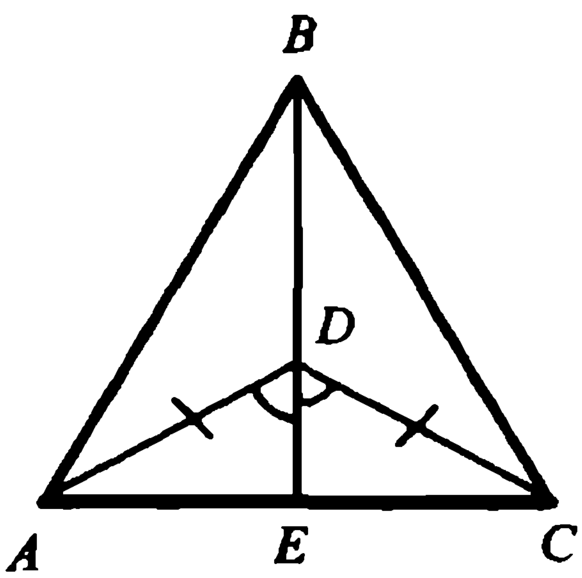
5



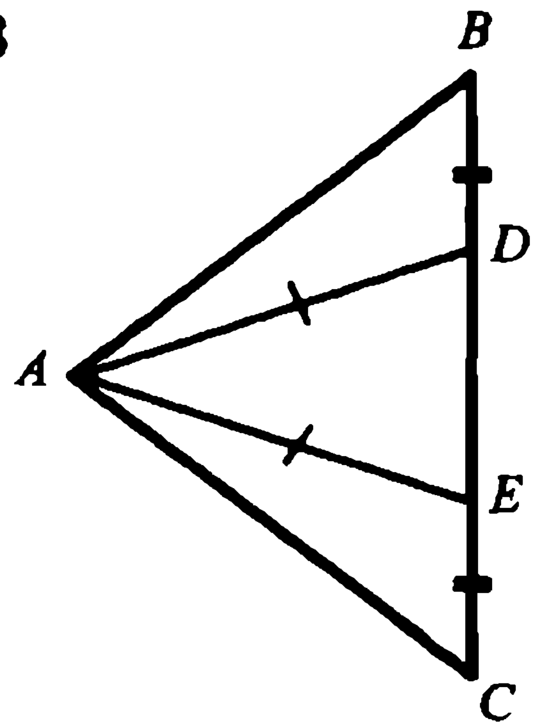
6



7



8



9

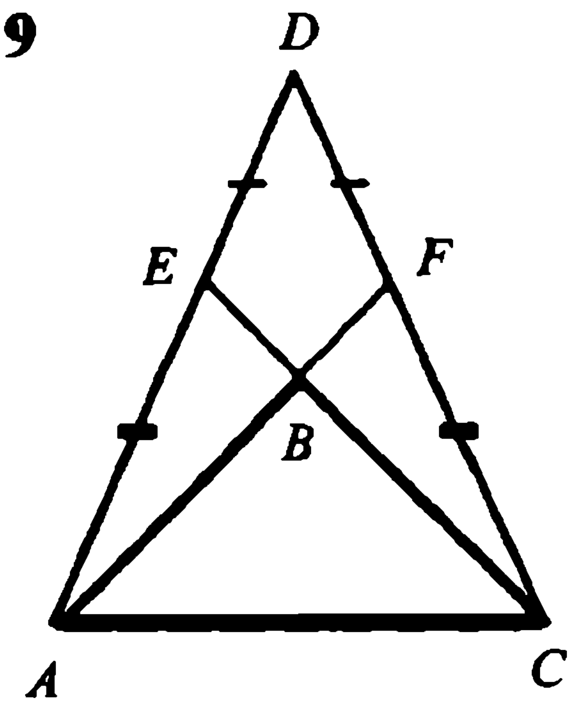
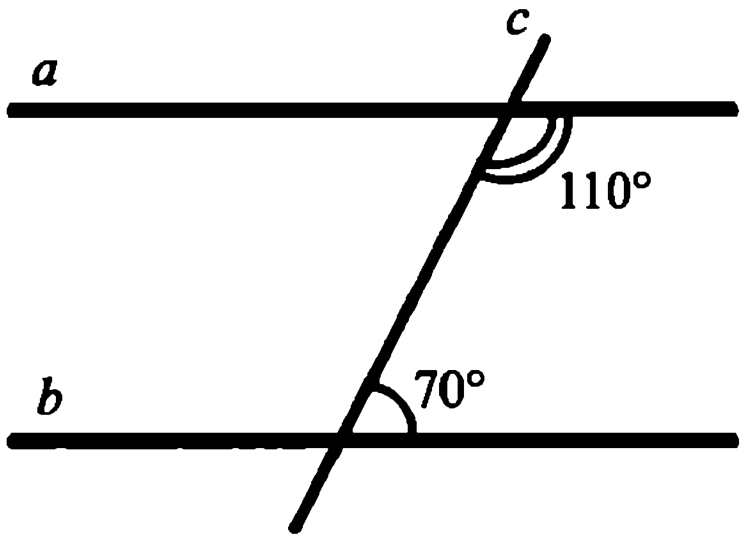


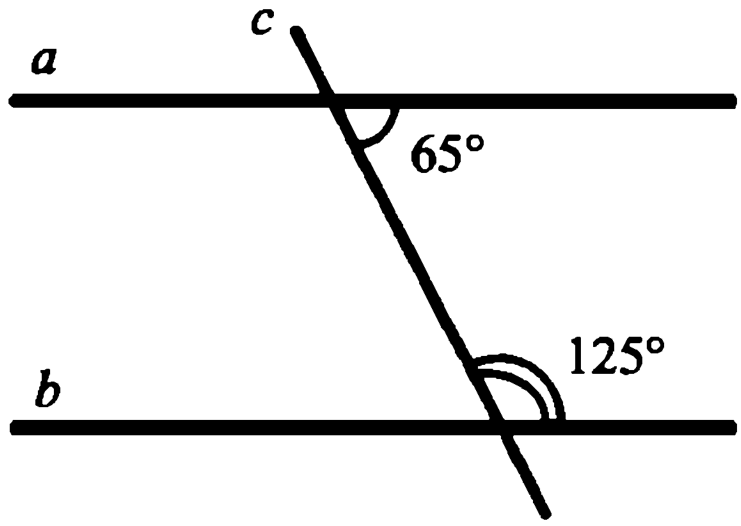
Таблица 7.7. **Признаки параллельности прямых**

Параллельны ли прямые *a* и *b*?

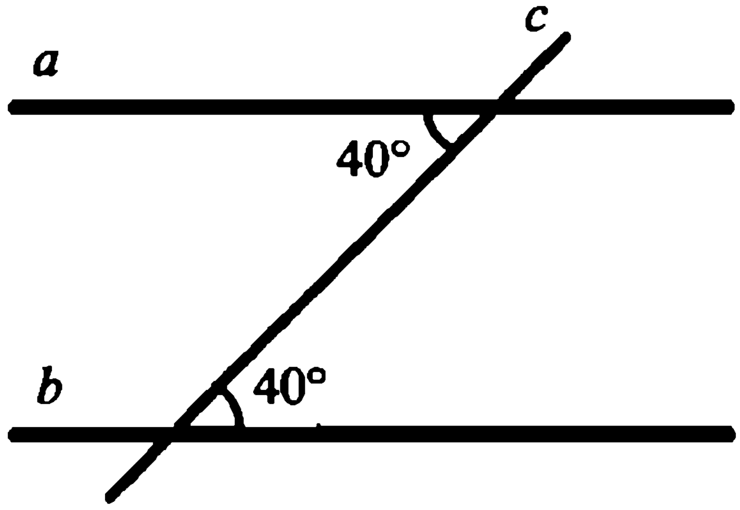
1



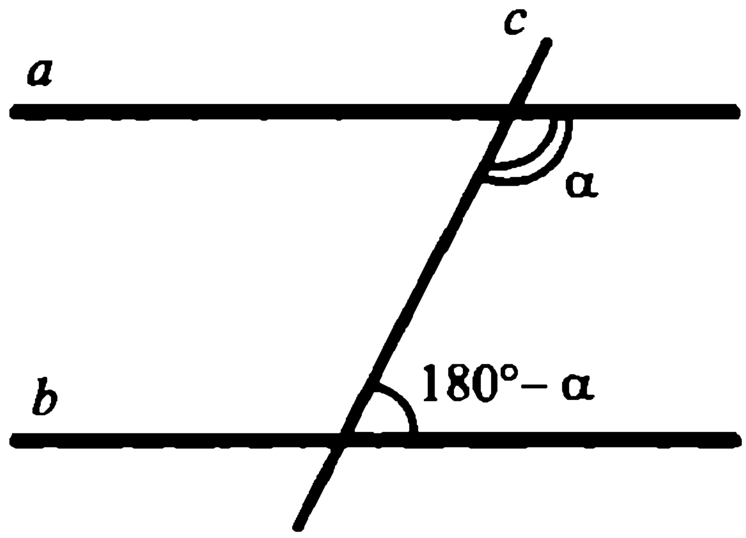
2



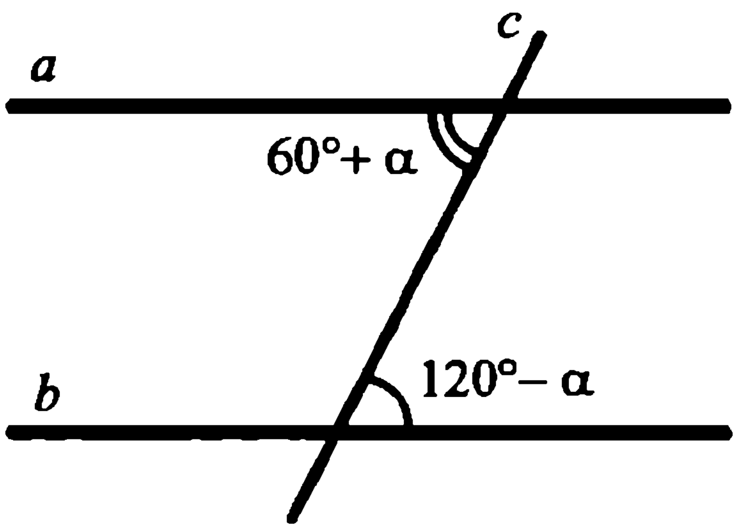
3



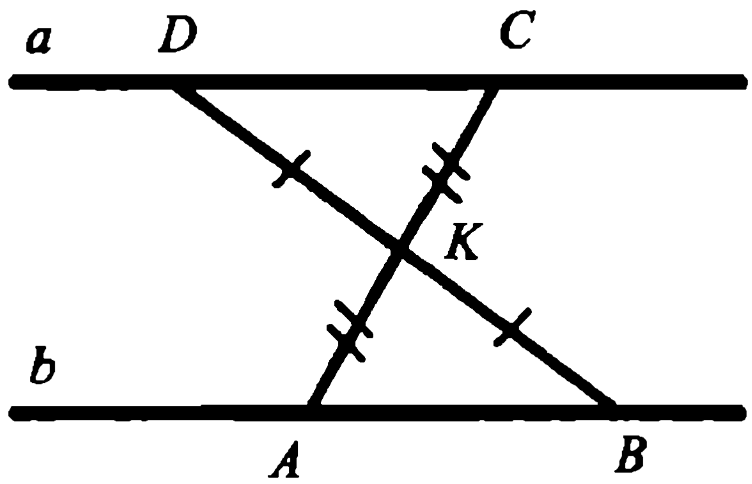
4



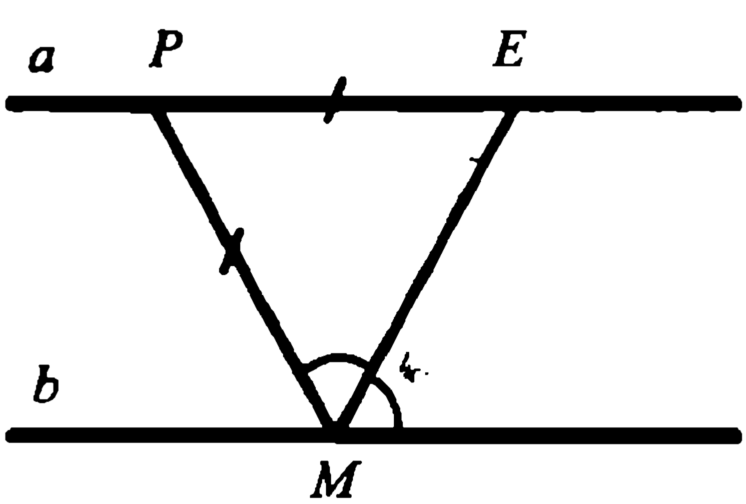
5



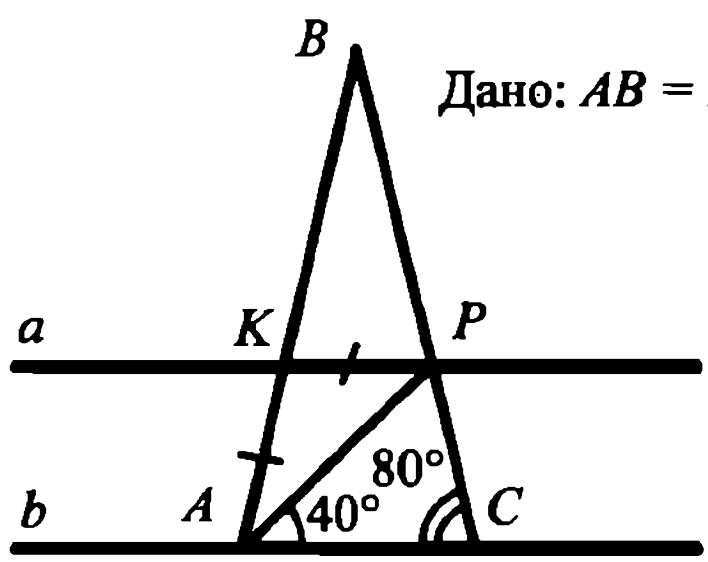
6



7



8

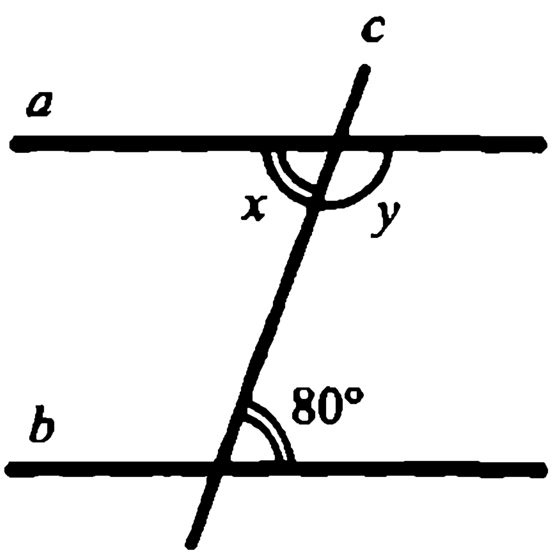


Дано: $AB = BC$.

Таблица 7.8. **Признаки параллельности прямых**

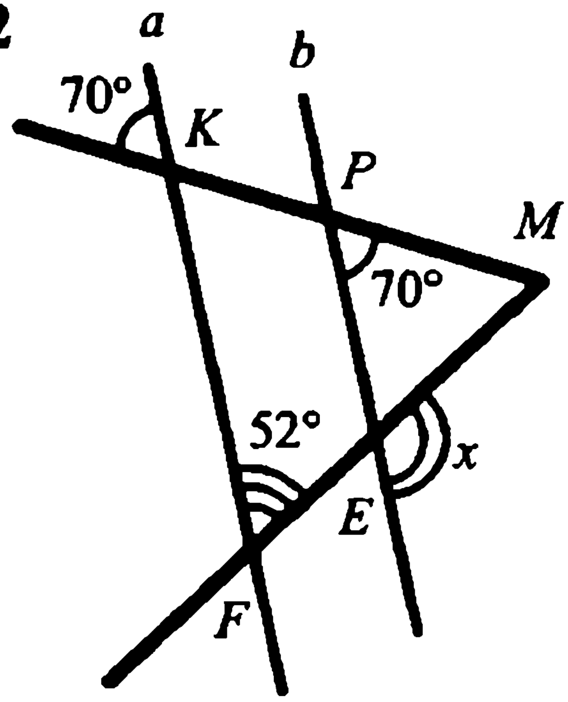
В задачах 1–6 найти *x* и *y*.

1

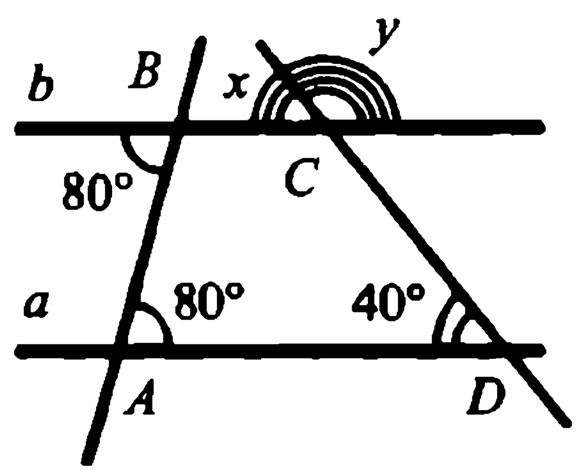


Дано: $a \parallel b$.

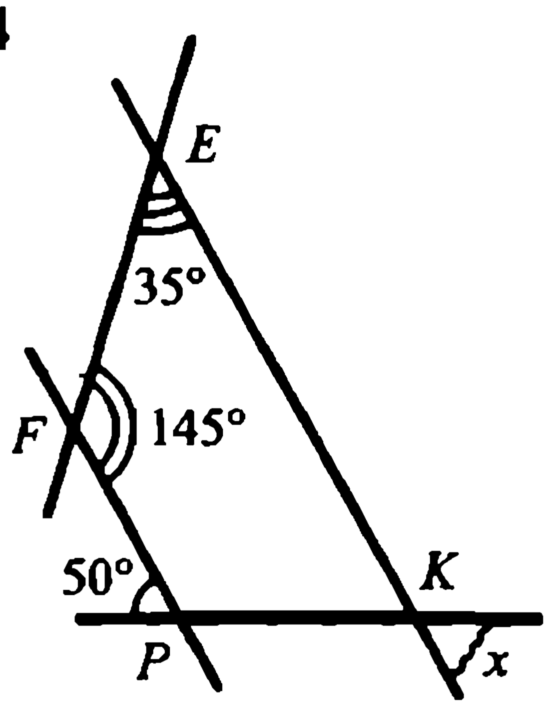
2



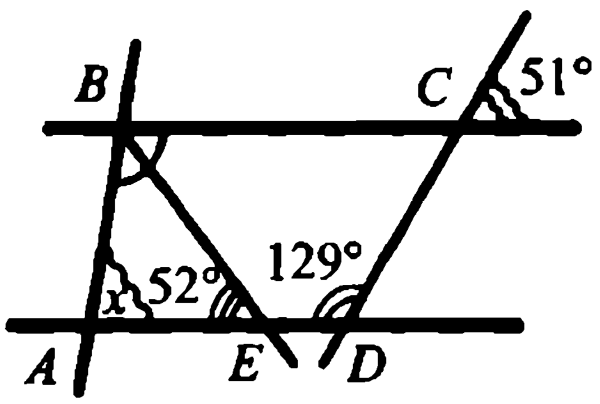
3



4

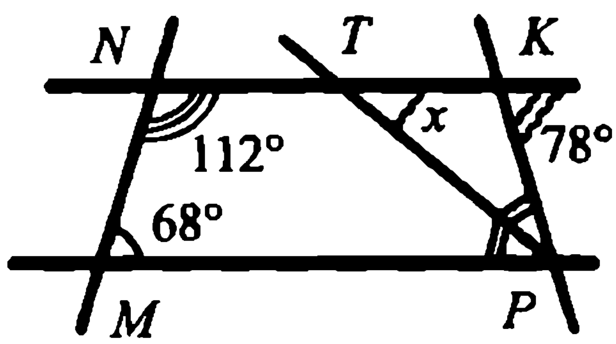


5

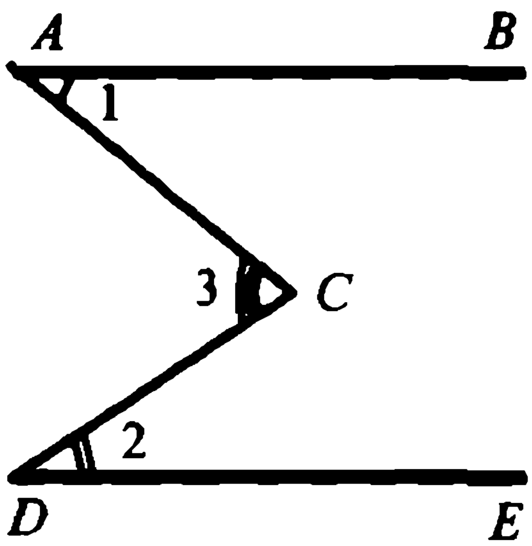


Дано: $\angle ABE = \angle CBE$.

6



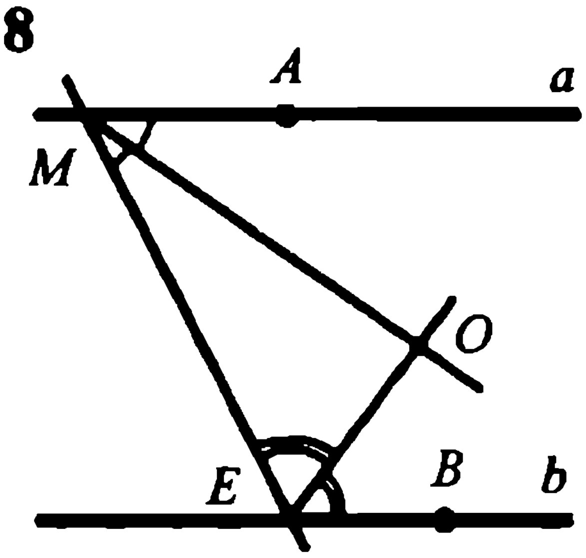
7



Дано: $AB \parallel DE$.

Доказать: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$.

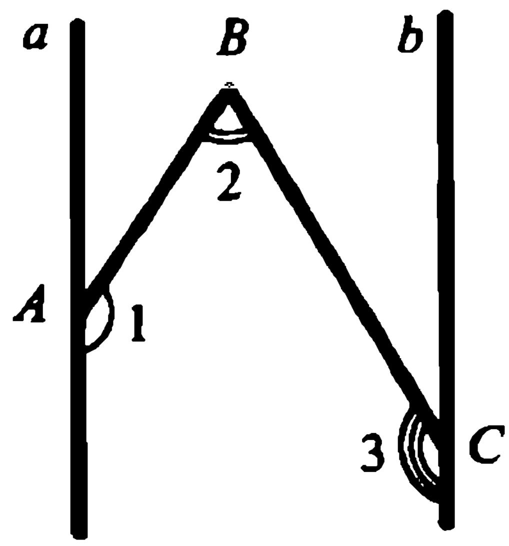
8



Дано: $a \parallel b$.

Доказать: $\angle MOE = \angle 90°$

9



Дано: $a \parallel b$.

Доказать:

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360°$

• Таблица 7.9. **Сумма углов треугольника**

Найти неизвестные углы ΔABC.

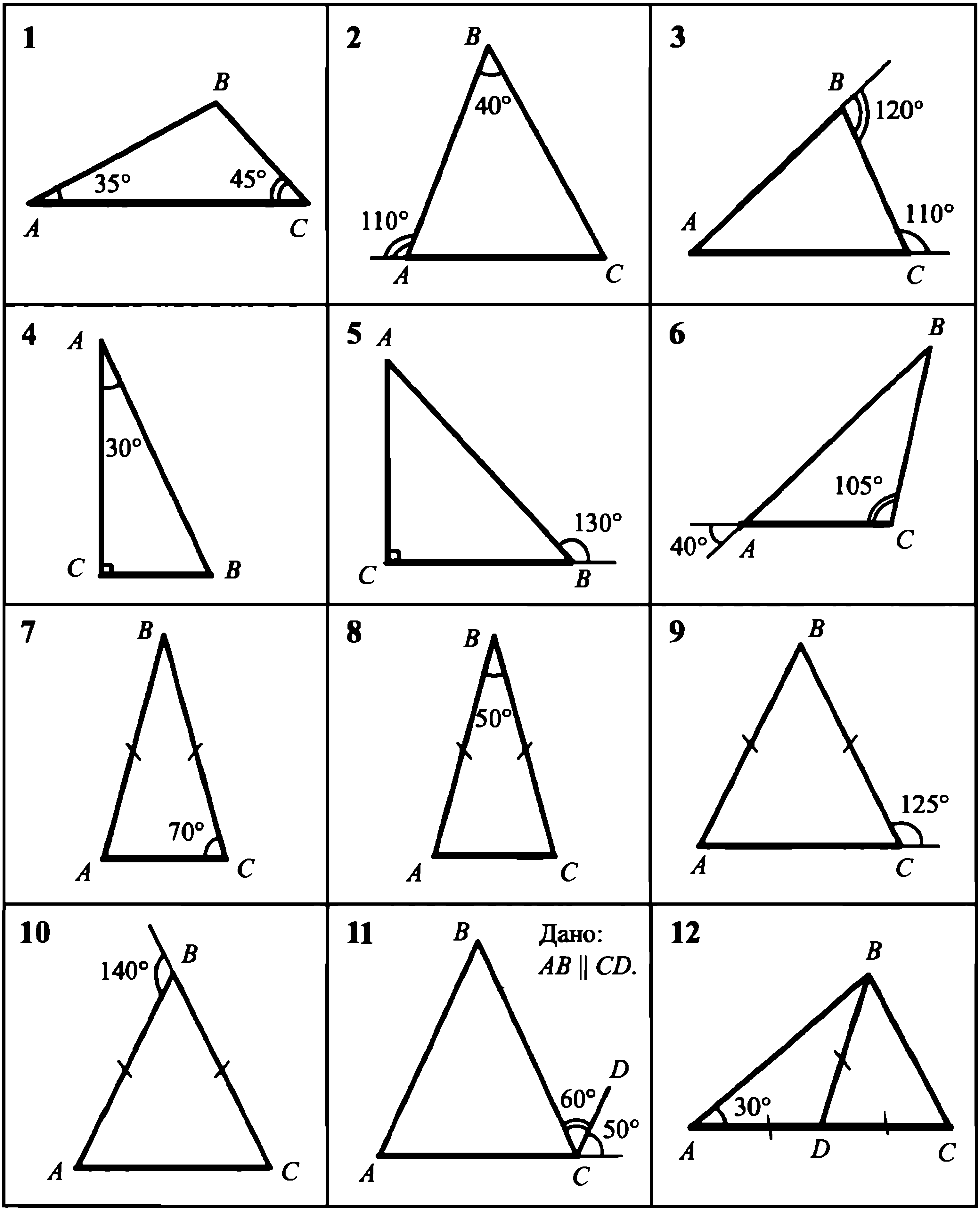
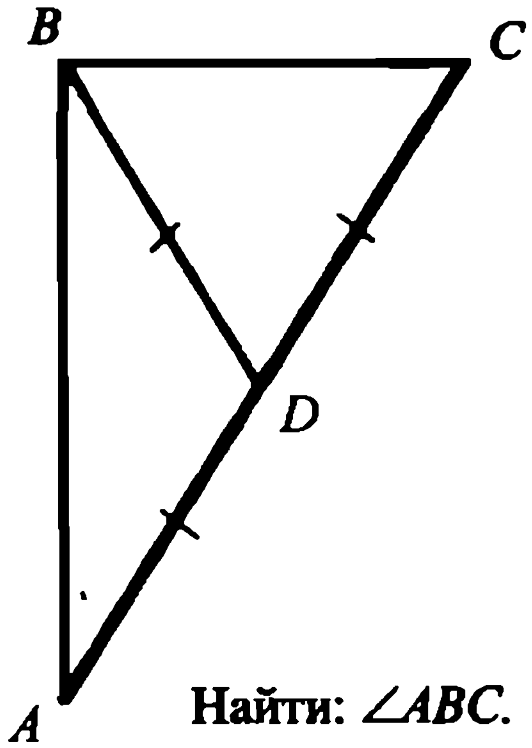


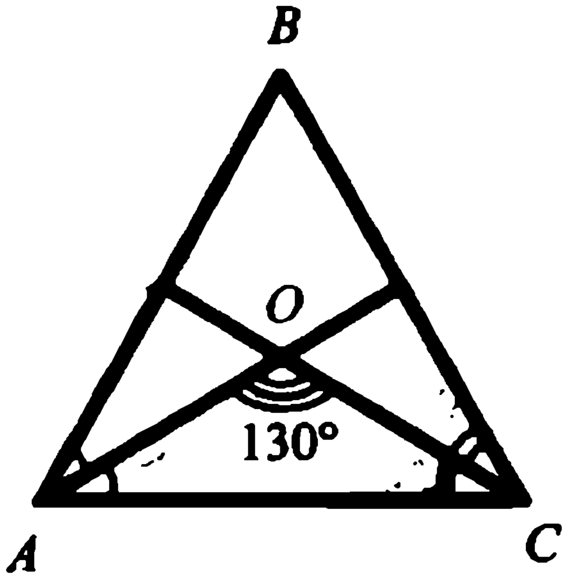
Таблица 7.10. **Сумма углов треугольника**

1



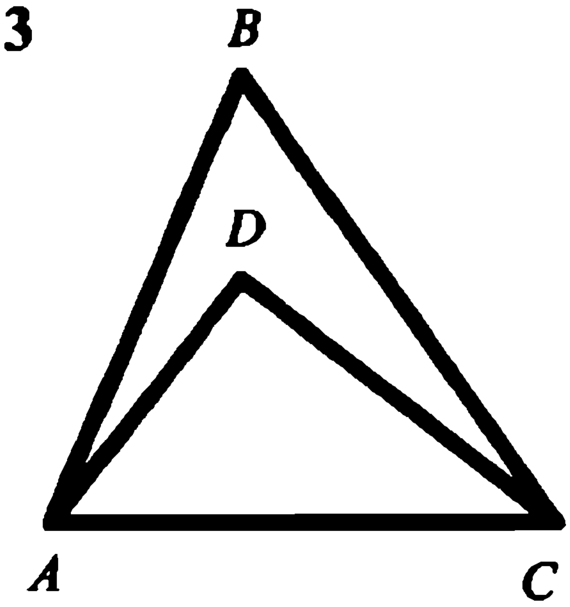
Найти: ∠ABC.

2



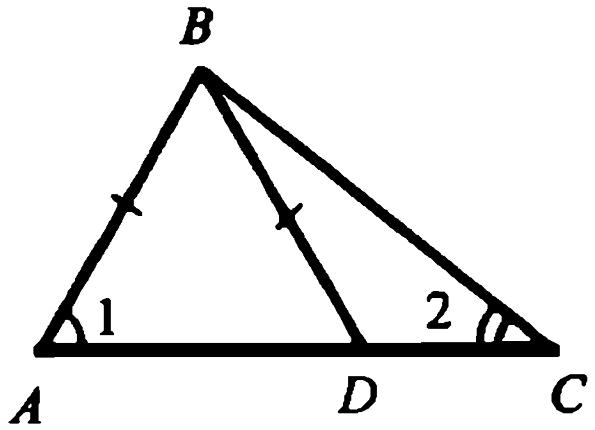
Найти: ∠ABC.

3



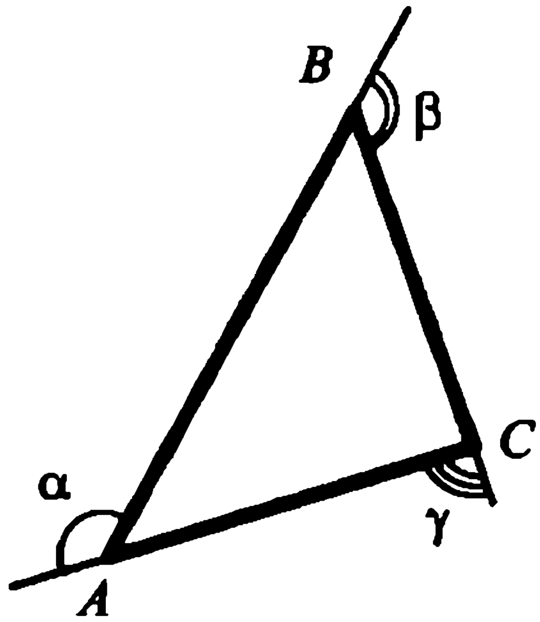
Доказать:
∠ABC < ∠ADC.

4



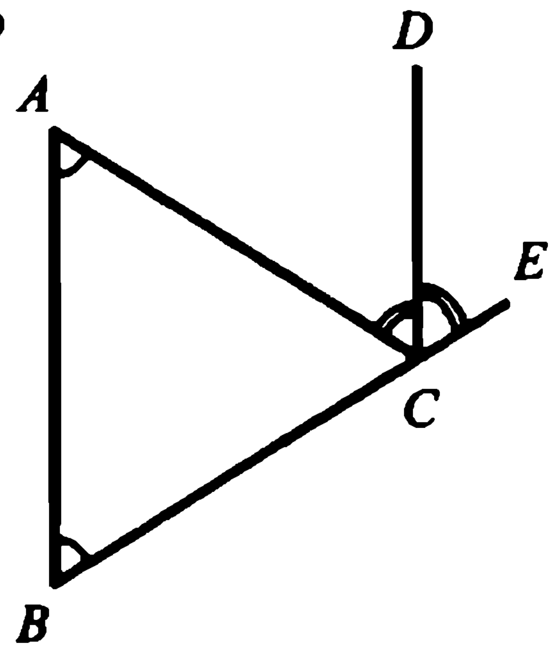
Доказать: ∠1 > ∠2.

5



Найти: α + β + γ.

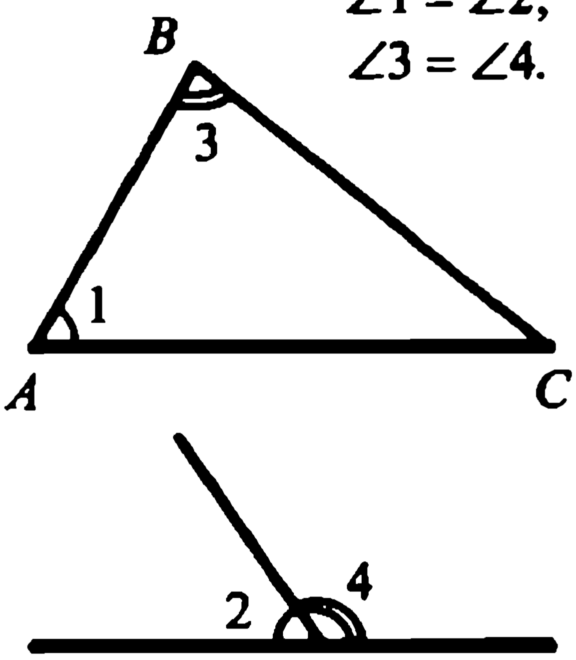
6



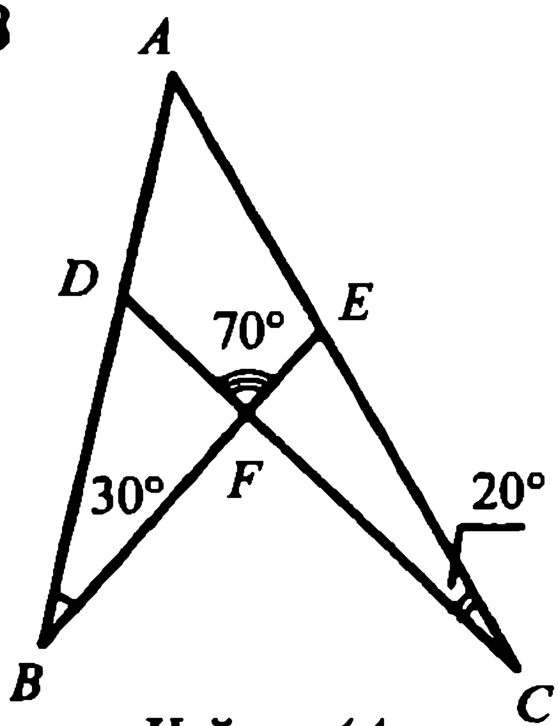
Доказать: AB ∥ CD.

7

Найти ошибку:
∠1 = ∠2;
∠3 = ∠4.

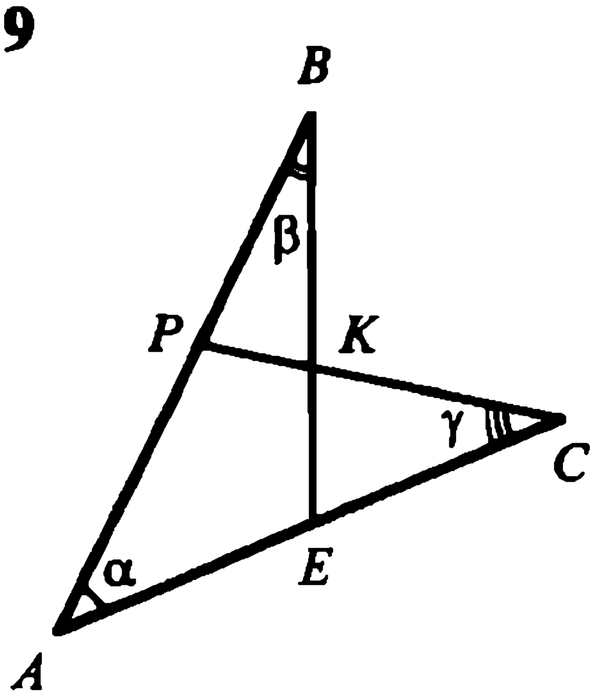


8



Найти: ∠A.

9

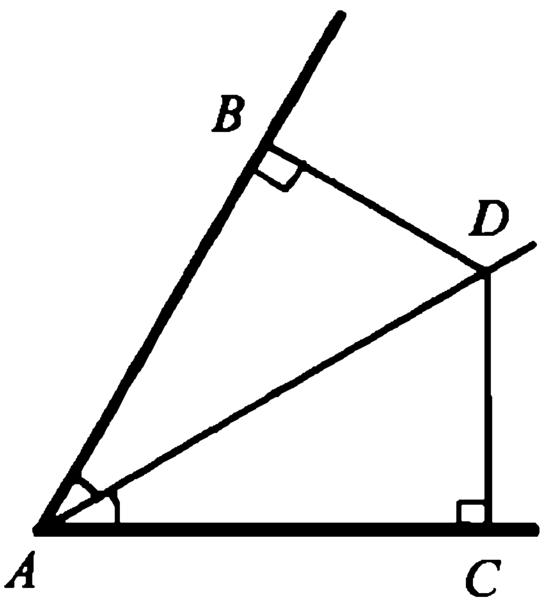


Найти: ∠EKC.

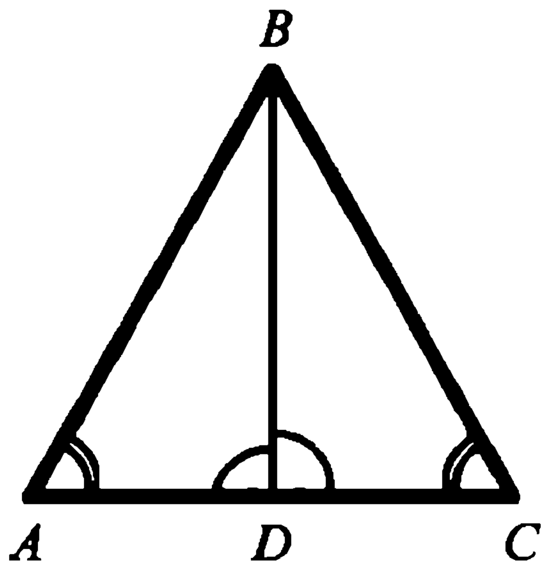
Таблица 7.11. **Прямоугольный треугольник**

Найти равные треугольники (задачи 1–3).

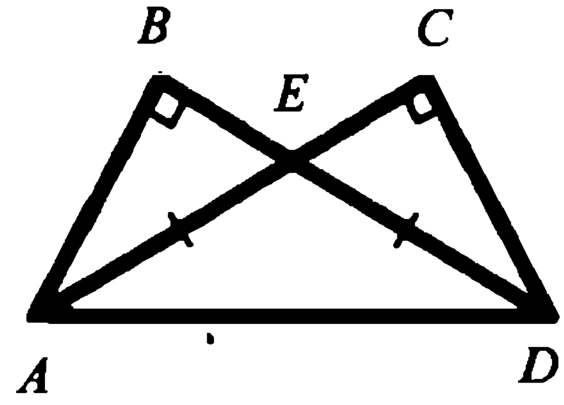
1



2

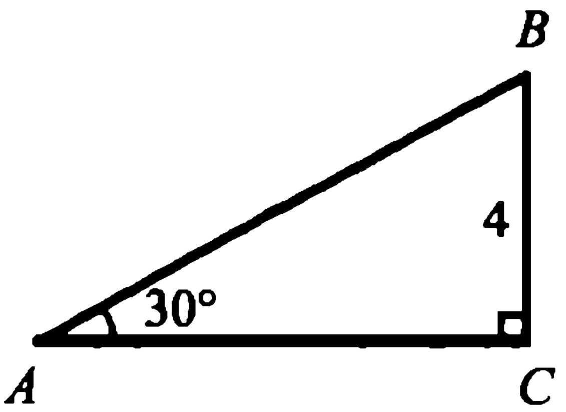


3



Дано: $AE = ED$.

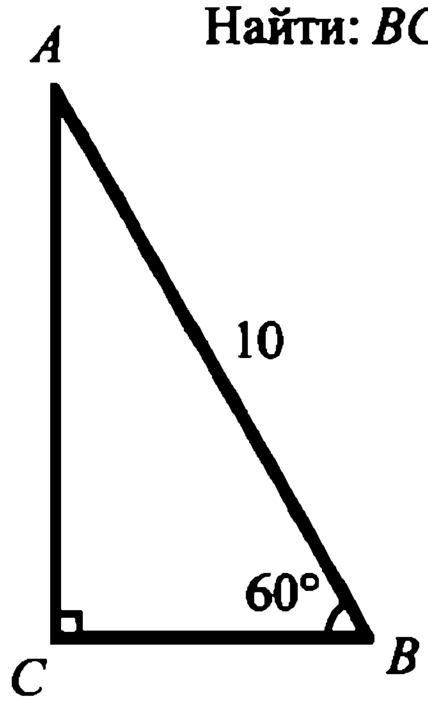
4



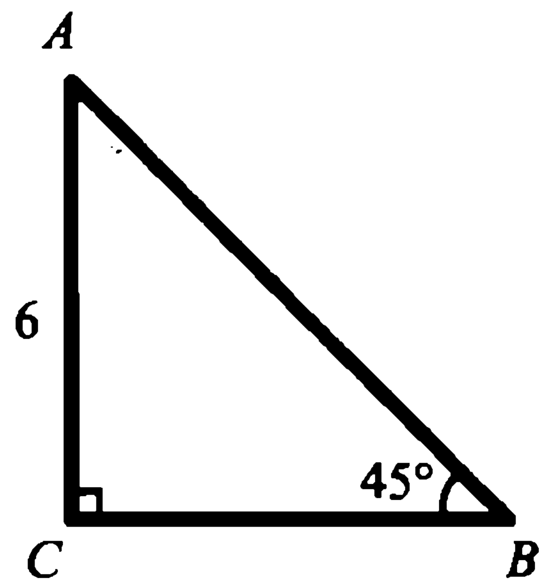
Найти: AB.

5

Найти: BC.

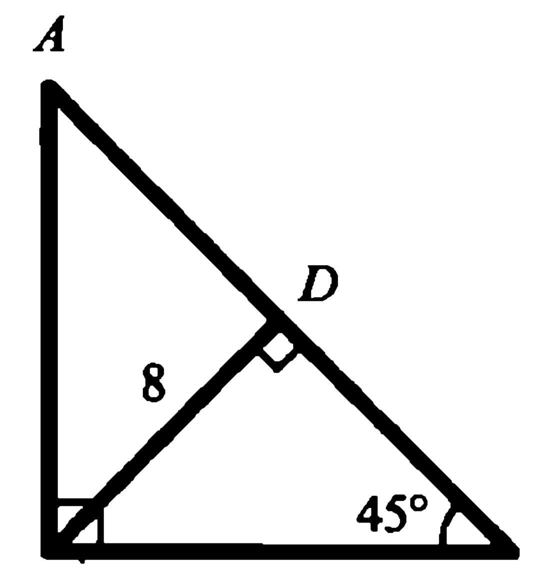


6



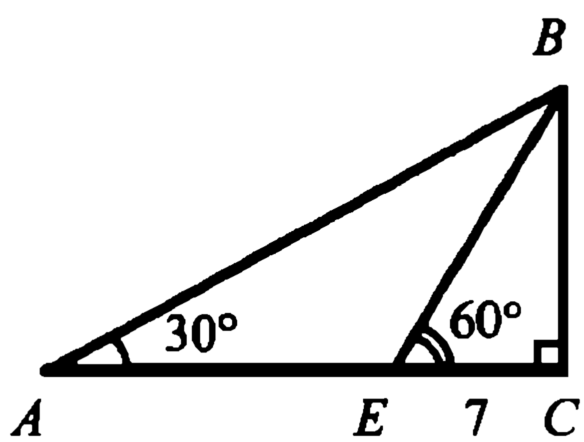
Найти: BC.

7



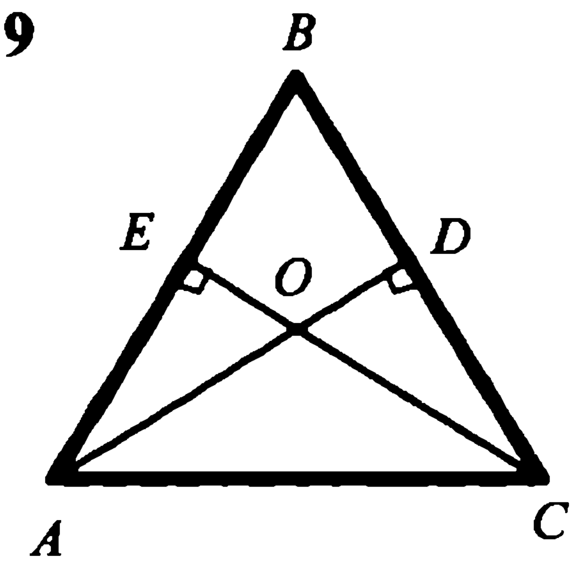
Найти: AB.

8



Найти: AE.

9

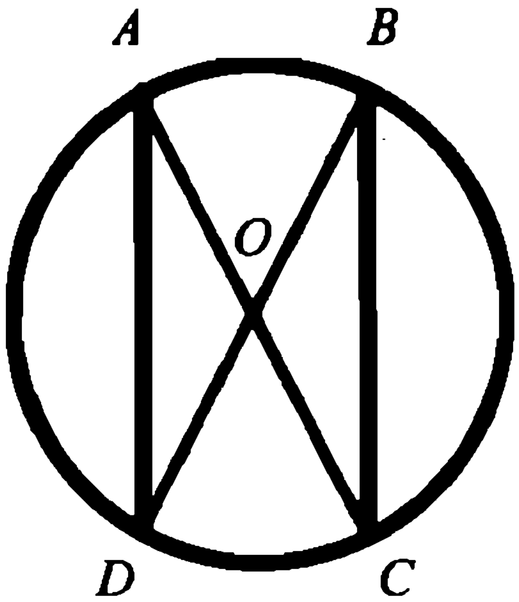


Дано: $AO = OC$.
Доказать: $AB = BC$.

