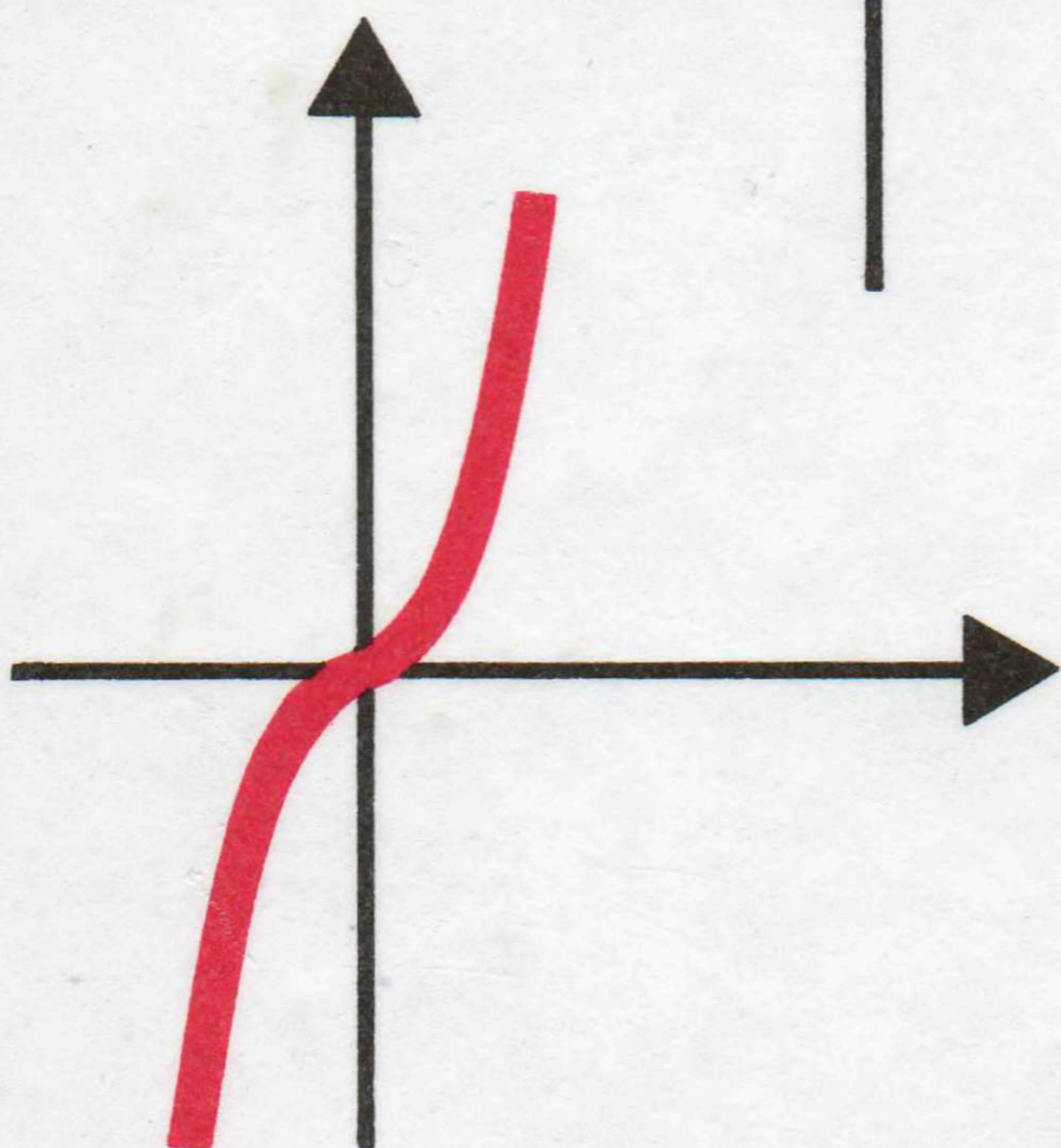
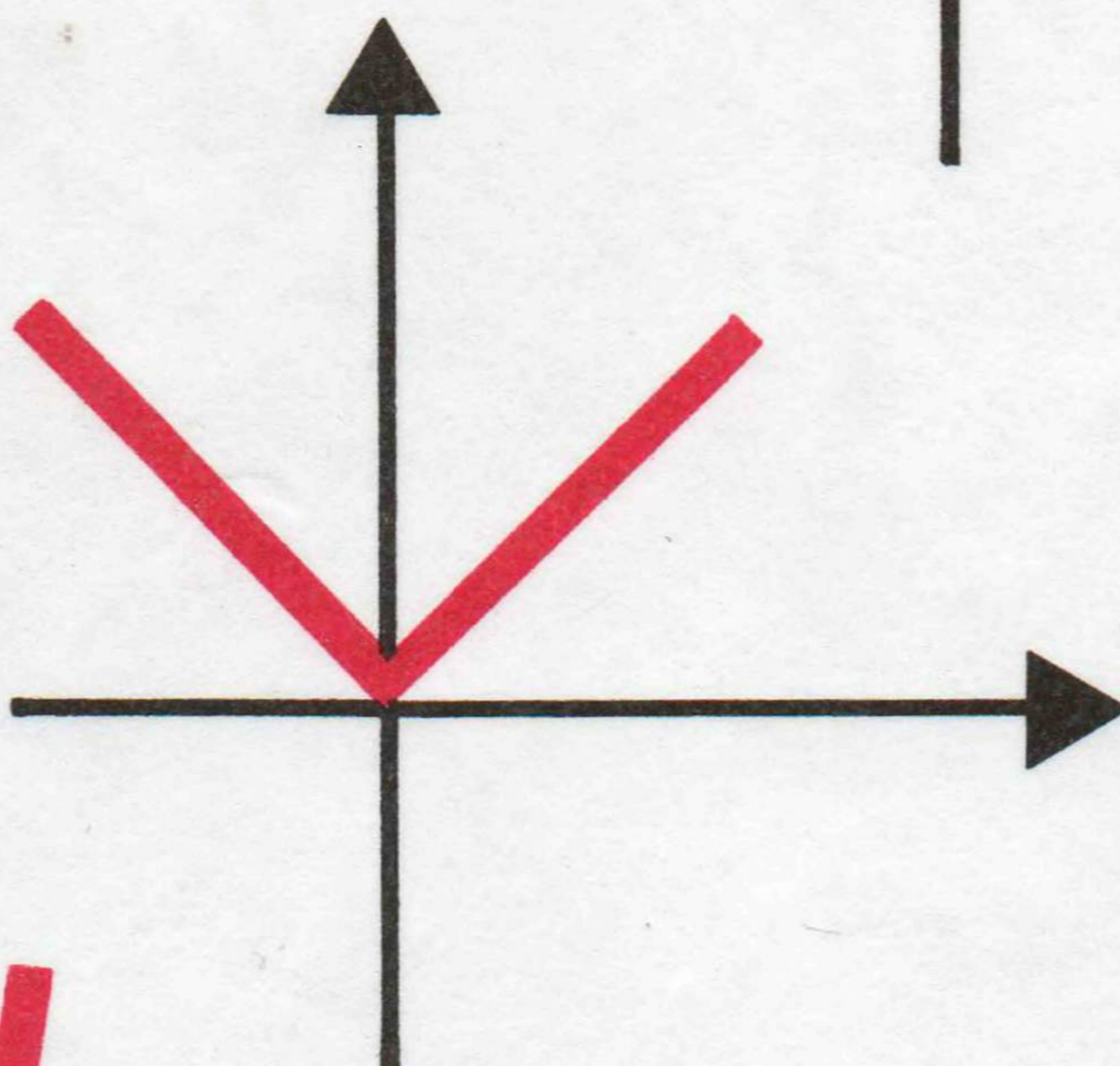
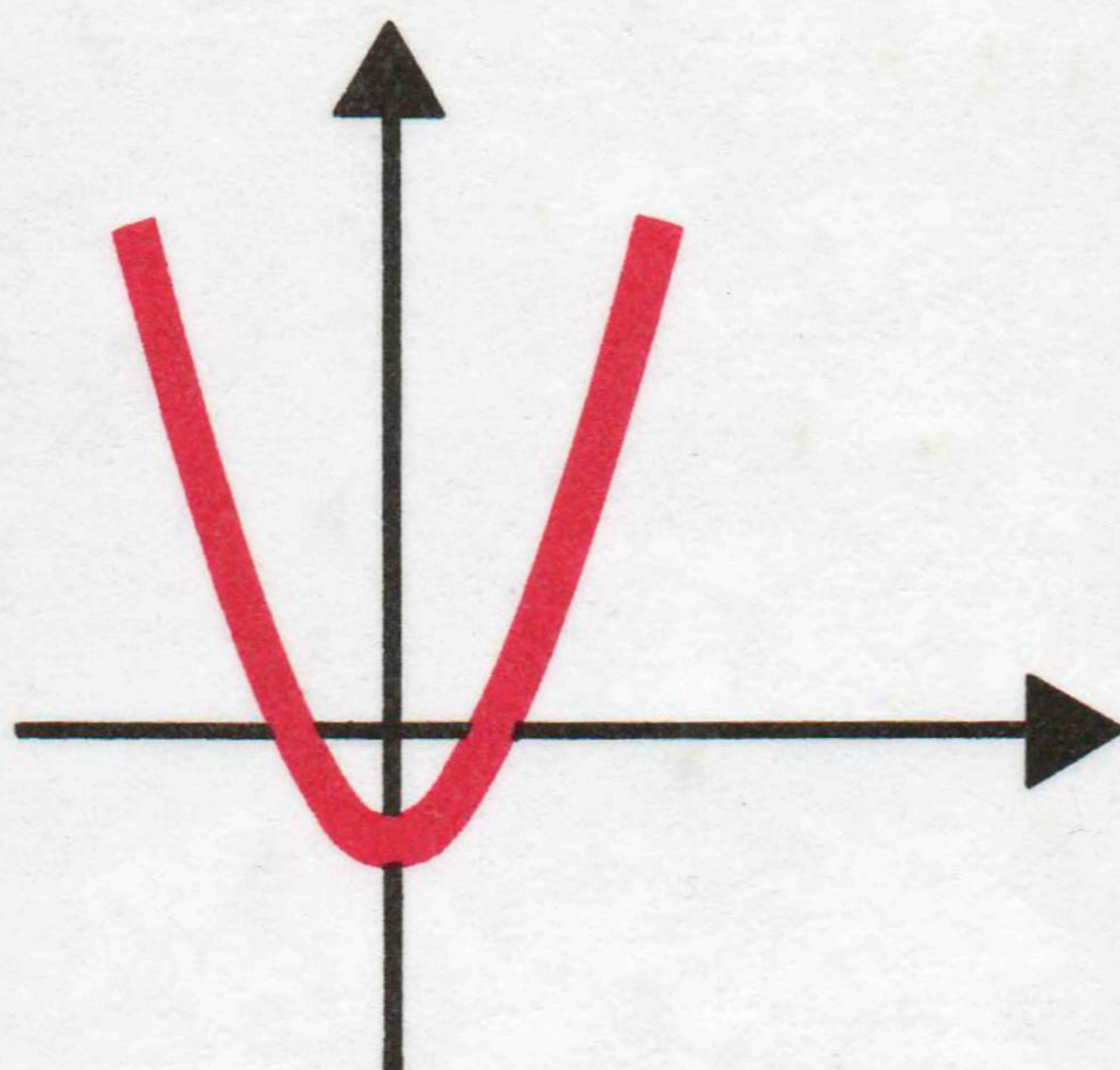


А. Я. Кононов

ЗАДАЧИ ПО АЛГЕБРЕ



7-9

А. Я. Кононов

ЗАДАЧИ ПО АЛГЕБРЕ

**ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ
7—9 КЛАССОВ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ**

Рекомендовано Главным управлением
развития общего среднего образования
Министерства образования
Российской Федерации

**Москва «Просвещение»
«Учебная литература»
1996**

УДК 373.167.1
ББК 22.14я72
К64

Рецензенты: старший научный сотрудник ИОО МО РФ А. Я. Крысин;
учитель школы № 2 Москвы С. М. Саврасова

Кононов А. Я.
К64 **Задачи по алгебре: Пособие для учащихся 7—9 кл. общеобразоват. учреждений.**— М.: Просвещение: Учеб. лит., 1996.— 176 с.— ISBN 5-09-005135-6.

Книга содержит задачи по всем основным разделам курса алгебры 7—9 классов. Большой выбор задач на закрепление и повторение, текстовых задач, задач на доказательство, построение графиков, нестандартных задач является полезным дополнением к любому учебнику алгебры.

Задачи расположены по нарастающей трудности, что дает возможность использовать сборник при дифференцированном подходе к обучению.

К $\frac{4306020000-663}{103(03)-96}$ План выпуска 1996 г., № 203 ББК 22.14я72

ISBN 5-09-005135-6

© Издательство «Просвещение», 1996
Все права защищены

**I. ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.
УРАВНЕНИЯ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ**

**§ 1. Числовые выражения.
Алгебраические выражения**

Найдите значение выражения (1—4):

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| 1. а) $3,295 + 12,51$; | б) $0,235 + 10,7$; |
| в) $357,2 + 1,52$; | г) $19,57 + 1,957$. |
| 2. а) $12,47 - 9,57$; | б) $192,5 - 27,24$; |
| в) $42,51 - 40,52$; | г) $1,355 - 0,945$. |
| 3. а) $7,14 \cdot 2,3$; | б) $3,14 \cdot 2,5$; |
| в) $0,145 \cdot 8,8$; | г) $15,2 \cdot 3,5$. |
| 4. а) $3,6 : 2,4$; | б) $25,6 : 1,6$; |
| в) $7,29 : 2,7$; | г) $8,025 : 3,21$. |

Выполните действия (5—8):

- | | |
|---|--|
| 5. а) $1\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} - 1\frac{1}{2}$; | б) $3\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8} + 2\frac{5}{6}$; |
| в) $7\frac{2}{15} + 1\frac{1}{6} - 2\frac{7}{10}$; | г) $9\frac{5}{12} - 2\frac{7}{15} + 1\frac{2}{3}$. |
| 6. а) $6\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{2}{3}$; | б) $4\frac{4}{5} : 1\frac{1}{15} - 13\frac{1}{3} : 4\frac{1}{6}$; |
| в) $7\frac{1}{5} : 1\frac{4}{5} - 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{17}$; | г) $25\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{11} + 12\frac{3}{5} : 2,1$. |
| 7. а) $((25,804 - 24,3162 : 4,05) \cdot 0,35 - 0,33) : 13,2 + 0,5$; | |
| б) $\frac{(1,75 + 14,3664 : 7,008) \cdot 0,625 + 0,025}{0,405 \cdot 0,64 - 0,0192}$; | |
| в) $\frac{427,0104 - 22,0984 : 3,68 \cdot 70,08}{(21,714 + 1 : 0,16 - 20,464) \cdot 2,06}$; | |
| г) $\frac{563,0004 - 510,719 : 6,38 \cdot 7,008}{0,025 \cdot (134,7075 + 3,75 : 2,4 - 2,27)}$. | |
| 8. а) $\frac{3,086 + 7,605 : 7,5}{2,44 - 0,84 \cdot (6\frac{8}{9} : 2\frac{7}{12} - \frac{5}{12} \cdot 4\frac{4}{35})}$; | |
| б) $\frac{0,31 \cdot 8,4 - 5,61 : 27,5}{(9,75 : 5,2 + 3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{7}{34}) : 1\frac{9}{16}}$; | |
| в) $\frac{0,32 \cdot 6 + 0,7 - 5,3 + 3,88}{3 : \frac{2}{5} - 0,09 : (0,15 : 2,5)}$; | |
| г) $\frac{(17,81 : 1,37 + 23\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}) \cdot \frac{4}{11}}{4,5 : (39,5 - (26\frac{1}{3} - 18 \cdot 0,75) \cdot 2,4 : 0,88)}$. | |

9. Найдите 12,5% от 200.
10. Найдите число, если 16% этого числа равны 48.
11. Фирма получила заказ на изготовление 240 автоприцепов, а изготовила 216 автоприцепов. Вычислите процент выполнения заказа.
12. Площадь поля, засеянная рожью, равна 120 га. Первый комбайнер убрал 30% этого поля, а второй — 60% остатка. Какую площадь осталось убрать?
13. Выполните действия:
- а) $(-36) + (+90) + (+37) + (-89)$;
- б) $(-0,5) + \left(+\frac{7}{8}\right) + \left(+5\frac{1}{8}\right) + \left(-3\frac{1}{2}\right)$;
- в) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(+\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right) \cdot (+30)$;
- г) $(-0,4) \cdot (-2,5) \cdot (+2,5) \cdot (+4,0)$;
- д) $0,6 - (-1,8) : (-3) + (+8) - (-4) : (+0,4)$;
- е) $2,5 - (-2,8) : (-7) - (-5) - (-10) : (+2)$.

14. Запишите в виде алгебраического выражения:

- а) сумму чисел $2a$ и $3b$;
- б) разность чисел $0,4x$ и $0,5y$;
- в) квадрат суммы чисел a и $2b$;
- г) квадрат разности чисел $3x$ и $2y$;
- д) полуразность чисел $2a$ и $5b$;
- е) удвоенное произведение квадрата числа x на сумму чисел a и b ;
- ж) куб суммы двух чисел $3a$ и $4b$;
- з) произведение числа $5x$ и суммы чисел $3a$ и b .

15. Решите уравнение:

- а) $\frac{x}{3} = \frac{2}{9}$; б) $\frac{4}{9} = \frac{2x}{3}$;
- в) $\frac{3,2}{2x} = \frac{4}{5}$; г) $\frac{2}{13\frac{1}{3}} = \frac{3x}{40}$.

Найдите значение выражения (16—18):

16. а) $0,5x + 2,4$ при $x = -4$;
- б) $1,6y - 2,1$ при $y = -5$;
- в) $3a - 2b$ при $a = 3\frac{1}{3}$, $b = -3,5$;
- г) $5a + 4b$ при $a = -1,2$, $b = 6,5$.
17. а) $y = a^2 - 3a + 6$ при $a = 2$;
- б) $y = 3a^2 - 2a + 1$ при $a = -1$;
- в) $y = (2a - 1)(3a + 2)$ при $a = -2$;
- г) $y = (a + 2)^2 - 5a$ при $a = -3$.

18. а) $y = \frac{(x+1)^2}{x-1} + 6x$ при $x = -4$; б) $y = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ при $x = 5$;

в) $y = \frac{x^2-4x+2}{x^2-5}$ при $x = -6$;

г) $y = \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x+1}$ при $x = 2$.

19. Запишите формулой:

а) объем куба, если ребро его равно a см;

б) поверхность куба, если ребро его равно $(a+1)$ см;

в) квадрат числа x больше самого числа на 10;

г) разность кубов чисел a и b больше суммы этих чисел на 14.

20. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $2,5 \cdot 3,7 + 6,3 \cdot 2,5$;

б) $12,5 \cdot 4,3 + 5,7 \cdot 12,5$;

в) $2,4 \cdot 13,2 - 2,4 \cdot 3,2$;

г) $5,5 \cdot 35,2 + 5,5 \cdot 64,8$.

21. Решите уравнение:

а) $4x - 3 = 17$;

б) $2 - 3x = 14$;

в) $\frac{y}{2} - 3 = 2$;

г) $\frac{4x}{3} - 2,5 = 9,5$.

Приведите подобные члены (22—26):

22. а) $10x + 12x - 20x$; б) $7a - 2a + 10a - 5a$;

в) $4b - 5b + b + 6$; г) $1 - 4c + 9,2c - 4,2c$.

23. а) $2x^2 + 5x - 2x + 3x^2$; б) $4y - y^2 + 7y + 3y^2$;

в) $7,2 - 2a^2 + 3a^2 - 1,2a$; г) $6,5c^2 - c + 3,5c^2 + 2c$.

24. а) $3ab - ab^2 + 5a^2b^2 + ab^2 - 4a^2b^2 - 3ab + 1$;

б) $1 \frac{2}{3}xy + 3x^2 - \frac{2}{3}xy - x^2 - xy + 2$;

в) $a^2b - ab + 1,5ab - a^2b + 5 - 0,5ab$;

г) $2,5xy + 4x^2y + 3,5xy - 1 + xy - 4x^2y$.

25. а) $2x - 5 - (x - 1) + 3x$; б) $(10a + 3b) - (8a - 3b)$;

в) $(x^2 - 4x + 1) - (x^2 - 10x - 1)$;

г) $(a^2 - 5ab + 4) - (a^2 - 6ab + 3)$.

26. а) $(c^2 - 1) - (c^2 + c - 1) + (10c - 2) + 3$;

б) $(9ab - a) - 2(ab + a) - 3(2ab + 3a)$;

в) $(2x^4 - 2x^2) + 2(x^4 + 3x^2) - 4(x^2 - 2x^2)$;

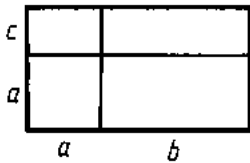
г) $(a^3 + a^2 + 1) - (a^3 - 3a^2 + 3) - 4a^2$.

27. Вычислите площадь прямоугольника (рис. 1, а, б, в).

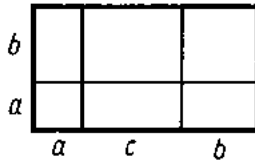
28. Упростите и найдите значение выражения:

а) $(2y^3 - 3y^2 + 1) - (2y^3 - 4y^2 + 1) + y^2$ при $y = -2$;

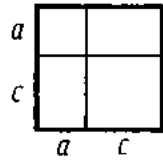
б) $(a + 2a^2) - (4 - a) - (2a^2 - 4)$ при $a = -3,5$;



а)



б)



в)

Рис. 1

в) $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x}{3}$ при $x = -2$;

г) $\frac{c}{4} - \frac{c^2}{6} + \frac{c^2}{3} - \frac{2c}{5}$ при $c = 2$.

29. Является ли тождеством равенство:

а) $3(a-2b) = 3a-6b$; б) $2(x-y) + 2x = 2y$;

в) $4(c-1) + 4 = 4c$; г) $3a \cdot b - 3ab = 0$?

§ 2. Уравнения первой степени с одним неизвестным

Решите уравнение (30—31):

30. а) $(2x-1) - (x+6) = 0$; б) $2(x-3) + 3(x+1) = 12$;

в) $4(1-2x) - 3(2x-1) = 21$; г) $5x - 6(1-x) - 2x = -3x$.

31. а) $-\frac{1}{4}x - 3 = 0$;

б) $2,5 - 3x = 3(x-2,5) - 2$;

в) $3(2x-1) - 5x = 6$;

г) $x^2 + x - x(x-2) = 6$.

32. Является ли корнем уравнения:

а) $3x - 5 = 2(x-1)$ число 3;

б) $4(x-2) + 3(2-x) = 0$ число -2 ;

в) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ число 1;

г) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ число -3 ?

33. Докажите, что любое число является корнем уравнения:

а) $3 - 2(x+1) = 1 - 2x$; б) $4x - 3(x-1) = 3 + x$;

в) $3(x-1) + 2(x-3) + 9 = 5x$;

г) $2x(x-1) - 2(x^2 - 2x) = 2x$.

34. Какие из чисел 3, 1, 0, -1 , -2 являются корнем уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$?

35. Равносильны ли уравнения:

а) $5(x+2) - 4x = 11$ и $2x - 1 = 1$;

б) $4(2x-2) - 3(x+1) = 5$ и $3(x-1) = 9$;

в) $2(x-1) + 4(x-3) = 1$ и $4(2-x) = x$;

г) $6(3-2x) - 3(x+2) = 0$ и $5(1-x) - 5 = 5x$?

Решите уравнение (36—38):

36. а) $5(4+x) - 3(2x-5) = 4x$;
б) $2(3-2x) + 5(3x-4) = 8x+1$;
в) $7(x-1) - 2(2x+5) = 2x-10$;
г) $6(2x-3) + 2(5-4x) = 2(x-1)$.
37. а) $5\left(x - \frac{2}{3}\right) + 4\left(\frac{1}{2} - 3x\right) + x = \frac{2}{3} - x$;
б) $3\left(2x - \frac{2}{3}\right) - 2(x - 7,5) = 2(x + 7,5)$;
в) $\frac{2(3x+1)}{5} + \frac{2}{3} = x + 1\frac{2}{3}$;
г) $\frac{3(x-1)}{4} + \frac{2x-1}{3} = \frac{9x+3}{8}$.
38. а) $\frac{5(5x-2)}{6} - \frac{3(x+2)}{2} = \frac{4x+2}{3}$;
б) $\frac{3(2x-1)}{5} - \frac{x+3}{3} = \frac{3x+1}{10}$;
в) $\frac{5(x+2)}{4} - \frac{4x+1}{3} = \frac{7x-2}{6}$;
г) $|2x-3| = x+3$.

§ 3. Задачи на составление уравнений первой степени

39. а) Сумма трех последовательных нечетных чисел равна 45. Найдите эти числа.
б) Разность квадратов двух последовательных натуральных чисел равна 21. Найдите эти числа.
40. а) Углы треугольника относятся как 2 : 3 : 7. Вычислите углы треугольника. Сумма углов треугольника равна 180° .
б) Стороны треугольника относятся как 4 : 5 : 7, а его периметр равен 80 см. Вычислите стороны треугольника.
41. а) Двум братьям вместе 27 лет. Один брат старше другого на 3 года. Сколько лет каждому брату?
б) Ученику 13 лет, а его отцу 47 лет. Через сколько лет отец будет в 3 раза старше сына?
42. а) В трех классах школы 90 учеников. В первом классе учеников на 10% больше, чем во втором, а в третьем — на 6 учеников меньше, чем в первом. Сколько учеников в каждом классе?
б) В двух классах 63 ученика. Во втором классе число учеников составляет $\frac{4}{5}$ числа учеников первого класса. Сколько учеников в каждом классе?
43. а) В двузначном числе число десятков в 2 раза больше числа единиц. Если цифры числа переставить, то полученное число

- будет меньше данного на 36. Найдите двузначное число.
- б) Число единиц двузначного числа в 3 раза меньше числа десятков. Если цифры этого числа переставить, то полученное число будет меньше данного на 36. Найдите данное число.
44. а) В одном железнодорожном составе вагонов было в 2 раза больше, чем в другом. Когда от первого состава отцепили 13 вагонов, а ко второму прицепили 18 вагонов, то в обоих составах вагонов стало поровну. Сколько вагонов было в каждом составе первоначально?
- б) В первой бочке бензина было в 2 раза больше, чем во второй. Когда из первой бочки отлили 50 л бензина, а во вторую добавили 70 л, то в обеих бочках бензина стало поровну. Сколько литров бензина было в каждой бочке первоначально?
45. а) На первом складе овощехранилища картофеля было в 3 раза больше, чем на втором. Когда с первого склада вывезли 120 т картофеля, то на нем оказалось на 100 т картофеля больше, чем на втором. Сколько всего картофеля было первоначально в овощехранилище?
- б) В двух силосных ямах хранили силос, причем в первой яме силоса было в 2 раза больше, чем во второй. Когда из первой ямы взяли 50 т силоса, а из второй — 30 т, то в первой яме силоса осталось в 3 раза больше, чем во второй. Сколько силоса было в каждой яме первоначально?
46. а) На площади 248 га посеяли рожь, пшеницу и овес. Площадь, занятая пшеницей, составляет 40% площади, засеянной рожью, а овсом засеяно в полтора раза меньше, чем рожью. Найдите площадь, засеянную рожью, пшеницей и овсом в отдельности.
- б) В хозяйстве собрали картофеля, капусты и свеклы 255 ц. Масса капусты составляет 30% массы картофеля, а свеклы собрали в 2,5 раза меньше, чем картофеля. Сколько картофеля, капусты и свеклы собрали в отдельности?
47. а) Расстояние между двумя городами по озеру на 40 км меньше, чем по шоссе. Теплоход проходит это расстояние за 8 ч 30 мин, а автобус — за 6 ч. Найдите скорость автобуса и теплохода, если скорость теплохода меньше скорости автобуса на 15 км/ч.
- б) Мотоциклист проехал расстояние между двумя пунктами за 3 ч. Обратный он возвращался другой дорогой, которая короче первой на 7,5 км. Увеличив скорость движения на 3 км/ч, он затратил на обратный путь 2 ч 30 мин. Найдите скорость движения мотоциклиста на обратном пути.
48. а) Расстояние от деревни до железнодорожной станции на 14 км больше, чем от села до этой станции. Автобус проходит расстояние от села до станции за 45 мин, а легковая машина от деревни до станции — на 5 мин дольше, хотя скорость ее

- на 12 км/ч больше скорости автобуса. Найдите скорость автобуса и легковой машины.
- б) Первая бригада совхоза засеяла 560 га ржи, а вторая — на 28 га меньше. Вторая бригада собрала ржи с 1 га на 12,5 ц больше, чем первая бригада. Всего она собрала зерна на 5950 ц больше, чем первая бригада. Сколько зерна собрала каждая бригада с 1 га?
49. а) Токарь за 16 дней работы изготовил 376 деталей. Первые 4 дня он изготавливал ежедневно на 1 деталь меньше, чем полагалось по норме, а затем, усовершенствовав резец, в оставшиеся дни стал изготавливать ежедневно на 5 деталей больше, чем по норме. Сколько деталей по норме должен изготавливать токарь ежедневно?
- б) Леспромхоз получил заказ в январе за 25 рабочих дней отгрузить некоторое количество вагонов леса. Установив дополнительно еще один погрузочный кран, леспромхоз ежедневно отгружал на 5 вагонов леса больше, чем предполагал, а поэтому за 23 рабочих дня не только выполнил заказ января, но еще отгрузил 15 вагонов в счет февраля. Сколько вагонов леса ежедневно собирался отгружать леспромхоз?
50. а) Турист проехал на машине путь от пункта *A* до пункта *B* со скоростью 40 км/ч. Обрато он ехал со скоростью 44 км/ч другой дорогой, которая на 10 км короче первой, а потому на обратный путь затратил времени на 30 мин меньше, чем на путь из *A* в *B*. Найдите длину обратного пути.
- б) Между городами *A* и *B* проходит шоссе и грунтовая дорога, которая длиннее шоссе на 20 км. Автобус проезжает расстояние от *A* до *B* по шоссе за 5 ч, а по грунтовой дороге за 8 ч. Скорость движения автобуса по грунтовой дороге на 11 км/ч меньше скорости его по шоссе. Найдите длину шоссе между городами *A* и *B*.
51. а) На животноводческой ферме в первый месяц скормили 80 т силоса, а во второй — $\frac{1}{4}$ остатка. После этого в силосной башне осталось на 30 т силоса больше, чем скормили за 2 месяца. Сколько силоса было заготовлено в башне?
- б) Бригада прополола половину земельного участка, пропалывая по 5 соток в час. Затем она ускорила работу и стала пропалывать 6 соток в час. Вычислите площадь участка, если известно, что бригада закончила работу в 5 ч вечера, а если бы она работала с первоначальной производительностью труда, то закончила бы работу в 6 ч вечера.
52. а) Велосипедисты участвовали в трехдневной гонке. В первый день они проехали $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй день — $\frac{2}{5}$ всего пути, а в третий день — остальные 90 км. Какой путь проехали велосипедисты за 3 дня?

- б) Участники автопробега в первый день проехали $0,3$ всего пути, во второй — $\frac{4}{9}$ всего пути, а в третий день — оставшиеся 460 км. Какой путь проехали участники автопробега за 3 дня?
53. а) Двумя комбайнами должны убрать 264 га зерновых. Первый комбайном убирают в день 12 га, а вторым — 15 га. Через сколько дней после начала работы первого комбайна должен начать работу второй комбайн, чтобы вся уборка зерновых была закончена за 12 дней?
- б) Два трактора должны вспахать 219 га. Первый трактор в день может вспахать 14 га, а второй — 15 га. Через сколько дней после начала работы второго трактора к нему должен присоединиться первый трактор, чтобы вся работа была выполнена за 9 дней?
54. а) За 3 дня туристы прошли 75 км. Во второй день они прошли $\frac{5}{6}$ пути, пройденного в первый день, а в третий день они прошли 80% пути, пройденного во второй день. Сколько километров туристы проходили в каждый из трех дней?
- б) Масса трех деталей 105 кг. Масса второй детали составляет 90% массы первой детали, а масса третьей детали составляет $\frac{2}{9}$ массы второй детали. Вычислите массу каждой детали.
55. а) Чтобы выполнить задание в срок, токарь должен был ежедневно изготавливать по 18 деталей. Токарь ежедневно изготавливал на 2 детали больше, чем предполагал, а поэтому выполнил задание на 3 дня раньше срока. За сколько дней должен был токарь выполнить задание?
- б) Цех по плану должен изготавливать по 12 приборов в день. Увеличив дневную норму на 3 прибора, цех за 2 дня до срока перевыполнил задание на 15 приборов. За сколько дней цех намечал выполнить задание?
56. а) В первом баке в 4 раза больше бензина, чем во втором. Когда из первого бака перелили 10 л бензина во второй, то оказалось, что во втором баке стало $\frac{2}{3}$ того, что осталось в первом. Сколько литров бензина было в каждом баке первоначально?
- б) В первой фляге было молока в 3 раза меньше, чем во второй. Когда из второй фляги перелили 6 л молока в первую флягу, то оказалось, что в первой фляге молока стало $\frac{3}{5}$ того, что осталось во второй фляге. Сколько литров молока было в каждой фляге первоначально?
57. а) На первом складе было в 3 раза меньше картофеля, чем на втором. Когда со второго склада отправили в столовую 15 т картофеля, а на первый склад привезли 35 т картофеля,

- то в нем оказалось на 10 т больше, чем на втором. Сколько картофеля было на каждом складе первоначально?
- б) На первом складе в 3 раза больше заготовок, чем на втором. После того как с первого склада взяли 100 заготовок, а со второго склада — 10 заготовок, то на складах стало одинаковое число заготовок. Сколько заготовок было на каждом складе?
58. а) Турист часть пути прошел пешком, часть проехал на велосипеде, а остальной путь проехал на автомашине. Пешком турист преодолел путь, в 4 раза меньший, чем на велосипеде, а на автомашине — на 300 км больше, чем пешком. Какой путь турист прошел пешком, если на автомашине он проехал на 60 км больше, чем на велосипеде?
- б) Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми равно 135 км, навстречу друг другу выехали одновременно мотоциклист и велосипедист, которые встретились через 3 ч. За какое время проедет этот путь велосипедист, если скорость мотоциклиста равна 30 км/ч?
59. а) В магазине за 3 дня продали 15 т картофеля. В первый день продали на 1 т меньше, чем во второй, а в третий — $\frac{2}{3}$ того, что в первый и во второй вместе. Сколько картофеля продано в каждый из трех дней?
- б) За 3 дня ученики собрали 150 кг макулатуры. В первый день было собрано на 10 кг больше, чем во второй, а в третий — $\frac{2}{3}$ того, что собрали в первый и второй вместе. Сколько макулатуры собрали в каждый из трех дней?
60. а) С двух станций, расстояние между которыми равно 300 км, вышли одновременно два поезда навстречу друг другу. Через 2 ч расстояние между ними было 70 км. Найдите скорость поездов, если скорость одного была на 5 км/ч больше скорости другого.
- б) Два пешехода вышли навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми равно 38,5 км. Через 3 ч расстояние между ними уменьшилось до 7 км. Найдите скорость каждого пешехода, если скорость первого пешехода была на 1,5 км/ч меньше скорости второго.
61. а) В первом куске ткани было на 24 м больше, чем во втором. Когда от каждого куска отрезали по 8 м ткани, то в первом куске оказалось в 3 раза больше, чем во втором. Сколько ткани было в каждом куске?
- б) В первой яме силоса было меньше на 90 т, чем во второй. Когда из каждой ямы взяли по 15 т силоса, то во второй яме его осталось в 4 раза больше, чем в первой. Сколько силоса было в каждой яме?
62. а) Расстояние между пристанями теплоход проходит по течению реки за 4 ч, а против течения — за 5 ч. Найдите рас-

стояние между пристанями, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

- б) Расстояние между городами катер проходит по течению за 5 ч, а обратно — за 7 ч. Найдите расстояние между городами, если плот за час проплывает 2 км.
63. а) Тракторист должен пахать ежедневно по 12 га. Он пахал ежедневно на 3 га больше, а поэтому за 2 дня до срока ему осталось вспахать 3 га. За сколько дней предполагал тракторист выполнить всю работу?
- б) Завод предполагал изготовлять в день 40 моторов. Однако он изготовлял на 5 моторов в день больше, а поэтому за 3 дня до окончания выполнения задания ему осталось изготовить 20 моторов. За сколько дней завод предполагал выполнить задание?
64. а) Со станции *A* вышел пассажирский поезд, скорость которого 48 км/ч. Спустя 45 мин со станции *B* навстречу пассажирскому поезду вышел скорый поезд, скорость которого равна 72 км/ч. Расстояние между станциями *A* и *B* равно 276 км. На каком расстоянии от станции *B* встретятся поезда?
- б) Из города *A* вышел автобус, скорость которого 40 км/ч. Спустя 45 мин из города *B* навстречу автобусу вышла легковая машина, скорость которой равна 72 км/ч. Расстояние между городами равно 282 км. Через сколько часов автобус и легковая машина встретятся?

II. ФУНКЦИИ

§ 4. Прямая и обратная пропорциональность

65. Установите вид зависимости между величинами:
- а) количество товара и его стоимость;
 - б) скорость и длина пути при равномерном движении;
 - в) длина пути и время движения при постоянной скорости;
 - г) цена и стоимость товара;
 - д) длина трубы и масса;
 - е) скорость и время при равномерном движении на некотором участке пути;
 - ж) объем и плотность при постоянной массе;
 - з) сторона и периметр квадрата.
66. Велосипедист проезжает в час 12 км. Какой путь он проедет за 2 ч 30 мин?
67. Цена книги снижена на $\frac{1}{8}$ ее стоимости. Какова прежняя цена книги, если новая цена s рублей?
68. Труба наполняет пожарный резервуар водой за 15 мин. За какое время она наполнит 40% объема бака?

69. Сколько килограммов картофеля можно купить на 1000 р., если цена 1 кг картофеля равна s рублей.
70. Легковая машина на 100 км пути расходует 8,5 л бензина. На какой путь машине хватит 34 л бензина?
71. Площадь прямоугольника равна 30 м^2 . Как изменилась ширина прямоугольника, если длина уменьшилась в 2,5 раза, а площадь осталась прежней?
72. Длина пружины равна 8 см. Как изменится длина пружины, если массу тела, которое растягивает пружину, увеличить на 30%?
73. В яме 120 т картофеля. Отходы при хранении составили 8%. Сколько картофеля сохранилось?
74. Стороны треугольника относятся, как 3:4:5, а его периметр равен 48 см. Найдите стороны треугольника.
75. Углы треугольника относятся, как 2:5:8. Найдите углы.
76. Стороны одного треугольника равны 4, 6 и 8 см, а стороны другого треугольника равны 10, 15 и 20 см. Как относятся стороны этих треугольников?
77. При одновременной работе 8 тракторов вспашут все поле за 12 ч. За сколько часов вспашут поле 6 тракторов?
78. Двенадцать рабочих, работая по 8 ч в день, убрали картофельное поле. Сколько надо рабочих, чтобы убрать это поле за то же время, работая по 6 ч в день?
79. Как от шнура длиной $\frac{2}{3}$ м отрезать 0,5 м, не пользуясь линейкой?
80. Как изменится отношение двух величин, если предыдущий член увеличить в 6 раз, а последующий увеличить в 2 раза?
81. Сыну 20 лет. Его возраст относится к возрасту отца как 4:9. Сколько лет отцу?
82. Грибы при сушке теряют 90% своей массы. Сколько нужно взять свежих грибов, чтобы получить $9\frac{1}{9}$ кг сухих?
83. Точка M делит отрезок AB , равный 48 см, на части в отношении 3:5. Найдите длину каждой части.
84. Сплав состоит из стали и никеля, массы которых пропорциональны соответственно числам 9 и 2. Сколько никеля входит в сплав, если масса сплава равна 550 г?
85. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{2x}{15} = \frac{12}{4,5}; \quad \text{б) } \frac{1}{6} = \frac{16}{3x}; \quad \text{в) } \frac{5}{4,2x} = \frac{10}{21}; \quad \text{г) } \frac{12}{3,6x} = \frac{2}{3}.$$

§ 5. График прямой пропорциональной зависимости

86. Постройте график прямой пропорциональной зависимости:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = 0,5x; & \text{б) } y = -0,5x; & \text{в) } y = 2x; \\ \text{г) } y = -\frac{2}{3}x; & \text{д) } y = -3x; & \text{е) } y = \frac{3}{4}x. \end{array}$$

87. Постройте график функции $y=0,4x$. Какие из точек $A(0; 0)$, $B(1; 2)$, $C(10; 4)$ и $D(5; 2)$ принадлежат этому графику?
88. Постройте график функции $y=-2x$. Какие значения принимает функция, если x равен -2 ; $-0,5$; 1 ; $2,5$?
89. Постройте график функции $y=0,5x$. Какие значения принимает аргумент x , если функция y равна: 0 ; 2 ; -4 ; 6 ?
90. Дана функция $y=-0,2x$. При каких значениях x функция принимает:
- положительные значения;
 - отрицательные значения;
 - значение y , равное 4 ;
 - значение y , равное -2 ?
91. Постройте график функции $y=kx$, если $k=-1$ и $k=1$.
92. В каких координатных четвертях расположены графики функций:
- $y=6x$;
 - $y=-0,1x$?
93. Значение функции $y=kx$ равно 2 при $x=3$. Найдите коэффициент пропорциональности.
94. График функции $y=kx$ проходит через точку $M(2; 1)$. Найдите коэффициент пропорциональности.
95. На рисунке 2 построены графики функций $y=kx$, $y=ax$, $y=cx$. Найдите коэффициенты пропорциональности k , a , c .

§ 6. График линейной функции

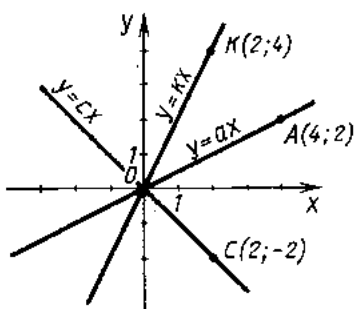


Рис. 2

96. Постройте график линейной функции:
- $y=x+1$;
 - $y=2x-1$;
 - $y=-0,5x+2$;
 - $y=\frac{2}{3}x-2$.
97. Принадлежат ли точки $A(1; 1)$, $B(2; 0)$, $C(0; 1)$ и $D(4; -1)$ графику функции $y=-0,5x+1$?
98. При каких значениях x функция $y=2x-1$ принимает значения:
- -5 ;
 - 0 ;
 - 7 ;
 - 3 ?
99. Проходит ли график функции $y=4x-3$ через точку $M(2; 5)$?
100. При каких значениях x функция $y=-2x+2$ принимает значения: а) 0 ; б) -4 ; в) 3 ; г) 10 ?
101. В каких точках пересекает ось абсцисс и ось ординат график функции $y=-\frac{4}{3}x+4$?

102. Будут ли прямые $y=0,5x-2$ и $y=-0,5x+2$ на координатной плоскости параллельны?
103. При каких значениях x функция $y=3x-6$ будет положительна; отрицательна; равна нулю?
104. Дан график функции $y=-2x+6$. При каких значениях x функция будет: а) равна нулю; б) больше нуля; в) меньше нуля?
105. Постройте график функции $y=0,4x-2$. Найдите по графику, как изменяется y , если x возрастает.
106. Постройте график: а) $y=2$; б) $x=3$; в) $x=-2$; г) $y=-1$.
107. Постройте график функций $y=x-1$ и $y=-x+3$ в одной системе координат. Найдите координаты общей точки.
108. Проходит ли график прямой $2x-y=2$ через точку:
а) $A(1; -1)$; б) $B(-1; -4)$; в) $C(2; 2)$; г) $D(3; 4)$?
109. Постройте график функции $y=0,3x-3$. Найдите по графику, какие значения может принимать аргумент x и какие значения может принимать функция y ?
110. Каково взаимное расположение графиков функций:
а) $y=5x-1$ и $y=5x+3$; б) $y=-x+2$ и $y=-x-2$;
в) $y=4x-3$ и $y=-4x-3$; г) $y=\frac{2}{3}x-1$ и $2x-3y=3$?
111. Функции заданы формулами:
а) $y=-0,5x+1$; б) $y=-2x+1$;
в) $y=-\frac{1}{2}x-1$; г) $x+2y=4$.
Графики каких функций параллельны, а какие пересекаются?
112. При каком значении k прямые $y=kx+3$ и $y=x-2$ параллельны?
113. При каких значениях k график функции $y=kx-1$ будет параллелен оси абсцисс?
114. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:
а) $y=x-3$ и $y=-x+5$;
б) $y=2x-1$ и $y=3x-5$;
в) $y=x-4$ и $y=-0,2x+2$;
г) $2x+y=7$ и $4x-y=5$.
115. Постройте график функции в заданном промежутке:
а) $y=-2x+3$, $-2 \leq x \leq 4$;
б) $y=-0,3x+2$, $-3 \leq x \leq 8$;
в) $y=|x-2|$, $-2 \leq x \leq 4$;
г) $2y-x=2$, $-1 \leq x \leq 6$.
116. Зависимость между расстоянием s и временем t движения пешехода можно представить формулой $s(t)=4t+1$. Постройте график этой зависимости. Какой путь пройдет пешеход за 3 ч?

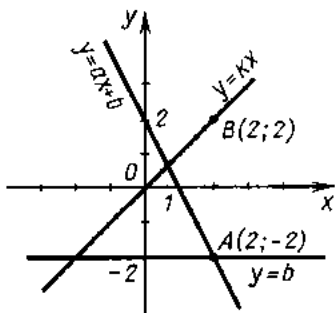


Рис. 3

117. Для каждого графика, изображенного на рисунке 3, напишите соответствующую формулу.
118. График функции $y = kx + 2$ проходит через точку $M(1; 4)$. Найдите угловой коэффициент k .
119. Найдите координаты точек пересечения прямой $3x - 4y = 12$ с осями координат.
120. Найдите координаты точек пересечения прямой $2x + 5y = 10$ с осями координат.
121. Прямая, которая является графиком функции $y = kx + b$, пересекает оси координат в точках $A(0; 4)$ и $B(-2; 0)$. Найдите значения k и b .
122. Прямая, которая является графиком функции $y = ax + b$, проходит через точки $C(0; 3)$ и $D(2; 0)$. Найдите значения a и b .
123. Напишите линейную функцию $y = kx + b$, график которой параллелен прямой $y = 0,5x - 4$ и проходит через:
- начало координат;
 - точку $A(0; 3)$;
 - точку $B(4; 4)$;
 - точку $C(4; 0)$.
124. Напишите уравнение прямой, если она проходит через точки:
- $A(-2; 0)$ и $B(0; 6)$;
 - $A(3; 0)$ и $B(0; 3)$;
 - $C(0; 2)$ и $D(-2; -2)$;
 - $K(3; 2)$ и $M(-3; -4)$.

III. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

§ 7. Степень и ее свойства

125. Запишите произведение в виде степени:
- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;
 - $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$;
 - $3a \cdot 3a \cdot 3a$;
 - $(-\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{1}{2})$.
126. Возведите в степень:
- 2^3 ;
 - 4^2 ;
 - $(-\frac{2}{3})^3$;
 - $(-2,5)^2$;
 - $0,6^3$;
 - $(-\frac{1}{2})^6$;
 - $(-3)^5$;
 - $(-\frac{1}{4})^4$.
127. Представьте число в виде квадрата: а) 64; б) 729; в) $7\frac{9}{16}$;
- 0,0036.

128. Представьте число в виде куба:

а) $-\frac{8}{27}$; б) $-1\frac{61}{64}$; в) 0,008; г) $\frac{216}{27}$.

129. Вычислите:

а) $(-0,4)^3$; б) $2 \cdot 3^3$; в) $2^3 \cdot 3^2$; г) $(-0,1)^4$; д) $(-1\frac{1}{2})^3$; е) $3 \cdot 4^2$;
ж) $5 \cdot 2^4$; з) $(-10)^3 \cdot (-0,1)^3$.

Выполните действия (130—131):

130. а) $2^5 + 5^2$; б) $3^2 + 4^2$; в) $13^2 - 12^2$; г) $2 \cdot 2^4 + 3 \cdot 4^2$.

131. а) $(7-5)^2$; б) $0,4 \cdot 5^2 - 0,1 \cdot 10^2$;

в) $1^{10} \cdot 2^5 + 2 \cdot 3^4$; г) $(\frac{2}{3})^3 + (\frac{3}{2})^2$.

132. Найдите значение выражения:

а) $(0,1x)^3$ при $x=10$; б) $3x^4$ при $x=-\frac{2}{3}$;

в) $\frac{1}{81}a^5$ при $a=3$; г) $5a^4 - 4a^3 + 3a^2 - a$ при $a=-2$.

133. Какое минимальное значение принимает функция:

а) $y=1+(2-x)^2$; б) $y=3+(5-x)^2$?

134. Какое максимальное значение принимает функция:

а) $y=5-(x-5)^2$; б) $y=2-(1-x)^2$?

135. Докажите, что функции $y=2+x^2$ и $y=3+(3-x)^2$ принимают только положительные значения.