Таблица 7.12. **Окружность**

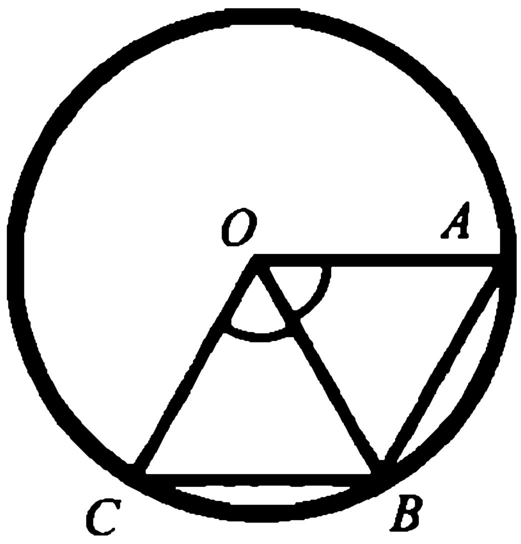
O — центр окружности.

1



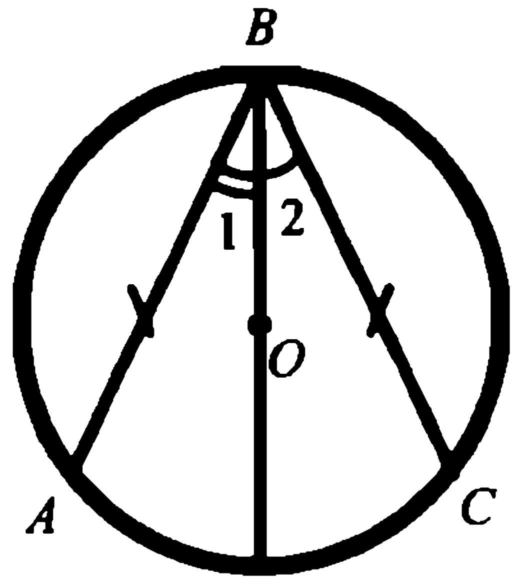
Доказать: $AD = BC$.

2



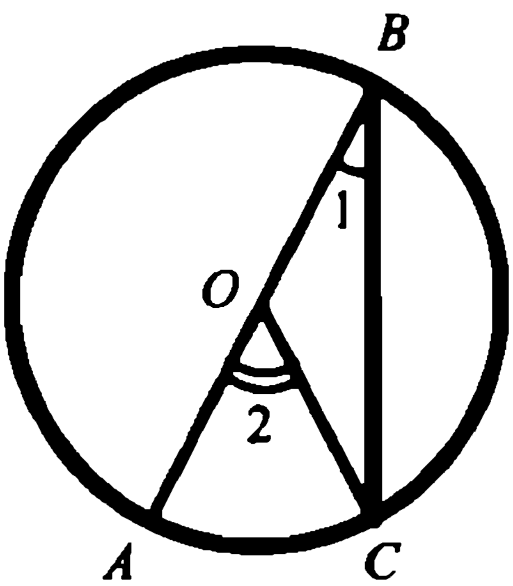
Доказать: $AB = BC$.

3



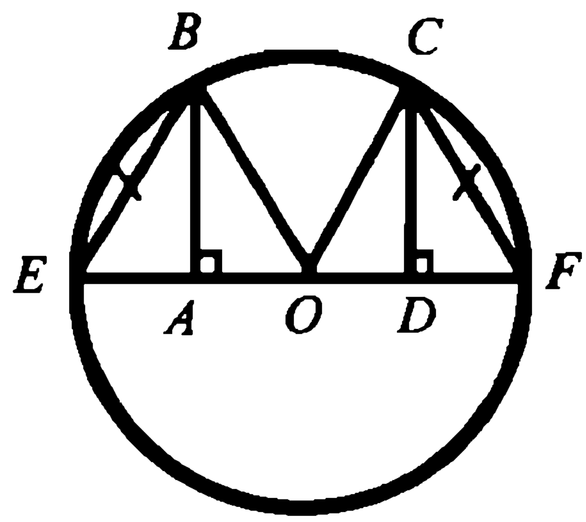
Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.

4



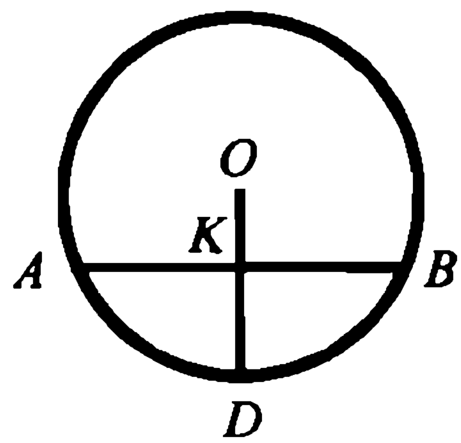
Доказать: $\angle 2 = 2\angle 1$.

5



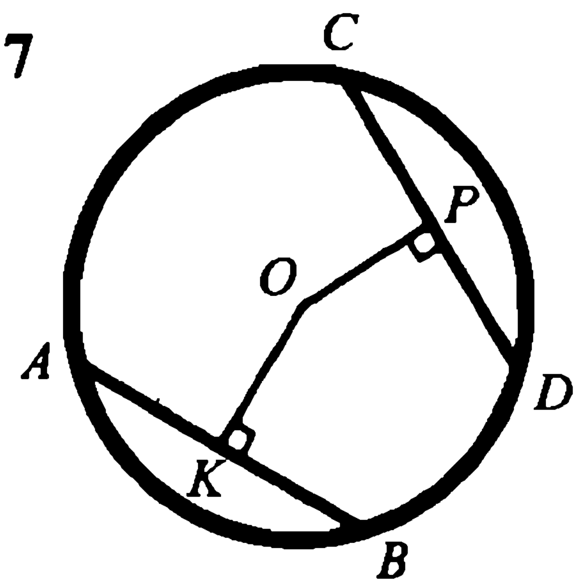
Доказать: $CD = BA$.

6



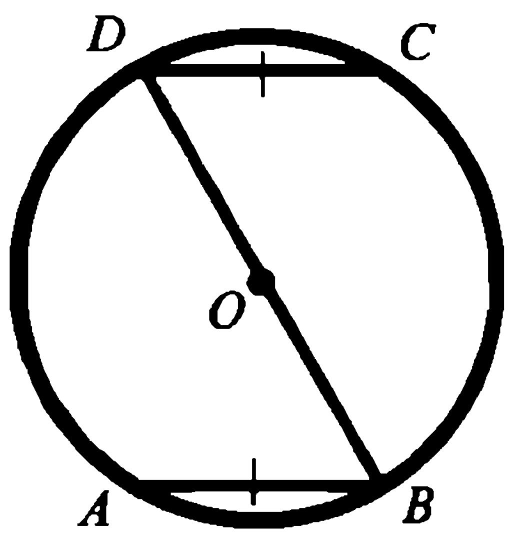
1) Дано: $AB \perp OD$.
Доказать: $AK = KB$.
2) Дано: $AK = KB$.
Доказать: $AB \perp OD$.

7



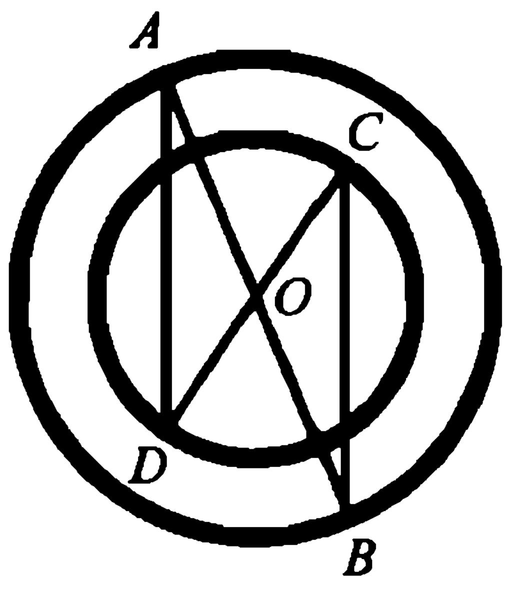
Дано: $AB = CD$.
Доказать: $OK = OP$.

8



Доказать: $AB \parallel CD$.

9



Доказать: $AD = BC$.

Таблица 7.13. **Окружность и касательная**

O и O_1 — центры окружностей.

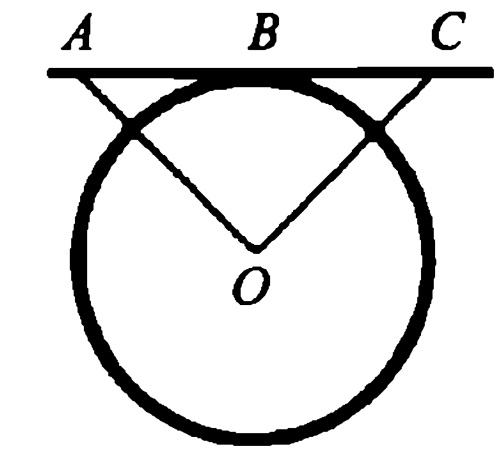
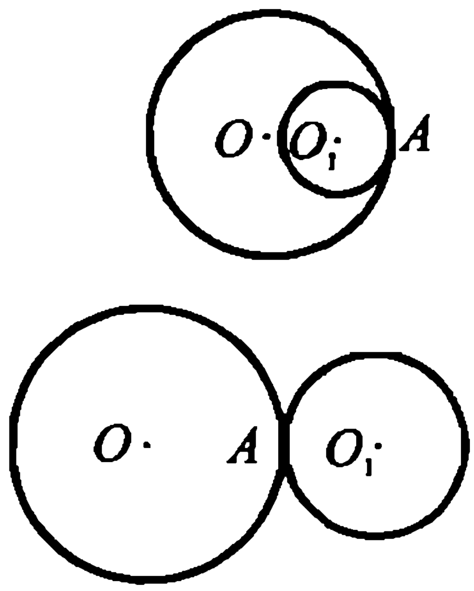
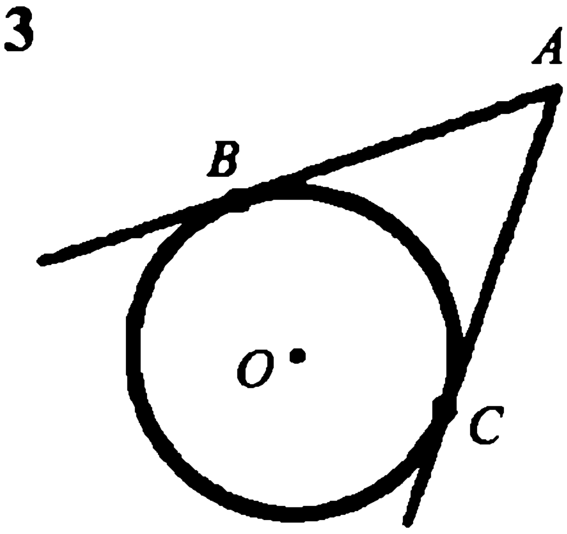
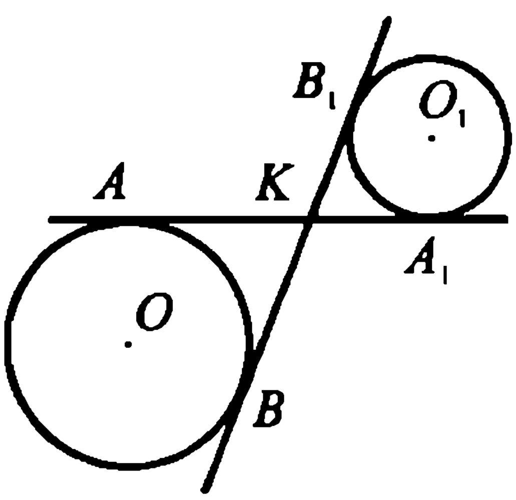
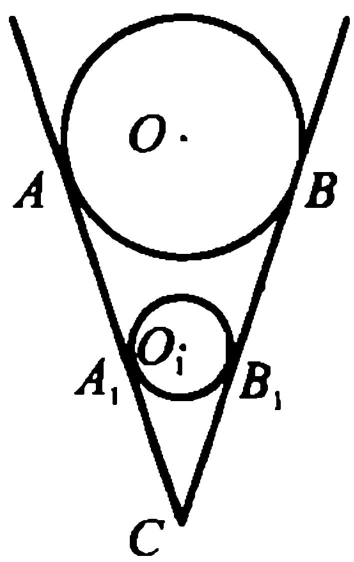
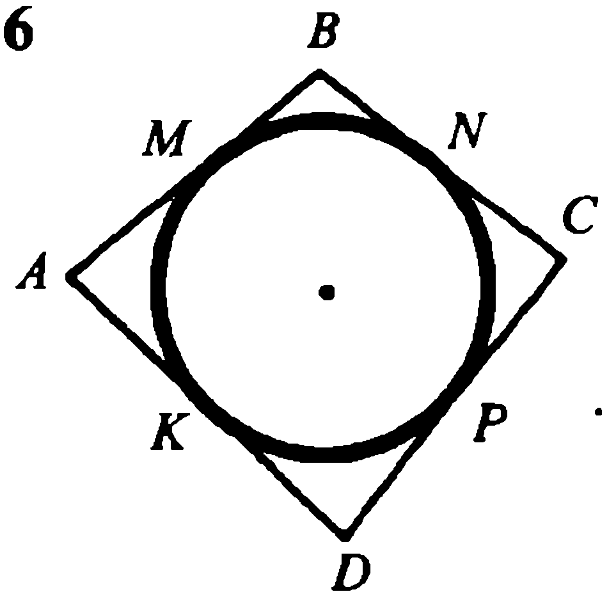
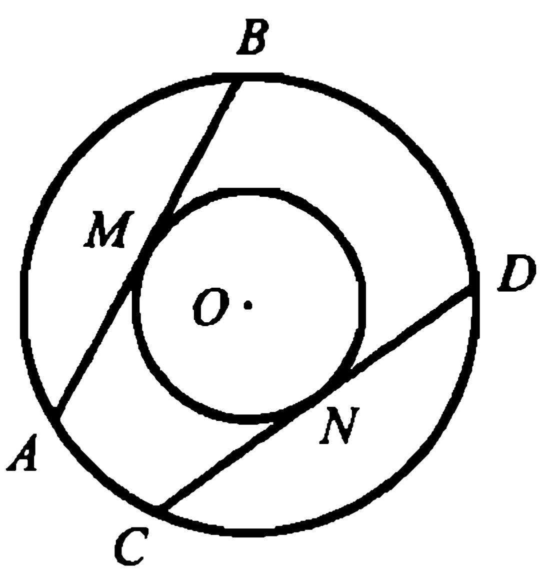
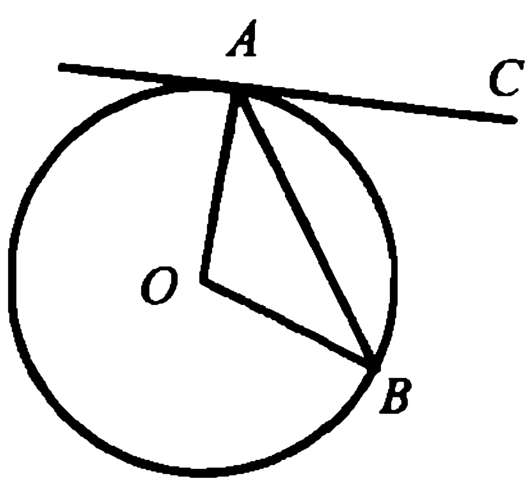
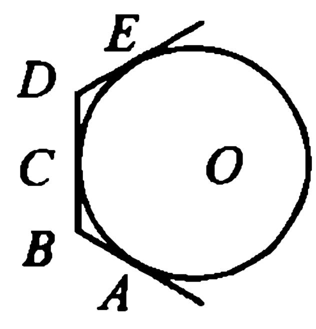
1  1) Дано: $AB = BC$. Доказать: $OA = OC$. 2) Дано: $OA = OC$. Доказать: $AB = BC$.	**2**  Доказать: A лежит на прямой OO_1.	**3**  Доказать: $AB = AC$.
4  Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$. 2) $K \in OO_1$.	**5**  Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$. 2) $C \in OO_1$.	**6**  Доказать: $AB + CD = BC + AD$.
7  Доказать: $AB = CD$.	**8**  Доказать: $\angle AOB = 2\angle CAB$.	**9**  1) Дано: $\angle ABC = \angle CDE$. Доказать: $AB = BC = CD = DE$. 2) Дано: $AB = BC = CD = DE$. Доказать: $\angle ABC = \angle CDE$.

Таблица 8.1. **Определение и признаки параллелограмма**

Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

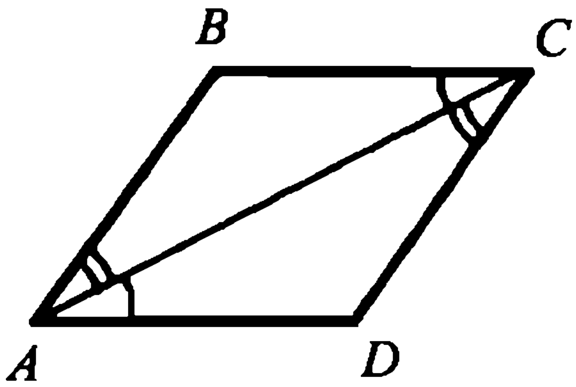
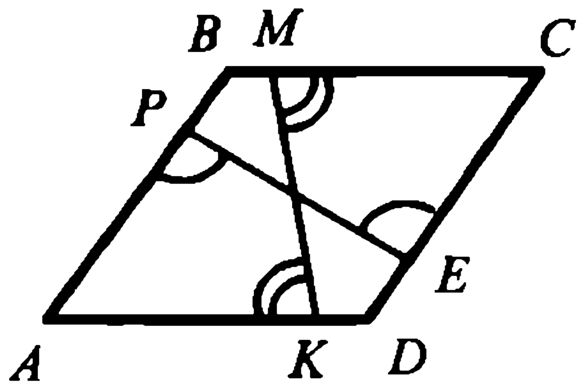
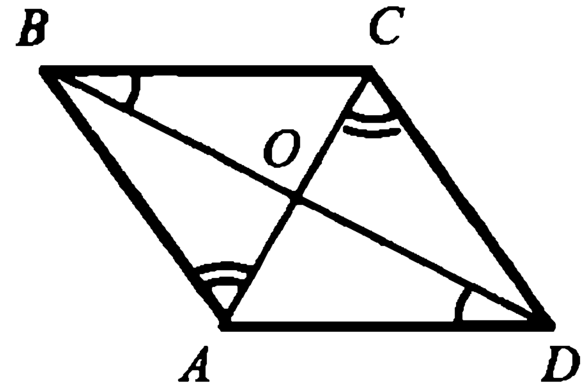
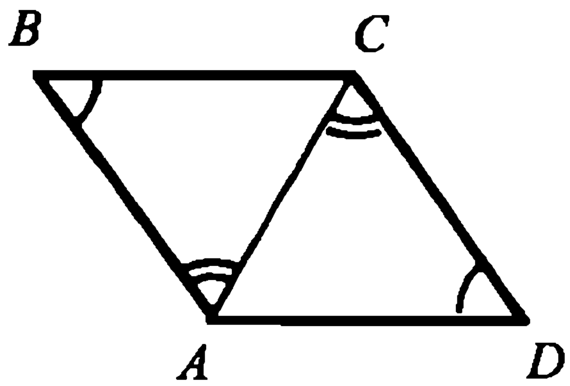
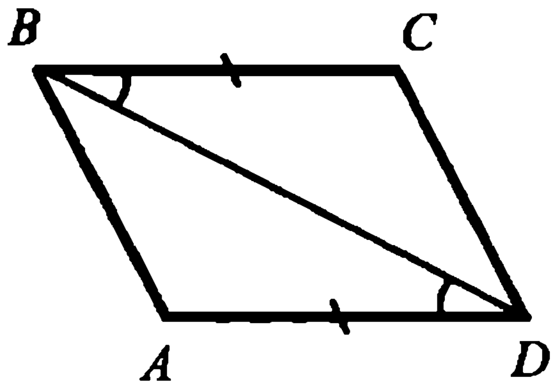
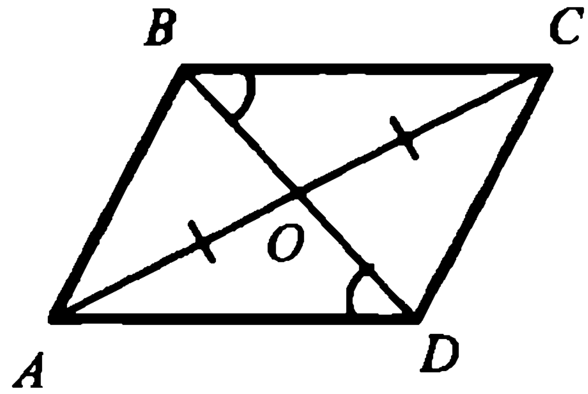
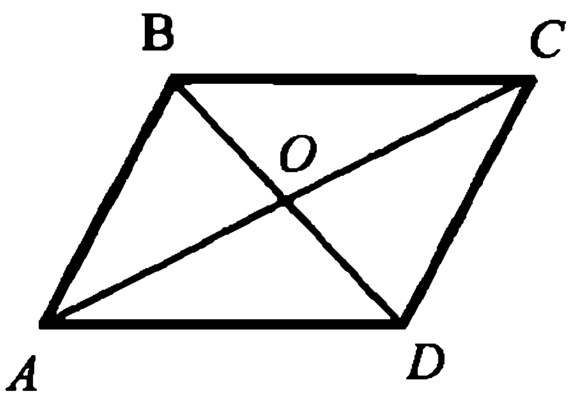
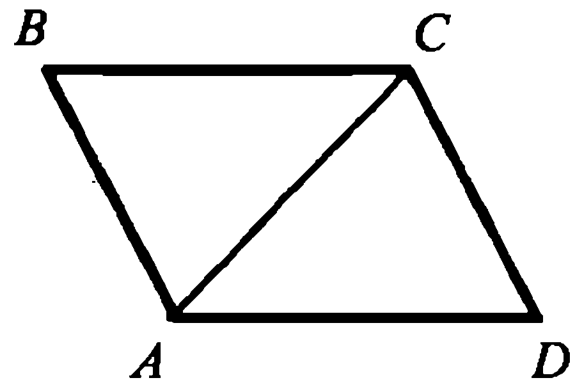
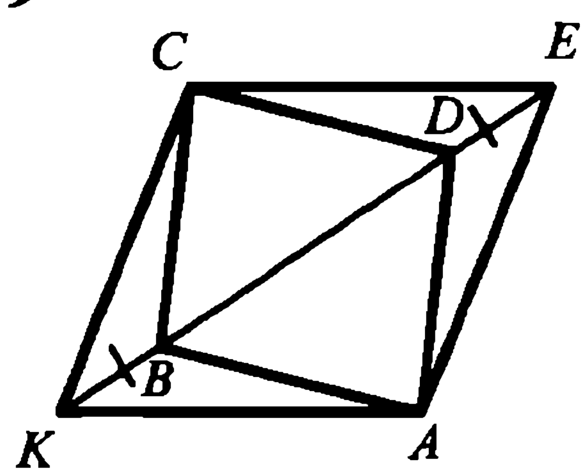
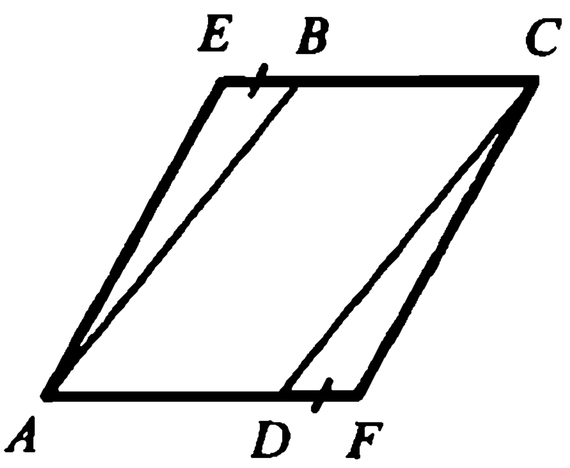
1 	**2** 	**3** 
4 	**5** 	**6** 
7  Дано: $\Delta AOB = \Delta COD$.	**8**  Дано: $\Delta ABC = \Delta CDA$.	**9**  Дано: $AKCE$ — параллелограмм.

Таблица 8.2. **Определение и признаки параллелограмма**

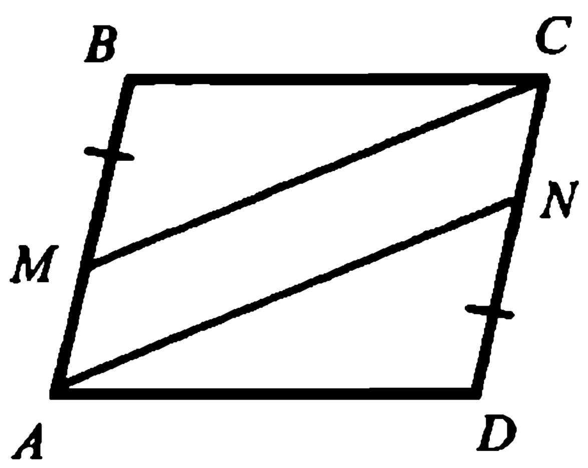
Доказать, что *ABCD* — параллелограмм.

1



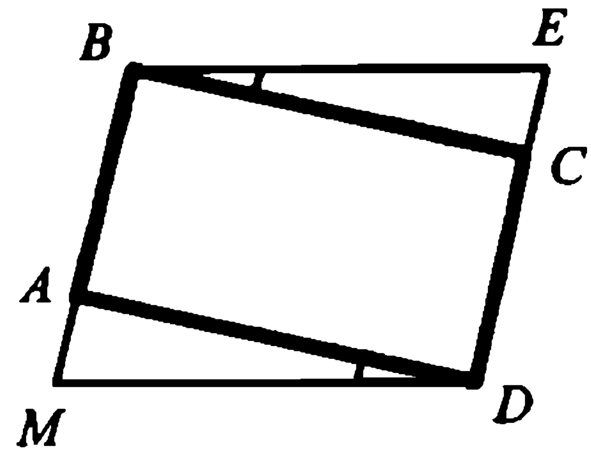
Дано: *AECF* — параллелограмм.

2



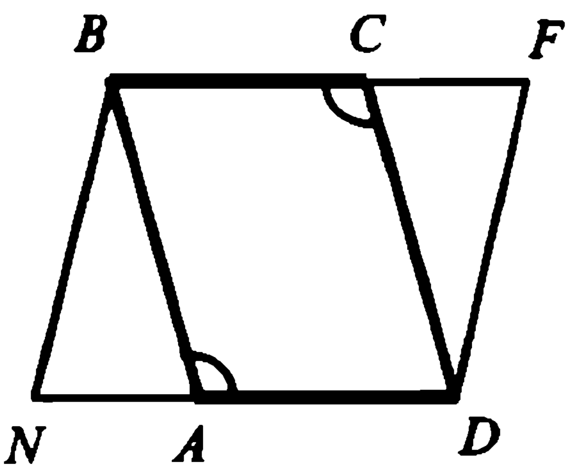
Дано: *AMCN* — параллелограмм.

3



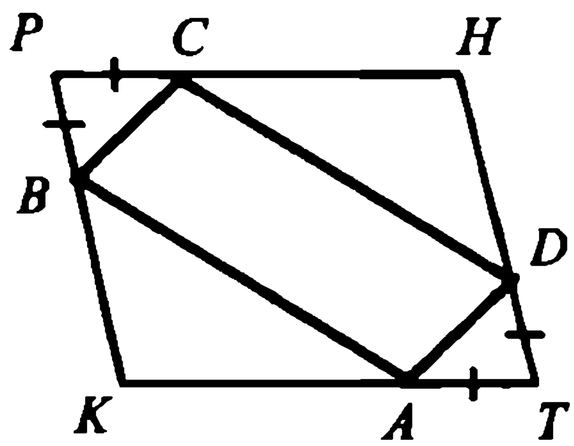
Дано: *MBED* — параллелограмм.

4



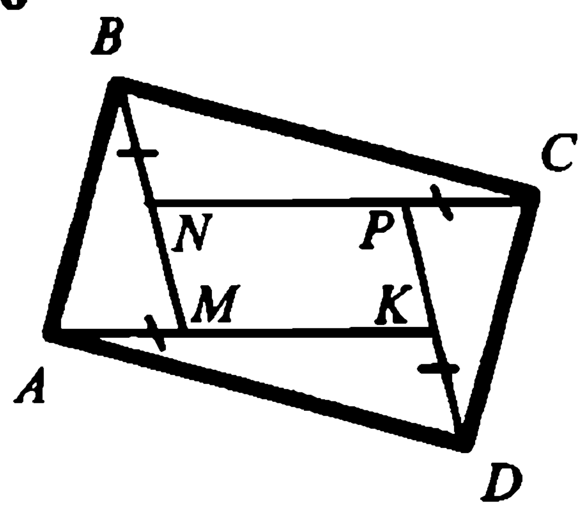
Дано: *NBFD* — параллелограмм.

5



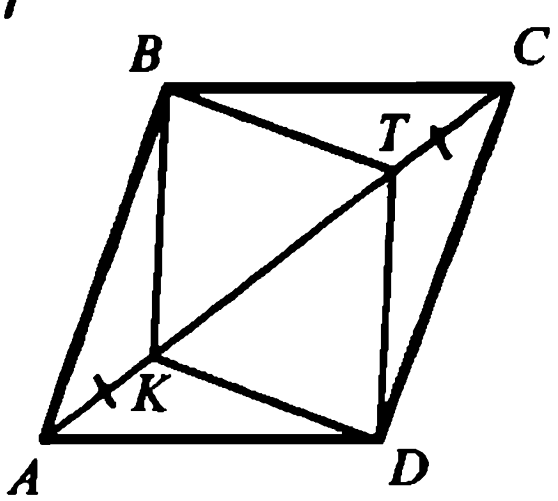
Дано: *KPHT* — параллелограмм.

6



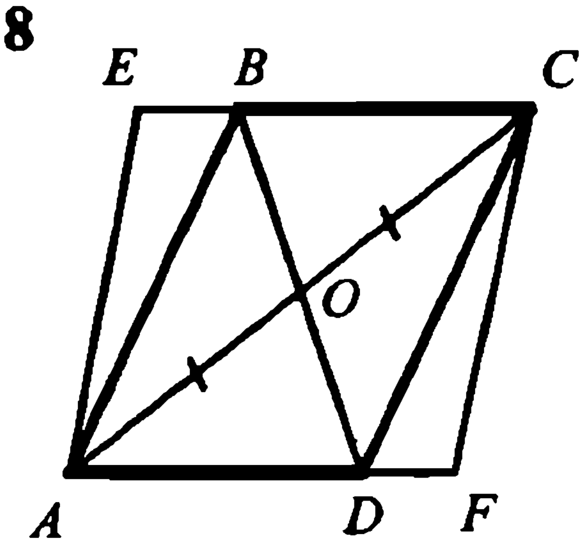
Дано: *MNPK* — параллелограмм.

7



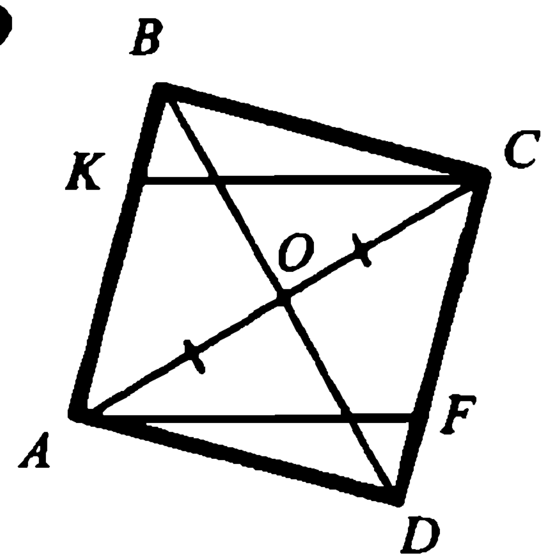
Дано: *KBTD* — параллелограмм.

8



Дано: *AECF* — параллелограмм.

9



Дано: *AKCF* — параллелограмм.

Таблица 8.3. **Свойства параллелограмма**

ABCD — параллелограмм.

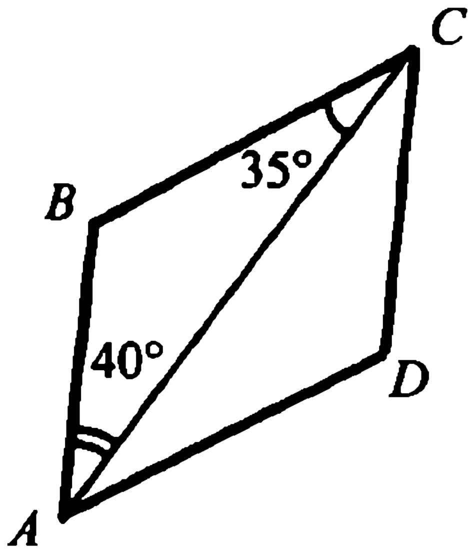
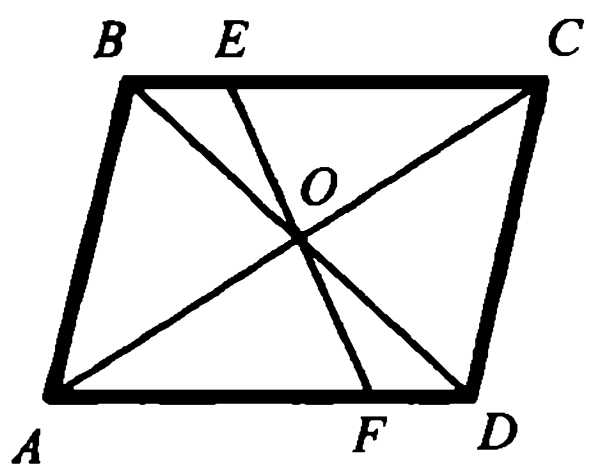
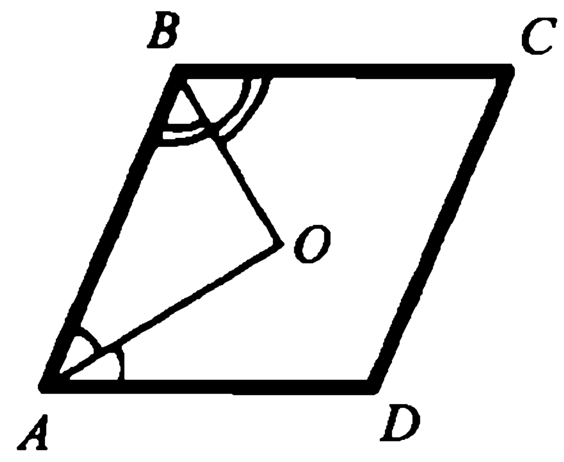
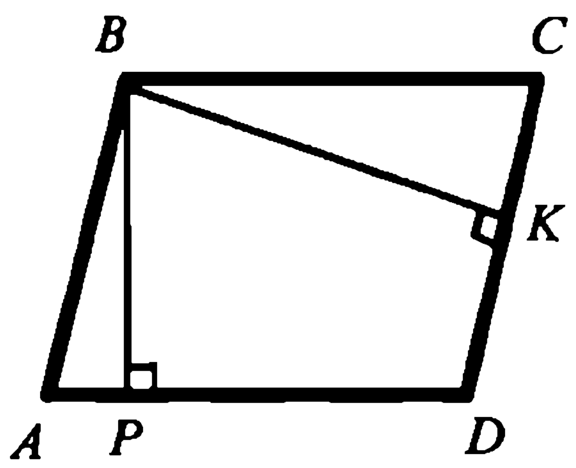
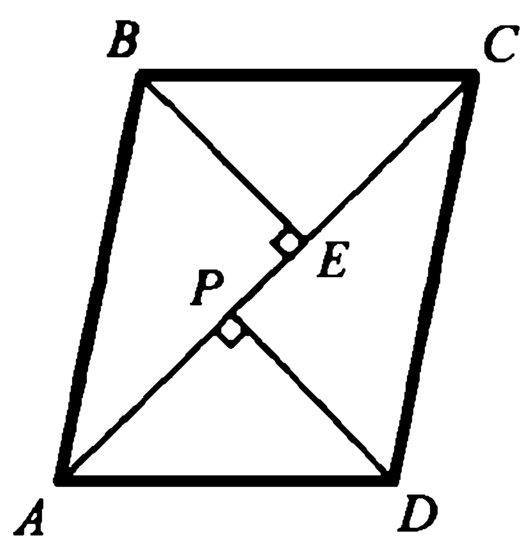
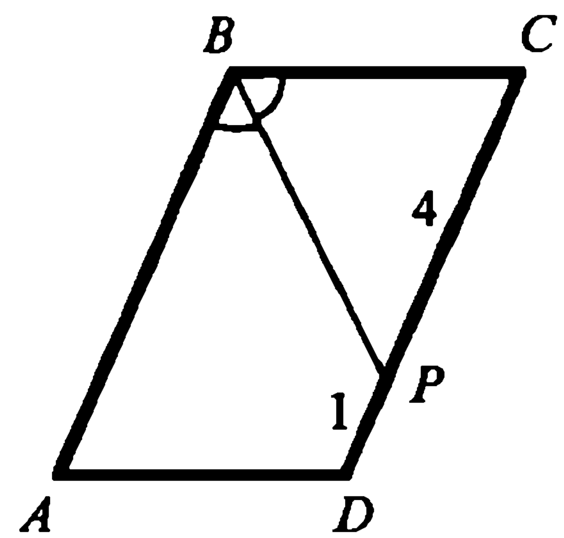
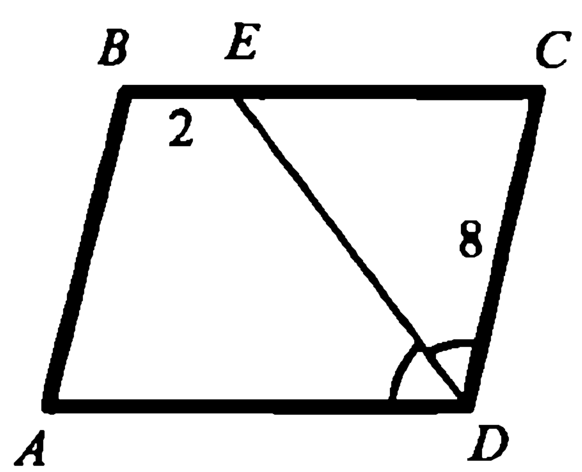
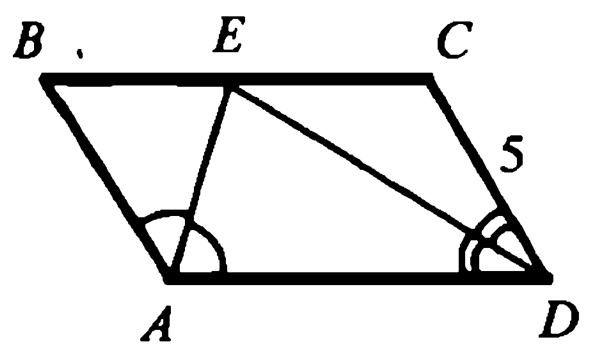
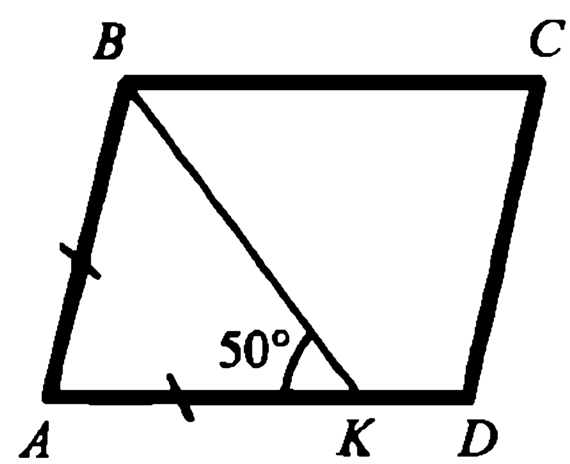
1  Найти углы параллелограмма *ABCD*.	**2**  Доказать: $OE = OF$.	**3**  Доказать: $\angle AOB = 90°$
4  Доказать: $\angle PBK = \angle BCD$.	**5**  Доказать: $AP = CE$.	**6**  Найти: P_{ABCD}.
7  Найти: P_{ABCD}.	**8**  Найти: P_{ABCD}.	**9**  Найти углы параллелограмма *ABCD*.

Таблица 8.4. **Свойства параллелограмма**

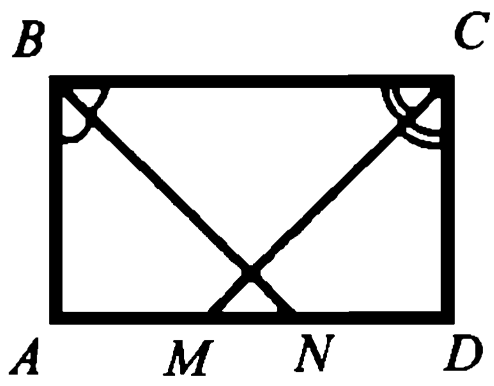
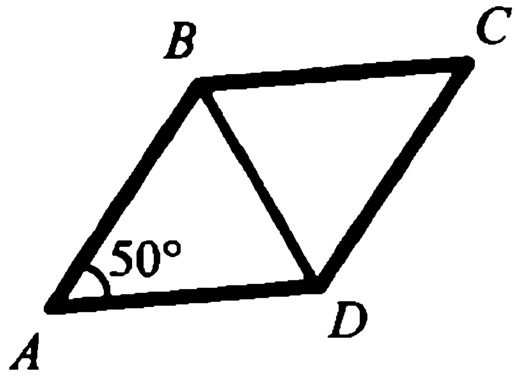
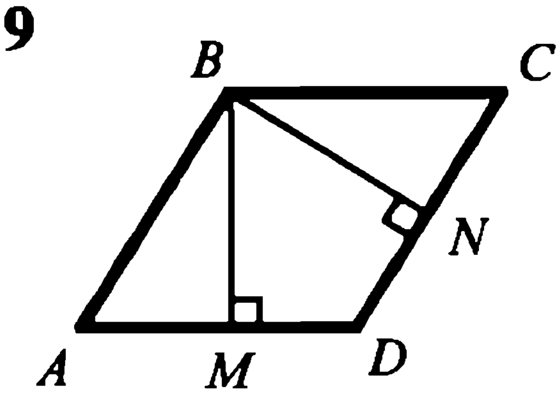
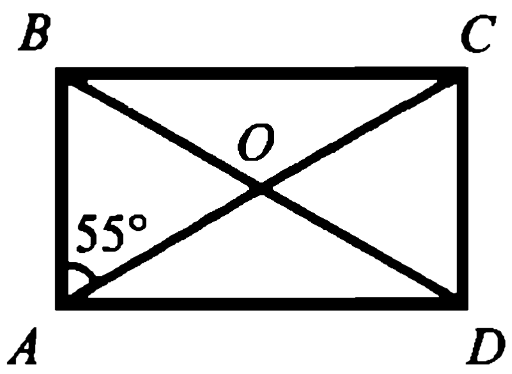
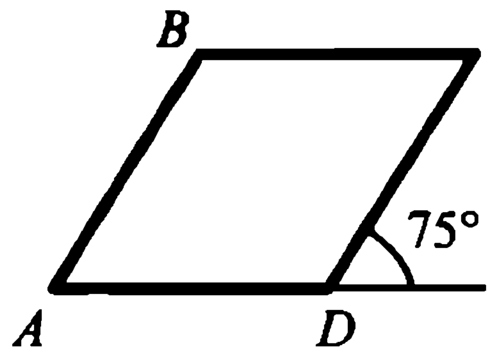
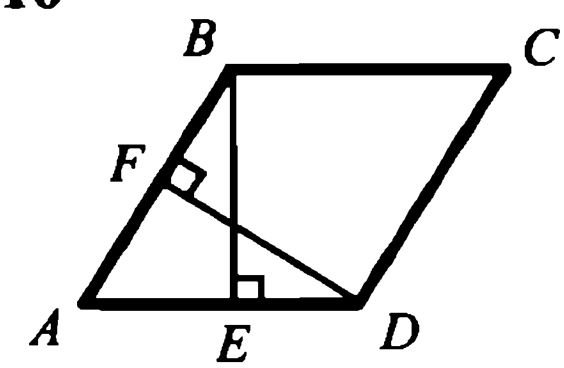
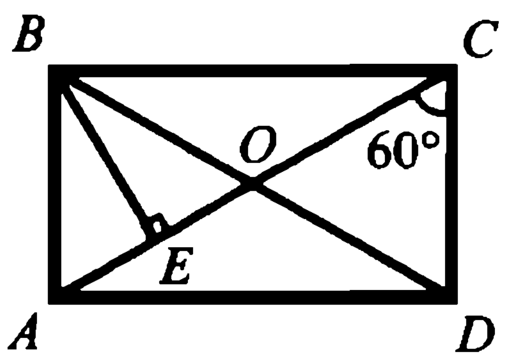
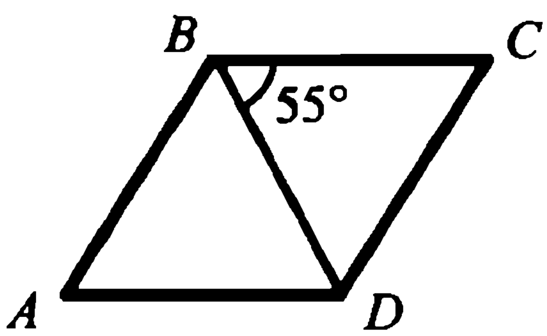
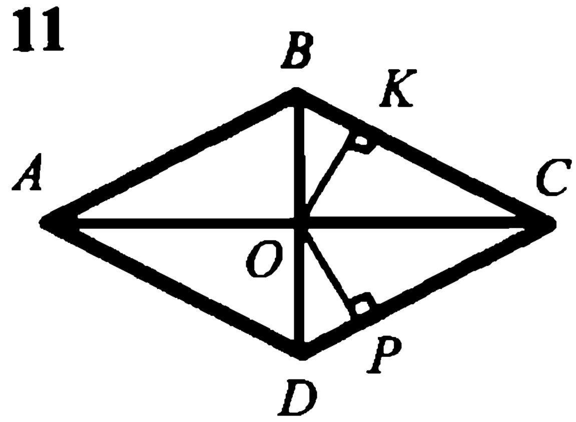
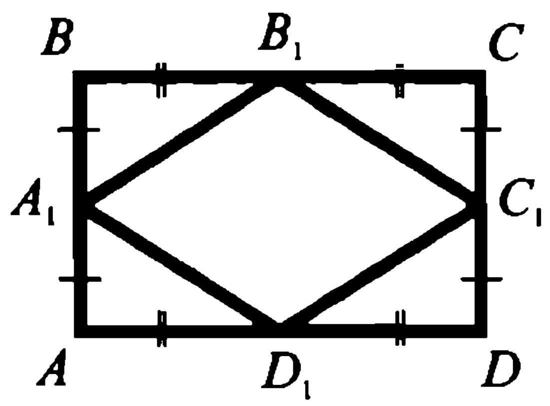
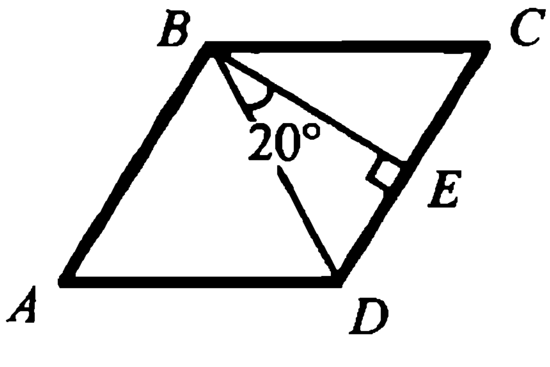
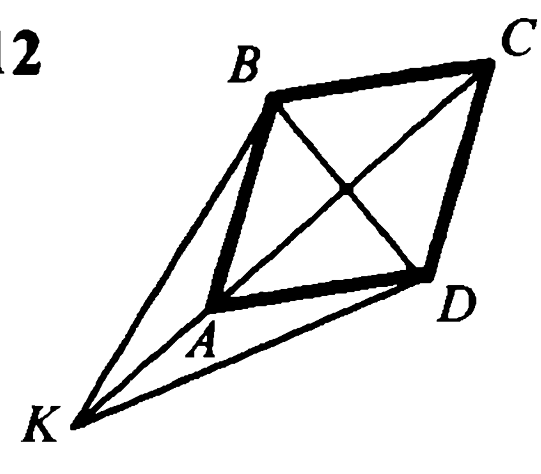
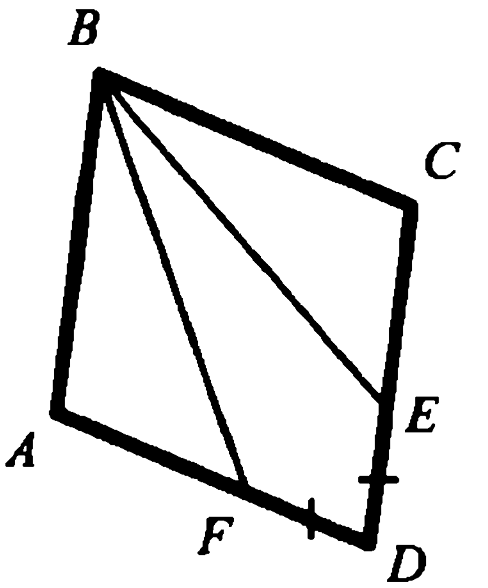
<table>
<tr><th>ABCD — прямоугольник</th><th colspan="2">ABCD — ромб</th></tr>
<tr>
<td>1

Доказать: $BN = CM$.</td>
<td>5

Найти: $\angle BDC$.</td>
<td>9

Доказать: $BM = BN$.</td>
</tr>
<tr>
<td>2

Найти: $\angle COD$, $\angle ACB$.</td>
<td>6

Найти: $\angle ABC$.</td>
<td>10

Доказать: $BE = DF$.</td>
</tr>
<tr>
<td>3

Дано: $OE = 4$.
Найти: AC.</td>
<td>7

Найти: $\angle BAD$.</td>
<td>11

Доказать: $OK = OP$.</td>
</tr>
<tr>
<td>4

Доказать:
$A_1B_1C_1D_1$ — ромб.</td>
<td>8

Найти: $\angle BAD$.</td>
<td>12

Доказать: $KB = KD$.</td>
</tr>
</table>

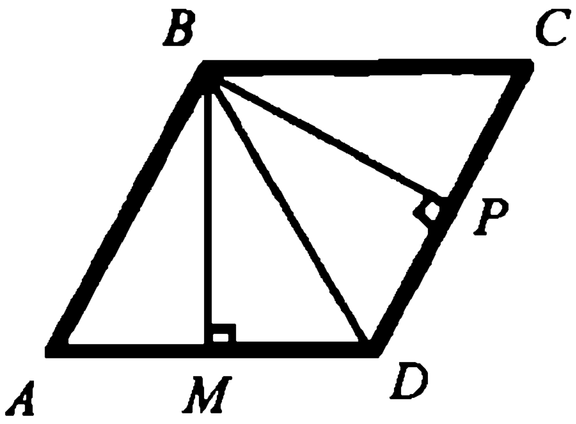
Таблица 8.5. **Свойства параллелограмма**

1



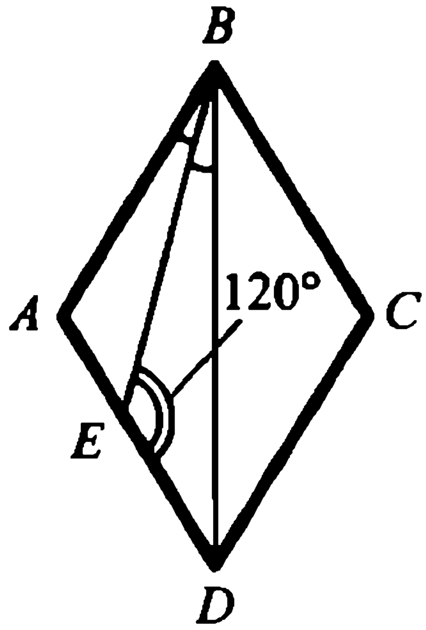
Дано: *ABCD* — ромб.
Доказать: $\angle ABF = \angle CBE$.

2



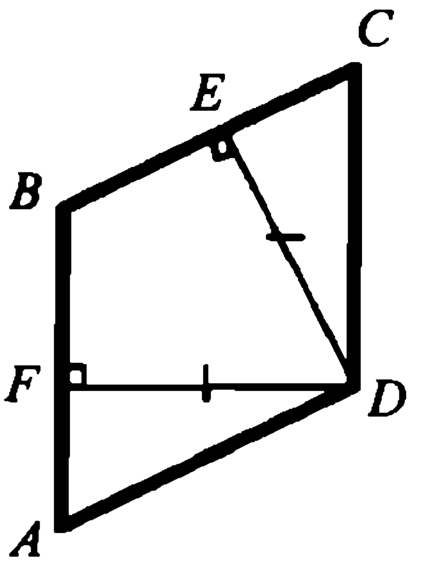
Дано: *ABCD* — ромб.
Доказать: $\angle MBD = \angle DBP$.

3



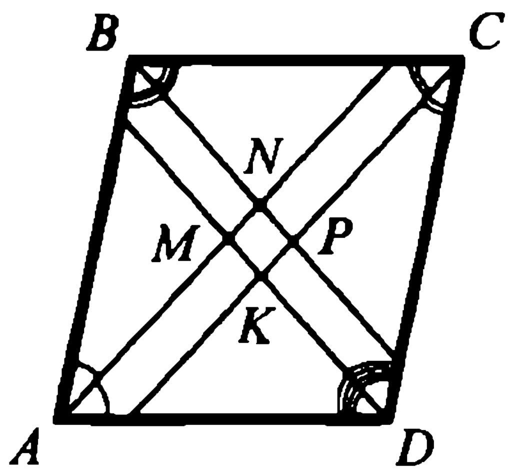
Дано: *ABCD* — ромб.
Найти углы *ABCD*.

4



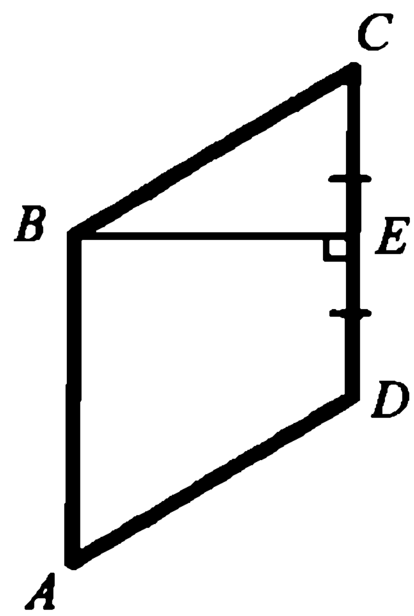
Дано: *ABCD* — параллелограмм.
Доказать: *ABCD* — ромб.

5



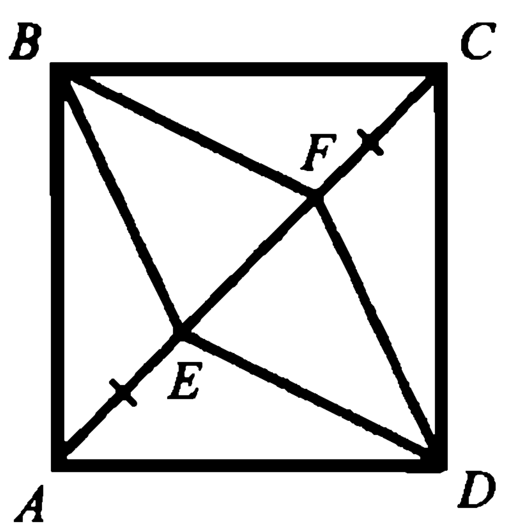
Дано: *ABCD* — параллелограмм.
Доказать: *MNPK* — прямоугольник.

6



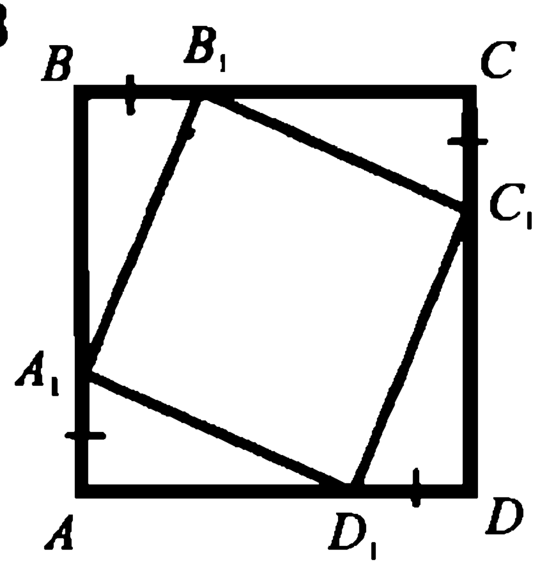
Дано: *ABCD* — ромб.
Найти: $\angle BAD$.

7



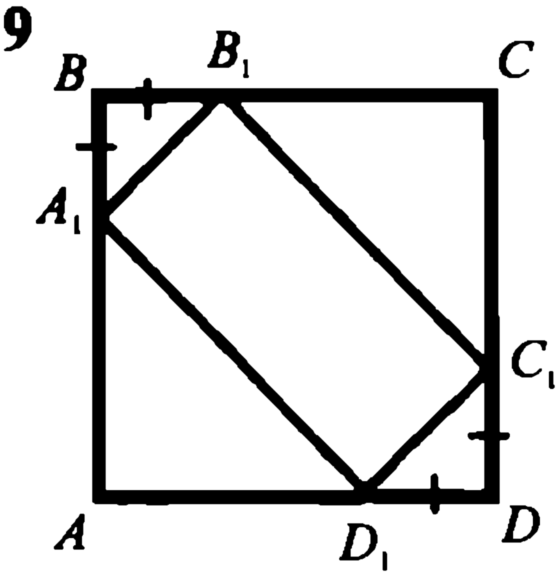
Дано: *ABCD* — квадрат.
Доказать: *BFDE* — ромб.

8



Дано: *ABCD* — квадрат.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

9

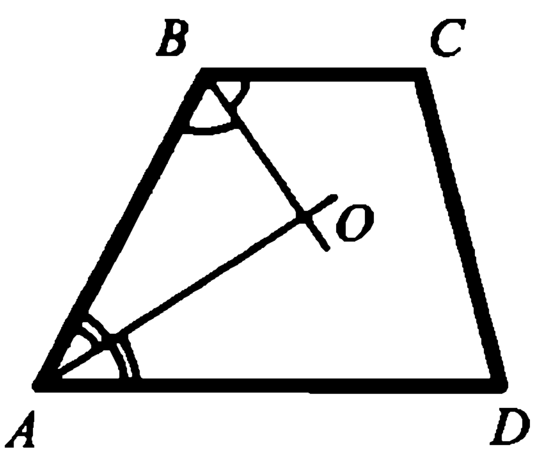


Дано: *ABCD* — квадрат.
Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник.

Таблица 8.6. **Трапеция**

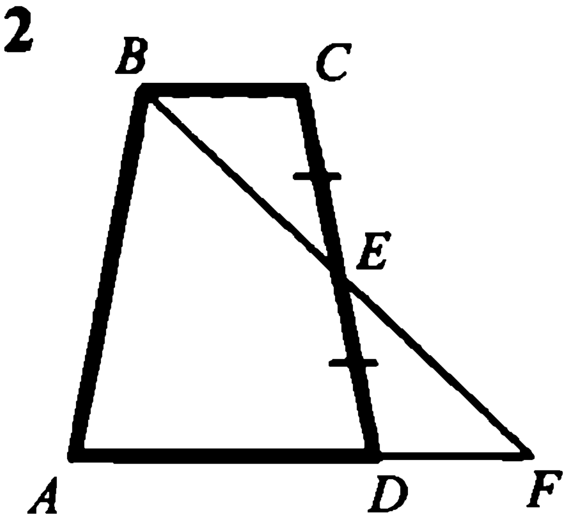
ABCD — трапеция.

1



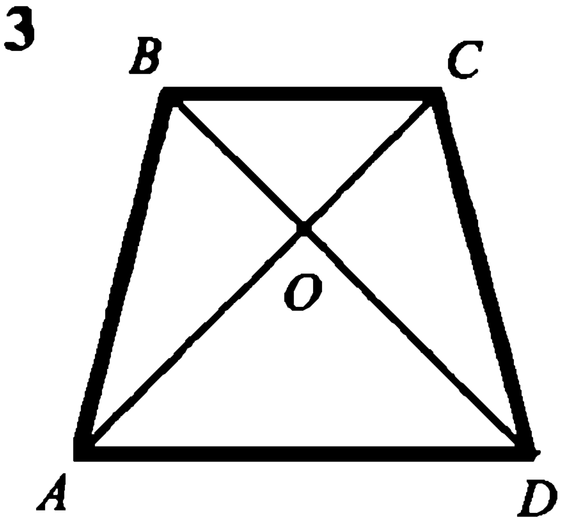
Доказать: $\angle AOB = 90°$

2



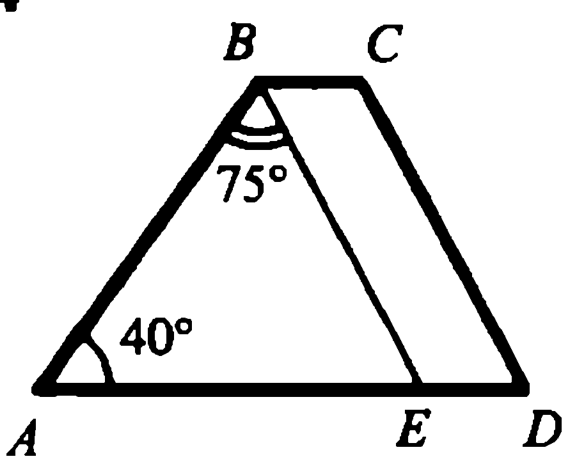
Доказать: $BC = DF$.

3



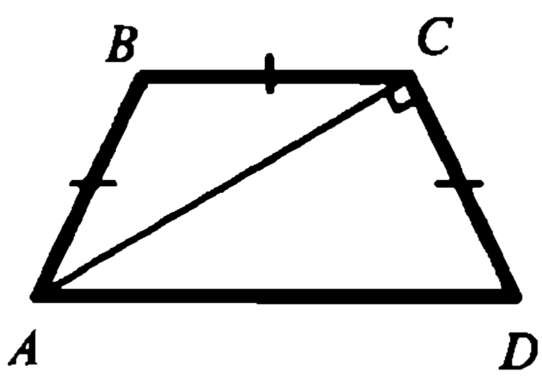
Дано: $AO = OD$.
Доказать: $AB = CD$.

4



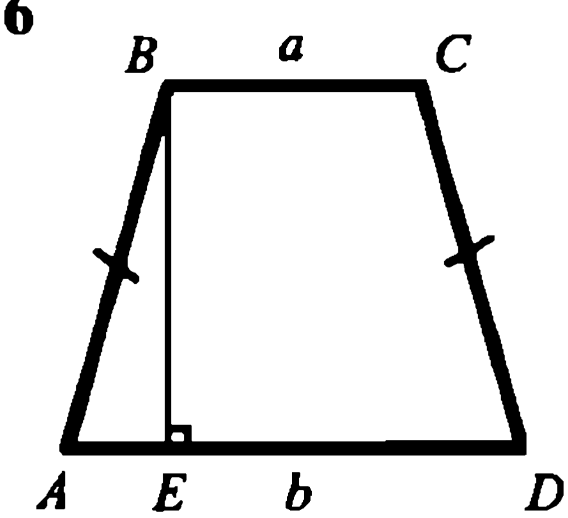
Дано: $BE \parallel CD$.
Найти углы трапеции.

5



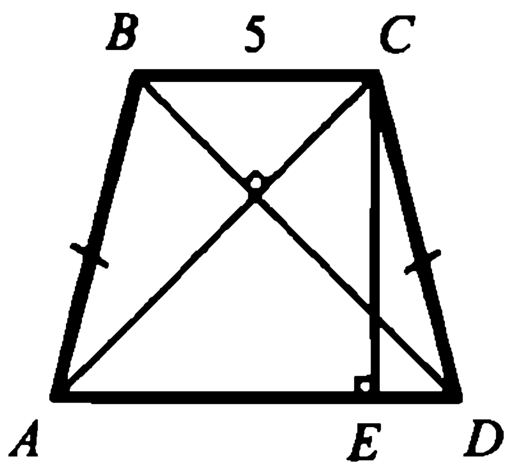
Найти углы трапеции.

6



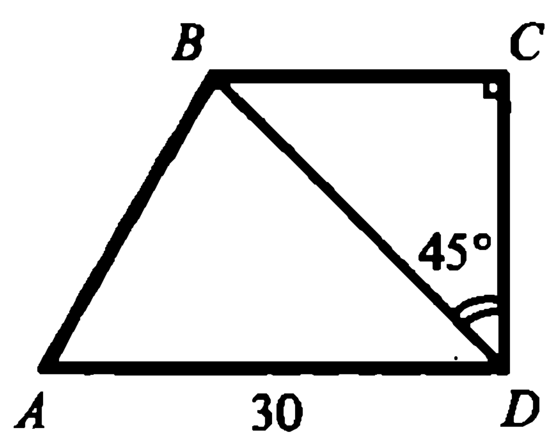
Дано: $AB = CD$.
Найти: AE и ED.

7



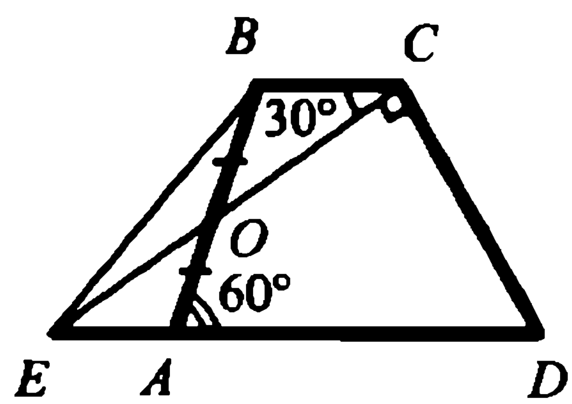
Дано: $AD = 15$.
Найти: CE.

8



Дано: $\angle ABC = 135°$.
Найти: BC.

9

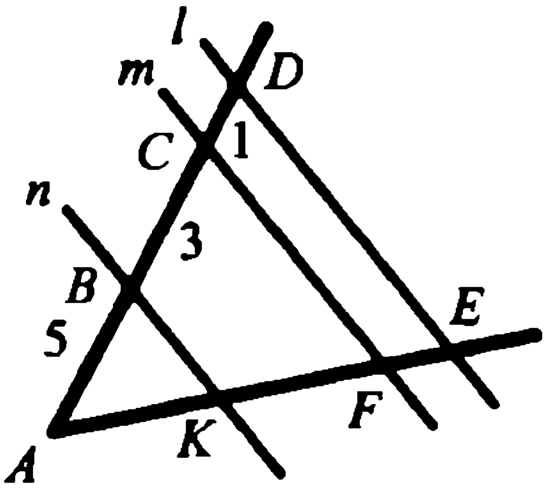


Дано: $AD = 15$.
Найти: периметр трапеции.

Таблица 8.7. **Теорема Фалеса**

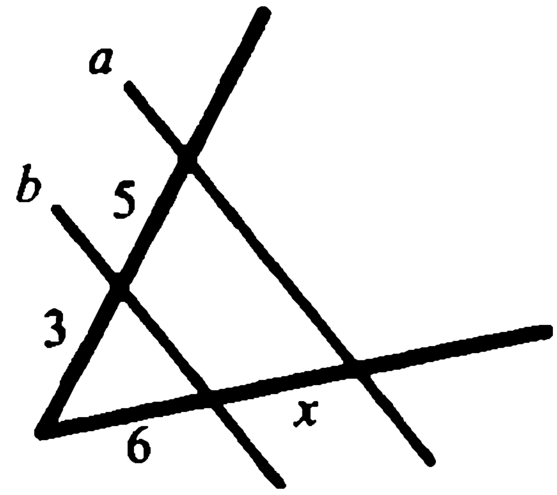
Теорема о пропорциональных отрезках.

1



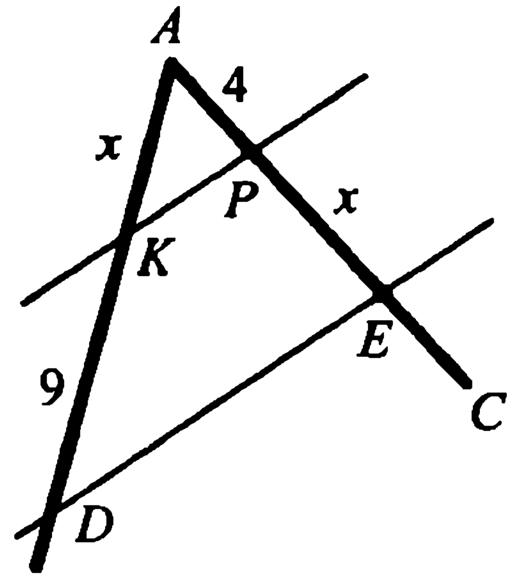
Дано: $l \parallel m \parallel n$.
Найти: $AK : KF : FE$.

2



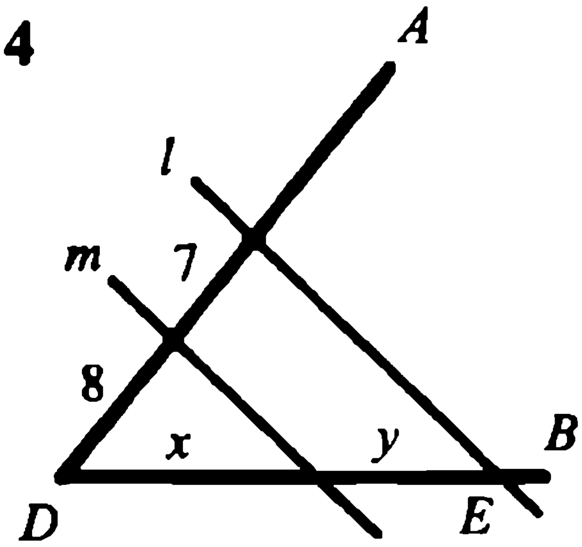
Дано: $a \parallel b$.
Найти: x.

3



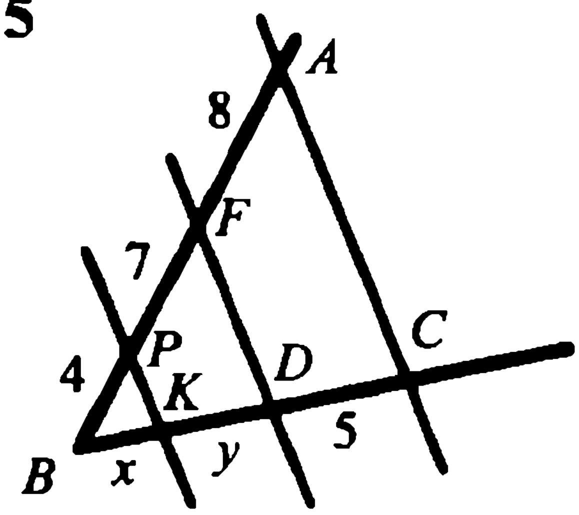
Дано: $KP \parallel DE$.
Найти: x.

4



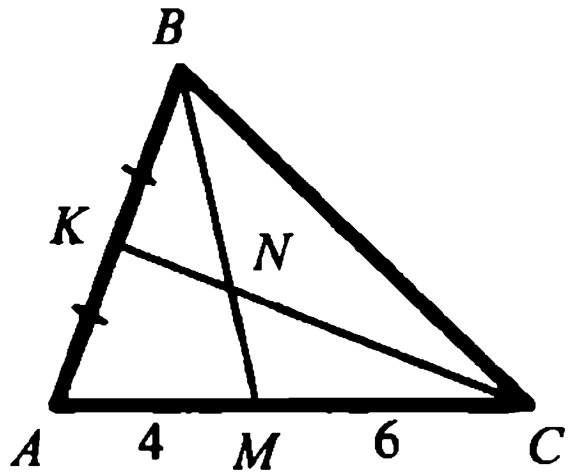
Дано: $l \parallel m$, $DE = 30$.
Найти: x и y.

5



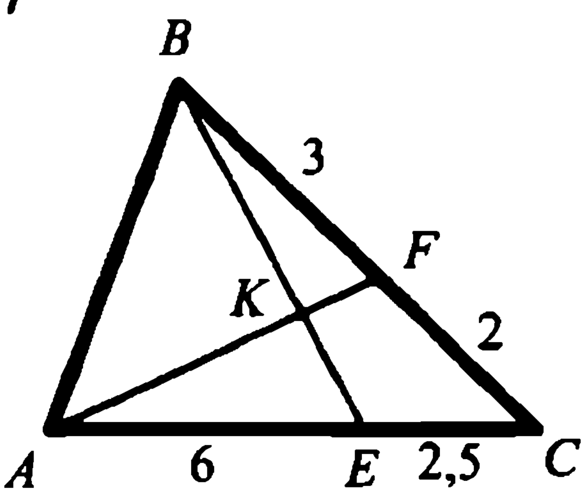
Дано: $AC \parallel FD \parallel PK$.
Найти: x и y.

6



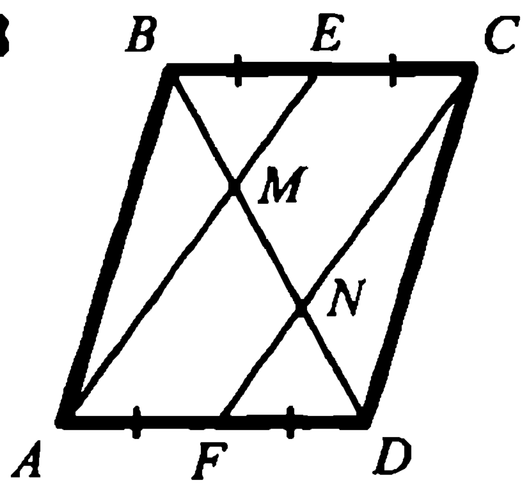
Найти: $KN : NC$.

7



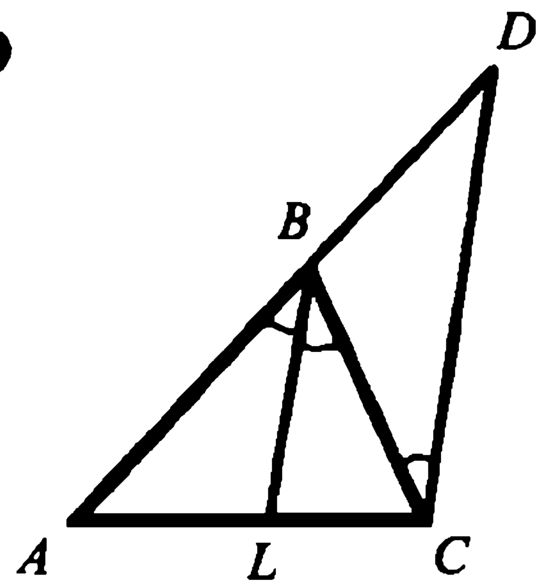
Найти: $AK : KF$.

8



Дано: $ABCD$ — параллелограмм.
Доказать: $BM = MN = ND$.

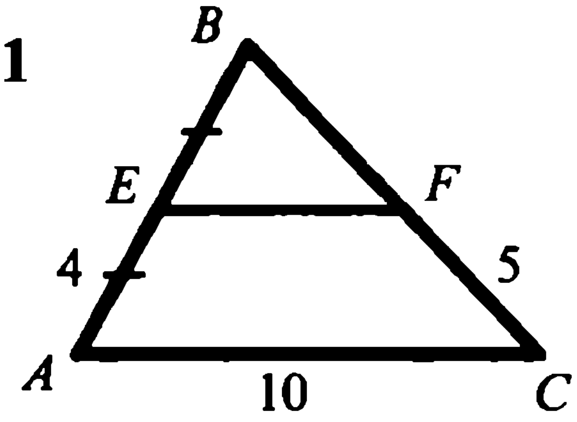
9



Доказать: $\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC}$.

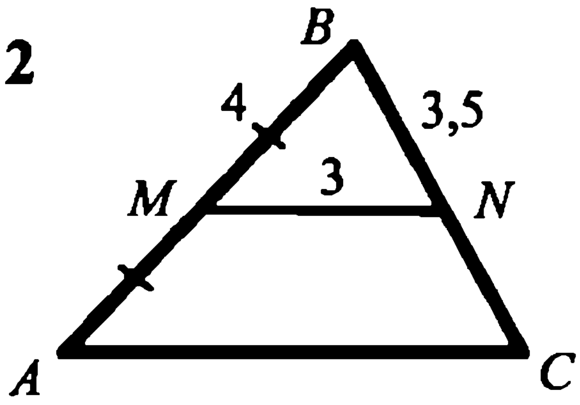
Таблица 8.8. Средняя линия треугольника и трапеции

1



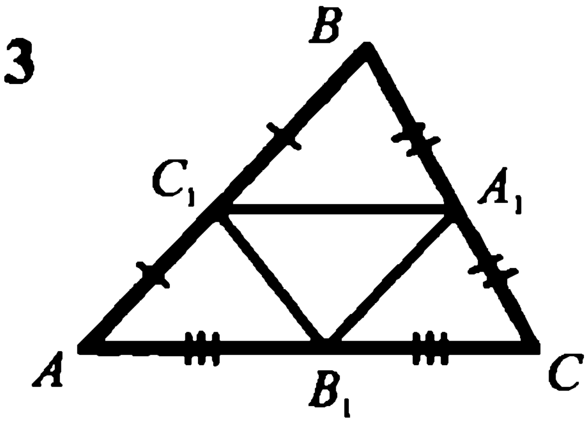
Дано: $EF \parallel AC$.
Найти: P_{BEF}.

2



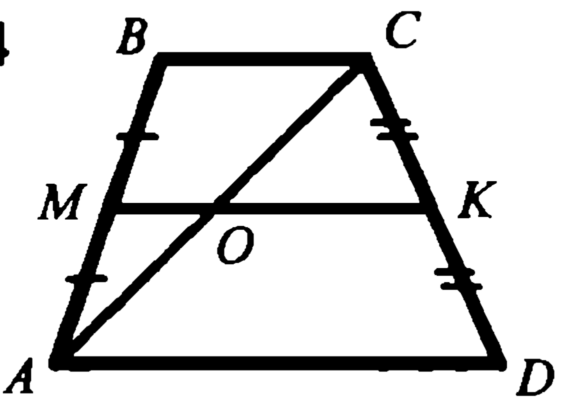
Дано: $MN \parallel AC$.
Найти: P_{ABC}.

3



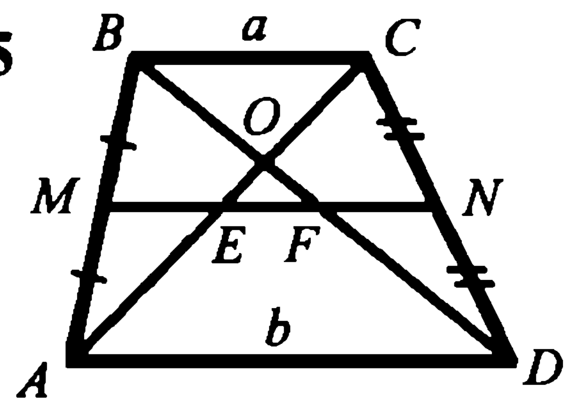
Дано: $P_{ABC} = 40$.
Найти: $P_{A_1B_1C_1}$.

4



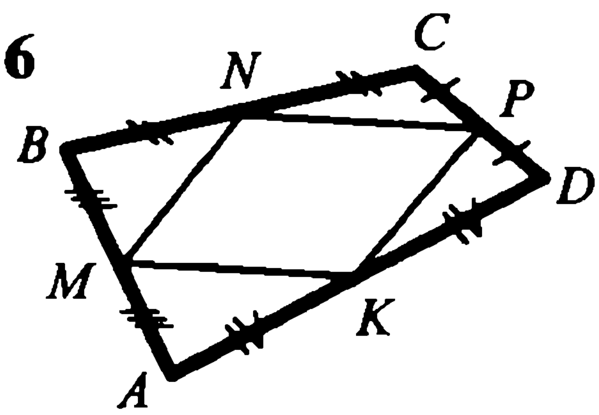
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Доказать: $AO = OC$.

5



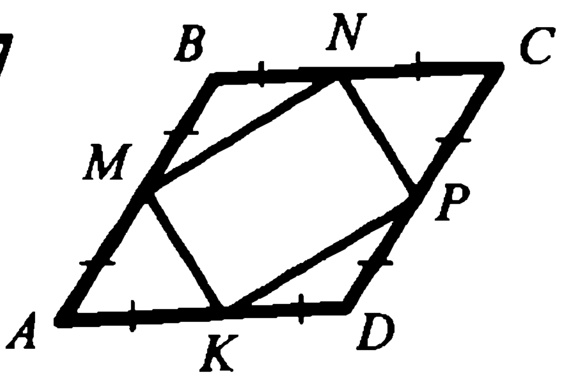
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: EF, ME, FN.

6



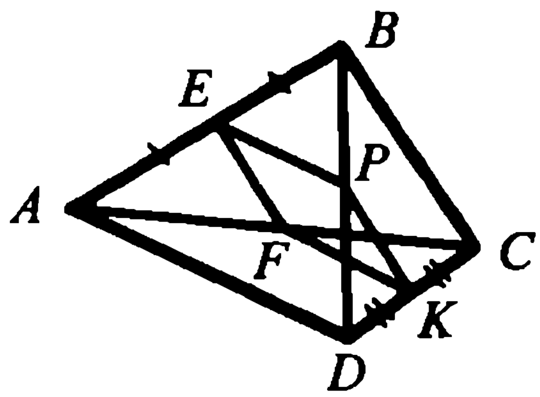
Доказать: $MNPK$ — параллелограмм.

7



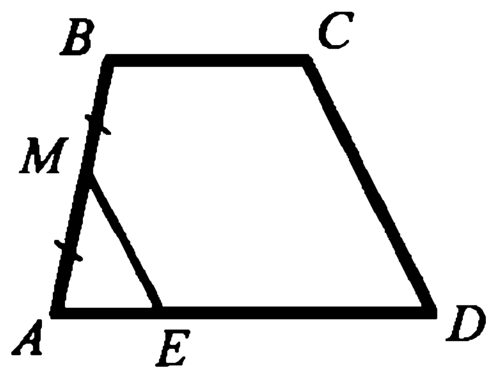
Дано: $ABCD$ — ромб.
Доказать: $MNPK$ — прямоугольник.

8



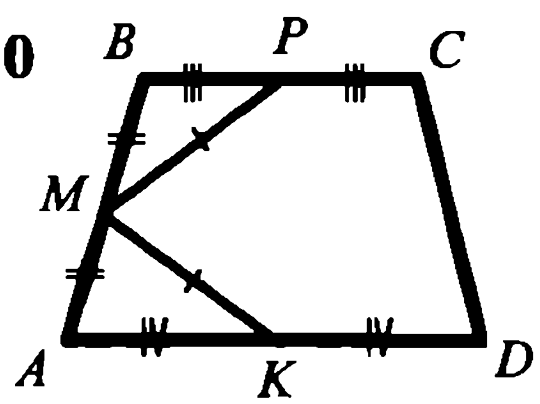
Дано: $AF = FC$, $BP = PD$.
Доказать: $EFKP$ — параллелограмм.

9



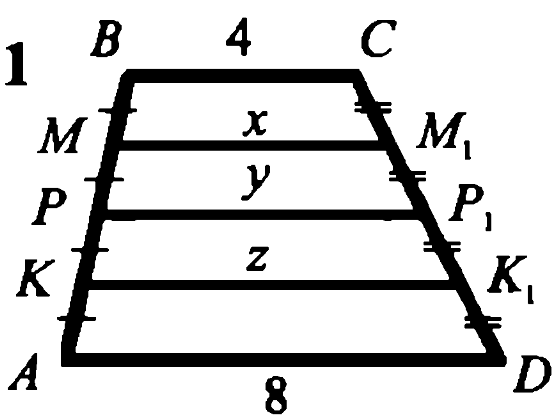
Дано: $ABCD$ — трапеция, $ME \parallel CD$.
Доказать: $ME = CD/2$.

10



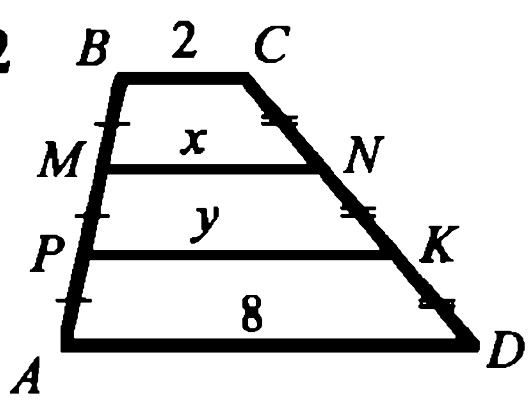
Дано: $ABCD$ — трапеция.
Доказать: $AB = CD$.

11



Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: x, y, z.

12

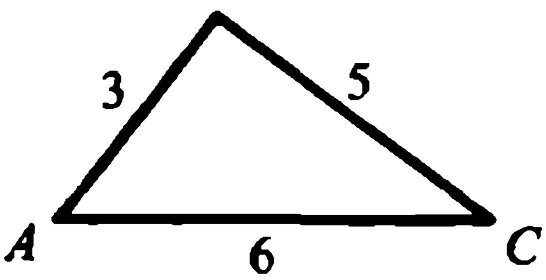


Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найти: x, y.

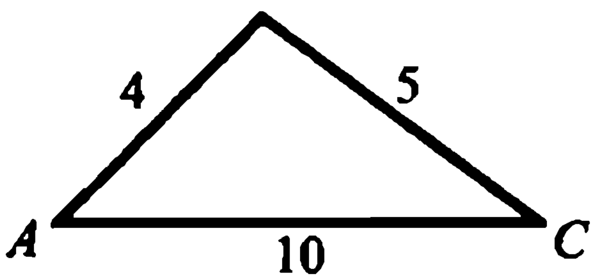
Таблица 8.9. **Неравенство треугольника**

На каких чертежах допущена ошибка?

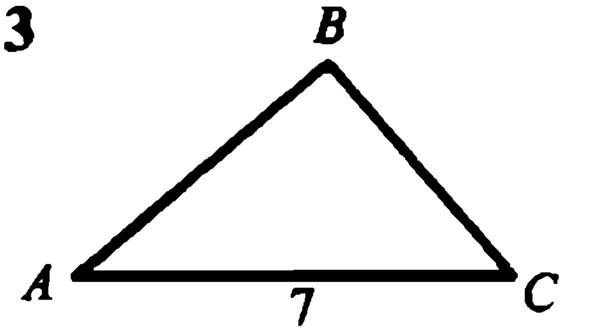
1



2



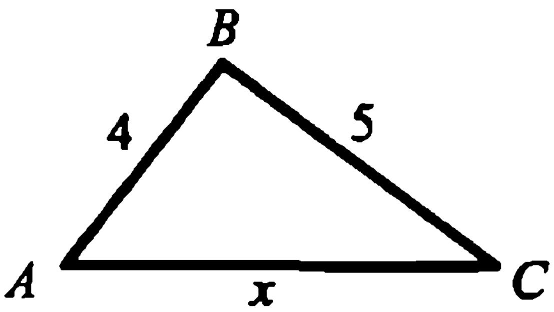
3



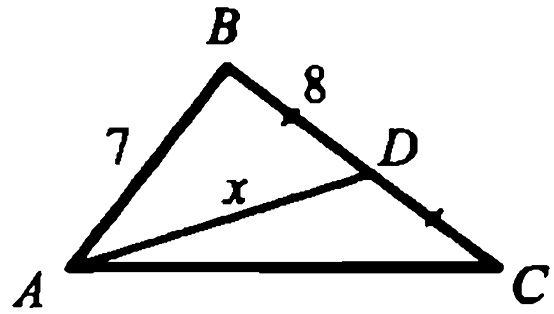
Дано: $AB - BC = 10$.

В каких пределах меняется x?

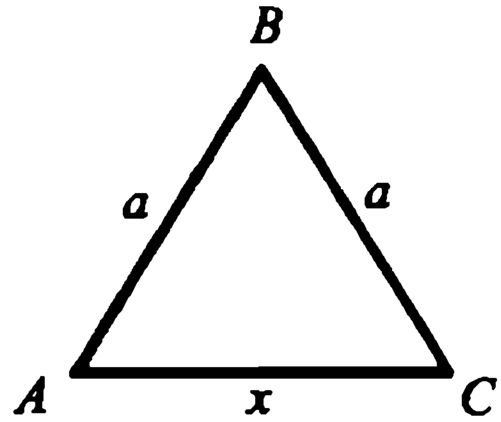
4



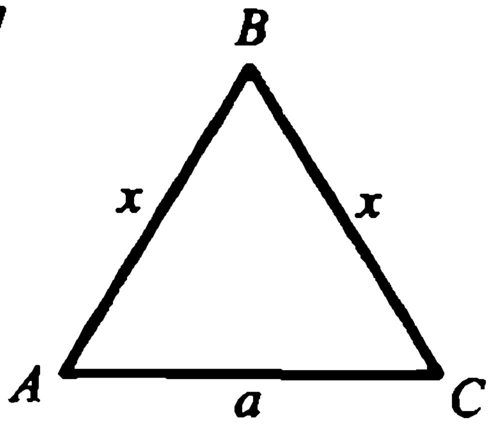
5



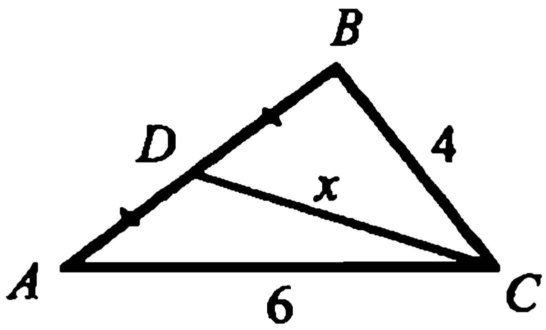
6



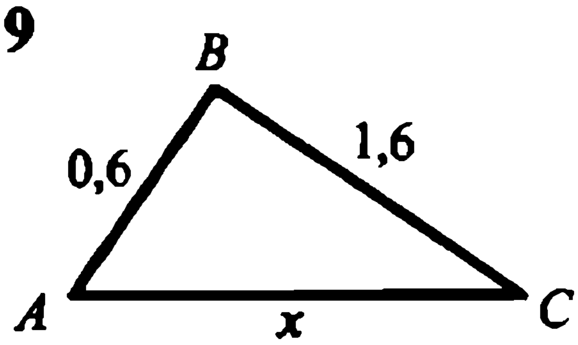
7



8



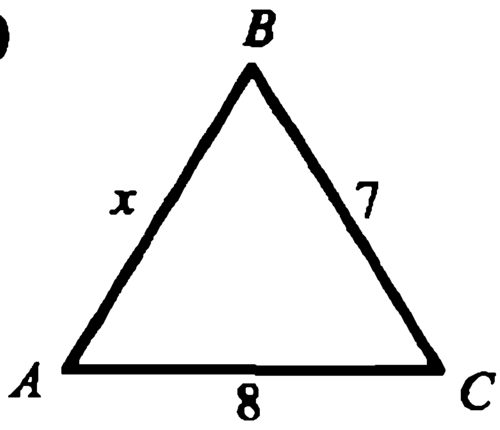
9



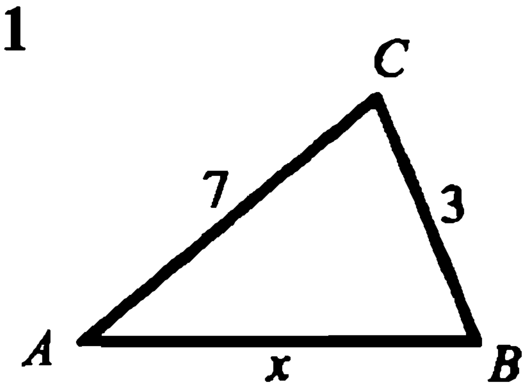
x — натуральное число.

Дано: ΔABC — равнобедренный. Найти AB.

10



11



12

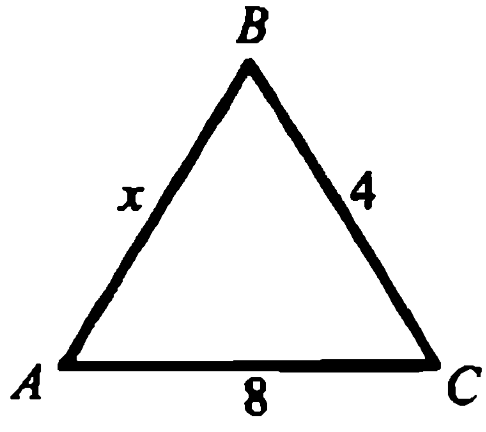
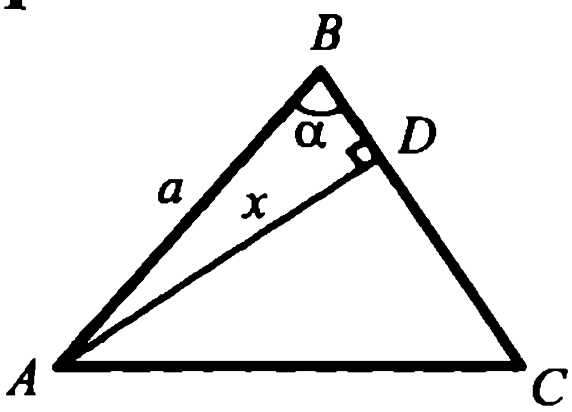


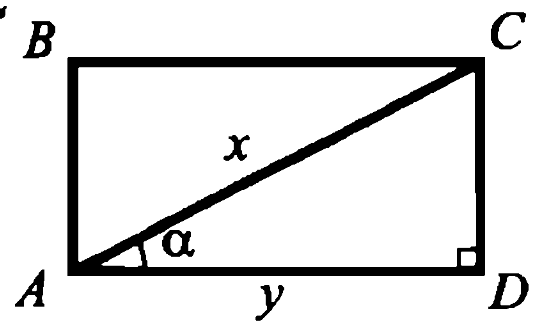
Таблица 8.10. **Решение прямоугольных треугольников**

Найти x и y.

1

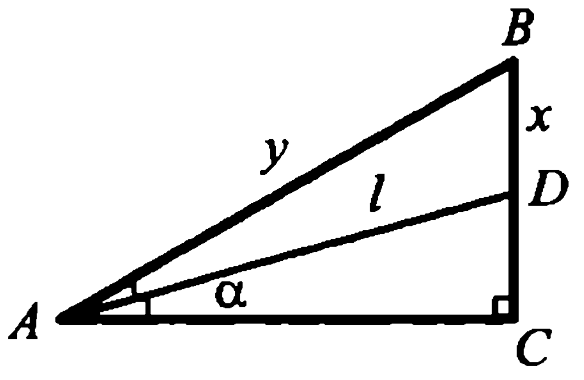


2

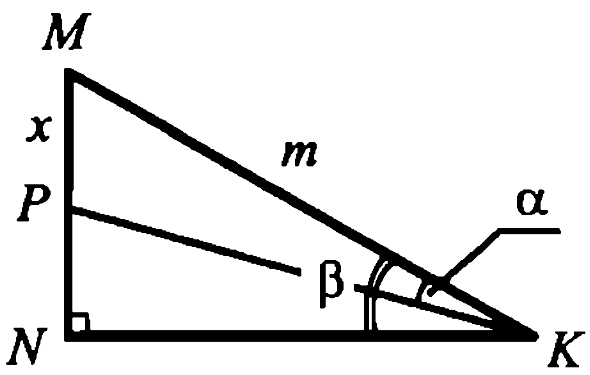


Дано: $ABCD$ — прямоугольник.