136. Прочитайте выражение:

а) $(a+1)^2$; б) $a^2 - b^2$; в) $a^3 + b^3$; г) $(a-b)^3$.

§ 8. Умножение и деление степеней.

Возведение в степень произведения и степени

Выполните действия (137—143):

137. а) x^3x^4 ; б) a^4a^6 ; в) yy^2y^3 ; г) $x^0a^2a^5a^0$.

138. а) $a^{10}:a^8$; б) $c^8:c^4$; в) $2x^6:2x^3$; г) $5^6a^6:5a^4$.

139. а) $xx^2x^3x^4$; б) $2^5 \cdot 2^4:2$; в) $25 \cdot 5^3:125 \cdot 5^2$; г) $10^3 \cdot 10^2 \cdot (-0,1)^4$.

140. а) $(2^3)^2$; б) $(3x^3)^2$; в) $5 \cdot 2^7:16$; г) $\frac{1}{27} \cdot 3^6 \cdot 3^0$.

141. а) $\frac{5^3 \cdot 5^7}{5^4}$; б) $\frac{2,5^{10}}{(2,5^2)^5}$;

в) $\frac{0,5 \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2^5}$; г) $(3^2 \cdot 5^4 - 10)^0$.

142. а) $4^0 + 2 \cdot 3^3$; б) $-3^3 + 5 \cdot 2^5$;

в) $(-\frac{1}{2})^4 : (-\frac{1}{2})^3$; г) $-(1)^0 \cdot (2^2)^3$.

143. а) $(2a^2)^3$; б) $(3^2x^3)^2$; в) $(3 \cdot 10)^3$; г) $(-2x^2y^3)^4$.
144. Представьте произведение в виде степени:
 а) $8x^3y^3$; б) $27x^3y^6z^9$;
 в) $0,064a^6b^{12}$; г) $0,5^{10} \cdot 2^{10}x^5y^{10}$.
145. Запишите число 3^{24} в виде степени с основанием:
 а) 9; б) 27; в) 81.
146. Упростите:
 а) $2^3 \cdot (2^2)^3$; б) $(x^2)^5 \cdot (x^0)^{10}$; в) $a^2 \cdot (2a^2)^3$; г) $\frac{3^4 \cdot 81}{(3^2)^3}$.
147. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения $\frac{10^n + 8}{9}$ является натуральным числом.
148. Докажите, что дробь $\frac{10^k + 2}{6}$ будет целым числом, если k — натуральное число.
149. Вычислите: а) $\frac{4^3 \cdot 16^2}{2^{13}}$; б) $\frac{9^6 \cdot 27^3}{3^{20}}$.

§ 9. Одночлены

150. Представьте одночлен в стандартном виде:
 а) $2a \cdot 3ab$; б) $-2xy(-5xy^2)$; в) $5abc^2(-1,4a^2b)$;
 г) $6x^2 \cdot 0,5x^2y^3$; д) $0,25x^2y(-8xy^2)$; е) $\frac{3}{2}abc \cdot 4ab$.
151. Определите степень одночлена:
 а) 2^3ab ; б) $1,5x^2y$; в) 3^4abc ; г) 10^3 .
152. Вычислите значение одночлена:
 а) $0,25x^2y$ при $x = -2$, $y = 3$;
 б) $0,1a^2b^3$ при $a = -10$, $b = 2$.
153. Выполните умножение одночленов:
 а) $2,5ab \cdot 8a^2b$; б) $(-6xy^2) \cdot 5xy \cdot 0,2x^2$;
 в) $1\frac{5}{7}ab^2 \cdot 4\frac{2}{3}a^3b$; г) $2\frac{1}{4}a^2bc \cdot 1\frac{7}{9}abc^2$.
154. Возведите в степень одночлен:
 а) $(5xy^2)^2$; б) $(3a^2bc)^3$;
 в) $(2xy^2)^3 \cdot (3x^2y)^4$; г) $(-2ac^2)^3 \cdot (-3a^2c)^2$.
155. Представьте одночлен в виде квадрата:
 а) $9x^2y^6$; б) $1,21x^4y^{10}$;
 в) $2\frac{1}{4}a^4b^6$; г) $3\frac{1}{16}x^6y^4$.

156. Запишите одночлен в виде куба другого одночлена:
 а) $\frac{1}{27}x^3y^9$; б) $0,001x^9y^{12}$;
 в) $1000a^{15}b^9$; г) $343a^{12}b^6$.
157. Упростите выражение:
 а) $(-2ab^2)^2(3a^2b)^3$; б) $\left(\frac{2}{3}a^2bc\right)^2(3a^3b^2c)^3$;
 в) $(12x^2y^2)^2:(6xy)^2$; г) $\left(\frac{2}{3}a^3b^4\right)^3:(9a^2b^3)^2$;
 д) $(6a^4b^3)^3:(-3a^3b)^2$; е) $(-3x^5y^2)^3:(-x^3yz)^2$.
158. Округлите числа до единиц и найдите абсолютную погрешность приближения:
 а) 35,25; б) 12,09; в) 75,95; г) 199,88.
159. Выполните действия:
 а) $(-0,54x^5y^4):(-0,06x^3y^2)$;
 б) $\left(-3\frac{1}{3}a^6b^2c\right):\frac{5}{6}a^3b^2$;
 в) $2^3(a^2)^3b^5:2^2a^4b^4$;
 г) $8^6x^ny^5:2x^{n-1}y^5$.

§ 10. Функции $y=x^2$ и $y=x^3$

160. Постройте график функции $y=x^2$. Найдите значение y при $x=-0,5$ и $x=\frac{2}{3}$.
161. Постройте график функции $y=-x^2$. Найдите значение x , если $y=-16$.
162. Запишите с помощью алгебраического выражения поверхность куба и объем куба.
163. Как изменится поверхность куба и его объем, если длину его ребра увеличить в 2 раза; уменьшить в 3 раза?
164. Как надо увеличить сторону квадрата, чтобы его площадь увеличилась в 9 раз?
165. Постройте график функции $y=\frac{1}{2}x^2$. Найдите значение x , если $y=32$.
166. Принадлежат ли точки $A(4; 4)$ и $B(2; 2)$ графику функции $y=0,5x^2$?
167. Постройте график функции $y=x^3$. Чему равен y , если $x=10$?
168. Принадлежат ли графику функции $y=x^3$ точки $A(3; 9)$ и $B(-2; -8)$?
169. Постройте график функции $y=-x^3$. В каких координатных четвертях расположен график?

170. Точка $K(x; -64)$ принадлежит графику функции $y = -x^3$.
Найдите абсциссу точки K .
171. Принадлежит ли точка $A(2; 8)$ графикам функций $y = x^2$,
 $y = x^3$; $y = 2x^2$; $y = \frac{1}{2}x^4$?
172. Найдите по таблицам или с помощью калькулятора квадраты чисел:
а) 2,7; б) 6,63; в) 10,51; г) 15,55.
173. Проверьте равенства:
а) $3^2 + 4^2 = 5^2$;
б) $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$;
в) $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$;
г) $6^2 + 7^2 + 9^2 + 12^2 = 5^2 + 8^2 + 10^2 + 11^2$;
д) $3^2 + 5^2 + 12^2 + 14^2 = 2^2 + 8^2 + 9^2 + 15^2$;
е) $3^3 + 5^3 + 12^3 + 14^3 = 2^3 + 8^3 + 9^3 + 15^3$;
ж) $11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3 = 20^3$.
174. Что больше:
а) 3^4 или 4^3 ;
б) 2^6 или 8^2 ;
в) $30^2 + 40^2$ или 50^2 ;
г) $21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2$ или $25^2 + 26^2 + 27^2$;
д) $7^3 + 14^3 + 17^3$ или 20^3 ?
175. Объясните, почему уравнение $x^4 + x^2 + 0,1 = 0$ не имеет корней?
176. Вычислите:
а) $(-1)^{100} \cdot (-1)^{10}$; б) $(-1)^{2n+1} \cdot (-1)^5$, где n — натуральное число.
177. В каких четвертях находятся графики функции:
а) $y = 10x^2$; б) $y = -x^2$; в) $y = -x^3$; г) $y = x^4$?

IV. МНОГОЧЛЕНЫ

§ 11. Сложение, вычитание, умножение одночленов и многочленов

178. Какова степень многочлена:

- а) $2xy^2 - 3x^2y + 4x^2y^2$;
б) $5a^2b^3 - 4a^2b^2 + 6ab^4 - ab$;
в) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$?

Приведите подобные члены многочлена (179—181):

179. а) $x^3 - 2xy + 3x^3 + 4xy - 4x^3$;
 б) $6ab^2 - 3a^2b - 4a^2b + 4ab^2 + 7a^2b$;
 в) $\frac{2}{5}x^2y - \frac{3}{4}xy^2 + 1\frac{3}{5}x^2y + 0,75xy^2 + 5$;
 г) $4a^2b - 6a^2 - 5a^2b + 8a^2 + 3a^2b$.
180. а) $\frac{a^3}{3} - \frac{a}{2} + \frac{a^3}{4} - \frac{a}{3} + \frac{a}{6}$;
 б) $\frac{c^2}{10} + \frac{c}{5} + 2c - \frac{c^2}{2} + 3$;
 в) $2,5b^2 - \frac{2}{3}b + b^2 - 3,5b^2 + \frac{3}{4}b - 1$;
 г) $\frac{1}{3}a^2x + \frac{3}{4}ax^2 + \frac{1}{6}a^2x + 1,25ax^2$.
181. а) $3(2x - 3) + 5(4x + 2) - 4(3 - 2x)$;
 б) $7(4x - 2) + 8(x - 1) - 2(5x + 3)$;
 в) $2,5(6x - 4) + 3(x + 1) - 6(1 - 5x)$;
 г) $0,4(5x + 10) - 4(2x - 3) + 5(7x - 8)$.
182. Запишите число, у которого:
 а) a десятков и b единиц;
 б) a сотен, b десятков и c единиц;
 в) x сотен и y десятков;
 г) x тысяч, y десятков и z единиц.
183. Решите уравнение:
 а) $2(4x - 3) + 5(4 - 3x) - 2(x - 8) = 39$;
 б) $9(2x - 5) - 4(3x - 7) + 0,5(4x - 6) = 20$;
 в) $3,5(x - 2) + 4,5(3x + 6) - 9(x + 3) = 17$;
 г) $6(y - 2) - 5,5(y + 4) + 6(2y - 2) = 4$.
184. Решите уравнение относительно x :
 а) $5(2x - a) + 2(3x - a) - 3(x + 4a) = 7a$;
 б) $4(7x - 3a) - 5(2x - 5a) + 2(x - 7a) = 9a$;
 в) $3(5x - b) + 2(0,5x - b) - 3\left(\frac{2}{3}x - \frac{b}{3}\right) = 10b$;
 г) $6x - 3c + 5(0,4x - 2c) - 2(0,5x + 7c) = c$.
185. Выполните действия:
 а) $(2a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 5a - 6) - (4 - 3a - 3a^2)$;
 б) $(5a^2 - 2a - 1) - (2a^2 - 4a + 7) - (a^2 + 5a - 10)$;
 в) $(2x^2 - 3xy + y^2) - (x^2 - 5xy - y^2) + 4(x^2 - 2xy + 2y^2)$;
 г) $2(x^2 - xy + 2) + 4(2x^2 - 3xy - 6) - 3(3x^2 - xy + 1)$.
186. Раскройте скобки и приведите подобные члены:
 а) $3a(a^2 - 2a + 1) - 2a(a^2 - 5a + 6)$;
 б) $7b(b^2 - b + 2) - 3b(b^2 + 2b - 3)$;
 в) $5c(3c^2 - 2c + 5) - c(4c^2 - c + 1)$;
 г) $10x(2x^2 - 6x + 7) + 2x(x^2 - 5x + 3)$.

187. Докажите, что сумма трех последовательных четных чисел делится на 6.
188. Докажите, что сумма трех последовательных нечетных чисел делится на 3.
189. Ребята принесли корзину яблок и стали их делить. При делении на двоих в остатке было одно яблоко. При делении на троих в остатке было 2 яблока. Какой остаток яблок будет при делении на шестерых?
190. Докажите, что сумма пяти последовательных нечетных чисел делится на 5.
191. Запишите число 4567 в виде суммы, слагаемые которой расположены по убывающим степеням числа 10.
192. Запишите число 1990 в виде суммы, слагаемые которой расположены по убывающим степеням числа 10.
193. Запишите число 30 в виде суммы, слагаемые которой представляют степень числа 2.
194. Вычислите значение выражения:
- а) $4a(a-2) + 7a(2a+3) - 3a(4a+5)$ при $a=3$;
 б) $2b(1-b) + 5b(2b+4) - 2b(3b-1)$ при $b=-2$;
 в) $3c(2c-1) - 3c(5-4c) - c(c+1)$ при $c=-1$;
 г) $2x(x-y) + 3y(x-y)$ при $x=-3, y=-2$.
195. При каком значении x выражение:
- а) $3(x-5)$ меньше выражения $2(x-3)$ на 5;
 б) $2(x^2-5x+10)$ больше выражения $2(x^2-6x+15)$ на 10;
 в) $3(x^2-2x+1)$ равно выражению $3(x^2-4x+8)$;
 г) $6x-3$ меньше выражения $4x+18$ в 2 раза?
196. Докажите, что выражение

$$3x(x-1) - x^2(x+3) + (x^3 + 3x + 10)$$

при любых значениях x равно 10.

Решите уравнение (197—198):

197. а) $\frac{4x+5}{6} - \frac{3x-2}{4} = \frac{2x-5}{3}$; б) $\frac{12-4x}{5} - \frac{2x+7}{3} = x+5$;
 в) $\frac{2y+16}{8} + \frac{4-5y}{6} = \frac{8-13y}{12}$; г) $\frac{7y-4}{9} - \frac{3y+3}{4} = \frac{8-2y}{6}$.
198. а) $\frac{5y+17}{12} + \frac{y+10}{9} = \frac{y+9}{4}$; б) $\frac{4x+1}{5} - \frac{2x-3}{3} = x-4$;
 в) $\frac{7x-3}{12} - \frac{4x+9}{15} = x-7$; г) $\frac{2-5y}{3} - \frac{5-3y}{4} = y+9$.

§ 12. Умножение многочлена на многочлен

Выполните умножение (199—204):

199. а) $(5x-3)(4x+1)$; б) $(7a+1)(4a-3)$;
в) $(4b-9)(7-2b)$; г) $(11y-4)(y+5)$.
200. а) $(4x-1)(1+4x)$; б) $(5y+2)(5y-2)$;
в) $(7a+2)(7a-2)$; г) $(x^2-1)(x^2+1)$.
201. а) $(3x-2)(3x-2)$; б) $(5+2c)(5+2c)$;
в) $(0,5y+b^2)(0,5y+b^2)$; г) $(a^n+b^n)(a^n-b^n)$.
202. а) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$; б) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$;
в) $(x-1)(x^2+x+1)$; г) $(2+c)(c^2-2c+4)$.
203. а) $(6y-a)(2y+a)-12y^2$; б) $(2b-x)(5b+x)+x^2$;
в) $(9c-a)(-c+3a)-18c^2$; г) $(7b-5a)(3b+2a)+10a^2$.
204. а) $(a+3)(a-2)(a-1)$; б) $(b+3)(b-3)(b^2+9)$;
в) $(c-1)(c^2+1)(c+i)$; г) $(3x-2)(2+3x)(9x^2+4)$.
205. Представьте степень двучлена в виде произведения двух одинаковых множителей и выполните умножение:
а) $(a+b)^2$; б) $(x-y)^2$; в) $(1-2a)^2$; г) $(y+2)^2$.

Выполните действия (206—210):

206. а) $(2a+1)(1-2a+4a^2)$; б) $(3-2a)(4a^2+6a+9)$;
в) $(3b-4)(9b^2+12b+16)$; г) $(b+2)(2b^2-4b+8)$.
207. а) $(5a+2c)(4c^2-10ac+25a^2)$;
б) $(2b-1)(1+2b)+(3-b)(b+3)$;
в) $(a-b)(2a+2b)+(3a+3b)(2a-2b)$;
г) $(c-3)(c+1)-(c+2)(c-4)$.
208. а) $(x+2)(x-2)(x+2)(x-2)$; б) $(a-1)^2(a+1)^2$;
в) $(a-b-c)(a-b-c)$; г) $(a+b)(a+b)-(a-b)(a-b)$.
209. а) $(x^2-2x+1)(x-1)+(x+1)(x-1)$;
б) $(a-1)(a^3+a^2+a+1)$;
в) $(y^2-2y+1)(y^2+2y+1)$;
г) $(x+1)(x^3-x^2+x-1)$.
210. а) $(a^2-a+1)(a^2+a-1)$; б) $(b^2+2b-3)(b^2+3b+3)$;
в) $(c^2+c-2)(c^2-c+2)$; г) $(2x^2-3x-4)(x^2+3x+4)$.
211. Выполните умножение и найдите значение выражения:
а) $(2a^2-4a+2)(a-1)+(2a^2-1)(5+2a)$ при $a=-2$;
б) $(b^2-3b+4)(b-1)-(b^2-1)(b+1)$ при $b=2$;
в) $(c^3-c^2+c-1)(c+1)$ при $c=-3$;
г) $(x^3+2x^2+4x+2)(x+1)$ при $x=-2$;
д) $(3x-2)(2x-3)-(6x+1)(x-5)$ при $x=0,25$;

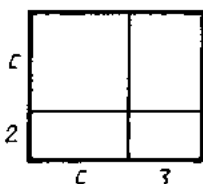


Рис. 4

е) $(4x-1)(3x+5)-(x-3)(12x+1)$ при $x=0,125$.

212. Выполните умножение $(c+3)(c+2)$ и проиллюстрируйте результат, используя рисунок 4.

213. Докажите, что при любом x значение функции

$$y=(4x+4)(3x-1)+(3-2x)(6x+5)-16x$$

равно 11.

214. Докажите, что при любом целом x выражение $(x-2)(x+2)-(x-3)(x-2)$ кратно 5.

215. Даны четыре последовательных натуральных числа. Разность между произведением двух больших чисел и произведением двух меньших чисел равна 50. Найдите эти числа.

216. Даны четыре последовательных числа. Докажите, что разность между произведением двух последних и произведением двух первых чисел делится на 16.

217. Ширина прямоугольника вдвое меньше его длины. Если ширину увеличить на 3 см, а длину — на 2 см, то площадь его увеличится на 78 см^2 . Вычислите длину и ширину прямоугольника.

218. Длина прямоугольника на 12 дм больше его ширины. Если длину увеличить на 3 дм, а ширину — на 2 дм, то площадь его увеличится на 80 дм^2 . Вычислите длину и ширину прямоугольника.

219. Если у квадрата одну сторону уменьшить на 2 м, а другую на 4 м, то площадь его уменьшится на 70 м^2 . Найдите сторону квадрата.

220. Выполните действия:

а) $(x-y)(x^3+x^2y+xy^2+y^3)$;

б) $(a+b)(a^3-a^2b+ab^2-b^3)$;

в) $(a^4-a^3c+a^2c^2-ac^3+c^4)(a+c)$;

г) $(y^2-y+1)(y^2+y-1)$.

Решите уравнение (221—223):

221. а) $8x^2-(2x-3)(4x+3)=30$;

б) $(5x-3)(2x+4)-10x^2=16$;

в) $x(6x-1)-(2x+3)(3x+5)=25$;

г) $(3x-1)(4x+5)-(12x-1)(x+5)=48$.

222. а) $(5x+3)(4x-2)+(10x+7)(3-2x)=51$;

б) $(2x-6)(8x+5)-(4x+3)(4x-3)=17$;

в) $2(3x-1)(2x+5)+3(7-2x)(7+2x)=7$;

г) $4(2x+3)(x-1)+8(5-x)(5+x)=0$.

223. а) $(2x^2-3x+5)(x-4)-(2x-1)(x^2-5x+4)=20$;

б) $(3x+4)(2x^2-3x+10)+(5-2x)(3x^2+7x-6)=75$.

224. Периметр прямоугольника равен 82 см. Если длину его увеличить на 5 см, а ширину — на 4 см, то его площадь увеличится на 200 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
225. Длина данного прямоугольника в 3 раза больше его ширины. Если длину прямоугольника увеличить на 10 см, а ширину — на 2 см, то его площадь увеличится на 180 см^2 . Вычислите длину и ширину данного прямоугольника.
226. Если одно ребро куба уменьшить на 1 см, второе уменьшить на 2 см, а третье увеличить на 3 см, то объем куба уменьшится на 36 см^3 . Вычислите ребро куба.
227. Даны четыре последовательных четных числа. Докажите, что произведение средних чисел всегда больше произведения крайних чисел на 8.
228. Велосипедист проехал в первый день 0,3 всего пути. Во второй день он проехал $\frac{3}{7}$ остатка и в третий день оставшиеся 40 км. Вычислите длину пути.

§ 13. Разложение многочлена на множители способом вынесения общего множителя за скобки

Вынесите общий множитель за скобки (229—233):

229. а) $45 \cdot 28 + 45 \cdot 72$;
 б) $17 \cdot 2,9 - 2,9 \cdot 7$;
 в) $6,4 \cdot 35 + 6,4 \cdot 12 - 6,4 \cdot 37$;
 г) $2,5 \cdot 3,1 + 2,5 \cdot 4,2 + 2,5 \cdot 2,7$.
230. а) $5x + 5y$; б) $12a - 8b$; в) $9c - 6$;
 г) $15ab - 12a$; д) $6ab + 18b$; е) $8ax - 12a$.
231. а) $9x^2 - 27x$; б) $a^3 + a^2$; в) $6a^5 - 2a^4$;
 г) $12c^2 - 4c^3$; д) $2x^{10} - 6x^7$; е) $x^2y + xy^2$.
232. а) $15xy^2 + 5xy$; б) $8ab - 16a^2$; в) $3x^3y^3 - 6x^2y^2$;
 г) $2c^3 + 12c^{n+3}$; д) $a^{n+3} + a^n$; е) $x^n - x^{n-2}$.
233. а) $4^n - 4^{n-2}$; б) $x^{n+5} - 2x^5$; в) $y^{n+2} - 3y^2$;
 г) $5a^{n+3} + 10a^3$; д) $3c^{n+2} - 6c^4$; е) $2b^5 + 4b^{n+3}$.
234. Найдите значение выражения:
 а) $2,4a - a^2$ при $a = 1,4$; б) $7,2x + x^2$ при $x = 2,8$;
 в) $b^3 + 36b$ при $b = 8$; г) $4xy + 8x^2$ при $x = 2,5$, $y = 15$.
235. Докажите, что выражение:
 а) $9^{10} - 9^8$ делится на 80; б) $7^8x + 7^6x$ делится на 50;
 в) $10^{10} + 10^9 + 10^8$ делится на 111;
 г) $2^{15} - 2^{12} - 2^{10}$ делится на 27.

236. Докажите, что если из квадрата числа вычесть данное число, то полученная разность будет четным числом.
237. Докажите, что если к числу, кратному трем, прибавить квадрат этого числа, то полученная сумма делится на 6.
238. Докажите, что число $n^2 - 1$ при нечетном n делится на 8.

Разложите на множители (239—247):

239. а) $a + 4a^2 + a^3$; б) $12x^3 - 9x^2 + 6x$;
в) $15b + 10b^2 + 5b^3$; г) $3xy - 9xa + 6x^2$.
240. а) $3a^3 - 6a^2b + 9a$; б) $a^3b^3 - a^2b + 2a^3b$;
в) $20xy - 10xy + 30xy^2$; г) $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$.
241. а) $x(a+b) - y(a+b)$; б) $x(x-2) - 3(x-2)$;
в) $3a(c-1) + 4b(c-1)$; г) $5y(a+5) - 2x(a+5)$.
242. а) $2a^2(x-c) + 3b^2(x-c)$; б) $7x(a^2+c) + 7y(a^2+c)$;
в) $9a^2(a+2b) - 9b(a+2b)$; г) $4x^2(a-b) - 5y(b-a)$.
243. а) $4c(2x-y) - 3(y-2x)$; б) $3a(x^2-2) + 2b(2-x^2)$;
в) $5x(2c-3b) + 4y(3b-2c)$; г) $2x(x-2y) - 5(2y-x)$.
244. а) $3x(a+b) - 2y(a+b) + 5(a+b)$;
б) $4a(x-y) + 3b(x-y) - (x-y)$;
в) $5c(2a-b) + 2c^2(2a-b) - (b-2a)$;
г) $7a(3x-2y) + a^2(3x-2y) + (2y-3x)$.
245. а) $5a(2x-y+1) + 4b(2x-y+1)$;
б) $10x(3a+2b-3) + 7y(3a+2b-3)$;
в) $6a(4x-2y+1) - 3(4x-2y+1)$;
г) $15x(5a-3b+2) - 10x^2(5a-3b+2)$.
246. а) $18xy^2(a-5b) + 24x^2y(5b-a)$;
б) $(x+y)(2a-1) - x(2a-1)$;
в) $(a-b)(2x+5) - (a+b)(2x+5)$;
г) $(5-c)(a-2b) - c(2b-a)$.
247. в) $a(b+c)^2 + 3(b+c)^2$;
б) $x(a-b)^2 - 5(b-a)^2$;
в) $x(5x-3)^3 - y(3-5x)^3$;
г) $(a-2)(x-y)^3 - (a+2)(y-x)^3$.

Решите уравнение (248—250):

248. а) $x^2 - x = 0$; б) $2y + y^2 = 0$;
в) $2x^2 = 5x$; г) $3,5x - x^2 = 0$.
249. а) $\frac{1}{2}x^2 - 5x = 0$; б) $\frac{2}{3}y^2 - 4y = 0$;
в) $1,2x + 0,6x^2 = 0$; г) $0,4x^2 + x = 0$.
250. а) $3x^2 - 12x = x^2 + x$;
б) $(x-4)(x+3) = 2x + x^2$;

$$в) (x+3)(x+2)-(x+2)(x-6)=0;$$

$$г) (x-6)(x-3)+(x+2)(x-6)=0.$$

251. Докажите тождество:

$$а) (2x-3y)(x^2-3xy+y^2)-(2x-3y)(x^2-4xy+y^2)=xy(2x-3y);$$

$$б) (3a-4)(2a^2+5a+1)-(3a-4)(2a^2+4a+1)=a(3a-4);$$

$$в) (2b-c)(a^2+3a-2)-(2b-c)(a^2+a-2)=2a(2b-c);$$

$$г) a^2-2b-ab+2a=(a-b)(a+2).$$

§ 14. Разложение многочлена на множители способом группировки

Разложите на множители (252—256):

$$252. а) 3x(a-5)+a-5; б) 4a(b-1)-1+b;$$

$$в) 5c(c^2+2)-2-c^2; г) 7a(c+5)-5-c.$$

$$253. а) 8(a-b)+4a-4b; б) c(a-b)-2b+2a;$$

$$в) ax+bx+a(a+b); г) 5a-5b-x(b-a).$$

$$254. а) 5a+5b+xa+xb; б) 10x-10y+ax-ay;$$

$$в) ax+bx-ay-by; г) x^4+x^3+x^2+x.$$

$$255. а) (a-3)^2+a-3; б) (x+y)^2+x+y;$$

$$в) 6ay-3by+2ax-bx; г) a^4-2a^3+a^2-2a.$$

$$256. а) ak+bk+5a+5b; б) ax-x+ay-y;$$

$$в) 2-cx-x+2c; г) 12-2y+6b-by.$$

Решите уравнение способом разложения на множители (257—258):

$$257. а) x(x+2)-3x-6=0; б) 3y+12+y^2+4y=0;$$

$$в) x^2+2x-6x-12=0; г) x^2-5x+5-x=0.$$

$$258. а) 2x^2-2x+6-6x=0; б) x^2+8-4x-2x=0;$$

$$в) x^2-5x+2x=10; г) x^2+5x-5=x.$$

Представьте многочлен в виде произведения (259—261):

$$259. а) 10a^2b-2a^2+5ab^2-ab; б) 6x^3-2xy+9x^2-3y;$$

$$в) 6c^2-3ac-10c+5a; г) 6x^2-2xy-y^2+3xy.$$

$$260. а) x^3-x-1+x^2; б) y^3+2y-3y^2-6;$$

$$в) 2x^3-3x^2y+4x-6y; г) 8ac-2bc+4ab-b^2.$$

$$261. а) x^2-2xy+3x-3y-xy+2y^2;$$

$$б) a^2-3ab+4a+3b^2-4b-ab;$$

$$в) b^3-b^2-ab^2+a-ab+a^2;$$

$$г) a^2x+ax-2-2a+x-2a^2.$$

262. Разложите на множители и вычислите значение выражения:

а) $2a^3 - 5a^2 - 2ab + 5b$ при $a = 2,5$;

б) $3x^3 - x^2 - 3xy + y$ при $x = \frac{1}{3}$;

в) $2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2$ при $a = 2,5$, $b = 0,5$;

г) $8x^2 - y - 4xy + 2x$ при $x = 3,5$, $y = -0,5$.

263. Вычислите:

а) $32 \cdot 12,4 - 2,4 \cdot 32 + 12,4 \cdot 68 - 2,4 \cdot 68$;

б) $\frac{6,85^2 - 2,85 \cdot 2,28 - 4,57 \cdot 2,85}{27,4^2 - 17,4 \cdot 14,3 - 17,4 \cdot 13,1}$;

в) $\frac{5,76^2 - 3,76 \cdot 7,15 + 3,76 \cdot 1,39}{0,2(5,76^2 + 4,24 \cdot 5,76)}$.

264. Докажите, что функция $y = (x-2)(x^2 - 5x + 3) - (x-5) \times (x^2 - 2x + 3)$ при любых значениях x равна 9.

265. Периметр данного прямоугольника равен 46 м. Если его длину уменьшить на 1 м, а ширину — на 2 м, то его площадь уменьшится на 36 м². Вычислите площадь данного прямоугольника.

В. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

§ 15. Разность квадратов

Выполните умножение (266—271):

266. а) $(2a - b)(2a + b)$; б) $(x - 3y)(x + 3y)$;

в) $(5a - 3b)(5a + 3b)$; г) $(7x - 2y)(7x + 2y)$.

267. а) $(10c - 3)(3 + 10c)$; б) $(5b - 7)(7 + 5b)$;

в) $(9x + 2y)(2y - 9x)$; г) $(8a + 5c)(5c - 8a)$.

268. а) $(a^2 - 1)(a^2 + 1)$; б) $(5 + 2x^2)(2x^2 - 5)$;

в) $(x^3 - x)(x^3 + x)$; г) $(c^2 - 2a)(2a + c^2)$.

269. а) $(6x^2 - 7y^2)(6x^2 + 7y^2)$; б) $(4x^3 - 0,1)(4x^3 + 0,1)$;

в) $(4a^3 - 1)(4a^3 + 1)$; г) $(2,5x^2 - y)(2,5x^2 + y)$.

270. а) $2(3x - 2y)(3x + 2y)$; б) $5(4x^2 - 3y)(4x^2 + 3y)$;

в) $3(1 - 2xy)(1 + 2xy)$; г) $4(0,5x - 1,5y)(0,5x + 1,5y)$.

271. а) $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$; б) $(2x - 3)(2x + 3)(4x^2 + 9)$;

в) $(2 - x^2)(2 + x^2)(4 + x^4)$; г) $16b^2 - (3 + 4b)(3 - 4b)$.

272. Решите уравнение:

а) $(2x - 1)(2x + 1) - 4x(x - 3) = 23$;

б) $(5x - 3)(5x + 3) - 12,5x(2x - 4) = 41$;

в) $(4y - 3)(4y + 3) + 2y(5 - 8y) = 11$;

г) $35y^2 + (y + 3)(y - 3) = (6y - 1)(6y + 1) + 2x$.

273. Представьте в виде многочлена:

- а) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$; б) $(2x^k + 3)(2x^k - 3)$;
в) $(\rho x^n - a)(\rho x^n + a)$; г) $(2y^r - c^2)(2y^r + c^2)$.

274. Докажите, что функция $f(x) = (x-1)(x+1) - x(x-1)$ линейная.

§ 16. Разложение на множители разности квадратов

Разложите на множители (275—277):

275. а) $a^2 - 9$; б) $x^2 - 49$; в) $b^2 - 0,01$;

г) $5,76 - b^2$; д) $\frac{16}{49} - 25y^2$; е) $c^2 - 0,09$.

276. а) $2\frac{1}{4} - 100a^2$; б) $9x^2y^2 - 16$; в) $a^2b^2 - x^2y^2$;

г) $0,49c^2 - 529$; д) $4,41 - a^2b^2$; е) $6,76a^2 - 0,64$.

277. а) $1\frac{11}{25}x^2 - y^4$; б) $5\frac{4}{9} - a^4$; в) $b^6 - 2\frac{14}{25}$;

г) $c^8 - \rho^8$; д) $a^{2n} - b^{2n}$; е) $x^6 - y^6$.

Вычислите (278—279):

278. а) $25^2 - 15^2$; б) $7,5^2 - 2,5^2$; в) $12,4^2 - 7,6^2$;

г) $1,75^2 - 1,25^2$; д) $14,5^2 - 13,5^2$; е) $\left(6\frac{2}{3}\right)^2 - \left(3\frac{1}{3}\right)^2$.

279. а) $\frac{65^2 - 35^2}{57,5^2 - 42,5^2}$; б) $\frac{7,2^2 - 2,8^2}{5,55^2 - 4,45^2}$; в) $\frac{6,4^2 - 3,6^2}{5,7^2 - 4,3^2}$;

г) $\frac{6,8^2 - 3,2^2}{5,2^2 - 4,8^2}$; д) $\frac{8,4^2 - 1,6^2}{6,7^2 - 3,3^2}$; е) $\frac{65,4^2 - 34,6^2}{159^2 - 149^2}$.

Представьте в виде произведения (280—281):

280. а) $x^4 - 0,25$; б) $81 - a^4$; в) $729 - c^6$;

г) $\frac{1}{64} - y^4$; д) $a^4b^4 - 16$; е) $81x^{10} - b^4$.

281. а) $1 - c^4$; б) $a^2b^4 - 0,09$; в) $16a^4b^8 - 0,36$;

г) $4x^6 - 9y^6$; д) $x^8 - a^8$; е) $5\frac{1}{16} - c^8$.

Разложите на множители (282—283):

282. а) $(a-1)^2 - b^2$; б) $(x-2)^2 - 1$; в) $(2+b)^2 - 2^2$;

г) $9 - (ab+1)^2$; д) $(3b-2a)^2 - a^2$; е) $(2x-c)^2 - 9x^2$.

283. а) $(x^2-5)^2 - 25x^2$; б) $(a-1)^2 - b^4$;

в) $(5c-3)^2 - (3c-5)^2$; г) $(3a-2)^2 - (2a-3)^2$;

д) $(2x-1)^2 - (x+3)^2$; е) $(x-2)^2 - (x+6)^2$.

284. Вычислите, используя формулу разности квадратов:

- а) $19 \cdot 21$; б) $29 \cdot 31$; в) $61 \cdot 59$;
г) $99 \cdot 101$; д) $18 \cdot 22$; е) $48 \cdot 52$.

Решите уравнение (285—286):

285. а) $x^2 - 1 = 0$; б) $2y^2 - 8 = 0$; в) $3c^2 - 27 = 0$;
г) $4x^2 - 1 = 0$; д) $9y^2 - 25 = 0$; е) $16c^2 - 49 = 0$.
286. а) $4x^2 - (x+1)^2 = 0$; б) $(x+2)^2 - (x-6)^2 = 0$;
в) $x^2 - (x+2)^2 = 0$; г) $(y-6)^2 - 9y^2 = 0$;
д) $(x-4)^2 - 25x^2 = 0$; е) $y^2 - 12\frac{1}{4} = 0$.

287. Докажите, что при любом целом n выражение:

- а) $(n+13)^2 - n^2$ делится на 13;
б) $(2n-5)^2 - (2n+1)^2$ делится на 24;
в) $(3n+1)^2 - (n-1)^2$ делится на 16;
г) $2n^3 - 2n$ делится на 12.

§ 17. Квадрат суммы и разности. Куб суммы и разности

Возведите в квадрат (288—291):

288. а) $(a-1)^2$; б) $(x-5)^2$; в) $(2y+3)^2$; г) $(3x+2y)^2$.
289. а) $(2a+7)^2$; б) $(3c-1)^2$; в) $(5a+6b)^2$; г) $(7c-2p)^2$.
290. а) $(10a+3b)^2$; б) $(2b-9)^2$; в) $(0,5x+1)^2$; г) $(0,1-2c)^2$.
291. а) $(x^2-1)^2$; б) $(a^3+b^2)^2$; в) $(1\frac{1}{2}-y^2)^2$; г) $(2\frac{1}{2}x+y^3)^2$.
292. Используя рисунок 5, дайте геометрическое истолкование формулы $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Выполните действия (293—294):

293. а) $(a+b)^2 - (a-b)^2$; б) $(a-5)^2 - (a+5)^2$;
в) $(0,5+2a)^2 + (0,5-2a)^2$;
г) $(2x-1)^2 + (2x+1)^2$.

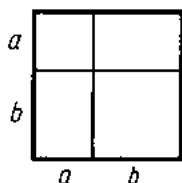


Рис. 5

294. а) $(10a-1)^2 - 10(a+1)^2$;
б) $(3b+4)^2 - 3b(3b+8)$;
в) $(xy-2)^2 + (xy-1)^2$;
г) $(1,5a+3b)^2 - (2a+b)^2$.

295. Найдите значение выражения:

- а) $(x+4)^2 - (x-2)(x+2)$ при $x=0,125$;
б) $(a-2b)^2 + 4b(a-b)$ при $a=-\frac{2}{3}$;

- в) $(c^2 - b)^2 - (c^2 - 1)(c^2 + 1) + 2bc^2$ при $b = -3$;
 г) $(a - 1)^2(a + 1) - (a + 1)(a - 1)$ при $a = -3$.

296. Докажите, что для любых трех последовательных натуральных чисел квадрат среднего числа больше произведения крайних членов на единицу.

297. Решите уравнение:

- а) $(x - 8)^2 - (x - 4)(x + 4) = 0$;
 б) $(2x - 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3) = 0$;
 в) $(3x - 4)^2 - 9x(x - 2) = 4$;
 г) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 = 3x$.

Возведите в куб двучлен (298—299):

298. а) $(a - 2)^3$; б) $(2x + 1)^3$; в) $(2c + 3b)^3$; г) $(4y - 1)^3$.

299. а) $(3x^2 - 2y)^3$; б) $(5a^2 - 2b^2)^3$; в) $(4a + \frac{1}{2})^3$; г) $(0,1 + 2c)^3$.

300. Докажите тождество:

- а) $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2$;
 б) $(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$;
 в) $a^3 - 3ab(a - b) - b^3 = (a - b)^3$.

301. Выполните действия:

- а) $(a^3 + 1)^3$; б) $(a^n - 1)^3$; в) $(a^n - b^2)^3$; г) $(2x^n - x)^3$.

§ 18. Разложение на множители по формулам

Представьте в виде квадрата двучлена или разложите на множители, используя формулы сокращенного умножения (302—304):

302. а) $1 - 4a + 4a^2$; б) $9x^2 - 6x + 1$; в) $4x^2 - 12x + 9$;

г) $25x^2 - 30x + 9$; д) $4a^2 - 2ab + \frac{1}{4}b^2$; е) $9x^2y^2 - 12xy + 4$.

303. а) $100a^2 + 40ab + 4c^2$; б) $4a^2b^2 + ab + \frac{1}{16}$;

в) $x^4 + 2x^2 + 1$; г) $4 - 4x^3 + x^6$;
 д) $a^2 - 2ab + b^2 - 4$; е) $9 - x^2 + 2xy - y^2$.

304. а) $\frac{1}{36}a^2 - ab + 9b^2$; б) $a^2b^2 - 2abc + c^2$;

в) $2a^6 - 4a^3 + 2$; г) $x^6 + 2x^3 + 1$;
 д) $25 - x^2 + 2ax - a^2$; е) $36 - b^2 + 4bc - 4c^2$.

Решите уравнение (305—306):

305. а) $x^2 - 2x + 1 = 0$; б) $x^2 + 6x + 9 = 0$;

в) $4x^2 - 24x + 36 = 0$; г) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$.

306. а) $x^6 - 16x^3 + 64 = 0$; б) $x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0$;
 в) $y^3 + 6y^2 + 12y + 8 = 0$; г) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$.
307. Представьте многочлен в виде квадрата двучлена:
 а) $a^6 - a^3 + 0,25$; б) $4x^8 - x^5 + \frac{x^2}{16}$;
 в) $9x^4 - 6x^3 + x^2$; г) $\frac{1}{4}a^4 + a^3 + a^2$.
308. Представьте многочлен в виде куба двучлена:
 а) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$; б) $y^3 - 6y^2 + 12y - 8$;
 в) $x^6 + 3x^5 + 3x^4 + x^3$; г) $c^6 - 3c^4 + 3c^2 - 1$.

§ 19. Сумма и разность кубов

Представьте произведение в виде многочлена (309—311):

309. а) $(x-2)(x^2+2x+4)$; б) $(3+a)(9-3a+a^2)$;
 в) $(2c-1)(4c^2+2c+1)$; г) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$.
310. а) $(y+1)(y^2-y+1)$; б) $(2b+4)(4b^2-8b+16)$;
 в) $(x^2-2)(x^4+2x^2+4)$; г) $(a^2+1)(a^4-a^2+1)$.
311. а) $(2a-6)(4a^2+12a+36)$; б) $(y^2-4y+16)(y+4)$;
 в) $(9x^2+18x+36)(3x-6)$; г) $(1+2xy+4x^2y^2)(2xy-1)$.
312. Найдите значение выражения:
 а) $(9a^2+3a+1)(3a-1)$ при $a = \frac{1}{3}$;
 б) $(2c-2)(4+4c+4c^2)$ при $c = 2$;
 в) $(3b+2)(9b^2-6b+4)$ при $b = -\frac{1}{3}$;
 г) $2y^3 - (y-2)(y^2+2y+4)$ при $y = -2$.

Разложите на множители (313—314):

313. а) $c^3 + 1000$; б) $b^3 + 8$; в) $3a^3b^3 - 81$; г) $64a^3 - 8$.
314. а) $2x^6 - 2y^3$; б) $8a^6b^3 - 1$; в) $8x^3 - 0,001y^{12}$; г) $125c^3 - 64b^6$.
315. Докажите, что выражение:
 а) $25^3 + 12^3$ делится на 37;
 б) $132^3 + 68^3$ делится на 200.
316. Решите уравнение:
 а) $(x-1)(x^2+x+1) = 7$;
 б) $(2x-1)(4x^2+2x+1) = 26$;
 в) $(y+3)(y^2-3y+9) = 91$;
 г) $(y-2)(y^2+2y+4) = 19$;
 д) $(x-1)(x^2+x+1) + (x+1)(x-x+1) = 2$.

317. Разложите на множители:

а) $a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$;

б) $a^3 + b^3 + 3a^2 - 3ab + 3b^2$;

в) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy(x - y)$;

г) $a^3 - b^3 + ab(a - b)$.

VI. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

§ 20. Уравнение с двумя неизвестными

318. а) В двух классах 60 учеников. Сколько учеников в каждом классе? Приведите несколько решений.

б) Периметр прямоугольника равен 20 см. Найдите длину и ширину прямоугольника. Приведите несколько решений.

319. Найдите по два решения для следующих уравнений:

а) $x + y = 15$; б) $x - y = 10$; в) $2x - 3y = 5$.

320. Являются ли значения $x = 1$ и $y = 3$ решением уравнения:

а) $4x + 5y = 18$; б) $3x + 5y = 18$; в) $7x - 2y = 1$; г) $9x - 5y = 2$?

321. Дано уравнение $5x - 2y = 6$. Укажите, какая пара чисел из перечисленных ниже является решением данного уравнения:

а) $x = 3, y = 4$; б) $x = 2, y = 2$;

в) $x = -4, y = -13$; г) $x = 5, y = 2$;

д) $x = 0, y = -3$.

322. Дано уравнение $x - y = 1$.

а) Найдите несколько значений x и y , удовлетворяющих этому уравнению, и занесите их в таблицу.

б) Принимая эти пары значений x и y за координаты точек, постройте эти точки на координатной плоскости и соедините их прямой.

323. Проверьте, что координаты точек A, B, C и D (рис. 6) являются решением уравнения $2x - y = 1$, а координаты точек M и N не являются решением этого уравнения.

324. Постройте график линейной зависимости:

а) $y = -2x + 1$; б) $y = 0,5x - 2$;

в) $3x - y = 2$; г) $3x - 2y = 4$.

325. Постройте график функции, заданной уравнением:

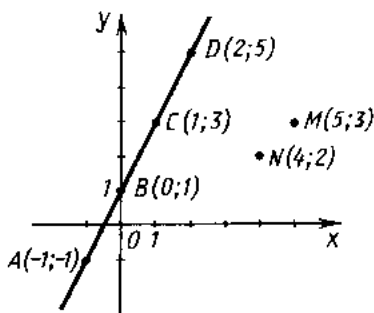


Рис. 6

- а) $x^2 - y = 2$; б) $x^2 + y^2 = 4$; в) $x^3 + y = 2$.
326. Составьте какое-нибудь уравнение с двумя неизвестными, чтобы решением его была пара чисел:
а) $x = 1, y = 3$; б) $x = -2, y = 4$; в) $x = 0, y = 5$.
327. Составьте какое-нибудь уравнение с двумя неизвестными, чтобы график его проходил через точки:
а) $O(0; 0)$; б) $A(-3; 3)$; в) $B(2; 4)$.
328. Какие пары чисел $(2; 0)$, $(3; 1)$, $(-3; -5)$, $(1; 3)$ являются решением уравнения:
а) $x - y = 2$; б) $x^2 + y = 4$; в) $xy = 3$?
329. Сколько решений имеет уравнение:
а) $x + y = 0$; б) $x^2 + y^2 = 0$;
в) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 0$; г) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$?
330. Известно, что $x = 3$ и $y = -1$ являются решением уравнения $3x - by = 13$. Найдите значение коэффициента b .
331. Принадлежат ли графику уравнения $2x - 3y = -6$ точки $A(3; 2)$, $B(3; 5)$, $C(-3; 0)$ и $D(6; 6)$?
332. Проходит ли через начало координат график уравнения:
а) $xy = 0$; б) $3x - 4y = 0$; в) $x(y - 2) = 0$;
г) $x - y^2 = 0$; д) $2x^2 - y = 1$?
333. Дано уравнение $3x + y = 24$. Найдите такую пару чисел $x = y$, чтобы они были решением данного уравнения.
334. Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика уравнения:
а) $3x - 5y = 0$; б) $2x - 5y = 10$; в) $3x + 4y = 12$; г) $x^2 - 4x = 0$.
335. Найдите три любых решения уравнения $4x - y = 10$.
336. Известно, что пара $(-2; y)$ является решением уравнения $5x + 6y = 8$. Найдите значение y .
337. Постройте график уравнения:
а) $(3x - y) - (5x - 2y) = 3$; б) $xy = x$.

§ 21. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными

338. Является ли пара чисел $(-1; 2)$ решением системы уравнений:
а) $\begin{cases} 5x - 4y = 13, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x - 3y = -13, \\ 2x + 9y = 16? \end{cases}$
339. Составьте систему уравнений, решением которой являются:
а) $x = -3, y = 4$; б) $x = 5, y = -2$.

340. Решите графически систему уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x + y = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x - y = -1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + 2y = 8; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = 6, \\ y - 2x = 0; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 2x + y = -2; \end{cases}$ е) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$

341. Найдите координаты точки пересечения прямых:

а) $x - y = -1$ и $y = 2x + 4$; б) $3x + 2y = 10$ и $2x - y = 9$.

342. Решите систему уравнений способом подстановки:

а) $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ 5x + 2y = 17; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 7x - 6y = 32; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y = 9, \\ 3x + 4y = 7; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 4x - 3y = 5, \\ 2x + y = 5; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 7x - 4y = -10, \\ 5x + y = -11; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 9x + 4y = 15, \\ x - 2y = 9. \end{cases}$

343. Покажите графически, что система уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + 5 = 2y \end{cases}$ не имеет решений;

б) $\begin{cases} x + y = 0, \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений;

в) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ x + y = 1 \end{cases}$ имеет одно решение;

г) $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ имеет одно решение.

344. Составьте систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

а) не имеющую решения;

б) имеющую бесконечное множество решений.

Решите систему уравнений способом подстановки (345—346):

345. а) $\begin{cases} 4x + y = 17, \\ 5x + 7y = 27; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 5y = 9, \\ 5x + 3y = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 10x - 7y = 16, \\ 6x + 5y = 28; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x - 2y = 19, \\ 4x + 3y = 6. \end{cases}$

346. а) $\begin{cases} 7x - 5y = -11, \\ 3x + 2y = -13; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 5y = 5, \\ 7x - 4y = 43; \end{cases}$

$$\text{в) } \begin{cases} 11x - 2y = 41, \\ 12x + 15y = -24; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 5x + 4y = -22, \\ 3x - 2y = 0. \end{cases}$$

Решите систему уравнений способом алгебраического сложения (347—349):

$$347. \text{ а) } \begin{cases} 9x - 2y = 43, \\ 7x + 2y = 37; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x + 5y = 10, \\ 11x - 5y = 75; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x + 11y = 7, \\ 6x - 7y = -44; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 13x - 2y = 56, \\ 7x + 4y = 20. \end{cases}$$

$$348. \text{ а) } \begin{cases} 5x - 9y = 17, \\ 3x + 7y = 35; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 15x + 4y = -46, \\ 9x - 5y = 2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 6x + 5y = 23, \\ 4x + 13y = 25; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 11x + 3y = 95, \\ 13x - 4y = 150. \end{cases}$$

$$349. \text{ а) } \begin{cases} 8x - 7y = 21, \\ 5x - 3y = 20; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 9x - 6y = 87, \\ 7x - 5y = 67; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 21x - 15y = 75, \\ 17x + 4y = 93; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 15x + 6y = 63, \\ 9x + 8y = 40. \end{cases}$$

350. Система уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = c_1, \\ 5x - 2y = c_2 \end{cases}$ имеет решение $x=7$ и $y=2$. Найдите значения c_1 и c_2 .

351. Системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} ax + 5y = 25, \\ 7x - by = 27; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x + by = 34, \\ ax - 5y = 20 \end{cases}$$

имеют решение $x=5$ и $y=2$. Найдите значения a и b .

Решите систему уравнений (352—357):

$$352. \text{ а) } \begin{cases} 5 - (x - 2y) - 4y = 13, \\ 2x - 3y + 3 = 2(3x - y); \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x + 3y - 9 = 2x + 10, \\ 8x + 20 = 10 + 2(3x + 2y); \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5(x + 2) = y + 1, \\ 4(3x + 4) - 3(2y + 5) = 55; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{x+6}{4} - \frac{2(x-y)}{5} = \frac{y+1}{3}, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{2y+5}{5} - 1 = y. \end{cases}$$

$$353. \text{ a) } \begin{cases} \frac{5x-1}{4} - \frac{3y-1}{2} = 5, \\ \frac{9x-17}{2} + \frac{5y+1}{3} = 16; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y+1}{3} = 0, \\ \frac{y-2}{3} - \frac{x+3}{6} = 2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{1-y}{4} = 4, \\ \frac{2-x}{3} + \frac{y+3}{2} = 5; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{3x+2}{4} - \frac{3y+1}{5} = 0, \\ \frac{3x-2}{4} + \frac{2y-1}{5} = 7. \end{cases}$$

$$354. \text{ a) } \begin{cases} \frac{2x-1}{3y-1} = 1, \\ \frac{8y-1}{4x+3} = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{8(x+1)}{y-1} = 6, \\ \frac{13y+1}{2x-1} = 22; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2x+y}{x-2y} = 7, \\ \frac{4x-3}{3y+1} = 3; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{15x-2y}{4} + \frac{3x+2y}{6} = 8, \\ \frac{3x+y}{3} - \frac{x-2y}{2} = 5. \end{cases}$$

$$355. \text{ a) } \begin{cases} 2y - 0,5(x-4) = 7(x+3), \\ 2,5y - \frac{x+y}{3} = \frac{x+4y}{6} + 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{y-3}{3} + \frac{7x}{12} - \frac{4-y}{6} = \frac{x}{2}, \\ \frac{x-4}{2} + \frac{2y-1}{5} = 3x-2y; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{2y+3x}{2} = 3x - \frac{2}{3}, \\ \frac{5y-x}{6} - \frac{7y-1}{8} + 1\frac{1}{2} = \frac{y-x+6}{4}; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{4y-3x}{2} + \frac{3x-2y}{3} = \frac{x-y}{2}, \\ \frac{3x-2y}{3} - \frac{x-y}{5} = \frac{3y-6}{2}. \end{cases}$$

$$356. \text{ a) } \begin{cases} \frac{7x-1}{4} - \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-5y}{2}, \\ \frac{5x-3y}{6} + \frac{x+5y}{4} = \frac{3x-y}{2}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{3x-10}{5} - \frac{2(x-y)}{3} = \frac{3x+4}{15}, \\ \frac{x-17}{12} + \frac{x}{8} = \frac{5y}{6} - \frac{3y+4}{4}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{4y+11}{5} - \frac{3(2x-y)}{2(y-4)} = \frac{8y+7}{10}, \\ \frac{3x-2}{2} + \frac{3x+5y}{2(2x-3)} = \frac{3x+4}{2}; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} (x+3)(y-4) = (x-3)(y+2), \\ (x+3)(y-1) + (x+2)(y-3) = 10. \end{cases}$$

$$357. \text{ а) } \begin{cases} x+y=5a, \\ 2x+3y=13a; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x-2y=b, \\ 5x+3y=27b; \end{cases}$$

$$\text{ в) } \begin{cases} 4x-3y=a+7b, \\ 7x+5y=12a-2b; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 2x-3y=a-5b, \\ 5x+2y=12a-3b. \end{cases}$$

358. Равносильны ли системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{5y-1}{3} = 6, \\ \frac{3x-2}{4} - \frac{5y+2}{6} = 2 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \frac{6x-1}{5} - \frac{3y+4}{2} = 2, \\ \frac{7x-2}{4} - \frac{5y+2}{3} = 6? \end{cases}$$

359. Напишите уравнение прямой $y=kx+b$, если график ее проходит через точки:

а) $A(4; 1)$ и $B(0; -2)$; б) $C(1; 2)$ и $D(4; 5)$;
в) $M(1; 1)$ и $K(-2; 4)$; г) $E(3; 1)$ и $F(1; 5)$.

360. Решите систему уравнений, используя введение вспомогательных неизвестных:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 2, \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -1; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{6}, \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2}; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{3}{y+1} = 3, \\ \frac{6}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 2. \end{cases}$$

361. Решите систему уравнений с тремя неизвестными:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y=6, \\ x+z=8, \\ y+z=10; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x+y=4, \\ y+z=8, \\ x+y+z=9; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x+y-z=9, \\ x-y+z=5, \\ 2x+y+z=22; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x+2y+3z=19, \\ 2x+y-z=1, \\ 3x-4y+3z=3. \end{cases}$$

362. При каком значении c система уравнений $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 3, \\ 4x + 3y = c \end{cases}$ не имеет решения?

363. При каком значении c система уравнений $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = 4, \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = c \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?

364. При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} ax + 2y = 12, \\ 3x - 4y = 11 \end{cases}$ имеет единственное решение?

365. Решите графически систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} y - x = 2, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 1, \\ x - 2y = 0. \end{cases}$$

366. При каком значении a прямые $ax - 3y = 6$ и $4x + 3y = 12$ пересекаются на оси абсцисс?

367. При каком значении b прямые $2x - y = -2$ и $x + by = 4$ пересекаются на оси ординат?

368. При каком значении k прямая $y = kx - 1$ проходит через точку пересечения прямых $x + y = 5$ и $x + 4y = 8$?

369. Прямая $y = 3x + b$ проходит через точку $B(2; 3)$. Найдите координаты точек пересечения прямой с осями координат.

370. Прямая $ax - 2y = 2$ проходит через точку $A(4; 1)$. Найдите коэффициент a .

371. Прямая $3x - by = -3$ проходит через точку $B(1; 6)$. Найдите коэффициент b .

§ 22. Задачи на составление систем уравнений первой степени

372. В течение дня на склад поступило 30 м^3 дуба и 20 м^3 сосны, общая масса которых равна 40 т , и отпущено 8 м^3 дуба и 12 м^3 сосны, масса которых равна 14 т . Вычислите плотность 1 м^3 дуба и сосны.

373. Периметр прямоугольника равен 80 см , а разность его сторон — 20 см . Вычислите стороны прямоугольника.

374. Кассир разменял 100 -рублевую купюру на 3 -рублевые и 5 -рублевые, всего на 26 купюр. Сколько было выдано кассиром 3 -рублевых и 5 -рублевых купюр в отдельности?

375. Летели галки и сели на палки. Если на каждую палку сядет по галке, то одной галке не хватит палки. Если на каждую палку сядут по две галки, то одна палка останется без галок. Сколько было галок и сколько палок?
376. Первая бригада собрала по 24 ц с гектара гороха, а вторая — по 20 ц. У второй бригады площадь, засеянная горохом, на 3 га меньше, и она собрала урожай на 120 ц меньше, чем первая. Какая площадь засеяна каждой бригадой?
377. Доярка от двух коров надоила за год 8100 л молока. На следующий год удой от первой коровы увеличился на 15%, а от второй коровы — на 10%, поэтому доярка за второй год надоила от этих коров на 1000 л молока больше. Сколько молока надоила доярка от каждой коровы за первый год?
378. Сын десять лет назад был в 15 раз моложе отца, а через 16 лет он будет моложе только в 2 раза. Сколько лет отцу и сыну?
379. В одном баке было 28 л бензина, а в другом — 42 л. Если первый бак долить доверху из второго бака, то второй бак станет наполненным наполовину. Если второй бак дополнить доверху из первого бака, то в нем останется только четвертая часть объема. Найдите объем каждого бака.
380. На дворе было 20 кроликов и кур, у которых 52 ноги. Сколько было кроликов и кур в отдельности?
381. От дома до дачи автобус ехал по шоссе, а обратно — по грунтовой дороге, которая на 6 км короче, чем шоссе. Всего автобус проехал 46 км. Найдите длину шоссе и грунтовой дороги.
382. На ферме было 30 коров и 6 лошадей, которым ежедневно давали 240 кг сена. Известно, что 6 лошадей съедают сена на 24 кг больше, чем 6 коров. Найдите дневную норму сена для лошади и коровы.
383. Для кормления 5 лошадей и 25 коров ежедневно отпускают 220 кг сена, для 3 лошадей и 35 коров отпускают 272 кг сена. Найдите дневную норму сена для лошади и коровы.
384. Одно число больше другого на 16. Найдите эти числа, если $\frac{5}{32}$ одного числа равны $\frac{3}{16}$ другого.
385. В одной бочке находится смесь спирта с водой в отношении 3:7, а в другой — 40-процентная спиртовая смесь. Сколько следует взять спиртовой смеси из каждой бочки, чтобы получить 16 л смеси, в которой спирт и вода были в отношении 5:11?
386. С одного поля собрали по 40 ц ячменя с гектара, а с другого — по 35 ц с гектара. Всего собрали 2600 ц. На следующий год в хозяйстве решили собрать больше ячменя. Если урожайность с первого поля увеличится на 10%, а со второго — на 20%, то урожай увеличится на 400 ц. Найдите площадь каждого поля.

387. Если длину данного прямоугольника увеличить на 3 м, а ширину уменьшить на 1 м, то площадь прямоугольника не изменится. Не изменится площадь прямоугольника в том случае, если длину уменьшить на 3 м, а ширину увеличить на 2 м. Вычислите стороны данного прямоугольника.
388. Велосипедист рассчитал, что если от дома до города он поедет со скоростью 12 км/ч, то опоздает на 1 ч. Если же он будет ехать со скоростью 20 км/ч, то приедет на 1 ч раньше срока. Найдите расстояние от дома до города и скорость, при которой велосипедист приедет вовремя.
389. Две мастерские сшили в первый день 110 костюмов. Во второй день первая мастерская увеличила выпуск костюмов на 20%, а вторая — на 10%, в результате во второй день было сшито на 16 костюмов больше, чем в первый день. Сколько костюмов сшила каждая мастерская во второй день?
390. В первом и втором классах 67 учеников, во втором и третьем классах 62 ученика, а в первом и третьем — 65 учеников. Сколько учеников в каждом классе?
391. В квартире три комнаты. Площадь первой и второй комнат равна 28 м^2 , второй и третьей комнат — 23 м^2 , а первой и третьей — 25 м^2 . Найдите жилую площадь всей квартиры.
392. В трех классах начальной школы 74 ученика. Известно, что $\frac{3}{5}$ числа учащихся первого класса равны $\frac{1}{2}$ числа учащихся второго класса и $\frac{2}{5}$ числа учащихся третьего класса. Сколько учащихся в каждом классе школы?
393. Теплоход прошел в первый день 60 км по течению и 54 км против течения, затратив на это 10 ч. На другой день теплоход прошел 45 км по течению и 36 км против течения за 7 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде и скорость течения реки.
394. В треугольнике один угол равен 100° , а разность величин двух других углов равна 10° . Найдите неизвестные углы треугольника.
395. Разность между длиной и шириной прямоугольника равна 4 см, а его периметр равен 40 см. Вычислите площадь прямоугольника.
396. Если у данного прямоугольника длину уменьшить на 2 см, а ширину увеличить на 1 см, то его площадь не изменится. Площадь прямоугольника не изменится, если длину увеличить на 3 см, а ширину уменьшить на 1 см. Вычислите длину и ширину данного прямоугольника.
397. Среднее арифметическое двух чисел равно 11. Если большее число разделить на меньшее, то получим в частном 3 и остаток 2. Найдите эти числа.
398. 3 гусеничных и 5 колесных тракторов в первый день вспахали 54 га, а во второй день 2 гусеничных и 7 колесных трак-

торов, работая с той же производительностью, вспахали 58 га. Найдите производительность гусеничного и колесного тракторов в день.

399. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми 15 км, одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста и через 30 мин встречаются. Если же они поедут в одном направлении, то один догонит другого через 2 ч 30 мин. Найдите скорость каждого велосипедиста.
400. Брат старше сестры на 5 лет, а вместе им 27 лет. Сколько лет каждому?
401. Сумма двух чисел равна 76, а $\frac{3}{4}$ первого числа составляют $\frac{5}{6}$ второго числа. Найдите эти числа.
402. Если к числителю и знаменателю несократимой дроби прибавить по единице, то получится $\frac{1}{2}$, а если вычесть из них по 1, то получится $\frac{1}{4}$. Найдите эту дробь.
403. В трех корзинах было 120 груш. Во второй корзине было на 10 груш больше, чем в первой, в третьей корзине было на 20 груш больше, чем в первой. Сколько груш в каждой корзине?
- ✓ 404. Для перевозки картофеля было заказано несколько самосвалов. Если на каждый самосвал погрузить по 7 т картофеля, то 6 т останется, если погрузить по 8 т, то 6 т не хватит для полной загрузки самосвалов. Сколько было картофеля и сколько самосвалов?
405. Два тракториста прокультивировали 152 га пашни. Первый тракторист работал 6 дней, а второй — 8 дней. Сколько гектаров культивировал в среднем каждый тракторист в день, если первый тракторист за 4 дня обработал на 18 га больше, чем второй за 3 дня?
406. На стоянке были автомашины, мотоциклы с коляской и мотоциклы без коляски. Всего было 15 машин, у них 56 колес. Сколько каких машин стояло на стоянке?
407. Результат от сложения двузначного числа с суммой его цифр равен 50. Если от этого числа отнять число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, то получим 9. Найдите это число.
408. В одном ведре находится молоко жирностью 3%, а в другом — сливки жирностью 18%. Сколько нужно взять молока и сливок, чтобы получить 10 л молока жирностью 6%?
409. Расстояние от совхоза до города равно 25 км. В 8 ч навстречу друг другу вышли автобус и почтовая машина, и в 8 ч 15 мин они встретились. На другой день автобус вышел в то же время, а почтовая машина на 25 мин позже, и встретились они в 8 ч 30 мин. Найдите скорость автобуса и почтовой машины.

§ 23. Задачи и упражнения для повторения

410. Найдите 105,5% от 20.
411. При выпечке хлеба припек составляет 40% массы муки. Сколько можно получить хлеба из 250 кг муки?
412. В корзине лежали груши. Когда из корзины взяли половину всех груш и еще полгруши, а затем половину остатка и еще полгруши, то в корзине осталось 16 груш. Сколько было груш в корзине первоначально?
413. Тракторист вспахал 18 га, что составило 15% всего поля. Вычислите площадь всего поля.
414. Влажность скошенной травы составляет 64%, а сухого сена — 10%. Сколько получится сена из 1 т травы?
415. Мастер изготовил сплав золота и серебра в отношении 5:8, причем золота он взял 40 г. Найдите массу сплава.
416. Определите всхожесть семян, если из 600 зерен взошло 558 зерен.
417. Вычислите: $99 - 97 + 95 - 93 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$.

Вычислите рациональным способом (418—419):

418. а)
$$\frac{2,75^2 + 7,25 \cdot 2,75 - 7,5}{5,5^2 - (1,05 + 1,7664 : 0,512)^2}$$
;

б)
$$\frac{6,75^2 - 3,25^2}{0,35 \cdot 388 - 28,8 \cdot (20,56 - 14,501 : 0,85)}$$
;

в)
$$\frac{((3,6^2 : 1,8 + 11,3)^2 - 16,5^2) \cdot 2}{(90,144 : 3,6 - 1,04)^2 - 2,4 \cdot 230 - 20}$$
;

г)
$$\frac{(50,896 : 3,2 - 3,405)^2 + 1,25 \cdot 75}{((0,64^2 : 0,32 + 2,47)^2 - 2,75^2) : 0,52}$$
.

419. а)
$$\frac{(4,92^2 - 4,92 \cdot 2,45 \cdot 1,6) : 2,46 + 2,5}{(16,596 : 7,2 + 2,195)^2 - 4,5 \cdot 3,5}$$
;

б)
$$\frac{92,6 : (6,76 \cdot 9,26 - 1,76^2 - 1,76 \cdot 7,5)}{(6,2^2 - 1,2 \cdot 6,2) : 15,5}$$
;

в)
$$\frac{5,995 + 43,224 : 4,8}{(0,425 \cdot 7,75^2 - 0,25^2 \cdot 0,425) : 51}$$
;

г)
$$\frac{(0,62 - 0,0375 \cdot 19,2 - 0,62^2) : 0,155}{5,2^2 - 4,8^2}$$
.

420. Вычислите:

а)
$$\frac{115 \frac{26}{50} - 54,567 : 8 \frac{3}{5} + 36,6 : 7,625 + 36,025}{\frac{3}{5} \cdot 6,25 - 2 \frac{7}{24} + 1 \frac{1}{24}}$$
;

б)
$$\frac{(0,06 : 2 + 8 \cdot 0,06) \cdot \left(16 \frac{2}{3} \cdot 2 - 0,8 \cdot 16 \frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{8} : \left(\frac{3}{8} - 0,3 - 0,5 \cdot 0,1\right) - \left(8,03 - 7 \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{7} : 0,02}$$
;

$$в) \frac{\left(5\frac{1}{2} \cdot 2,5 + 5\frac{1}{2} \cdot 7,5\right) : 110}{9,35 : (0,55 \cdot 9 - 0,55 \cdot 0,5) - 1,9};$$

$$г) \frac{\left(3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{5}\right) : \left(3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{5}\right) + \frac{42}{71}}{\left(17\frac{1}{3} : 19\frac{1}{2} + 1\frac{1}{9}\right) : 0,4 - 4,9}$$

421. Найдите x :

$$\left(7\frac{1}{5} - \left(8\frac{1}{4} - 4\frac{4}{5}\right)\right) : \frac{1}{8} = (0,94 - 0,01504 : 0,032) : \frac{47x}{3}$$

422. Равносильны ли уравнения:

а) $4(2x - 0,5) - 3(2x + 10) = 2(4 - x)$ и $3(5x - 2) - 4(3x + 3,5) = 2(1 + x) - 12$;

б) $5(3x - 1) + 2(2x - 7) = 3(3x + 2)$ и $4(2x + 3) - 7(2x + 1) = 6(x - 4) - 1$?

423. Какие из чисел -2 ; 0 ; 3 ; 5 являются корнями уравнения:

а) $7(x - 2) + 2(x - 5) = 4(2x - 6)$;

б) $x^2 - x - 6 = 0$?

Решите уравнение (424—425):

424. а) $5(3x - 7) + 4(1 - 3x) = 2x - 11$;

б) $\frac{5x+1}{2} + \frac{2(3x-4,5)}{9} - \frac{5(5x-3)}{12} = 4$;

в) $\frac{4x-1}{3} + \frac{3(3x-4)}{4} - \frac{7x+2}{6} = 6$;

г) $\frac{5x+1}{3} + \frac{x-1}{x-3} - \frac{5x+7}{3} = 1$.

425. а) $\frac{y^2+10y-8}{y+2} = y+2$;

б) $\frac{y-4}{y-3} - \frac{y+4}{y+7} = 0$;

в) $\frac{4x+4}{2} - \frac{6x+3}{3} = \frac{4x+3}{6x+1}$;

г) $\frac{x+13}{3x-6} + \frac{x-32}{2x+6} = \frac{5}{6}$.

426. При каких значениях x уравнение не имеет смысла:

а) $\frac{4}{x} = \frac{a}{x-3}$; б) $\frac{x-1}{x^2-4} = \frac{x+5}{x^2+4}$?

427. Решите уравнение:

а) $|2x - 3| = 7$; б) $|4x - 8| = 12$.

428. Скорость катера в стоячей воде равна 22 км/ч, а скорость течения реки — 2 км/ч. За какое время катер пройдет расстояние, равное 24 км, туда и обратно?

429. Напишите формулу трехзначного числа, состоящего из одинаковых цифр.
430. Первый трактор может вспахать поле за 4 дня, а второй — за 2 дня. За сколько дней оба трактора, работая вместе, могут вспахать 75% поля?
431. У двузначного числа цифра десятков на 3 меньше цифры единиц. Если это изучаемое число разделить на сумму его цифр, то в частном получим 4 и в остатке 6. Найдите это число.
432. Три самосвала перевезли песок. Первый перевез 0,3 от всего песка, второй — $\frac{3}{8}$ всего песка. Какую часть песка перевез третий самосвал?
433. Три мальчика поймали 120 рыбок. Первый поймал 40% всех рыбок, второй — $\frac{3}{4}$ числа рыбок первого, а остальные поймал третий мальчик. Сколько рыбок поймал третий мальчик?
434. Лодка прошла путь по течению реки за 3 ч со скоростью 20 км/ч. На обратный путь она затратила 5 ч. Найдите скорость течения реки.
435. Туристы за 3 дня должны пройти 80 км. В первый день они прошли 30% всего пути, во второй — на 5% больше, чем в первый день. Какое расстояние осталось пройти туристам в третий день?
436. Из дома в город со скоростью 20 км/ч выехал велосипедист. Спустя 1 ч вслед за ним выехал второй велосипедист со скоростью 24 км/ч. В город они приехали одновременно. Найдите расстояние от дома до города.
437. В бассейн проведены 3 трубы. Одна из них может заполнить бассейн за 6 ч, вторая — за 8 ч, а третья — за сутки. За сколько часов наполнится бассейн при одновременной работе всех труб?
438. Трое рабочих выкопали картофель за 3 дня, работая по 8 ч в день. За сколько дней выкопают этот картофель 6 рабочих, работая по 6 ч в день?
439. Автобус проехал путь от поселка до города по грунтовой дороге со скоростью 50 км/ч. Обрато он возвращался по шоссе, которое длиннее на 10 км, со скоростью 60 км/ч и затратил на 20 мин меньше. Найдите длину шоссе.
440. Брат взял себе несколько яблок, а сестре дал $\frac{3}{4}$ этого числа и еще 3 яблока, после этого яблок у них стало поровну. Сколько всего было яблок?
441. Со станции в город вышел пассажирский поезд со скоростью 55 км/ч, спустя 45 мин из города навстречу ему вышел скорый поезд со скоростью 60 км/ч. На каком расстоянии от станции поезда встретятся, если расстояние между станцией и городом равно 415 км?

442. От села в город, расстояние между которыми равно 285 км, вышел автобус со скоростью 45 км/ч. Спустя 30 мин из города в село вышла легковая машина со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода автобуса они встретятся?
443. Тракторист должен засеять поле за 8 дней. Однако он засеивал в день на 2 га меньше нормы, поэтому закончил сев за 10 дней. Найдите площадь поля.
444. Рабочий должен изготавливать ежедневно 12 деталей. Однако он изготавливал 15 деталей в день, и уже за 5 дней до срока ему осталось изготовить 30 деталей. Сколько деталей рабочий должен изготовить?
445. Сплав содержит медь и никель в отношении 8:3. Сколько надо взять никеля, чтобы получить 660 г сплава?
446. Даны два числа, такие, что одно из них больше другого на 8. Найдите эти числа, если $\frac{5}{16}$ одного числа равны $\frac{3}{8}$ другого.
447. Стоимость товара s рублей. При распродаже цену на товар снизили на 20%. На сколько процентов следует повысить цену на товар, чтобы стоимость его оказалась прежней?
448. Решите уравнение $x^2 - y^2 = 15$, где x и y — натуральные числа.
449. Кооператив в первый день продал 20% своего товара, во второй день — 25% остатка, в третий день — 40% нового остатка. Какой процент товара остался непроданным?
450. Прямые $y = 4x - 3$ и $y = kx + 3$ параллельны. Чему равен коэффициент k ?
451. Принадлежит ли точка $A(3; 4)$ графику уравнения $5x - 2y = 7$?
452. Разложите на множители:
 а) $6x^2 - 9x - 2ax + 3a$; б) $15a^2 - 5ab + 3a - b$;
 в) $9x^2 - (x+3)^2$; г) $2a^3 - 16$.
453. Решите систему уравнений:
 а) $\begin{cases} 3(x+y) = 2x+y+10, \\ 5(x-y) = x-y+4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{5x+3}{3} - \frac{7y-1}{6} = \frac{3x+y}{2}, \\ \frac{7x-1}{4} - \frac{15y-3}{3} = \frac{x-y}{2}; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} 2ax+ay = 2(a-b), \\ ax-2by = \frac{a^3+4b^3}{ab}; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x+y+z = 6, \\ 2x+3y+z = 13, \\ 3x-4y+2z = 3. \end{cases}$
454. Дана система уравнений $\begin{cases} ax+2y=c, \\ x+y=10. \end{cases}$ Найдите такие значения a и c , чтобы система имела бесконечное множество решений.

455. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки:
 а) $A(3; 2)$ и $B(6; 3)$; б) $C(2; 1)$ и $D(4; -2)$;
 в) $K(-2; 2)$ и $M(2; 4)$; г) $A(1; -1)$ и $C(3; 3)$.
456. Сумма двух чисел равна 32, а их разность равна 12. Найдите эти числа.
457. В клетках находятся куры и кролики. Всего у них 98 ног и 33 головы. Сколько в клетках кур и кроликов?
458. Одна бригада убрала поле площадью 72 га, а другая — площадью 60 га, и всего собрали 4680 ц ржи. Сколько ржи собрала в среднем с 1 га каждая бригада, если первая бригада собрала с каждых 10 га на 220 ц больше, чем вторая с 6 га?
459. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 90 км. Через 3 ч они встретились, причем первый велосипедист проехал на 6 км больше второго. Найдите скорость каждого велосипедиста.
460. Из двух городов, расстояние между которыми равно 400 км, вышли одновременно навстречу друг другу два автобуса и встретились через 4 ч. Найдите скорость каждого автобуса, если скорость первого автобуса больше скорости второго на 10 км/ч.
461. Расстояние, равное 24 км, лодка проплыла по течению за 4 ч, а против течения за 6 ч. Найдите скорость лодки и скорость течения реки.
462. Ученики класса получили поровну тетради и карандаши, всего 124 тетради и 93 карандаша. Сколько учеников было в классе?
463. В кассе имеется достаточное количество 3- и 5-рублевых купюр. Докажите, что кассир может выдать любую зарплату, более 7 рублей, этими купюрами.
464. Решите уравнение $7x + 5y = 58$, где x и y — натуральные числа.
465. Машина в город шла со скоростью 60 км/ч, а обратно — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость машины.
466. Если данное двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получим 6 и остаток 5. Если из данного числа вычесть учетверенную сумму его цифр, то получим 21. Найдите данное число.
467. Упростите выражение $(a + 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1)(a^8 + 1)$.
468. Постройте график уравнения $(x - 1)(y + 2) = 0$.
469. Два равных по массе слитка имеют различное процентное содержание меди. От каждого слитка отрезали по $\frac{3}{4}$ и каждый из отрезанных слитков сплавил с остатком другого слитка. В результате оказалось, что в первом слитке процентное содержание меди в 2 раза выше, чем во втором. Во

сколько раз во втором слитке было первоначально меди больше, чем в первом?

Решите уравнение (470—472):

470. $\frac{4}{x^2-9} + \frac{x+1}{x-3} = 1.$

471. $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0.$

472. $\frac{2}{2y-1} + \frac{3}{2y+1} = \frac{2}{2y-1} \cdot \frac{3}{2y+1}.$

473. Имея купюры достоинством 1, 3, 5, 10 рублей, разменяйте 25 р. так, чтобы у вас было 10 купюр.

474. Докажите, что значение выражения:

а) $21^9 - 1$ делится на 10; б) $26^{10} - 1$ делится на 5.

475. Докажите, что при любом натуральном n число $2^n + 2^{n+1}$ делится на 6.

476. Докажите, что при любом натуральном n число $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ делится на 14.

477. В корзине были яблоки. Если их разделить на двоих, то в остатке будет одно яблоко; если разделить на троих, то в остатке будет 2 яблока; на четверых, то в остатке 3; на пятерых — в остатке 4; на шестерых — в остатке 5. Найдите наименьшее число яблок в корзине.

478. Для компостирования автобусных билетов действует прибор, который пробивает дырки на билете до пяти штук в ряд. Дырка на первом месте означает 1, на втором — 2, на третьем — 4, на четвертом — 8 и на пятом — 16. Как с помощью этого компостера пробить тринадцатое число?

479. Поп нанял работника Балду на год, обещал ему 120 р. и красный кафтан. Однако, проработав 7 месяцев, Балда стал просить у попа расчет и получил за работу 50 р. и красный кафтан. Сколько стоит кафтан у Балды?

480. Мальчики в пруду сетью выловили за один раз 60 карасей, сделали на них метки и выпустили снова в пруд. На другой день они этой же сетью за один раз выловили 57 карасей, из них 3 с меткой. Сколько карасей в пруду (приблизленно)?

481. Штамповщик из алюминиевого листа штампует детали. Из каждой заготовки получается одна деталь, а остальное идет в отходы. Из полученных отходов, получившихся при штамповке из 8 деталей, после их переплавки можно изготовить еще одну деталь. Сколько деталей можно изготовить из 64 алюминиевых заготовок?

482. Перед началом учебного года мать купила школьникам тетради. Старшему сыну она дала тетрадь и четверть остатка. Среднему — одну тетрадь и четверть нового остатка. Младшему — одну тетрадь и четверть очередного остатка. После этого в запасе осталось 24 тетради. Сколько было куплено тетрадей?

483. Скорый и пассажирский поезда идут навстречу друг другу по параллельным путям со скоростью 60 км/ч и 48 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что скорый поезд шел мимо него в течение 5 с. Найдите длину скорого поезда.
484. В результате мер по экономии электроэнергии в первый месяц сократили ее расход на 20%, во второй — на 10%, а в третий — на 10%. На сколько процентов в результате сократился расход электроэнергии?
485. Когда пешеход отошел от дома на расстояние 12 км, ему вдогонку отправился велосипедист, скорость которого в 4 раза больше скорости пешехода. На каком расстоянии от дома велосипедист догонит пешехода?
486. Плащ стоил p рублей. Сначала цену плаща снизили на 30%, а через месяц цену повысили на 30%. Сколько теперь стоит плащ?
487. Студент-заочник выполнил контрольную работу, в которой было 20 задач. За решенную правильно задачу ему ставили 8 баллов, за решенную неверно задачу минусовали 5 баллов. А за те задачи, к которым он не приступал, — нуль баллов. Всего студент получил 13 баллов. Сколько задач студент решил верно?
488. Три брата получили от матери несколько пряников. Они их поделили по-братски. Младшему дали половину всех пряников и еще половину пряника, среднему дали половину остатка и еще половину пряника, а старшему — половину остатка и еще половину пряника. Сколько всего мать дала им пряников?
489. Из колхоза в город одновременно вышли два грузовика. Первый идет со скоростью 50 км/ч, а второй — со скоростью 40 км/ч и прибывает в город на 1 ч позже первого. Спустя 1 ч 40 мин из колхоза вышла легковая машина и прибыла в город одновременно со вторым грузовиком. Найдите скорость легковой машины.
490. На столе в классе была стопка тетрадей, которые должны получить три ученика. Вначале пришел первый ученик, взял третью часть тетрадей и ушел. Затем пришел второй ученик, взял третью часть оставшихся тетрадей и ушел. Третий ученик тоже взял третью часть того, что было, и каждый ученик считал, что он пришел первым. После этого на столе осталось 16 тетрадей. Сколько тетрадей было первоначально?
491. В бассейн проведены три трубы. Первая его наполняет за 2 ч, вторая — за 3 ч и третья — за 6 ч. За какое время три трубы, работая одновременно, наполнят весь бассейн?

VII. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ

§ 24. Рациональные выражения

Раскройте скобки и упростите (492—495):

492. а) $2x(5x-7)+5x(3-2x)$; б) $3x(4x+5)+5x(2-2,4x)$;
в) $(2x-3)(4x+9)$; г) $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$.
493. а) $(a^2-2a+4)(a+2)-a(a^2-1)$;
б) $x(x^2+1)-(x^2+3x+9)(x-3)$;
в) $(3b+2)(2b-2)-(6b+1)(b+4)$;
г) $(a^3-a^2+a-1)(a+1)$.
494. а) $(11x-5)^2-(10x+1)^2-(7x+10)(3x-20)$;
б) $(b-1)(1+5b)^2-(b-3)(5b+6)^2$;
в) $(x+y)(2x-y)^2-(x-y)(2x+y)^2$;
г) $(2a-3b)(12b-5a)^2+(3b-a)(7a-12b)^2$.
495. а) $(7+10a)(8a+3)+(8a-1)^2-(5+12a)^2+50a$;
б) $(a-1)(6a+5)^2-(a+1)(6a-1)^2+24a$;
в) $2(17a-4b)(2a+3b)-(3a+5b)^2+(4a-7b)^2$;
г) $5(x-y)(5x-2y)^2+(y-5x)(5x-4y)^2$.

Разложите на множители (496—497):

496. а) $81a^2-25b^2$; б) $2a^3-2a$;
в) $(2a+2)^2-4a^2$; г) $a^2+2ab+b^2-4$.
497. а) $a^3-a^2b-ab^2+b^3$; б) $9(2a-b)^2-4(3a-b)^2$;
в) $x^2+y^2-a^2+2xy$; г) $10a^4b^2-40a^2b^4$.

498. Вычислите, применяя формулу разности квадратов:

- а) 1005^2-995^2 ; б) 115^2-85^2 ;
в) $101 \cdot 99$; г) $49 \cdot 51$.

499. Докажите тождество:

- а) $(x^2+y^2)(x-y)(x+y)=x^4-y^4$;
б) $5x^2-2(x-1)(x+1)=3x^2+2$.

Разложите на множители (500—502):

500. а) $8a^3-1$; б) x^3-x ;
в) x^3+64 ; г) $8a^3+27b^3$.
501. а) $\frac{a^3}{8}-1000$; б) $125x^3+\frac{1}{8}$;
в) a^6-b^6 ; г) x^6+y^6 .
502. а) $(a-1)^3-8$; б) $(x+1)^3+27$;
в) $(2x-1)^3+1$; г) $(a-b)^3-a^3$.

503. Решите уравнение:

- а) $4x^3 - x = 0$; б) $4x^3 - 20x^2 + 25x = 0$;
в) $x^3 - 2x^2 + x = 0$; г) $4x^2 - (2x - 3)^2 = 15$;
д) $(1 - x)(6x + 5)^2 - (x + 1)(6x - 1)^2 = 50$;
е) $(8x - 15)^2 - (17x - 3)^2 + (15x + 4)^2 = 268$.

504. При каких значениях x дробь не имеет смысла:

- а) $\frac{5x}{x-5}$; б) $\frac{x-1}{x^2+2x}$; в) $\frac{10x}{x^2+1}$; г) $\frac{1}{(x-1)(x+5)}$?

505. Найдите допустимые значения x :

- а) $\frac{2x-1}{x-2}$; б) $\frac{x^2+5x}{5}$; в) $\frac{x^2-9}{x+3}$;
г) $\frac{x-10}{(x-2)(x+4)}$; д) $\frac{5}{x^2-25}$; е) $\frac{6x-2}{x^2+2}$.

506. Вычислите значение дроби:

- а) $\frac{(x-1)(x+1)}{2x-3}$ при $x=4$;
б) $\frac{4x^2-12x+9}{x^2+4x+4}$ при $x=5$;
в) $\frac{(3x+1)^2}{x^2+5x+1}$ при $x=3$;
г) $\frac{a^2+a^3+ab^2+b^2}{ab+a^2b}$ при $a=4$, $b=2$.

507. При каких значениях букв дробь равна нулю:

- а) $\frac{a}{a^2-9}$; б) $\frac{x^2-4}{x+2}$; в) $\frac{4a^2-20a+25}{a^2+a-1}$;
г) $\frac{25x^2-16}{5x+4}$; д) $\frac{(x^2-1)(x+2)}{x+1}$; е) $\frac{9y^2+1}{y-2}$?

508. При каких значениях n уравнение не имеет решения:

- а) $n^2x - 1 = 4x + n$; б) $n + 5x = nx - 5$;
в) $n^2x - n = 16x - 4$; г) $5n - x = n^2x$?

509. При каких значениях m корни уравнения равны нулю:

- а) $x + 7 = m - mx$; б) $mx + 4 = 2x + m^2$;
в) $m - 2 + mx - x = m^2x$; г) $2m - x = m^2x + 6$?

§ 25. Сокращение дробей

510. Какие из следующих равенств являются тождествами:

- а) $\frac{a-b}{a} = \frac{an-bn}{an}$; б) $\frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$;
в) $\frac{ab-b^2}{b^2} = \frac{a-b}{b}$; г) $\frac{x-y}{2y-2} = \frac{y-x}{2-2y}$?

511. Изменится ли величина дроби, если a и b умножить на 4:
 а) $\frac{a+b}{a-b}$; б) $\frac{5a}{3a+2b}$; в) $\frac{a-5}{b+5}$; г) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$; д) $\frac{ab}{a+b}$; е) $\frac{a-b}{2ab}$?

512. Изменится ли величина дроби, если к числителю и знаменателю дроби прибавить или вычесть одно и то же число, отличное от нуля?

Сократите дробь (513—519):

513. а) $\frac{96}{144}$; б) $\frac{72}{108}$; в) $\frac{135}{144}$; г) $\frac{84}{72}$.

514. а) $\frac{6x^2}{2x}$; б) $\frac{69ab^2}{23b}$; в) $\frac{240a^2b^5}{42a^2b^4}$; г) $\frac{225x^3y^5}{75xy^4}$;

д) $\frac{48a^7b^5c^4}{60a^6b^3c^4}$; е) $\frac{625a^2b^4}{125a^3b^4c}$; ж) $\frac{77x^{10}y^8a}{11x^3y^{10}}$.

515. а) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$; б) $\frac{4x^2+12x+9}{3+2x}$; в) $\frac{a^2-ab}{b^2-ab}$;

г) $\frac{a^2-2ab}{2b^2-ab}$; д) $\frac{3xy-24x^2}{y^2-8xy}$; е) $\frac{3x^2-15xy}{10y^2-2xy}$.

516. а) $\frac{(a-b)^2}{2a^2-2b^2}$; б) $\frac{3x^2-12xy+12y^2}{2y-x}$; в) $\frac{3a^3-3a}{3a^2+3a}$;

г) $\frac{20xy^2-20x^2y+5x^3}{10xy-5x^2}$; д) $\frac{x^2+2x^2y+xy^2}{x^3-xy^2}$; е) $\frac{5a^2+10ab+5b^2}{10a^2-10b^2}$.

517. а) $\frac{a^4b^2}{a^2b^2}$; б) $\frac{3x^3}{x^{k+1}}$; в) $\frac{a^{2n+1}}{a^{2n-1}}$;

г) $\frac{a^{n-1}b^n}{a^{n-3}b^2}$; д) $\frac{x^{n+2}-x^2}{x-x^{n+1}}$; е) $\frac{2a^{n+3}-a^3}{a-2a^{n+1}}$.

518. а) $\frac{a^3-1}{a^2+a+1}$; б) $\frac{x^3+27}{x^2-3x+9}$; в) $\frac{a^2-b^2}{a^3-b^3}$;

г) $\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}$; д) $\frac{a^3+8}{(a-2)^2+2ab}$; е) $\frac{a^6-b^6}{a^3+b^3}$.

519. а) $\frac{ax-2a-bx+2b}{ax-3b+3a-bx}$; б) $\frac{a+a^3-1-a^2}{a^3+2a^2+a+2}$;

в) $\frac{6x-5y-10x+3xy}{2x^2+y+xy+2x}$; г) $\frac{4a^2-2ab-3b+6a}{4a^2+12a+9}$.

520. Упростите и найдите числовое значение выражения:

а) $\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$, если $a=15$, $b=13$;

б) $\frac{6a^2-2b+2ab-6a}{15a^2+4b+12a+5ab}$, если $a=4$;

в) $\frac{5a+bx+ax+5b}{2ax+by+2bx+ay}$, если $x=5$, $y=10$;

г) $\frac{1-y+x-xy}{1-3y+3y^2-y^3}$, если $x=8$, $y=4$.

Решите уравнение относительно x (521—522):

521. а) $ax - bx = 6a - 6b$; б) $ax - a^2 = bx - b^2$;
 в) $b^3 + a^2x + abx = a^3 - b^2x$; г) $a^2x - a^3 + 4x = 2ax + 8$.
 522. а) $a^2 - b^2 = a^2x - 2abx + b^2x$; б) $a^2 + x = ax + 2a - 1$;
 в) $9b^2 + 3bx = 9a^2 - 3ax$; г) $a^2x + b^4 = a^4 - b^2x$.

§ 26. Сложение и вычитание дробей

Выполните сложение и вычитание дробей (523—532):

523. а) $\frac{4}{15} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{18} + \frac{7}{12} - \frac{3}{4}$; в) $2\frac{5}{12} + \frac{2}{15} - 1\frac{4}{5}$;
 г) $\frac{0,5a+2b}{6} + \frac{3a-2b}{4} - \frac{5a+2b}{15}$; д) $\frac{5a-2b}{12} + \frac{7a+3b}{18} - \frac{2a-3b}{9}$.
 524. а) $\frac{9a-5}{15a} + \frac{3a-4}{12a}$; б) $\frac{7x-3}{12x^2} - \frac{2}{15x}$;
 в) $\frac{2x+1}{x^4} - \frac{2-x^2}{x^3} - \frac{1}{x}$; г) $\frac{2a+3}{2ab} - \frac{3a+2}{3ab} + \frac{a-10}{12ab}$.
 525. а) $\frac{a+5}{a-5} + \frac{a-5}{a+5}$; б) $\frac{8-a}{a-4} + \frac{a-3}{a+1}$;
 в) $\frac{a+5}{a-3} - \frac{a-4}{a+3}$; г) $\frac{3b-1}{b-7} - \frac{3b+2}{b+7}$.
 526. а) $\frac{6-16x}{16x^2-9} + \frac{2}{4x-3} + \frac{3}{4x+3}$; б) $\frac{2a}{a^2-1} + \frac{3}{1+a} - \frac{1}{a-1}$.
 527. а) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}$; б) $\frac{a+1}{1-a} - \frac{1-a}{1+a} - \frac{4a^2}{a^2-1}$.
 528. а) $\frac{10a+5}{4a^2-9} - \frac{3}{2a-3} - \frac{2}{2a+3}$; б) $\frac{3}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{5x-5}{x^2-25}$;
 в) $\frac{7}{a+4} - \frac{5}{a-4} + \frac{50-2a}{a^2-16}$; г) $\frac{3b(3b-a)}{2(a^2-b^2)} - \frac{3a}{2(a-b)} + \frac{3b}{a+b}$.
 529. а) $\frac{a-2}{1-a^2} - \frac{2a+2}{3a-3} + \frac{a}{1+a}$;
 б) $\frac{x^2-4}{4-x^2} - \frac{2}{3x-6} - \frac{x}{x+2}$;
 в) $\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} - \frac{a-b}{a^2+2ab+b^2} - \frac{3b}{a^2-b^2}$;
 г) $\frac{x+2}{x^2-4x+4} + \frac{x-2}{x^2+4x+4} - \frac{2x}{x^2-4}$.
 530. а) $\frac{x^2+8}{x^3-8} + \frac{x}{x^2+2x+4} - \frac{1}{x-2}$; б) $\frac{a+2}{a^2+3a} - \frac{1}{3a+9} - \frac{2}{3a}$;
 в) $\frac{x+15}{2(x^2-25)} + \frac{x+5}{2x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x}$; г) $\frac{1}{a} - \frac{a^2+4}{a^3-4a} - \frac{4}{a^2+2a}$.

531. а) $\frac{y+3}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} + \frac{6}{2y^2-2}$; б) $\frac{8x}{x^2-4} + \frac{2x}{6-3x} + \frac{2x}{x+2}$;
 в) $\frac{24b}{9a^2-1} - \frac{4}{3b+1} - \frac{4}{1-3b}$; г) $\frac{2x-1}{x^2+x+1} - \frac{6}{x-1} + \frac{5-3x+4x^2}{x^3-1}$.
532. а) $\frac{1}{b+2} - \frac{1}{2-b} - \frac{b^2+4}{2b^3-8b} - \frac{b}{b^2-4}$;
 б) $\frac{xy^2-4x^2y}{x^3-y^3} - \frac{x}{y-x} + \frac{x^2}{x^2+xy+y^2}$;
 в) $\frac{1}{a+b} + \frac{ab}{a^3+b^3} - \frac{b-a}{a^2-ab+b^2}$;
 г) $\frac{2x^2+18}{x^2+3x+9} - \frac{x^2}{3-x} + \frac{45x+3x^2+3x^3}{27-x^3}$.

Решите уравнение (533—534):

533. а) $\frac{2-8x}{4} - \frac{2x+2}{3} - \frac{5-5x}{2} = 2$; б) $\frac{2x-5}{9} + \frac{3x+1}{12} - \frac{x-1}{3} = \frac{5}{3}$;
 в) $\frac{7x+3}{15} - \frac{5x-6}{12} + \frac{7x-2}{10} = 5$; г) $\frac{5x-4}{18} - \frac{4x-5}{27} + \frac{5x+2}{6} = 8$.
534. а) $\frac{x+1}{x-3} + \frac{4}{x^2-9} = 1$; б) $\frac{5}{x^2-4} + \frac{2x-1}{x+2} = 2$;
 в) $\frac{6x+14}{x^2-9} + \frac{7}{x^2+3x} = \frac{6}{x-3}$; г) $\frac{7}{x^2+2x} + \frac{x+1}{x^2-2x} = \frac{x+4}{x^2-4}$.

535. Упростите и найдите числовое значение выражения:

- а) $\frac{5x^2-1}{3x^2-3} - \frac{x+1}{3x-3} + \frac{x-1}{2x+2}$, если $x=3,5$;
 б) $\frac{6a^2+2a-8}{9a^2-16} - \frac{2a}{3a-4}$, если $a=\frac{2}{3}$;
 в) $\frac{4xy}{(x+y)^2(x-y)^2} + \frac{1}{(x+y)^2} + \frac{1}{(x-y)^2}$, если $x=33$, $y=35$;
 г) $\frac{2x^2+4}{x^2-1} - \frac{x-2}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$, если $x=3,5$.

§ 27. Умножение и деление дробей

Выполните умножение и деление дробей (536—540):

536. а) $\frac{2ac}{3xy} \cdot \frac{12x^3y}{ac}$; б) $\frac{24y^5}{x^5} \cdot \frac{x^7}{8y^4}$; в) $\frac{3a}{16b} \cdot 32b^2$;
 г) $\frac{5a^3b^2}{18xy^2} \cdot \frac{35ab^2}{36xy^3}$; д) $\frac{6ac^3}{11xy^3} : \frac{12a^2c}{55xy^2}$; е) $\frac{42c^2y}{x} : 7cy^2$.
537. а) $\frac{3a+3}{b-2} \cdot \frac{b-2}{a^2-1}$; б) $\frac{x+1}{x^2-4} : \frac{x+1}{3x-6}$; в) $\frac{x^2-xy}{8y^4} \cdot \frac{4y^3}{x-y}$;
 г) $\frac{10a^2}{a^2+b^2} : \frac{15a^3}{b^3+a^2b}$; д) $\frac{a^2+ab}{a} \cdot \frac{b}{ab+b^2}$; е) $\frac{a^2-b^2}{9a^2b^2} : \frac{a+b}{18ab}$.