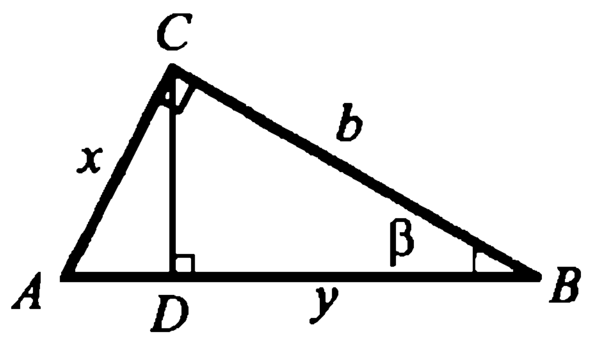
3



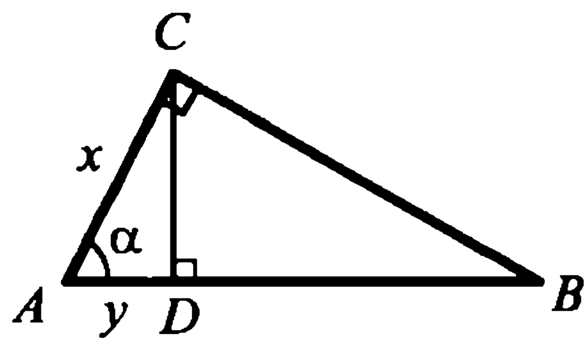
4



5

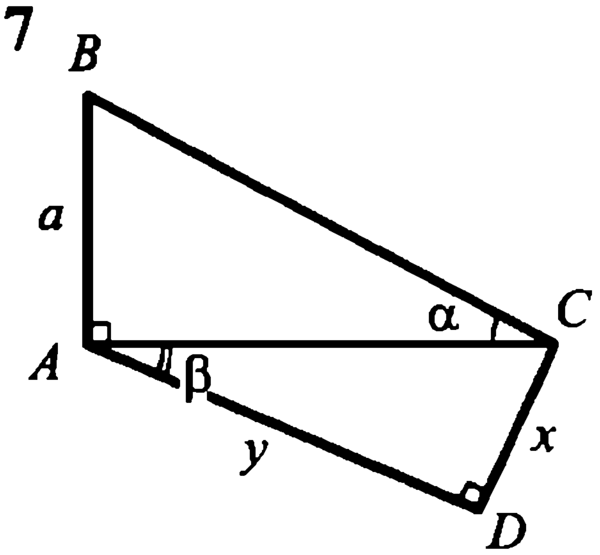


6

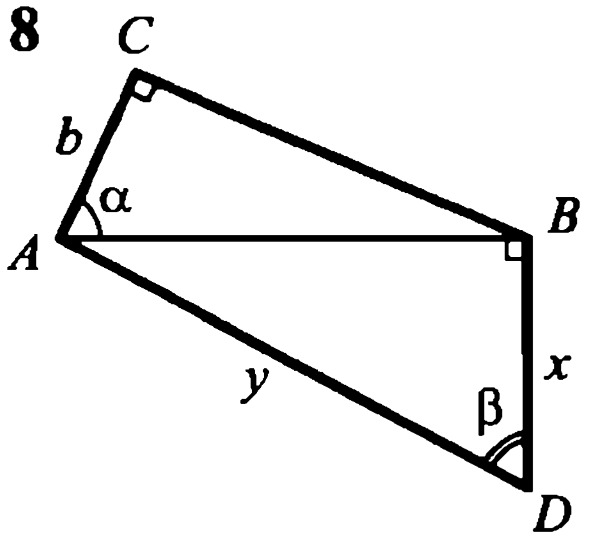


Дано: $AB = m$.

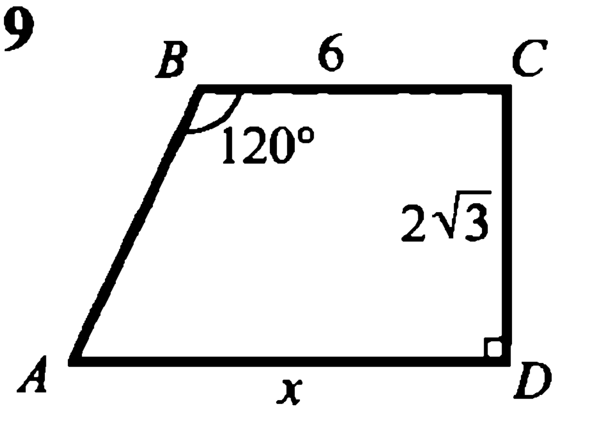
7



8

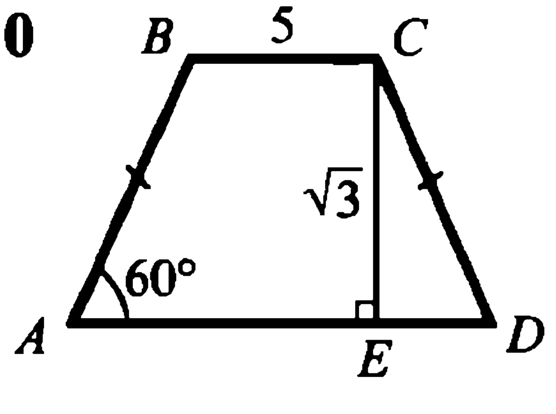


9



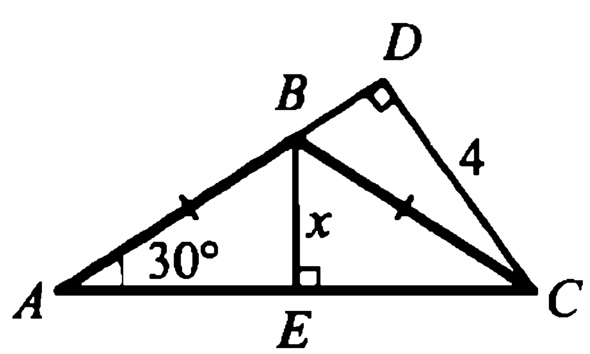
Дано: $ABCD$ — трапеция.

10

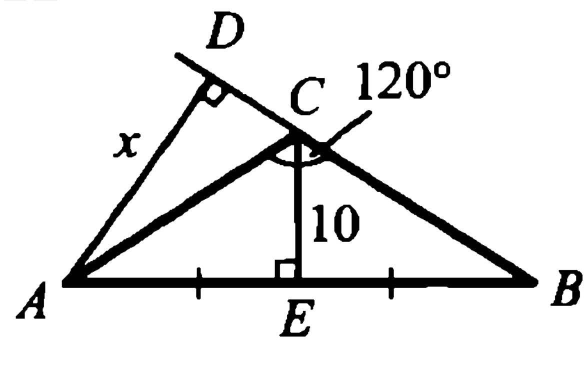


Дано: $ABCD$ — трапеция, $AD = x$.

11



12

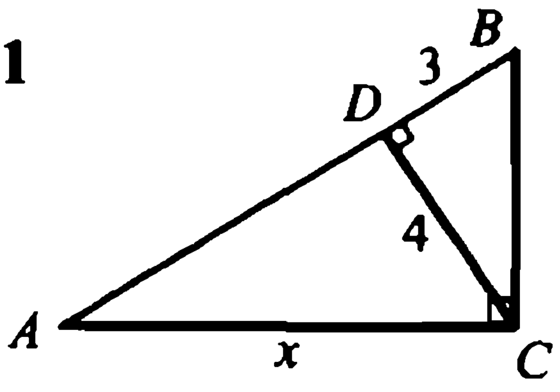


Найти: BD.

Таблица 8.11. **Теорема Пифагора. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике**

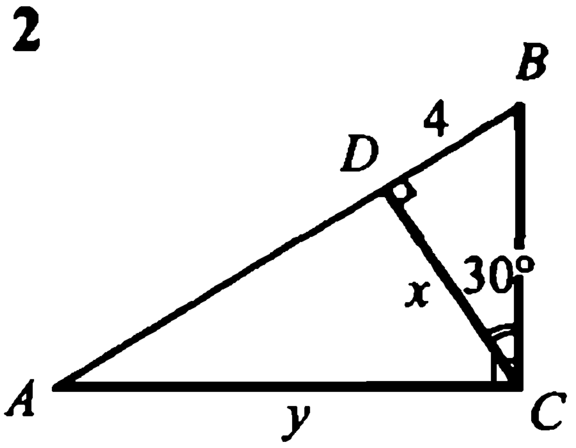
Найти x и y.

1

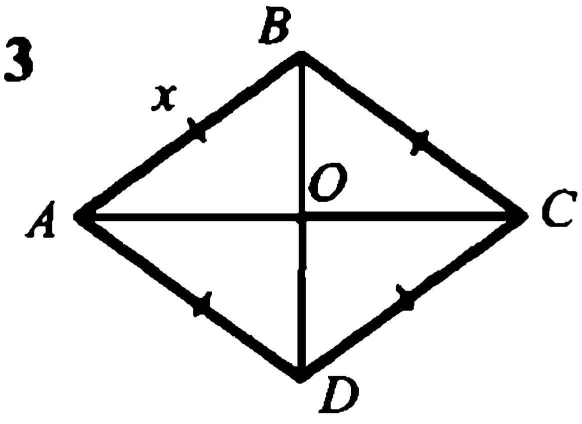


Дано: $AB = 13$.
Найти ошибку.

2

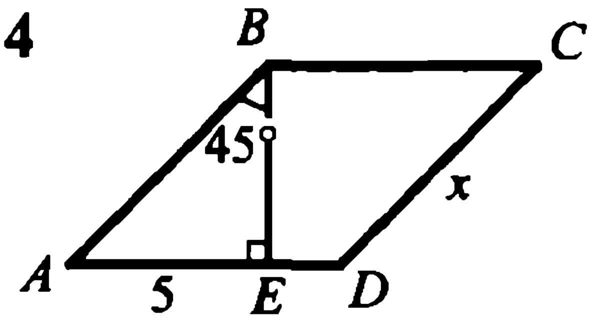


3



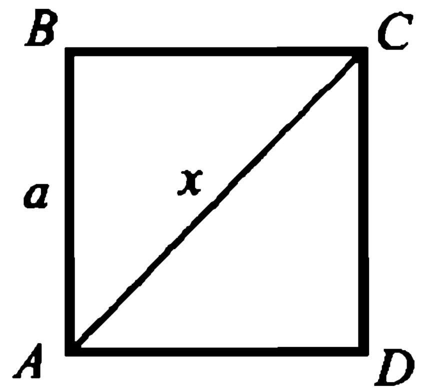
Дано: $AC = 8$, $BD = 6$.

4



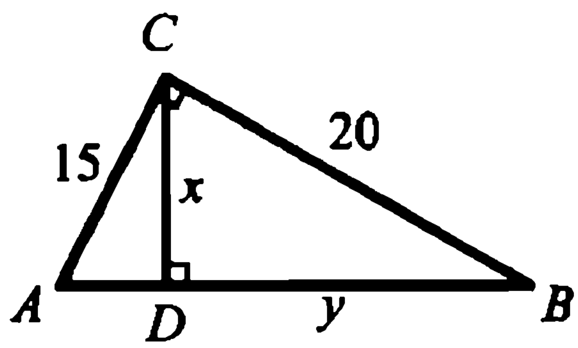
Дано: $ABCD$ — параллелограмм.

5

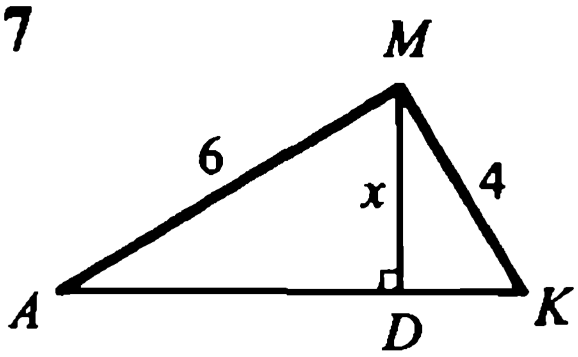


Дано: $ABCD$ — квадрат.

6

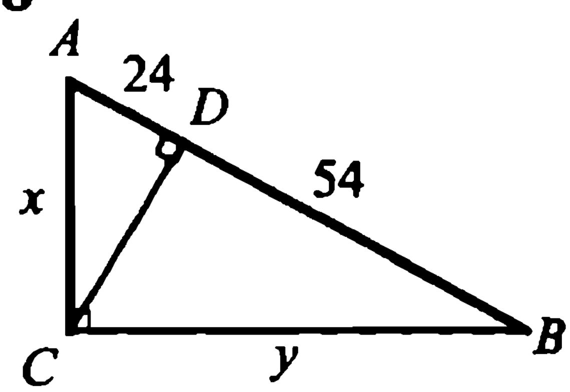


7

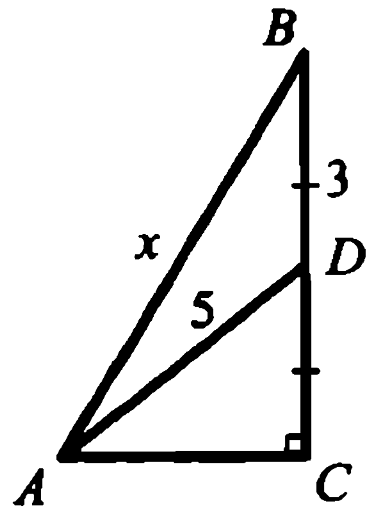


Дано: $AK = 8$.

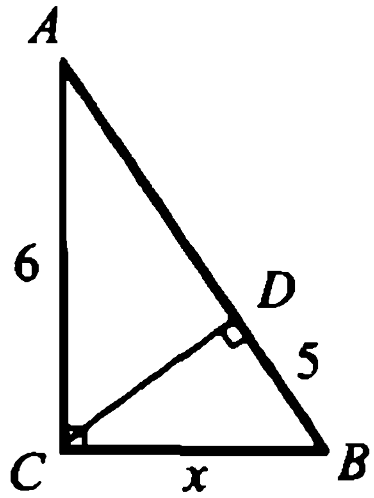
8



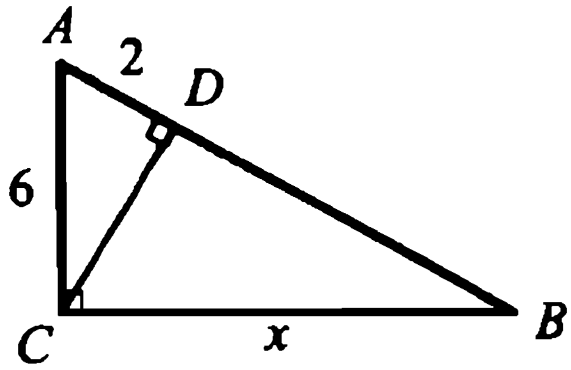
9



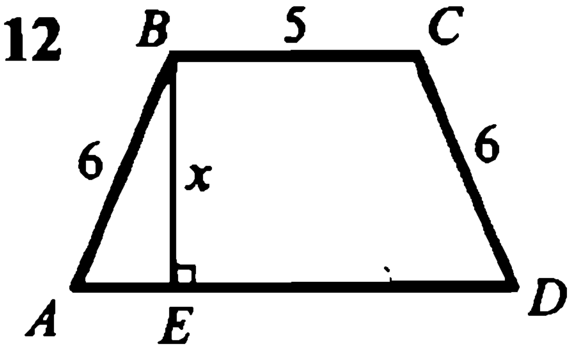
10



11



12

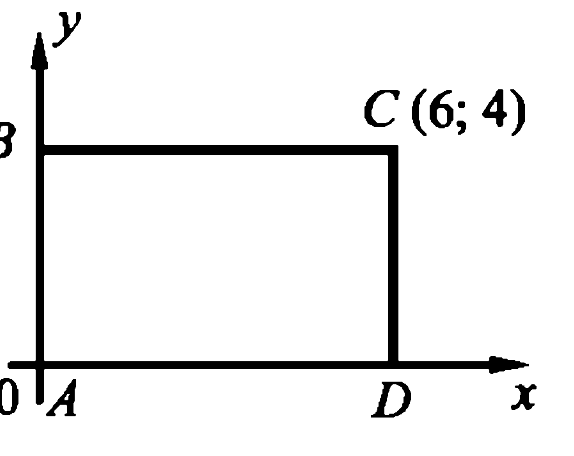


Дано: $ABCD$ — трапеция, $AD = 9$.

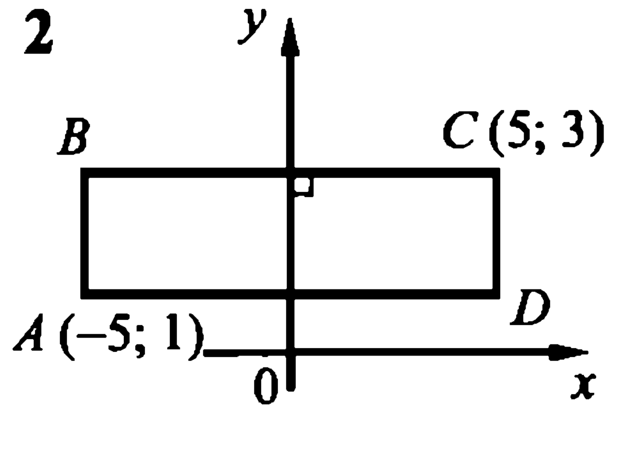
Таблица 8.12. **Декартовы координаты на плоскости**

Определить координаты вершин прямоугольника

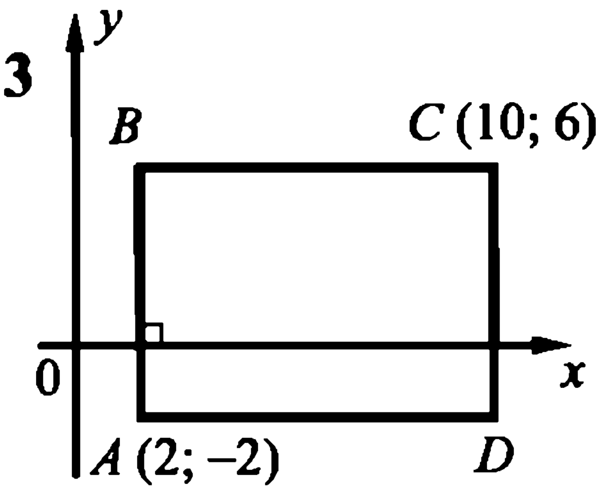
1



2

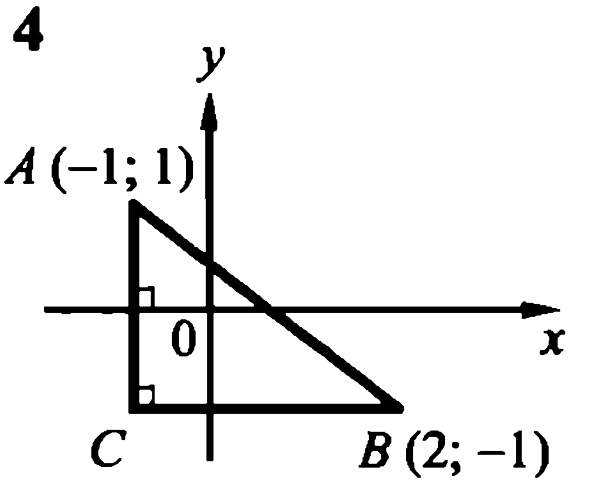


3

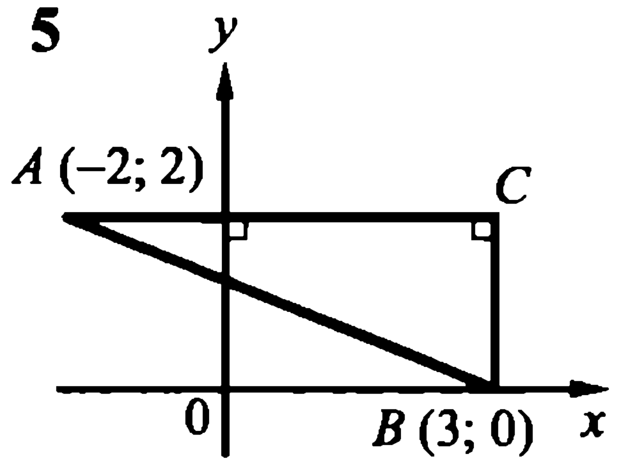


Найти координаты точки *C*:

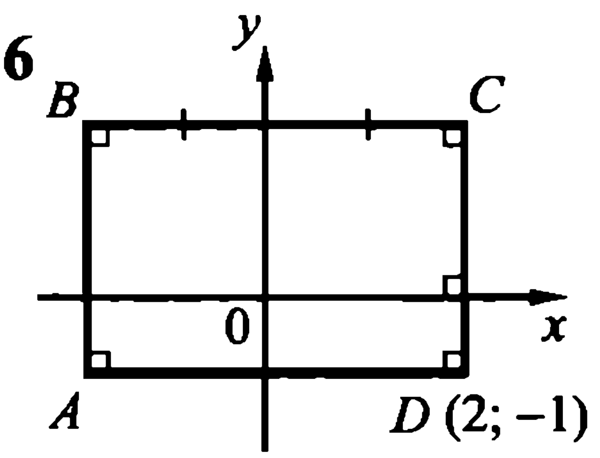
4



5



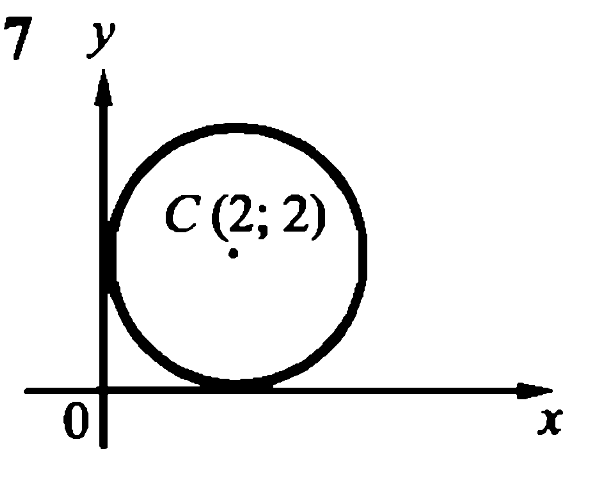
6



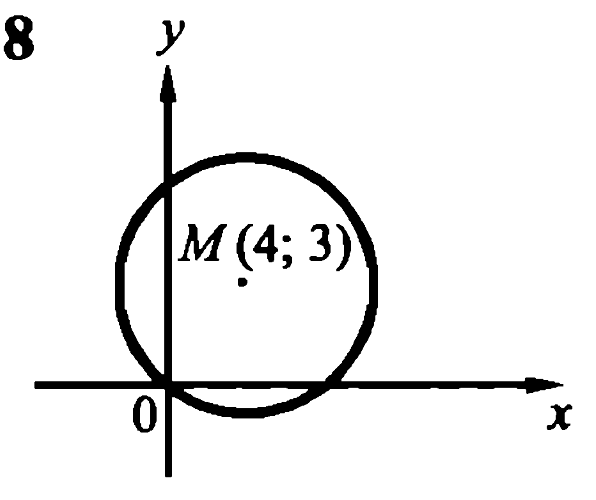
Дано: $AB = 3$.

Записать уравнение окружности:

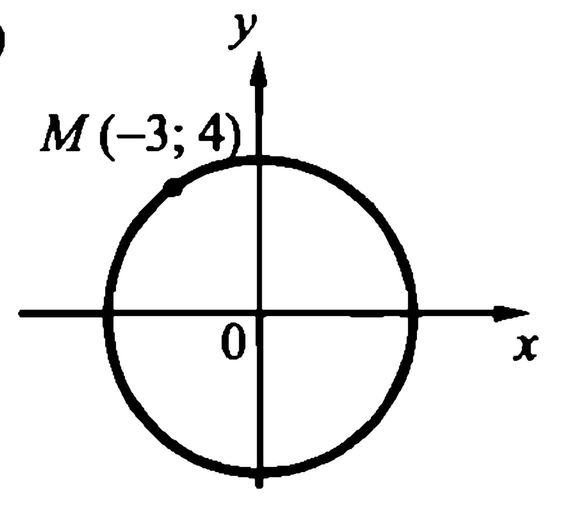
7



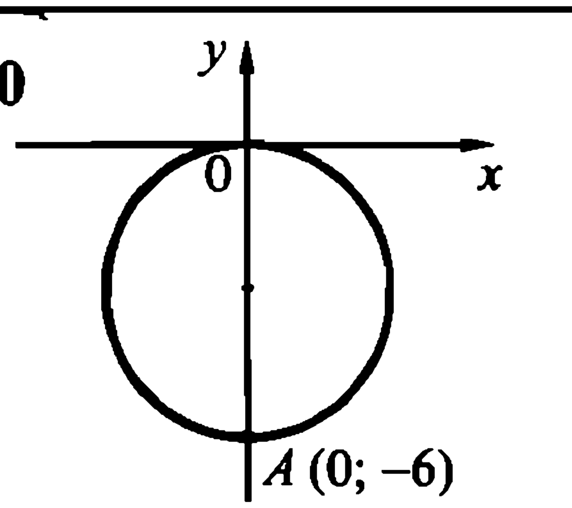
8



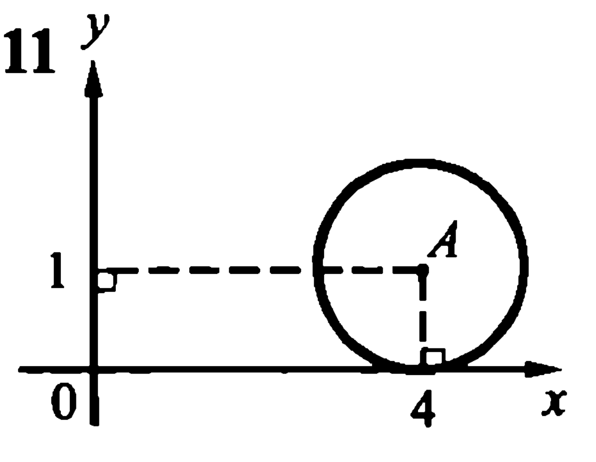
9



10



11



12

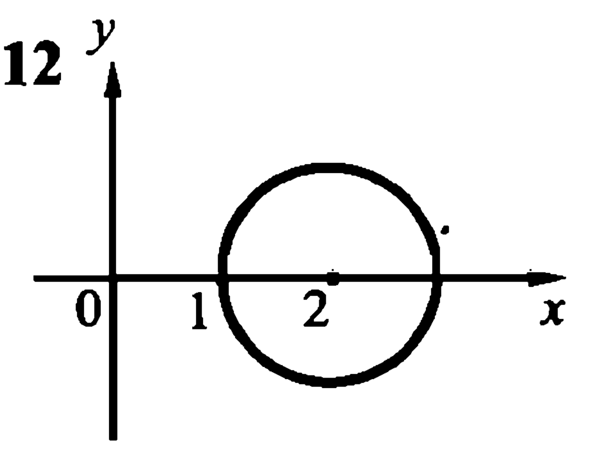
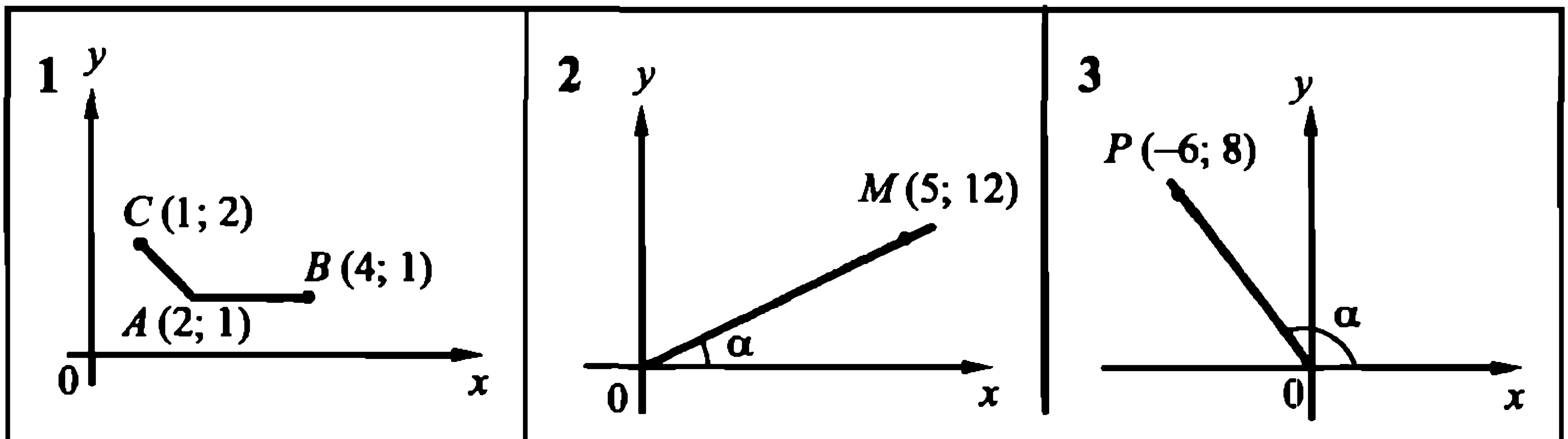


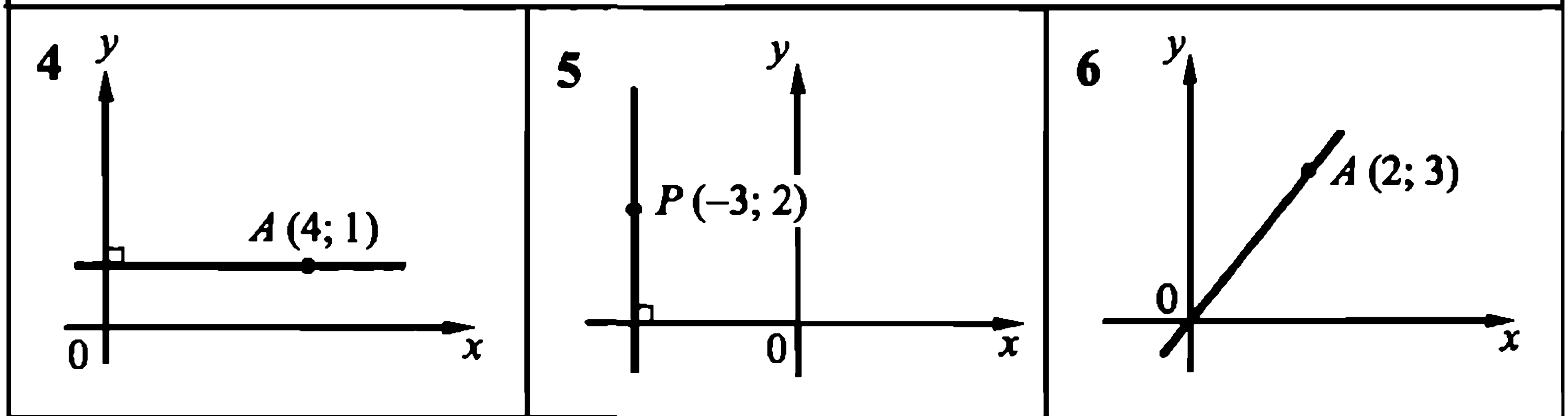
Таблица 8.13. **Декартовы координаты на плоскости**

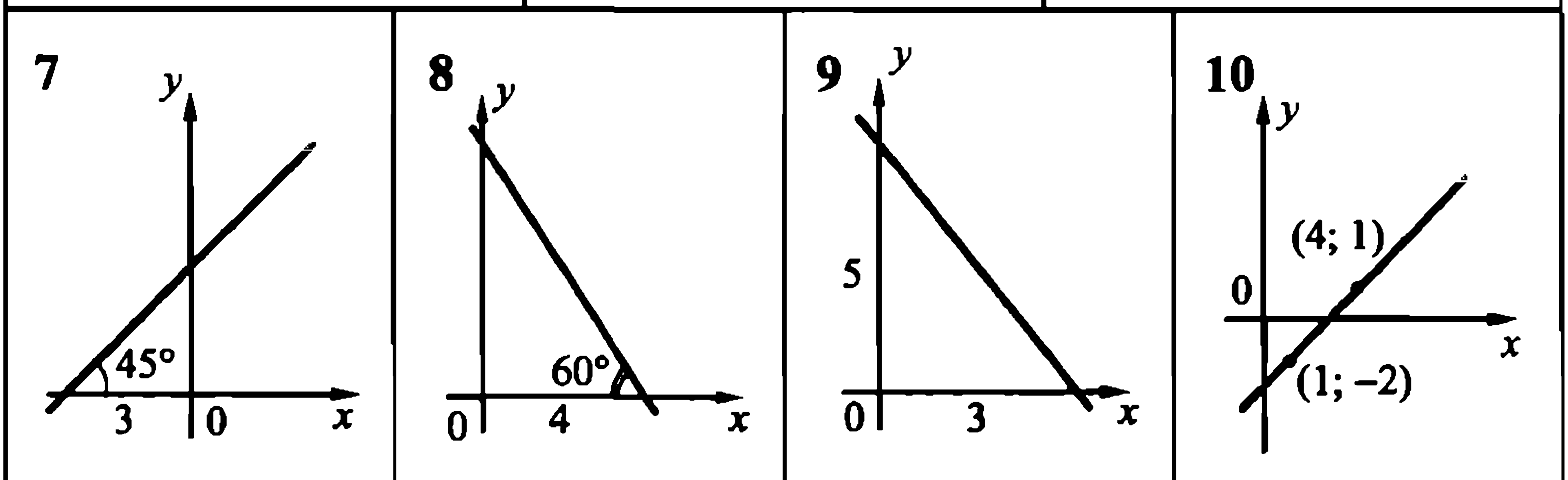


Сравнить AB и AC

Найти: sinα, cosα, tgα.

Составить уравнение прямой:





Найти ошибку:

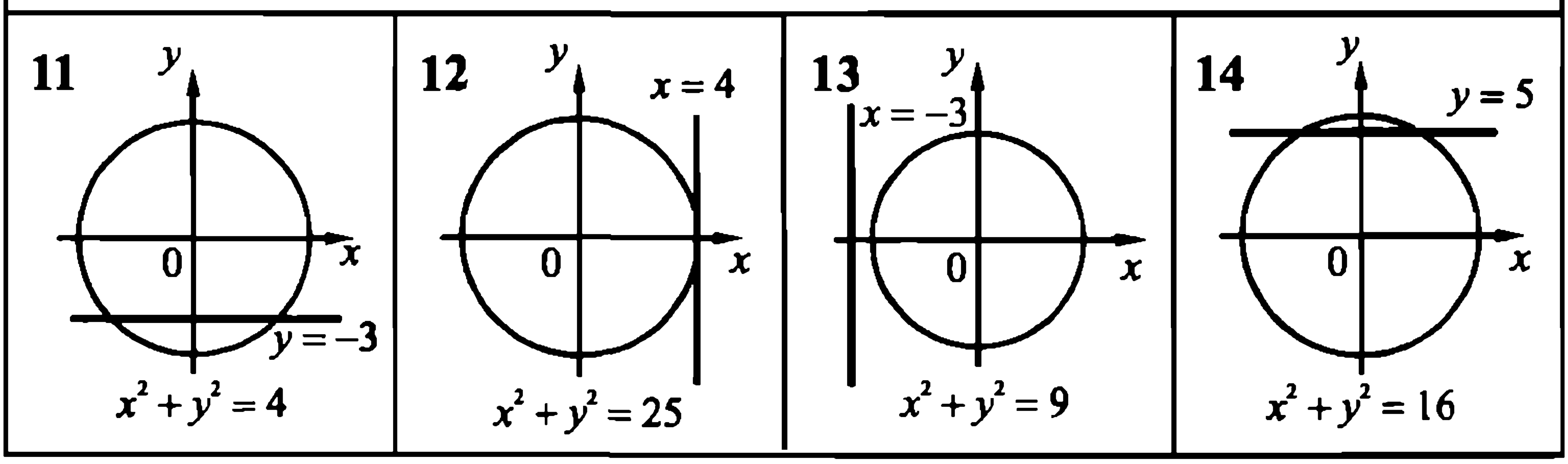
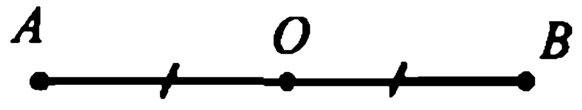
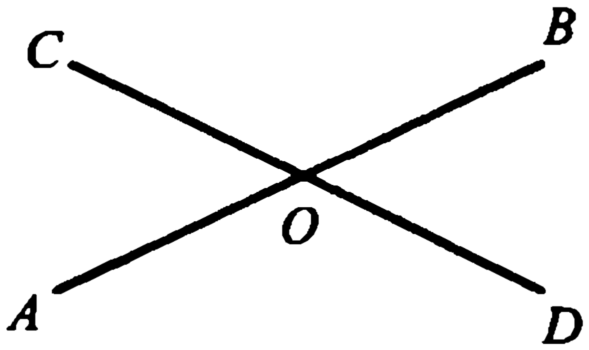
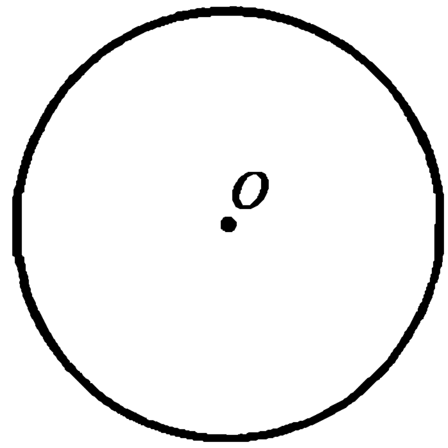
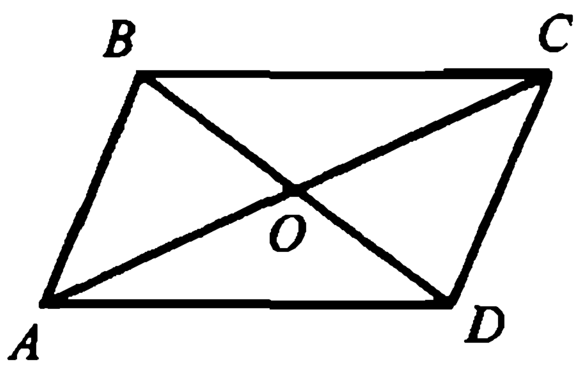
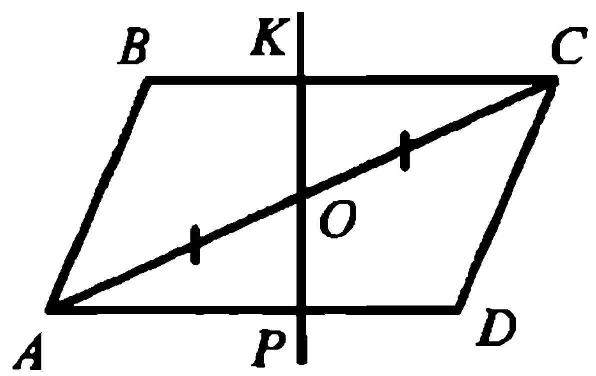
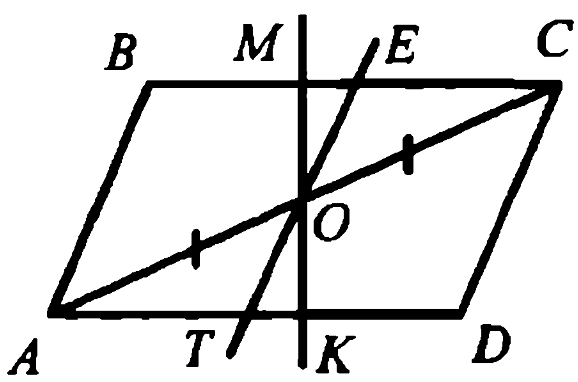
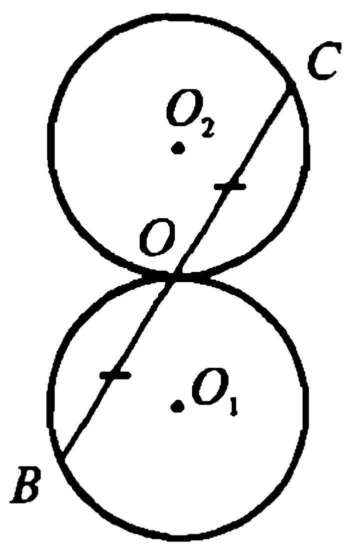


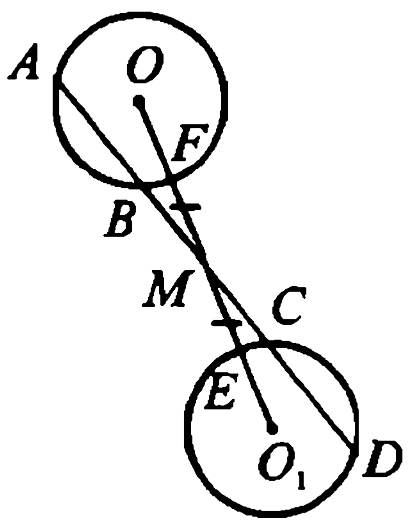
Таблица 8.14. **Симметрия относительно точки**

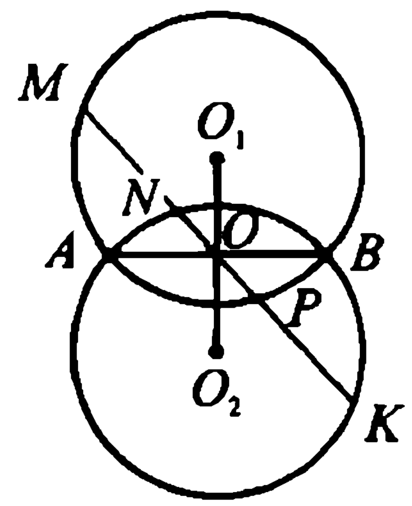
<table>
<tr><td colspan="3">Доказать, что точка О — центр симметрии:</td></tr>
<tr>
<td>1

</td>
<td>2

</td>
<td>3

</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">ABCD — параллелограмм</td></tr>
<tr>
<td>4


Доказать:
O — центр симметрии.</td>
<td>5


Доказать: $OK = OP$.</td>
<td>6


Доказать: $ME = TK$.</td>
</tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr>
<td>7


Доказать:
O — центр симметрии.</td>
<td>8


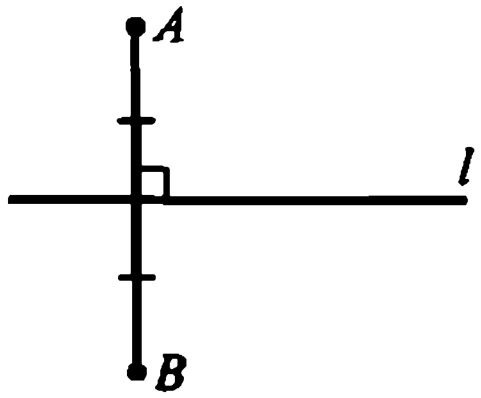
Дано: $OF = O_1E$.
Доказать: $AB = CD$.</td>
<td>9


Дано: $O_1O = O_2O$.
Доказать: $MN = KP$.</td>
</tr>
</table>

Таблица 8.15. **Симметрия относительно прямой**

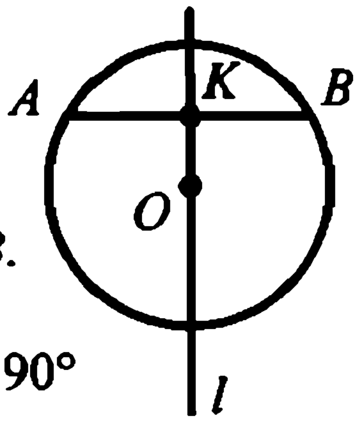
Доказать, что точки A и B симметричны относительно прямой l:

1

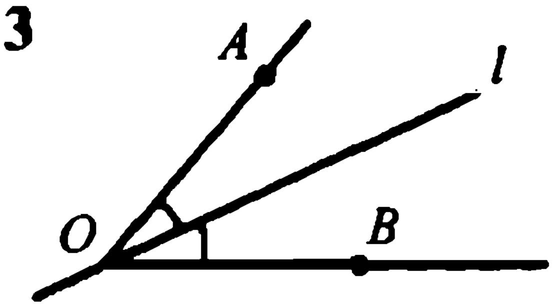


2

1) Дано: $AK = KB$.
2) Дано: $\angle AKO = 90°$

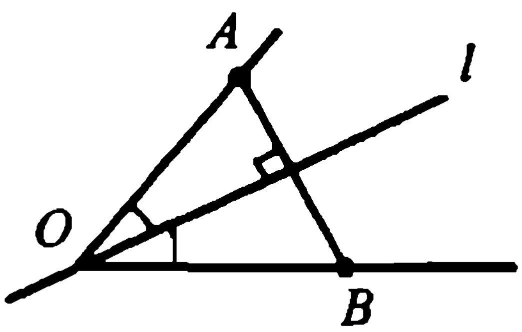


3

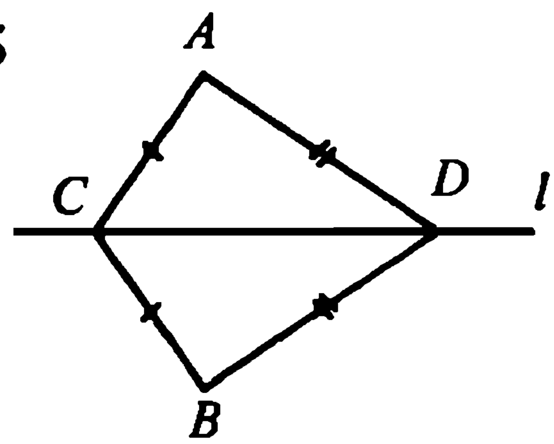


Дано: $OA = OB$.

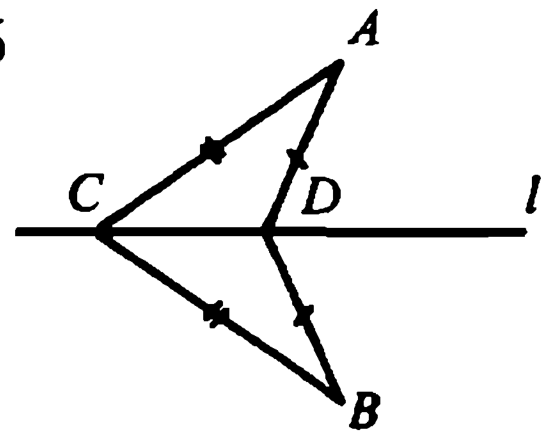
4



5

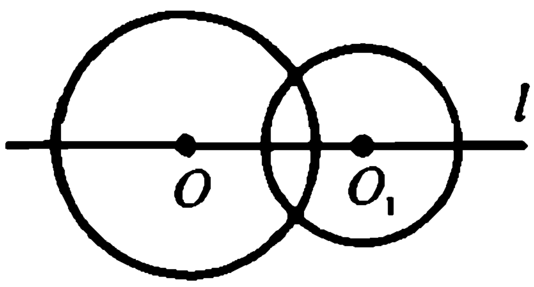


6

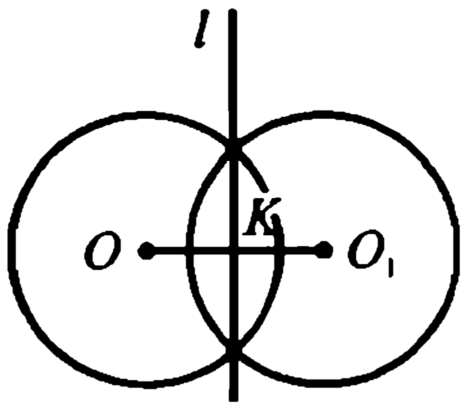


Доказать, что прямая l — ось симметрии:

7

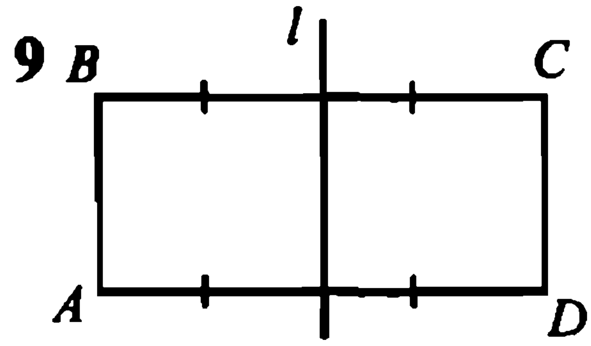


8



Дано: $OK = KO_1$.