538. а) $\frac{x^2-36}{x^2-3x} : \frac{x^2+6x}{x^2-9}$; б) $\frac{a+b}{6a-6b} \cdot \frac{3a^2-3b^2}{a^2+ab}$;
 в) $\frac{a^2-4c^2}{a^2-ac} : \frac{a^2+2ac}{a-c}$; г) $\frac{3a+3}{10-10a} \cdot \frac{5-5a}{(a+1)^2}$;
 д) $\frac{(a-c)^2}{ac+c^2} \cdot \frac{(a+c)^2}{ac-c^2}$; е) $\frac{5x-5y}{6x+6y} \cdot \frac{2x+2y}{3x-3y}$.
539. а) $\frac{15(a-2b)^2}{a^4-16b^4} : \frac{5a^2-10ab}{a^2+4b^2}$; б) $\frac{2c^3+2y^3}{c^2-cy} \cdot \frac{c^2-cy}{6c^2-6y^2}$;
 в) $\frac{2a-2b}{a^2c+2abc+b^2c} : \frac{a^2-2ab+b^2}{ac+bc}$; г) $\frac{x^3-y^3}{2x^2-2y^2} \cdot \frac{4x+4y}{5x^2+5xy+5y^2}$.
540. а) $\frac{(x+y)^3}{3x^2-3y^2} \cdot \frac{6y-6x}{y^2+2xy+x^2}$; б) $\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2} : \frac{a^2-ab+b^2}{2a-2b}$;
 в) $\frac{2x^2-8y+8y^2}{6x-9y} : \frac{2x^2-8y^2}{4x^2-12xy+9y^2}$; г) $\frac{9x^2+12xy+4y^2}{3xy-2y^2} : \frac{3x+2y}{3x-2y}$.
541. Упростите и найдите значение выражения:
 а) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-b^2} : \frac{a^3-b^3}{a+b}$, если $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{4}$;
 б) $\frac{x^3+1}{x^2-1} : \frac{x^2-x+1}{x^2-2x+1}$, если $x = 10,5$;
 в) $\frac{3x^2-3}{x^2+4xy+4y^2} \cdot \frac{x+2y}{3-3x^2}$, если $x = 0,6$, $y = 0,2$;
 г) $\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-9b^2} : \frac{5a+10b}{2a+6b}$, если $a = 3\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{2}{3}$.

§ 28. Упражнения на все действия с дробями

Выполните действия (542—548):

542. а) $\left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2}\right) : \frac{16a}{a^2-4}$;
 б) $\left(\frac{x-8}{x+8} - \frac{x+8}{x-8}\right) : \frac{8x}{x^2-64}$;
 в) $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} + 1\right)(a^2-1)$;
 г) $\left(\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{a}{(a-b)^2}\right) \cdot \frac{(b-a)^2}{2a} - \frac{a}{a+b}$.
543. а) $\left(\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{2x-1}{2x+1}\right) : \frac{8x}{2x-1}$;
 б) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) - \frac{x+y}{x-y}$;
 в) $\left(\frac{3x-2}{x+2} - \frac{2x^2-14x}{x^2-4} - \frac{2x+6}{2x-4}\right) : \frac{1}{x+2}$;
 г) $\frac{1-y^2}{x^2+x} \cdot \left(1 + \frac{x}{1-x}\right) : \frac{1+y}{1-x^2}$.

544. а) $\frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{a^2+b^2}{a+b} \cdot \frac{a^2+2ab+b^2}{a(a+3b)-b(3a-b)}$;
 б) $\left(\frac{8x}{x^2-4} + \frac{2x}{6-3x} + \frac{2x}{x+2}\right) \cdot \frac{3x-6}{4x}$;
 в) $\left(\frac{4}{x^2-4} + \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x+3}{2x+2}\right) : \frac{3}{x^2-1}$;
 г) $\left(\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2+2xy+y^2}\right) : \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x^2}{x^2-y^2}\right)$.
545. а) $\left(\frac{3a}{2a-b} - \frac{2a+b}{a}\right) \left(\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} + 1\right)$;
 б) $\left(\frac{4x^2-2xy+y^2}{y^2-4x^2} - 1\right) \left(\frac{6x}{y-4x} + \frac{4x+y}{2x}\right)$;
 в) $\left(\frac{xy}{x^2-y^2} - \frac{y-x}{2x+2y}\right) \cdot \frac{x+y}{3y} - \frac{x^2}{3xy-3y^2}$;
 г) $\left(\frac{1}{x^2-y^2} - \frac{x+1}{x^2+2xy+y^2}\right) \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy-2y} + \frac{1}{x+y}$.
546. а) $\frac{(a^3+b^3)b}{a^2-2ab+b^2} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{a^3-ab^2} - \frac{a}{ab+b^2} - \frac{b}{a^2-ab}\right)$;
 б) $\left(\frac{2b}{a-b} - \frac{4ab}{a^2-b^2} + \frac{2a}{a+b}\right) \left(\frac{3b}{a-b} + \frac{6ab}{a^2-b^2} + \frac{3a}{a+b}\right)$;
 в) $\left(\left(8 - \frac{6}{x}\right) \cdot \frac{5x}{3-4x} + x\right) : \frac{x^2-100}{10x}$;
 г) $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) : \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right)$.
547. а) $\frac{3c^2+4c+4}{c^2+4c+4} : \left(\frac{3c}{c+2} - \frac{2c-4}{(c+2)^2}\right) - \frac{4}{c+2}$;
 б) $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \cdot \left(3 + \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}\right) : \left(3 + \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}\right)$;
 в) $\frac{x^3+27}{x-y} \cdot \left(\frac{x-3}{x^2-3x+9} - \frac{xy-9}{x^3+27}\right)$;
 г) $\frac{x}{x-y} - \frac{2x}{x+y} \cdot \left(\frac{xy+y^2}{2x^2-2xy} + xy + y^2\right)$.
548. а) $\frac{(2x+y)^3}{8x} \cdot \left(\frac{2}{4x^2-y^2} + \frac{1}{(2x+y)^2} + \frac{1}{(2x-y)^2}\right) - \frac{y^2+2xy}{(2x-y)^2}$;
 б) $\frac{8a}{(a-2)^2} - \frac{16}{(a-2)^4} : \left(\frac{1}{(a+2)^2} - \frac{2}{a^2-4} + \frac{1}{(a-2)^2}\right)$;
 в) $\left(\frac{2x}{x^3+y^3} : \frac{y-x}{x^2-xy+y^2} + \frac{2}{x-y}\right) \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{4y^2} : \frac{x-y}{x+y}$;
 г) $\left(\frac{3}{a-b} + \frac{3a}{a^3-b^3} : \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\right) \cdot \frac{a^2+2ab+b^2}{2a+b} : \frac{3}{a-b}$.

549. Докажите тождество:

$$а) \left(\frac{a^2+a}{a^3-1} - \frac{a}{1-2a+a^2} \right) : \frac{a+2}{5a^3-5} = \frac{5a}{1-a};$$

$$б) \frac{2x-1}{2x+2} \cdot \left(\frac{2x}{1-4x+4x^2} - \frac{4x^2+2x}{8x^3-1} \right) = \frac{2x}{8x^3-1};$$

$$в) \left(\frac{6x-1}{x^2+6x} + \frac{6x+1}{x^2-6x} \right) : \frac{x^2+1}{x^2-36} - \frac{12}{x-1} = \frac{12}{x-x^2};$$

$$г) \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{2}{a+b} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{a^2b^2}{(a+b)^2} = 1.$$

550. Упростите и вычислите значение выражения:

$$а) \left(\frac{x^2+3x}{x+3} + 1 \right) \cdot \frac{2}{2cx+2c-x^2-x} + \frac{x}{cx-2c^2} \text{ при } c=0,25;$$

$$б) \left(\frac{a^2+1}{a^2-1} - \frac{a^2-1}{a^2+1} \right) : \left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} \right) \text{ при } a=0,5;$$

$$в) \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) : \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) \text{ при } x=3,5;$$

$$г) \frac{a}{a-b} : \left(\frac{1}{3a} - \frac{1}{a+b} \left(\frac{a+b}{3a} - a - b \right) \right) \text{ при } a=5, b=3.$$

Решите уравнение (551—554):

$$551. а) \frac{3x+1}{3x-1} + \frac{12}{1-9x^2} = \frac{3x-1}{3x+1}; \quad б) \frac{20}{1-25x^2} = \frac{1-5x}{1+5x} + \frac{5x+1}{5x-1};$$

$$в) \frac{y^2+6}{y^2-4} = \frac{y-1}{y-2} + \frac{5}{y+2}; \quad г) \frac{5x-3}{x+1} - \frac{4x-2}{x+2} = 1.$$

$$552. а) \frac{5}{(y-1)^2} - \frac{3}{y^2-1} = \frac{2}{(y+1)^2};$$

$$б) \frac{2x^2+4x}{9-4x^2} = \frac{2x-1}{3-2x} + \frac{x+2}{3+2x};$$

$$в) \frac{(2x-5)(2x-1)}{8} - \frac{(2x-1)^2}{5} = \frac{3}{(2x-5)^2};$$

$$г) \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-3)} - \frac{(x-3)^2}{(x-3)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}.$$

$$553. а) \frac{x}{x+2} - \frac{x^2+3x}{x^2-4} + \frac{x+1}{3x-6} = \frac{x}{3x+6};$$

$$б) \frac{x}{x+1} - \frac{2x-5}{3x-3} - \frac{x-2}{x^2-1} = \frac{x-1}{3x+3};$$

$$в) \frac{x+2}{x^2-4x+4} + \frac{x-2}{x^2+4x+4} = \frac{2x}{x^2-4};$$

$$г) \left(\frac{3x-1}{x^2-4} - \frac{9x}{(3x-1)(x+2)} \right) \cdot \frac{15x^3-60x}{12x+1} = \frac{15}{3x-1}.$$

$$554. а) \frac{3b}{a+b} + \frac{x}{a-b} = \frac{2ax}{a^2-b^2};$$

$$б) \frac{a-3b}{a+b} = \frac{x}{a-b} - \frac{4bx}{a^2-b^2};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{a+c}{x} - \frac{a}{x-c} = \frac{c}{x-a}; \\ \text{г)} \quad & \frac{bx-a}{a+b} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ax+b}{a-b}; \\ \text{д)} \quad & \frac{a-b}{x} - \frac{a+b}{x} = \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}; \\ \text{е)} \quad & \frac{c^2}{x^2-9c^2} + \frac{x}{x+3c} = \frac{x}{x-3c}. \end{aligned}$$

VIII. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

§ 29. Возведение чисел в квадрат

555. Найдите площадь квадрата, если его стороны равны:
а) 9 см; б) 12 см.

556. Найдите: а) 15^2 ; б) 27^2 ; в) 49^2 ; г) 175^2 .

Возведите в квадрат (557—558):

557. а) $(-11)^2$, $(-0,5)^2$, $(-0,02)^2$, $(-1,4)^2$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$, $\left(1\frac{2}{5}\right)^2$, $-(-3\frac{1}{3})^2$, $(-3\frac{2}{6})^2$;

в) $55^2 - 45^2$; $28^2 - 22^2$; $75^2 - 25^2$;

г) $\left(5\frac{5}{6}\right)^2 - \left(4\frac{1}{6}\right)^2$, $\left(7\frac{2}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{3}\right)^2$.

558. а) $(5 \cdot 3)^2$, $(4,5 \cdot 10)^2$, $(0,5 \cdot 100)^2$;

б) $\frac{2,6^2}{6,3^2 - 3,7^2}$, $\frac{6,2^2}{8,1^2 - 1,9^2}$, $\frac{34,8^2}{67,4^2 - 32,6^2}$.

§ 30. Арифметический квадратный корень

В упражнениях буквенные основания степеней и подкоренные выражения считать неотрицательными.

Извлеките квадратный корень (559—561):

559. а) $\sqrt{0}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{100}$, $\sqrt{256}$, $\sqrt{4000}$;

б) $\sqrt{\frac{4}{25}}$, $\sqrt{\frac{9}{49}}$, $\sqrt{\frac{36}{121}}$, $\sqrt{\frac{100}{169}}$, $\sqrt{\frac{225}{289}}$;

в) $\sqrt{0,01}$, $\sqrt{0,49}$, $\sqrt{0,0121}$, $\sqrt{2,89}$, $\sqrt{6,25}$;

г) $\sqrt{\frac{8}{18}}$, $\sqrt{\frac{50}{98}}$, $\sqrt{\frac{-3,24}{-3,61}}$, $\sqrt{\frac{-0,49}{-4,41}}$, $\sqrt{\frac{2,5}{14,4}}$.

560. а) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$, $\sqrt{6\frac{1}{4}}$, $\sqrt{5\frac{4}{9}}$, $\sqrt{1\frac{11}{25}}$, $\sqrt{2\frac{2}{49}}$;

б) $\sqrt{36a^2}$, $\sqrt{5,29x^6}$, $\sqrt{7,29c^{10}}$, $\sqrt{2^{10}a^8}$, $\sqrt{3^6x^0}$;

- в) $\sqrt{0,5^2}$, $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2}$, $\sqrt{(-4)^2}$, $\sqrt{-(-25)}$, $\sqrt{\left(-\frac{4}{24}\right)^2}$;
- г) $\sqrt{-\left(-\frac{36}{49}\right)}$, $\frac{3}{2}\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$, $(-\sqrt{3})^2$, $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{10}\right)^2$.
561. а) $-\sqrt{\frac{-12,1}{-44,1}}$, $-\sqrt{(-10)^2}$, $0,6\sqrt{100^2}$, $(-\sqrt{0,0001})^2$;
- б) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$, $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$, $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}$, $\sqrt{(4-\sqrt{25})^2}$;
- в) $\sqrt{(-2)\cdot(-32)}$, $\sqrt{(-5)\cdot(-20)}$, $\sqrt{(-2,8)^2}$,
 $2\sqrt{(-a^2)\cdot(-a^4)}$.
562. Известно, что площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi R^2$. Найдите радиус круга, если: а) $S = 196 \pi \text{ см}^2$; б) $S = 8,41\pi \text{ дм}^2$.
563. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна:
а) 961 см^2 ; б) 2601 дм^2 ; в) 5625 м^2 .
564. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника (по теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$), если его катеты равны:
а) 6 см и 8 см; б) 5 см и 12 см; в) 20 см и 21 см.
565. Проверьте справедливость равенства:
а) $\sqrt{36} = -6$; б) $\sqrt{(-10)^2} = -10$;
в) $-\sqrt{441} = -21$; г) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1-\sqrt{2}$;
д) $\sqrt{(-6,4)\cdot(-10)} = 8$; е) $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} = \sqrt{7} - 2$.
566. Найдите целые положительные числа с недостатком и избытком для неравенств:
а) $a < \sqrt{200} < b$; б) $a < \sqrt{500} < b$; в) $a < \sqrt{1000} < b$.
567. Решите уравнение:
а) $x^2 - 49 = 0$; б) $y^2 - 2,25 = 0$; в) $3x^2 - 75 = 0$;
г) $10y^2 - 0,1 = 0$; д) $4x^2 - 169 = 0$; е) $10y^2 = 1000$.
568. Вычислите квадратный корень с точностью до сотых, используя таблицы Брадиса или микрокалькулятор:
а) $\sqrt{300}$; б) $\sqrt{10}$; в) $\sqrt{50}$;
г) $\sqrt{0,5}$; д) $\sqrt{40}$; е) $\sqrt{1000}$.
569. Вычислите корни из произведения:
а) $\sqrt{25 \cdot 81}$, $\sqrt{16 \cdot 169}$, $\sqrt{225 \cdot 400}$;
б) $\sqrt{2 \cdot 32}$, $\sqrt{20 \cdot 5}$, $\sqrt{5 \cdot 8 \cdot 10}$.
570. Вычислите значение выражения:
а) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{200}}$; б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{27}}$; в) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{19,6}}$; г) $\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{48}}$; д) $\frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{125x^4}}$; е) $\frac{\sqrt{6a^3x^6}}{\sqrt{54a^5}}$.

571. Вынесите множители из-под знака корня:

а) $\sqrt{20}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{40}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{242}$;

б) $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{4,9}$, $\sqrt{3,6}$, $\sqrt{2\frac{1}{12}}$;

в) $3\sqrt{\frac{8}{9}}$, $8\sqrt{\frac{9}{32}}$, $0,5\sqrt{6\frac{1}{8}}$, $\frac{7}{5}\sqrt{1\frac{1}{49}}$.

572. Какое из чисел больше:

а) $2\sqrt{3}$ или $\sqrt{12}$;

б) $3\sqrt{2}$ или $2\sqrt{5}$;

в) $5\sqrt{2}$ или $4\sqrt{3}$;

г) $2\sqrt{10}$ или $3\sqrt{5}$;

д) $6\sqrt{5}$ или $5\sqrt{8}$;

е) $6\sqrt{3}$ или $3\sqrt{12}$?

573. Внесите множители под корень:

а) $5\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{40}$; в) $4\sqrt{0,5}$;

г) $a\sqrt{\frac{2}{a}}$; д) $2xy\sqrt{1,5xy}$; е) $-3x\sqrt{\frac{5a}{3x^2}}$.

574. Приведите подкоренные выражения к целому виду:

а) $6\sqrt{\frac{1}{3}}$; б) $2\sqrt{4,5}$; в) $2a\sqrt{\frac{2,5}{a}}$;

г) $4xy\sqrt{\frac{9y}{2x^3}}$; д) $2\sqrt{a^2 - \frac{1}{2}}$; е) $6xy\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$.

575. Извлеките корень, используя формулу разности квадратов:

а) $\sqrt{58^2 - 42^2}$; б) $\sqrt{82^2 - 18^2}$; в) $\sqrt{50^2 - 14^2}$;

г) $\sqrt{65^2 - 16^2}$; д) $\sqrt{37^2 - 12^2}$; е) $\sqrt{85^2 - 36^2}$.

§ 31. Действия с квадратными корнями

Выполните действия (576—578):

576. а) $2\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} + 3\sqrt{98}$;

б) $3\sqrt{72} - 2\sqrt{200} + 5\sqrt{32} - \sqrt{400}$;

в) $4\sqrt{48} - 5\sqrt{27} - \sqrt{300} + 10\sqrt{108}$;

г) $\sqrt{125} + 2\sqrt{45} - 8\sqrt{20} + \sqrt{180}$.

577. а) $\frac{1}{3}\sqrt{27} - 0,2\sqrt{75} + \sqrt{147} + \sqrt{300}$;

б) $0,5\sqrt{72} + \sqrt{128} - 5\sqrt{18} + 2,6\sqrt{50}$;

в) $8\sqrt{2\frac{1}{4}} + \sqrt{24} - 6\sqrt{3\frac{13}{36}} - \frac{2}{3}\sqrt{54}$;

$$r) \frac{2}{9} \sqrt{60 \frac{3}{4}} + \sqrt{4 \frac{11}{16}} + \sqrt{14 \frac{2}{9}} + 10 \sqrt{2 \frac{22}{25}} - 5 \sqrt{1 \frac{23}{25}}.$$

$$578. \text{ а) } \frac{9}{10} \sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} + 2 \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{6} + \sqrt{54};$$

$$\text{ б) } 24 \sqrt{\frac{1}{12}} + \sqrt{\frac{4}{3}} - \frac{2}{5} \sqrt{18 \frac{3}{4}} + 3 \sqrt{16 \frac{1}{3}} - \sqrt{196};$$

$$\text{ в) } 2 \sqrt{49x^3} - 3x \sqrt{16x} + 5 \sqrt{9x^3} - x^2 \sqrt{\frac{25}{x}};$$

$$\text{ г) } x \sqrt{8xy^3} + y \sqrt{50x^3y} - xy \sqrt{2xy} + x^2y^2 \sqrt{\frac{32}{xy}}.$$

Выполните умножение и деление корней (579—581):

$$579. \text{ а) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}; \text{ б) } 2 \sqrt{6} \cdot 3 \sqrt{6}; \text{ в) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{15};$$

$$\text{ г) } 2 \sqrt{27} : \sqrt{3}; \text{ д) } 8 \sqrt{24} : 2 \sqrt{6}; \text{ е) } 4 \sqrt{6} : 2 \sqrt{12}.$$

$$580. \text{ а) } (2 \sqrt{2} + 5 \sqrt{8} - 4 \sqrt{24} + \sqrt{6}) \cdot 3 \sqrt{6};$$

$$\text{ б) } (2 \sqrt{6} - 2 \sqrt{54} + 6 \sqrt{96}) \cdot 2 \sqrt{3};$$

$$\text{ в) } (5 \sqrt{20} - 6 \sqrt{10} + 2 \sqrt{40}) \cdot 3 \sqrt{5};$$

$$\text{ г) } (2 \sqrt{6} - 2 \sqrt{2} + \sqrt{8}) \cdot 4 \sqrt{2}.$$

$$581. \text{ а) } (3 \sqrt{6} - 2 \sqrt{2} + \sqrt{24}) : \sqrt{2};$$

$$\text{ б) } (2 \sqrt{15} + 4 \sqrt{5} - 30 \sqrt{15}) : 2 \sqrt{5};$$

$$\text{ в) } (2 \sqrt{40} - 10 \sqrt{10} + \sqrt{200}) : 2 \sqrt{2};$$

$$\text{ г) } (2 \sqrt{2} - \sqrt{6} + 3 \sqrt{8}) : \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$582. \text{ а) } (2 \sqrt{6} - \sqrt{3})^2; \quad \text{ б) } (2 - 3 \sqrt{2})^2;$$

$$\text{ в) } (4 \sqrt{3} + \sqrt{6})^2; \quad \text{ г) } (2 \sqrt{10} + 3 \sqrt{5})^2.$$

$$583. \text{ а) } (3 \sqrt{5} - 2 \sqrt{2}) \cdot (3 \sqrt{5} + 2 \sqrt{2});$$

$$\text{ б) } (7 \sqrt{3} + 2 \sqrt{6}) \cdot (7 \sqrt{3} - 2 \sqrt{6});$$

$$\text{ в) } (\sqrt{6} + 2 \sqrt{3} - 3 \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2});$$

$$\text{ г) } (\sqrt{10} + 2 \sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - 2 \sqrt{2}).$$

584. Вычислите s :

$$\sqrt{\text{ а) } s = \sqrt{7 - 4 \sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4 \sqrt{3}};$$

$$\text{ б) } s = \sqrt{4 + 2 \sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2 \sqrt{3}};$$

$$\text{ в) } s = \sqrt{9 + 4 \sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4 \sqrt{5}};$$

$$\text{ г) } s = \sqrt{6 + \sqrt{20}} - \sqrt{6 - \sqrt{20}}.$$

585. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9+\sqrt{17}}$;

б) $\sqrt{5+\sqrt{21}} \cdot \sqrt{5-\sqrt{21}}$;

в) $\sqrt{7-\sqrt{13}} \cdot \sqrt{7+\sqrt{13}}$;

г) $\sqrt{8+\sqrt{15}} \cdot \sqrt{8-\sqrt{15}}$

Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби (586—589):

586. а) $\frac{6}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{4}{\sqrt{2}}$; в) $\frac{15}{\sqrt{5}}$; г) $\frac{12}{\sqrt{6}}$;

д) $\frac{18}{2\sqrt{3}}$; е) $\frac{18}{3\sqrt{2}}$; ж) $\frac{6}{\sqrt{12}}$; з) $\frac{54}{\sqrt{18}}$.

587. а) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$; б) $\frac{2x^2}{\sqrt{x}}$; в) $\frac{x^2-1}{\sqrt{x-1}}$; г) $\frac{a+1}{\sqrt{a+1}}$;

д) $\frac{1}{\sqrt{x+5}}$; е) $\frac{a+2}{\sqrt{a+2}}$; ж) $\frac{4x-2}{\sqrt{2x-1}}$; з) $\frac{6x+3}{3\sqrt{2x+1}}$.

588. а) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; б) $\frac{6}{3+\sqrt{3}}$; в) $\frac{1}{4-\sqrt{3}}$; г) $\frac{2}{2-\sqrt{5}}$;

д) $\frac{a^2-18}{a-3\sqrt{2}}$; е) $\frac{x^2-12}{x+2\sqrt{3}}$; ж) $\frac{a-2}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}$; з) $\frac{2a-2b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

589. а) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}$; в) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$;

г) $\frac{5\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{7\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$; д) $\frac{a-12}{\sqrt{a}+2\sqrt{3}}$; е) $\frac{2\sqrt{5}+7\sqrt{15}}{10\sqrt{3}+8\sqrt{5}}$.

590. Сократите дроби:

а) $\frac{a^2-3}{a-\sqrt{3}}$; б) $\frac{x-10}{\sqrt{x}-\sqrt{10}}$; в) $\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$;

г) $\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$; д) $\frac{a-4}{2+\sqrt{a}}$; е) $\frac{9-x}{\sqrt{x}+3}$.

591. Решите уравнение:

а) $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=0$;

б) $(\sqrt{2x}+2)(\sqrt{2x}-2)=10$;

в) $(\sqrt{3x}-\sqrt{3})(\sqrt{3x}+\sqrt{3})=6$;

г) $(2\sqrt{x-1}+5)(2\sqrt{x-1}-5)=3$.

592. Упростите выражение:

а) $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{10})^2}$;

б) $\sqrt{(5+\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$;

в) $(\sqrt{a} - 1)(a + \sqrt{a} + 1)$;
 г) $(\sqrt{x} + \sqrt{3})(x - \sqrt{3x} + 3)$.

Выполните действия (593—594):

593. а) $\frac{1}{6-3\sqrt{2}} + \frac{1}{6+3\sqrt{2}}$;

б) $(5 - 2\sqrt{3})^2 + (5 + 2\sqrt{3})^2$;

в) $(2 - \sqrt{3} + \sqrt{6})(2 + \sqrt{3} - \sqrt{6})$;

г) $\sqrt{\frac{68,5^2 - 52,5^2}{101^2 - 20^2}}$;

д) $(\sqrt{10 + 5\sqrt{3}} - \sqrt{10 - 5\sqrt{3}})^2$;

е) $(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}})^2$.

594. а) $\frac{3}{2-\sqrt{2}} + \frac{5}{2+\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$;

б) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} - \frac{4\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$;

в) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{1}}{\sqrt{2}-\sqrt{1}}$;

г) $\frac{a}{\sqrt{ab}-a} + \frac{b}{\sqrt{ab}+a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}}$.

IX. КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

§ 32. Неполные квадратные уравнения

Решите уравнение (595—601):

595. а) $x(x-1)=0$; б) $10x(2x-5)=0$; в) $3x(3x+1)=0$;
 г) $x^2-4x=0$; д) $3x^2+6x=0$; е) $10x^2+5x=0$.

596. а) $x^2-1=0$; б) $4x^2-1=0$; в) $9x^2-16=0$;
 г) $6-6x^2=0$; д) $2x^2-4=0$; е) $5x^2+5=0$.

597. а) $\frac{25}{36}x^2-100=0$; б) $\frac{144}{169}x^2+36^2=45^2$;

в) $5x^2-2x+3=3x^2-x+3$; г) $5-3x+2x^2=x^2-x+5$.

598. а) $(x+2)(x+3)=6$; б) $(2x-1)(2x+1)=0$;

в) $(x-1)(2x+1)=-1$; г) $(x+2)(x-2)=2(x^2-10)$.

599. а) $(x-6)(3x+3)=x^2-18$; б) $(3x-2)(2x-1)=4x^2-7x+4$;

в) $(2x-1)^2+2x-1=3x^2-4x$;

г) $(4x-5)(x+1)+5=x(3x-1)$.

600. а) $(x-2)^3-(x-2)(x^2+2x+4)=0$;

б) $(x+1)^2+(3x-5)^2-(4x-3)(4x+3)=(5-4x)(7-x)$;

- в) $(3x-3)^2 - (2x+3)^2 + (5x-2)(5x+2) = -4$;
 г) $(x-2)^2(x-3) = (x+1)^2(x-12)$.
601. а) $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = 3$; б) $\frac{x}{x-3} + \frac{x}{x+3} = \frac{8}{3}$;
 в) $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 5,2$; г) $\frac{3x+2}{x-2} + \frac{3x-2}{x+2} = 8\frac{2}{3}$.
602. Решите графически уравнение:
 а) $x^2 - 4 = 0$; б) $2x^2 - 18 = 0$;
 в) $x^2 - 6x = 0$; г) $x^2 + 4x = 0$.
603. Расстояние между пристанями, равное 32 км, катер прошел туда и обратно, причем на обратный путь он затратил на 2 ч больше. Найдите скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
604. Расстояние по реке между туристской базой и поселком равно 24 км. Моторная лодка прошла туда и обратно за 5 ч. Найдите скорость течения реки, если скорость моторной лодки в стоячей воде равна 10 км/ч.

§ 33. Полные квадратные уравнения

605. Решите уравнение путем разложения на множители:
 а) $(x-1)^2 - 4 = 0$; б) $(x+2)^2 - 9 = 0$;
 в) $(x-3)^2 - 16 = 0$; г) $(x+4)^2 - 25 = 0$.
606. Решите уравнение путем выделения полного квадрата двучлена и разложения на множители:
 а) $x^2 - 6x - 16 = 0$; б) $x^2 - 2x - 3 = 0$;
 в) $x^2 + 2x - 15 = 0$; г) $x^2 + 10x + 24 = 0$.
607. Вычислите дискриминант квадратного уравнения:
 а) $x^2 - x - 2 = 0$; б) $2x^2 - 7x + 6 = 0$;
 в) $6x^2 - 11x + 3 = 0$; г) $2x^2 + 5x - 25 = 0$.
- Решите приведенное квадратное уравнение (608—612):
608. а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 - 7x + 12 = 0$;
 в) $x^2 + 5x - 6 = 0$; г) $x^2 - 2x - 8 = 0$.
609. а) $x^2 + 2x - 24 = 0$; б) $x^2 - x - 12 = 0$;
 в) $x^2 + x - 30 = 0$; г) $x^2 - 13x + 42 = 0$.
610. а) $x^2 + 12x + 35 = 0$; б) $x^2 + 3x - 28 = 0$;
 в) $x^2 - 14x + 48 = 0$; г) $x^2 - 6,5x + 10 = 0$.
611. а) $x^2 - x - 56 = 0$; б) $x^2 - 19x + 60 = 0$;
 в) $x^2 + 5x - 24 = 0$; г) $x^2 - 5,5x + 7 = 0$.
612. а) $x^2 + |5x| - 6 = 0$; б) $x^2 + |2x| - 8 = 0$.

Решите квадратное уравнение общего вида (613—616):

613. а) $2x^2 - 3x - 20 = 0$; б) $3x^2 - 5x - 2 = 0$;

в) $2x^2 + 5x - 3 = 0$; г) $2x^2 + x - 6 = 0$.

614. а) $2x^2 - 7x - 4 = 0$; б) $4x^2 - 4x + 1 = 0$;

в) $3x^2 + 11x - 20 = 0$; г) $2x^2 - 3x + 2 = 0$.

615. а) $3x^2 - 8x + 5 = 0$; б) $4x^2 + 7x - 2 = 0$;

в) $9x^2 - 6x + 1 = 0$; г) $3x^2 - 5x + 4 = 0$.

616. а) $6x^2 - 7x + 2 = 0$; б) $5x^2 - 8x + 3 = 0$;

в) $4x^2 + x - 3 = 0$; г) $2x^2 + 7x + 6 = 0$.

Решите уравнение (617—620):

617. а) $(3x + 1)(x - 2) = 6$; б) $(4x - 3)(4 - x) = 3$;

в) $(2x - 1)(x + 4) + 7 = 0$; г) $(2x - 5)(x + 3) + 5 = 0$.

618. а) $\frac{2x+3}{5} + \frac{4-x^2}{8} = -1$; б) $\frac{4-4x+x^2}{8} + \frac{x-3}{5} = \frac{4-x}{6}$;

в) $\frac{2x-11}{3x-10} + \frac{1-x}{x-6} = 0$; г) $\frac{x-1}{x+7} + \frac{3x+4}{1-2x} = 0$.

619. а) $\frac{6}{x^2-9} + \frac{2}{x^2+4x} = \frac{7}{(x+4)(x-3)}$;

б) $\frac{2}{5x-10} - \frac{x-1}{3x^2+6x} = \frac{1,6}{x^2-4}$;

в) $\frac{3x-2}{3+2x} - \frac{2x+3}{2-3x} = \frac{5}{2}$;

г) $\frac{7}{(x+1)(x+5)} + \frac{5}{x^2-1} = \frac{28}{x^2+5x}$.

620. а) $\frac{x+5}{x+1} - \frac{x+1}{x+5} = \frac{3}{2}$; б) $\frac{5}{x-3} - \frac{5}{x+2} = \frac{1}{2}$;

в) $\frac{2x-2}{x+2} - \frac{x-2}{2x-4} = \frac{1}{2}$; г) $\frac{x-2}{3x+4} + \frac{3x+4}{x-2} = \frac{5}{2}$.

621. Решите уравнение относительно x :

а) $\frac{x+1}{x-c} + \frac{x-c}{x+1} = \frac{5}{2}$; б) $\frac{4-a^2}{x^2-2ax+a^2} + \frac{2x}{x-a} = 3$;

в) $\frac{a+b}{x-a} - \frac{a+b}{x+b} = \frac{1}{2}$; г) $\frac{3x+7c}{x-3c} + \frac{c+4x}{x+3c} = \frac{8x^2+18c^2}{x^2-9c^2}$.

Найдите корни уравнения (622—623):

622. а) $\frac{x-5}{x^2-9} = \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{5-2x}{x^2-3x}$;

б) $\frac{14x-7}{2(x+3)(x-4)} + \frac{x-4}{2x+6} = \frac{x}{x-4}$;

в) $\frac{2x-1}{14x^2+7x} + \frac{8}{12x^2-3} = \frac{2x+1}{6x^2-3x}$; ✓

г) $\frac{1}{6x+x^2} - \frac{2}{x^2-36} = \frac{x+12}{15x(6-x)}$; ✓

623. а) $\frac{x+0,5}{x^2+3x} - \frac{x}{x^2-3x+9} = \frac{4x+2,5}{x^3+27}$;
 б) $\frac{x^2-x+16}{x^2+x+1} + \frac{x+36}{x^3-1} = \frac{x+6}{x-1}$;
 в) $\frac{7}{x^2+2x} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{x}{x^2-4}$;
 г) $\frac{5}{x^2+3x} + \frac{1}{x-3} = \frac{6}{x^2-9}$.

§ 34. Свойства корней квадратного уравнения

624. Имеет ли действительные корни уравнение:

- а) $x^2 - 2x + 3 = 0$; б) $2x^2 - 5x + 4 = 0$;
 в) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; г) $3x^2 - 4x + 2 = 0$?

Составьте квадратное уравнение, если его корни равны (625—626):

625. а) 3 и 4; б) 2 и -5 ; в) 6 и -7 ;
 г) 1,5 и 2; д) 3,5 и 4; е) $3\frac{1}{3}$ и -2 .
626. а) 10 и 0; б) 3 и -3 ; в) $1 - \sqrt{2}$ и $1 + \sqrt{2}$;
 г) $2 - \sqrt{5}$ и $2 + \sqrt{5}$; д) a и 1; е) $2a$ и $-3a$.
627. Найдите значение c , при котором корни уравнения равны:
 а) $x^2 - 10x + c = 0$; б) $x^2 + 12x + c = 0$;
 в) $25x^2 - 10x + c = 0$; г) $4x^2 - 24x + c = 0$.
628. Определите знаки корней уравнения:
 а) $x^2 - x - 12 = 0$; б) $x^2 + 5x + 6 = 0$;
 в) $x^2 - 15x + 16 = 0$; г) $-x^2 + 2x + 24 = 0$.
629. Найдите значение b в уравнении:
 а) $x^2 - bx + 30 = 0$, если $x_1 = 6$;
 б) $x^2 + bx - 14 = 0$, если $x_1 = -2$;
 в) $x^2 - bx - 36 = 0$, если $x_1 = -9$;
 г) $2x^2 + bx - 3 = 0$, если $x_1 = 0,5$.
630. Найдите значение c в уравнении $x^2 - 15x + c = 0$, если отношение его корней равно 2:3.
631. Найдите значение k в уравнении $x^2 - 10x + k = 0$, если один корень в 4 раза больше другого.
632. Найдите значение c в уравнении $x^2 - 4x - c = 0$, если разность корней равна 8.
633. В уравнении $3x^2 - bx - 2 = 0$ один корень больше другого на $2\frac{1}{3}$. Найдите значение b .

634. Составьте квадратное уравнение, корнями которого были бы числа, противоположные по знаку корням уравнения:
 а) $x^2 + 7x + 12 = 0$; б) $x^2 + bx - c = 0$.
635. Каковы должны быть коэффициенты полного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, если его корнями являются числа p и q ?
636. Один корень квадратного уравнения $x^2 - 4x + c = 0$ равен $2 + \sqrt{3}$. Найдите другой корень и значение c .
637. Найдите значение c в уравнении $x^2 - 8x + c = 0$, если его корни связаны соотношением $x_1 + 2x_2 = 11$.
638. Составьте квадратное уравнение, корнями которого были бы числа, обратные корням уравнения $x^2 - 6x + 8 = 0$.
639. Составьте квадратное уравнение, корни которого были бы равны сумме и произведению корней уравнения $x^2 - 2x - 15 = 0$.
640. Корни квадратного уравнения $4x^2 + bx + 20 = 0$ — целые числа. Найдите b .
641. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются квадраты корней уравнения $x^2 + bx + c = 0$.
642. Один из корней уравнения $x^2 + px + q = 0$ равен -1 . Составьте квадратное уравнение, выразив p через q .
643. Корни уравнения $x^2 - x + q = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 + 2x_2 = 0$. Найдите значение q .

§ 35. Задачи на составление квадратных уравнений

644. а) Произведение двух натуральных чисел равно 180, причем одно число больше другого на 3. Найдите эти числа.
 б) Одно число меньше другого на 7, а произведение этих чисел равно 330. Найдите эти числа.
645. а) Разложите число 300 на два множителя, такие, что их разность равна 13.
 б) Разложите число 216 на два множителя, такие, что их сумма равна 30.
646. а) Дана правильная дробь, знаменатель которой на 4 больше числителя. Если числитель и знаменатель уменьшить на 3, то полученная дробь будет меньше данной на $\frac{2}{9}$. Найдите эту дробь.
 б) Числитель данной правильной дроби на 7 меньше знаменателя. Если числитель и знаменатель уменьшить на 6, то полученная дробь будет в 2,4 раза меньше данной. Найдите эту дробь.
647. а) Даны три последовательных четных числа, такие, что сумма квадратов первых двух чисел равняется квадрату третьего числа. Найдите эти числа.

- б) Даны пять последовательных натуральных чисел, таких, что сумма квадратов первых трех равна сумме квадратов последних двух чисел. Найдите эти числа.
648. а) Найдите два последовательных положительных нечетных числа, разность кубов которых равна 386.
б) Найдите два последовательных положительных числа, разность кубов которых равна 169.
649. а) Первая мастерская получила заказ сшить 600 рубашек, а вторая — 560 рубашек. Первая мастерская выполнила заказ за 4 дня до срока, а вторая — за 1 день до срока, причем первая мастерская шила ежедневно на 4 рубашки больше, чем вторая. Сколько рубашек каждая мастерская шила ежедневно?
б) Велосипедист и мотоциклист проехали 60 км, причем мотоциклист был в пути на 3 ч меньше. Вычислите скорость велосипедиста и мотоциклиста, если скорость велосипедиста была на 18 км/ч меньше скорости мотоциклиста.
650. а) Тракторист должен вспахать поле площадью 200 га. Он пахал ежедневно на 5 га больше, чем планировал, а поэтому вспахал поле на 2 дня раньше срока. За сколько дней вспахал тракторист поле?
б) Комбайнер должен убрать поле площадью 60 га. Он убирал ежедневно на 2 га больше, чем планировал, а поэтому уборку закончил на 1 день раньше срока. За сколько дней планировал убрать поле комбайнер?
651. а) Моторная лодка прошла 28 км по течению реки и 25 км против течения, затратив на весь путь столько же времени, сколько ей потребовалось бы на прохождение 54 км по озеру. Найдите скорость моторной лодки по озеру, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
б) Велосипедист рассчитывал проехать расстояние, равное 36 км, за определенное время. Первые 15 км пути он проехал со скоростью, которая выше расчетной на 4 км/ч, затем снизил скорость по сравнению с расчетной на 4 км/ч, а поэтому к намеченному сроку ему осталось проехать еще 3 км. За какое время первоначально рассчитывал проехать велосипедист все расстояние?
652. а) В хозяйстве должны убрать за определенный срок 720 га ржи. Первые 5 дней убрали столько, сколько запланировали, а затем дневную норму уборки увеличили на 10 га и закончили уборку за день до срока. Вычислите запланированную дневную норму уборки.
б) Заводу было поручено изготовить 8000 деталей за определенный срок. 25% заказа он выполнил по намеченному графику, а затем стал изготавливать ежедневно на 100 деталей больше и выполнил заказ за 2 дня до срока. За сколько дней завод планировал выполнить заказ?

653. а) Участок имеет форму прямоугольника площадью 2800 м^2 . Вычислите длину и ширину участка, если длина больше ширины на 30 м .
б) Площадь сада, имеющего форму прямоугольника, равна 7200 м^2 , причем его длина больше ширины на 60 м . Вычислите длину и ширину сада.
654. а) Площадь треугольника равна 300 см^2 , причем его высота меньше стороны, на которую она опущена, на 10 см . Найдите эту высоту и соответствующую сторону.
б) В равнобедренном треугольнике основание больше высоты, проведенной к основанию, на 6 см , а площадь его равна 108 см^2 . Вычислите боковые стороны треугольника.
655. а) Площадь прямоугольного треугольника равна 60 см^2 , а разность катетов равна 7 см . Вычислите стороны.
б) Разность катетов в прямоугольном треугольнике равна 1 см , а гипотенуза — 29 см . Вычислите площадь треугольника.
656. а) Диагональ в прямоугольнике равна 25 см , а разность длины и ширины равна 17 см . Вычислите площадь прямоугольника.
б) Площадь прямоугольника равна 60 см^2 , а разность его сторон равна 7 см . Вычислите диагональ прямоугольника.
657. а) Из порта на запад вышел теплоход, а на юг — катер. Через час расстояние между ними было равно 50 км . Вычислите скорость теплохода и катера, если скорость катера больше скорости теплохода на 10 км/ч .
б) Лист имеет форму квадрата. От него отрезали полоску шириной 3 см . Площадь оставшейся части равна 180 см^2 . Вычислите площадь данного листа.
658. а) Среднее арифметическое двух чисел равно 13 , а среднее геометрическое — 12 . Найдите эти числа.
б) Среднее арифметическое двух чисел равно 10 , а среднее геометрическое 8 . Найдите эти числа.
659. а) Две силы F_1 и F_2 действуют на тело под прямым углом. Равнодействующая этих сил равна 26 Н , а разность сил F_1 и F_2 равна 14 Н . Найдите эти силы.
б) Равнодействующая двух сил F_1 и F_2 , действующих под прямым углом, 50 Н , а их сумма 62 Н . Найдите эти силы.
660. а) Расстояние между двумя городами равно 420 км . Из первого города во второй выехали одновременно два автомобиля, причем скорость одного автомобиля больше скорости другого на 10 км/ч , поэтому он прибыл во второй город на 1 ч раньше, чем другой автомобиль. Вычислите скорости этих автомобилей.
б) Из города A в город B , расстояние между которыми равно 350 км , выехали одновременно два автомобиля «Москвич» и «Запорожец». Скорость «Москвича» на 20 км/ч больше, чем скорость «Запорожца», и поэтому он прибыл в город B на 2 ч раньше. Сколько времени в пути был «Запорожец»?

661. а) Катер проплыл по течению реки 72 км и вернулся обратно, затратив на это 10 ч. Вычислите скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
 б) Моторная лодка проплыла 48 км по течению реки и вернулась обратно, причем на обратный путь она затратила на 1 ч больше. Вычислите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде равна 14 км/ч.
662. а) Расстояние 420 км поезд должен пройти за определенное время. Когда он прошел $\frac{4}{7}$ этого расстояния, то вынужден был сделать остановку на 15 мин. Чтобы прийти в пункт назначения без опоздания, поезд увеличил скорость на 10 км/ч. Сколько времени затратил поезд на весь путь?
 б) Расстояние между городами, равное 200 км, автомобиль должен пройти за определенное время. Пройдя 25% пути, он сделал остановку на 30 мин. Чтобы прибыть в пункт назначения без опоздания, автомобиль увеличил скорость на 10 км/ч. Вычислите скорость автомобиля до остановки.
663. а) Расстояние от дома до города, равное 180 км, мотоциклист проехал с некоторой средней скоростью. Когда он возвращался домой, то $\frac{2}{3}$ пути ехал с той же скоростью, а затем увеличил скорость на 5 км/ч и затратил на обратный путь на 8 мин меньше, чем от дома до города. Сколько времени затратил мотоциклист на весь путь туда и обратно?
 б) Теплоход расстояние, равное 200 км, должен пройти за определенное время. Когда он проехал 45% пути, то был задержан на 10 мин у семафора. Чтобы прибыть в срок, теплоход увеличил скорость на 5 км/ч. Вычислите первоначальную скорость теплохода.
664. а) Два тракториста, из которых один начал работу на 9 ч раньше другого, вспахали поле за 16 ч. За сколько часов мог бы вспахать поле каждый трактор, работая отдельно, если первому трактористу понадобилось бы на это на 3 ч больше, чем второму?
 б) Бассейн наполняется водой с помощью двух труб. Когда первая труба проработала 7 ч, включили вторую трубу. Вместе они работали 2 ч. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, работая отдельно, если ей потребуется на это на 4 ч больше, чем второй?
665. а) Два токаря должны были изготовить некоторое число деталей. Они проработали вместе 3 ч, после чего работу продолжил только второй токарь и работал еще 4 ч. По окончании работы оказалось, что задание перевыполнено на 12,5%. За сколько часов мог бы выполнить задание каждый токарь, работая один, если известно, что второму на это потребовалось бы на 4 ч меньше, чем первому?

- б) Два комбайнера, из которых один начал работать на 4 ч раньше другого, после 3 ч совместной работы убрали 55% всего поля. За сколько часов мог бы убрать поле каждый комбайнер, работая отдельно, если первому на это потребовалось бы на 5 ч больше, чем второму?
666. а) Два шофера, работая вместе, могут перевезти груз за 35 ч. За какое время мог бы перевезти груз каждый шофер в отдельности, если первому потребовалось бы на это на 24 ч больше, чем второму?
- б) Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить всю работу за 6 дней. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый в отдельности, если второму рабочему потребовалось бы на эту работу на 5 дней больше, чем первому?
667. а) Автокомбинат для перевозки 240 учеников в лагерь отдыха выделил несколько автобусов. Однако прибыло еще 12 учеников, а поэтому пришлось дополнительно выделить один автобус. В каждый автобус посадили на 2 ученика меньше, чем планировали. Сколько автокомбинат выделил автобусов, если в каждом автобусе одинаковое число детей?
- б) Для перевозки 250 ящиков груза первоначально выделили несколько грузовиков. Однако 7 ящиков не приняли к перевозке и один грузовик сломался, поэтому в каждый грузовик грузили на 2 ящика больше, чем планировали. Сколько грузовиков было выделено первоначально?
668. а) В саду было 180 деревьев. При расширении сада количество рядов увеличили на 5 и в каждом ряду добавили по 3 дерева. В результате общее количество деревьев увеличилось на 120. Сколько рядов в саду было до расширения?
- б) В зрительном зале было 208 мест. После реконструкции зала число рядов и число мест в ряду уменьшилось на 1, в результате чего общее число мест уменьшилось на 28. Сколько рядов стало в зале?
669. а) Велосипедист должен был проехать 48 км. Первую половину пути он ехал со скоростью, на 20% меньшей, а вторую половину пути — со скоростью, на 2 км/ч большей, чем он предполагал. На весь путь велосипедист затратил 5 ч. Найдите предполагаемую скорость велосипедиста.
- б) Для перевозки 60 т груза первоначально выделили несколько грузовиков. Затем грузовики заменили другими, с большей грузоподъемностью, поэтому на каждый грузовик поместили на 1 т груза больше, а грузовиков прибыло на 3 меньше, чем предполагалось. Сколько грузовиков перевозило груз?
670. а) Шофер через час после отправления сделал остановку на 10 мин и, чтобы прибыть на конечный пункт в назначенное время, увеличил скорость на 6 км/ч. Найдите первоначальную скорость автомашины, если расстояние равно 120 км.

- б) Велосипедист проехал 50 км. Возвращаясь обратно, он 2 ч ехал с прежней скоростью, а затем увеличил скорость на 5 км/ч, в результате на обратный путь он затратил на 20 мин меньше. Найдите первоначальную скорость.
671. а) После усовершенствования резца рабочий стал изготавливать ежедневно на 10 деталей больше, чем планировалось, и поэтому задание в 300 деталей выполнил на 1 день раньше намеченного срока. За сколько дней рабочий планировал выполнить задание?
- б) Одна бригада должна изготовить 500 изделий, а другая за тот же срок — 420 изделий. Первая бригада закончила работу на 7 дней, а вторая — на 4 дня раньше намеченного срока, причем первая бригада изготавливала ежедневно на 5 изделий больше, чем вторая. По сколько изделий в день изготавливала каждая бригада?
672. а) В 12 ч от пристани против течения отошла моторная лодка. Пройдя 10 км, она повернула обратно и вернулась в 14 ч 5 мин. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Вычислите скорость лодки в стоячей воде.
- б) По течению реки от пристани отошел плот. Спустя 9 ч от пристани в том же направлении вышел катер, который догнал плот на расстоянии 20 км от пристани. Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч.
673. а) Две бригады должны были изготовить 1200 деталей. Первая бригада изготавливала в день на 18 деталей больше, чем вторая, и закончила работу на 3 дня позже, выполнив при этом 65% всего задания. Сколько деталей в день изготавливала каждая бригада?
- б) Одно звено должно прополоть участок свеклы площадью 3 га, а другое — участок площадью на 40% больше площади первого участка. Первое звено в день пропалывало на 10 соток меньше второго и закончило работу на 1 день раньше второго. Сколько дней работало каждое звено?
674. а) Для перевозки 30 т груза необходимо было грузовой машине сделать несколько рейсов. Однако груз пришлось перевозить на машине грузоподъемностью на 2 т больше, чем намечалось, а поэтому она сделала на 4 рейса меньше намеченного. За сколько рейсов вторая машина перевезла весь груз?
- б) Вместо машины некоторой грузоподъемности взяли другую грузоподъемностью на 2 т меньше, и поэтому для перевозки 45 т груза ей пришлось совершить на 6 рейсов больше, чем намечалось. Какой грузоподъемности намечалась грузовая машина?
675. а) Электропоезд должен был пройти расстояние, равное 100 км, за некоторое время. Когда поезд прошел четвертую часть пути, он был задержан на 15 мин и, чтобы прибыть

- в пункт назначения вовремя, машинист на оставшейся части пути вел электропоезд со скоростью на 10 км/ч больше первоначальной. Какова первоначальная скорость электропоезда?
- б) Турист ехал $\frac{5}{8}$ всего пути на автомобиле, а остальную часть — на катере. Скорость катера на 20 км/ч меньше скорости автомобиля. На автомобиле турист ехал на 15 мин дольше, чем на катере. Вычислите скорость автомобиля и скорость катера, если путь туриста равен 160 км.
676. а) Поезд должен пройти расстояние, равное 840 км. В середине пути он был задержан на 30 мин, и, чтобы прибыть в пункт назначения вовремя, он увеличил скорость на 2 км/ч. Сколько времени поезд затратил на весь путь?
 б) Из одного села в другое одновременно вышли два туриста. Первый проходил на 0,5 км/ч больше второго и пришел на 1 ч раньше второго. Расстояние между селами равно 28 км. Вычислите скорость каждого туриста.
677. а) Два экскаватора, работая совместно, вырыли котлован для водоема за 6 дней. Сколько дней потребовалось бы на рытье котлована каждому экскаватору в отдельности, если один из них мог выполнить эту работу на 5 дней скорее другого?
 б) Две бригады, работая вместе, закончили посадку картофеля за 4 дня. Сколько дней потребовалось бы на выполнение работы каждой бригаде отдельно, если одна из бригад могла бы закончить посадку картофеля на 6 дней скорее другой?
678. а) Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 100 км он затрачивает на 3 ч больше, чем мотоциклист. Вычислите скорость каждого из них.
 б) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу: первый из A в B , а второй из B в A . Через 3 ч они встретились и продолжали движение; первый велосипедист прибыл в B на 2 ч 30 мин раньше, чем второй в A . Сколько времени в пути был каждый велосипедист?
679. а) В сосуде было 20 л воды. Часть ее отлили, а сосуд дополнили безводной серной кислотой до прежнего объема. Затем снова отлили столько же смеси, сколько в первый раз, и сосуд опять долили кислотой. После этого в сосуде оказался 75%-ный раствор серной кислоты. Сколько воды отлили в первый раз?
 б) Из бака, наполненного спиртом, вылили часть спирта и долили его водой. Затем из бака вылили столько же смеси, после этого в баке осталось 49 л чистого спирта. Сколько литров спирта вылили в первый раз и сколько во второй раз, если вместимость бака 64 л?

680. а) поголовье коров на ферме за 2 года увеличилось с 400 до 529. На сколько процентов в среднем увеличивалось поголовье коров за каждый год?
б) поголовье овец за 2 года в хозяйстве снизилось с 600 до 486. На сколько процентов в среднем снижалось поголовье овец ежегодно?
681. а) В первом круге на чемпионате страны по футболу было проведено 120 матчей, причем каждая команда играла с каждой из остальных команд один раз. Сколько команд по футболу играло на чемпионате страны?
б) Ученики выпускного класса решили обменяться фотографиями, при этом пришлось изготовить 600 фотографий. Сколько учеников было в классе?
682. а) В выпуклом многоугольнике 20 различных диагоналей. Вычислите число сторон многоугольника.
б) На плоскости проведено 66 различных прямых, причем каждая прямая проходит только через две данные точки. Сколько было дано точек на плоскости?
683. а) В выпуклом многоугольнике число диагоналей на 25 больше числа его сторон. Сколько сторон в многоугольнике?
б) В выпуклом многоугольнике число сторон на 7 меньше числа диагоналей. Сколько диагоналей в многоугольнике?
684. а) Бригада рабочих получила задание изготовить 900 деталей. Один рабочий заболел, и поэтому каждому рабочему пришлось изготовлять на 10 деталей больше. Сколько рабочих было в бригаде?
б) Для перевозки 60 т груза были заказаны грузовые автомобили. В связи с поломкой двух автомашин на каждую автомашину погрузили груза на 1 т больше, чем предполагалось. Сколько автомашин работало на перевозке груза?
685. а) Одна тракторная бригада должна была вспахать 240 га, а другая — на 35% больше, чем первая. Первая бригада ежедневно вспахивала на 3 га меньше второй бригады и закончила работу на 2 дня раньше, чем вторая бригада. Сколько гектаров вспахивала каждая бригада ежедневно?
б) Два звена должны прополоть овощные культуры на участке в 7200 м^2 . Первое звено, пропалывая в час на 120 м^2 больше второго звена, закончило работу на 1 ч позже второго и при этом выполнило 60% всей работы. Сколько часов работало первое звено?
686. а) Расстояние между пристанями по реке равно 96 км. Теплоход на движение туда и обратно затратил 10 ч. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Вычислите скорость теплохода в стоячей воде.
б) Катер прошел 42 км по течению и 45 км против течения реки, затратив на всю поездку 5 ч. Вычислите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч.

687. а) От причала одновременно отошли по течению реки катер и плот. Катер проплыл 18 км и повернул обратно. Пройдя 12 км, он встретился с плотом. Вычислите скорость катера в стоячей воде (собственную скорость), если скорость течения реки равна 3 км/ч.
б) От пристани одновременно отошли по течению реки теплоход и плот. Теплоход прошел 60 км и повернул обратно. Пройдя 36 км, теплоход встретил плот. Вычислите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
688. а) Два пассажирских поезда выходят одновременно навстречу друг другу со станций *A* и *B*, расстояние между которыми равно 120 км. Через 48 мин поезда встречаются и продолжают движение. Первый поезд приходит на станцию *B* на 40 мин раньше, чем второй поезд — на станцию *A*. Вычислите скорость поездов.
б) Два автомобиля выехали одновременно из пунктов *M* и *N*, расстояние между которыми равно 180 км, навстречу друг другу. Через 1 ч 48 мин они встретились и продолжали движение. Первый автомобиль прибыл в пункт *N* на 1 ч 30 мин раньше, чем второй автомобиль в пункт *M*. Вычислите скорость каждого автомобиля.
689. а) Расстояние между велосипедистами равно 50 км. Они выезжают одновременно навстречу друг другу и через час встречаются, причем первый из них проезжает каждый километр на 1 мин быстрее второго. Вычислите скорость каждого велосипедиста.
б) Два пешехода выходят одновременно из двух деревень, расстояние между которыми равно 9 км, и через час встречаются. Вычислите скорость каждого пешехода, если второй пешеход проходит каждый километр на 3 мин быстрее первого.
690. а) Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить всю работу за 6 ч. За какое время может выполнить всю работу каждый рабочий, работая отдельно, если один из них может выполнить ее на 5 ч скорее другого?
б) Два насоса при совместной работе могут наполнить резервуар за 8 ч. Если бы первый насос наполнил половину резервуара, а затем второй насос — вторую половину, то им бы потребовалось 18 ч. За сколько часов каждый насос может наполнить резервуар, работая отдельно?
691. а) Велосипедист отправился из поселка в город, расстояние между которыми равно 60 км. Обратно он ехал в течение часа с той же скоростью, а затем сделал остановку на 10 мин. После остановки он увеличил скорость на 3 км/ч и затратил времени на обратный путь столько же, сколько на путь из поселка до города. Найдите первоначальную скорость велосипедиста.

- б) Школьники поехали на экскурсию в райцентр. По дороге автобус сделал остановку на 10 мин. На обратном пути автобус двигался со скоростью на 10 км/ч больше и сделал остановку на 5 мин, поэтому затратил времени на 12 мин меньше, чем при движении в райцентр. Найдите первоначальную скорость автобуса, если расстояние от школы до райцентра равно 60 км.
692. а) Периметр прямоугольника равен 70 см, а диагональ его равна 25 см. Вычислите площадь прямоугольника.
б) Периметр прямоугольного треугольника равен 60 см, а гипотенуза равна 26 см. Вычислите площадь данного треугольника.
693. а) Первый цех изготовил 300 машин, а второй — 204 машины. Первый цех изготовлял в день на 3 машины больше, чем второй, и для выполнения работы ему потребовалось на 3 дня больше, чем второму цеху. Сколько машин изготовлял каждый цех ежедневно?
б) Одним комбайном намолачивают в день 280 ц зерна, а другим — 180 ц, причем первый комбайн намолачивает в час на 5 ц зерна больше, чем второй. Первый комбайн работал на 2 ч больше второго. Сколько зерна намолачивают в час каждым комбайном?
694. а) Кооператив должен за несколько дней сшить 360 костюмов. Первые 4 дня кооператив выполнял запланированную норму, а затем стал шить ежедневно на 6 костюмов больше, поэтому за день до срока было сшито 432 костюма. Сколько костюмов планировалось сшить в день?
б) Группа студентов получила задание за несколько дней собрать картофель с площади в 150 га. Первые 3 дня группа выполняла дневное задание, а затем с улучшением погоды они ежедневно стали убирать на 2 га больше. За 2 дня до срока они выполнили задание. Сколько гектаров картофеля в день студенты убирали в первые дни?
695. а) В зрительном зале 270 мест, поровну в каждом ряду. Сколько рядов в зрительном зале, если число рядов в зале на 3 меньше числа мест в ряду?
б) Завод по плану должен изготовить 120 машин к определенному сроку. Перевыполняя дневную норму на 2 машины, завод выполнил задание на 3 дня раньше срока. За сколько дней завод выполнил задание?
696. а) Автобус вышел из села в город, расстояние между которыми равно 140 км. Через 2 ч после выхода он сделал остановку на 10 мин. Чтобы прибыть в город без опоздания, шофер увеличил скорость на 5 км/ч. Найдите первоначальную скорость автобуса.
б) Автобус проходит данное расстояние за 10 ч. Если бы он проходил за час на 10 км больше, то преодолел бы это расстояние за 8 ч. Найдите расстояние и скорость автобуса.

697. а) Расстояние от дома до города по шоссе равно 27 км, а по грунтовой дороге — 20 км. Велосипедист ехал в город по шоссе со скоростью на 3 км/ч больше, чем по грунтовой дороге. На обратный путь по грунтовой дороге велосипедист затратил на 10 мин меньше, чем по шоссе. Найдите скорость велосипедиста по шоссе.
 б) Теплоход прошел 7 км по течению и 15 км против течения реки, затратив на это столько же времени, сколько ему необходимо для прохождения 24 км по озеру. Найдите скорость теплохода, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

X. НЕРАВЕНСТВА

§ 36. Числовые и буквенные неравенства

698. Что больше: $\frac{2}{5}$ или $\frac{5}{9}$; 0,6 или $\frac{5}{11}$; $\frac{5}{6}$ или $\frac{3}{4}$?
699. Что больше: $2\sqrt{3}$ или $3\sqrt{2}$; $6\sqrt{2}$ или $3\sqrt{8}$; $5\sqrt{2}$ или $4\sqrt{3}$?
700. Когда: а) $a \cdot b > 0$; б) $a \cdot b < 0$; в) $\frac{a}{b} > 0$; г) $\frac{a}{b} < 0$?
701. В каком случае $\frac{10}{a} > 1$?
702. Расположите числа 1; 2; 0; $-\sqrt{3}$; $3\sqrt{5}$; $-4,5$; $-0,5$; $2\sqrt{12}$ в порядке возрастания.
703. Известно, что $a > b$. Определите, что больше:
 а) $\frac{2}{3}a$ или $\frac{3}{5}b$; б) $-2a$ или b ;
 в) $-5a$ или $-5b$; г) a^2 или b^2 .
704. Умножьте обе части неравенства:
 а) $-2 < 1$ на 3; б) $3 < 4$ на -2 ;
 в) $a < -1$ на a ; г) $b > 2$ на $-b$.
705. Укажите целые значения a из промежутка:
 а) $3,1 < a < 6,1$; б) $-2,1 < a < 4,2$;
 в) $-1,5 < a < 3$; г) $-5,2 < a < -1,5$.
706. Разделите обе части неравенства:
 а) $-8 < 2$ на $\frac{1}{2}$; б) $3 > 2$ на -1 ;
 б) $a > a^2$ на a ; г) $b^3 > b^2$ на $-b$.
707. Сложите почленно неравенства:
 а) $10 > 9$ и $2 > -1$; б) $-3 < 1$ и $-2 < -1$;
 в) $-5 < -4$ и $-1 < 1$; г) $-1 > -2$ и $-3 > -4$.
708. Вычтите из первого неравенства второе:
 а) $3 > 2$ и $-2 < -1$; б) $5 < 7$ и $-3 > -4$;
 в) $4a > 8$ и $3a < 10$; г) $-2 < -1$ и $-3 > -5$.

709. Запишите следующие неравенства в виде двойных неравенств:

а) $|a| < 2$; б) $|b-1| < 2$; в) $|c+1| < 5$; г) $|2a-2| < 2$.

710. Запишите двойное неравенство с применением модуля:

а) $-3 \leq c \leq 3$; б) $-2 \leq 4a \leq 2$;

в) $1 < b < 3$; г) $-3 < 3x < 1$.

711. Что больше: $0,15^{10}$ или $0,4^{20}$?

Докажите неравенство (712—716):

712. а) $a + \frac{1}{a} \geq 2$, если $a > 0$; б) $a^2 + b^2 \geq 2ab$;

в) $\frac{2a}{a^2+1} \leq 1$; г) $4a^2 + 1 \geq 4a$.

713. а) $\frac{2}{a^2+1} > 0$; б) $(a-1)(a-3) < (a-2)^2$;

в) $(c+2)(c+4) < (c+3)^2$; г) $a^2 - ab + b^2 \geq ab$.

714. а) $\frac{4a^2+1}{2} \geq 2a$; б) $\frac{a}{a^2+1} \leq \frac{1}{2}$;

в) $1 + \frac{1}{c} < 2$, если $c > 1$; г) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, $a > 0$, $b > 0$.

715. а) $\frac{a}{3} + \frac{3}{a} \geq 2$, если $a > 0$; б) $a^3 + 1 \geq a^2 + a$, если $a \geq -1$;

в) $\frac{c+2}{c} + \frac{c+2}{2} \geq 4$, если $c > 0$; г) $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$.

716. а) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$; б) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$, если $xy > 0$.

§ 37. Неравенства первой степени с одной неизвестной

Решите неравенство (717—721):

717. а) $5x - 3 > 2x - 6$; б) $2x + 8 > 5 - x$;

в) $3x - 7 \leq 1 - x$; г) $4x - 3 \geq 2(2x - 1)$.

718. а) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} \geq 5$; б) $\frac{x+1}{2} - \frac{x}{6} - \frac{x+2}{3} < 2$;

в) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} \leq 13$; г) $\frac{16x+1}{7} - \frac{5x-4}{2} > 0$.

719. а) $\frac{4x+11}{5} + \frac{10-x}{2} \leq 3(x-3)$;

б) $\frac{80+4x}{5} - \frac{30-2x}{2} \geq \frac{13x+7}{7}$;

в) $\frac{3x-4}{4} + \frac{5x+21}{3} - \frac{8x+62}{8} > 2x$;

г) $\frac{2x-1}{8} + \frac{4x-1}{12} - \frac{1-8x}{16} \geq 0$.

720. а) $\frac{2-x}{6} - \frac{8-x}{16} \leq 23 - 3x$; б) $\frac{3x-10}{5} + \frac{4x+1}{7} - \frac{2-4x}{9} \geq 11 - x$;

в) $\frac{4-3x}{11} - \frac{2x+12}{22} > 2x - 12$; г) $\frac{x-3}{4} + \frac{2-x}{3} + \frac{x-1}{2} > x$.

721. а) $(x+1)(x+4) - (x-6)^2 \geq 3(4x-7)$;

б) $29x + 30 + 4x(15x-11) \leq 5x(12x+7)$;

в) $4 + (2x+3)(2x-1) \geq (2x+7)^2$;

г) $(5-2x)(5x+1) + (3x-7)^2 + x^2 + 3 \geq 0$.

722. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{6x-12}$; б) $\sqrt{20+4x}$; в) $\sqrt{\frac{2x-10}{15}}$;

г) $\sqrt{\frac{3-24x}{2}}$; д) $\sqrt{-6-2x}$; е) $\sqrt{x^2-2x+1}$?

723. Найдите все натуральные числа, удовлетворяющие неравенству $5(x-1) - 3(x-2) + (x-3) < 5$.

724. При каких значениях x выражение $(x-2)^2$ больше выражения $x^2 + 4$?

725. При каких значениях x выражение $(x-3)^2$ меньше выражения $x^2 + x + 9$?

Решите систему неравенств (726—730):

726. а) $\begin{cases} 6x + 10 < 17 - x, \\ 2x - 13 < 5x - 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x - 1 > 2x - 31, \\ 3x + 2 < 2x - 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x - 7 < 3 - 2x, \\ 6x + 2 > 3x - 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 18 - 7x > -12x - 2x, \\ 9x + 5 > 5x - 9. \end{cases}$

727. а) $\begin{cases} 3 - 0,5x < 2x - 8, \\ x - 1 < 4x + 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4 - x < 6x + 1, \\ x + 3 > 5 - 3x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x + 5 < 2 - x, \\ 8 + 3x < 2 - 3x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 6x - 3 > 2x - 15, \\ 2x + 1 > 3(x + 1). \end{cases}$

728. а) $\begin{cases} 1 - \frac{x-2}{3} < \frac{2x-5}{2}, \\ 3 + \frac{x-1}{2} > \frac{4x}{3} - \frac{3x-2}{5}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + 4 > \frac{2x}{3} - 2x, \\ \frac{x}{2} + \frac{x}{3} > x - 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{x}{2} - 3 > \frac{x+3}{3} - \frac{7}{3}, \\ \frac{x}{2} + \frac{5}{6} > -1,5 - 2x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{x+44}{15} - 1 > \frac{3}{2}x - 0,5, \\ 21 - x < \frac{2x+3}{3} - 5x. \end{cases}$

729. а) $\begin{cases} \frac{3x-3}{5} > \frac{6+x}{2} - 4, \\ 3 + 3x > \frac{2x}{3} + 2(2x-1); \end{cases}$

$$б) \begin{cases} \frac{x+1}{4} + \frac{x-1}{3} < 1 - \frac{x-5}{4}, \\ \frac{4x+3}{5} - \frac{5x-2}{3} < \frac{43-x}{15}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{3x-15}{10} + \frac{5x+1}{3} < \frac{5x-1}{5}, \\ \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3} < x - \frac{x-1}{2}; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} \frac{3x-1}{5} + \frac{x-13}{2} < \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6}; \\ \frac{5x+6}{6} - \frac{4x-2}{8} < \frac{2x+3}{3} + \frac{5x+3}{12}. \end{cases}$$

$$730. а) \begin{cases} \frac{5x-3}{6} - \frac{2x-1}{5} < \frac{3x+1}{10}, \\ \frac{5x-2}{4} + \frac{4x+7}{3} < \frac{23x-4}{6}, \\ \frac{7x+3}{5} + \frac{4x-1}{3} < \frac{7x-1}{2}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{2x+3}{2} > x, \\ \frac{3x+1}{4} + \frac{4x+2}{3} < \frac{5x+1}{2}, \\ \frac{7x-1}{5} - \frac{4x-3}{3} > x-2; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{5x-1}{6} + \frac{x+5}{2} > \frac{2x+5}{3}, \\ (x-2)(x+3) > x(x-1), \\ (x-3)^2 - (x+3)^2 > 4 - 13x; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 2x(2x+2,5) > (2x-5)^2, \\ (x-2)(x+2) > (x-4)^2, \\ \frac{x-3}{2} > \frac{2-x}{4} + 4. \end{cases}$$

731. Найдите целые решения:

$$а) \begin{cases} x + \frac{x+1}{3} > 1 - x, \\ \frac{1}{3} + \frac{x}{3} < 2 - \frac{x}{2}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{2x+1}{6} + \frac{4x-1}{2} > \frac{6x+1,5}{3}, \\ \frac{4x+3}{4} - \frac{3x+1,5}{3} > \frac{x-3}{2}; \end{cases}$$

$$в) \frac{3x-1}{2x-3} < 1;$$

$$г) \frac{9-7x}{6+2x} > 1.$$

732. Решите неравенство:

$$а) \frac{3y-12}{5y-10} \geq 0; \quad б) \frac{2x-6}{3x+9} \leq 0; \quad в) \frac{4-x}{2x-3} \geq 2; \quad г) \frac{2-2x}{2x-5} \geq 2.$$

733. Решите двойное неравенство:

$$а) 3 < 2x-1 < 7;$$

$$б) -1 < 2x+3 < 5;$$

$$в) 7 \leq 3x+1 \leq 10;$$

$$г) -7 \leq 5-3x \leq 17.$$

734. Решите неравенство:

$$а) |2x-5| > 3;$$

$$б) |4x+6| \leq 2;$$

$$в) |3x-1| > 2;$$

$$г) |3-x| \leq 3;$$

$$д) |2x-3| < x+3;$$

$$е) |3x+1| > x+3.$$

735. При каких значениях x значение выражения $\frac{2x-1}{3}$ принадлежит промежутку $[1; 3]$?
736. При каких значениях y значение выражения $\frac{2y+3}{5}$ принадлежит промежутку $[0; 3]$?
737. Стороны треугольника равны 2 см, 3 см и a см, где a — натуральное число. Какие значения возможны для a ?
738. В двузначном числе цифра единиц на 2 меньше числа десятков, причем оно больше 50, но меньше 66. Найдите это число.
739. Найдите область определения функции:
- а) $y = \sqrt{\frac{3x+6}{2x-5}}$; б) $y = \sqrt{\frac{-8}{2x-1}}$;
 в) $y = \sqrt{\frac{-4x}{2x^2+0,5}}$; г) $y = \sqrt{\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}}$.
740. а) При каких значениях x функция $y = 2 - x$ будет больше функции $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$?
- б) Решите неравенство $3x^2 + 6xy + 3y^2 \leq 12$, где x, y — натуральные числа.
741. Решите неравенство:
- а) $(2x-1)(2x+1) \geq 0$; б) $(x-3)(x+2) < 0$;
 в) $5(x-1)(x-4) \geq 0$; г) $2(x-2)(3-x) \geq 0$;
 д) $(x-3)(x+1)(x^2+1) \leq 0$; е) $(x+1)(x-2) < x+1$.
742. При каких значениях a уравнение $\frac{2}{x+2} = 3 - a$ имеет положительное решение?
743. При каких значениях b уравнение $\frac{1}{x+1} = 3 - b$ имеет отрицательное решение?
744. При каких целых значениях c уравнение $6x - c + 10 = (x + 2)(c + 2)$ имеет положительное решение? Найдите это решение.
745. При каких значениях c уравнение $1 + \frac{1}{c} = \frac{2}{cx}$ имеет решение, большее 1?
746. При каких значениях n уравнение $(n-2)(x-1) = 1$ имеет решение, большее 1?
747. При каких значениях c уравнение имеет положительное решение:
- а) $3x + 10 = 2c$; б) $5x + 6 = 3c$;
 в) $2(3 - 2x) = 3(c - 2x)$; г) $3 - c = \frac{2}{x-1}$?

748. При каких значениях k уравнение имеет отрицательное решение:

а) $\frac{6}{x} = \frac{k}{x+1}$; б) $\frac{2x+1}{x-1} = k+1$;
 в) $\frac{1}{x-1} = 2-k$; г) $\frac{3x+1}{x+1} + 3 = k$?

749. При каких значениях b система $\begin{cases} 3x - by = 1, \\ 3x + 6y = -1 \end{cases}$ имеет решения $x < 0$ и $y < 0$?

750. При каких значениях a система $\begin{cases} ax - 2y = 1, \\ -6x + 2y = 1 \end{cases}$ имеет решения $x > 0$ и $y > 0$?

751. Сколько следует взять воды при температуре 60°C и смешать с 10 л воды при температуре 18°C , чтобы получить воду температурой выше 30°C , но ниже 36°C ?

§ 38. Применение неравенств для изучения свойств функций. Функция $y = \frac{k}{x}$

752. На рисунке 7 изображен график функции $y = f(x)$.

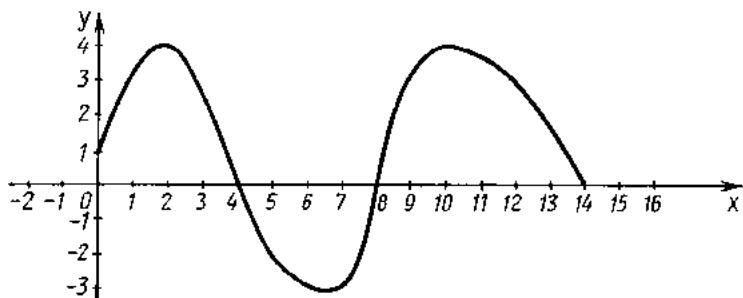


Рис. 7

Укажите, где функция:

- а) равна нулю;
- б) принимает положительные значения;
- в) принимает отрицательные значения;
- г) возрастает;
- д) убывает.

753. По графику функции $y = f(x)$ (рис. 7) найдите значения x , где функция $f(x) = 2$.

754. Постройте график функции $f(x) = x^2 - 4$.

- а) Найдите $f(0)$, $f(-2)$, $f(3)$.

- б) Укажите промежутки возрастания и убывания функции.
 в) Какие значения могут принимать аргумент и функция?
755. В каких значениях x функция равна нулю:
 а) $y = 4x - 10$; б) $y = -0,5x + 2$; в) $y = 5x$;
 г) $y = x^2 - 2x - 3$; д) $y = 3x^2 - 5x + 2$; е) $y = x^2 + 2$?
756. В каких точках функция принимает положительные и в каких точках отрицательные значения:
 а) $y = 5x - 10$; б) $y = -3x + 6$;
 в) $y = -7x - 21$; г) $y = x^2 - 2x + 1$?
757. Определите, какие функции являются возрастающими, а какие убывающими:
 а) $y = 1 - x$; б) $y = 0,2x + 1$; в) $y = -2x + 4$;
 г) $y = -3$; д) $y = -x^3$; е) $y = \sqrt{x}$.
758. Нарисуйте график функции $y = f(x)$, такой, чтобы она в промежутке $[-1; 4]$ возрастала от -2 до 6 .
759. Нарисуйте график функции $y = f(x)$, такой, чтобы она в промежутке $[-2; 3]$ убывала от 5 до -3 .
760. Постройте график функции и найдите промежутки ее возрастания и убывания. Какие значения может принимать функция:
 а) $y = 2 - x$; б) $y = 4 - x^2$; в) $y = x^2 + 2x - 3$;
 г) $y = x^3$; д) $y = x^2 + 1$; е) $y = \sqrt{x}$?
761. Найдите область определения функции:
 а) $y = \sqrt{5 - x}$; б) $y = \frac{3x - 5}{2x - 6}$; в) $y = \sqrt{\frac{2x - 4}{4 - x}}$;
 г) $y = \sqrt{\frac{x - 1}{x + 2}}$; д) $y = \sqrt{\frac{9 - x}{x^2 + 1}}$; е) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 4}}$.
762. Постройте график функции:
 а) $y = \frac{4}{x}$; б) $xy = -6$; в) $y = \frac{1}{x} + 2$;
 г) $y = \frac{6}{x - 2}$; д) $y = \frac{4}{2 - x}$; е) $y = \frac{2x + 4}{x}$.
763. Постройте график функции $y = \frac{2}{1 - x}$ и укажите промежутки ее возрастания и убывания. В каких промежутках функция принимает положительные значения, отрицательные значения?
764. Постройте график зависимости:
 а) $xy = 0$; б) $x(y - 1) = 0$;
 в) $(y - 2)(x + 1) = 0$; г) $xy + x - y = 1$.

XI. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

§ 39. Степень с целым показателем и ее свойства

765. Замените степень с целым отрицательным показателем дробью:

а) 2^{-2} ; б) 4^{-1} ; в) a^{-2} ; г) c^{-10} .

766. Представьте дробь в виде степени с отрицательным показателем:

а) $\frac{1}{3^2}$; б) $0,1^4$; в) $\frac{1}{a^2}$; г) $\frac{2}{x^3}$.

767. Представьте числа:

а) 27; 9; 3; 1; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{81}$ в виде степени с основанием 3;

б) 0,1; 0,001; 1; 10; 1000 в виде степени с основанием 10.

768. Вычислите:

а) 5^{-2} ; б) $0,5^{-2}$; в) $(-2)^{-4}$; г) $(-10)^0$; д) $0,1^{-2}$;

е) $(-3)^{-2}$; ж) $(-3)^{-3}$; з) $(-1)^{-10}$.

769. Найдите значение выражения:

а) $16 \cdot 2^{-3}$; б) $5 \cdot 0,1^{-1}$; в) $0,5^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$;

г) $2^{-2} + 2^{-1}$; д) $4^{-1} + 2 \cdot 2^{-3}$; е) $0,01^0 + 0,9^0$.

770. Представьте дроби в виде произведения:

а) $\frac{2}{a^2}$; б) $\frac{3x^2}{y^2}$; в) $\frac{5}{2xy}$; г) $\frac{10a}{3b^3}$.

771. Вычислите:

а) $2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 2^0$;

б) $3^6 : 3^5$;

в) $(5^{-2})^{-1}$;

г) $3^2 \cdot 3^{-3} : 3^0$;

д) $4 \cdot 2^{-1} \cdot 2^3$;

е) $0,5 \cdot 2^3 \cdot (2^{-2})^{-1}$.

772. Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{8} \cdot 2^5$;

б) $3^{-3} : 3^{-4}$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^4$;

г) $(-0,1)^2 \cdot 10^2$;

д) $64 : 2^3$;

е) $4^0 : 4^{-2}$.

773. Упростите выражение:

а) $(-0,5a^2b^{-1})^{-2}$;

б) $\frac{8x^{-3}}{y^{-4}} \cdot \frac{y^2}{16x^{-5}}$;

в) $\frac{15a^{-2}}{b^{-3}} \cdot \frac{2b^{-2}}{5a^{-4}}$;

г) $\left(4 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0\right)^{-1}$;

д) $\frac{4^{-1} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}{5 - (0,5)^{-1}}$;

е) $\frac{4 \cdot 2^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2}{16 - (-2^{-2})^{-2} + 2^0}$.

774. Выполните действия:

а) $(a^2 - b^2):(a^{-1} + b^{-1})$;

б) $(2x + x^{-1})(2x - x^{-1})$;

в) $(a^{-4} + a^{-2} - a^{-1}):a^{-1}$;

г) $(x^2 - 1):(x + x^0)$.

775. Упростите:

а) $\frac{4}{2^{2n-1}}$;

б) $\frac{10n}{2^n - 1 \cdot 5^{n-1}}$;

в) $\frac{12^{n+1}}{3^n \cdot 4^{n-1}}$;

г) $\frac{9^n + 9^0}{3^n + 3^{-n}}$.

§ 40. Стандартный вид числа

776. Сколько десятичных знаков и значащих цифр у числа:

а) 0,015; б) 0,101; в) 10,05; г) 1,002?

777. Назовите порядок числа, представленного в стандартном виде: а) $2,1 \cdot 10^3$; б) $5,51 \cdot 10^4$; в) $1,5 \cdot 10^{-2}$; г) $6 \cdot 10^{-5}$.

778. Запишите числа в стандартном виде:

а) 40 000;

б) 152 000;

в) 12 000;

г) 0,0025;

д) 0,0005;

е) 20,5.

779. Выразите:

а) 12 т в граммах;

б) $3,5 \cdot 10^3$ см в метрах;

в) $7,25 \cdot 10^{-2}$ кг в центнерах;

г) 1,05 л в миллилитрах;

д) 5,2 см в километрах;

е) $2,5 \cdot 10^2$ дм в километрах.

780. Выполните умножение:

а) $(2,5 \cdot 10^3)(4,0 \cdot 10^2)$;

б) $(5,2 \cdot 10^{-4})(5,0 \cdot 10^5)$;

в) $(2,4 \cdot 10^4)(1,5 \cdot 10^{-5})$;

г) $(1,2 \cdot 10^{-3})(5,5 \cdot 10^{-2})$.

781. Плотность меди $8,9 \cdot 10^3$ кг/м³. Найдите массу медной плиты, длина которой равна 25 см, ширина — 12 см и высота — 1 см.

782. В баке 100 л бензина. Плотность бензина $7,3 \cdot 10^2$ кг/м³. Найдите массу бензина.

783. Масса Земли в 330 000 раз меньше массы Солнца. Запишите эту зависимость числом стандартного вида.

784. Радиус Земли 6370 км. Выразите радиус Земли в метрах и запишите эту величину числом стандартного вида.

785. Расстояние от Земли до Солнца равно $1,5 \cdot 10^8$ км. Скорость света $3,0 \cdot 10^8$ м/с. Сколько минут свет идет от Солнца до Земли?

786. Масса Земли равна $6,0 \cdot 10^{21}$ т, а масса Луны — $7,4 \cdot 10^{19}$ т. Во сколько раз Луна легче Земли?

§ 41. Приближенные вычисления.

Относительная погрешность

787. В каких границах заключены величины:
а) $L = 15,5 \pm 0,1$ см; б) $P = 25 \pm 0,5$ кг;
в) $V = 120 \pm 1$ л; г) $D = 500 \pm 10$ км?
788. Приближенное значение a равно среднему арифметическому границ. С какой точностью найдена эта величина:
а) $16 < a < 18$; б) $200 < a < 220$;
в) $7,4 < a < 7,6$; г) $1200 < a < 1300$?
789. Округлите числа с точностью до 0,01:
а) $\pi = 3,14159\dots$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{8}$; г) 2,995.
790. Укажите точность приближенного значения чисел, записанных верными цифрами:
а) 2,72; б) 3,14; в) 0,005; г) 5,05.
791. Извлеките с помощью таблиц или микрокалькулятора корень квадратный с точностью до 0,01; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$.
792. Найдите сумму приближенных чисел:
 $2,54 + 17,4 + 0,334 + 0,0456$.
793. Товар с упаковкой весит 120,5 кг (брутто). Тара весит 2,545 кг. Найдите чистый вес (нетто) товара.
794. Вычислите площадь прямоугольника и округлите до 0,1 дм², если его стороны равны 41,5 см и 22,4 см.
795. При взвешивании груза оказалось $P = (20 \pm 0,01)$ кг. Найдите относительную погрешность взвешивания в процентах.
796. Длина доски равна $(218 \pm 0,5)$ см. Найдите относительную погрешность измерения в процентах.
797. Найдите относительную погрешность числа $\pi = 3,14$ в процентах.

§ 42. Повторение

798. Вычислите:
 $999 - 998 + 997 - 996 + \dots - 4 + 3 - 2 + 1$.
799. Найдите наименьшее число, которое при делении на 2, 3, 4, 5, 6 дает остаток 1, а на 7 делится без остатка.
800. Сколькими нулями оканчивается произведение чисел от 1 до 99?
801. Докажите, что сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 9.
802. Докажите, что $p^2 - 1$ делится на 24, если p — простое число и $p \geq 5$.

Выполните действия (803—806):

803. а) $(0,5 \cdot 0,2 + 79,04 : 3,8 - 2) \cdot \frac{2}{9} - \frac{8}{45} \cdot (5 \frac{11}{72} - 3 \frac{26}{45})$;
 б) $\frac{48}{35} \cdot (15 \frac{1}{36} - 10 \frac{43}{48}) - 5 \frac{2}{3} + (4,5 - 3,5 \cdot 1,02) : 1 \frac{6}{25} + 5,535 : 2,7$;
 в) $(7 \frac{37}{72} - 5 \frac{43}{96}) : 1 \frac{11}{24} - 1 \frac{5}{12} + \frac{8}{9} \cdot (15,9 - 1,3 \cdot 10,5) + 24,15 : 2,3$;
 г) $\frac{351,23 : 34,1 - (3 \frac{5}{12} + \frac{11}{18}) : 3 \frac{2}{9}}{(3,75 - 0,65 \cdot 1 \frac{12}{13}) \cdot 4,62}$.
804. а) $\frac{(0,42 \cdot 3 \frac{4}{7} + 169,539) : 21,3}{(2 \frac{17}{24} - \frac{25}{36}) \cdot \frac{18}{29} + 45,2 \cdot 0,15}$;
 б) $\frac{2 \frac{2}{9} \cdot 0,225 + (58 \frac{4}{15} - 56 \frac{7}{24}) : 7,9}{4,228 : 1,4 - 1,25 \cdot 0,277 \cdot 8}$;
 в) $\frac{(22 \frac{1}{6} - 19 \frac{23}{108}) \cdot 3 \frac{21}{29} - 2,5 \cdot 0,825 \cdot 4}{0,3648 : 0,12 - 0,01 \cdot 194}$;
 г) $\frac{2,44 - 0,84 \cdot (6 \frac{8}{9} : 2 \frac{7}{12} - \frac{5}{12} \cdot 4 \frac{4}{35})}{7,605 : 7,5 + 3,086}$.
805. а) $\frac{(9 \frac{3}{4} : 5 \frac{1}{5} + 3 \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{7}{34}) : 1 \frac{9}{16}}{0,31 \cdot 8,4 - 5,61 : 27,5}$;
 б) $\frac{0,1 : 0,05 - \frac{9}{43} \cdot (2 \frac{11}{24} : 0,75 - 4,1 \cdot \frac{1}{3})}{40,66 - 32,4 : 0,8}$;
 в) $\frac{(12 \frac{1}{6} - 6 \frac{7}{27}) \cdot 1 \frac{25}{29} - 4 \cdot 0,825 \cdot 2 \frac{1}{2}}{0,1216 : \frac{1}{25} - 0,01 \cdot 194}$;
 г) $\frac{(4,08^2 + 3,83 \cdot 5,34 - 3,83 \cdot 9,42) \cdot 1,2}{85,424 : 14,05 - 5,6}$.
806. а) $\frac{(29,224 : 2,08 + 0,35) \cdot 0,08}{7,68^2 - 2,68 \cdot 3,33 - 2,68 \cdot 4,35}$;
 б) $\frac{(0,48^2 - 0,48 \cdot 0,38) : 0,08 + 0,04}{(75,642 : 8,4 - 7,725) \cdot 0,025}$;
 в) $\frac{1,28 - 0,24 \cdot (6,3 : 6,25 + 4,242)}{(0,32 \cdot 0,68 + 0,32^2) \cdot 0,005}$;
 г) $\frac{0,99 : (0,264 \cdot 8,25^2 - 0,264 \cdot 4,25^2)}{42,042 : 8,4 - 4,255}$.
807. Найдите $\frac{2}{3}$ числа, если 4% его составляют 12.

808. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{28x+17}{9} + \frac{7y-4}{3} = 3y+1, \\ \frac{y+8}{2} - 5x = \frac{3y-2x}{5} - 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{4y-3}{6} + 5x = \frac{5x-7}{2} + 13, \\ \frac{2y-x}{4} - 3y = \frac{y+7}{5} - 2,4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{9x+2y}{4} - \frac{5x+2y}{3} = \frac{2x-y}{2} - 1, \\ \frac{7x-4y}{5} - \frac{5x-9y}{2} = y+1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{7x+y}{6} - \frac{2x-y}{3} = \frac{3x-9}{2}, \\ \frac{x-y}{4} + \frac{3x}{5} = \frac{9x-5y}{10}. \end{cases}$$

Выполните действия (809—810):

$$809. \text{ а) } \frac{x^2-8}{16-x^2} - \frac{1}{x+4} + 1;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1+30a}{(1-5a)^3} - \frac{1}{1-5a} \right) \cdot \left(5a+1 - \frac{1-35a}{5a(5a-4)} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{8a^2b+4ab^2}{4a^3+8a^2b+ab^2+2b^3} \cdot \frac{a+2b}{4a^2-b^2} + \frac{2a-b}{4a^2+b^2} \right) : \frac{1}{4a^2-b^2};$$

$$\text{г) } \left(\frac{a+2b}{a^2+4b^2} - \frac{4a+b}{a^2-4b^2} : \frac{4a^3+a^2b+16ab^2+4b^3}{4a^2b-8ab^2} \right) \cdot (a+2b).$$

$$810. \text{ а) } \frac{2a^2-2a}{a^3+1} : \left(\frac{a+1}{2a-2} - \frac{a^2+3}{2a^2-2} + \frac{2a-3}{a+1} \right) + \frac{(a-1)^2}{a^2-a+1};$$

$$\text{б) } \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} \right) \cdot \frac{x^4-2x^3+8x-16}{2x^2} + 6x.$$

811. Решите уравнение относительно x :

$$\text{а) } \frac{5x-2a}{4} = \frac{4x+3a}{3}; \quad \text{б) } \frac{3}{bx-2} = \frac{5}{3x+2};$$

$$\text{в) } \frac{x+c}{c-x} - \frac{c-x}{x+c} = \frac{c}{c^2-x^2}; \quad \text{г) } \frac{25a}{1-3x} - \frac{16a}{x-4} = \frac{6a}{4-x}.$$

812. Вычислите значение дроби рациональным способом:

$$\text{а) } \frac{3a^2+6a+3}{a^2-1} \text{ при } a=4;$$

$$\text{б) } \frac{2c^2-8}{4-4c+c^2} \text{ при } c=3;$$

в) $\frac{x^2 + 43x - 700}{x + 43}$ при $x = 57$;

г) $\frac{x^2 + 19x + 1900}{x + 19}$ при $x = 81$.

813. Выполните действия и вычислите:

а) $\left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + 1\right)\left(1 - \frac{1}{3}x\right)$ при $x = 6$;

б) $\left(a^2\sqrt{\frac{1}{ab}} + 2b\sqrt{\frac{a}{b}} + b\sqrt{\frac{b}{a}}\right) : \sqrt{ab}$ при $a = 2$, $b = 0,5$;

в) $x^2 + y^2 - 2xy$ при $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$;

г) $(\sqrt{a} - 2)(a + 2\sqrt{a} + 4)$ при $a = 12$.

814. Постройте график функции $y = 8 + 2x - x^2$.

815. Постройте график функции $y = 2 - 0,5x^2$. Найдите значения аргумента, при которых значения функции равны:

а) 3,5; б) -2,5.

816. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$. Найдите те значения аргумента, при которых значения функции равны:

а) 6; б) 4.

817. Постройте график функции $y = x^2 + 2x - 3$. Определите по графику все значения x , при которых функция принимает отрицательные значения. Какие значения принимает функция?

818. Постройте график функции $y = -x^2 + 6x - 8$. Определите по графику все значения x , при которых функция принимает положительные значения. Найдите область значений функции.

819. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = (x - 1)^2 - 5$ и $y = -x^2$.

820. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = (x - 2)^2 - 4$ и $y = -x^2$.

821. Решите уравнение $x^2 + |3x| - 4 = 0$.

822. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 4 - (x + 1)^2.$$

823. Решите систему уравнений, где $a \neq b$:

$$\begin{cases} ax + by = a, \\ bx + ay = b. \end{cases}$$

824. Решите уравнение $(8a^3 - 1) : x = 4a^2 + 2a + 1$.

825. Вычислите: $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)^0$.

826. Постройте график уравнения $x^2 - y^2 = 0$.
827. Докажите, что функция $y = (x-3)(x-5) + 2$ при любых значениях x положительна.
828. Вычислите: $\sqrt{10+4\sqrt{6}} - \sqrt{10-4\sqrt{6}}$.
829. Что больше: 10^{20} или 101^{10} ?
830. Решите неравенство $\frac{3x-1}{2x+5} \geq 2$.
831. Найдите такое значение x , чтобы дробь $\frac{2x+7}{x-5}$ была равна 3.
832. Укажите множество натуральных значений n , при которых значение дроби $\frac{5n-6}{n}$ будет натуральным числом.
833. Путешественник идет из одного города в другой 10 дней, а другой проходит этот же путь за 15 дней. Через сколько дней встретились бы путешественники, если бы они вышли одновременно навстречу друг другу?
834. Разменяйте 100-рублевую купюру на 20 купюр достоинством 3, 5 и 25 р.
835. Разложите на множители $a^4 + 4$.
836. Стороны прямоугольника выражаются целыми числами. Каковы будут его длина и ширина, если известно, что периметр прямоугольника численно равен его площади?
837. Найдите два числа, сумма, произведение и частное которых были бы равны.
838. При каких значениях a и b парабола $y = ax^2 - bx - 3$ проходит через точки $A(2; -3)$ и $B(4; 5)$?
839. При каких значениях c уравнение $x^2 - 9x + c = 0$ имеет два корня, один из которых вдвое больше другого?
840. Докажите, что при любых a и b
- $$2a^2 + b^2 + 2ab - 6a + 10 > 0.$$
841. В трех корзинах было 70 яблок. В первой корзине в 2 раза больше, чем во второй, а в третьей в 2 раза больше, чем в первой. Сколько было яблок в каждой корзине?
842. В морской воде содержится 4% солей. Сколько следует к 10 кг морской воды добавить пресной воды, чтобы содержание солей стало 2,5%?
843. У хозяйки яиц было менее сотни. Она разложила их в ящик по 12 штук в каждом ряду, и 8 яиц осталось. Тогда она разложила яйца по 10 штук в каждом ряду, и 2 яйца не хватило. Сколько у хозяйки было яиц?
844. Велосипедист должен приехать в пункт назначения к определенному сроку. Если он поедет со скоростью 10 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если его скорость будет 15 км/ч, то он приедет на 1 ч раньше срока. С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы приехать вовремя?
845. Найдите все такие двузначные числа N , для каждого из ко-

- торых два следующих из четырех утверждений верны, а два неверны: а) делится на 5; б) делится на 23; в) $N+7$ — точный квадрат; г) $N-10$ — точный квадрат.
846. Турист должен прибыть на базу в 18 ч. Если он пойдет со скоростью 4 км/ч, то прибудет на базу в 19 ч; если же он пойдет со скоростью 6 км/ч, то прибудет в 17 ч. С какой скоростью должен идти турист, чтобы прибыть в срок?
847. Велосипедист расстояние между двумя турбазами проехал за 3 дня. В первый день он проехал $\frac{1}{4}$ всего пути и еще 10 км, во второй день — $\frac{1}{5}$ всего пути и еще 16 км, а в третий день — $\frac{1}{6}$ всего пути и оставшиеся 20 км. Найдите расстояние между турбазами.
848. Рабочий должен изготавливать в день по норме 12 деталей. Однако он изготавливал ежедневно на 2 детали больше, а поэтому за 3 дня до срока выполнения задания он перевыполнил его на 8 деталей. Сколько деталей по норме рабочий должен изготовить?
849. Длина данного прямоугольника вдвое больше его ширины. Если каждую из сторон увеличить на 1 дм, то его площадь увеличится на 16 дм². Найдите стороны данного прямоугольника.
850. Отцу 43 года, старшему сыну 14 лет, среднему — 10 лет и младшему — 5 лет. Через сколько лет возраст отца будет равен сумме возрастов сыновей?
851. Турист прошел 2 км и половину оставшегося пути, после чего ему осталось пройти $\frac{1}{3}$ всего пути и 1 км. Найдите длину пути.
852. К знаменателю некоторой дроби прибавили 1. Какое число надо прибавить к числителю, чтобы значение дроби не изменилось?
853. За контрольную работу по алгебре 10% числа учеников получили пятерку, $\frac{3}{5}$ учеников получили четверку, а троек было $\frac{1}{3}$ от числа четверок, 3 ученика получили двойки. Сколько учеников писали контрольную работу по алгебре?
854. Во время производственной практики 9 студентов и мастер изготовили некоторое число приборов. Каждый студент изготовил 20 приборов, а мастер — на 9 приборов больше, чем в среднем каждый из 10 членов группы. Сколько всего приборов было изготовлено?
855. Найдите несколько пар натуральных чисел, таких, что если сложить вместе их сумму, разность, произведение и частное, то получится 100.

856. Мальчик сказал своему другу: «Дай мне в долг 1 р.». А тот ответил: «Если бы было у меня столько денег, сколько сейчас, да еще столько, еще полстолько, четверть столько и еще одна копейка, то тогда у меня был бы 1 р.». Сколько денег было у мальчика?
857. Поезд вышел из одного города в другой, расстояние между которыми 300 км. Первые 180 км он шел со скоростью, на 8 км/ч меньше расчетной, поэтому, чтобы прибыть на станцию по расписанию, он остальную часть пути шел со скоростью, на 16 км/ч превышающей расчетную. Найдите скорость поезда по расписанию.
858. В семье три человека: Женя, Галя и Аня. Если переставить цифры числа лет Жени, то получится возраст Гали. А разность между возрастом Жени и Гали есть удвоенный возраст Ани. Известно, что число лет Ани в 10 раз меньше числа лет Гали. Вычислите возраст каждого члена семьи.
859. Двое рабочих при совместной работе могут выполнить задание за 12 ч. Если первый проработает 2 ч, а затем второй 8 ч, то они выполняют половину всего задания. За сколько часов каждый рабочий может выполнить задание, работая отдельно?
860. Теплоход в первый день прошел 54 км по течению и 48 км против течения реки за 7 ч, а во второй день он прошел по течению 72 км и против течения 60 км за 9 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде и скорость течения реки.
861. В одном бидоне находится смесь спирта с водой в отношении 3:2, а в другом — в отношении 4:11. Сколько нужно взять из каждого бидона спиртовой смеси, чтобы получить 10 л 40%-ной смеси?
862. Расстояние между пристанями *A* и *B* теплоход проходит по течению реки за 4 ч, а против течения — за 6 ч. Вычислите время, нужное теплоходу, чтобы пройти расстояние от *A* до *B* в стоячей воде.
863. Задумано двузначное число, у которого цифра десятков на 3 меньше цифры единиц. Если это двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 4 и в остатке 6. Какое число задумано?
864. Рис содержит 75% крахмала, а ячмень — 60%. Сколько следует взять риса, чтобы получить столько крахмала, сколько его в 5 кг ячменя?
865. Даны 7 последовательных натуральных чисел. Сумма квадратов первых четырех чисел равна сумме квадратов трех последующих чисел. Найдите эти числа.
866. Два мотоциклиста одновременно выехали из *A* и *B*. Первый весь путь ехал со скоростью 25 км/ч, а второй первую половину ехал со скоростью 30 км/ч, а вторую половину — со скоростью 20 км/ч. Кто раньше прибыл в *B*?