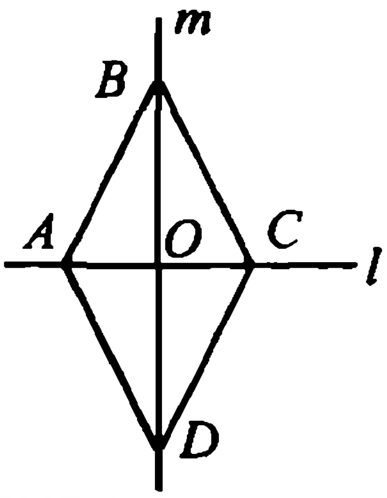
9



Дано: $ABCD$ — прямоугольник.

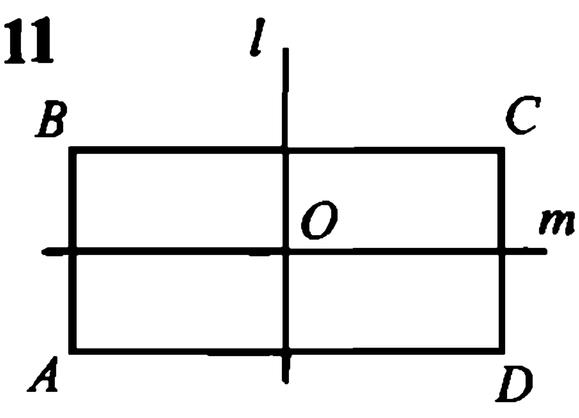
Прямые l и m — оси симметрии:

10



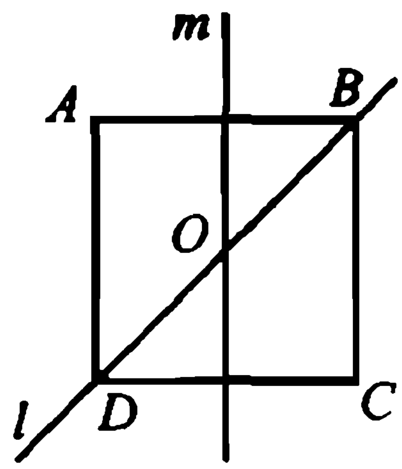
Доказать: $ABCD$ — ромб.

11



Доказать: $ABCD$ — прямоугольник.

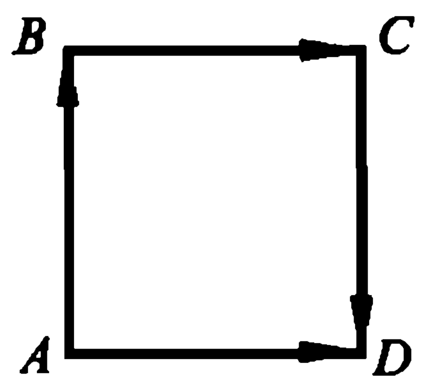
12



Доказать: $ABCD$ — квадрат.

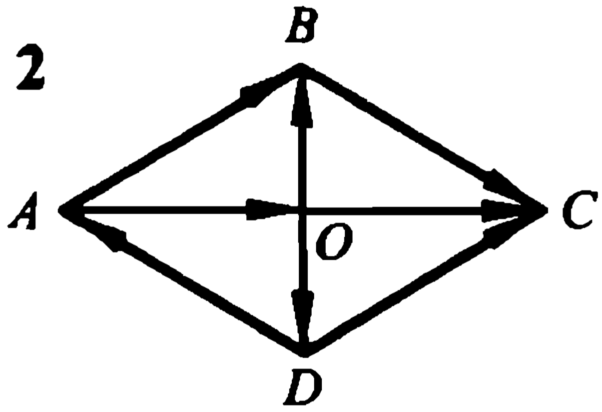
Таблица 8.16. **Векторы на плоскости**

1



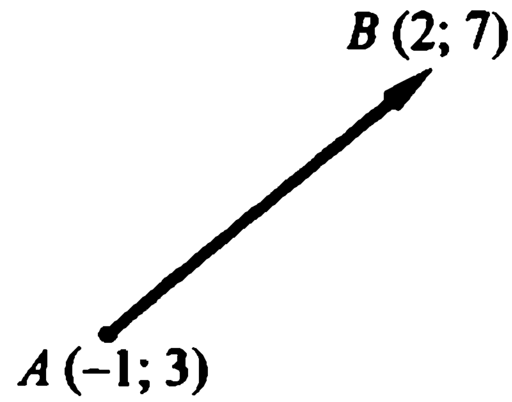
Дано: *ABCD* — квадрат.
Указать равные векторы.

2



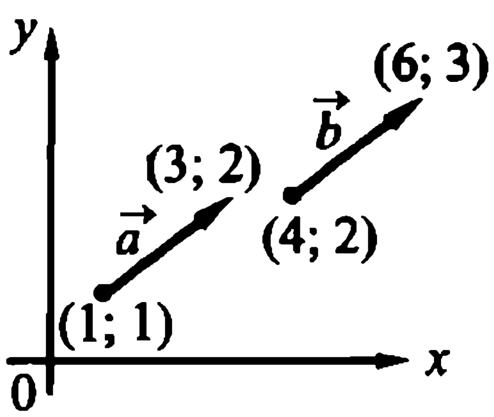
Дано: *ABCD* — ромб.
Указать равные векторы.

3



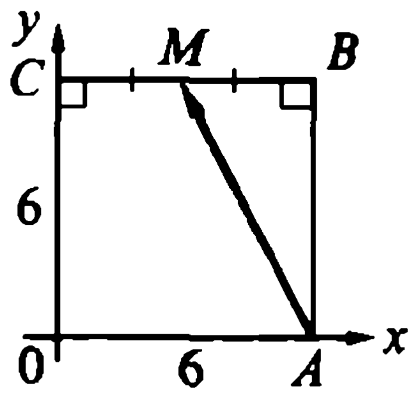
Найти: $|\overrightarrow{AB}|$.

4



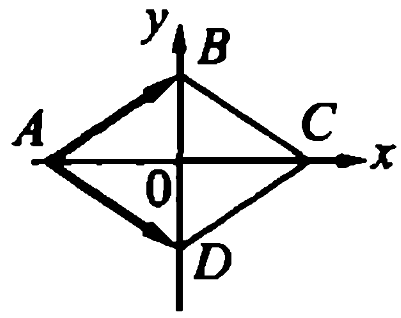
Равны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$?

5



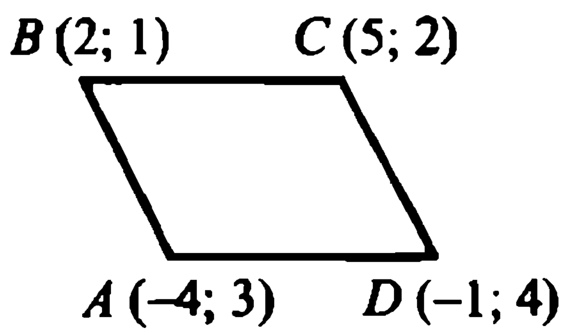
Найти координаты вектора $\overrightarrow{AM}$.

6



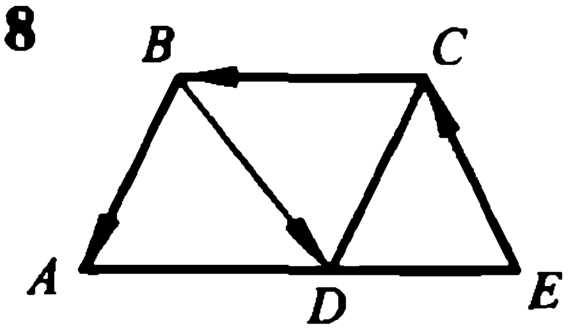
Дано: *ABCD* — ромб, $AC = 16$, $BD = 10$.
Найти координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

7



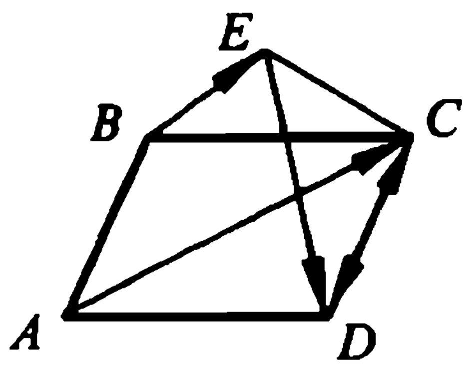
Доказать: *ABCD* — параллелограмм.

8



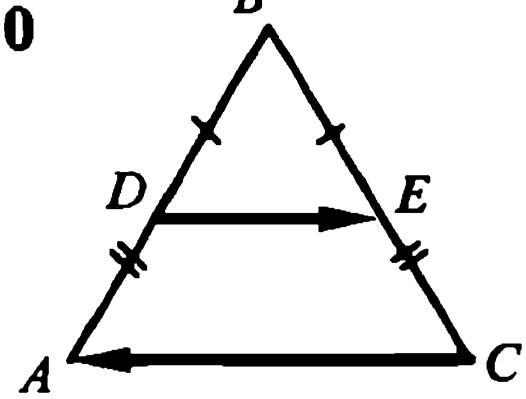
Дано: *ABCD* — параллелограмм. Доказать:
$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BA}$.

9



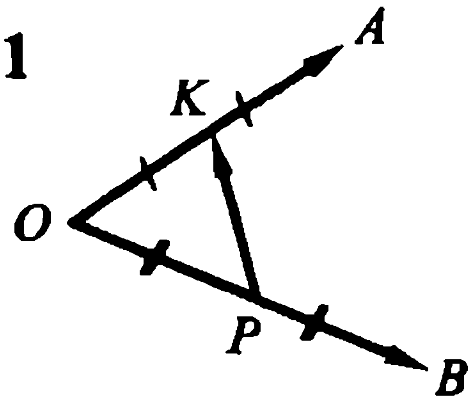
Дано: *ABCD* — параллелограмм. Доказать:
$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC}$.

10



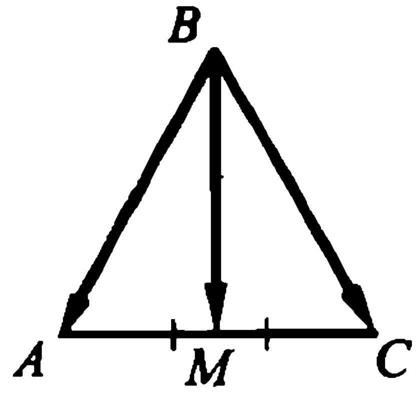
Выразить $\overrightarrow{DE}$ через $\overrightarrow{CA}$.

11



Выразить $\overrightarrow{PK}$ через $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$.

12

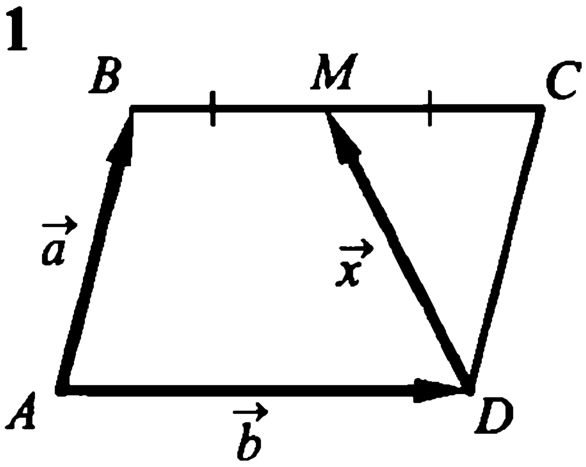


Доказать:
$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

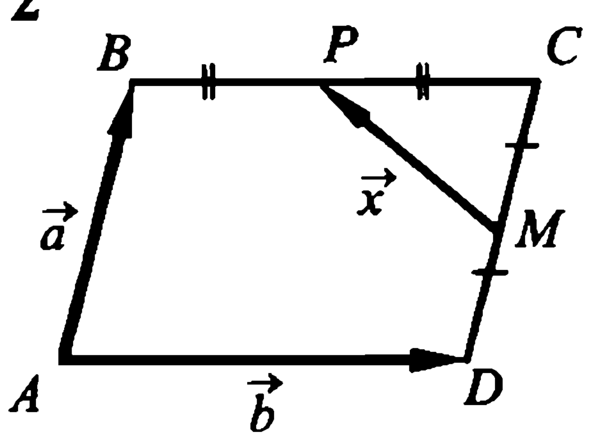
Таблица 8.17. **Векторы на плоскости**

Выразить вектор $\vec{x}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ($ABCD$ — параллелограмм)

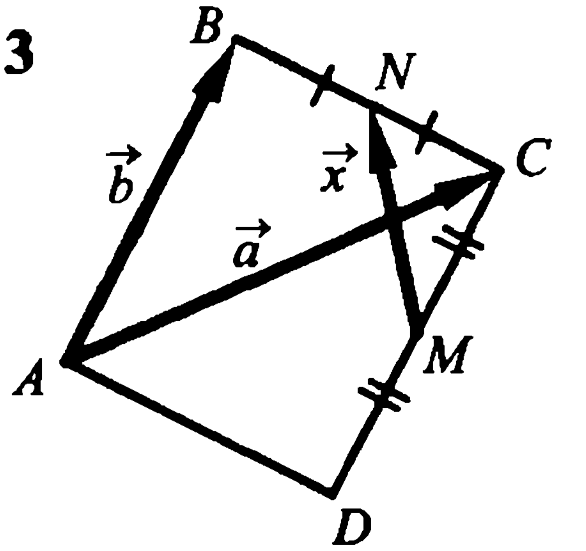
1



2

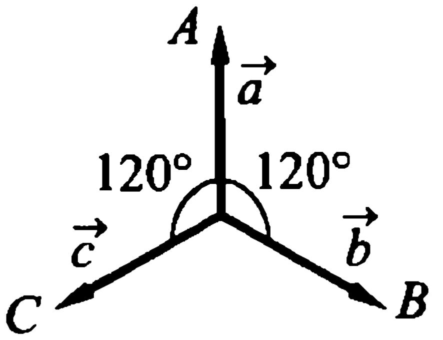


3



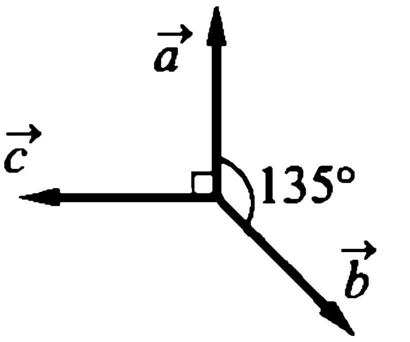
Доказать: $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$

4



Дано: $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|$.

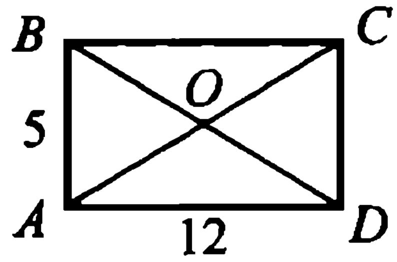
5



Дано: $|\vec{a}|=|\vec{c}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{2}$.

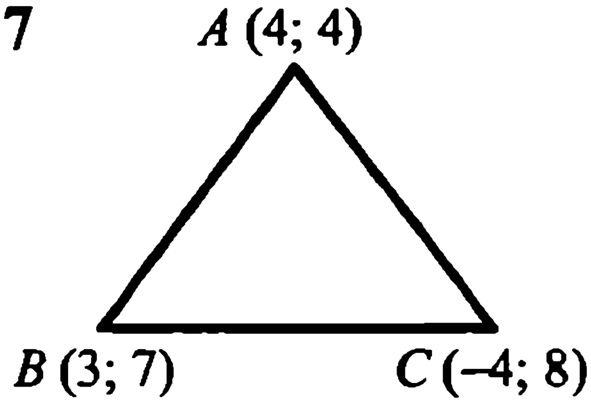
6

Дано: $ABCD$ — прямоугольник.



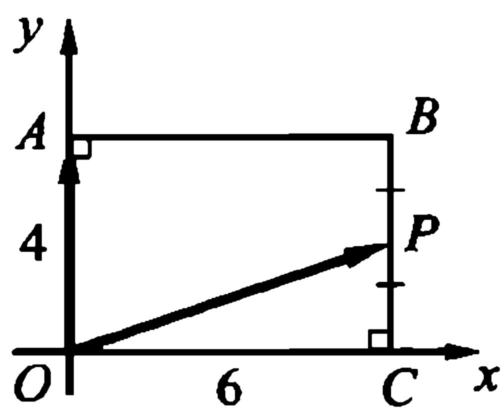
Найти: $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{OD}|$.

7



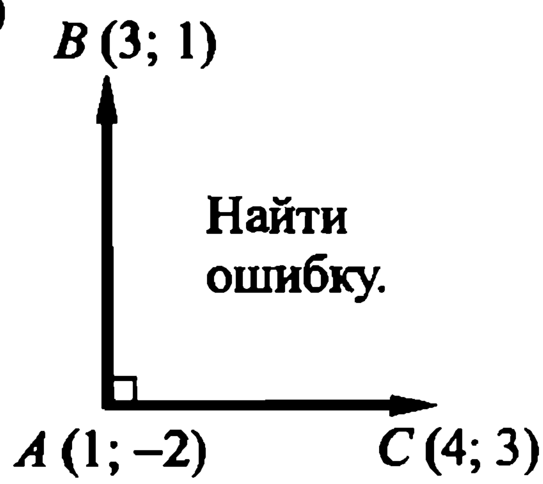
Найти: $\cos\angle B$.

8



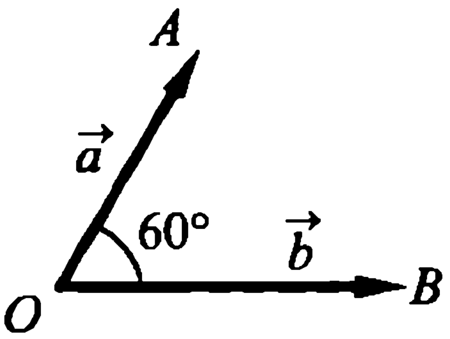
Найти: $\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{OP}$.

9



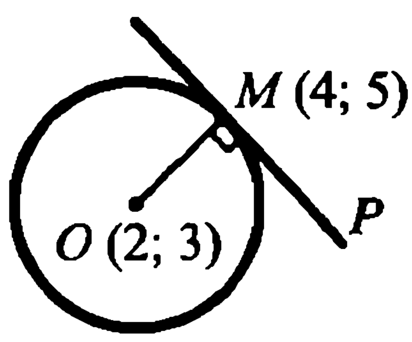
Найти ошибку.

10



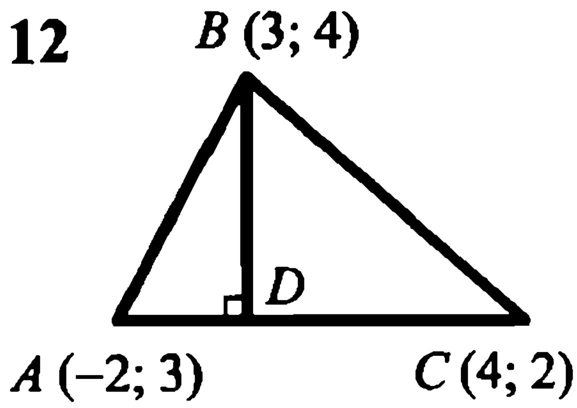
Дано: $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$.
Найти: $|\vec{a}+\vec{b}|$, $|\vec{a}-\vec{b}|$.

11



Записать уравнение прямой MP, касательной к окружности.

12

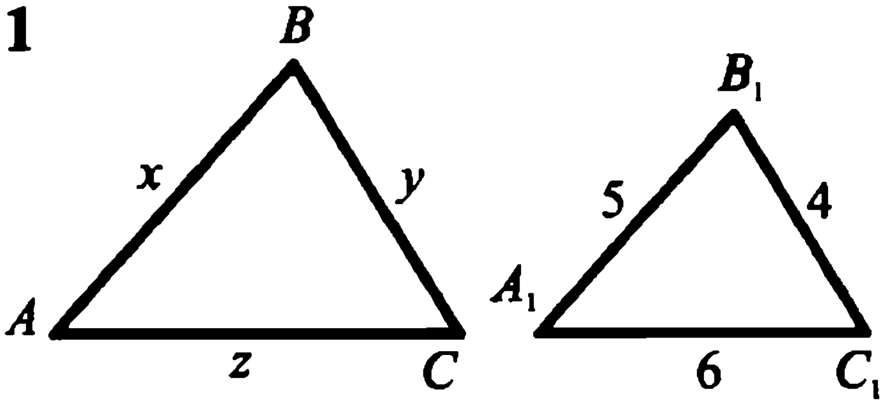


Записать уравнение BD.

Таблица 9.1. **Подобные треугольники**

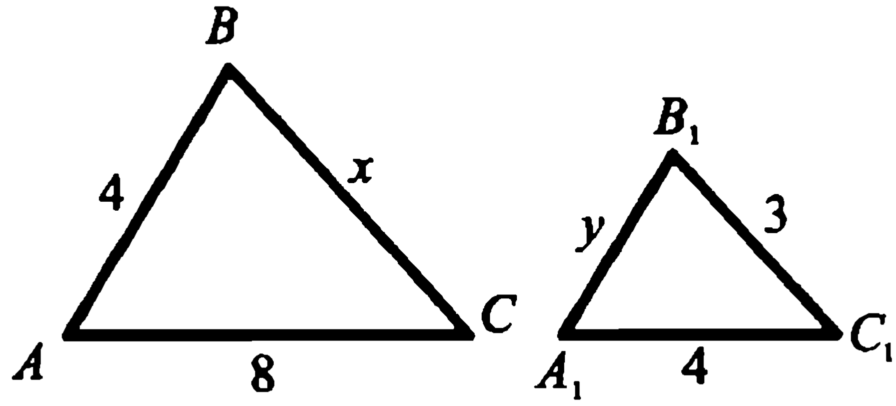
Дано: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Найти x, y, z.

1

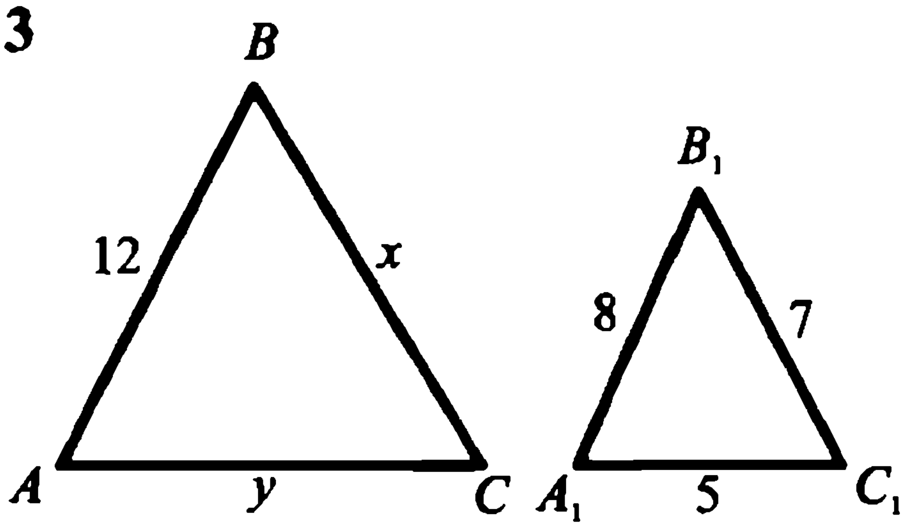


Дано: $\dfrac{BC}{B_1C_1} = 3$.

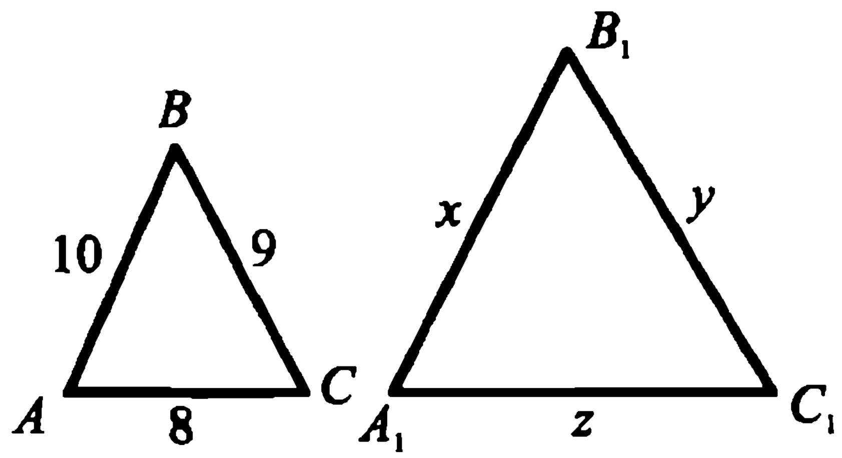
2



3

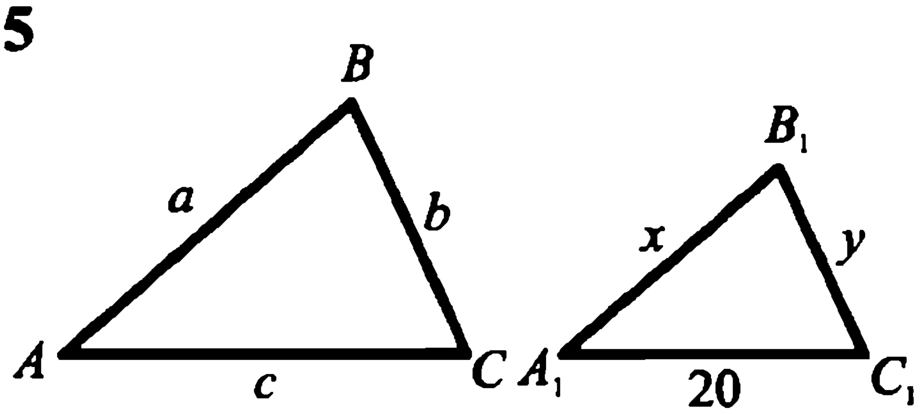


4



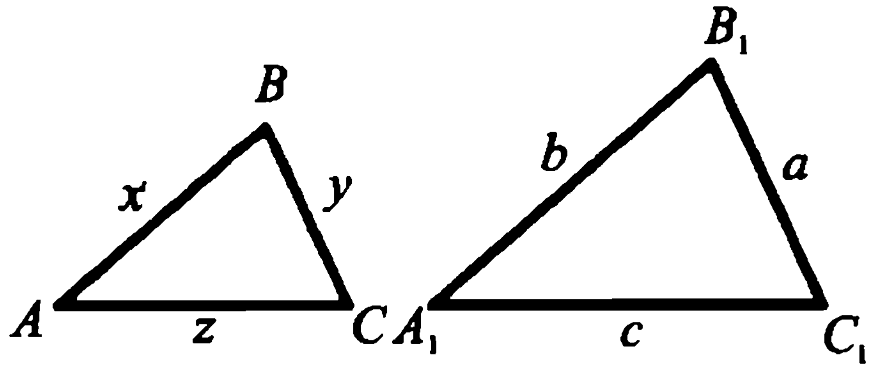
Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 54$.

5



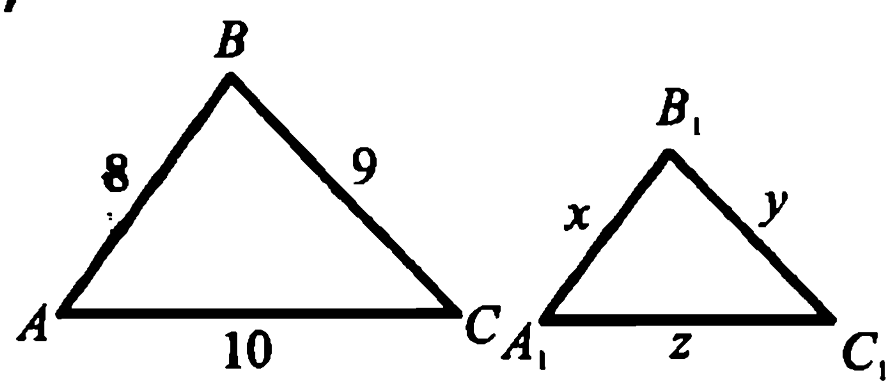
Дано: $a : b : c = 4 \quad 3 \quad 5$.

6



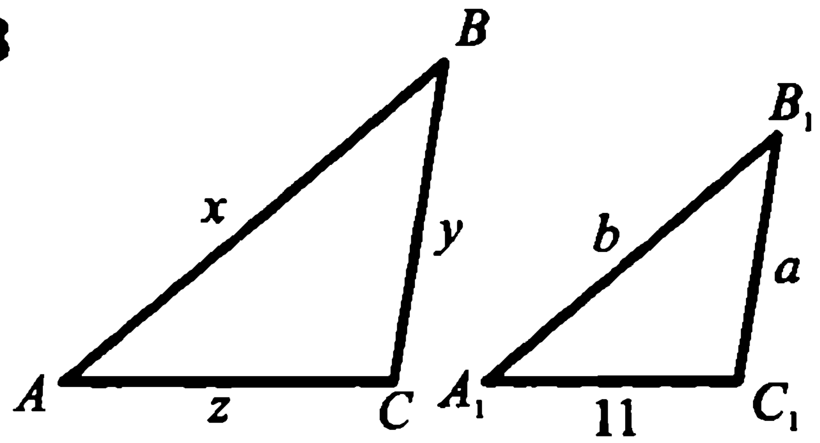
Дано: $a : b : c = 5 : 6 : 7$. $P_{ABC} = 108$.

7



Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 9$.

8

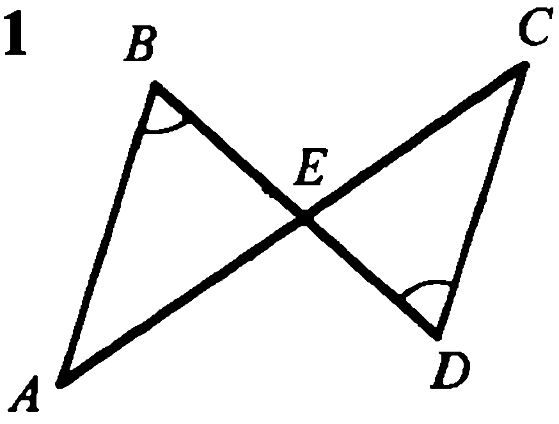


$P_{ABC} = 39$, $P_{A_1B_1C_1} = 26$, $a : b = 2 : 3$.

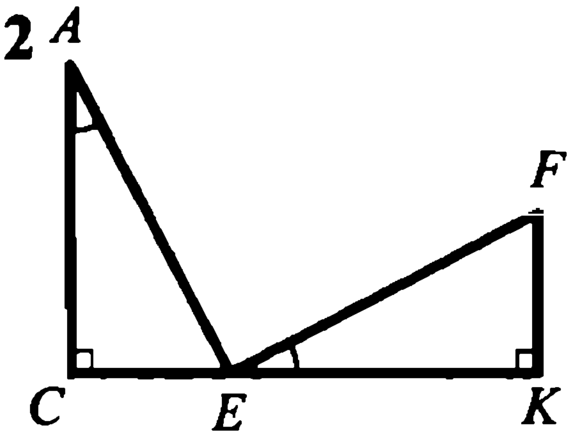
Таблица 9.2. **Первый признак подобия треугольников**

Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

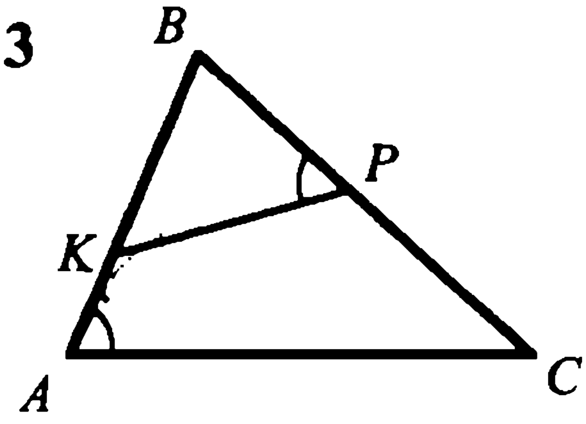
1



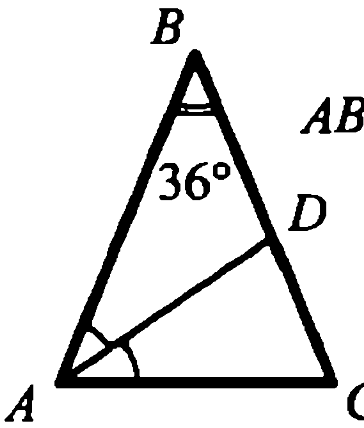
2



3

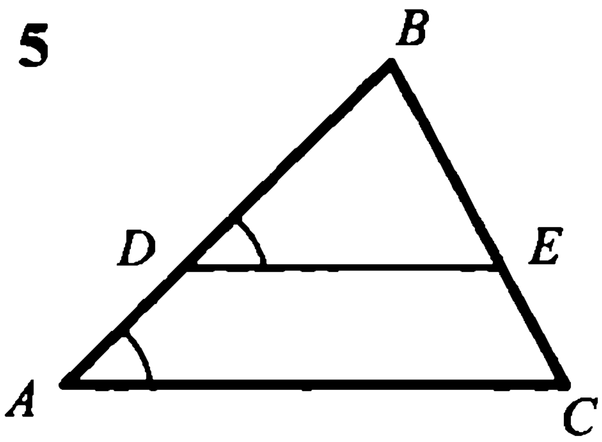


4

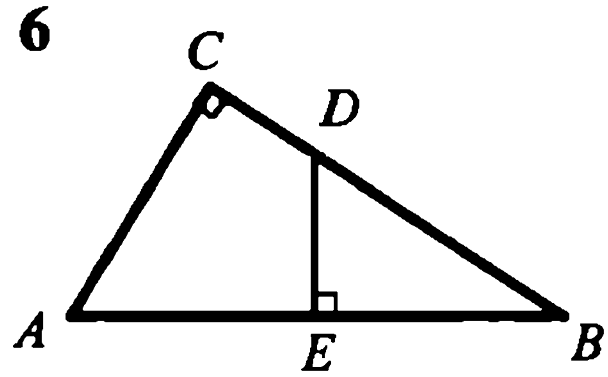


Дано: $AB = BC$.

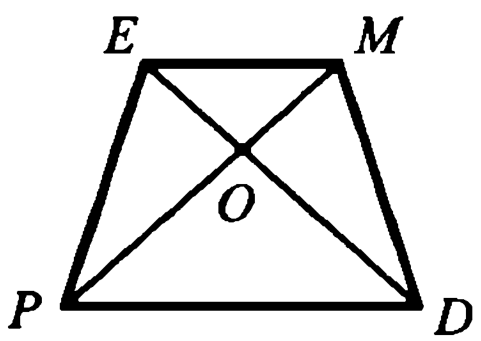
5



6

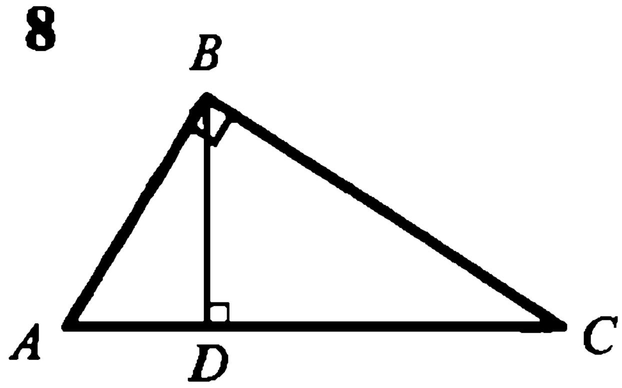


7

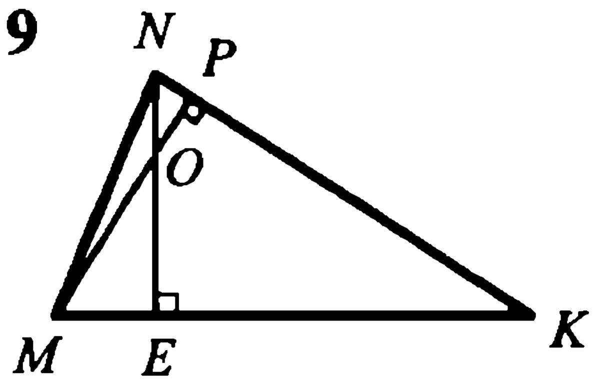


Дано: $PEMD$ — трапеция.

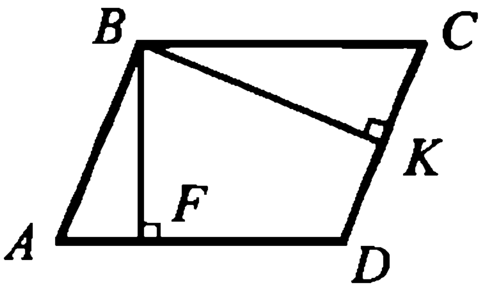
8



9

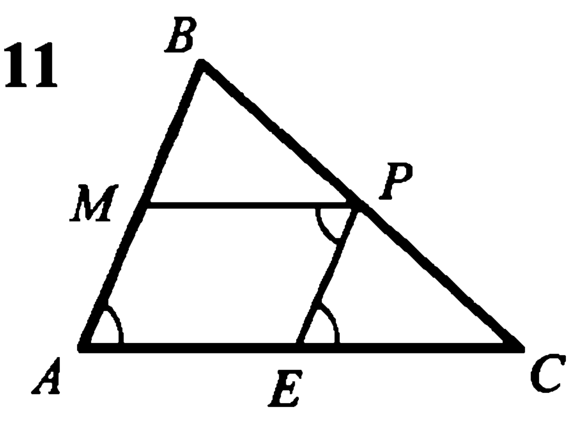


10

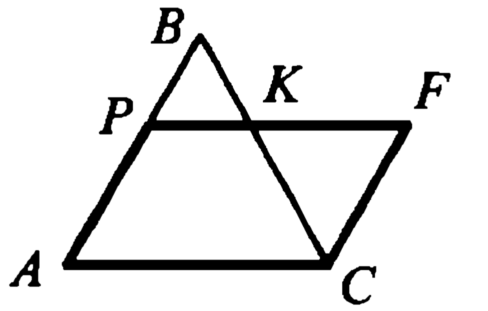


Дано: $ABCD$ — параллелограмм.

11

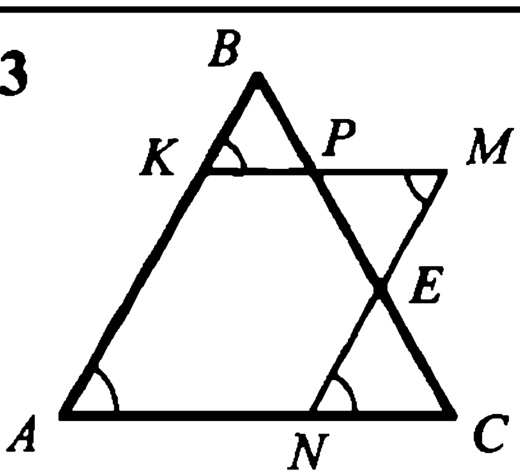


12

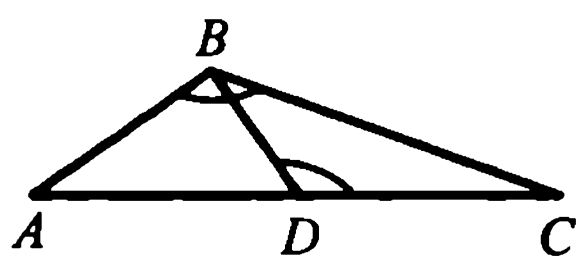


Дано: $APFC$ — параллелограмм.

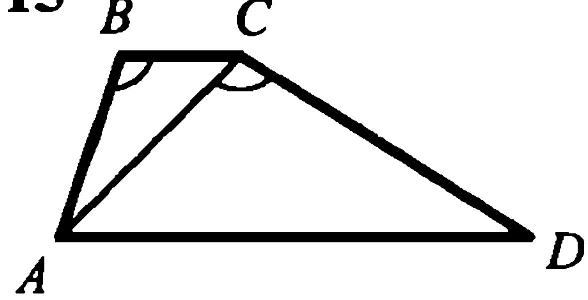
13



14



15

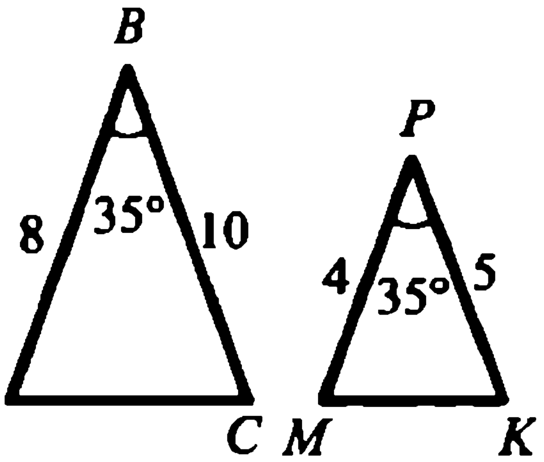


Дано: $ABCD$ — трапеция.

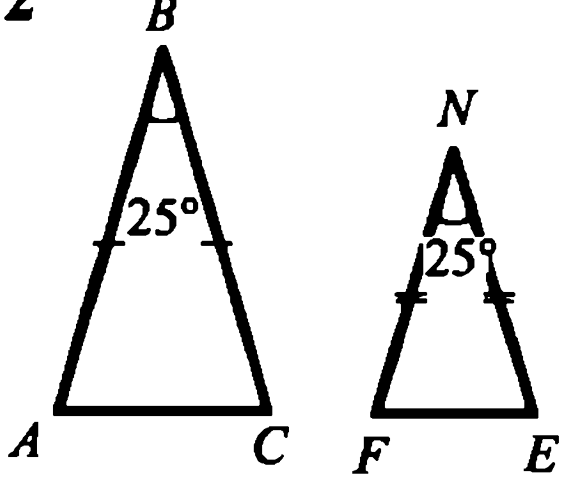
Таблица 9.3. **Второй и третий признаки подобия треугольников**

Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

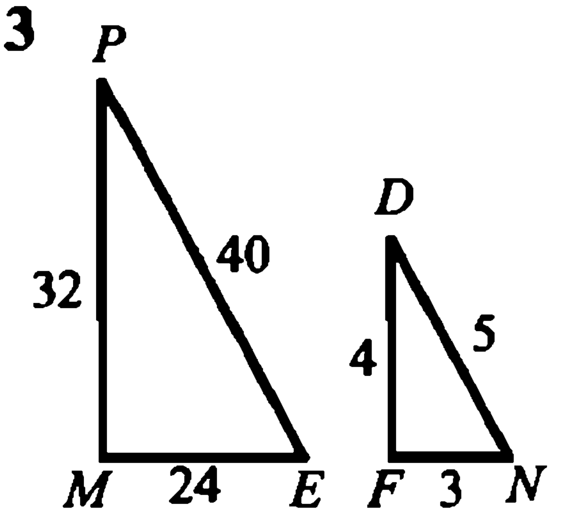
1



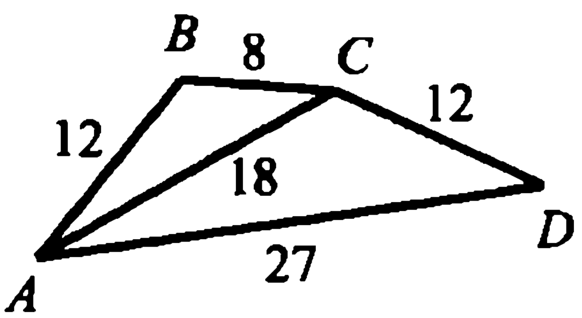
2



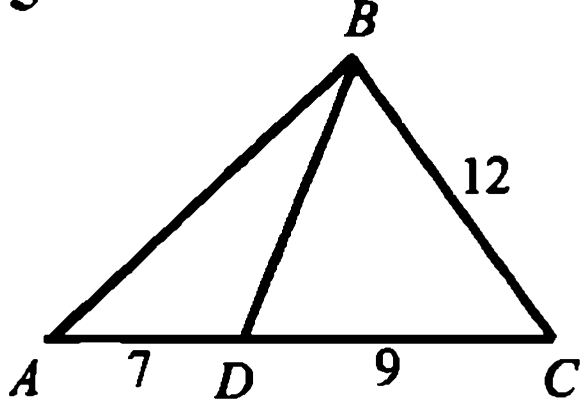
3



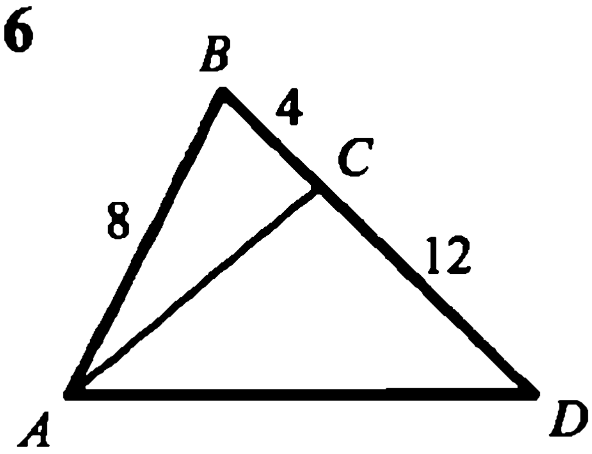
4



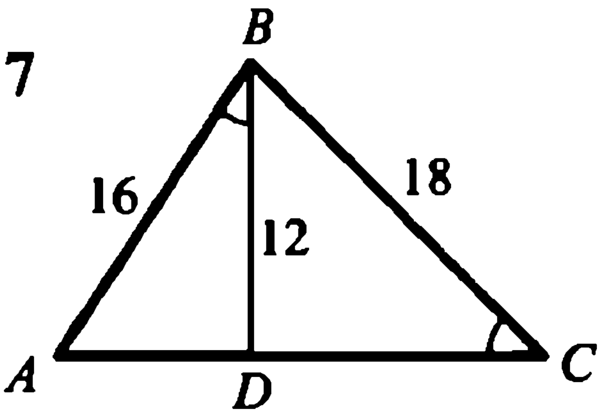
5



6

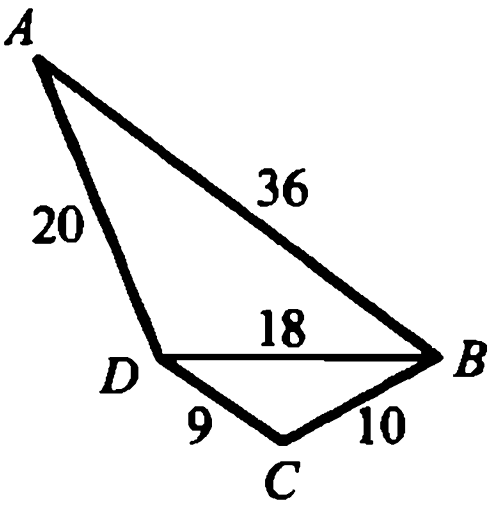


7

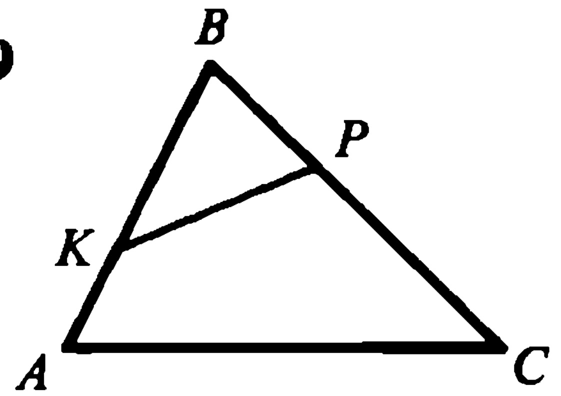


Дано: $AC = 24$.