867. Старинная индусская задача.

На две партии разбившись,
Забавлялись обезьяны.
Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась.
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько, ты мне скажешь,
Обезьян там было в роще?

ХИ. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

§ 43. Квадратный трехчлен.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители

868. а) Дана функция $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$. Найдите значение функции при $x = 2, 0, -1$.
б) Дана функция $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$. Найдите значение функции при $x = 1, 0, -3$.
869. а) Дана функция $f(x) = 4x^2 - 6x + 3$. Найдите $f(0, 5), f(-3)$.
б) Дана функция $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$. Найдите $f\left(\frac{1}{3}\right), f(-2)$.
870. а) Для функции $f(x) = 3x^2 - 8x + 5$ найдите значения аргумента x , при которых $f(x) = 0$.
б) Для функции $f(x) = 2x^2 - 7x - 9$ найдите значения аргумента x , при которых $f(x) = 0$.
871. а) Для функции $f(x) = 2x^2 - 14x + 15$ найдите значения аргумента x , при которых $f(x) = -9$.
б) Для функции $f(x) = 2x^2 - 6x + 11$ найдите значения аргумента x , при которых $f(x) = 19$.
872. Найдите область определения функции:
а) $y = 5x^2 - x + 2$; б) $y = 4x^2 - 3x + 5$;
в) $y = \frac{x^2 - 30}{x - 3}$; г) $y = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1}$;
д) $y = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 2x + 1}$; е) $y = \frac{5x}{x^2 - 6x - 7}$;
ж) $y = \frac{x - 3}{2x^2 - x - 6}$; з) $y = \sqrt{10 - x}$.
873. Найдите корни квадратного трехчлена:
а) $4x^2 - 4x + 1$; б) $3x^2 - 12x - 15$;
в) $2x^2 - 5x + 2$; г) $3x^2 - 2x - 1$.

874. При каком значении k квадратный трехчлен:
- $x^2 - kx + 18$ будет иметь корень, равный 3;
 - $x^2 + kx - 14$ будет иметь корень, равный 2;
 - $kx^2 - 5x + 2$ будет иметь корень, равный $\frac{1}{2}$?
875. При каком значении c квадратный трехчлен будет иметь два равных корня:
- $9x^2 + 30x + c$; б) $4x^2 - 12x + c$?
876. В уравнении $3x^2 + bx + 15 = 0$ найдите значение b , если известно, что корни этого уравнения — целые числа.
877. При каких значениях k разность корней уравнения $2x^2 - (k+3)x + k + 1 = 0$ равна 1?

Разложите квадратный трехчлен на линейные множители (878—883):

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| 878. а) $x^2 - 2x - 1$; | б) $4x^2 - 12x + 9$; |
| в) $x^2 - 5x + 4$; | г) $x^2 - 11x + 10$. |
| 879. а) $x^2 + 19x + 60$; | б) $x^2 + 4x - 60$; |
| в) $x^2 + 2x - 48$; | г) $x^2 + 8x + 12$. |
| 880. а) $x^2 - 3x - 28$; | б) $x^2 + x - 30$; |
| в) $x^2 + 8x - 9$; | г) $x^2 + 2x - 24$. |
| 881. а) $2x^2 - x - 3$; | б) $2y^2 - 5y + 3$; |
| в) $6a^2 + 7a - 3$; | г) $3b^2 - 7b + 4$. |
| 882. а) $5x^2 + 8x + 3$; | б) $-3x^2 + 5x + 2$; |
| в) $9y^2 - 12y + 4$; | г) $11y^2 - 3y - 14$. |
| 883. а) $x^2 - 5ax + 6a^2$; | б) $x^2 + ax - 6a^2$; |
| в) $x^2 + 5bx - 6b^2$; | г) $2x^2 + bx - 3b^2$. |

Сократите дробь (884—886):

- | | |
|---|--|
| 884. а) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$; | б) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x - 5}$; |
| в) $\frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 2x - 15}$; | г) $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 5x + 6}$. |
| 885. а) $\frac{3x^2 - 6x - 24}{3x^2 - 9x - 12}$; | б) $\frac{2x^2 - 6x - 36}{2x^2 - 16x + 24}$; |
| в) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 7x + 3}$; | г) $\frac{6x^2 + 5x - 6}{3x^2 - 8x + 4}$. |
| 886. а) $\frac{2 + 5x - 3x^2}{21x^2 + x - 2}$; | б) $\frac{x^2 - 12ax - 28a^2}{x^2 + 3x + 6a - 4a^2}$; |
| в) $\frac{2a^2 + 5a - 3}{a^3 + 27}$; | г) $\frac{8a^3 - 1}{4a^2 + 2a + 1}$. |

887. Выполните действия:

$$а) \left(\frac{x+1}{x^2+2x-3} - \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x^2+4x+3}{x+2};$$

$$б) \left(\frac{2}{x^2+2x-8} - \frac{1}{x^2+5x+4} \right) : \frac{0,5}{x^2-x-2};$$

$$в) \frac{1}{a^2} + \frac{a+12}{a^3-9a} : \left(\frac{a-3}{2a^2+5a-3} - \frac{9}{9-a^2} \right);$$

$$г) \frac{1}{8a^2-10a+3} + \frac{a-1}{12a^2-17a+6} + \frac{a-1}{6a^2-7a+2}.$$

Решите уравнение (888—889):

$$888. а) \frac{5}{x^2-10x+25} - \frac{7}{x^2-3x-10} = \frac{4}{4-x^2};$$

$$б) \frac{4}{x^2+2x-3} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{x+2}{x+3};$$

$$в) \frac{7}{x^2+x-12} - \frac{2}{x^2+4x} = \frac{6}{x^2-9}; \quad г) \frac{2}{2-x} + \frac{x+2}{x-5} = \frac{3x}{x^2-7x+10}.$$

$$889. а) \frac{15}{x^2-4x-5} + \frac{9}{5x-x^2} = \frac{5}{x^2-1};$$

$$б) \frac{2x-0,5}{x^2-3x-4} - \frac{x-1}{x^2-2x-3} = \frac{x+3}{x^2-2x-8};$$

$$в) \frac{2x+0,8}{x^2-x-20} - \frac{x+4}{x^2-3x-10} = \frac{x}{x^2+3x-4};$$

$$г) \frac{2}{x^2+2x-3} + \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{4}{x^2+5x+6}.$$

890. Найдите область определения функции:

$$а) y = \frac{2x}{4x^2-4x+1};$$

$$б) y = \frac{x+5}{x^2+3x-18};$$

$$в) y = \frac{6x-12}{3x^2-5x-2};$$

$$г) y = \frac{2x}{3x^2-13x-10}.$$

§ 44. Квадратичная функция и ее график

891. Вычислите значение функции $f(x) = 3x^2 - 7x + 4$, если аргумент x равен 1; -2 ; 5.

892. Дана функция $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Найдите значение аргумента x , если $f(x) = 5$, $f(x) = 12$.

893. а) Выведите формулу поверхности куба, где y — поверхность куба, x — длина ребра куба.

б) Как изменится поверхность куба, если ребро куба уменьшить в 2 раза?

894. Заполните таблицу и постройте графики функций:

$$y = x^2, \quad y = 0,5x^2, \quad y = -2x^2, \quad y = x^2 - 4.$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$							
$y = 0,5x^2$							
$y = -2x^2$							
$y = x^2 - 4$							

Сравните графики.

895. В уравнении параболы $y = ax^2$ найдите коэффициент a , если парабола проходит через точку:

а) $A(2; -2)$; б) $B(-2; -8)$.

896. а) Парабола $y = ax^2 + c$ проходит через точки $A(2; -1)$ и $B(3; -6)$. Найдите значения a и c .

б) Парабола $y = 0,5x^2 + c$ проходит через точку $M(2; 7)$. Найдите значение c .

897. Принадлежат ли точки $A(4; 12)$ и $B(2; 6)$ графику функции $f(x) = 0,5x^2 + 4$?

898. а) Постройте график функции $y = -x^2 + 4$. Используя график, укажите, при каких значениях x функция принимает положительные значения.

б) Постройте график функции $y = x^2 - 1$. Используя график, укажите значения x , при которых данная функция принимает отрицательные значения.

899. Постройте графики функций $y = (x-2)^2$ и $y = (x+1)^2$.

900. Постройте графики функций $y = (x-1)^2 - 2$ и $y = (x+2)^2 - 4$.

Постройте график функции (901—903):

901. а) $y = x^2 - 2x - 3$; б) $y = -x^2 + 2x + 3$;

в) $y = x^2 - 4x + 4$; г) $y = x^2 - 4x + 3$;

д) $y = x^2 + 4x + 3$; е) $y = |-x^2 + 1|$.

902. а) $y = (x+1)(x+5)$; б) $y = 2x^2 - 4x - 6$;

в) $y = -2x^2 + 12x - 10$; г) $y = 2x^2 - 5x - 3$.

903. а) $x^2 + y^2 = 4$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $x = y^2$.

904. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. В каких точках парабола пересекает ось абсцисс и ось ординат? Укажите координаты вершины параболы.

905. Без построения графика функции $y = -x^2 + 4x + 5$ укажите координаты точек пересечения параболы с осями координат, а также координаты вершины параболы.

906. а) Постройте график функции $f(x) = x^2 - 8x + 7$. Найдите:
1) координаты точек пересечения параболы с осями координат;
2) значение x , при котором функция имеет наименьшее значение;

- 3) наименьшее значение функции;
 4) промежутки возрастания и убывания функции;
 5) уравнение оси симметрии параболы.
 6) Постройте график функции $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.
 Выполните задания 1—5, как в предыдущей задаче.
907. Вершина параболы $y = a(x - m)^2 + n$ имеет координаты $Q(-1; -4)$. Парабола проходит через точку $A(2; 5)$. Найдите значения a, m, n .
908. Вершина параболы $y = a(x - m)^2 + n$ имеет координаты $Q(-2; 9)$. Парабола проходит через точку $B(-4; 5)$. Найдите значения a, m, n .
909. Приведите следующие квадратичные функции к виду $y = a(x - m)^2 + n$:
 а) $y = x^2 - 4x + 8$; б) $y = x^2 - 6x + 12$; в) $y = 2x^2 - 8x + 13$.
910. Вычислите:
 а) $y = x^2 - 79x + 178$ при $x = 78$;
 б) $y = x^2 - 83x + 116$ при $x = 84$.
911. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 + 6x + 5$.
912. Найдите координаты вершины параболы по формулам

$$m = -\frac{b}{2a}, \quad n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} :$$

- а) $y = x^2 + 2x - 15$; б) $y = x^2 - 4x - 5$;
 в) $y = 2x^2 - 8x + 3$; г) $y = 5x^2 + 8x - 3$.
913. Решите графически уравнение:
 а) $3x^2 - 12 = 0$; б) $x^2 - 3x + 5 = 0$;
 в) $x^2 - 2x - 3 = 0$; г) $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Решите графически систему уравнений (914—918):

914. а) $\begin{cases} y = 2x^2, \\ y = x + 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 - 3, \\ x - y = 3. \end{cases}$
915. а) $\begin{cases} x^2 - 4x - y = 0, \\ 2x - y = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + 2x + y = 3, \\ x - y = 1. \end{cases}$
916. а) $\begin{cases} x^2 - y = 8, \\ x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - y = 4, \\ y - 3 = 2. \end{cases}$
917. а) $\begin{cases} x^2 - 2x + y = -1, \\ x + y = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + 3x = y + 7, \\ y = x + 1. \end{cases}$
918. а) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x^2 - 2x - y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3, \\ y = -x^2 - 4x - 3. \end{cases}$

919. Докажите, что функция $y = (x-4)(x-6) + 3$ при любых значениях x имеет положительные значения.

920. Исследуйте квадратный трехчлен:

а) $y = x^2 - 2x - 8$;

б) $y = 5 + 4x - x^2$;

в) $y = 2x^2 - 12x + 10$;

г) $y = 4x^2 - 4x + 1$.

Найдите: 1) область определения функции; 2) координаты точек пересечения параболы с осями координат; 3) координаты вершины параболы; 4) промежутки возрастания и убывания функции; 5) наибольшее или наименьшее значение функции и при каких значениях x функция принимает эти значения.

921. При каких значениях k квадратные трехчлены являются полными квадратами:

а) $kx^2 + 2(k+1)x + 3k + 1$; б) $(k-1)x^2 - 2kx + 3k - 2$?

§ 45. Неравенства второй степени

Решите систему неравенств первой степени (922—923):

922. а) $\begin{cases} 5x - 20 > 0, \\ 2x - 14 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5 - 2x > 4, \\ 1 - 3x < 10. \end{cases}$

923. а) $\begin{cases} \frac{11(x+3)}{6} + \frac{3x-1}{5} > \frac{13-x}{2} + 2\frac{1}{3}x, \\ \frac{50-3x}{5} + \frac{5+3x}{7} > \frac{2x+7}{3}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{3x-12}{5} + \frac{5x-18}{3} < 12, \\ \frac{2x-14}{3} + \frac{3x-7}{2} > 7. \end{cases}$

Решите неравенство второй степени (924—929):

924. а) $x^2 - 10x + 9 > 0$; б) $x^2 - 4x - 12 < 0$;

в) $x^2 - 8x + 15 < 0$; г) $x^2 + 2x - 24 > 0$.

925. а) $x^2 - 9 \leq 0$; б) $x^2 + 5x \geq 0$;

в) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$; г) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$.

926. а) $x^2 + 2x + 3 > 0$; б) $x^2 - 4x + 5 < 0$;

в) $-x^2 + 4x - 12 \leq 0$; г) $4x^2 - 12x + 9 \leq 0$.

927. а) $2x^2 + 7x - 4 \leq 0$; б) $3x^2 - 11x + 6 \geq 0$;

в) $5x^2 + 18x - 8 \geq 0$; г) $4x^2 + 17x - 15 < 0$.

928. а) $5x^2 - 2x + 1 \geq 3x^2 + 3x + 4$;

б) $(2x-1)^2 + 5 \geq (3x-1)(x+2)$;

в) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$; г) $\frac{x^2-7x+10}{x-1} < 0$.

929. а) $\frac{x^2+4x+3}{x^2-3x-10} > 0$; б) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} < 0$;
 в) $\frac{x^2-3x-2}{x+3} \leq 1$; г) $\frac{2x^2+2x+1}{x^2+4} \leq 1$.

Найдите область определения функции (930—931):

930. а) $f(x) = \sqrt{5x-x^2}$; б) $f(x) = \sqrt{x^2+6x-27}$;
 в) $f(x) = \sqrt{14-5x-x^2}$; г) $f(x) = \sqrt{2x^2+5x-3}$.
 931. а) $f(x) = \sqrt{9x^2-12x+4}$; б) $f(x) = \sqrt{2x^2-4x+5}$;
 в) $f(x) = \sqrt{12x-2x^2-20}$; г) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-5x-6}}$.

932. Докажите, что неравенство верно при любом действительном значении x :

а) $4x^2-4x+1 \geq 0$; б) $2x^2-3x+3 > 0$;
 в) $4x-x^2-5 < 0$; г) $(x+4)(x-6) < 2(x-3)(x+1)$.

933. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2-x-30 < 0, \\ x-1 \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2-2x-48 \leq 0, \\ x^2-4 \leq 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x^2-4x+4 \geq 0, \\ 4x-x^2 \geq 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2-2x+2 > 0, \\ 4x-x^2-5 < 0. \end{cases}$

934. Являются ли числа 200 и -5 решением неравенства $2x^2+5x-25 > 0$?

935. Решите неравенство:

а) $x^2-1 < x^2$; б) $x^2-1 > x^2$.

936. При каких значениях c следующие неравенства верны при любых значениях x :

а) $x^2-2x+c > 0$; б) $x^2+4x+c \geq 0$;
 в) $3x^2-6x+c > 0$; г) $x^2+2\sqrt{3}x+(c-1)(c+1) > 0$?

937. При каких значениях k следующие неравенства верны при любых значениях x :

а) $kx^2-2x-2 < 0$;
 б) $kx^2+12x-5 < 0$;
 в) $x^2+(k+2)x+(8k+1) > 0$;
 г) $(5-k)x^2-2(1-k)x+2(1-k) < 0$?

938. При каких значениях x квадратный трехчлен $x^2-4x-12$ будет:

а) больше нуля; б) меньше нуля; в) равен нулю; г) иметь наименьшее значение и чему равно это значение?

939. Решите неравенство методом интервалов:

а) $(x+4)(x-1)(x-3) > 0$;

б) $(x+5)(x+1)(x-4) > 0$;

в) $x(x-3)(x+6) < 0$;

г) $(x-2)(x+2)(x^2+4) < 0$.

940. При каких значениях x функция $f(x) = (2x-1)(x+2)(x-3)$ будет принимать положительные значения?

941. При каких значениях x функция $f(x) = (2x-4)(x+1)(x+5)$ будет принимать отрицательные значения?

942. При каких значениях k корни уравнения будут действительными и различными:

а) $6x^2 - (3k+9)x + k^2 - 1 = 0$;

б) $x^2 - 2kx + (3k-2)(k-1) = 0$;

в) $6x^2 - 3(k+2)x + k^2 - 2k = 0$;

г) $3x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 1 = 0$?

943. Найдите все целые значения k , при которых уравнение $x^2 + (k+1)x + 4 = 0$ не имеет действительных корней.

944. Решите неравенство:

а) $\frac{x+4}{x+2} > \frac{x+3}{x+1}$;

б) $\frac{x-3}{x+1} < \frac{x-6}{x-2}$;

в) $\frac{2x-1}{x-3} > 1$;

г) $\frac{3x-1}{x+1} < 2$.

ХIII. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

§ 46. Уравнения, приводимые к квадратным

Решите биквадратное уравнение (945—946):

945. а) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$;

б) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$;

в) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;

г) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$.

946. а) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$;

б) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$;

в) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$;

г) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

947. Разложите на линейные множители:

а) $x^4 - 20x^2 + 64$;

б) $x^4 - 45x^2 + 324$;

в) $x^4 - 26x^2 + 25$;

г) $4x^4 - 5x^2 + 1$.

948. Сократите дроби:

а) $\frac{x^4 - 17x^2 + 16}{x^4 - 50x^2 + 49}$;

б) $\frac{x^4 - 8x^2 - 9}{x^4 - 7x^2 - 18}$.

949. Составьте биквадратное уравнение по его корням:

а) $\pm 1, \pm 8$;

б) $\pm 2, \pm 9$;

в) $\pm 3, \pm \sqrt{3}$;

г) $\pm \frac{1}{2}, \pm 2$.

950. Решите уравнение способом введения вспомогательного неизвестного:

а) $(x^2 - 3)^2 - 7(x^2 - 3) + 6 = 0$;

б) $(y^2 + 1)^2 - 7(y^2 + 1) + 10 = 0$;

в) $(x^2 + 2x)^2 - 18(x^2 + 2x) + 45 = 0$;

г) $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$;

д) $x + \sqrt{x} - 20 = 0$;

е) $(x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 15 = 0$.

§ 47. Системы уравнений второй степени

951. Решите систему уравнений первой степени графически:

а)
$$\begin{cases} y - x = 1, \\ x + y = 5; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + 2y = 4. \end{cases}$$

Решите графически и алгебраически систему уравнений (952—954):

952. а)
$$\begin{cases} x + y = 4, \\ y = x^2 - 6x + 8; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x + y = 2, \\ x^2 - x - y = 0; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 - 3x + y = 0; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x^2 - 4x - y = 0, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

953. а)
$$\begin{cases} y + 2x + 4 = 0, \\ y = x^2 + 4x + 4; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} xy = 10, \\ y = x - 3; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2x - y = 0, \\ y = x^2 - 2x + 4; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ 3x - 4y = 0. \end{cases}$$

954. а)
$$\begin{cases} xy = 6, \\ x - 2y = -4; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ y = -x^2 + 6x - 5; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} xy = 6, \\ y = x^2 - 2x - 1; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

Решите систему уравнений (955—962):

955. а)
$$\begin{cases} x^2 - y = 22, \\ x - y = 2; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 29, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} xy = 12, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} xy = -18, \\ y - x = 11. \end{cases}$$

$$956. \text{ a) } \begin{cases} x^2 - y^2 = xy - 1, \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 - 2xy = y^2 - 17, \\ x + y = 7; \end{cases}$$

$$957. \text{ a) } \begin{cases} x^2 - 2xy = y^2 + 1, \\ x - 2y = 1; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x^2 - 3xy + 2y^2 = 4, \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$958. \text{ a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = 15, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

$$959. \text{ a) } \begin{cases} \frac{5}{x+1} + \frac{2}{y-4} = 2, \\ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{y-3} = 0; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x^2 - 2y^2 + 5y + 2x + 26 = 0, \\ y - x = 4; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} y^2 + 2xy - 4x^2 + 3x - 5y = 2, \\ x - y = -2. \end{cases}$$

$$960. \text{ a) } \begin{cases} \frac{x-5}{y-1} - \frac{x-1}{y+3} = 0, \\ \frac{x-y}{x+3} + \frac{x+2y}{x-2} = 3; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{y-3}{x-2} - \frac{y+3}{x+2} = \frac{12}{x^2-4}, \\ \frac{x}{y-7} - \frac{x}{y^2-14y+49} = 1; \end{cases}$$

$$961. \text{ a) } \begin{cases} x + y - xy = 1, \\ x + y + xy = 9; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x^2 - xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = xy - 10, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4xy + 1, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 14 - xy, \\ 2y - x = 5; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} 3xy + 2x^2 - y^2 = 26, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}, \\ x + y = 6; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} (x-3)(y+1) = 2, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{y^2 + y + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{3}, \\ x + y = 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 40, \\ xy = 12; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} x^2 - y = 5, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - y^2 + x - y = 14, \\ x^2 + y^2 + x + y = 26; \end{cases}$$

$$\text{r) } \begin{cases} x^3 - y^3 = 26, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

$$962. \text{ а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6, \\ \sqrt{xy} = 8; \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{3}{16}; \end{cases}$$

$$\text{ в) } \begin{cases} xy = 15, \\ xz = 5, \\ yz = 3; \end{cases}$$

$$\text{ г) } \begin{cases} xy + xz = 5, \\ xy + yz = 8, \\ yz + xz = 9. \end{cases}$$

963. Имеет ли решения система уравнений:

$$\text{ а) } \begin{cases} x^2 - 3y + x - y = 2, \\ x - y = 2, \\ x + y = 6; \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} x^2 + xy - 2x - y = 14, \\ 2x - y = 6, \\ 3x + 2y = 16? \end{cases}$$

964. Решите систему:

$$\text{ а) } \begin{cases} x^2y + y^2x = 16, \\ x + y = -2; \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} x^2y - xy^2 = -70, \\ x - y = 7. \end{cases}$$

§ 48. Задачи на составление систем уравнений второй степени

965. Сумма квадратов двух чисел равна 65, а разность этих чисел равна 3. Найдите эти числа.
966. Сумма квадратов двух чисел равна 45, а разность квадратов этих чисел равна 27. Найдите эти числа.
967. Среднее арифметическое двух чисел равно 13, а среднее геометрическое — 12. Найдите эти числа.
968. Среднее арифметическое двух чисел равно 17, а среднее геометрическое — 15. Найдите эти числа.
969. Сумма двух положительных чисел равна 12, а сумма кубов этих чисел равна 468. Найдите эти числа.
970. Разность двух положительных чисел равна 2, а разность кубов этих чисел равна 152. Найдите эти числа.
971. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13 см, а площадь его 30 см². Вычислите катеты данного треугольника.
972. Площадь прямоугольника равна 800 м², а его периметр — 120 м. Вычислите длину и ширину прямоугольника.
973. Две силы действуют под прямым углом. Их равнодействующая равна 25 Н. Если меньшую силу уменьшить на 8 Н, а большую увеличить на 4 Н, то их равнодействующая останется без изменения. Вычислите первоначальную величину составляющих сил.

974. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 15 см. Если меньший катет увеличить на 100%, а больший — на 50%, то катеты окажутся равными. Вычислите катеты данного треугольника.
975. Дано двузначное число. Частное от деления этого числа на произведение его цифр равно 2. Разность между числом, которое получилось при перестановке цифр, и данным числом равно 27. Найдите это число.
976. Два пешехода вышли из дома одновременно. Первый пешеход шел со скоростью 6 км/ч, а второй — 4,5 км/ч. Спустя час вслед за ними выехал велосипедист, который обогнал второго пешехода, а через 10 мин — и первого пешехода. Найдите скорость велосипедиста.
977. Из одного пункта выехали два велосипедиста. Первый едет со скоростью 15 км/ч, а второй — 20 км/ч. Через час из этого же пункта выезжает автобус, который обогнал первого велосипедиста и через 10 мин догнал второго. Найдите скорость автобуса.
978. Катер и плот отправились одновременно по течению реки. Со скоростью 20 км/ч катер прошел 80 км, а затем сразу же повернул обратно. Через 8 ч после своего отправления от пристани он встретил плот. Найдите скорость катера в стоячей воде.
979. Моторная лодка плыла по течению реки и потеряла против причала спасательный круг. Пройдя 60 км со скоростью 15 км/ч, она развернулась и пошла обратно. Через 8 ч после потери она встретила спасательный круг. Найдите скорость течения реки.
980. Пешеход отправился из одного поселка в другой, расстояние между которыми равно 21 км. Спустя 1,5 ч вслед за пешеходом, чтобы передать ему ключи, выехал велосипедист, скорость которого 15 км/ч. Велосипедист догнал пешехода, передал ему ключи и поехал обратно домой с той же скоростью. Пешеход прибыл в поселок, а велосипедист — домой одновременно. Найдите скорость пешехода.
981. На протяжении 27 м заднее колесо экипажа делает на 5 оборотов меньше, чем переднее. Если длину окружности заднего колеса увеличить на 0,3 м, а длину окружности переднего колеса уменьшить на 0,3 м, то на том же расстоянии заднее колесо сделает на 9 оборотов меньше, чем переднее. Найдите длину окружности колес.
982. Расстояние от пункта A до пункта C на 20 км больше, чем расстояние от A до B . Велосипедист проезжает расстояние от A до B за 4 ч. Чтобы за это же время велосипедист проехал расстояние от A до C , ему потребуется каждый километр проезжать на 1 мин быстрее. Найдите расстояние от A до C .

983. Из деревни в город одновременно выехали два мотоциклиста. Скорость первого равна 40 км/ч, а второго — 50 км/ч. Через 30 мин по этому же пути выехала легковая автомашина, которая обогнала первого мотоциклиста, а через 1 ч 30 мин обогнала и второго мотоциклиста. Найдите скорость автомашины.
984. Из металлического листа прямоугольной формы изготовили открытую сверху коробку, для этого вырезали по углам квадраты со стороной 4 см и края спаяли. Вычислите длину и ширину листа, если его периметр равен 60 см, а объем коробки — 160 см³.
985. Два тракториста должны вспахать поле. Первый тракторист приступил к работе на 1 ч раньше второго. Через 3 ч после начала работы первого тракториста они вспахали $\frac{11}{20}$ всего поля. За сколько часов каждый тракторист может вспахать поле, работая отдельно, если после окончания работы оказалось, что они вспахали поровну?
986. Две трубы вместе могут заполнить бассейн за 12 ч. Если бы половину бассейна заполнила только первая труба, а вторую половину — только вторая, то бассейн был бы заполнен за 25 ч. За сколько часов может заполнить бассейн каждая труба, работая отдельно?
987. Две бригады могут выполнить всю работу за 8 дней. Если бы сначала выполнила половину всей работы первая бригада, а затем вторую половину — вторая бригада, то потребовалось бы 18 дней. За сколько дней может выполнить всю работу каждая бригада, работая отдельно?
988. Тракторист по плану должен засеять 120 га озимых за определенное время. Он засеял эту площадь на 4 дня раньше срока, причем за 3 дня тракторист засеял на 5 га больше, чем планировалось бы засеять за 4 дня. Сколько гектаров по плану и сколько фактически засеял тракторист ежедневно?
989. Две бригады могут выполнить работу, работая вместе, за 6 дней. Для выполнения 40% всей работы второй бригаде потребуется на 2 дня больше, чем первой бригаде для выполнения этой же части работы. За сколько дней может выполнить всю работу каждая бригада, работая отдельно?
990. С первого поля собрано 500 ц пшеницы, а со второго — 480 ц. Площадь второго поля на 2 га больше, а урожайность на 10 ц меньше, чем на первом поле. Найдите урожайность с гектара на каждом поле.
991. Длина дороги между пунктами А и В равна 14 км и состоит из подъема и спуска. Турист, двигаясь на спуске со скоростью на 2 км/ч больше, чем на подъеме, затрачивает на путь от А до В 2 ч 50 мин, а на обратный путь 3 ч. Найдите скорость туриста и длину дороги на подъеме и спуске.

992. Дано двузначное число. Если это число разделить на сумму цифр, то в частном получится 7. Если же это число разделить на произведение цифр, то в частном получится 5 и в остатке 2. Найдите это число.
993. Между мальчиками и девочками из трудового отряда разделили поровну 120 яблок, при этом каждая девочка получила на 1 яблоко больше, чем мальчик. Сколько в отряде девочек и сколько мальчиков, если всего их 27 человек?
994. На двух участках посажен картофель. С первого участка собрали 2400 ц, а со второго — 1350 ц картофеля. Площадь второго участка на 3 га меньше, и с 1 га собирали на 50 ц меньше. Вычислите площадь первого и второго участков.
995. Сумма площадей квадратов, построенных на катетах прямоугольного треугольника, равна 109 см^2 , причем одна площадь больше другой на 91 см^2 . Вычислите площадь треугольника.
996. В прямоугольном треугольнике площадь равна 30 см^2 , а гипотенуза — 13 см. Вычислите периметр треугольника.
997. Расстояние от остановки до вокзала равно 6 км. От остановки одновременно отправились пешеход и автобус к вокзалу. Через 15 мин пешеход встретил автобус, который уже доехал до вокзала и возвращался обратно. Автобус, дойдя до остановки, снова отправился на вокзал и догнал пешехода, который успел пройти от места первой встречи $\frac{3}{7}$ км. Автобус на остановке и у вокзала стоял по 4 мин. Найдите скорость автобуса и пешехода.

XIV. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

§ 49. Последовательности

998. Напишите первые пять членов последовательности:
а) $a_n = 3n - 2$; б) $a_n = 50 - 7n$; в) $a_n = \frac{1}{n+1}$; г) $a_n = n^2$.
Какие из этих последовательностей убывают; возрастают?
999. Напишите первые пять членов последовательности:
а) $a_n = \frac{n+1}{2n+1}$; б) $a_n = 2^n$; в) $a_n = \frac{1}{2^n}$; г) $a_n = (-1)^{n+1} 2^{n+1}$.
Какие из этих последовательностей ограниченные; неограниченные?
1000. Запишите следующие три члена последовательности:
а) 7, 11, 15, 19, ...; б) 60, 53, 46, 39, ...; в) 2, 4, 8, 16, ...;
г) 4, 9, 16, 25, ...; д) 27, 9, 3, 1, ...; е) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \dots$.
Какие из этих последовательностей убывающие, возрастающие, ограниченные, неограниченные?

1001. Последовательность задана формулой n -го члена. Найдите a_2 , a_5 и a_7 :

а) $a_n = 7n - 3$; б) $a_n = 5 + 3(n - 1)$; в) $a_n = \frac{n-1}{n-2}$;
г) $a_n = 2^{n-1}$; д) $a_n = \frac{2n}{n^2+1}$; е) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n}{n+1}$;
ж) $a_n = \frac{5}{10^n}$; з) $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

1002. Напишите формулу общего члена a_n последовательности:

а) 3, 7, 11, 15, ...; б) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$;
в) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$; г) 2, 5, 8, 11, ...;
д) 1, 4, 9, 16, ...; е) 3, 6, 12, 24, ...;
ж) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$; з) -4, 8, -16, 32, ...;
и) $\frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \dots$; к) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots$.

1003. Принадлежат ли числа 15, 35 и 65 последовательности $a_n = 5 + 3(n - 1)$?

1004. Принадлежат ли числа 12, 51 и 96 последовательности $a_n = 3 \cdot 2^n$?

1005. Дана последовательность $a_n = -10 + 6(n - 1)$. Какой номер имеет член этой последовательности, равный 104?

1006. Дана последовательность $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. Вычислите порядковый номер члена этой последовательности, которым является число 192.

1007. Докажите, что последовательность $a_n = 5 - 2n$ является убывающей, а последовательность $a_n = -2 + 7n$ — возрастающей.

1008. Последовательность задается формулой n -го члена $a_n = \frac{2n+5}{n}$. Укажите номер члена последовательности, начиная с которого все ее члены удовлетворяют условию $|x_n - 2| < 0,1$.

§ 50. Арифметическая прогрессия

1009. Какие из следующих последовательностей являются арифметической прогрессией:

а) 5, 8, 11, 14, ...; б) 20, 16, 12, 8, ...;
в) 2, 4, 6, 8, 16, ...; г) 5, 2, -1, -4, ...;
д) 0, -4, -8, -12, ...; е) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$?

1010. Дана арифметическая прогрессия 3, 9, 15, Найдите a_{10} .
1011. Дана арифметическая прогрессия 60, 52, 44, Найдите a_7 , a_{15} .
1012. В арифметической прогрессии найдите:
- a_{12} , если $a_1 = -3$, $d = 4$;
 - a_{20} , если $a_1 = 7$, $d = 3$;
 - a_{15} , если $a_1 = 15$, $d = 4$;
 - a_9 , если $a_2 = 10$, $a_5 = 19$;
 - $a_{25} - a_{15}$, если $d = 3$;
 - $a_{17} - a_7$, если $d = 4$.
1013. В арифметической прогрессии найдите:
- a_1 , если $a_{30} = 205$, $d = 7$;
 - a_1 , если $a_{12} = 54$, $d = 4$;
 - d , если $a_1 = 9$, $a_{15} = 79$;
 - d , если $a_7 = 47$, $a_{12} = 82$.
1014. Докажите, что в арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3, a_4 сумма средних членов равна сумме крайних членов прогрессий.
1015. Докажите, что в арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3 сумма крайних членов равна удвоенному среднему члену прогрессий.
1016. Между числами 23 и 47 вставьте пять таких чисел, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию.
1017. Найдите a_1 и d арифметической прогрессии, если:
- $a_3 = 32$, $a_7 = 48$;
 - $a_9 = 89$, $a_{25} = 265$;
 - $a_{12} = 85$, $a_{35} = 246$;
 - $a_4 = 18$, $a_{12} = -14$.
1018. Являются ли членами арифметической прогрессии 7, 13, 19, ... числа 37, 50, 61?
1019. В арифметической прогрессии $a_1 = 9$, $d = 7$. Найдите номер члена, который равен: а) 128; б) 247.
1020. В арифметической прогрессии $a_1 = 40$, $d = -7$. Сколько положительных членов содержит эта арифметическая прогрессия?
1021. Найдите a_1 и d арифметической прогрессии, если сумма первого и второго членов равна 12, а их произведение равно 20.
1022. Будет ли арифметической прогрессией последовательность, заданная формулой:
- $a_n = 5n - 3$;
 - $a_n = 2n - 1$;
 - $a_n = 3 + n^2$;
 - $a_n = 10n^2$?
1023. Можно ли составить арифметическую прогрессию из величин, которые выражают длины сторон треугольника и его периметр?

1024. Каким по счету членом является число 102 в арифметической прогрессии 7, 12, 17, ...?
1025. Докажите, что последовательность, общий член которой выражается формулой $a_n = 4n - 3$, образует арифметическую прогрессию.
1026. Найдите сумму членов арифметической прогрессии, у которой:
- а) $a_1 = 3, d = 4, n = 7$; б) $a_1 = 60, d = -3, n = 49$;
 в) $a_1 = 6,5, d = 0,5, n = 11$; г) $a_1 = -15, d = -4, n = 12$;
 д) $a_1 = 10, d = \frac{1}{4}, n = 17$; е) $a_1 = 3,2, d = 2,4, n = 16$.
1027. Найдите сумму четных чисел до 50 включительно.
1028. Найдите сумму первых n нечетных чисел.
1029. Дана арифметическая прогрессия $a_n = 6n - 2$. Найдите сумму первых двадцати членов этой прогрессии.
1030. Дана арифметическая прогрессия $a_n = 4n + 5$. Найдите сумму первых сорока членов этой прогрессии.
1031. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 15, а сумма третьего и седьмого членов равна 6. Найдите эту прогрессию.
1032. Сумма третьего и пятого членов арифметической прогрессии равна 44, а сумма второго и седьмого членов равна 49. Найдите эту прогрессию.
1033. Дана арифметическая прогрессия. Заполните таблицу:

№ п/п	a_1	d	n	a_n	S_n
1	7			39	207
2	2			20	77
3	8		7		14
4	-5		12		72
5			17	50	442
6		-7	10		-235
7		6	12	71	
8	40		12		282
9	12	4			252
10		3		31	164

1034. а) Углы в треугольнике образуют арифметическую прогрессию. Найдите средний по величине угол треугольника.
б) Периметр треугольника равен 36 см, а стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите среднюю по величине сторону треугольника.
1035. Часы с «кукушкой» устроены так, что «кукушка» кукует число целых часов и каждые полчаса. Сколько раз «кукушка» прокукует за сутки?
1036. Найдите сумму всех нечетных чисел от 15 до 55.
1037. Дана последовательность 50, 43, 36, Найдите сумму положительных членов этой последовательности.
1038. За сколько часов велосипедист проедет 90 км, если он проезжает за первый час 20 км, а за каждый последующий час на 2 км меньше?
1039. Свободно падающее тело в первую секунду проходит 4,9 м, а в каждую следующую секунду — на 9,8 м больше, чем в предыдущую, если не учитывать сопротивление воздуха. Вычислите время падения тела с высоты 490 м без учета сопротивления воздуха.
1040. Стороны прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию с разностью 4 см. Вычислите стороны треугольника.
1041. Из пункта *A* выехал велосипедист, который в первый час проехал 16 км, а в каждый следующий час проезжал на 2 км меньше. Из пункта *B*, который находится от пункта *A* на расстоянии 7 км, в этом же направлении одновременно выехал второй велосипедист вслед за первым. При этом второй велосипедист в первый час проехал 11 км, а в каждый следующий час увеличивал скорость на 2,5 км. Через сколько часов второй велосипедист догонит первого?
1042. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 400 км, выезжают одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста. Первый мотоциклист в первый час проезжает 40 км, а в каждый последующий час — на 2 км меньше, чем в предыдущий. Второй мотоциклист в первый час проезжает 50 км, а в каждый последующий час — на 3 км меньше, чем в предыдущий. Через сколько часов они встретятся?
1043. Длины сторон многоугольника составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 2 м. Наибольшая сторона многоугольника равна 24 м, а его периметр — 136 м. Вычислите число углов и сумму углов многоугольника.
1044. Четыре натуральных числа образуют арифметическую прогрессию. Произведение первых трех членов прогрессии равно 15, а произведение четырех членов равно 105. Найдите арифметическую прогрессию.

1045. Вычислите сумму:
- а) $10^2 - 9^2 + 8^2 - 7^2 + 6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$;
 б) $50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1$.
1046. Второй член арифметической прогрессии равен 11, а шестой равен 27. Найдите четвертый член этой прогрессии.
1047. Третий член арифметической прогрессии равен 21, а седьмой равен 45. Найдите десятый член этой прогрессии.
1048. Найдите арифметическую прогрессию, если $a_1 + a_2 + a_3 = 9$ и $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 15$.
1049. У возрастающей арифметической прогрессии сумма первого и пятого членов равна 14, а произведение второго и четвертого членов равно 45. Сколько членов этой прогрессии надо взять, чтобы в сумме получить 24?
1050. В арифметической прогрессии $a_1 = 6$, $a_{21} = 52$. Найдите a_{10} .
1051. Найдите сумму шести членов арифметической прогрессии, у которой:
- а) $a_5 - a_3 = 4$,
 $a_1 + a_3 = 10$;
- б) $a_1 + a_3 = 10$,
 $a_4 - a_2 = 6$.
1052. Найдите сумму десяти членов арифметической прогрессии, у которой:
- а) $a_3 + a_2 - a_6 = 1$,
 $a_1 + a_5 = 26$;
- б) $a_4 - a_2 + a_5 = 33$,
 $a_1 - a_3 + a_6 = 21$.
1053. Найдите первый член арифметической прогрессии, у которой:
- а) $a_6 - a_3 = 9$,
 $a_2 \cdot a_5 = 52$;
- б) $a_7 - a_2 = 15$,
 $a_2 \cdot a_4 = 55$.
1054. Решите уравнение:
- а) $2 + 5 + 8 + \dots + x = 222$;
 б) $3 + 7 + 11 + \dots + x = 820$;
 в) $1 + 5 + 9 + \dots + x = 120$;
 г) $(2 + x) + (4 + x) + (6 + x) + \dots + (30 + x) = 285$.

§ 51. Геометрическая прогрессия

1055. Какие из следующих последовательностей являются геометрической прогрессией:
- а) 12, 19, 26, ... ;
 б) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$;
 в) 1, 4, 9, ... ;
 г) 1, 3, 9, ... ;
 д) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots$;
 е) $\sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots$?
1056. Какие из последовательностей предыдущей задачи являются ограниченными; убывающими?

1057. Геометрическая прогрессия задана формулой: $b_n = 3 \cdot 2^n$; $b_n = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^n$; $b_n = (-3)^n$; $b_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$. Напишите по четыре члена каждой геометрической прогрессии.
1058. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, у которой:
- а) $b_1 = 20$, $b_2 = 10$; б) $b_3 = 2$, $b_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
 в) $b_6 = 3$, $b_7 = \sqrt{3}$; г) $b_7 = x^7$, $b_8 = x^8$.
1059. Напишите четвертый и пятый члены геометрической прогрессии:
- а) 27, 9, 3, ... ; б) 4, -2, 1, ... ;
 в) 4, 6, 9, ... ; г) 3, $\sqrt{3}$, 1,
1060. Докажите, что числовая последовательность, общий член которой выражается формулой $b_n = 2 \cdot 3^n$, является геометрической прогрессией.
1061. Найдите шестой член геометрической прогрессии:
- а) 1, 3, 9, ... ; б) 16, 8, 4, ... ;
 в) 8, 12, 18, ... ; г) 1, $\sqrt{3}$, 3, ... ;
 д) -20, -10, -5, ... ; е) 27, 18, 12,
1062. Найдите первый член геометрической прогрессии, у которой:
- а) $b_4 = 108$, $q = 3$; б) $b_7 = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$;
 в) $b_5 = 0,1$, $q = \frac{1}{10}$; г) $b_6 = 192$, $q = 2$.
1063. Найдите пятый член геометрической прогрессии, если:
- а) $b_1 = 72$, $b_3 = 8$; б) $b_1 = -2$, $b_4 = -54$;
 в) $b_1 = 6$, $b_4 = 48$.
1064. Дана геометрическая прогрессия. Найдите:
- а) b_5 , если $b_1 = 64$, $q = \frac{1}{2}$;
 б) b_4 , если $b_1 = 54$, $q = \frac{1}{3}$;
 в) b_6 , если $b_1 = 16$, $q = \frac{1}{2}$;
 г) b_6 , если $b_1 = \sqrt{2}$, $q = \sqrt{2}$.
1065. Напишите формулу n -го члена геометрической прогрессии, у которой:
- а) $b_1 = 32$, $q = 2$; б) $b_1 = -3$, $q = 3$;
 в) $b_1 = -64$, $q = \frac{1}{2}$; г) $b_1 = -1000$, $q = 0,1$.
1066. Между числами 2 и 486 вставьте четыре таких числа, которые вместе с данными числами образуют геометрическую прогрессию.

1067. Дана геометрическая прогрессия 2, 6, 18, Назовите номер члена этой прогрессии, который равен 1458.
1068. Первый член геометрической прогрессии отрицательный и знаменатель ее тоже отрицательный. Какие знаки у членов этой прогрессии?
1069. В геометрической прогрессии первый член равен 0,25, а знаменатель равен 2. Найдите номер члена прогрессии, начиная с которого все последующие члены будут больше 200.
1070. Докажите, что в геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, b_4 произведение крайних членов равно произведению ее средних членов.
1071. Докажите, что каждый член геометрической прогрессии с положительными членами (кроме первого и последнего) есть среднее геометрическое предшествующего ему и следующего за ним членов.
1072. Докажите, что в геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3 произведение крайних членов равно квадрату среднего члена.
1073. Каждое движение поршня разрезающего насоса удаляет из сосуда $\frac{1}{5}$ часть находящегося там воздуха. Каково будет давление воздуха в сосуде после 4 движений поршня, если начальное давление воздуха было 750 мм ртутного столба?
1074. Население города составляет 10 000 человек. Ежегодный прирост населения равен 2%. Сколько будет населения в городе через 4 года?
1075. В геометрической прогрессии $b_6 = \frac{3}{64}$, $q = \frac{1}{2}$. Найдите b_1 .
1076. Дана геометрическая прогрессия, у которой:
- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| а) $b_7 : b_4 = 27$, | б) $b_{11} : b_8 = 8$, |
| $b_3 + b_5 = 180$; | $b_4 + b_6 = 120$. |
- Найдите b_1 .
1077. Геометрическая прогрессия задана формулой n -го члена:
- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| а) $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$; | б) $b_n = 4 \cdot 2^n$. |
|------------------------------|--------------------------|
- Найдите b_1 и q .
1078. Между числами 2 и 162 поместите три числа, такие, что каждое из них является средним геометрическим.
1079. а) Дана геометрическая прогрессия $-27, b_2, b_3, 1, b_5, b_6$. Найдите неизвестные члены этой прогрессии.
 б) Дана геометрическая прогрессия (b_n) . Докажите, что $b_3 \cdot b_9 = b_5 \cdot b_7$.
1080. а) Дана геометрическая прогрессия (b_n) . Выразите b_{10} через $b_5 = k$ и $q = 2$.
 б) Сумма n членов геометрической прогрессии вычисляется по формуле $S_n = 10(2^n - 1)$. Найдите пятый член этой прогрессии.

1081. Найдите сумму членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $b_1=2$, $q=3$, $n=5$;

б) $b_1=3$, $q=-2$, $n=6$;

в) $b_1=64$, $q=\frac{1}{2}$, $n=6$;

г) $b_1=27$, $q=\frac{1}{3}$, $n=3$.

1082. Найдите сумму членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $b_1=3$, $b_6=96$, $n=6$;

б) $b_1=2$, $b_5=162$, $n=5$;

в) $b_1=6$, $b_6=1458$, $n=4$;

г) $b_1=-3$, $b_5=-243$, $n=4$.

1083. Найдите сумму членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $q=2$, $b_5=48$, $n=5$;

б) $q=3$, $b_6=243$, $n=6$;

в) $q=-2$, $b_6=96$, $n=7$;

г) $q=\frac{1}{2}$, $b_6=2$, $n=5$.

1084. Найдите первый и последний члены геометрической прогрессии, у которой:

а) $q=2$, $n=5$, $S_5=155$;

б) $q=3$, $n=4$, $S_4=160$;

в) $q=\frac{1}{2}$, $n=6$, $S_6=126$;

г) $q=\frac{2}{3}$, $n=4$, $S_4=130$.

1085. Найдите число членов геометрической прогрессии, у которой:

а) $b_1=2$, $b_n=486$, $S_n=729$;

б) $b_1=3$, $b_n=96$, $S_n=189$;

в) $b_1=1$, $b_n=256$, $S_n=341$;

г) $q=2$, $b_n=96$, $S_n=189$.

1086. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, у которой:

а) $b_5-b_1=90$,

$b_4-b_2=36$;

в) $b_1+b_3=20$,

$b_3+b_5=180$;

б) $b_5-b_1=80$,

$b_4+b_2=30$;

г) $b_5-b_1=75$,

$b_4+b_2=50$.

1087. Найдите сумму пяти членов геометрической прогрессии, у которой:
- | | |
|---|---|
| а) $b_3 + b_1 = 5,$
$b_5 - b_1 = 15;$ | б) $b_3 - b_1 = 3,$
$b_5 - b_1 = 15;$ |
| в) $b_5 - b_1 = 45,$
$b_3 + b_1 = 15;$ | г) $b_1 + b_3 = 10,$
$b_5 - b_1 = 80.$ |
1088. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, состоящей из 7 членов, у которых сумма трех первых членов равна 26, а сумма трех последних равна 2106.
1089. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 28, а сумма следующих трех ее членов равна 3,5. Найдите восьмой член прогрессии.
1090. Все члены геометрической прогрессии — положительные числа. Разность между третьим и вторым членами равна 18, а разность между пятым и вторым членами равна 234. Сумма скольких членов этой прогрессии равна 120?
1091. Четыре положительных числа составляют геометрическую прогрессию, причем $b_1 + b_2 = 9$, $b_3 + b_4 = 36$. Найдите эти числа.
1092. В убывающей геометрической прогрессии разность между первым и вторым членами равна 8, а сумма второго и третьего членов равна 12. Найдите сумму четырех ее членов.
1093. Найдите четыре таких числа, что три первых из них составляют геометрическую прогрессию, а три последних — арифметическую, если $q = 2$, $d = 6$.
1094. Четыре числа составляют арифметическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 1, 1, 3, 9, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.
1095. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Если от них отнять соответственно 11, 1, 3 и 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.
1096. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Если от первого отнять 4, от второго отнять 1, а третий и четвертый члены оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.
1097. Арифметическая прогрессия состоит из пяти членов. Сумма членов этой прогрессии равна 20. Найдите число членов такой геометрической прогрессии, у которой первый член равен сумме крайних членов арифметической прогрессии, знаменатель равен 2, а сумма членов равна 504.
1098. Сумма крайних членов арифметической прогрессии равна 184, а сумма всех ее членов равна 920. Найдите число членов такой геометрической прогрессии, у которой первый член равен числу членов данной арифметической прогрессии, знаменатель равен 3, а сумма всех членов равна 1210.
1099. Даны арифметическая и геометрическая прогрессии. Первый член каждой прогрессии равен единице. Второй член

арифметической прогрессии равен третьему члену геометрической прогрессии. Шестой член арифметической прогрессии равен пятому члену геометрической прогрессии. Найдите эти прогрессии.

1100. Первый член арифметической и геометрической прогрессий равен 2. Второй член арифметической прогрессии на 9 больше второго члена геометрической прогрессии, а третьи члены у них равны. Найдите эти прогрессии.
1101. У арифметической прогрессии сумма первых трех членов равна 18. Если от первого члена отнять 2, от второго члена отнять 3, а третий член оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите числа, составляющие арифметическую прогрессию.
1102. У арифметической и геометрической прогрессий первые члены равны 4, третьи члены одинаковые. Второй член геометрической прогрессии меньше второго члена арифметической прогрессии на 8. Найдите эти прогрессии.
1103. У возрастающей геометрической прогрессии сумма трех членов равна 93. Эти три числа можно рассматривать так же, как первый, второй и седьмой члены арифметической прогрессии. Найдите эти числа.
1104. Три данных числа составляют возрастающую арифметическую прогрессию, и их сумма равна 15. Если к ним прибавить соответственно 1, 4 и 19, то получим три числа, которые составляют геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.
1105. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:
- | | |
|---|---|
| а) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$; | б) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$; |
| в) $2; \frac{1}{2}; \frac{1}{8}; \dots$; | г) $\frac{8}{9}; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}; \dots$; |
| д) $10; 1; 0,1; \dots$; | е) $5; 0,5; 0,05; \dots$. |
1106. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:
- | | |
|---|--|
| а) $6 + 3 + 1,5 + \dots$; | б) $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$; |
| в) $4 - 2 + 1 - \frac{1}{2} + \dots$; | г) $\frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \dots$; |
| д) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots$ ($ x > 1$); | |
| е) $\frac{12}{100} + \frac{12}{10\,000} + \frac{12}{1\,000\,000} + \dots$. | |
1107. Найдите первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если второй ее член равен 2, а сумма прогрессии равна 8.
1108. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если ее сумма равна 4,5, а первый член равен 3.

1109. Найдите первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если сумма четырех первых ее членов равна $1\frac{7}{8}$, а сумма прогрессии равна 2.
1110. Найдите первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если знаменатель ее равен $\frac{2}{9}$, а сумма прогрессии равна 10,8.
1111. Сумма первого, второго и третьего членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $2\frac{5}{8}$, а сумма прогрессии равна $2\frac{2}{3}$. Найдите первый член прогрессии.
1112. Решите уравнение

$$1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots = 1,5, \text{ где } 0 < x < 1.$$

1113. Представьте бесконечную десятичную периодическую дробь в виде обыкновенной дроби (1113—1114):
 а) 0,222...; б) 5,555...; в) 0,121212...; г) 1,181818... .
1114. а) 0,2555...; б) 1,5333...; в) 2,4 (2); г) 1,3 (54).

XV. СТЕПЕНИ И КОРНИ

§ 52. Степенная функция

1115. Докажите, что четной является функция:

а) $y = 5x^2$; б) $y = -3x^4$; в) $y = 3x^2 + 1$; г) $y = \frac{5}{x^2 + 5}$.

1116. Докажите, что нечетной является функция:

а) $f(x) = 4x^3$; б) $f(x) = \frac{2}{x}$;
 в) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 2}$; г) $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.

1117. Какие из функций являются четными, нечетными:

а) $f(x) = x - 1$; б) $f(x) = \frac{4}{x}$; в) $f(x) = x^2 - 1$;
 г) $f(x) = 5x - \frac{2}{x}$; д) $f(x) = -\frac{1}{x^2 - 2}$; е) $f(x) = (2x + 1)^2$;
 ж) $f(x) = x^2 - 4x$; з) $f(x) = |x - 1|$?

1118. На рисунке 8 изображены графики функций. Какие из них являются четными, какие нечетными?

1119. На рисунке 9 изображена часть графика функции f , областью определения которой является промежуток $[-2; 2]$. Постройте график этой функции, если она является:
 а) четной; б) нечетной.

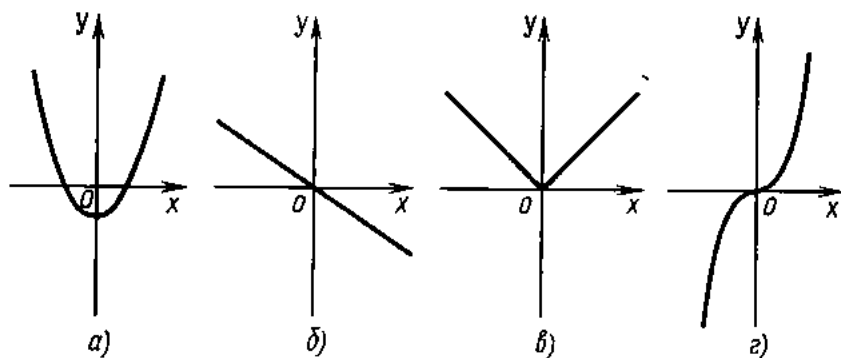


Рис. 8

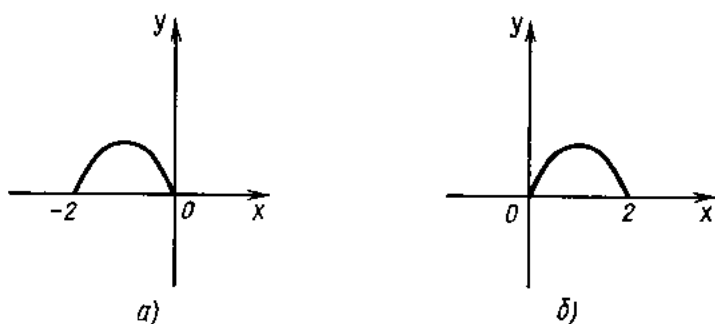


Рис. 9

1120. Сравните значения степеней:

- а) 2^{10} и 2^{12} ; б) 3^5 и 4^5 ; в) 10^0 и 1 ;
 г) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^7$; д) $(-3)^5$ и $(-3)^4$; е) $0,9^{10}$ и 1^2 ;
 ж) $(-2)^5$ и $(-2)^0$; з) $0,5^5$ и $0,6^5$.

1121. Вычислите:

- а) $(-2)^2 + (-3)^3 + (-2)^6 + (-1)^{20}$;
 б) $3^3 - (-2)^4 + (-1)^2 - (-1)^{2n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

1122. Принадлежат ли точки $A(-1; 1)$, $B(2; 6)$, $C(-2; 64)$ графику функции $y = x^6$?

1123. Найдите неизвестные координаты точек $A(-1; y)$, $B(x; 32)$, $C(x; 2)$, если они принадлежат графику функции $y = 2x^4$.

1124. Постройте график функции:

- а) $y = 2x^2$; б) $y = \frac{1}{2}x^2$; в) $y = x^3$;
 г) $y = -x^2$; д) $x = 2y^2$.

1125. Решите графически уравнение:

- а) $2x^3 = x + 1$; б) $x^3 = 3x + 2$; в) $x^3 = 8$.

1126. В каких координатных четвертях находится график функции: а) $y = x^5$; б) $y = x^{10}$; в) $y = -x^7$?
1127. При каких значениях x верно соотношение: а) $x^2 > x$; б) $x^3 < x$; в) $x^3 = x$; г) $x^3 > x^2$; д) $x^x = x$?
1128. Найдите область значений функций $f(x) = x^2$ и $f(x) = x^{2n-1}$, где n — натуральное число.

§ 53. Корни n -й степени

Буквенные основания степеней подкоренных выражений в заданиях считаются неотрицательными.

1129. Вычислите:

а) $\sqrt{441}$; б) $\sqrt[5]{1}$; в) $\sqrt[10]{0}$; г) $\sqrt[3]{-64}$;
 д) $\sqrt[5]{-32}$; е) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; ж) $\sqrt[3]{-1}$.

1130. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$; б) $\sqrt[3]{-\frac{8}{125}}$; в) $\sqrt[9]{-512}$;
 г) $\sqrt[3]{-0,064}$; д) $\sqrt[2n+1]{-1}$; е) $\sqrt[5]{-0,00125}$.

1131. Найдите с помощью таблиц или микрокалькулятора:

а) $\sqrt[3]{4}$; б) $\sqrt[3]{-10}$; в) $\sqrt[6]{16}$; г) $\sqrt[3]{-\frac{2}{3}}$.

1132. Постройте график функции $y = \sqrt[3]{x}$ и сравните:

а) $\sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[3]{5}$; б) $2\sqrt[3]{-2}$ и $\sqrt[3]{6}$; в) $\sqrt[3]{-2}$ и $\sqrt[3]{-3}$.

1133. Найдите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt[3]{10}$; в) $\sqrt[4]{20}$; г) $\sqrt[5]{100}$.

1134. При каких значениях a и b справедливо неравенство

$a \leq \sqrt[3]{x} \leq b$, если:

а) $-8 \leq x \leq 1$; б) $-27 \leq x \leq 125$; в) $-64 \leq x \leq 0$?

1135. При каких значениях a и b справедливо неравенство

$a \leq \sqrt[4]{x} \leq b$, если:

а) $0 \leq x \leq 16$; б) $1 \leq x \leq 64$; в) $16 \leq x \leq 625$?

1136. Какие корни не имеют смысла на множестве действительных чисел:

а) $\sqrt[5]{-3}$; б) $\sqrt{-1}$; в) $\sqrt[6]{(-2)^3}$; г) $\sqrt[4]{(-16)^2}$; д) $\sqrt[4]{-a}$?

Вычислите (1137—1138):

1137. а) $3\sqrt[5]{-32}$;

б) $3\sqrt[3]{-125} + 2\sqrt[3]{-8}$;

в) $10\sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[3]{-1}$.

1138. а) $(-\sqrt{5})^4$; б) $(3\sqrt[3]{-4})^3$; в) $(-2\sqrt[3]{-125})^3$.

1139. Упростите:

а) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$; б) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^3}$; в) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$.

Решите уравнение (1140—1141):

1140. а) $x^3=6$; б) $x^6-64=0$; в) $\sqrt[4]{x}+1=0$; г) $\sqrt[20]{x}=1$.

1141. а) $8x^3-1=0$; б) $-0,1x^3+100=0$; в) $-0,4x^4+\frac{2}{5}=0$;

г) $625x^4-16=0$; д) $x^{10}+1=0$; е) $4x^5+\frac{1}{8}=0$.

Вычислите (1142—1144):

1142. а) $\sqrt[4]{16\cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{27\cdot 125\cdot 8}$; в) $\sqrt[3]{0,001\cdot 64}$;

г) $\sqrt[5]{-32\cdot (-243)}$; д) $\sqrt[3]{0,125\cdot (-27)}$; е) $\sqrt[3]{(-2)^3\cdot 0,064}$.

1143. а) $\sqrt{2^4\cdot 5^2\cdot 16}$; б) $\sqrt[5]{2^{10}\cdot 0,5^{15}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{2^8}{3^4}}$;

г) $\sqrt[4]{10\,000\cdot 3^8}$; д) $\sqrt[3]{3^6\cdot 2\cdot 32}$; е) $\sqrt[3]{-32\cdot \frac{2}{27}}$.

1144. а) $\sqrt[5]{243}\cdot \sqrt[5]{32}$; б) $\sqrt[3]{3}\cdot \sqrt[3]{9}$; в) $\sqrt[3]{80}\cdot \sqrt[3]{100}$;

г) $\sqrt[5]{9a^3}\cdot \sqrt[5]{27a^2}$; д) $\sqrt{7-\sqrt{22}}\cdot \sqrt[3]{7+\sqrt{22}}$;

е) $\sqrt{8-\sqrt{15}}\cdot \sqrt{8+\sqrt{15}}$; ж) $\sqrt[3]{\sqrt{17}-9}\cdot \sqrt[3]{\sqrt{17}+9}$.

Выполните действия (1145—1147):

1145. а) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$; в) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{\sqrt[3]{375}}{\sqrt[3]{3}}$; д) $\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{a^2}}$.

1146. а) $\sqrt{100a^4}$; б) $\sqrt{\frac{1}{9}x^2y^6}$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27a^9x^6}{64y^3}}$; г) $0,5\sqrt[5]{-32a^5x^{10}}$.

$$1147. \text{ а) } \frac{2x}{3} \sqrt[3]{\frac{27a^6y^3}{8x^3}}; \quad \text{ б) } 4ax \sqrt[3]{\frac{125y^6}{64a^3x^3}};$$

$$\text{ в) } \sqrt[n]{\frac{a^n x^{2n}}{2^n 9^{3n}}}; \quad \text{ г) } x \sqrt[n]{x^{2n} y^{3n} (x+a)^n}.$$

1148. Что больше:

$$\text{ а) } \sqrt{3} \text{ или } \sqrt{12}; \quad \text{ б) } 3\sqrt{2} \text{ или } 2\sqrt{3}; \quad \text{ в) } 7\sqrt{2} \text{ или } \sqrt{72};$$

$$\text{ г) } 3\sqrt{8} \text{ или } 2\sqrt{18}; \quad \text{ д) } \sqrt{10} - \sqrt{3} \text{ или } \sqrt{19} - \sqrt{7}?$$

Вынесите из-под корня множители (1149—1151):

$$1149. \text{ а) } \sqrt{72}; \quad \text{ б) } \sqrt{98}; \quad \text{ в) } \sqrt{162}; \quad \text{ г) } 5\sqrt{108}; \quad \text{ д) } 0,5\sqrt{200}.$$

$$1150. \text{ а) } \sqrt[3]{108}; \quad \text{ б) } \sqrt[3]{3000}; \quad \text{ в) } \sqrt[3]{54a^4x^5}; \quad \text{ г) } \sqrt[5]{32a^6x^7}.$$

$$1151. \text{ а) } \sqrt[4]{a^8x^{16}}; \quad \text{ б) } \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}; \quad \text{ в) } \sqrt[3]{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^2}}; \quad \text{ г) } 2x \sqrt[3]{3x^{3n+1}}.$$

Внесите множитель под знак корня (1152—1153):

$$1152. \text{ а) } 5\sqrt{5}; \quad \text{ б) } 3\sqrt{6}; \quad \text{ в) } 2a\sqrt[3]{3}; \quad \text{ г) } \frac{2}{3}\sqrt[3]{54}.$$

$$1153. \text{ а) } xy \sqrt{\frac{x}{y}}; \quad \text{ б) } \frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{x}};$$

$$\text{ в) } \frac{1}{a+b} \sqrt{3a^2 - 3b^2}; \quad \text{ г) } x \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x}}.$$

Упростите выражение (1154—1155):

$$1154. \text{ а) } \sqrt[4]{49a^2b^2}; \quad \text{ б) } \sqrt[12]{a^{20}b^8}; \quad \text{ в) } \sqrt[8]{16a^4b^{12}}.$$

$$1155. \text{ а) } \sqrt[6]{27x^3y^{12}}; \quad \text{ б) } \sqrt[6]{\frac{8a^3b^9}{27x^3y^6}}; \quad \text{ в) } \sqrt[n]{a^{2n}b^{3n}}.$$

Освободитесь от дроби под знаком корня (1156—1157):

$$1156. \text{ а) } \sqrt{\frac{5}{6}}; \quad \text{ б) } \sqrt{\frac{2}{3}}; \quad \text{ в) } \sqrt{2\frac{1}{2}}; \quad \text{ г) } \sqrt{3\frac{1}{3}}.$$

$$1157. \text{ а) } \sqrt{\frac{7}{12}}; \quad \text{ б) } 3\sqrt[3]{\frac{1}{9}}; \quad \text{ в) } a\sqrt[3]{\frac{x}{a^2}}; \quad \text{ г) } 8ab\sqrt[4]{\frac{3}{64a^2b}}.$$

Упростите и приведите подкоренное выражение к целому виду (1158—1159):

$$1158. \text{ а) } \frac{3a}{5b} \sqrt{\frac{25b^2}{3a}}; \quad \text{ б) } \frac{a^2}{x} \sqrt[3]{\frac{5x}{3a^2}}; \quad \text{ в) } 3a \sqrt[4]{\frac{1}{a^4} - \frac{1}{a^2}}.$$

1159. а) $\sqrt[3]{\frac{x^3+x^4}{x^2+2x+1}}$; б) $\frac{a-b}{2} \sqrt[3]{\frac{8x^3-16x^4}{a^2-2ab+b^2}}$; в) $\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b^5}{a^5} + \frac{b^4}{a^4}}$.

1160. Сравните выражения:

а) $\sqrt[4]{4}$ и $\sqrt[3]{3}$; б) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}}$ и $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{2}}$;

в) $\sqrt[3]{4\sqrt{3}}$ и $\sqrt[3]{7}$.

1161. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{10+\sqrt{84}} \cdot \sqrt[4]{10-\sqrt{84}}$;

б) $\sqrt[3]{9-\sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{9+\sqrt{17}}$;

в) $\sqrt[4]{6-\sqrt{20}} \cdot \sqrt[4]{6+\sqrt{20}}$;

г) $\sqrt[3]{12-\sqrt{19}} \cdot \sqrt[3]{12+\sqrt{19}}$.

§ 54. Степень с рациональным показателем

1162. Степень с дробным показателем замените корнем:

а) $5^{\frac{2}{3}}$, $3^{\frac{3}{5}}$, $9^{\frac{1}{4}}$, $25^{\frac{3}{4}}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$, $0,5^{0,5}$;

б) $2,25^{\frac{1}{2}}$, $6,25^{\frac{1}{2}}$, $1,44^{\frac{1}{4}}$, $a^{\frac{2}{3}}$, $x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}$;

в) $(16a)^{-\frac{1}{2}}$, $(a+b)^{\frac{2}{3}}$, $(x-y)^{\frac{3}{2}}$, $(81a^2)^{-\frac{1}{4}}$.

Корень замените степенью с дробным показателем (1163—1165):

1163. $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[3]{25}$, $\sqrt[4]{0,49}$.

1164. $\sqrt{0}$, $\sqrt[3]{3^{-2}}$, $\sqrt[4]{9^{-2}}$, $\sqrt{a^3}$.

1165. $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$, $\sqrt{\frac{1}{x+y}}$, $\sqrt[3]{a^2+b^2}$.

1166. Сравните:

а) $3^{\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{5}$ и $10^{\frac{1}{3}}$; в) $4\sqrt{3}$ и $5 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$.

1167. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = (4x-5)^{\frac{1}{2}}$; б) $f(x) = (x^2-1)^{\frac{1}{2}}$;

в) $f(x) = (x^2-2x+1)^{-\frac{1}{2}}$.

1168. Вычислите:

а) $(2^{0,4})^{0,5}$; б) $4^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{10}{3}} \cdot 8^{-\frac{2}{3}}$; в) $\left(\frac{16}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

1169. Упростите, используя дробные показатели:

а) $\frac{\sqrt[4]{x^9 \sqrt[3]{x}}}{\sqrt{x^2 \sqrt{x}}}$; б) $\frac{\sqrt[4]{a \sqrt[3]{a^2}}}{\sqrt{a \sqrt[4]{a}}}$.

1170. Вычислите:

а) $(-9,2)^0 \cdot \left(\left(\frac{5}{6}\right)^4\right)^{-0,25} \cdot 1,2^{-1} \sqrt[3]{0,1}$;
б) $\sqrt[0,5]{0,1^{-1}} \cdot 0,25^0 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^{-0,5} : 0,81^{-0,5}$.

§ 55. Действия с корнями и степенями с дробными показателями

Выполните сложение и вычитание корней (1171—1172):

1171. а) $2\sqrt{2} + 0,5\sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{98}$;
б) $\frac{1}{5}\sqrt{50} + 2\sqrt{72} - \frac{1}{4}\sqrt{128} + \sqrt{200}$;
в) $2\sqrt{12} + \frac{1}{3}\sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{16}$;
г) $2\sqrt{45} - 3\sqrt{80} + 2\sqrt{20} + \sqrt{125} + \sqrt{100}$.
1172. а) $2\sqrt{300} - 5\sqrt{27} + 0,5\sqrt{48} + \sqrt{147} - 0,2\sqrt{75}$;
б) $3\sqrt{50} - 4\sqrt{98} + \sqrt{128} + \sqrt{800} - \sqrt{242}$;
в) $\frac{1}{3}\sqrt{162} - \sqrt{288} + \sqrt{450} - 2\sqrt{300} + 2\sqrt{48}$;
г) $3\sqrt{45} + \sqrt{108} - \sqrt{75} + \sqrt{125} + \sqrt{245}$.

1173. Вычислите:

- а) $2\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{128} + 2\sqrt[3]{54}$;
б) $2\sqrt[4]{32a^4} + \sqrt[4]{1250a^4} - 2a\sqrt[4]{162} + 2a\sqrt[4]{512} - 5\sqrt[4]{2a^4}$;
в) $27^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} - 3 \cdot 64^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot 125^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot 81^{\frac{1}{4}}$;
г) $2 \cdot 125^{\frac{1}{2}} + 135^{\frac{1}{3}} - 4 \cdot 40^{\frac{1}{3}} - 245^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot 320^{\frac{1}{3}}$.

Выполните действия (1174—1181):

1174. а) $(\sqrt[3]{108} - 2\sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{256}) \cdot \sqrt[3]{2}$;
 б) $(3\sqrt[3]{48} + \sqrt[3]{384} - 2\sqrt[3]{162}) : \sqrt[3]{3}$;
 в) $(2\sqrt[4]{48} + \sqrt[4]{192} - 2\sqrt[4]{243}) : \sqrt[4]{3}$;
 г) $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{4,5} + 2\sqrt{6}) \cdot 3\sqrt{6}$.

1175. а) $(a^{\frac{1}{2}} - 1)(a^{\frac{1}{2}} + 1)$; б) $(2a^{\frac{1}{2}} - a)^2$;
 в) $(5 - a^{2,5})(5 + a^{2,5})$; г) $(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{2}})^2$.

1176. а) $\sqrt{a} \sqrt{a \cdot \sqrt{a}} : \sqrt[8]{a^7}$;
 б) $2x^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} + (a^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}})^2$;
 в) $(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}})$;
 г) $(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$.

1177. а) $(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}})$;
 б) $(a^{\frac{1}{2}} - 1)(a + a^{\frac{1}{2}} + 1)$;
 в) $(8a^{\frac{3}{2}} - 1)(8a^{\frac{3}{2}} + 1)$;
 г) $(a + b) : (a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}})$.

1178. а) $\sqrt[3]{6 - 2\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{7} + 6}$;
 б) $\sqrt[4]{8 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{8 - 4\sqrt{3}}$;
 в) $\sqrt[4]{10 + \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 - \sqrt{19}}$;
 г) $\sqrt[5]{\sqrt{17} - 7} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{17} + 7}$.

1179. а) $\sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{14 - 6\sqrt{5}}$;
 б) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$;

$$\text{в) } \sqrt{2+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{4-2\sqrt{3}};$$

$$\text{г) } \sqrt{4+\sqrt{24}} \cdot \sqrt[4]{10-\sqrt{96}}.$$

$$1180. \text{ а) } (\sqrt[3]{9a^2} - \sqrt[3]{4b^2}) : (\sqrt[3]{3a} + \sqrt[3]{2b});$$

$$\text{б) } (\sqrt[3]{16a^2} - \sqrt[3]{36b^2}) : (\sqrt[3]{4a} - \sqrt[3]{6b});$$

$$\text{в) } (6\sqrt[3]{9} + 12\sqrt[6]{24} - 6\sqrt[6]{81}) : 2\sqrt[6]{3};$$

$$\text{г) } (2\sqrt[6]{a^2} + 3\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[3]{a^2}) : 0,5\sqrt{a}.$$

$$1181. \text{ а) } 2\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2};$$

$$\text{б) } 2 - \sqrt{5} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2};$$

$$\text{в) } \sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{(x-4)^2}, \text{ если } 0 < x < 3;$$

$$\text{г) } \sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(x-2)^2}, \text{ если } 2 < x < 5.$$

1182. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{5^{0,5} \cdot 3^{0,5} \cdot 2^{0,25}}{3^{-0,25} \cdot 6^{0,25} \cdot 15^{0,5}};$$

$$\text{б) } \frac{3 \cdot 81^{-\frac{3}{4}} + 3 \cdot 27^{-\frac{4}{3}}}{3^{-2} - 3^{-3}};$$

$$\text{в) } (5,5^0)^{-0,25} - 7,5 \cdot 4^{-1,5} - 2^{-4} + 81^{0,25};$$

$$\text{г) } \frac{3 - 2^{0,5} \cdot 3^{0,5}}{3^{0,5} \cdot 2^{0,25} + 3^{0,75}} - 3^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}}.$$

1183. Решите уравнение:

$$\text{а) } x^{\frac{7}{6}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = 25;$$

$$\text{б) } x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}} = 9;$$

$$\text{в) } x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = 64;$$

$$\text{г) } 4x^{\frac{3}{2}} - 1 = 31.$$

1184. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{a^{\frac{2}{5}} - b^{\frac{2}{5}}}{\frac{1}{a^5} + \frac{1}{b^5}};$$

$$\text{б) } \frac{a - 9a^{\frac{1}{2}}}{4a^{\frac{3}{4}} + 12a^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{в) } \frac{16a^{\frac{1}{4}} - 9}{4a^{\frac{1}{8}} + 3};$$

$$\text{г) } \frac{a - a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{4}} + a^{\frac{1}{4}}};$$

Упростите выражение (1185—1186):

$$1185. \text{ а) } \frac{2ab}{a-b} - \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{ б) } \frac{2a^2}{a-b} - \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}};$$

$$\text{ в) } \frac{2b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \left(\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \right) : (a-b);$$

$$\text{ г) } \left(b^{\frac{1}{2}} + \frac{a - a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \right) : \left(\frac{b}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + a} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}} + \frac{a}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} - b} \right).$$

$$1186. \text{ а) } \frac{5^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}} + \frac{5^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}} - \frac{5^{\frac{1}{2}} + 1}{5^{\frac{1}{2}} - 1};$$

$$\text{ б) } \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}}{a-b} - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}} - 2b^{\frac{1}{2}}} \right) : \frac{2b^{\frac{1}{2}}}{a-b};$$

$$\text{ в) } \left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{2b};$$

$$\text{ г) } \left(\frac{ab^{\frac{1}{2}} - ba^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} \right).$$

1187. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\text{ а) } \frac{\sqrt{11} - \sqrt{10}}{\sqrt{11} + \sqrt{10}};$$

$$\text{ б) } \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 4\sqrt{2}};$$

$$\text{ в) } \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}};$$

$$\text{ г) } \frac{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}};$$

$$\text{ д) } \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}};$$

$$\text{ е) } \frac{x-y}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}.$$

1188. Найдите сумму:

а) $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$;

б) $\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}}$.

Решите иррациональное уравнение (1189—1192):

1189. а) $\sqrt{x-5} = 5-x$; б) $\frac{10}{\sqrt{x-5}} - \sqrt{x} = \sqrt{x-5}$;

в) $\sqrt[3]{2x-3} = 3$; г) $\sqrt[5]{28+\sqrt{x-1}} = 2$.

1190. а) $\sqrt{3x-5} = x-1$; б) $\sqrt{2x+10} + \sqrt{10-x} = \frac{15}{\sqrt{10-x}}$;

в) $\sqrt{x-7} - \sqrt{6-x} = 2$; г) $\sqrt{x-3} - \sqrt{x-6} = 1$.

1191. а) $\sqrt{25-x} + \sqrt{x-9} = 4$; б) $\frac{\sqrt{x-7}}{\sqrt{x-6}} = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-2}}$;

в) $\sqrt{3x-5} + \sqrt{x-1} = 8$; г) $\frac{9-4\sqrt{x}}{4\sqrt{x-8}} = \frac{3\sqrt{x-5}}{4-3\sqrt{x}}$.

1192. а) $\sqrt{x-7} - \frac{6}{\sqrt{x-7}} = 1$; б) $2\sqrt{x-1} - \frac{3}{\sqrt{x-1}} = 5$;

в) $\sqrt{7+\sqrt[3]{x^2+7}} = 3$; г) $\sqrt[3]{25+\sqrt{x^2+3}} = 3$.

1193. Решите неравенство:

а) $\sqrt{6-x} > x$; б) $\sqrt{4x+12} > x$;

в) $x - \sqrt{x-1} > 3$; г) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} > 6$.

XVI. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

§ 56. Тригонометрические функции и их свойства

1194. Вычислите величины углов, которые образуют стрелки часов, если часы показывают время 9 ч, 8 ч, 5 ч, 8 ч 30 мин.

1195. В прямоугольном треугольнике ABC $AB=10$ см, $BC=8$ см, $AC=6$ см. Найдите значение $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$, $\operatorname{ctg} A$.

1196. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AB=10$ см, $\sin A = \frac{1}{2}$. Найдите катеты треугольника.

1197. Что больше:

а) $\sin 30^\circ$ или $\cos 30^\circ$; б) $\operatorname{tg} 45^\circ$ или $\cos 45^\circ$;

в) $2 \sin 30^\circ$ или $\operatorname{ctg} 45^\circ$; г) $\cos 0^\circ$ или $\sin 270^\circ$;

д) $\cos 60^\circ$ или $\sin 30^\circ$; е) $2 \cos 90^\circ$ или $\sin 0^\circ$?

- 1198.** Найдите значение выражения:
- а) $2 \sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ$;
 б) $4 \cos 60^\circ \sin 30^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$;
 в) $4 \cos 60^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$;
 г) $2 \operatorname{ctg} 90^\circ - 4 \sin 270^\circ + \operatorname{tg}^2 60^\circ$.
- 1199.** Вычислите значение выражения $\sin 2\alpha + \cos 3\alpha$, если:
- а) $\alpha = 15^\circ$; б) $\alpha = 30^\circ$; в) $\alpha = 90^\circ$; г) $\alpha = 180^\circ$.
- 1200.** Как изменяются тригонометрические функции $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ при увеличении угла от 0° до 90° ?
- 1201.** При каких острых углах α возможно:
- а) $\sin \alpha < \frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg} \alpha < 1$; в) $\cos \alpha > \frac{1}{2}$;
 г) $\cos \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $\sin \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$; е) $\operatorname{ctg} \alpha > 1$?
- 1202.** При каких острых углах α :
- а) $\sin \alpha = \cos \alpha$; б) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \alpha$?
- 1203.** В прямоугольном треугольнике ABC катет BC равен половине гипотенузы AB . Найдите $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$, $\operatorname{ctg} A$.
- 1204.** Замените сумму чисел $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$ суммой косинусов острых углов.
- 1205.** Определите знак разности:
- а) $\cos 30^\circ - \sin 60^\circ$; б) $\sin 45^\circ - \cos 60^\circ$;
 в) $2 \cos 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$; г) $\sin 60^\circ - \cos 45^\circ$.
- 1206.** Сравните:
- а) $\sin 20^\circ$ и $\cos 80^\circ$; б) $\sin 50^\circ$ и $\operatorname{tg} 45^\circ$;
 в) $\cos 80^\circ$ и $\operatorname{ctg} 45^\circ$; г) $\cos 35^\circ$ и $\sin 55^\circ$.
- 1207.** Вычислите $\cos 3\alpha + \cos 2\alpha + \cos \alpha$, если $\alpha = 30^\circ$.
- 1208.** Какой знак имеет:
- а) $\sin 150^\circ$; б) $\operatorname{tg} 120^\circ$; в) $\sin 270^\circ$;
 г) $\operatorname{ctg} 200^\circ$; д) $\cos 100^\circ$; е) $\operatorname{tg} 240^\circ$?
- 1209.** Определите знак произведения:
- а) $\sin 200^\circ \cos 100^\circ$; б) $\sin 300^\circ \operatorname{tg} 100^\circ$;
 в) $\cos 300^\circ \operatorname{ctg} 135^\circ$; г) $\cos 150^\circ \operatorname{tg} 150^\circ$.
- 1210.** Найдите значение синуса, косинуса, тангенса, котангенса угла α , если α равен:
- а) 405° ; б) 780° ; в) 810° ; г) 990° ;
 д) 390° ; е) 540° ; ж) 1080° ; з) 420° .

1211. Найдите значение:

- а) $\sin(-60^\circ)$; б) $\operatorname{tg}(-45^\circ)$; в) $\cos(-90^\circ)$;
г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$; д) $\cos(-180^\circ)$; е) $\operatorname{tg}(-30^\circ)$.

§ 57. Радианная мера угла

1212. Выразите углы 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° в радианах.

1213. В равнобедренной трапеции углы относятся как 1 : 2. Найдите радианную величину этих углов.

1214. Выразите в радианной мере углы равностороннего треугольника, квадрата, правильного шестиугольника.

1215. Выразите углы в градусной мере:

- а) $\frac{3}{4}\pi$; б) $\frac{5}{6}\pi$; в) $\frac{4}{3}\pi$; г) $\frac{6}{5}\pi$;
д) $\frac{3}{2}\pi$; е) $\frac{5}{9}\pi$; ж) $\frac{3}{20}\pi$; з) $1\frac{2}{3}\pi$.

1216. Вершины треугольника делят окружность в отношении 3:4:5. Выразите в радианной мере углы треугольника.

1217. Дополните до прямого угла: $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{\pi}{12}$.

1218. Углы треугольника относятся как 2:3:5. Найдите углы треугольника в радианах.

1219. У некоторых морских компасов окружность разделена на румбы. Румб — $\frac{1}{32}$ часть окружности. Чему равен один румб в радианах и градусах?

1220. Напишите формулу величины всех дуг одной окружности в радианной мере, имеющих своим началом точку A и концом точку B , если величина одной из них равна $\frac{\pi}{3}$.

1221. Постройте дугу, равную $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$, k — целое число.

1222. Найдите в радианах угол, смежный с углом α , если α равен:

- а) $\frac{3}{4}\pi$; б) $\frac{2}{5}\pi$; в) $\frac{5}{6}\pi$; г) $\frac{2}{3}\pi$.

1223. Докажите, что функции $f(x) = x \sin x$ и $f(x) = \frac{x^2}{\cos x}$ четные.

1224. Докажите, что функции $f(x) = 2 \sin x + 3 \operatorname{tg} x$ и $f(x) = 2 \sin x \cos x$ нечетные.

1225. Определите, четная или нечетная функция $f(x) = 3 \sin^2 x - \cos x$.

1226. Вал станка делает 120 оборотов в минуту. Найдите угловую скорость вала в радианах в секунду.

1227. В астрономии для определения положения небесных тел употребляется единица измерения углов — час, т. е. окружность разделена на 24 части. Выразите угол в один час в градусах и радианах.

1228. Определите знак тригонометрической функции:

а) $\sin \frac{3}{5} \pi$; б) $\cos \frac{2}{3} \pi$; в) $\operatorname{tg} \frac{4}{3} \pi$; г) $\cos \frac{5}{3} \pi$;

д) $\cos 2$; е) $\operatorname{tg} 3$; ж) $\sin \frac{3}{2} \pi$; з) $\operatorname{tg} \frac{3}{4} \pi$.

Вычислите (1229—1230):

1229. а) $\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 2 \sin \frac{\pi}{2}$;

б) $2 \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 2 \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$;

в) $2 \cos \frac{\pi}{4} + 3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - 4 \sin 2\pi - 2 \sin \frac{\pi}{4}$;

г) $4 \sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{3}{2} \pi - 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6}$.

1230. а) $\sin^2 2,5\pi + 2 \cos \frac{10\pi}{3} - 2 \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) - 2 \cos \frac{5}{4} \pi$;

б) $\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{7\pi}{3} + 5 \operatorname{tg}^2 2\pi$;

в) $4 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{3}{2} \pi + 3 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$;

г) $6 \operatorname{ctg}^2 \frac{2\pi}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{6} \sin^2 \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}$.

1231. Вычислите $2 \sin \alpha + 2 \cos 2\alpha - 5 \sin 3\alpha - 4 \cos 6\alpha$, если $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

1232. Упростите выражение:

а) $\frac{\sin(\alpha - 2\pi) \cos(\alpha + 4\pi) \operatorname{tg}(\alpha + 2\pi)}{\sin(4\pi - \alpha) \cos(\alpha + 6\pi)}$;

б) $\frac{\cos(\alpha - 4\pi) \sin(\alpha + 10\pi) \operatorname{tg}(\alpha - 2\pi)}{\sin(2\pi - \alpha) \operatorname{tg}(\alpha + 4\pi)}$.

1233. Замените аргументы функции $\sin \frac{21\pi}{2}$, $\cos \frac{17\pi}{5}$ аргументом, заключенным между 0 и 2π .

1234. Найдите значение:

а) $\sin \frac{29\pi}{4}$; б) $\cos \frac{17\pi}{4}$; в) $\operatorname{tg} \frac{31}{6} \pi$; г) $\operatorname{ctg} \frac{21}{4} \pi$.

1235. Вычислите:

- а) $\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$; б) $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$;
в) $\sin \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$;
г) $a^2 \sin 2\pi + b^2 \operatorname{tg}^2 0 - 2ab \cos \pi + b^2 \sin^2 (-\pi)$.

§ 58. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

1236. Найдите $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

1237. Найдите $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

1238. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$.

1239. Можно ли найти такое значение x , что:

- а) $\sin x = 1$ и $\cos x = 1$; б) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
в) $\sin x = \frac{1}{2}$ и $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; г) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$?

1240. Угол α находится в промежутке $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите:

- а) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$; б) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$;
в) $\cos \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$; г) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1241. Найдите:

- а) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$;
б) $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;
в) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0,6$ и $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$;
г) $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$.

1242. Дано: $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$, α — острый угол. Вычислите:

$$\frac{5 \sin \alpha + 10 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

Упростите выражение (1243—1248):

1243. а) $3 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$; б) $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;
в) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$; г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

1244. а) $(\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)$; б) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$;
 в) $\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha$; г) $\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

1245. а) $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1}$; б) $\sin^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$;
 в) $\frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$; г) $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

1246. а) $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} + \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; б) $\frac{1 - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \cos^2 \alpha$;
 в) $\frac{1 - \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \sin^2 \alpha$; г) $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 1$.

1247. а) $\frac{3 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}$; б) $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$;
 в) $(4 \sin \alpha - 3 \cos \alpha)^2 + (3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha)^2$;
 г) $\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

1248. а) $\frac{\cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - 2 \cos^2 \alpha}$; б) $\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 1}$;
 в) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - \cos \alpha$; г) $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Докажите тождество (1249—1250):

1249. а) $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$;
 б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cos \alpha$;

в) $\sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;

г) $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$.

1250. а) $2 \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 1$;

б) $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - \sin \alpha \cos \alpha} = \sin \alpha - \cos \alpha$;

в) $\frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 1$.

1251. Решите уравнение в интервале $[0; 2\pi]$:

а) $\sin x = \frac{1}{2}$; б) $\cos x = 1$; в) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $\cos x = -\frac{1}{2}$; д) $\operatorname{tg} x = 1$; е) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

§ 59. Формулы приведения

Упростите выражение (1252—1253):

1252. а) $\sin(90^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ - \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha)$;
б) $\cos(270^\circ + \alpha) + \sin(360^\circ - \alpha) + \operatorname{ctg}(90^\circ + \alpha)$;
в) $\cos(270^\circ - \alpha) \operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) - \cos(-\alpha)$;
г) $\sin(90^\circ - \alpha) \operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) + \sin(180^\circ - \alpha)$.

1253. а) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;
б) $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$;
в) $\sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cos(\pi - \alpha)$;
г) $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \cos^2(4\pi - \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)$.

1254. Приведите к тригонометрической функции угла меньше 45° :

- а) $\sin 122^\circ$; б) $\cos 605^\circ$; в) $\operatorname{tg}(-100^\circ)$; г) $\sin 1000^\circ$.

1255. Вычислите:

- а) $\sin\frac{13}{6}\pi + \cos\frac{8\pi}{3} - \operatorname{tg}\frac{15}{4}\pi$;
б) $\sin\frac{5}{6}\pi + \cos\frac{4}{3}\pi + \operatorname{tg}\frac{9}{4}\pi$;
в) $2\sin\frac{4}{3}\pi - \operatorname{tg}\frac{2}{3}\pi - \cos\frac{10}{3}\pi$;
г) $\sin\frac{7}{4}\pi - \cos\frac{3}{4}\pi + 3\operatorname{tg}\frac{7}{6}\pi$.

1256. Найдите:

- а) $\cos(-240^\circ) + \sin 150^\circ + 2\operatorname{tg} 225^\circ$;
б) $\sin^2 400^\circ + \sin^2 130^\circ + \operatorname{tg} 315^\circ$;
в) $\cos(-780^\circ) + \sin(-390^\circ) + \operatorname{tg} 585^\circ + \operatorname{ctg} 225^\circ$;
г) $\sin(-750^\circ) + \cos 720^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ + \operatorname{ctg} 405^\circ$;
д) $\cos 600^\circ + \sin 390^\circ + \operatorname{ctg} 135^\circ + \operatorname{tg} 495^\circ$;
е) $2\cos 960^\circ \operatorname{tg} 1200^\circ \operatorname{tg} 585^\circ$.

1257. Вычислите:

- а) $\operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 50^\circ$;
б) $\frac{\cos 150^\circ \sin 120^\circ}{\sin^2 135^\circ \cos 300^\circ + \operatorname{tg}(-315^\circ)}$;
в) $\cos 20^\circ \sin 70^\circ + \sin 20^\circ \cos 70^\circ$;
г) $\sin 40^\circ \cos 50^\circ + \cos 40^\circ \sin 50^\circ$;
д) $\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{5} \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4} \operatorname{ctg}\frac{\pi}{10}$.

1258. Докажите:

$$а) \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)\left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) = \cos^2 \alpha;$$

$$б) \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = -\cos^2 \alpha.$$

§ 60. Формулы сложения и их следствия

1259. Используя значения тригонометрических функций углов 30° , 45° , 60° , вычислите:

а) $\sin 15^\circ$; б) $\cos 75^\circ$; в) $\cos 105^\circ$; г) $\sin 105^\circ$.

1260. Упростите выражение:

а) $\cos 2x \cos 3x + \sin 2x \sin 3x$;

б) $\cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x$;

в) $\sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3}$;

г) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$.

1261. Вычислите:

а) $\sin 43^\circ \cos 17^\circ + \cos 43^\circ \sin 17^\circ$;

б) $\cos 23^\circ \cos 37^\circ - \sin 23^\circ \sin 37^\circ$;

в) $\cos 65^\circ \cos 20^\circ + \sin 65^\circ \sin 20^\circ$;

г) $\sin 145^\circ \cos 25^\circ - \cos 145^\circ \sin 25^\circ$;

д) $\sin 70^\circ \cos 80^\circ + \cos 70^\circ \sin 80^\circ$;

е) $\cos 75^\circ \cos 45^\circ - \sin 75^\circ \sin 45^\circ$;

ж) $\cos 2 \cos 1,14 - \sin 2 \sin 1,14$.

Упростите (1262—1263):

1262. а) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$;

б) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$;

в) $\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\pi}{12}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{\pi}{12} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12}$.

1263. а) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$;

б) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$;

в) $\sin\left(\frac{2}{3}\pi - \alpha\right) - \sin\left(\frac{2}{3}\pi + \alpha\right)$;

г) $\cos\left(\frac{2}{3}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \alpha\right) + \cos \alpha$.

1264. Докажите тождество о преобразовании произведения тригонометрических функций в сумму или разность, используя формулы сложения:

$$а) \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta));$$

$$б) \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta));$$

$$в) \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)).$$

Вычислите (1265—1266):

1265. а) $\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$, если $\sin \alpha = 0,5$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

б) $\cos \left(\alpha - \frac{\pi}{6} \right)$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

в) $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2} \pi$;

г) $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2} \pi$.

1266. а) $\sin (\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,
 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$;

б) $\cos (\alpha - \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,
 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$;

в) $\cos (\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,
 $0 < \beta < \pi$;

г) $\operatorname{tg} (\alpha + \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\operatorname{tg} \beta = 3$, $0 < \alpha < \pi$,
 $0 < \beta < \pi$.

1267. Вычислите:

а) $\frac{\operatorname{tg} 80^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ}{1 + \operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg} 80^\circ}$; б) $\frac{\operatorname{tg} 100^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ}{1 - \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 100^\circ}$;

в) $\frac{\operatorname{tg} \frac{5}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{5\alpha}{2}}$, если $\alpha = \frac{\pi}{12}$;

г) $\frac{\operatorname{tg} 2 + \operatorname{tg} 1,14}{1 - \operatorname{tg} 2 \operatorname{tg} 1,14}$.

1268. Вычислите $\operatorname{tg} 75^\circ$ и $\operatorname{tg} 105^\circ$.

1269. Докажите тождество:

а) $\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$;

б) $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \beta$;

в) $\frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg} \beta$.

1270. В треугольнике ABC угол A острый и $\sin \alpha = 0,8$, $\cos \beta = 0,8$. Найдите C .

§ 61. Формулы двойного угла

1271. Вычислите:

а) $2 \sin 22,5^\circ \cos 22,5^\circ$;

б) $4 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$;

в) $8 \sin 15^\circ \sin 75^\circ$;

г) $\frac{4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 40^\circ}$;

д) $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$;

е) $\cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12}$;

ж) $\frac{6 \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$;

з) $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{2}{3} \pi}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi}{3}}$.

1272. Упростите:

а) $4 \sin 25^\circ \cos 25^\circ$;

б) $\cos^2 50^\circ - \sin^2 50^\circ$;

в) $\frac{2 \operatorname{tg} 35^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 35^\circ}$;

г) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$;

д) $2 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha$;

е) $\frac{4 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

1273. Сократите дроби:

а) $\frac{\sin 70^\circ}{2 \cos 35^\circ}$;

б) $\frac{\cos 50^\circ}{\cos 25^\circ + \sin 25^\circ}$;

в) $\frac{\cos 4\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}$;

г) $\frac{\cos 80^\circ + \sin^2 40^\circ}{\cos 40^\circ}$.

1274. Упростите выражение:

а) $\frac{\sin \alpha (1 + \cos 2\alpha)}{\cos \alpha}$;

б) $\frac{\cos \alpha (1 - \cos 2\alpha)}{\sin \alpha}$;

в) $\frac{2 \operatorname{tg} (45^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \alpha)}$;

г) $(\cos 2\alpha + 1) \operatorname{tg} \alpha$.

1275. Докажите тождество:

а) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$;

б) $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$;

в) $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$;

г) $1 + \cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha = 2$;

$$д) \frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \cos \alpha + \cos^2 \alpha} = 2 \sin \alpha;$$

$$е) \frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + \cos^2 \alpha} = 2 \cos \alpha.$$

1276. Найдите:

а) $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$;

б) $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

в) $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$;

г) $\cos \alpha$, если $\cos \frac{\alpha}{2} = 0,8$.

1277. Упростите:

а) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin 2\alpha$;

б) $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \sin 2\alpha$;

в) $\frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}$;

г) $\cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

1278. Докажите тождество:

а) $4 \sin \alpha \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cos 2\alpha = \cos 4\alpha$;

б) $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$;

в) $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$;

г) $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$;

д) $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$;

е) $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.