8



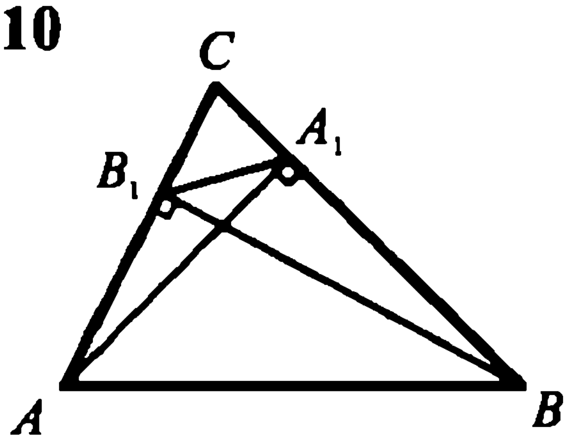
9



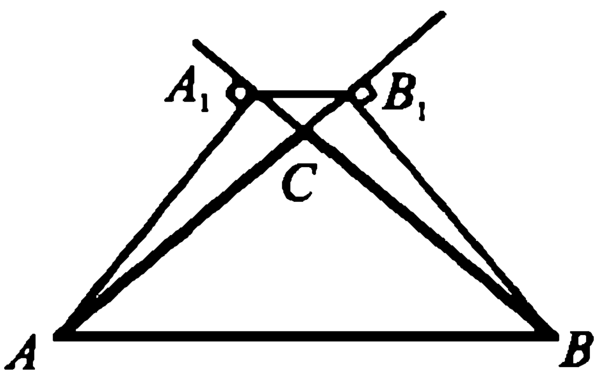
Дано: $AB\ \ BK = CB\ \ BP$.

Доказать, что $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ и найти коэффициенты подобия:

10



11



12

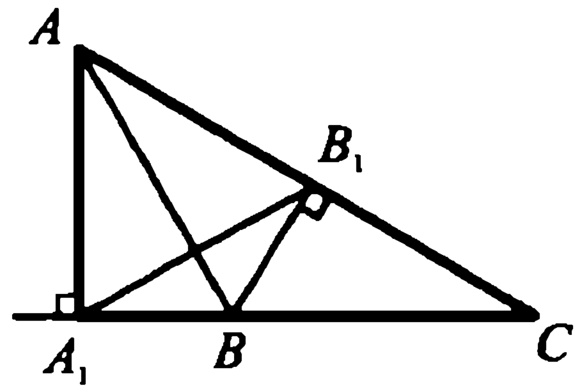
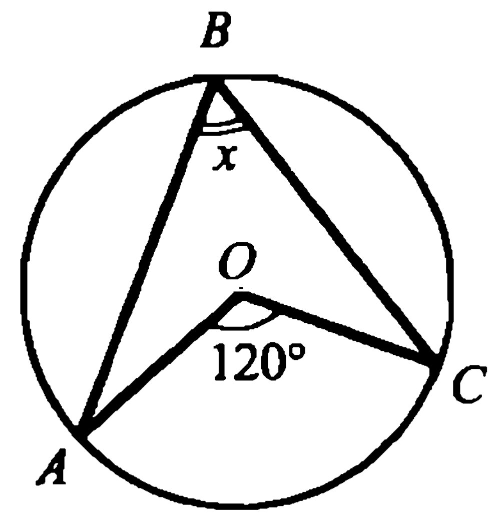


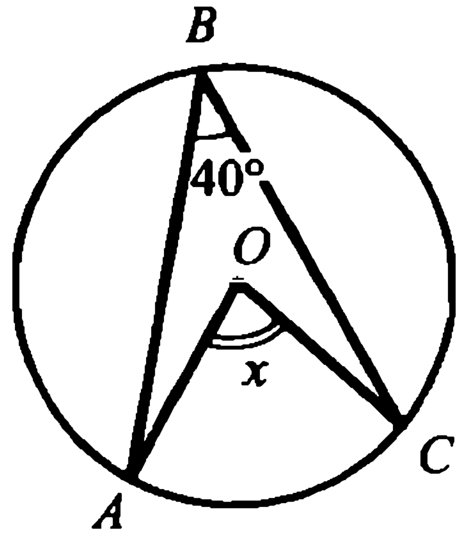
Таблица 9.4. **Вписанные углы**

Найти x, y (O — центр окружности).

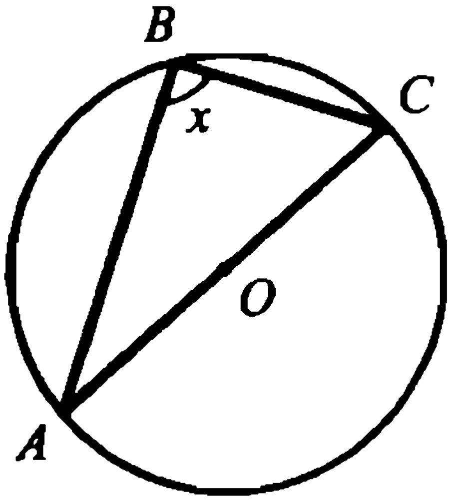
1



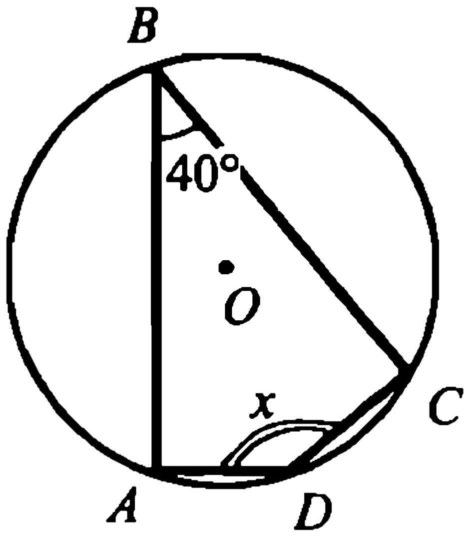
2



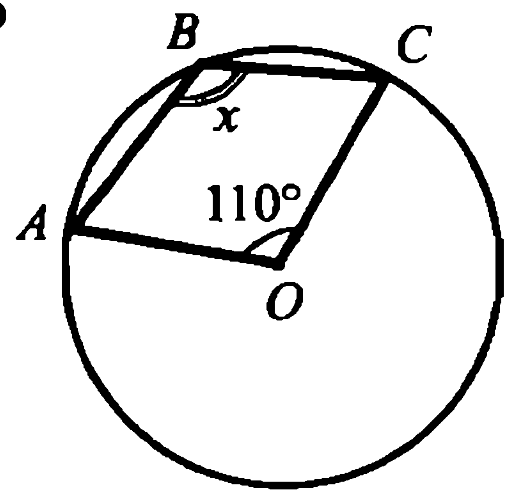
3



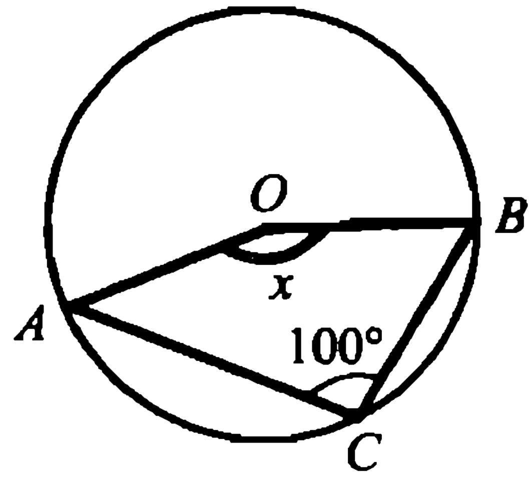
4



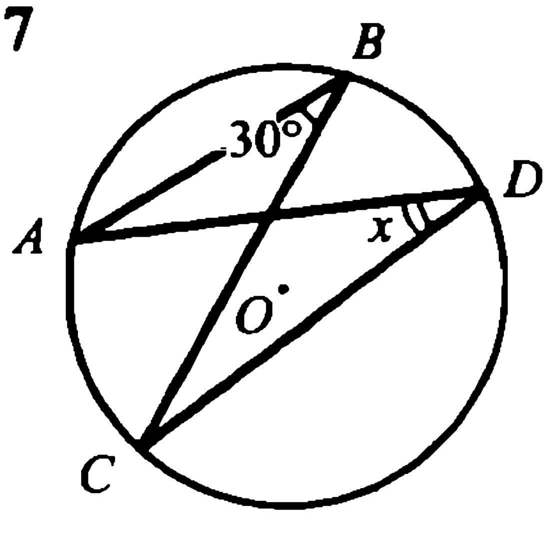
5



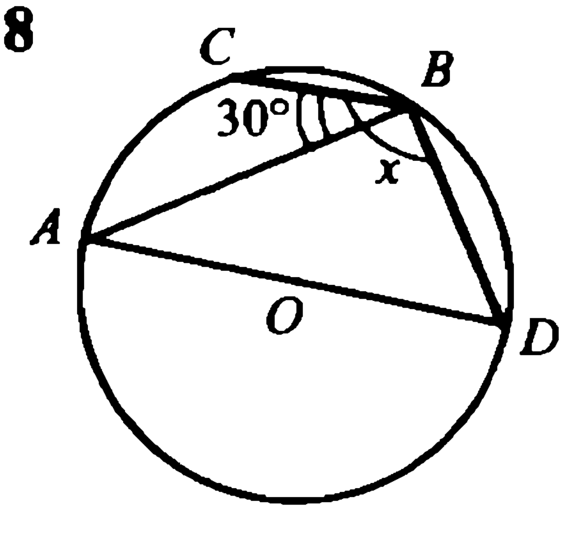
6



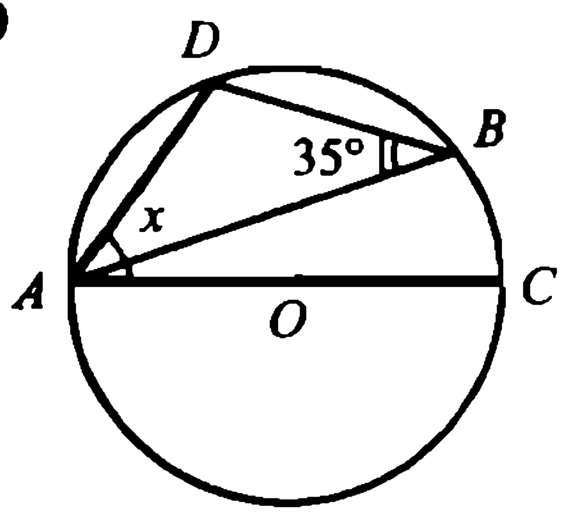
7



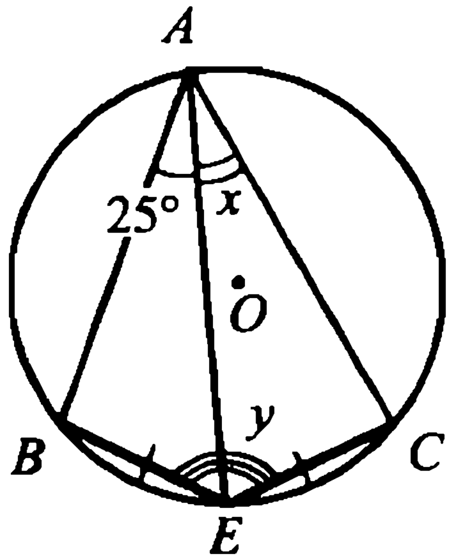
8



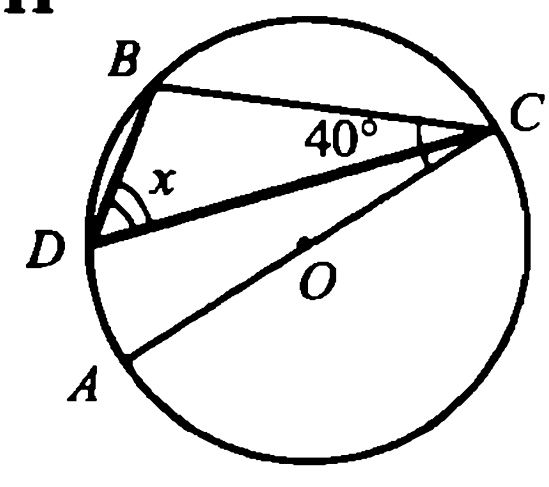
9



10



11



12

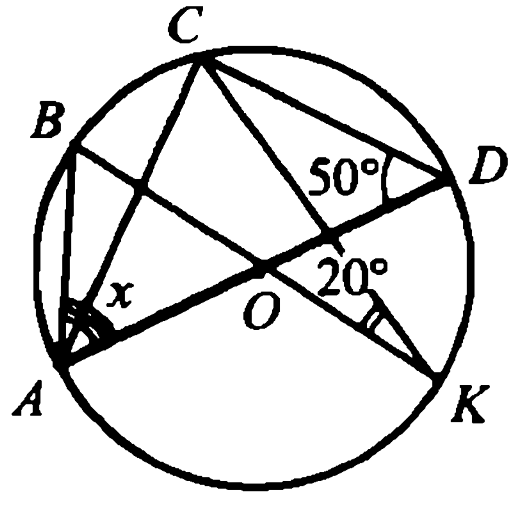
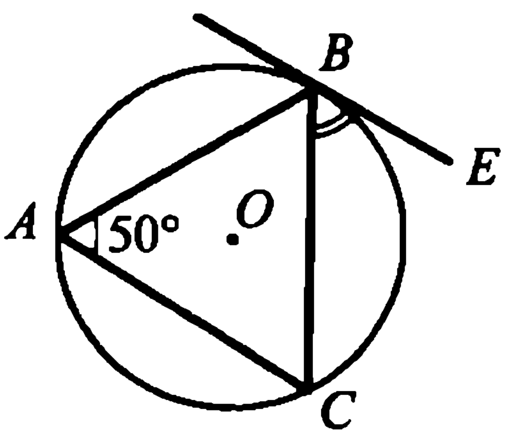


Таблица 9.5. **Вписанные углы. Угол между касательной и хордой**

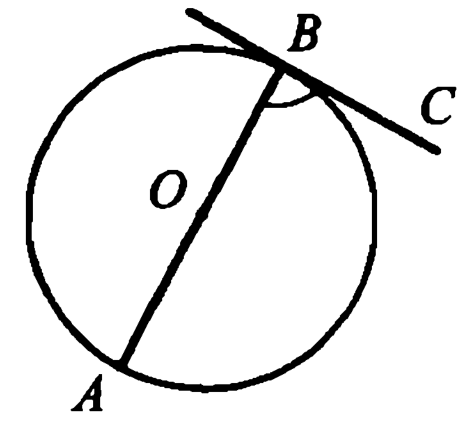
O — центр окружности, *B* — точка касания.

1



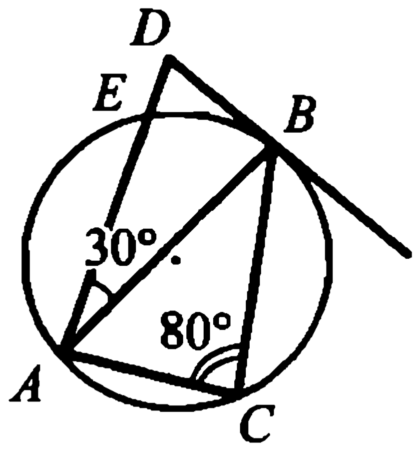
Найти: $\angle CBE$.

2



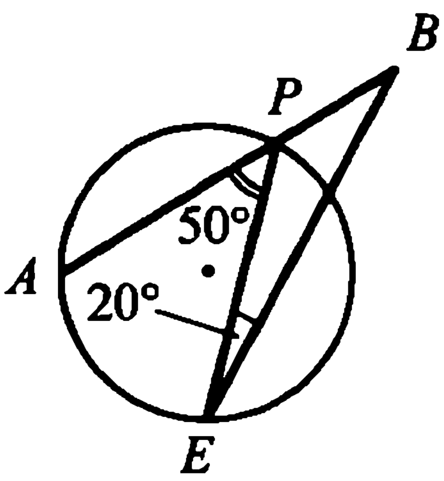
Найти: $\angle ABC$.

3



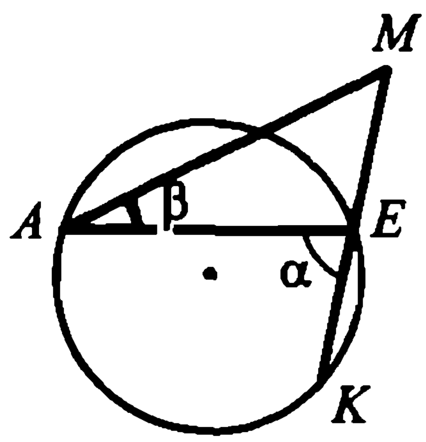
Найти: $\angle ADB$.

4



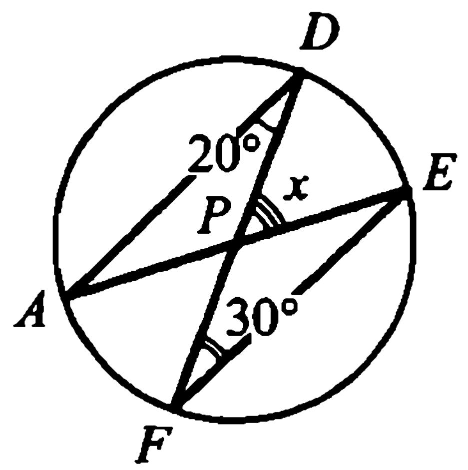
Найти: $\angle ABE$.

5



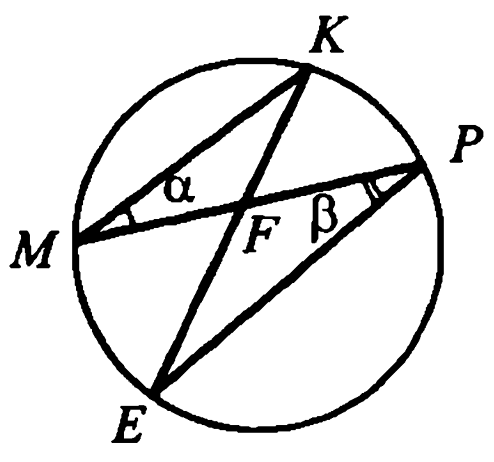
Найти: $\angle AMK$.

6



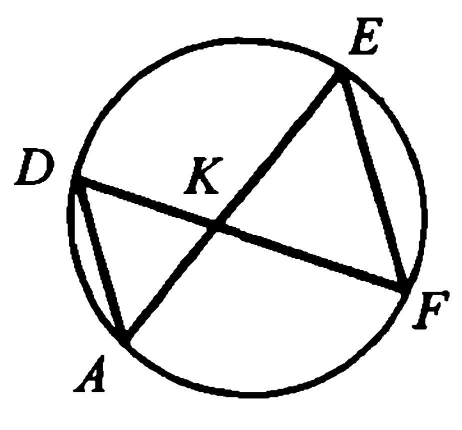
Найти: x.

7



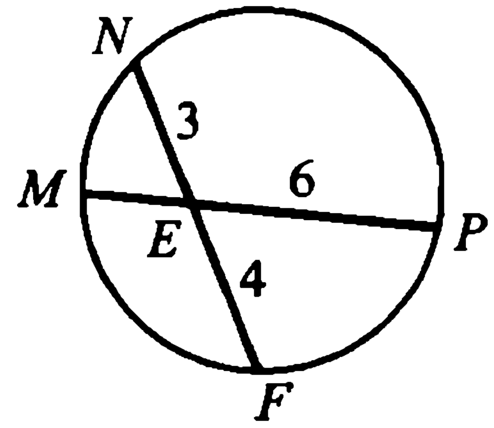
Найти: $\angle KFP$.

8



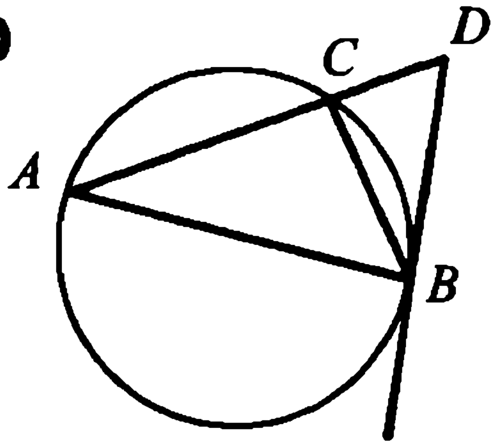
Доказать: $\Delta ADK \sim \Delta FEK$,
$AK \quad KE = DK \cdot KF$.

9



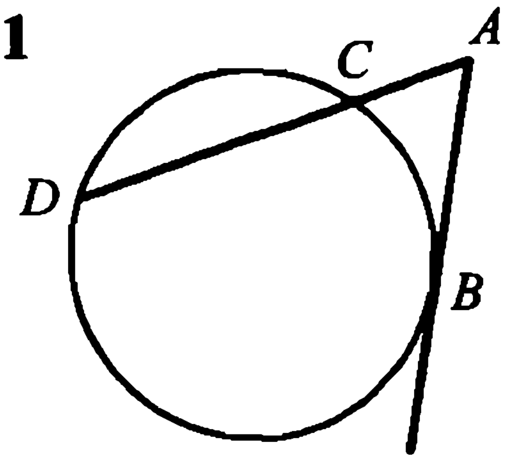
Найти: ME.

10



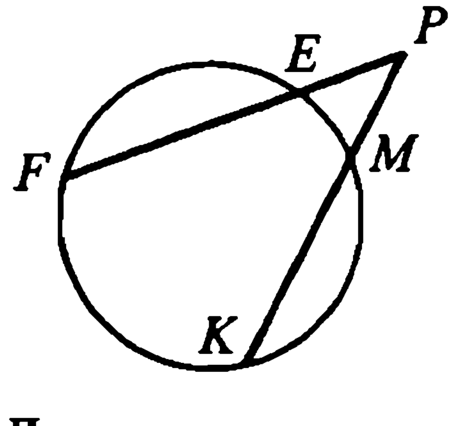
Доказать: $\Delta ABD \sim \Delta BCD$.

11



Доказать: $AB^2 = AD \cdot AC$.

12

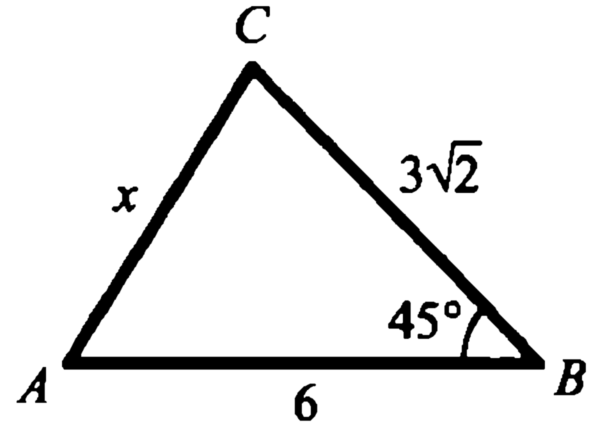


Доказать:
$PE \quad PF = PM \cdot PK$.

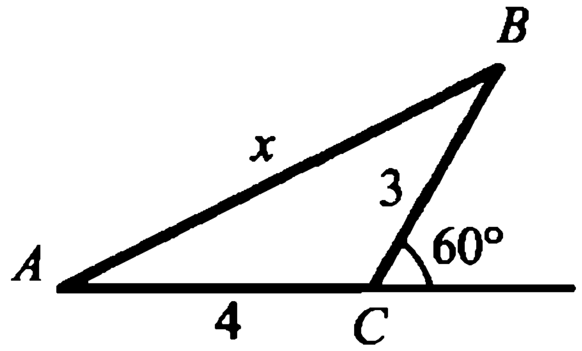
Таблица 9.6. **Решение треугольников**

Найти x:

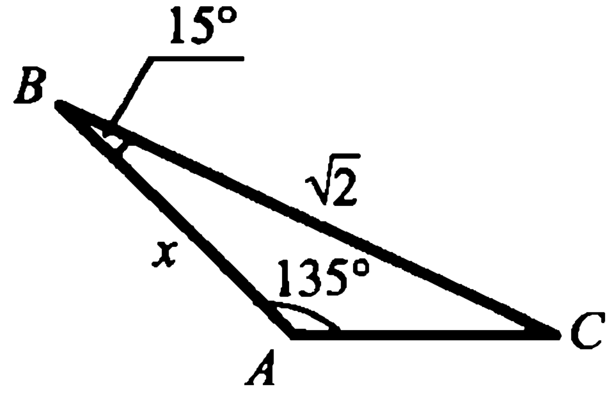
1



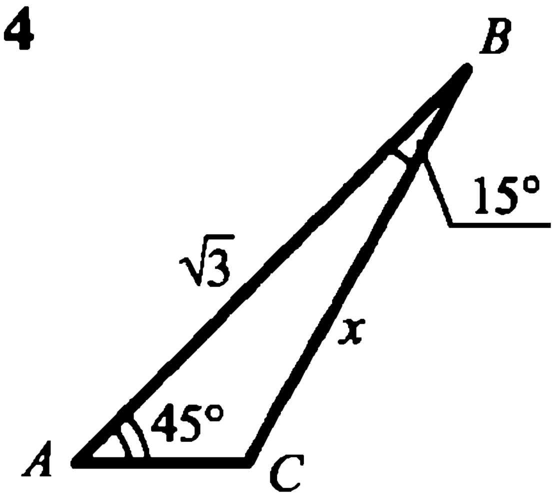
2



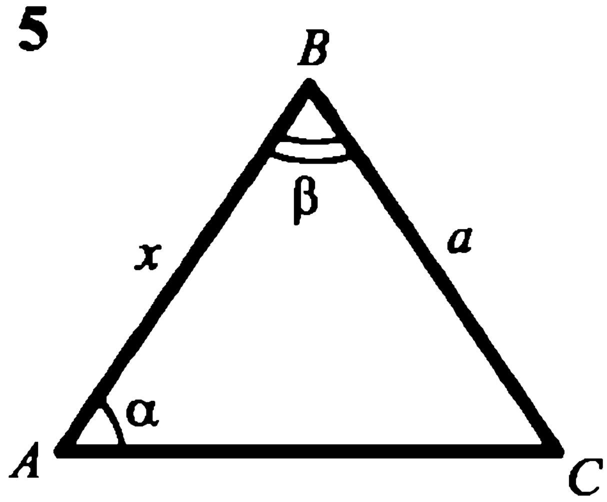
3



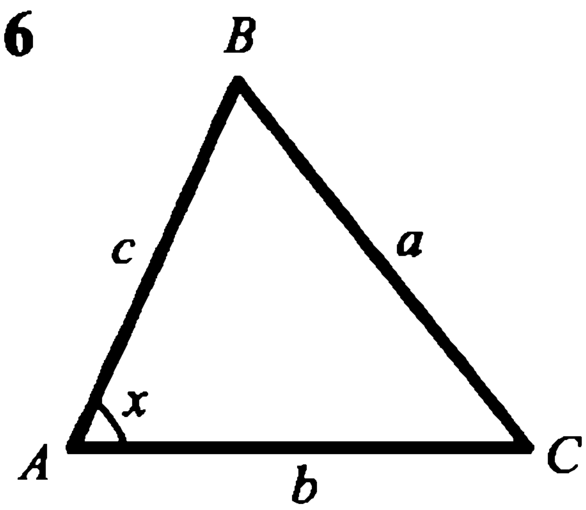
4



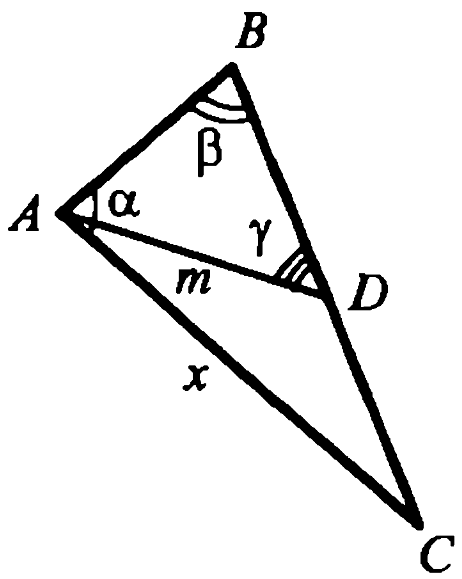
5



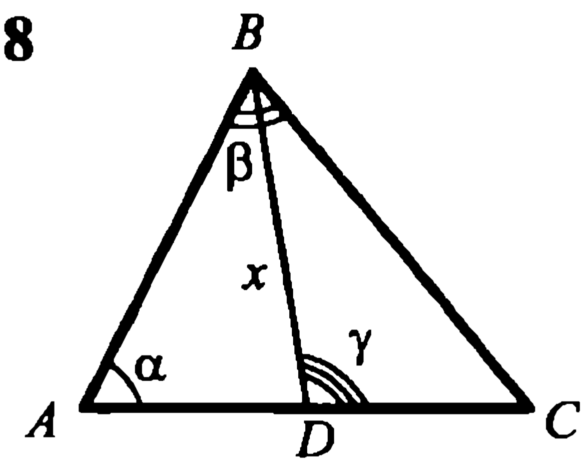
6



7

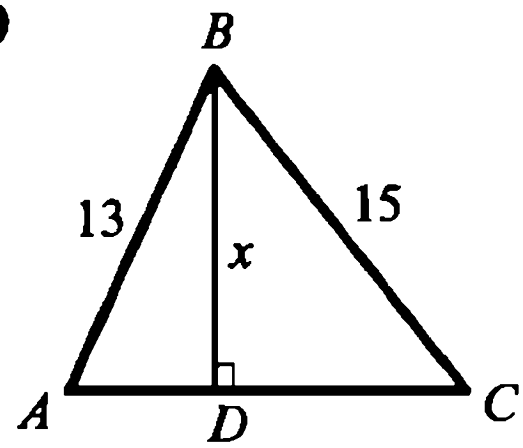


8



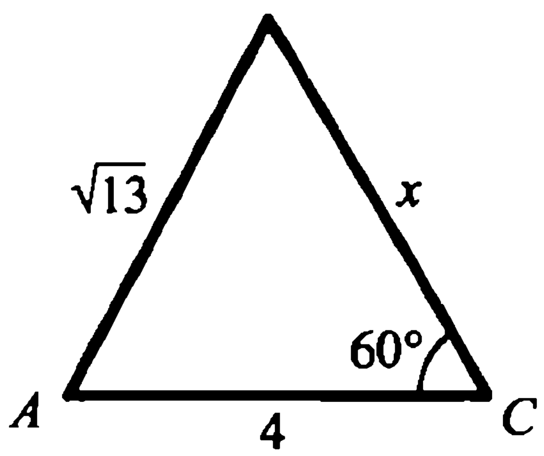
Дано: $AC = b$.

9

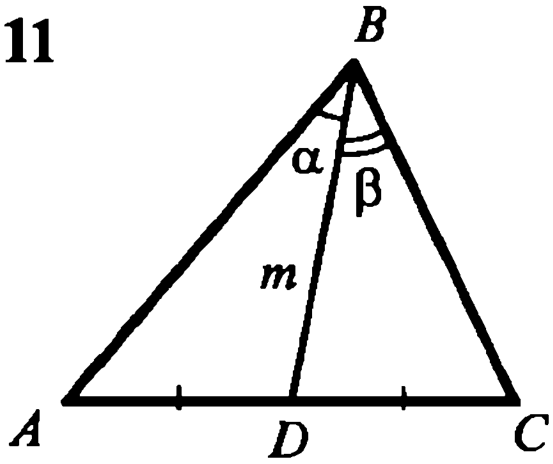


Дано: $AC = 14$.

10



11



Найти: AC.

12

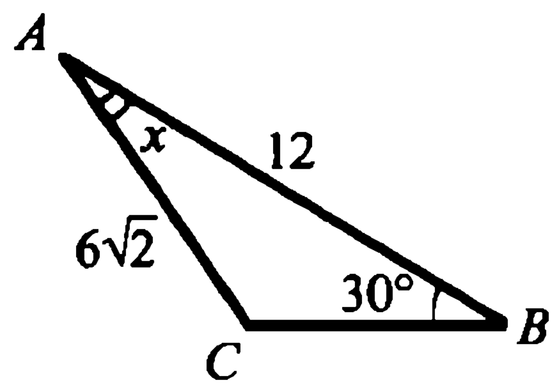
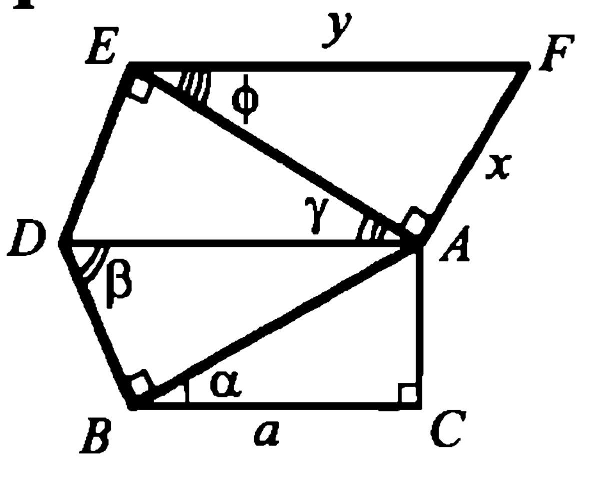


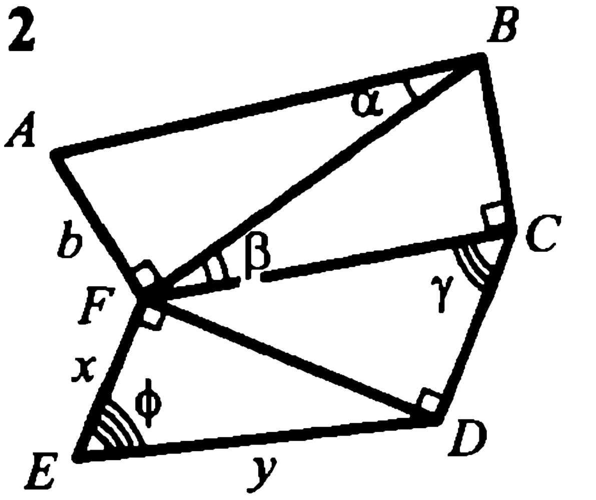
Таблица 9.7. Решение треугольников

Найти x и y:

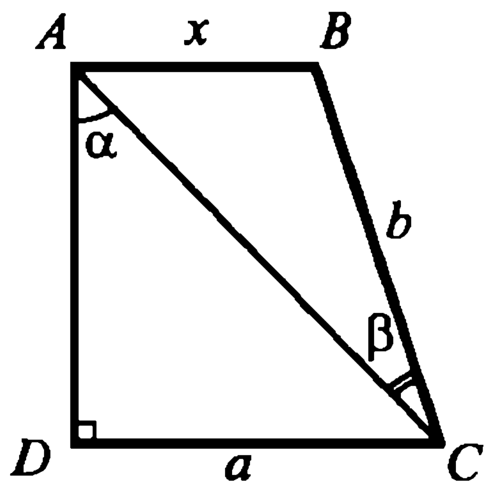
1



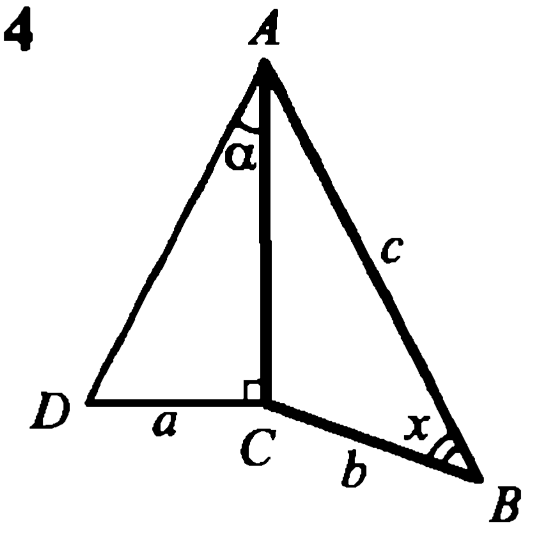
2



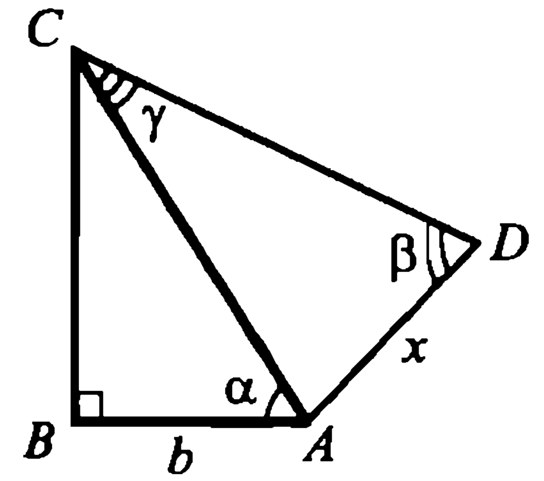
3



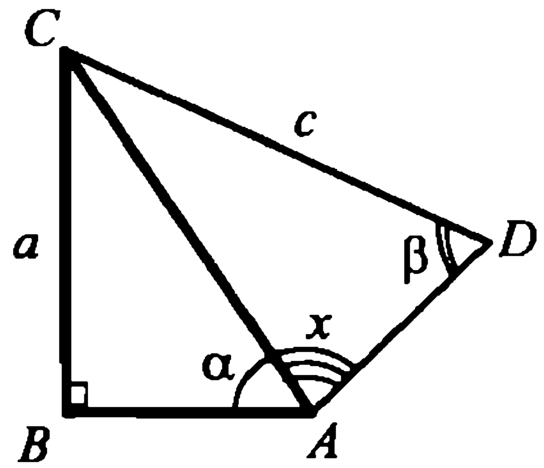
4



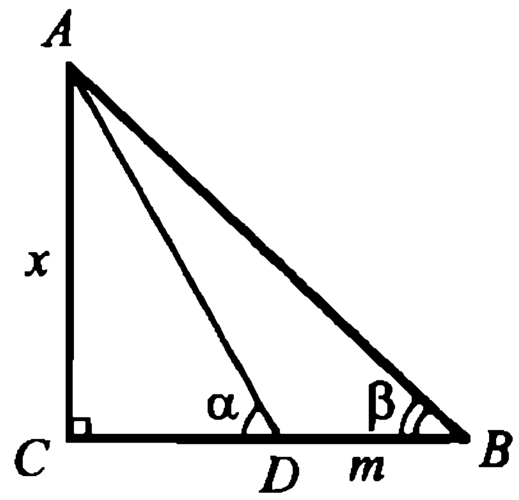
5



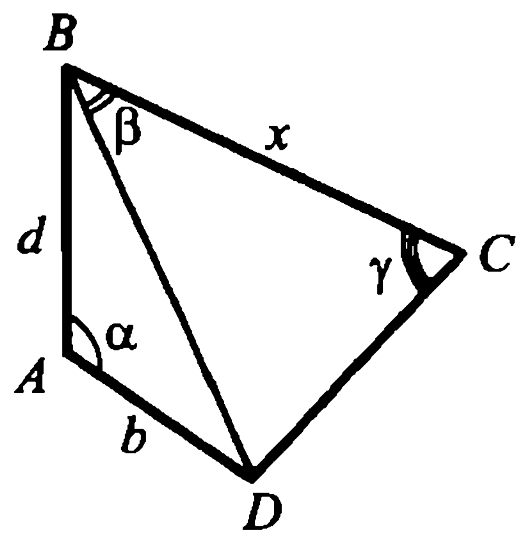
6



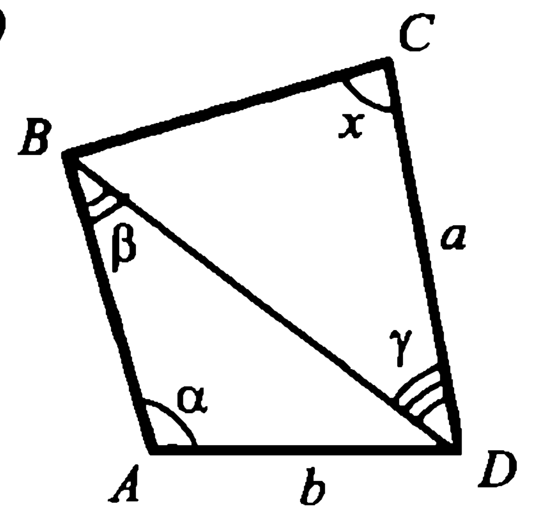
7



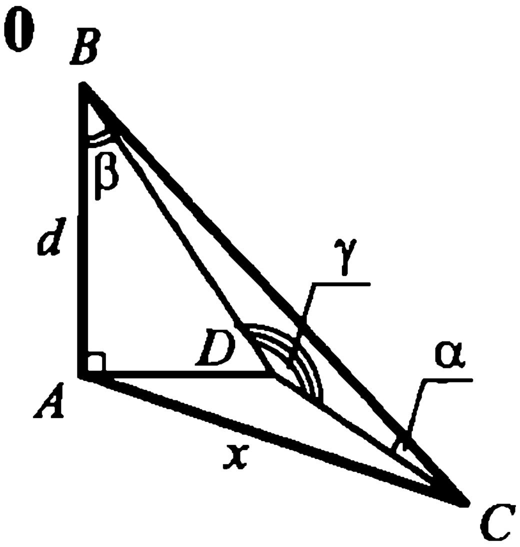
8



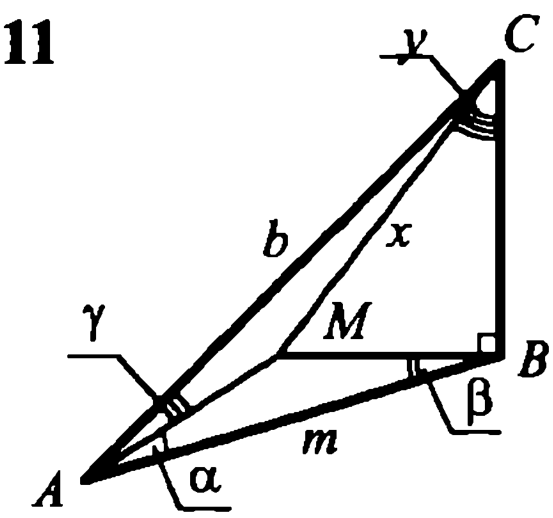
9



10



11



12

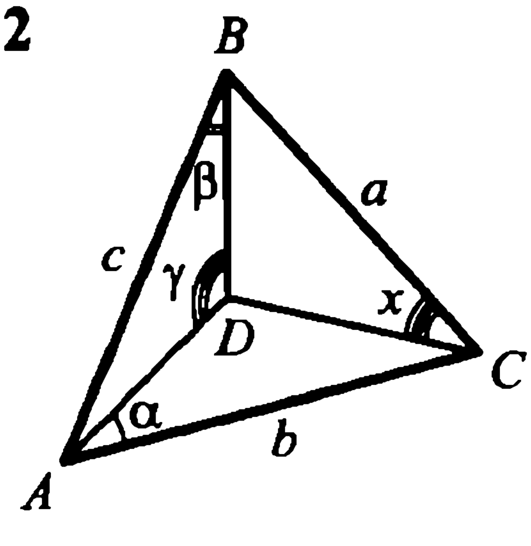


Таблица 9.8. **Правильные многоугольники**

a — сторона правильного многоугольника, *R*(*r*) — радиус описанной (вписанной) окружности, *O* — центр правильного многоугольника.

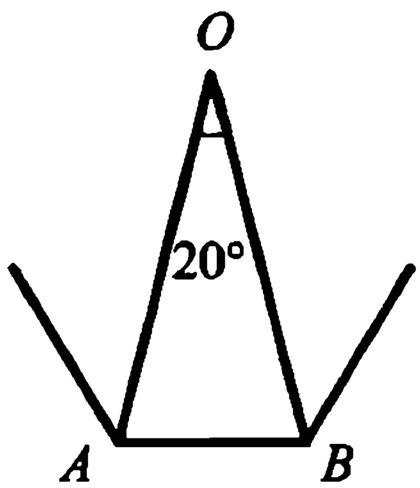
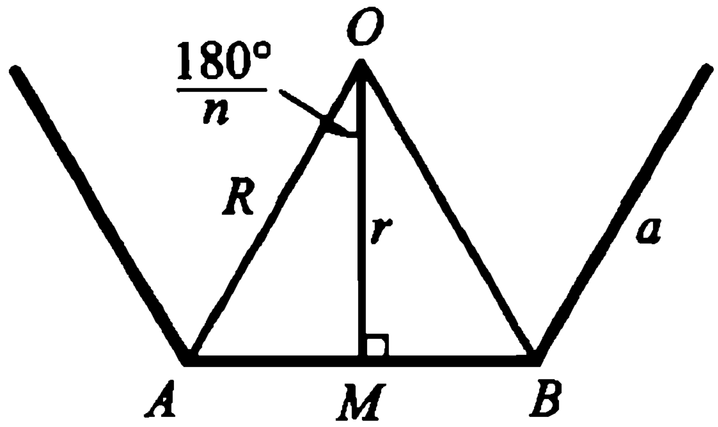
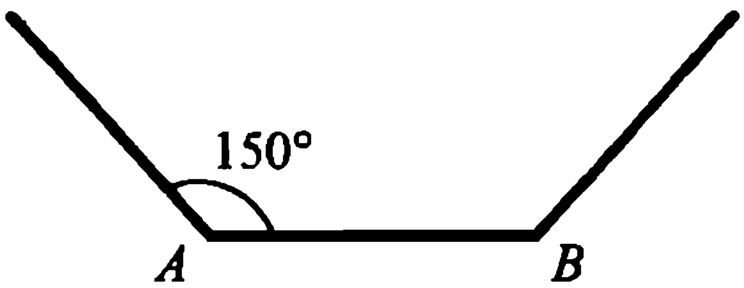
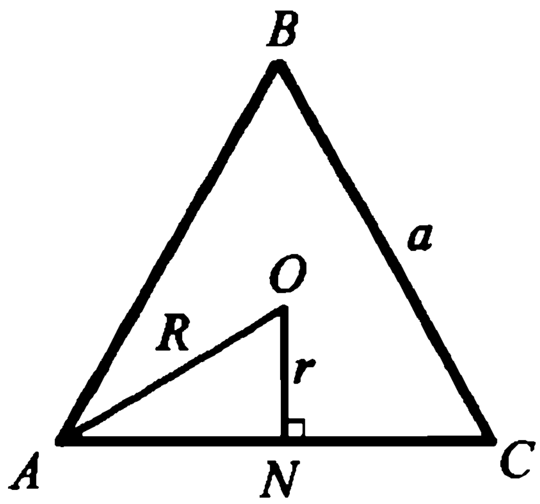
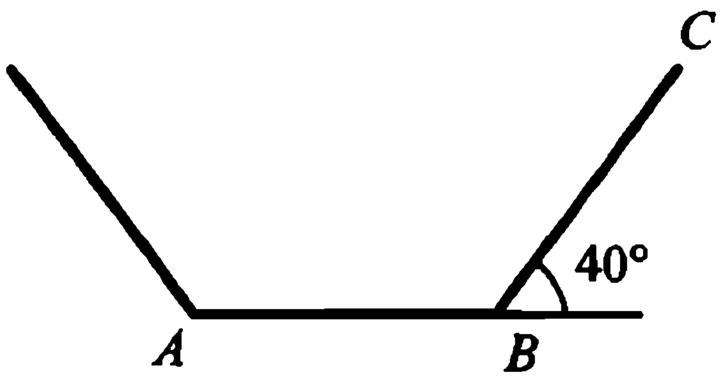
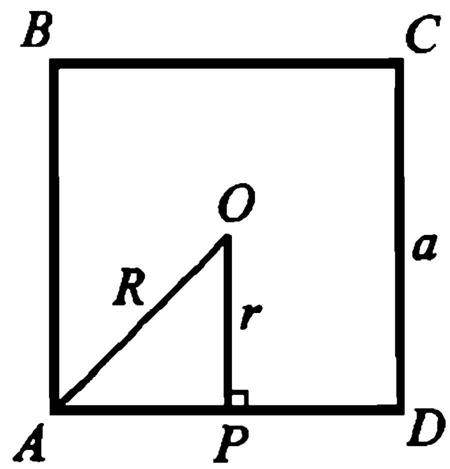
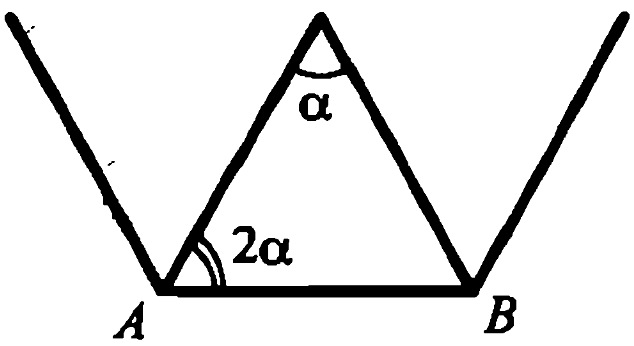
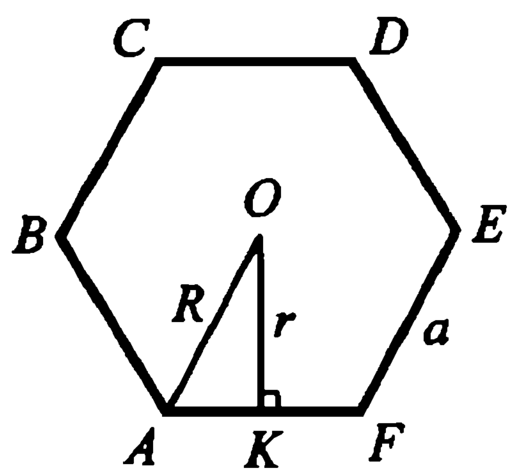
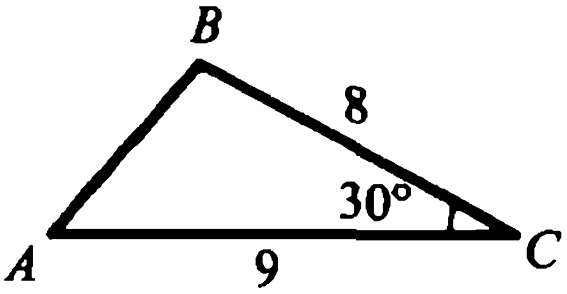
Найти количество сторон правильного многоугольника	Зная один из элементов (*a*, *R* или *r*), найти два других
1 	**5** 
2 	**6** 
3 	**7** 
4 	**8** 

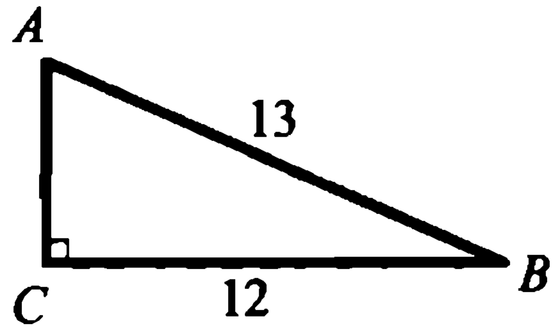
Таблица 9.9. **Площадь треугольника**

O — центр окружности. Найти площадь ΔABC.

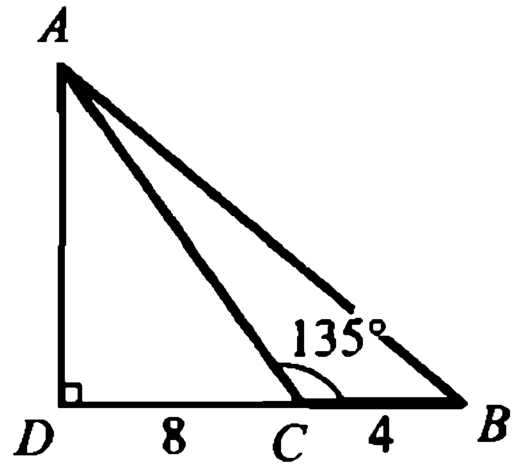
1



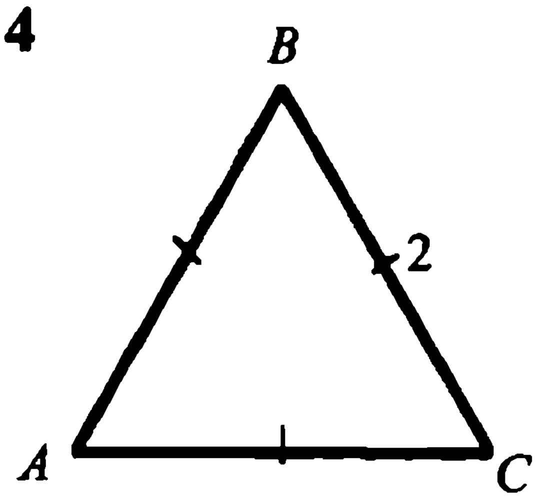
2



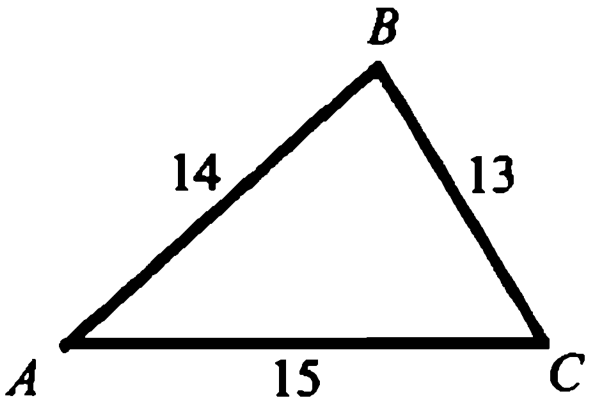
3



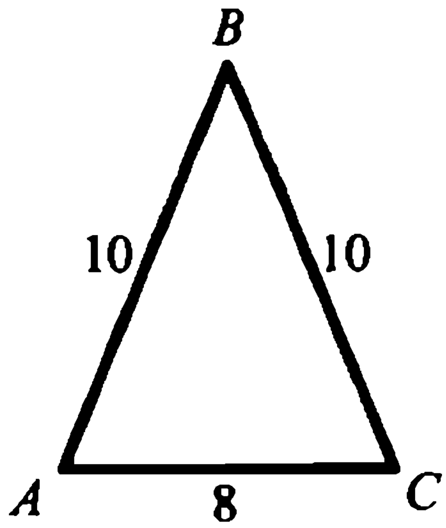
4



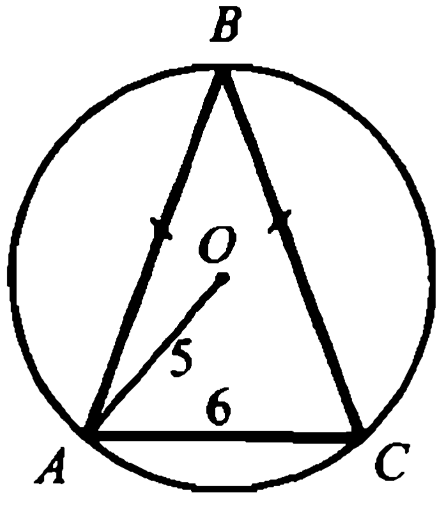
5



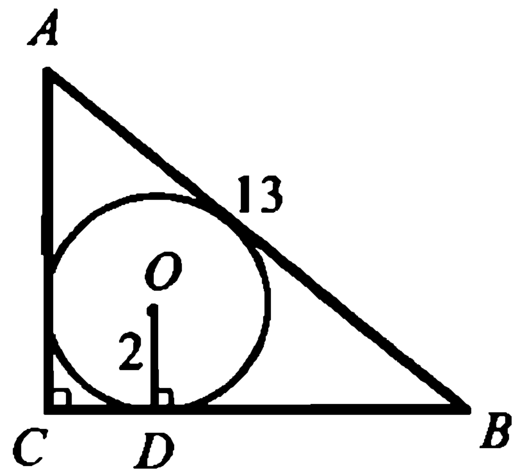
6



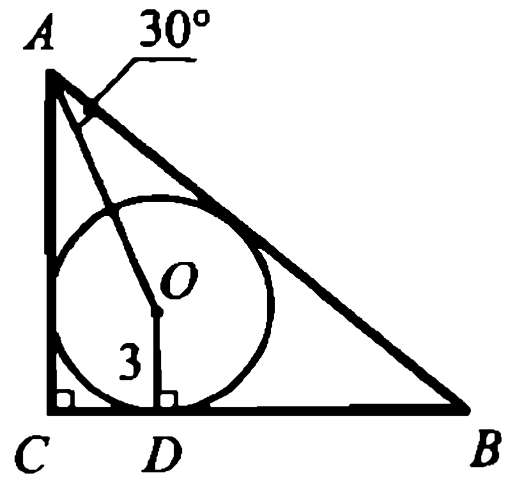
7



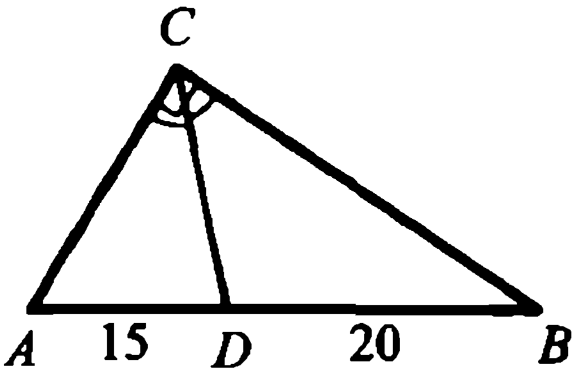
8



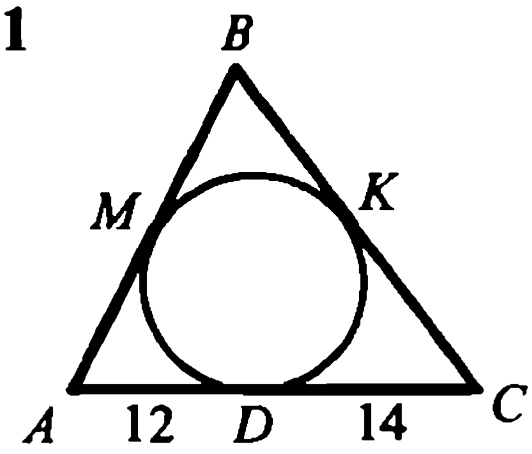
9



10

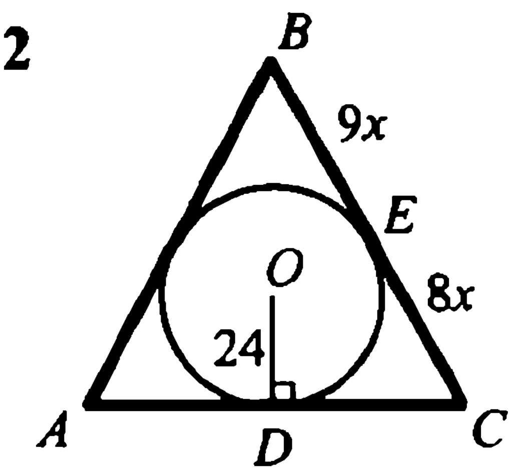


11



Дано: $P = 84$.

12



Дано: $\angle A = \angle C$.

Таблица 9.10. **Площадь четырехугольника**

Найти площадь четырехугольника *ABCD*:

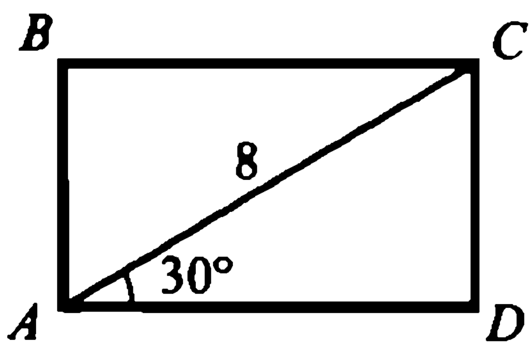
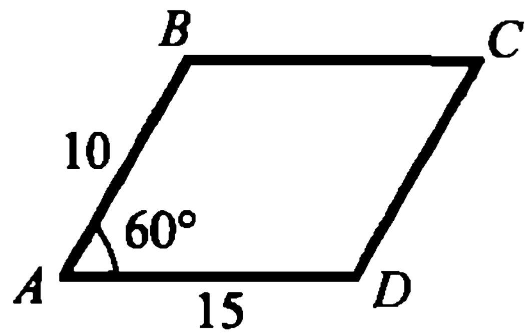
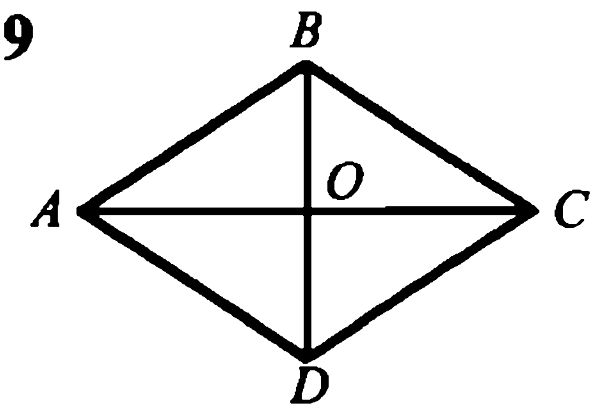
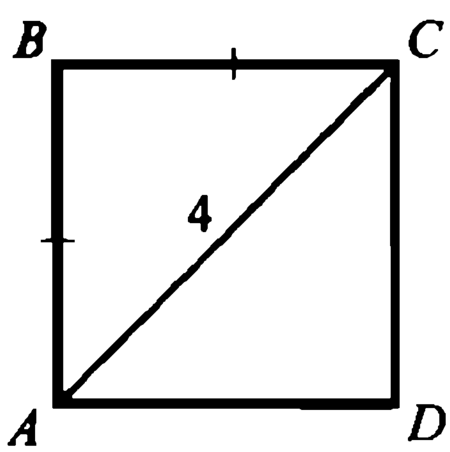
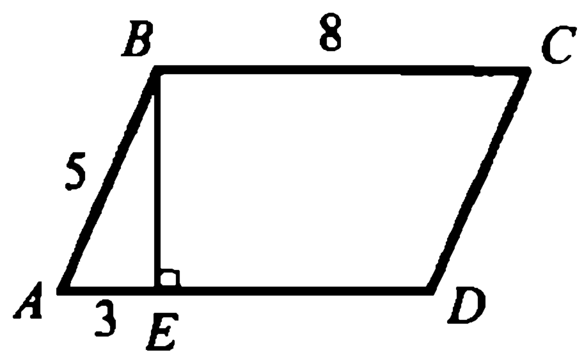
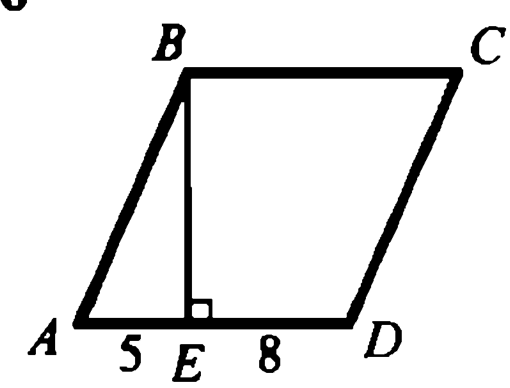
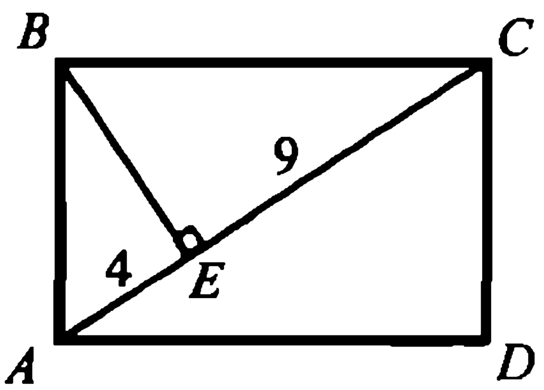
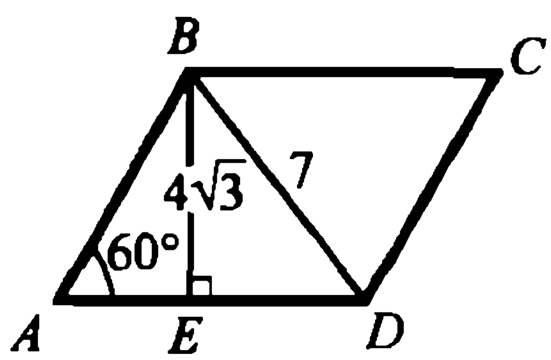
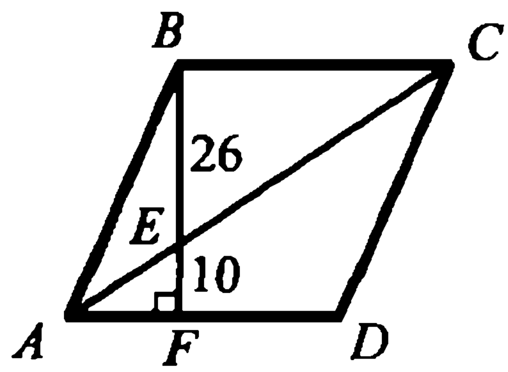
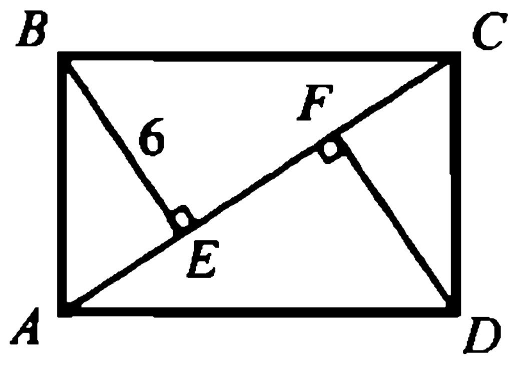
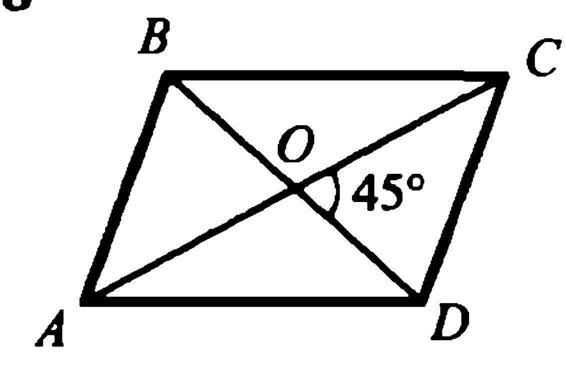
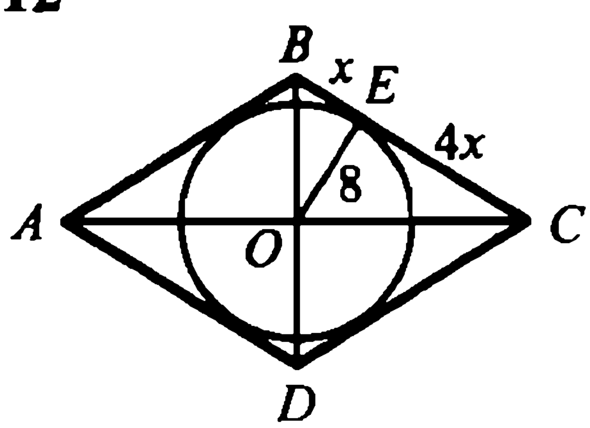
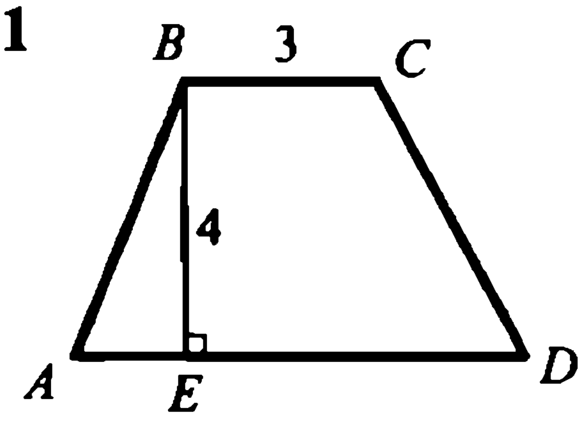
<table>
<tr><th>ABCD — прямоугольник</th><th>ABCD — параллелограмм</th><th>ABCD — ромб</th></tr>
<tr>
<td>**1**
</td>
<td>**5**
</td>
<td>**9**

Дано: $AC = 8$, $BD = 5$.</td>
</tr>
<tr>
<td>**2**
</td>
<td>**6**
</td>
<td>**10**
</td>
</tr>
<tr>
<td>**3**
</td>
<td>**7**
</td>
<td>**11**
</td>
</tr>
<tr>
<td>**4**

Дано: $EF = 16$.</td>
<td>**8**

Дано: $AC = 8$, $BD = 6$.</td>
<td>**12**
</td>
</tr>
</table>

Таблица 9.11. **Площадь четырехугольника**

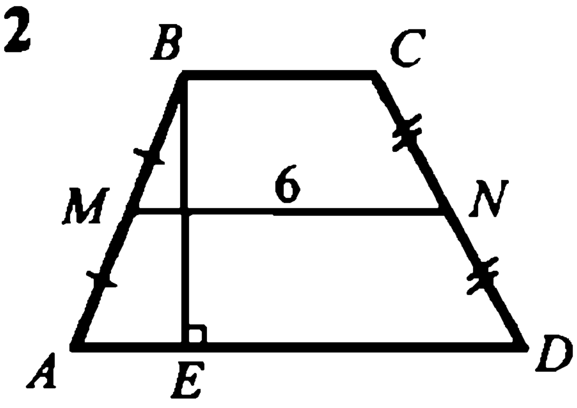
Найти площадь трапеции *ABCD*:

1



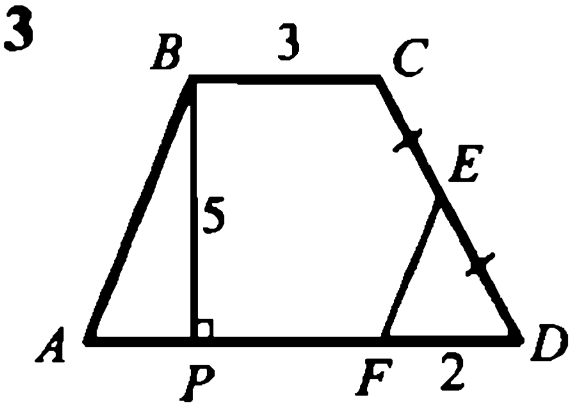
Дано: $AD = 7$.

2



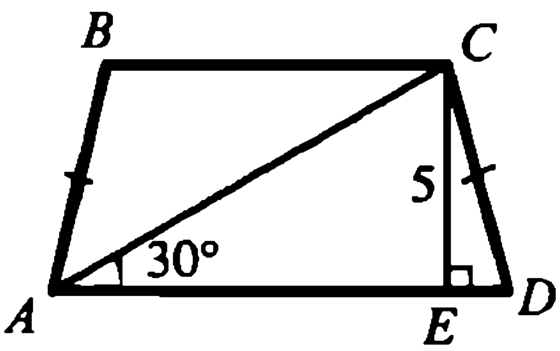
Дано: $BE = 5$.

3

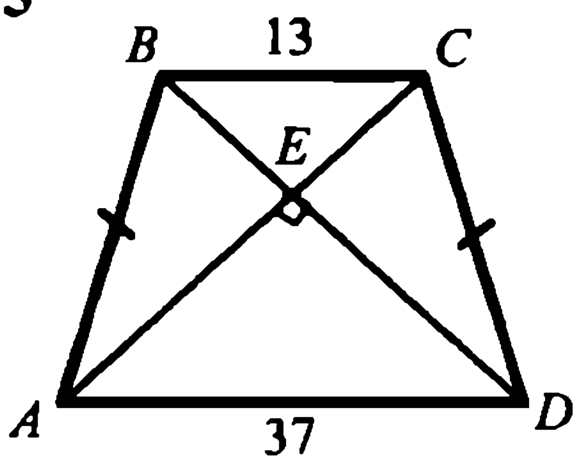


Дано: $AB \parallel FE$.

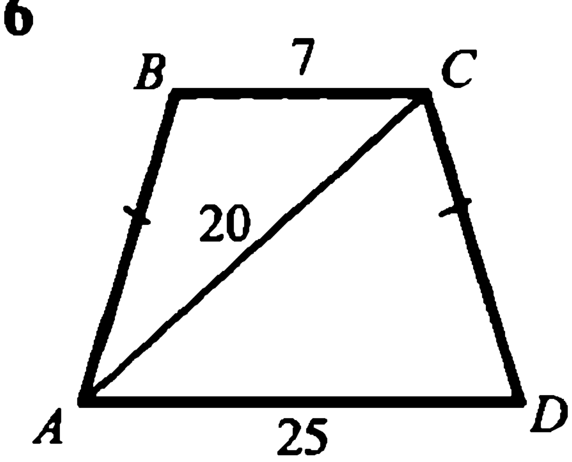
4



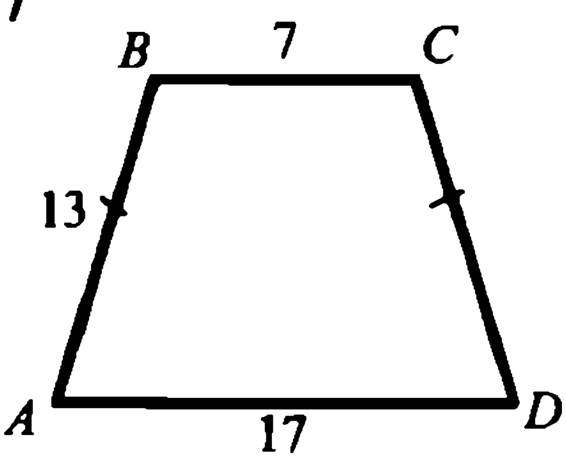
5



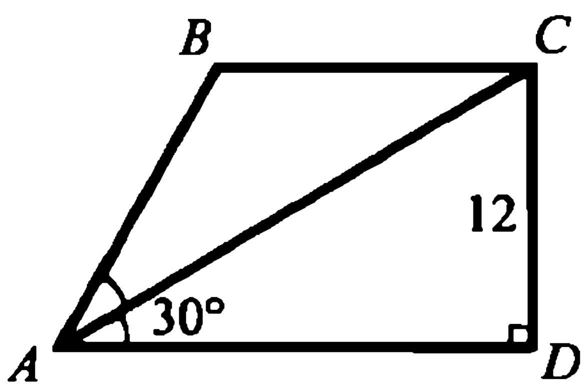
6



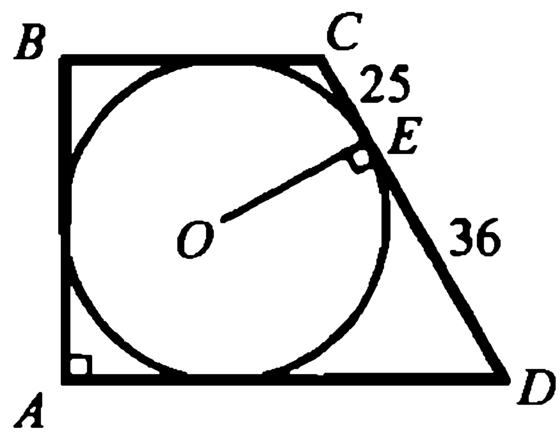
7



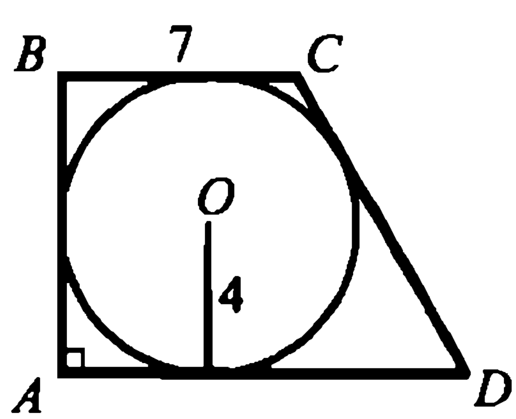
8



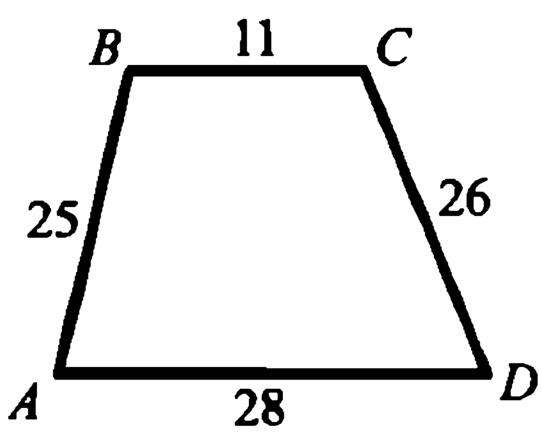
9



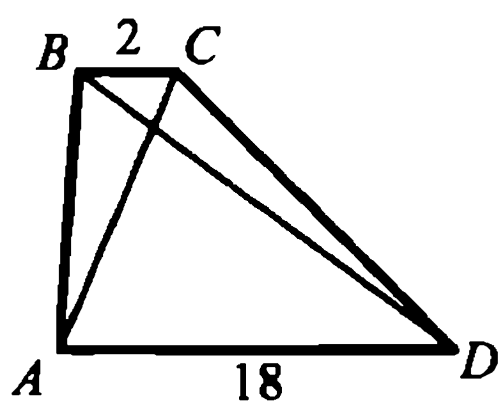
10



11



12

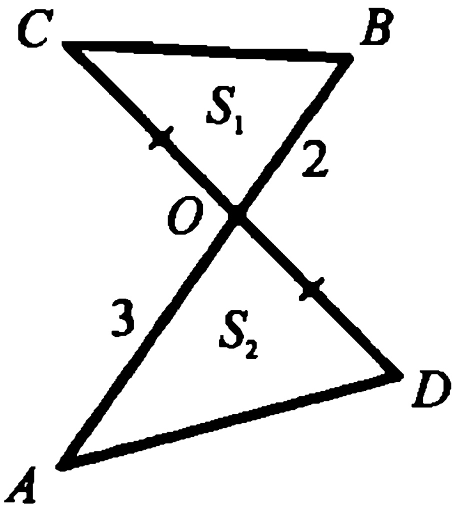


Дано: $AC = 7$, $BD = 15$.

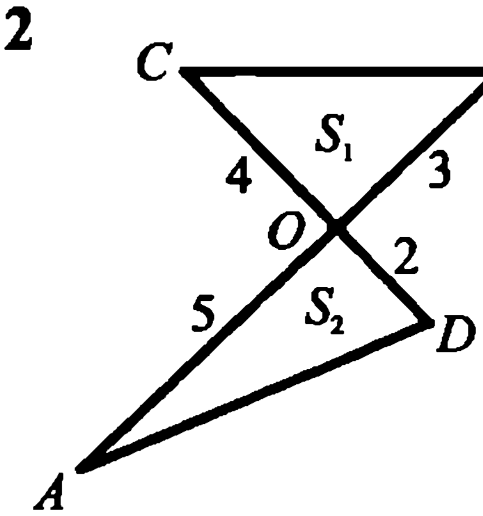
Таблица 9.12. **Площади фигур**

Найти отношение площадей $\frac{S_1}{S_2}$:

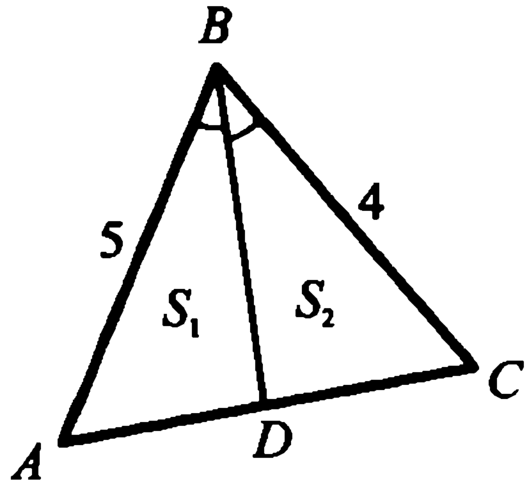
1



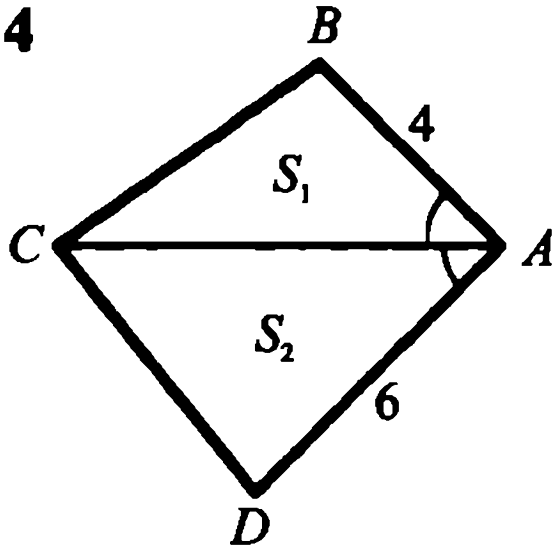
2



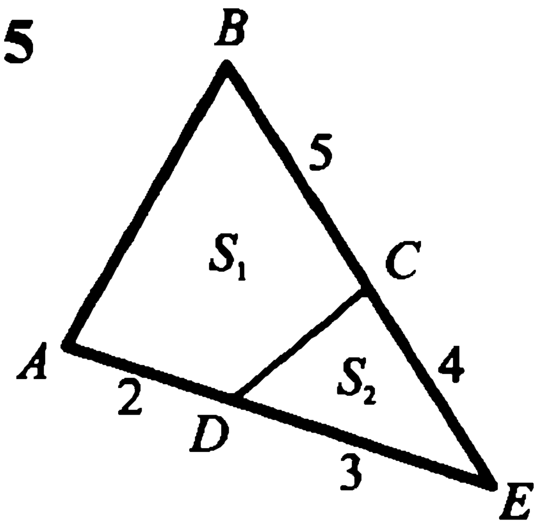
3



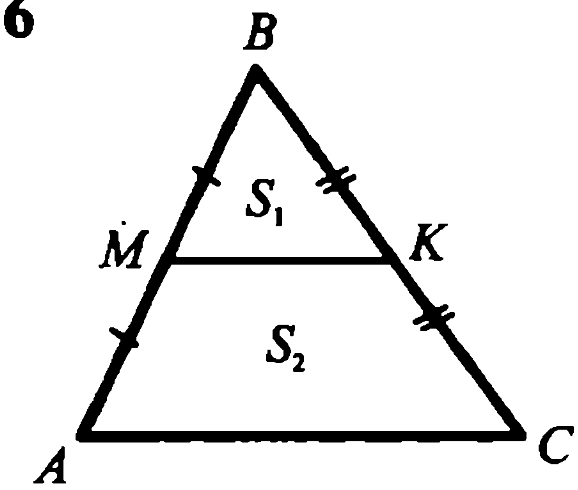
4



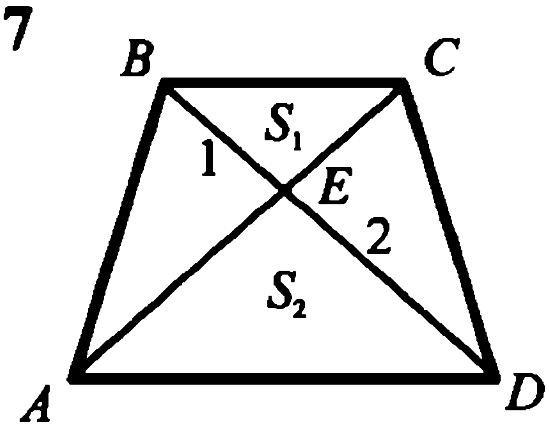
5



6

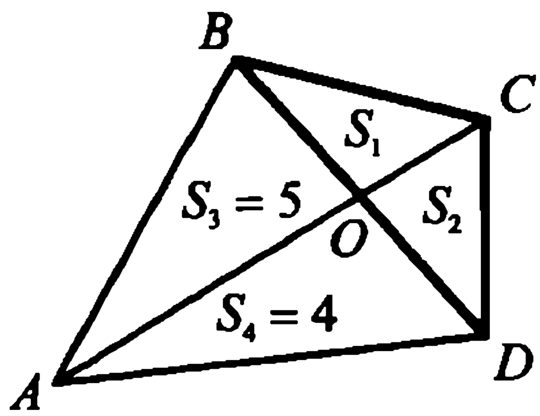


7

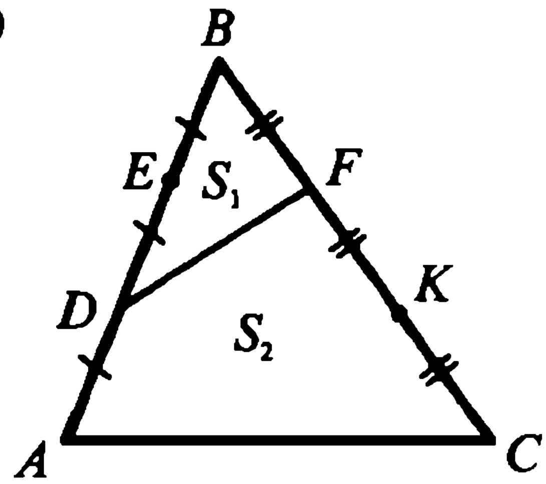


Дано: *ABCD* — трапеция.

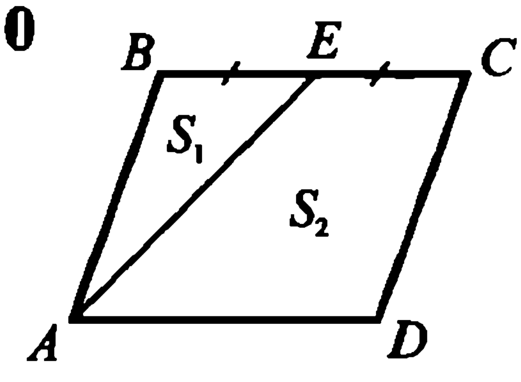
8



9

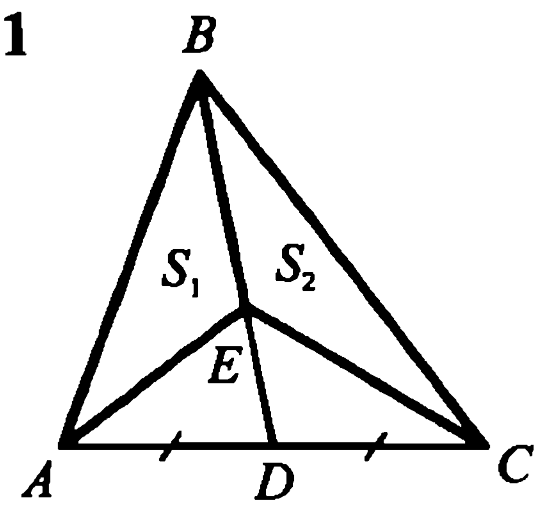


10

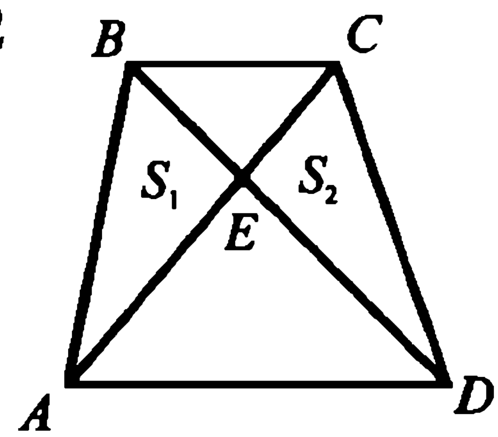


Дано: *ABCD* — параллелограмм.

11



12



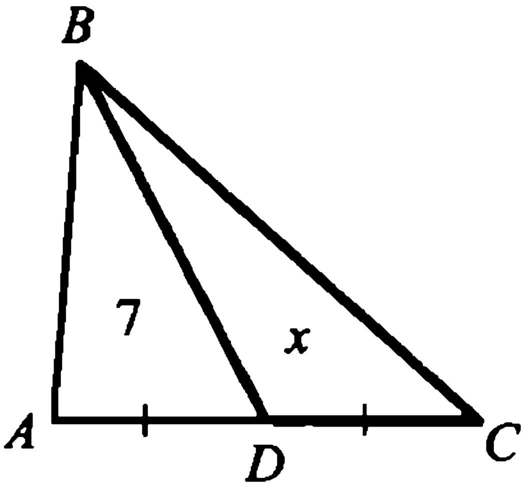
Дано: *ABCD* — трапеция.

Таблица 9.13. **Площади фигур**

Найти площадь *x*:

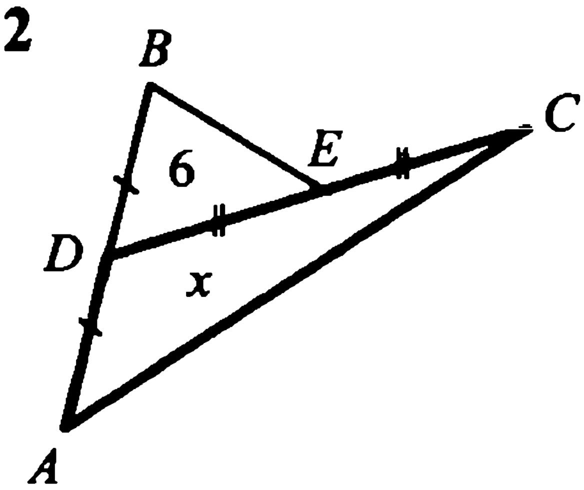
<table>
<tr>
<td>

1



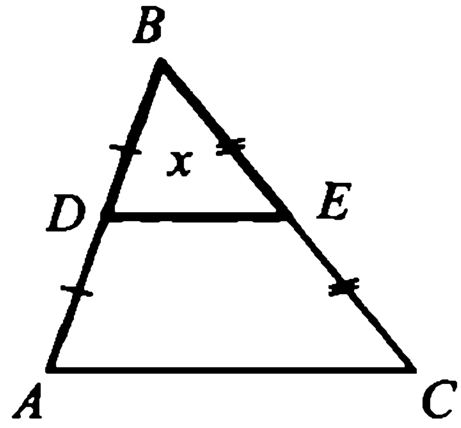
</td>
<td>

2



</td>
<td>

3



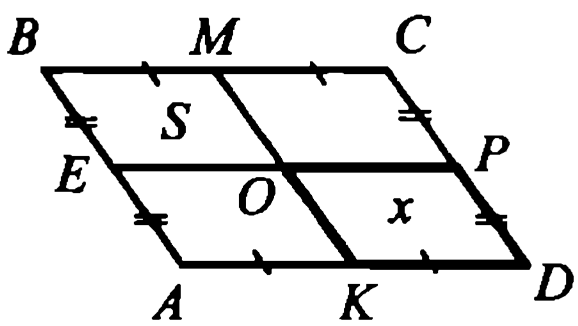
Дано: $S_{\Delta ABC} = 8$.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">

Дано: *ABCD* — параллелограмм

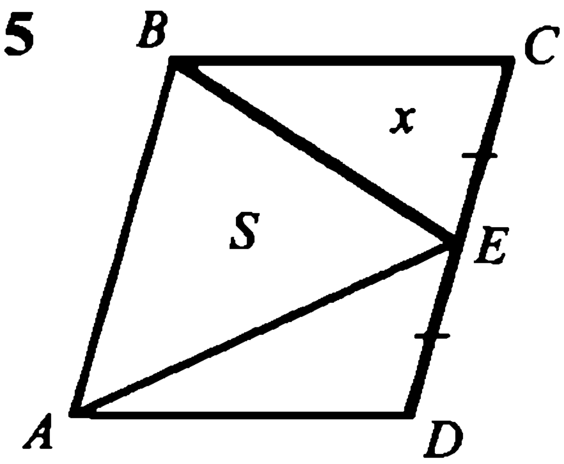
</td>
</tr>
<tr>
<td>

4



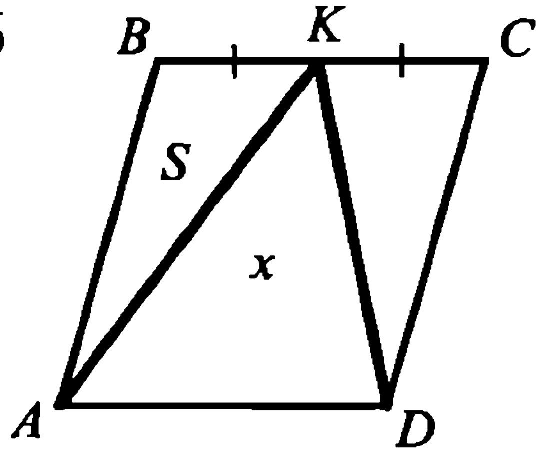
</td>
<td>

5



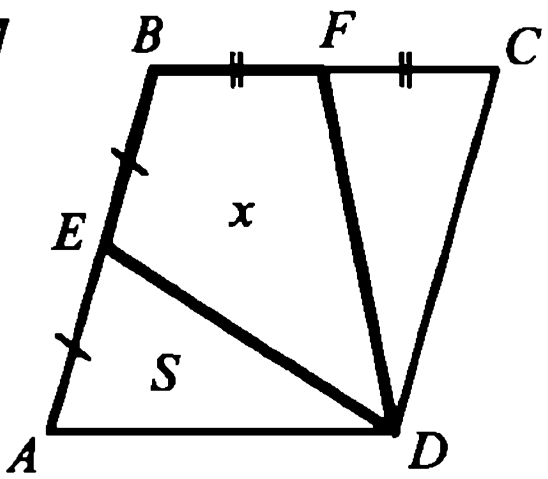
</td>
<td>

6



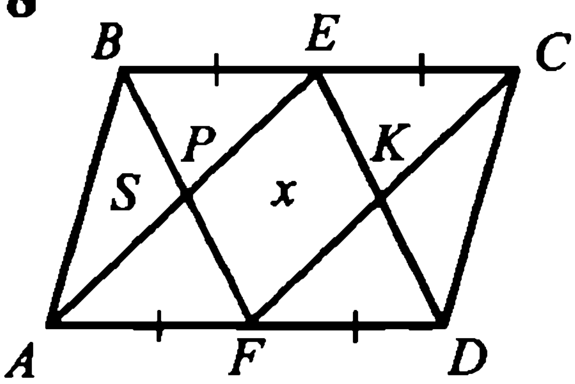
</td>
</tr>
<tr>
<td>

7



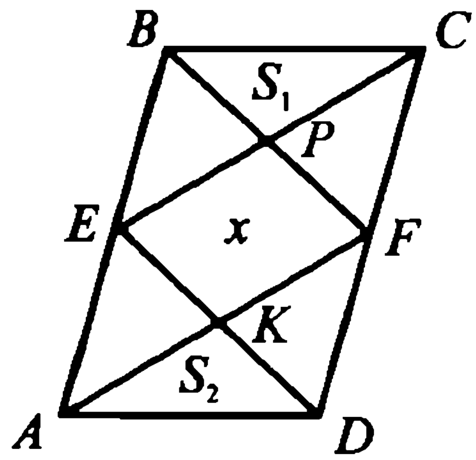
</td>
<td>

8



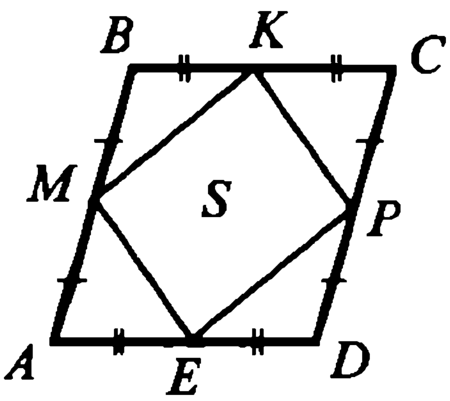
</td>
<td>

9



</td>
</tr>
<tr>
<td>

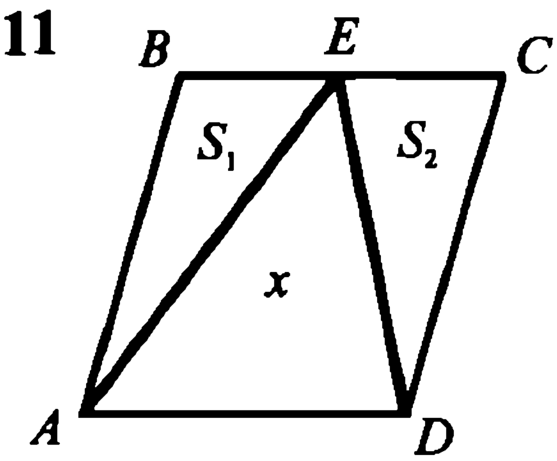
10



Найти: S_{ABCD}.

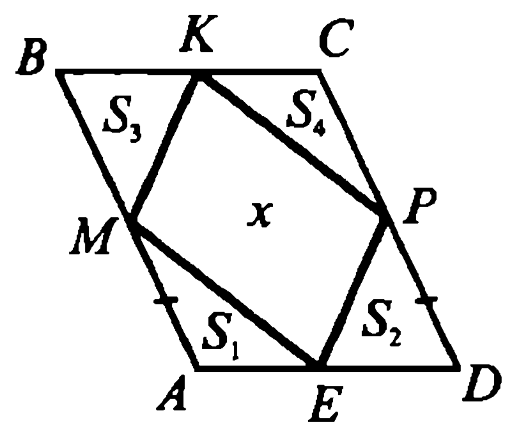
</td>
<td>

11



</td>
<td>

12

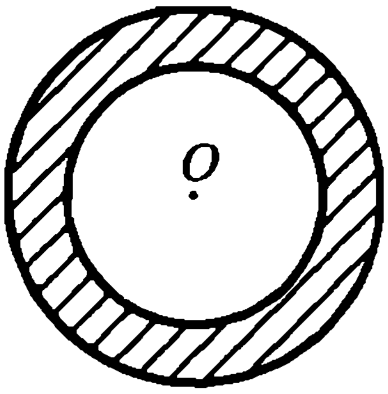


</td>
</tr>
</table>

Таблица 9.14. **Площадь круга и его частей**

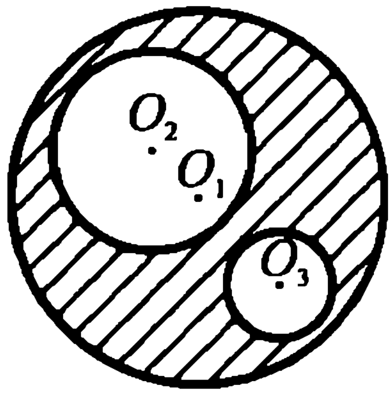
R — радиус круга, O — центр. Найти площадь заштрихованной фигуры.

1



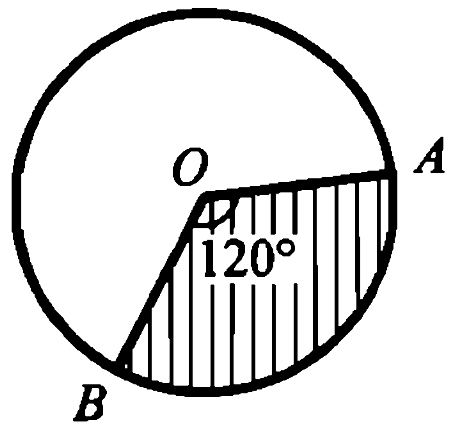
Дано: $R_1 = 5$, $R_2 = 3$.

2



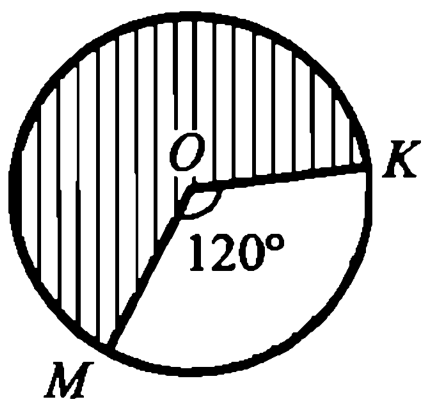
Дано:
$R_1 = 10$, $R_2 = 6$, $R_3 = 2$.

3



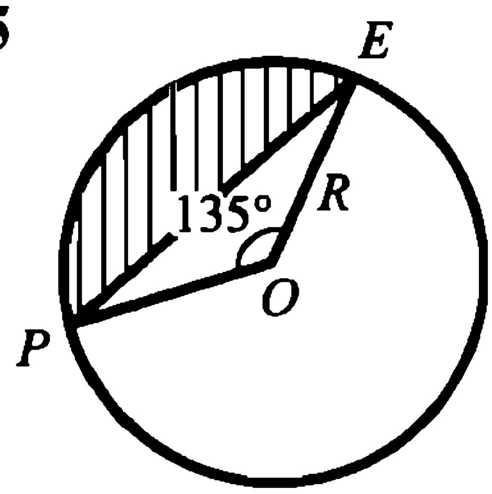
Дано: $R = 3$.

4

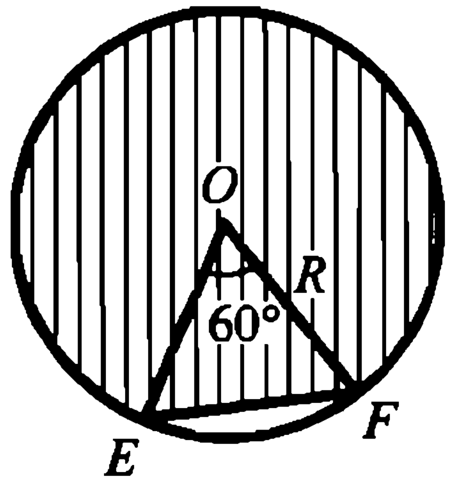


Дано: $R = 6$.

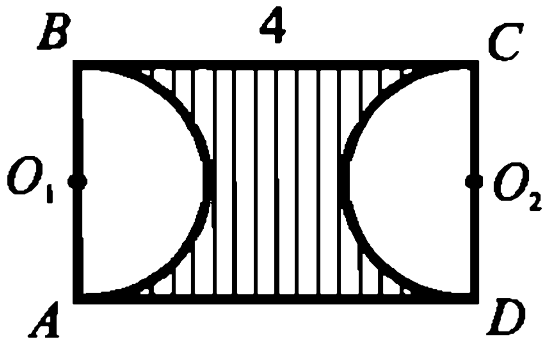
5



6

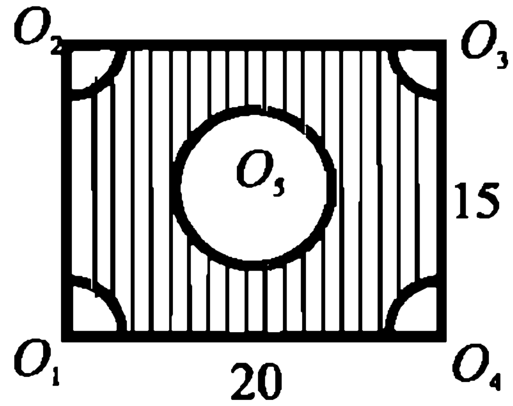


7



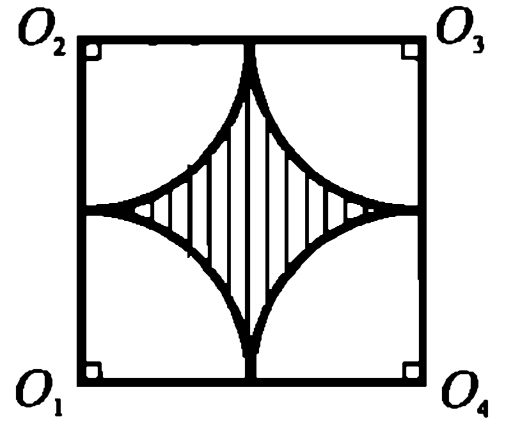
Дано: $ABCD$ — прямоугольник, $R_1 = R_2 = 1$.

8



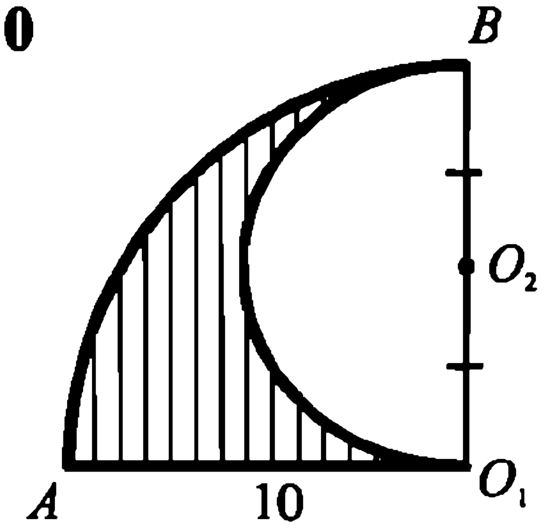
Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2$, $R_5 = 3$.

9

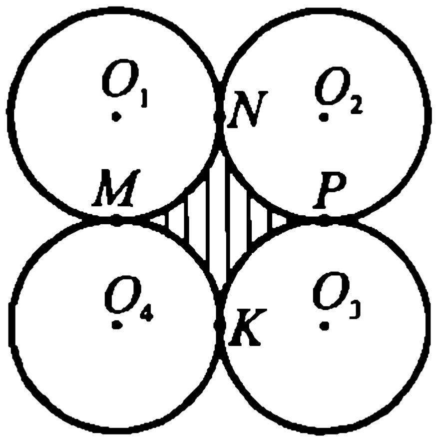


Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 4$.

10

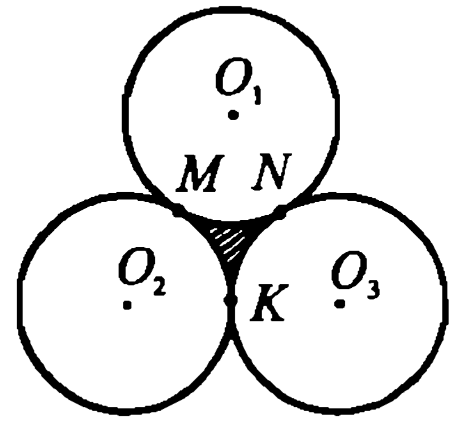


11



Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2$.

12



Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = 4$.

Ответы. Указания. Решения

7 класс

Таблица 7.5. 6. $\Delta AMP = \Delta PNA$ (по II признаку), так как $\angle MAP = \angle NPA$, $\angle MPA = \angle NAP$, AP — общая сторона. $\Delta AMH = \Delta PNH$ (по II признаку), так как $AM = PN$, $\angle AMN = \angle PNH$ (из равенства ΔAMP и ΔPNA), $\angle MAH = \angle NPH$.

Таблица 7.6. 6. *Указание:* $\angle AEB = \angle CEB$. **9.** *Указание:* воспользоваться равенством ΔADF и ΔCDE, откуда $\angle DAF = \angle DCE$.

Таблица 7.7. 8. Да. *Решение:* $\angle BAC = \angle BCA = 80°$, тогда $\angle BAP = 80° - 40° = 40°$, $\angle KPA = \angle PAK = 40°$, откуда $\angle PAC = \angle APK$ и $a \parallel b$.

Таблица 7.8. 6. 39° *Решение:* $\angle NMP + \angle MNK = 180°$, откуда $NK \parallel MP$, $\angle MPK = 78°$, $\angle KPT = 39°$ Отсюда $\angle PTK = \angle TPM = 39°$ **7.** *Указание:* через точку C провести прямую, параллельную AB. **8.** *Доказательство.* $\angle AME + \angle BEM = 180°$, тогда $\angle OME + \angle OEM = 90°$, тогда из ΔMEO: $\angle MOE = 90°$

Таблица 7.9. 12. 30°, 60°, 90°.

Таблица 7.10. 1. 90° *Решение.* $\angle ABD + \angle BAD + \angle CBD + \angle DCB = 180°$; $2(\angle ABD + \angle CBD) = 180°$, $\angle ABC = 90°$. **2.** 80°. *Решение.* $\angle ABC = 180° - 2(\angle OAC + \angle OCA) = 180° - 2(180° - \angle AOC) = 180° - 2 \cdot 50° = 80°$. **5.** 360° **8.** 20°. *Решение.* $\angle DFB = 110°$, $\angle ADC = 140°$, откуда $\angle A = 20°$. **9.** $180° - (\alpha + \beta + \gamma)$. *Указание:* $\angle BEC = \alpha + \beta$.

Таблица 7.11. 3. $\Delta ABD = \Delta DCA$; $\Delta ABE = \Delta DCE$. **4.** 8. *Указание:* отложить на луче BC отрезок $CD = BC$. Рассмотреть ΔABD. **8.** 14. *Указание:* показать, что ΔABE — равнобедренный.

Таблица 7.12. 3. *Указание:* рассмотреть ΔAOB и ΔBOC. **5.** *Доказательство.* $\Delta BOE = \Delta COF$ (по III признаку), откуда $BA = CD$ как соответствующие высоты. **8.** *Доказательство.* $\Delta COD = \Delta AOB$ (по III признаку), откуда $\angle D = \angle B$ и $DC \parallel BA$.

Таблица 7.13. 1. *Указание:* провести OB. **2.** *Указание:* провести касательную к окружностям через точку A. **6.** *Доказательство.* Точки M, N, P, K — точки касания сторон AB, BC, CD и DA с окружностью соответственно. Тогда $AM = AK$, $BM = BN$, $CN = CP$, $DP = DK$ (задача 3), $AB + CD = AM + MB + CP + PD = AK + BN + NC + KD = AD + BC$. **7.** *Указание:* Доказать, что $\Delta BOM = \Delta DON$. **8.** *Указание:* $\angle CAB = 90° - \angle BAO$. **9.** *Указание:* Доказать, что $\Delta OED = \Delta OCD$.

8 класс

Таблица 8.1. 9. *Доказательство.* Проведем AC. AC пересекает EK в точке O. $CO = OA$, $BO = OK - KB$, $OD = OE - DE$. Так как $OK = OE$, то $OB = OD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм.

Таблица 8.2. 3. *Доказательство.* Так как $\angle ADM = \angle CBE$, то $\angle ABC = \angle ADC$. $\angle BAD = \angle BCD$ (как соответствующие внешние углы ΔAMD и ΔCEB). Отсюда $ABCD$ — параллелограмм. **6.** *Доказательство.* $\Delta BNC = \Delta DKA$ (по первому признаку), откуда $BC = AD$. Из равенства $\Delta ABM = \Delta CDP$: $AB = CD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм. **8.** *Указание:* доказать равенство треугольников ΔBOC и ΔDOA. **9.** *Указание:* доказать, что $\Delta AOB = \Delta COD$.

Таблица 8.3. 4. *Доказательство.* $\angle PBK + \angle ADC = 180°$, $\angle ADC + \angle BCD = 180°$, откуда $\angle PBK = \angle BCD$. **5.** *Доказательство.* Из равенства ΔABC и ΔCDA (по III признаку): $\angle PAD = \angle BCE$. $\Delta ADP = \Delta CEB$ (по гипотенузе и острому углу). Отсюда $AP = CE$.

Таблица 8.4. 3. *Решение.* Из ΔBOE ($\angle E = 90°$, $\angle B = 30°$) $OB = 2OE = 8$, $BD = 2OB = 16$. $AC = BD = 16$.

Таблица 8.5. 3. *Решение.* Пусть $\angle DBE = x$, тогда $\angle BDE = 2x$. Из ΔEBD: $x + 2x + 120° = 180°$. $x = 20°$. $\angle ADB = 40°$. Тогда $\angle ADC = \angle ABC = 80°$, $\angle BAD = \angle BCD = 100°$. **5.** *Доказательство.* $\angle BAN + \angle ABN = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle ABC) = 90°$, откуда из ΔABN $\angle N = 90°$. Тогда $\angle MNP = 90°$. Аналогично для других углов $MNPK$. **6.** $60°$ *Указание:* показать, что ΔBCD — равносторонний. **8.** *Доказательство.* $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1A_1$ (из равенства: $\Delta A_1BB_1 = \Delta B_1CC_1 = \Delta C_1DD_1 = \Delta D_1AA_1$). Пусть $\angle BB_1A_1 = \alpha$, тогда $\angle BA_1B_1 = \angle CB_1C_1 = 90° - \alpha$. $\angle A_1B_1C_1 = 180° - (\alpha + 90° - \alpha) = 90°$. Значит $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

Таблица 8.6. 5. $60°, 60°, 120°, 120°$. *Решение.* $\angle BCA = \angle CAD$ (как внутренние накрест лежащие), $\angle CAD = \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\angle ADC$. Пусть $\angle CAD = x$. Из ΔACD: $x + 2x = 90°$; $x = 30°$; $\angle CDA = \angle BAD = 60°$, $\angle ABC = \angle BCD = 120°$. **6.** $\frac{b-a}{2}$; $\frac{b+a}{2}$. **7.** 10. *Указание:* ΔACE — равнобедренный. **8.** 15. *Указание:* треугольники ABD и BCD — прямоугольные равнобедренные. Провести $BE \perp AD$. **9.** 40. *Решение.* $\angle BCE = \angle CED = 30°$, $\angle OAD = \angle OEA + \angle AOE$, откуда $\angle AOE = \angle BOC = 30°$. ΔBOC и ΔOAE — равнобедренные, $BO = OA = AE = 5$. Из ΔECD ($\angle C = 90°$, $\angle E = 30°$): $CD = \frac{1}{2}ED = 10$. $P_{ABCD} = 5 + 15 + 10 + 10 = 40$.

Таблица 8.7. **3.** 6. **4.** $x=16$, $y=14$. *Решение.* $\frac{8}{x}=\frac{7}{30-x}$. $x=16$, $y=14$. **5.** $x=2{,}5$; $y=4{,}375$. **6.** 1:3. *Решение.* Проведем $KE \parallel BM$. $AE:EM=AK:KB$, откуда $AE = EM = 2$. $KN:NC=EM:MC=2:6=1:3$. **7.** 4:1. **9.** *Указание:* ΔBDC — равнобедренный.

Таблица 8.8. **1.** 14. **3.** 20. *Решение.* $P_{A_1B_1C_1}=A_1B_1+B_1C_1+A_1C_1=\frac{1}{2}(AB+BC+AC)=20$. **5.** $\frac{b-a}{2}$; $\frac{a}{2}$; $\frac{a}{2}$. *Решение.* ME — средняя линия ΔABC, $ME=\frac{a}{2}$. Аналогично, $FN=\frac{a}{2}$. $EF=MN-2ME==\frac{a+b}{2}-a=\frac{b-a}{2}$. **6.** *Указание:* провести диагонали BD и AC. **8.** *Указание:* EF и PK — средние линии ΔABC и ΔDBC соответственно. **9.** *Указание:* провести $BF \parallel CD$. **11.** 5; 6; 7. **12.** 4 и 6. *Решение.* Для трапеции $PBCK$: $\frac{y+2}{2}=x$. Для трапеции $AMND$: $\frac{x+8}{2}=y$. Решая систему, получаем: $x=4$, $y=6$.

Таблица 8.9. **3.** Нет. $AC+BC=7+BC$, $AB=10+BC$, т.е. $AB>AC+BC$, что невозможно. **4.** $x\in(1;9)$. *Указание:* $BC-AB<x<AB+BC$. **8.** $x\in(2;10)$. *Указание:* продлить медиану CD на ее длину (точка D_1). Рассмотреть ΔCBD_1. **9.** 2. **10.** 7 или 8. **11.** 7.

Таблица 8.10. **3.** $l(\cos\alpha\ \mathrm{tg}\,2\alpha-\sin\alpha)$; $\frac{l\cos\alpha}{\cos 2\alpha}$. *Решение.* Из ΔADC: $AC=l\times\cos\alpha$, $DC=l\sin\alpha$. Из ΔABC: $y=\frac{l\cos\alpha}{\cos 2\alpha}$; $BC=l\cos\alpha\ \mathrm{tg}\,2\alpha$. $x=BC-DC=l\cos\alpha\ \mathrm{tg}\,2\alpha-l\sin\alpha$. **4.** $m(\sin\beta-\cos\beta\ \mathrm{tg}\,(\beta-\alpha))$. **6.** $m\cos\alpha$; $m\cos^2\alpha$. **7.** $a\ \mathrm{ctg}\,\alpha\times\sin\beta$; $\mathrm{ctg}\,\alpha\cos\beta$. **9.** 8. *Решение.* Проведем $BE\perp AD$. $\angle ABE=30°$. Из ΔABE: $AE=BE\ \mathrm{tg}\,30°=2$. $AD=AE+ED=8$. **10.** 7. *Решение.* Из ΔCED: $ED=CE\times\mathrm{ctg}\,\angle CDE=1$. $AD=BC+2ED=5+2=7$. **11.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. *Решение.* Из ΔADC: $AC=2DC=8$. $AE=EC=4$. Из ΔABE: $BE=AE\ \mathrm{tg}\,30°=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **12.** $10\sqrt{3}$.

Таблица 8.11. **1.** *Решение.* $AD=13-3=10$. Из ΔADC: $AC=\sqrt{100+16}=\sqrt{116}$. Из ΔDBC: $BC=5$. Из ΔABC: $AC=\sqrt{13^2-5^2}=12$. $12\neq\sqrt{116}$. $BD\neq 3$. **2.** $4\sqrt{3}$ и $8\sqrt{3}$. **6.** 12; 16. *Решение.* Из ΔABC: $\mathrm{tg}\,\angle ABC=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$. Из ΔCDB: $\mathrm{tg}\,\angle CBD=\frac{x}{y}$. $\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$.

Пусть $x = 3k$, $y = 4k$. $(3k)^2 + (4k)^2 = 20^2$, $k = 4$, $x = 12$, $y = 16$. **7.** $\frac{3}{4}\sqrt{15}$. *Решение.* Пусть $AD = y$, тогда $DK = 8 - y$. Из ΔAMD: $MD^2 = 6^2 - y^2$. Из ΔMDK: $MD^2 = 4^2 - (8-y)^2 = 36 - y^2 = 16 - (8-y)^2$ $y = \frac{21}{4}$. Из ΔAMD: $x = \sqrt{6^2 - \left(\frac{21}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{15}$. **8.** $12\sqrt{13}$ и $18\sqrt{13}$. *Указание:* $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = 36$. **9.** $2\sqrt{13}$. **10.** $3\sqrt{5}$. *Решение.* $AC^2 = AB \cdot AD$. $36 = AB\,(AB - 5)$. $AB = 9$. Из ΔABC: $x = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3\sqrt{5}$. **11.** $12\sqrt{2}$ и 16. *Решение.* Из ΔADC: $CD = \sqrt{32}$. Из ΔABC: $32 = 2 \cdot BD$. $BD = 16$. $y = AD + DB = 18$. Из ΔCDB: $x = BC = \sqrt{16^2 + 32} = 12\sqrt{2}$. **12.** $4\sqrt{2}$.

Таблица 8.12. 7. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. **8.** $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 25$. **12.** $(x-2)^2 + y^2 = 1$.

Таблица 8.13. 3. $0{,}8; -0{,}6; -\frac{4}{3}$. **5.** $x = -3$. **6.** $y = 1{,}5x$. **8.** $y = -\sqrt{3}\,x + 4\sqrt{3}$. *Решение.* $y = kx + b$ — общее уравнение прямой. $k = \operatorname{tg} 120° = -\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}\,x + b$. Так как $y(4) = 0$, то $-4\sqrt{3} + b = 0$, $b = 4\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}\,x + 4\sqrt{3}$. **10.** $5y - 3x + 7 = 0$. *Указание:* k и x находятся из системы

$$\begin{cases} 4k + b = 1, \\ -k + b = -2. \end{cases}$$

11. *Решение.* Прямая $y = -3$ не пересекает окружность.

Таблица 8.14. 7. *Указание:* доказать, что O — середина отрезка O_1O_2. **8.** *Указание:* M — центр симметрии окружностей. **9.** *Указание:* доказать, что радиусы окружностей равны и O — центр симметрии.

Таблица 8.15. 5. *Доказательство.* $\Delta ACD = \Delta BCD$, откуда $\angle ACD = \angle BCD$. Отрезок AB пересекает l в точке E. $\Delta ACE = \Delta BCE$, откуда $AE = BE$, $\angle AEC = \angle BEC = 90°$. **8.** *Указание:* доказать равенство радиусов окружностей. **11.** *Доказательство.* Так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$. Так как M — ось симметрии, то $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$. Тогда $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ и $ABCD$ — прямоугольник. **12.** *Указание:* так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle C$ и $AD = DC$. Так как m — ось симметрии, то $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$.

Таблица 8.16. 4. Да. *Решение.* $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = (2;1)$. **5.** $(-3;6)$. **6.** $\overrightarrow{AB}\,(8;5)$, $\overrightarrow{AD}\,(8;-5)$. **7.** *Доказательство.* $\overrightarrow{AB}\,(6;-2)$, $\overrightarrow{DC}\,(6;-2)$. Так как $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, то $AB = DC$ и $AB \parallel DC$ и $ABCD$ — параллелограмм. **8.** *Доказательство.* $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} +$

$+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{ED}$. $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{ED}$. **10.** $\overrightarrow{DE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$. **11.** $\overrightarrow{PK}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$. **12.** *Указание:* продлить медиану BM на ее длину.

Таблица 8.17. 1. $\vec{x}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$. **2.** $\vec{x}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$. **3.** $\vec{x}=\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **4.** *Доказательство.* Сложив по правилу параллелограмма векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, получим вектор $\vec{d}$ такой, что $|\vec{d}|=|\vec{b}|=|\vec{a}|$, так как параллелограмм, построенный на векторах $\vec{b}$ и $\vec{a}$ будет ромбом с тупым углом 120°, а меньшая диагональ такого ромба равна его стороне. $\vec{d}$ и $\vec{c}$ равны по модулю и противоположно направлены, поэтому $\vec{d}+\vec{c}=0$, т.е. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$. **5.** *Указание:* сложить векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$. **6.** 6,5. *Решение.* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{AO}$. $|\overrightarrow{AO}|=6{,}5$. **7.** $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. *Указание:* $\cos\angle B=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}$. **8.** 8. **9.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\neq 0$. **10.** $\sqrt{19}$, $\sqrt{7}$. *Решение.* $|\vec{a}+\vec{b}|=$ $=\sqrt{(\vec{a}+\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{4+9+2\cdot 2\cdot 3\cdot 0{,}5}=\sqrt{19}$. **11.** $y=9-x$. *Решение.* $\overrightarrow{OM}(2;2)$. Пусть точка $E\,(x;\,y)$ лежит на прямой MP. Тогда $\overrightarrow{ME}\,(x-4;\ y-5)$. $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{OM}=0$. $2x-8+2y-10=0$, $y=9-x$. **12.** $y=6x-14$.

9 класс

Таблица 9.1. **3.** 10,5; 7,5. **4.** 20; 18; 16. *Указание:* $k=\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}}=2$. **5.** 16; 12. *Решение.* $a:b:c=x:y:20=4:3:5$, $x=4k$, $y=3k$, $20=5k$, $k=4$, $x=16$, $y=12$. **6.** 30; 36; 42.

Таблица 9.2. **4.** $\Delta ABC \sim \Delta CAD$ (по двум углам). **8.** $\Delta ABC \sim \Delta ADB \sim \Delta BDC$. **9.** $\Delta MPK \sim \Delta NEK \sim \Delta NPO \sim \Delta MEO$. **12.** $\Delta ABC \sim \Delta PBK \sim \Delta FCK$. **13.** $\Delta ABC \sim$ $\sim \Delta KBP \sim \Delta MEP \sim \Delta NEC$.

Таблица 9.3. **5.** $\Delta ABC \sim \Delta BDC$. *Доказательство.* $\angle C$ — общий, $\frac{CB}{CD}=$ $=\frac{CA}{CB}=\frac{4}{3}$. **9.** $\Delta ABC \sim \Delta PBK$. *Доказательство.* $\angle B$ — общий, $\frac{AB}{BP}=\frac{BC}{BK}$. **10.** $\Delta ACB \sim \Delta A_1CB_1$. *Доказательство.* $\angle C$ — общий. Из ΔACA_1: $\cos\angle C=\frac{A_1C}{AC}$, из ΔBCB_1: $\cos\angle C=\frac{B_1C}{BC}$, $\frac{A_1C}{AC}=\frac{B_1C}{BC}=\cos\angle C$, $k=\cos\angle C$. **11.** $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C$, $k=\cos\angle C$. **12.** $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C$, $k=\cos\angle C$.

Таблица 9.4. **1.** 60°. **3.** 90° **4.** 140°. **6.** 160° **9.** 55° *Решение.* Проведем DC. $\angle DCA = \angle DBA = 35°$, $\angle ADC = 90°$. Из ΔADC: $\angle DAC = 55°$. **10.** 25°; 130°. *Решение.* Проведем BC. $\angle BCE = \angle BAE = 25°$, $\angle BCE = \angle CBE = \angle CAE = 25°$, $\angle BAC = 50°$, $\angle BEC = 130°$. **11.** 50° **12.** 60° *Решение.* $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle BAC = 20°$, $\angle CAD = 40°$, $\angle BAD = 60°$.

Таблица 9.5. **1.** 50°. **3.** 70° *Решение.* $\angle AEB = 100°$, $\angle DBE = \angle EAB = 30°$, $\angle EDB = \angle AEB - \angle DBE = 70°$. **4.** 30° **6.** 50° **7.** $\alpha + \beta$. **8.** *Доказательство.* $\angle DAE = \angle DFE$, $\angle DKA = \angle EKF$, $\Delta DAK \backsim \Delta EFK$ (I признак), откуда $\dfrac{DK}{KE} = \dfrac{AK}{KF}$, $DK \times KF = AK \cdot KE$. **9.** 2. *Указание:* воспользоваться результатом задачи **8**. **11.** *Доказательство.* Проведем BC и BD. $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ (см. задачу **10**), $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AB}$, $AB^2 = AC \quad AD$. **12.** *Указание:* провести из точки P касательную к окружности и воспользоваться результатом задачи **11**.

Таблица 9.6. **1.** $3\sqrt{2}$. **2.** $\sqrt{37}$. **3.** 1. **5.** $\dfrac{a\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$. **7.** $\dfrac{m\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}$. *Решение.* Из ΔABD: $\dfrac{m}{\sin\beta} = \dfrac{AB}{\sin\gamma}$; $AB = \dfrac{m\sin\gamma}{\sin\beta}$. Из ΔABC: $\dfrac{x}{\sin\beta} = \dfrac{AB}{\sin(\alpha+\beta)}$, $x = \dfrac{m\sin\beta\sin\gamma}{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)} = \dfrac{m\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}$. **8.** $\dfrac{b\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta\sin\gamma}$. *Указание:* найти AB из ΔABC, затем рассмотреть ΔABD. **9.** 12. *Решение.* Из ΔABC: $\cos\angle A = \dfrac{13^2+14^2-15^2}{2\cdot 13\cdot 14} = \dfrac{5}{13} \cdot \sin\angle A = \dfrac{12}{13}$. Из ΔABD: $BD = AB\sin\angle A = 12$. **10.** 1 и 3.

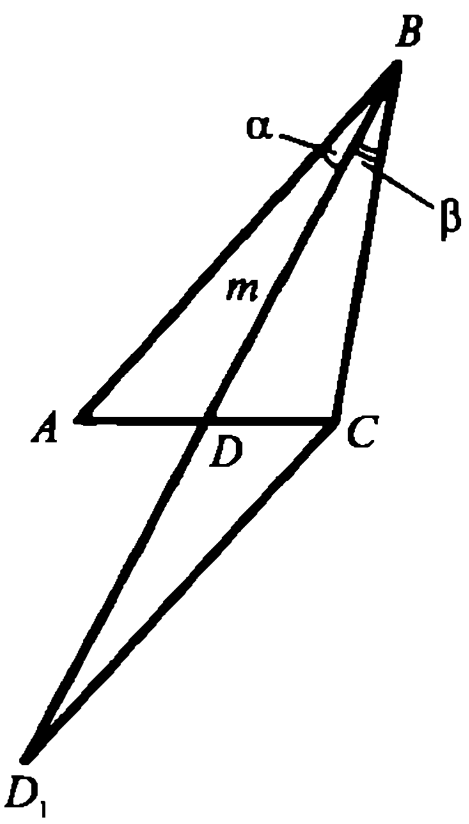


Рис. 1

Решение. $x^2 + 16 - 2\cdot 4\cdot x \quad \dfrac{1}{2} = 13$, $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x = 1$, $x = 3$. Для обоих случаев неравенство выполняется. **11.** $2m\sqrt{1 + \dfrac{2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \dfrac{4\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}$. *Решение.* Продлим медиану BD на ее длину (рис. 1). Рассмотрим ΔBCD_1: $BC = \dfrac{2m\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$. Из ΔDBC:

$$DC = \sqrt{m^2 + \frac{2m^2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \frac{4m^2\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}.$$

$AC = 2m\sqrt{1+\dfrac{2\sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha+\beta)} - \dfrac{4\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}$. **12.** 15° или 105°. *Решение.* Из ΔABC: $\dfrac{AC}{\sin 30°} = \dfrac{AB}{\sin\angle C}$, $\dfrac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{12}{\sin\angle C}$, $\sin\angle C = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. 1) $\angle C = 45°$, 2) $\angle C = 135°$,

1) $x = 105°$, 2) $x = 15°$.

Таблица 9.7. 1. $\dfrac{a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\alpha\sin\beta}$. $\dfrac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta\cos\varphi}$. *Решение.* Из ΔABC: $AB = \dfrac{a}{\cos\alpha}$. Из ΔABD: $AD = \dfrac{a}{\cos\alpha\sin\beta}$. Из ΔADE: $AE = \dfrac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta}$. Из ΔAFE: $x = \dfrac{a\cos\gamma\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\cos\alpha\sin\beta}$, $y = \dfrac{a\cos\gamma}{\cos\alpha\sin\beta\cos\varphi}$. **2.** $\dfrac{b\cos\beta\sin\gamma}{\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi}$, $\dfrac{b\cos\beta\sin\gamma}{\mathrm{tg}\,\alpha\sin\varphi}$.

3. $\sqrt{AC^2 + b^2 - 2AC\cdot b\cdot\cos\beta}$, где $AC = \dfrac{a}{\sin\alpha}$. **4.** $\cos x = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha}{2bc}$.

5. $\dfrac{b\sin\gamma}{\cos\alpha\sin\beta}$. **6.** $\sin x = \dfrac{c\sin\beta\sin\alpha}{a}$ (возможны два значения угла). **7.** $\dfrac{m\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$.

8. $x = \dfrac{BD}{\sin\gamma}\sin(\beta+\gamma)$, $BD = \sqrt{b^2 + d^2 - 2bd\cos\alpha}$. **9.** $\sin x = \dfrac{\sin\gamma}{BC}\cdot BD$, где $BD = \dfrac{b\sin\alpha}{\sin\beta}$, $BC = \sqrt{BD^2 + a^2 - 2BD\,a\cos\alpha}$. **10.** $\sqrt{AD^2 + DC^2 + 2AD\cdot DC\sin(\gamma-\beta)}$, где $AD = d\,\mathrm{tg}\,\beta$, $DC = \dfrac{BD\sin(\alpha+\gamma)}{\sin\alpha}$. **11.** $x = \sqrt{MB^2 + BC^2}$, $\mathrm{tg}\,y = \dfrac{BC}{MB}$, где $MB = \dfrac{m\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$, $BC = \sqrt{b^2 + m^2 - 2bm\cos(\alpha+\gamma)}$. **12.** $\cos x = \dfrac{CD^2 + a^2 - BD^2}{2\cdot BC\cdot CD}$, где $BD = \dfrac{c\sin(\beta+\gamma)}{\sin\gamma}$, $DC = \sqrt{b^2 + \left(\dfrac{c\sin\beta}{\sin\gamma}\right)^2 - \dfrac{2bc\sin\beta\sin\alpha}{\sin\gamma}}$.

Таблица 9.8. 1. 18. *Решение.* $n = \dfrac{360°}{20°} = 18$. **2.** 12. *Решение.* $180°(n-2) = 150°n$, $n = 12$. **3.** 9. *Решение. Первый способ:* $\angle ABC = 140°$, далее как в задаче **2**. *Второй способ:* так как сумма внешних углов выпуклого многоугольника 360°, то $n = \dfrac{360°}{40°} = 9$. **4.** 10. **5.** $r = \dfrac{a}{2}\,\mathrm{ctg}\dfrac{180°}{n}$, $R = \dfrac{a}{2\cdot\sin\dfrac{180°}{n}}$. **8.** $R = a$, $r = \dfrac{a\cdot\sqrt{3}}{2}$, $r = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Таблица 9.9. 3. 16. *Указание:* $AC = DC\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$. **7.** 27. *Решение.* Проведем $BD \perp AC$. Из ΔAOD: $OD = 4$, $BD = BO + OD = 9$. $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 9 = 27$. **8.** 30. *Решение.* Для ΔABC ($\angle C = 90°$): $r = \dfrac{a+b-c}{2} = \dfrac{a+b+c}{2} - c = p - c$, $p = c + r$, $p = 13 + 2 = 15$. $S = p\cdot r = 15\cdot 2 = 30$. **9.** $27 + 18\sqrt{3}$. *Решение.* Проведем $OE \perp AC$. Из ΔAOE: $AE = 3\sqrt{3}$, $AC = 3\sqrt{3} + 3$. Из ΔABC: $AB = 2(3\sqrt{3} + 3)$. $S = \dfrac{1}{2}\cdot 2(3 + 3\sqrt{3})\times$ $\times(3 + 3\sqrt{3})\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}(1+\sqrt{3})^2 = 9\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$. **10.** 294. *Решение.* $AC : CB =$ $= AD : DB = 3 : 4$. Пусть $AC = 3x$, $BC = 4x$. Тогда $(3x)^2 + (4x)^2 = 35^2$, $5x = 35$, $x = 7$. $AC = 21$, $BC = 28$, $S = \dfrac{1}{2}\cdot 21\cdot 28 = 294$. **11.** 336. *Решение.* $AM = AD = 12$, $CK = CD = 14$, $BK = BM = (84 - (2\cdot 12 + 2\cdot 14)) : 2 = 16$. $AB = 28$, $BC = 30$, $AC = 26$, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 336$. **12.** 3000. *Решение.* Из ΔBCD ($DC = 8x$, $\angle D = 90°$) $BD = 15x$. $P_{ABC} = 25x$, $S_{ABC} = 25x\cdot 24 = \dfrac{1}{2}\cdot 16x\cdot 15x$, $x = 5$, $S = 600\cdot 5 = 3000$.

Таблица 9.10. 3. 78. *Решение.* Из ΔABC: $BE = \sqrt{4\cdot 9} = 6$, $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 13 = 39$, $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 78$. **4.** 120. *Решение.* Пусть $AE = FC = x$. Из ΔABC: $x(16 + x) = 36$, $x = 2$. $AC = 20$, $S_{ABC} = 60$, $S_{ABCD} = 120$. **7.** $20\sqrt{3}$. *Решение.* Из ΔABE: $AE = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$ $= 4$. Из ΔBDE: $DE = 1$, $AD = 5$, $S_{ABCD} = 5\cdot 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$. **8.** $12\sqrt{2}$. *Решение.* $S_{COD} = \dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot\sin 45° = 3\sqrt{2}$. $S_{ABCD} = 4S_{COD} = 12\sqrt{2}$. **11.** 1404. *Решение.* $AB : AF =$ $= BE : EF = 13 : 5$. $AB = 13x$, $AF = 5x$. Из ΔABF: $BF = 12x = 36$, $x = 3$. $AD = AB = 39$, $S = 39\cdot 36 = 1404$. **12.** 320. *Решение.* Из ΔBOC: $4x^2 = 64$, $x = 4$, $BC = 20$, $S = 2\cdot 8\cdot 20 =$ $= 320$.

Таблица 9.11. 3. 25. *Решение.* Проведем $CK \parallel AB$. $DF = FK = 2$. $DK = 4$, $AD = 7$. $S = \dfrac{3+7}{2}\cdot 5 = 25$. **4.** $25\sqrt{3}$. *Указание:* $AE = \dfrac{1}{2}(AD + BC)$. **5.** 625. *Указание:* $h = \dfrac{1}{2}(AD + BC)$. **6.** 192. *Решение.* Проведем $CE \perp AD$. $AE = \dfrac{1}{2}\cdot(25 + 7) = 16$. Из

ΔACE: $CE=\sqrt{20^2-16^2}=12$. $S=12\cdot 16=192$. **7.** 144. **8.** $120\sqrt{3}$. *Решение.* Из ΔACD: $AD=12\sqrt{3}$, $AC=24$. Проведем $BE\perp AC$. $AE=EC=12$. Из ΔBEC: $BC=\dfrac{12\cdot 2}{\sqrt{3}}=$ $=8\sqrt{3}$. $S_{ABCD}=\dfrac{8\sqrt{3}+12\sqrt{3}}{2}\cdot 12=120\sqrt{3}$. **9.** 3630. *Решение.* Из ΔCOD ($\angle COD=90°$): $OE=r=\sqrt{25\cdot 36}=30$, $AB=2r=60$. $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(AB+CD)\cdot AB=\dfrac{1}{2}(60+61)\cdot 60=$ $=3630$. **10.** $65\dfrac{1}{3}$. **11.** 468. *Решение.* Проведем $CE\parallel AB$. $CE=25$, $ED=17$. $S_{CED}=204$. $h=\dfrac{2S_{CED}}{ED}=\dfrac{2\cdot 204}{17}=24$. $S_{ABCD}=\dfrac{11+28}{2}\cdot 24=468$. **12.** 42. *Указание:* провести $CE\parallel BD$. Найти S_{ACE}.

Таблица 9.12. **2.** 6:5. **5.** 11:4. *Решение.* $S_1:S_2=(S_1+S_2-S_2):S_2=$ $=\dfrac{9\cdot 5-4\cdot 3}{4\cdot 3}=\dfrac{33}{12}=\dfrac{11}{4}$. **8.** 5:4. *Решение.* $S_1:S_2=BK:KD=S_3:S_4=5:4$. **9.** 2:7. **10.** 1:3. **12.** 1. *Решение.* $S_{ABE}=S_{ABD}-S_{AED}=S_{ACD}-S_{AED}=S_{CDE}$.

Таблица 9.13. **5.** $\dfrac{S}{2}$. *Решение.* $S_{\Delta ABE}=\dfrac{1}{2}AB\cdot h_{AB}=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}$, $S=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}$ $S_{BCE}=S_{AED}=\dfrac{1}{4}S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}S$. **7.** $2S$. **8.** $2S$. **9.** S_1+S_2. *Решение.* Проведем EF. $S_{PEF}=S_{PBC}=S_1$, $S_{FKE}=S_{AKD}=S_2$ (см. задачу **12** таблица **9.12**). $S_{PEKF}=S_1+S_2$. **10.** $2S$. *Решение.* Проведем MP. $MBCP$ и $MADP$ — параллелограммы. $S_{MBCP}=2S_{MKP}$, $S_{MADP}=2S_{MEP}$, $S_{ABCD}=2(S_{MEP}+S_{MKP})=2S$. **11.** S_1+S_2. **12.** S_1+S_2+ $+S_3+S_4$. *Указание:* провести MP, рассмотреть параллелограммы $MBCP$ и $MADP$.

Таблица 9.14. **2.** 60π. **4.** 24π. **5.** $\left(\dfrac{3\pi}{8}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)R^2$ *Решение.* $S_{\Delta OPE}=\dfrac{R^2\sqrt{2}}{4}$. $S_x=\dfrac{\pi R^2}{360°}\,135°-S_{\Delta OPE}=R^2\left(\dfrac{3\pi}{8}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$. **6.** $\dfrac{R^2}{2}\left(\dfrac{5}{3}\pi+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **8.** $300-13\pi$. *Решение.* $S_{O_1O_2O_3O_4}=15\cdot 20=300$. $S=300-4\pi-9\pi=300-13\pi$. **10.** $12{,}5\,\pi$. **11.** $16-4\pi$. *Решение.* $S_{O_1O_2O_3O_4}=4^2=16$. $S_{MNPK}=16-4\pi$. **12.** $16\sqrt{3}-8\pi$. *Решение.* $S_{O_1O_2O_3}=\dfrac{8^2\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}$. $S_{MNK}=16\sqrt{3}-0{,}5\cdot\pi\cdot 4^2=16\sqrt{3}-8\pi$.

Список использованной литературы

1. *Александров А.Д., Вернер АЛ., Рыжик В.И.* Геометрия для 8–9 классов.— М.: Просвещение, 1991.— 415 с.

2. Геометрия: Учеб. для 7–9 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позднняк, И.И. Юдина — 3-е изд.— М.: Просвещение, 1992.— 335 с.

3. *Гольдман А.М., Звавич Л.И.* Учебные серии на уроках математики. // Математика в школе.— 1990.— № 5.— с. 19–22.

4. *Грицаєнко М.П.* Усні вправи з математики для 8–10 класів: Метод. посібник.— К.: Рад. шк., 1984.— 152 с.

5. *Грицаєнко М.П.* Усні вправи з математики для 4-8 класів: Посібник для вчителя.— К.: Рад. шк., 1988.— 158 с.

6. Задания по математике для экзамена за курс средней школы. / Сост. Литвиненко Г.Н., Собко М.С.— К.: Рад. шк., 1991.— 80 с.

7. *Зив Б.Г., Мейлер В.М., Баханский А.Г* Задачи по геометрии для 7–11 классов.— М.: Просвещение, 1991.— 171 с.

8. *Иржавцева В.П., Федченко Л.Я.* Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Калашинского.— К.: Рад. шк., 1989.— 208 с.

9. *Матюшко І.С., Собко М.С.* Завдання з геометрії для 7 класу.— К.: Рад. шк., 1988.— 112 с.

10. *Погорелов А.В.* Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. сред. шк.— М.: Просвещение, 1990.— 384 с.

11. *Рабинович Е.М.* Равновеликие треугольники в задачах. // Математика в школе.— 1993.— №6.— с. 63–65.

12. *Рабинович Е.М.* Сборник задач по планиметрии на готовых чертежах.— К.: 1996.— 56 с.

13. *РаухманА.С, Сень Я.Г* Усні вправи з геометрії для 7–11 класів. Посібник для вчителя.— К.: Рад. шк., 1989.— 160 с.

14. *Рогановский Н.М.* Поисковые задачи по геометрии // Математика в школе.— 1990.— №5.— с. 22–26.

15. *Саврасова С.М., Ястребинецкий Г.А.* Упражнения по планиметрии на готовых чертежах: Пособие для учителя.— М.: Просвещение, 1987.— 112 с.

16. *Харитонов Б.Ф.* Методика повторения приемов и методов решения геометрических задач. // Математика в школе.— 1990.— №4.— с. 36–38.

Содержание

9 класс

Рабинович Ефим Михайлович

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ НА ГОТОВЫХ ЧЕРТЕЖАХ

7–9 классы. Геометрия

Редактор *Г.П. Хозяинова*

Подписано в печать 14.07.2010. Формат 70×90 1/16.
Усл. печ. л. 3,75. Тираж 20 000 экз. Заказ 4281.

ООО «Илекса», 105187, г. Москва, Измайловское шоссе, 48а,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
факс 8(495) 365-30-55, телефон 8(495) 984-70-83

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»
142300, Чехов Московской области.
E-mail: marketing@chpk.ru Сайт www.chpk.ru
Телефон 8(495) 988-63-87 Факс 8(496) 726-54-10