Докажите справедливость равенства, используя формулы сложения и двойного аргумента (1279—1280):

1279. а) $\frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$; б) $\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$;

в) $\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; г) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

1280. а) $1 - \sin \alpha = \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2$;

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha; \\ \text{в)} \quad & \frac{2 \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha; \\ \text{г)} \quad & \frac{2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha; \\ \text{д)} \quad & \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = 0. \end{aligned}$$

§ 62. Формулы преобразования суммы и разности одноименных тригонометрических функций в произведение

Преобразуйте сумму и разность в произведение (1281—1283):

$$\begin{aligned} 1281. \quad & \text{а)} \sin 65^\circ + \sin 25^\circ; & \text{б)} \sin 63^\circ - \sin 27^\circ; \\ & \text{в)} \cos 32^\circ + \cos 28^\circ; & \text{г)} \cos 75^\circ - \cos 45^\circ. \\ 1282. \quad & \text{а)} \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{3\pi}{10}; & \text{б)} \sin \frac{\pi}{12} - \sin \frac{7\pi}{12}; \\ & \text{в)} \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}; & \text{г)} \cos 4\alpha - \cos 2\alpha. \\ 1283. \quad & \text{а)} \cos \frac{3}{8} \pi + \sin \frac{3}{8} \pi; & \text{б)} \sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8}; \\ & \text{в)} \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{11\pi}{12}; & \text{г)} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 2\alpha. \end{aligned}$$

Докажите тождество (1284—1285):

$$\begin{aligned} 1284. \quad & \text{а)} \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha; & \text{б)} \frac{\cos \alpha - \cos 5\alpha}{\sin 5\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha; \\ & \text{в)} \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg} \alpha; & \text{г)} \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right). \\ 1285. \quad & \text{а)} \frac{\sin \frac{2}{3} \alpha + \sin \frac{4}{3} \alpha}{\cos \frac{2}{3} \alpha + \cos \frac{4}{3} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha; & \text{б)} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}; \\ & \text{в)} \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} = 2; & \text{г)} \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Преобразуйте в произведение (1286—1287):

$$\begin{aligned} 1286. \quad & \text{а)} \sqrt{2} + 2 \sin \alpha; & \text{б)} 1 - \sin \alpha; \\ & \text{в)} \sqrt{3} + 2 \cos \alpha; & \text{г)} 1 + 2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

1287. а) $\sin \alpha - \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$;
 б) $\cos x - \cos 2x + \cos 3x - \cos 4x$;
 в) $\frac{\cos x - \cos 3x}{\sin x + \sin 3x}$; г) $\frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} + \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$.

Вычислите (1288—1289):

1288. а) $\sin 75^\circ - \sin 45^\circ - \sin 15^\circ$;
 б) $\cos 15^\circ - \cos 45^\circ - \cos 75^\circ$;
 в) $\frac{\cos 35^\circ + \cos 85^\circ}{\sin 35^\circ + \sin 85^\circ}$;
 г) $\operatorname{tg} 15^\circ + \operatorname{ctg} 15^\circ$.
1289. а) $\operatorname{tg} 75^\circ - \operatorname{tg} 15^\circ$; б) $2 \sin 15^\circ + 2 \cos 15^\circ$;
 в) $\frac{\cos 15^\circ - \cos 75^\circ}{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}$; г) $\frac{\sin 36^\circ}{\sin 12^\circ} - \frac{\cos 36^\circ}{\cos 12^\circ}$.

1290. Докажите, что $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$,
 где A, B, C — углы треугольника.

1291. Докажите, что $\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$,
 где A, B, C — углы треугольника.

Докажите тождество (1292—1293):

1292. а) $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$; б) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1$;
 в) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{8}$;
 г) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$; д) $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha} = \cos 3\alpha$.

1293. а) $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$;
 б) $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$.

1294. Найдите значение выражения:

- а) $\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12}$; б) $\cos \frac{\pi}{15} + \cos \frac{14\pi}{15}$;
 в) $\frac{\cos \frac{7\pi}{18} + \cos \frac{5\pi}{18}}{\cos \frac{\pi}{18}}$; г) $\frac{\sin \frac{7\pi}{36} + \sin \frac{5\pi}{36}}{\cos \frac{\pi}{36}}$.

1295. Вычислите:

- а) $\cos \frac{59\pi}{15} \operatorname{tg} \frac{46\pi}{15} + \sin \left(-\frac{31\pi}{15} \right)$;
 б) $\sin \frac{27\pi}{13} + \operatorname{tg} \frac{64\pi}{13} \cos \left(-\frac{51\pi}{13} \right)$.

§ 63. Задачи и упражнения для повторения

Выполните действия (1296—1300):

1296. а) $16\frac{3}{4} + \left(13\frac{1}{4} - 2\frac{5}{27} - 10\frac{5}{6}\right) \cdot 230,04$;

б) $\frac{1\frac{11}{14} + 6\left(49\frac{1}{3} : 16 - 14 : 8\frac{1}{6}\right)}{0,7 \cdot \left(2\frac{17}{42} + 1\frac{13}{14} + \frac{2}{21}\right) + 6,9}$;

в) $\left(1\frac{1}{24} + 1\frac{1}{12} + 1\frac{5}{32}\right) \cdot \frac{8}{35} + \frac{5}{16} \left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 0,8 - \left(5\frac{7}{30} - 3\frac{5}{18}\right) : \frac{44}{45}\right)$;

г) $10,2 - 3,6 \cdot \left(0,125 \cdot 17,2 - 1\frac{32}{45} + \frac{7}{60}\right) \left(\frac{11}{40} : 4\frac{7}{12} + 2,64\right)$.

1297. а) $\frac{0,88(53,55 : 3,4 - 1,5 \cdot 3,5)}{3,2 \cdot 0,9 \cdot 2,5 + 9,792 : 4,8}$; в) $\frac{31,5 - 57,6 : (14,05 \cdot 3,6 - 12,18)}{(49,7952 : 6,3 - 4,404)^2 - 1,5^2}$;

б) $\frac{4,92 + 127,68 : 3,5 - 5,5 \cdot 4,8}{(2,61 - 0,85) : 3,2 + 0,4 \cdot 0,95 \cdot 2,5}$; г) $\frac{(2,892 : 0,24 + 0,45)^2 - 5,5^2}{217,05 - 87,42 : (6,08 \cdot 2,25 - 1,28)}$.

1298. а) $\frac{(3,81 - 1,05) : 0,3 - 4,4 + 3,41 \cdot 0,79 + 0,21 \cdot 3,41}{383,04 : 10,5 - 6,48 - 13,58}$;

б) $\frac{(1,6 + 154,66 : 70,3) : 1,9 + 0,5 \cdot 0,91 \cdot 6,6}{83,13 - (16,55 \cdot 7,32 - 16,55 \cdot 5,32)}$.

1299. $\frac{(1,38 - 1,48 - 1,38^2) : 0,06 - 0,02}{(50,4 - 9,18 : 0,225) \cdot 0,23 - 1,208}$;

б) $\frac{(19,526 : 3,25 - 1,208) : 1,2 - 1,6}{0,854 - 0,02(3,47^2 + 6,53 \cdot 3,47)}$.

1300. а) $\frac{42,5904 : 6,08 - 1,245}{(18,2^2 - 5,6^2 + 23,8 \cdot 7,4) : 5,95}$;

б) $\frac{(6,63^2 + 5,4 \cdot 3,37 + 1,23 \cdot 3,37) : 260 - 0,111}{2,35 + 101,22 : 8,4}$;

в) $\frac{0,565 : (1,13^2 + 1,13 \cdot 3,48 \cdot 0,25)}{45,279 : 6,45 - 5,77}$;

г) $\frac{50,004 : (6,71 \cdot 9,26 - 1,71^2 - 1,71 \cdot 7,55)}{6,273 : 2,05 + 2,34}$.

1301. Найдите:

а) $\left(10\frac{13}{50} - \frac{2,25 + 1,21 + \frac{3}{2} \cdot 2,2}{10\left(1\frac{1}{2} + 1,1\right)}\right) : x = 0,5$;

б) $x\left(\frac{8}{25} + 0,048 : \frac{1,69 + 1,44 - 2,6 \cdot 1,2}{1,3 - 1,2}\right) = 2,44$.

1302. Найдите двузначное число, квадрат которого равен кубу суммы его цифр.

1303. В четырехзначном числе все цифры разные и не нули. Если его написать в обратном порядке, то получится число на 8532 меньше первоначального. Найдите это число.

1304. Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6, если n — любое натуральное число.

1305. Докажите, что выражение $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ является целым числом при любом целом n .

1306. Докажите, что $n^5 - 5n^3 + 4n$ при натуральном $n > 2$ делится на 120.

1307. Докажите, что произведение $n(n+1)(2n+1)$ делится на 6 без остатка, если n — целое число.

Упростите выражение (1308—1310):

1308. а) $\left(\frac{a-4}{a+4} - \frac{a+4}{a-4}\right) : \frac{64a}{a^2-16}$;

б) $\left(\frac{2a+1}{2a-1} - \frac{2a-1}{2a+1}\right) : \frac{4a}{10a-5}$;

в) $\left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2}\right) \cdot \frac{4(a^2-1)}{5}$;

г) $\left(\frac{8b}{b^2-4} + \frac{2b}{6-3b} + \frac{2b}{b+2}\right) : \frac{4b}{3b-6}$.

1309. а) $\left(\frac{6a}{a^2-4b^2} + \frac{2}{2b-a} - \frac{4}{a+2b}\right) : \left(\frac{a^2+4b^2}{a^2-4b^2} - 1\right)$;

б) $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}\right) : \left(\frac{a^2+1}{a^2-1} - \frac{a^2-1}{a^2+1}\right)$;

в) $\frac{a^2-1}{a^2+1} \cdot \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1} + 1\right)$;

г) $\frac{a^3+27}{3-a} : \left(\frac{a^2}{3-a} + 3\right) + \frac{9-a^2}{a^2-3a} \cdot \frac{a^2}{a+3}$.

1310. а) $\frac{a^2}{6b(a+b)} - \left(\frac{a-b}{2a+2b} + \frac{ab}{a^2-b^2}\right) \cdot \frac{a-b}{3b}$;

б) $\frac{a-b}{2a+1} \cdot \left(\frac{2a+1}{a+b} - \frac{b(2a+1)}{b^2-a^2}\right) + \frac{b}{a+b}$;

в) $\frac{b-a}{(a+b)^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2-2b-ab} \cdot \left(\frac{a+1}{a^2+2ab+b^2} - \frac{1}{a^2-b^2}\right)$;

г) $\left(\frac{2a+1}{a+b} - \frac{2ab+b}{b^2-a^2}\right) : \frac{2a+1}{a-b} + \frac{b}{a+b}$.

1311. Решите уравнение:

а) $\frac{10}{x} - \frac{7}{x+2} = \frac{3}{x-2}$; б) $\frac{15}{x} - \frac{5}{x+2} = \frac{4}{x-2}$;

в) $\frac{3x-1}{6} + \frac{2x-1}{5x-1} = \frac{2x+1}{4}$; г) $\frac{3}{x-1} + \frac{19+2x}{5x^2-5} = \frac{17}{x^2-1}$.

1312. Решите неравенство:

а) $\frac{x+9}{6} - \frac{1}{2} \geq \frac{x-5}{4} + 2$;

б) $\frac{x-18}{5} + \frac{1}{2} \leq \frac{x+3}{4} - 4$;

в) $x - \frac{1 - \frac{3}{2}x}{4} - \frac{2 - \frac{x}{4}}{3} \geq 2$;

г) $x + 2 - \frac{2x - \frac{4-3x}{2}}{3} \geq \frac{x - \frac{x-4}{3}}{2}$.

1313. Решите уравнение:

а) $|3x-1| = x+3$;

б) $|5x-7| = x+1$;

в) $|x-2| + |x-1| = 1$;

г) $|2x-1| + |x-1| = 4$.

1314. Решите неравенство:

а) $|2x-1| > 3$;

б) $|1-3x| < 2$;

в) $|3x-1| > x+5$;

г) $|5x-3| < x+1$.

1315. Решите систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} 0,5x - \frac{y-4}{5} = 0,3x - \frac{y-4}{2}, \\ 0,5y - \frac{x-4}{6} = \frac{7y}{12} - \frac{x-3}{3}; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 1,6 + \frac{2(x-y)}{3} = \frac{8x}{15} - \frac{3y-10}{5}, \\ \frac{y}{8} + \frac{3x+4}{4} = \frac{5x}{6} - \frac{y-17}{12}; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \frac{x+5}{3} - \frac{4x+3y}{4} = 3y+1, \\ \frac{4y-3}{2} + \frac{2x+7y}{3} + 3y = \frac{1-6x}{6}; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} \frac{4y-3}{6} + \frac{5x-7}{2} = \frac{4x+1}{3}, \\ \frac{y+7}{5} + \frac{x-2y}{4} = \frac{3x+4}{10}. \end{cases}$$

1316. Решите графически систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y=5, \\ x-y=3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x-y=4, \\ x-2y=-1; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x-2y=7, \\ 2x+y=0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x+y=1, \\ 4x-y=-11. \end{cases}$$

1317. Упростите выражение:

$$\text{а) } (a+b)^3 - (a-b)^3 - 2b(3a^2 + b^2);$$

$$\text{б) } (x^4 + y^4 + x^2y^2)(x^2 - y^2).$$

1318. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x+y=7, \\ x+z=8, \\ y+z=9; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x-y=2, \\ x-z=4, \\ y-z=2. \end{cases}$$

1319. Извлеките корень:

$$\text{а) } \sqrt{3\frac{13}{36}}; \quad \text{б) } \sqrt{5\frac{4}{9}}; \quad \text{в) } \sqrt{(\sqrt{10}-1)(\sqrt{10}+1)};$$

$$\text{г) } \sqrt{a^2 - 6a + 9}, \text{ где } a > 3.$$

Выполните действия (1320—1321):

$$1320. \text{ а) } (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1);$$

$$\text{б) } (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2;$$

$$\text{в) } (6\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{50}) : 2\sqrt{2};$$

$$\text{г) } 2\sqrt{27} + \sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{100}.$$

$$1321. \text{ а) } (2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + \sqrt{3})(4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - \sqrt{3});$$

$$\text{б) } \sqrt{128} - 5\sqrt{50} + 3\sqrt{32} + 2\sqrt{98};$$

$$\text{в) } 2\sqrt{108} + 3\sqrt{300} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{75};$$

$$\text{г) } (3\sqrt{12} - \sqrt{3} + 2\sqrt{6})(\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{6}).$$

1322. Найдите ошибку в «доказательстве», что $2 \cdot 2 = 3$.

$$\text{а) Возьмем очевидное равенство } 16 - 28 = 9 - 21.$$

$$\text{б) Прибавим к обеим частям равенства по } 12\frac{1}{4}, \text{ получим:}$$

$$16 - 28 + 12\frac{1}{4} = 9 - 21 + 12\frac{1}{4}, \text{ или}$$

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2, \text{ откуда}$$

$$\left(4 - \frac{7}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{7}{2}\right)^2.$$

в) Извлечем квадратный корень из обеих частей равенства, получим:

$$4 - \frac{7}{2} = 3 - \frac{7}{2} \text{ или } 2 \cdot 2 = 3 \text{ (?)}$$

1323. Найдите ошибку в «доказательстве», что $2 \cdot 2 = 5$. Имеем верное равенство $4:8 = 5:10$. Вынесем за скобку общий множитель, получим $4(1:2) = 5(1:2)$. Разделим обе части на выражение в скобках и получим $4 = 5$ или $2 \cdot 2 = 5$.

1324. Вычислите:

а) $((0,6)^{-0,75})^{-4} \cdot 0,09^{-0,5} \cdot (-100)^0 \cdot \sqrt[0,5]{0,1^{-2}} \cdot 10^{-3}$,

б) $2,5^{-2} : ((0,4)^{-2})^{-1} + \left(\left(\frac{5}{3}\right)^{-5}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$.

1325. Найдите сумму:

а) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 + 8\sqrt{3}}$;

б) $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}} + \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$.

1326. Решите уравнение:

а) $\frac{3x+6}{x+2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{1}{2}$;

б) $\frac{1}{x^2-8x+16} - \frac{12}{x^2+8x+16} = \frac{1}{x^2-16}$;

в) $\frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{5}{x^2-9}$;

г) $\frac{8}{x^2-10x+25} - \frac{6}{x^2-3x-10} = \frac{3}{4-x^2}$.

1327. Решите уравнение:

а) $x^2 + |x| - 6 = 0$; б) $x^2 + |5x| - 6 = 0$.

1328. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2+5x-24}{x^2+9x+8}$;

б) $\frac{3x^2-5x+2}{3x^2+x-2}$;

в) $\frac{2x^2-13x+6}{5x^2-28x-12}$;

г) $\frac{x^2+ax-2a^2}{x^2+7ax+10a^2}$.

1329. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8, \\ \frac{x}{y} = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 2, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 3xy - 2x - 2y = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y - x + xy = 5, \\ x - y + 2xy = 4. \end{cases}$

1330. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 24}$;

б) $y = \sqrt{21 - 4x - x^2}$;

в) $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 6}$;

г) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

1331. Решите биквадратное уравнение:

а) $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$;

б) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.

1332. Решите графически систему уравнений:

а) $\begin{cases} x^2 - 2x - y = 8, \\ x + y = 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 + 3 = y, \\ x + y = 5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3. \end{cases}$

1333. Решите неравенство:

а) $\frac{36 - x^2}{4 - x} < 0$;

б) $\frac{x + 2}{x^2 - 25} > 0$;

в) $\frac{x - 5}{3x - x^2} \leq 0$;

г) $\frac{x^2 - 4x}{x - 2} \geq 0$.

1334. Найдите на графике координаты точек пересечения параболы $y = x^2$ и окружности $x^2 + y^2 = 6$.

1335. Найдите на графике координаты точек пересечения прямой $y = 2x - 1$ и параболы $y = x^2 - 4$.

1336. При каких значениях a и b парабола $y = ax^2 - bx + 5$ проходит через точки $M(2; -3)$ и $P(5; 0)$?

1337. При каких значениях c уравнение $x^2 - 15x + c = 0$ имеет два корня, которые относятся как 2:3?

1338. Докажите, что при любых значениях x и y

$$x^2 + 2y^2 + 2xy - 4y + 5 > 0.$$

1339. Сколько следует взять литров спиртовой смеси, содержащей 90% спирта, чтобы смешав ее с 5 л смеси, содержащей 10% спирта, получить смесь, содержащую больше 30%, но меньше 40% спирта?

1340. При каких значениях a разность корней уравнения $2x^2 - (a + 1)x + a + 3 = 0$ равна 1?

1341. Расстояние между поселком и городом по железной дороге равно 100 км, а по озеру — 80 км. Теплоход отправляется из поселка на 3 ч раньше и прибывает в город на 40 мин раньше, чем поезд. Найдите скорость поезда, если она больше скорости теплохода на 40 км/ч.

1342. Расстояние между двумя станциями железной дороги равно 120 км. Первый поезд проходит это расстояние на

- 20 мин быстрее, чем второй поезд. Скорость второго поезда меньше скорости первого на 12 км/ч. Найдите скорость поездов.
1343. Первая бригада должна сшить 550 костюмов, а вторая за тот же срок — 540 костюмов. Первая бригада закончила выполнение заказа на 2 дня раньше срока, а вторая — на 6 дней. Сколько костюмов ежедневно шила каждая бригада, если вторая бригада шила в день на 5 костюмов больше первой?
1344. Автобус отправился от остановки на 8 мин позже, чем полагалось по расписанию. Чтобы прибыть в конечный пункт без опоздания, автобус ехал со скоростью, на 10 км/ч большей, чем полагалось по расписанию. Найдите скорость автобуса по расписанию, если расстояние между пунктами равно 40 км.
1345. Поезд должен пройти расстояние 420 км. На середине пути он был задержан на 15 мин, и, чтобы прибыть в срок, поезд увеличил скорость на 4 км/ч. Сколько времени поезд находился в пути?
1346. Расстояние между станциями 600 км. С первой станции в 9 ч вышел товарный поезд, а через час со второй станции навстречу ему вышел пассажирский поезд, скорость которого на 10 км/ч больше, чем товарного. Найдите время встречи поездов, если она произошла на середине пути.
1347. На столе лежали яблоки. Аня взяла половину яблок, но потом возвратила 6 яблок. Галя взяла треть оставшихся яблок и вернула 2 яблока. Надя взяла четверть нового остатка яблок. После этого на столе осталось 12 яблок. Сколько яблок было первоначально?
1348. Из бутылки со спиртом вместимостью 36 л отлили часть спирта и долили водой. После этого снова отлили столько же смеси, и тогда в бутылки осталось 25 л чистого спирта. Сколько спирта отлили в первый раз?
1349. От дома до турбазы дорога идет 6 км в гору, 9 км под гору и 12 км по равнине. Велосипедист проехал этот путь за 1 ч 48 мин, на обратный путь он затратил 1 ч 53 мин. Найдите скорость велосипедиста в гору и под гору, если скорость велосипедиста на равнине равна 15 км/ч.
1350. Два туриста вышли из пунктов *A* и *B* одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч, причем второй турист пришел в *A* на 2 ч 30 мин позднее, чем первый в *B*. Сколько времени затратил каждый турист для прохождения всего пути?
1351. Расстояние между двумя пристанями равно 72 км. Теплоход совершает путь туда и обратно за 10 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

1352. Когда водитель, возвращаясь с дачи, посмотрел на спидометр, то заметил, что он проехал столько километров, сколько минут ему осталось ехать до дома. А когда он проехал и вторую часть пути, то удивился, что он проехал опять столько километров, сколько минут было затрачено на первую часть пути. С какой скоростью ехал водитель?
1353. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней, причем первый рабочий, работая один, может выполнить эту работу на 10 дней быстрее второго. За сколько дней выполнит всю работу каждый рабочий, работая отдельно?
1354. Две машинистки, работая вместе, могут выполнить всю работу за 8 ч. Вторая машинистка, работая одна, может выполнить работу на 12 ч скорее, чем первая машинистка. За сколько часов может выполнить всю работу каждая машинистка, работая отдельно?
1355. В зрительном зале кинотеатра было 340 мест. После реконструкции число рядов в зале увеличили на 3, а число мест в ряду уменьшили на 2, и в зале стало 360 мест. Сколько рядов в зале стало после реконструкции?
1356. Скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше скорости автобуса. Легковая машина на путь в 245 км затрачивает времени на 1 ч меньше, чем автобус на путь в 225 км. Найдите скорость автобуса.
1357. На предприятии было опрошено 1000 работающих. При этом оказалось, что из них постоянно читают газету «Аргументы и факты» 525 человек, газету «Труд» 375 человек, а обе газеты постоянно читают 150 человек. Сколько опрошенных не читают этих газет?
1358. Трое мужчин со своими женами зашли в магазин. Каждый купил несколько предметов, заплатив за каждый предмет столько рублей, сколько предметов он купил. Каждый муж купил на 63 р. больше, чем его жена. Саша потратил на 1023 р. больше Нади, Слава — меньше Гали на 17 р. Имена остальных Евгений и Валя. Кто на ком женат и сколько денег потратил каждый?
1359. Бригада собрала 600 ц кукурузы на зерно, а на следующий год предполагает собрать 770 ц, увеличив при этом посевную площадь на 2 га и повысив урожайность с гектара на 5 ц. Сколько гектаров было посеяно кукурузы в первый год?
1360. Комбайнер должен убрать 180 га зерновых. Первые 3 дня он выполнял дневную норму, а затем ежедневно стал убирать на 2 га больше. За день до срока комбайнер выполнил задание и убрал сверх того 10 га. Сколько гектаров зерновых комбайнер должен убирать ежедневно по норме?
1361. Найдите коэффициенты a и c уравнения параболы $y = ax^2 + bx - c$, проходящей через точки $A(2; 3)$ и $B(6; -5)$.

1362. Расстояние между туристическими базами равно 28 км. Два туриста выходят одновременно с одной базы. Скорость первого туриста на 0,5 км/ч больше второго, и он приходит на вторую базу на 1 ч раньше. Найдите скорость каждого туриста.
1363. Лодка проплыла по течению 10 км и против течения 9 км, затратив на путь против течения на 1 ч больше, чем на путь по течению. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
1364. Имеются два слитка из разных сплавов, каждый массой 720 г. Плотность первого слитка на 1 г/см^3 меньше плотности второго слитка. Найдите объем каждого слитка, если известно, что объем одного из них на 10 см^3 больше объема другого.
1365. Из ведра с бензином взяли 1 л бензина и вылили его в ведро со смазочным маслом. Затем из ведра с маслом взяли 1 л смеси и вылили ее в ведро с бензином. Чего теперь больше: масла в бензине или бензина в масле в этих ведрах?
1366. Дана несократимая дробь. Если к числителю этой дроби прибавить 2, а знаменатель дроби удвоить, то значение дроби не изменится. Если из знаменателя дроби вычесть числитель, то дробь станет целым числом. Найдите эту дробь.
1367. Три женщины одеты в юбки и кофты белого, красного и голубого цвета, при этом только у Нади юбка и кофта одинакового цвета. У Вали юбка и кофта не белые, у Гали кофта красная. Определите цвет кофты и юбки каждой женщины.
1368. В школьной библиотеке имеется не более 5000 книг. Если их связать по 5, или по 6, или по 7, то каждый раз останется одна лишняя книга. Если их связать по 11 книг, то лишних книг не останется. Сколько книг в библиотеке?
1369. Купили 30 птиц за 30 монет. Сколько купили птиц каждой породы, если за 3 воробья уплачена одна монета, за 2 голубя — 1 монета и за 1 горлицу — 2 монеты? (Старинная задача.)
1370. В гости Саша пригласил Валу, Надю и Галю. На стол он поставил для угощения тарелку с яблоками, грушами и абрикосами. Каждый из них выбрал один из данных фруктов по своему вкусу. Какой фрукт выбрал каждый, если Саша и Валя выбрали одинаковый фрукт, а Надя не любит яблоки, Валя не любит абрикосы, у Гали аллергия на груши? Только одна из них выбрала грушу.
1371. Трое учеников знают, что номер телефона их школы четырехзначный, но запомнить полностью его не сумел никто. Первый сказал, что первые две цифры номера одинако-

- вые. Второй вспомнил, что последние две цифры тоже одинаковые. Третий сообщил, что номер телефона является точным квадратом числа. Помогите ученикам восстановить номер телефона.
1372. Пассажир должен прибыть на вокзал к 12 ч. Если он поедет со скоростью 12 км/ч, то прибудет на вокзал к 13 ч. Если он поедет со скоростью 20 км/ч, то прибудет к 11 ч. С какой скоростью должен ехать пассажир, чтобы прибыть ему в срок?
1373. Найдите множество значений функции:
- а) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; б) $f(x) = 8 + 2x - x^2$;
 в) $f(x) = 2x - x^2 - 1$; г) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
1374. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:
- а) $f(x) = 4 - x^2$; б) $f(x) = x^2 - 8x - 9$;
 в) $f(x) = (2x + 5)(5 - 2x)$; г) $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
1375. При каких значениях k неравенство $(k-1)x^2 + (k+1)x + k + 1 > 0$ будет верно при любых действительных значениях x ?
1376. При каких значениях k функция $f(x) = kx^2 + (k-1)x + k - 1$ принимает только отрицательные значения при любых действительных значениях x ?
1377. При каких значениях k выражение $(k-1)x^2 + 2kx + 3k - 2$ будет полным квадратом?
1378. При каких значениях k уравнение $3x^2 - 6x + k = 0$ будет иметь два положительных неравных корня?
1379. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y_1 = 2x^2 + 5x - 1$ и $y_2 = 2x + 1$.
1380. При каких значениях x функция $y = x^2 - 3x + 2$ будет принимать положительные значения, меньшие 6?
1381. Найдите все значения k , при которых уравнение $(k-1)x^2 - (k+2)x + k = 1$ имеет действительные корни.
1382. Найдите все значения k , при которых уравнение $(k+3)x^2 + 2kx - k = -2$ не имеет действительных корней.
1383. Постройте график функции:
- а) $y = |2x - 3|$; б) $y = |x^2 - x - 6|$.
1384. Решите уравнение:
- а) $\frac{x^2 + 5x - 6}{x^3 - 2x^2 + x} = 0$; б) $\frac{5}{x+2} + \frac{6}{x+3} = \frac{x^2 + 15x + 6}{(x+2)(x+3)}$;
 в) $\frac{4}{x^2 + 2x - 3} - \frac{3}{x^2 + x - 2} = \frac{x-1}{x^2 + 5x + 6}$;
 г) $\frac{4x-1}{2x^2-6x-8} - \frac{x-1}{x^2-2x-3} = \frac{x+3}{x^2-2x-8}$.

1385. Ученики класса решили создать свою библиотеку. Каждый седьмой ученик принес 4 книги, каждый пятый — 3 книги, 60% учеников принесли по 2 книги, остальные — по одной книге. Сколько книг в классной библиотеке?

1386. Арифметическая прогрессия состоит из 8 членов. Сумма членов, стоящих на нечетных местах, равна 56, а на четных равна 68. Найдите прогрессию.

1387. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, в которой:

$$\begin{aligned} \text{а) } a_2 + a_8 &= 70; \\ a_6 - a_3 &= 18; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } a_5 - a_3 &= 8, \\ a_2 \cdot a_4 &= 105. \end{aligned}$$

1388. В геометрической прогрессии $q = \frac{1}{2}$, $b_n = 2$, $S_n = 254$. Найдите b_1 и n .

1389. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если:

$$\begin{aligned} \text{а) } b_5 - b_3 &= 36, \\ b_4 - b_2 &= 18; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } b_4 - b_2 &= 24, \\ b_5 - b_3 &= 72. \end{aligned}$$

1390. Три числа составляют арифметическую прогрессию, сумма этих чисел равна 21. Если первое число оставить без изменения, из второго вычесть единицу, а к третьему прибавить единицу, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.

1391. Найдите сумму:

$$\text{а) } S_n = 4 + 2\frac{2}{3} + 1\frac{7}{9} + \dots;$$

$$\text{б) } S_n = \sqrt{2} + \frac{2}{2+\sqrt{2}} + \frac{2}{4+3\sqrt{2}} + \dots$$

1392. Решите уравнение

$$7 + 10 + 13 + \dots + x = 140.$$

1393. а) Решите уравнение $x + 1 + x^{-1} + \dots = 4$, если $x > 1$.

б) Докажите, что $3 + 6 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1} = 3(2^n - 1)$.

Выполните действия, если $a > b > 0$ (1394—1395):

$$1394. \text{ а) } \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - 1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right);$$

$$\text{б) } \left(\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - 2 \right) : \left(\frac{\sqrt{a}}{b + \sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right) \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}};$$

$$в) \left(\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} + \frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}}{a^2 + b^2} \right) \cdot \left(\frac{\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} b^2 + a} - \frac{\frac{1}{a^2}}{a^2 b^2 + b} \right);$$

$$г) \left(\frac{\frac{1}{\frac{1}{a^2} b^2 - a}}{\frac{1}{a^2} b^2 + b} \right) : \left(\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{a^2} + \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{b^2} \right).$$

1395. а) $\left(\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + 5b^{\frac{1}{2}} \right) - \left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} - 2b^{\frac{1}{2}} \right) \right) \times$
 $\times \left(2a + 3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} \right)^{-1};$

б) $a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} - \frac{a-b}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}}{a-b} + \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} \right).$

1396. Зубчатое колесо, имеющее 72 зубца, повернулось на 54 зубца против часовой стрелки. Выразите угол поворота колеса в радианах.

1397. Что больше: $\cos 70^\circ$ или $\operatorname{ctg} 70^\circ$, $\sin 2$ или $\cos 3$?

1398. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} 225^\circ - \cos 240^\circ - \sin^2 120^\circ + 0,75 \operatorname{tg}^2 210^\circ;$

б) $\cos^2 \frac{11\pi}{6} + 0,75 \operatorname{ctg}^2 \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{2}{3}\pi + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + 1,5 \operatorname{ctg} \frac{2}{3}\pi.$

1399. Постройте острый угол α , если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

1400. Упростите:

а) $(6 \sin \alpha + 8 \cos \alpha)^2 + (8 \sin \alpha - 6 \cos \alpha)^2;$

б) $\operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha};$

в) $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha};$

г) $1 + \cos \alpha - \frac{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}.$

1401. Вычислите значение:

а) $\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{6} \right)$, если $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $0 < \alpha < \pi;$

б) $\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$

в) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\pi < \beta < 2\pi$;

г) $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

1402. Вычислите: $\operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 70^\circ$.

1403. Докажите, что:

а) $\sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$;

б) $\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) = 2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$;

в) $\sin 865^\circ \sin 395^\circ + \cos 505^\circ \cos 575^\circ + \operatorname{tg} 575^\circ \operatorname{ctg} 215^\circ = 2$;

г) $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 140^\circ + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

1404. Найдите значение выражения:

а) $\frac{1 + \cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$, если $\cos \alpha = -0,5$;

б) $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\cos \alpha - \sin(2\pi - \alpha)}$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1405. В Москве в высотном доме на каждом этаже 8 однокомнатных квартир. Двухкомнатных квартир на каждом этаже одинаковое число. Трехкомнатных квартир в доме в 7 раз меньше, чем однокомнатных. Известно, что двухкомнатных квартир, расположенных выше восьмого этажа, на 51 квартиру меньше, чем однокомнатных квартир в доме. Сколько в доме этажей и сколько всего квартир?

1406. В шахматном турнире приняли участие четыре ученика: Саша, Веня, Коля и Алеша. Один из них учится в восьмом классе, Веня учится в десятом классе. Первое место на турнире занял семиклассник, второе место занял Коля, а четвертое — Алеша. Ученик девятого класса выступил лучше, чем Веня. Кто из них занял какое место и в каких классах они учатся?

1407. Из села в город выехал грузовик, а из города в село временно выехал автобус. После встречи грузовик прибыл в город через 1 ч 30 мин, а автобус прибыл в село через 40 мин. Найдите время движения в пути грузовика и автобуса.

1408. Катер на пути от пристани A до пристани B по течению реки затратил 6 ч, а обратно — 9 ч. За сколько часов от A до B проплывет плот?

1409. Число лет отца на 5 больше суммы лет всех его трех сыновей. Через 10 лет отец будет вдвое старше старшего сына.

- Через 20 лет — вдвое старше среднего сына. Через 30 лет — вдвое старше младшего сына. Вычислите возраст отца и каждого сына в настоящее время.
1410. Перед Новым годом Дед Мороз решил запастись подарками, и он пошел на рынок купить мешок яблок. Увидев румяные яблоки в мешке у бабки, он справился о стоимости мешка яблок. Она назвала стоимость. Деду Морозу показалось, что это слишком дорого, и он направился к другому продавцу. Бабка крикнула ему вслед: «Вернитесь! Сколько вы дадите оптом за мешок?» «Любую половину», — ответил Дед Мороз. «Нет, этого мало. Так и быть, я сбавлю двадцать процентов». «Тогда и я добавлю к своей цене двадцать процентов». Подумав, Дед Мороз добавил: «Что это вы, бабка, из-за двух рублей с килограмма торгуетесь. Пусть ребятишки радуются». «Уговорил меня, Седой, десять процентов с последней цены придется уступить», — согласилась бабка. «Придется и мне раскошиться! Я доплачу в связи с этим еще 36 р. И по рукам!» — заключил Дед Мороз. Ребята, а сколько килограммов яблок в мешке?
1411. Папа дал своим сыновьям денег всем поровну на покупку спортивных принадлежностей. Саша получил 100 р. и $\frac{1}{6}$ остатка, Веня получил 200 р. и $\frac{1}{6}$ часть нового остатка. Коля получил 300 р. и $\frac{1}{6}$ часть нового остатка и т. д. Последний сын Алеша получил свою долю. Сколько было сыновей и сколько получил денег каждый сын?
1412. Лошадь съедает воз сена за месяц, коза — за 2 месяца, овца — за 3 месяца. А за какое время лошадь, коза и овца вместе съедят воз сена?
1413. Унесли к Бабе Яге гуси Иванушку. А денег у Иванушки на обратную дорогу было мало. Пожаловался он об этом Бабе Яге. «Помогу я тебе, Иванушка, — сказала Баба Яга. — Каждый раз, как ты мне принесешь корзину яблок, у тебя деньги в кошельке удвоятся. Однако каждый раз, возвратясь с яблоками, ты и мне дашь 24 рубля». Три раза ходил Иванушка за яблоками, а когда в последний раз глянул в кошелек, то там было уже пусто. Обманула Иванушку Баба Яга. А сколько было первоначально денег у Иванушки?
1414. За контрольную работу по математике $\frac{1}{9}$ часть учеников класса получили оценку «5», $\frac{1}{4}$ часть учеников — оценку «4», половина всех учащихся получили оценку «3», а остальные написали работу на «2». Сколько учеников получили двойку?

Ответы

4. а) 1,5; б) 16; в) 2,7; г) 2,5. 5. а) $2\frac{1}{15}$; б) $4\frac{17}{24}$; в) 5,6; г) $8\frac{37}{60}$.
 6 а) $12\frac{1}{3}$; б) 1,3; в) 2,5; г) $10\frac{2}{3}$. 7. а) 1; б) 10; в) 0,4; г) 0,6. 8. а) 2,5; б) 0,4; в) 0,2; г) 12. 9. 25. 10. 300. 11. 90%. 12. 33,6 га. 13. а) 2; б) 2; в) 5; г) 10; д) 18; е) 12,1. 15. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 2; г) 2. 16. а) 0,4; б) — 10,1; в) 17; г) 20. 17. а) 4; б) 6; в) 20; г) 16. 18. а) — 25,8; б) 1,5; в) 2; г) 9. 20. а) 25; б) 125; в) 24; г) 550. 21. а) 5; б) — 4; в) 10; г) 9. 22. а) $2x$; б) $10a$; в) 6; г) $1+c$. 23. а) $5x^2+3x$; б) $2y^2+11y$; в) a^2+6a ; г) $10c^2+c$. 24. а) a^2b^2+1 ; б) $2x^2+2$; в) 5; г) $7xy-1$. 25. а) $4x-4$; б) $2a+6b$; в) $6x+2$; г) $ab+1$. 26. а) $9c+1$; б) $ab-12a$; в) $12x^2$; г) — 2. 28. а) 8; б) — 7; в) 4; г) $\frac{11}{30}$.
 29. а) Да; б) нет; в) да; г) да. 30. а) 7; б) 3; в) — 1; г) 0,5. 31. а) — 12; б) 2; в) 9; г) 2. 32. а) Да; б) нет; в) да; г) нет. 34. — 1 и 3. 35. а) Да; б) да; в) нет; г) нет. 36. а) 7; б) 5; в) 7; г) 3. 37. а) — 0,4; б) 1; в) 3; г) 5. 38. а) 4; б) 3; в) 2; г) 0; б. 39. а) 13; 15; 17; б) 11; 10. 40. а) 30° , 45° , 105° ; б) 20 см, 25 см, 35 см. 41. а) 12 лет, 15 лет; б) через 4 года. 42. а) 33, 30 и 27 учеников; б) 35 и 28 учеников. 43. а) 84; б) 62. 44. а) 62 вагона и 31 вагон; б) 240 л, 120 л. 45. а) 440 т; б) 80 т, 40 т. 46. а) 120 га, 48 га, 80 га; б) 150 ц, 45 ц, 60 ц. 47. а) 35 км/ч, 20 км/ч; б) 33 км/ч. 48. а) 48 км/ч, 60 км/ч; б) 25 ц, 37,5 ц. 49. а) 20 деталей; б) 50 вагонов. 50. а) 110 км; б) 180 км. 51. а) 300 т; б) 0,6 га. 52. а) 270 км; б) 1800 км. 53. а) Через 4 дня; б) через 3 дня. 54. а) 30 км, 25 км, 20 км; б) 50 кг, 45 кг, 10 кг. 55. а) 30 дней; б) 15 дней. 56. а) 40 л, 10 л; б) 12 л, 36 л. 57. а) 20 т, 60 т; б) 135 и 45 заготовок. 58. а) 80 км/ч; б) 9 ч. 59. а) 4 т, 5 т, 6 т; б) 50 кг, 40 кг, 60 кг. 60. а) 60 км/ч, 55 км/ч; б) 4,5 км/ч, 6 км/ч. 61. а) 44 м, 20 м; б) 45 т, 135 т. 62. а) 120 км; б) 70 км. 63. а) 9 дней; б) 23 дня. 64. а) 144 км; б) 3 ч. 73. 110,4 т. 74. 12 см, 16 см, 20 см. 75. 24° , 60° , 96° . 76. 2:5. 77. 16 ч. 78. 16 рабочих. 80. Увеличится в 3 раза. 81. 45 лет. 82. $91\frac{1}{9}$ кг. 83. 18 см, 30 см. 84. 100 г. 85. а) 20; б) 32; в) 2,5; г) 5. 147. Указание. Сумма цифр чис-

лителя делится на 9. 148. Указание. Сумма цифр числителя делится на 2 и 3. 149. а) 2; б) 3. 183. а) —1; б) 5; в) 3; г) 4. 184. а) $2a$; б) $0,5a$; в) b ; г) $4c$. 185. а) $4a^2 + 5a + 6$; б) $2a^2 - 3a + 2$; в) $5x^2 - 6xy + 10y^2$; г) $x^2 - 11xy - 23$. 186. а) $a^3 + 4a^2 - 9a$; б) $4b^3 - 13b^2 + 23b$; в) $11c^3 - 9c^2 + 24c$; г) $22x^3 - 70x^2 + 76x$. 189. 5 яблок. 191. $4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$. 192. $10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1$. 193. $2^4 + 2^3 + 2^2 + 2$. 194. а) 48; б) —40; в) 27; г) 12. 195. а) 4; б) 10; в) 3,5; г) 3. 197. а) 4; б) —2; в) —4; г) 7. 198. а) —1; б) 6; в) 9; г) —5. 211. а) —47; б) —7; в) 80; г) 6; д) 15; е) 4,5. 215. 11, 12, 13, 14. 217. 18 см, 9 см. 218. 22 дм, 10 дм. 219. 13 м. 220. а) $x^4 - y^4$; б) $a^4 - b^4$; в) $a^5 + c^5$; г) $y^4 - y^2 + 2y - 1$. 221. а) 3,5; б) 2; в) —2; г) —1. 222. а) 2; б) —1; в) —5; г) —47. 223. а) 9; б) 1. 224. 25 см, 16 см. 225. 30 см, 10 см. 226. 6 см. 228. 100 км. 229. а) 4500; б) 29; в) 64; г) 25. 232. а) $5xy(3y + 1)$; б) $8a(b - 2a)$; в) $3x^2y^2(xy - 2)$; г) $2c^3(1 + 6c^n)$; д) $a^n(a^3 + 1)$; е) $x^{n-2}(x^2 - 1)$. 233. а) $15 \cdot 4^{n-2}$; б) $x^5(x^n - 2)$; в) $y^2(y^n - 3)$; г) $5a^3(a^n + 2)$; д) $3c^4(c^{n-2} - 2)$; е) $2b^5(1 + 2b^{n-2})$. 234. а) 1,4; б) 28; в) 800; г) 200. 248. а) 0; 1; б) 0; —2; в) 0; 2,5; г) 0; 3,5. 249. а) 0; 10; б) 0; 6; в) 0; —2; г) 0; —2,5. 250. а) 0; 6,5; б) —4; в) —2; г) 0,5; 6. 257. а) —2; 3; б) —3; —4; в) —2; 6; г) 1; 5. 258. а) 1; 3; б) 2; 4; в) —2; 5; г) —5; 1. 259. а) $a(5b - 1)(2a + b)$; б) $(2x + 3)(3x^2 - y)$; в) $(2c - a)(3c - 5)$; г) $(3x - y)(2x + y)$. 260. а) $(x^2 - 1)(x + 1)$; б) $(y^2 + 2)(y - 3)$; в) $(2 - 3y)(x^2 + 2)$; г) $(4a - b)(b + 2c)$. 261. а) $(x - y)(x - 2y + 3)$; б) $(a - b)(a - 3b + 4)$; в) $(b^2 - a)(b - a - 1)$; г) $(x - 2)(a^2 + a + 1)$. 262. а) 0; б) 0; в) 19,5; г) 112, 5. 263. а) 1000; б) 0,1; в) 1. 265. 120 см². 272. а) 2; б) 1; в) 2; г) —4. 273. а) $a^6 - b^6$; б) $4x^{2k} - 9$; в) $p^2x^{2n} - a^2$; г) $4y^{2x} - c^4$. 278. а) 400; б) 50; в) 96; г) 1,5; д) 28; е) $33 \frac{1}{3}$. 279. а) 2; б) 4; в) 2; г) 9; д) 2; е) 1. 284. а) 399; б) 899; в) 3599; г) 9999; д) 396; е) 2496. 285. а) ± 1 ; б) ± 2 ; в) ± 3 ; г) $\pm 0,5$; д) $\pm 1 \frac{2}{3}$; е) $\pm 1 \frac{3}{4}$. 286. а) $-\frac{1}{3}$; б) 2; в) —1; г) —3; 1,5; д) —1; $\frac{2}{3}$; е) $\pm 3,5$. 295. а) 21; б) $\frac{4}{9}$; в) 10; г) —40. 297. а) 5; б) 1,7; в) 2; г) 2. 305. а) 1; б) —3; в) 3; г) ± 1 . 306. а) 2; б) —3; —3; 3; в) —2; г) 1. 312. а) 0; б) 56; в) 7; г) 0. 316. а) 2; б) 1,5; в) 4; г) 3; д) 1. 317. а) $(a + b)^5$; б) $(a + b + 3)(a^2 - ab + b^2)$; в) $(x - y)^3$; г) $(a - b)(a + b)^2$. 330. 4. 331. Принадлежат B, C, D . 332. Проходят $a, б, в, г$. 333. (6; 6). 334. а) (0; 0); б) (0; —2); (5; 0); в) (0; 3); (4; 0); г) (0; 0); (4; 0). 336. 3. 338. а) Нет; б) да. 340. а) (3; 2); б) (1; 4); в) (2; 3); г) (2; 4); д) (—2; 2); е) (3; —1). 341. а) (—3; —2); б) (4; —1). 342. а) (3; 1); б) (2; —3); в) (5; —2); г) (2; 1); д) (—2; —1); е) (3; —3). 345. а) (4; 1); б) (2; —1); в) (3; 2); г) (3; —2). 346. а) (—3; —2); б) (5; —2); в) (3; —4); г) (—2; —3). 347. а) (5; 1); б) (5; —4); в) (—5; 2); г) (4; —2). 348. а) (7; 2); б) (—2; —4); в) (3; 1); г) (10; —5). 349. а) (7; 5); б) (11; 2); в) (5; 2); г) (4; 0,5). 350. 20 и 31. 351. а) $a = 3, b = 4$; б) $a = 6, b = 7$. 352. а) (2; —5); б) (1; 3); в) (—6; —21); г) (10; 5). 353. а) (5; 1); б) (9; 14); в) (5; 9);

г) (6; 8). 354. а) (3; 2); б) (2; 5); в) (6; 2); г) (2; 3). 355. а) (-2; 2); б) (2; 3); в) (2; 1); г) (11; 6). 356. а) (3; 1); б) (4; 5); в) (7; 9); г) (4; 5). 357. а) (2а; 3а); б) (3б; 4б); в) (а+б; а-б); г) (2а-б; а+б). 358. Да. 359. а) $y = \frac{3}{4}x - 2$; б) $y = x + 1$; в) $y = -x + 2$; г) $y = -2x + 7$. 360. а) (2; 4); б) (4; 2); в) (6; 2); г) (4; 2). 361. а) (2; 4; 6); б) (1; 3; 5); в) (7; 5; 3); г) (1; 3; 4). 362. 18. 363. $1\frac{1}{3}$. 364. $a \neq -1,5$. 365. а) (1; 3); б) (2; 1). 366. 2. 367. 2. 368. 0,5. 369. (1; 0); (0; -3). 370. 1. 371. 1. 372. 1 т и 0,5 т. 373. 30 см, 10 см. 374. 15 и 11. 375. 4 галки и 3 палки. 376. 15 га, 12 га. 377. 3800 л, 4300 л. 378. 40 лет, 12 лет. 379. 40 л и 60 л. 380. 6 кроликов и 14 кур. 381. 26 км, 20 км. 382. 10 кг, 6 кг. 383. 9 кг, 7 кг. 384. 96 и 80. 385. 14 л и 2 л. 386. 30 га, 40 га. 387. 9 м и 4 м. 388. 60 км, 15 км/ч. 389. 60 костюмов и 66 костюмов. 390. 35, 32 и 30 учеников. 391. 38 м². 392. 20, 24 и 30 учеников. 393. 12 км/ч, 3 км/ч. 394. 45°, 35°. 395. 96 см². 396. 12 см, 5 см. 397. 5 и 17. 398. 8 га, 6 га. 399. 12 км/ч, 18 км/ч. 400. 16 лет и 11 лет. 401. 40 и 36. 402. $\frac{2}{5}$. 403. 30, 40 и 50 груш. 404. 90 т, 12 самосвалов. 405. 12 га, 10 га. 406. 12 автомашин, 2 мотоцикла с коляской и 1 — без коляски. 407. 43. 408. 2 л и 8 л. 409. 40 км/ч, 60 км/ч. 410. 21, 1. 411. 350 кг. 412. 67 груш. 413. 120 га. 414. 400 кг. 415. 104 г. 416. 93%. 417. 50. 418. а) 2; б) 1; в) 35; г) 5. 419. а) 1; б) 1; в) 30; г) 0,1. 420. а) 60; б) 4; в) 5; г) 10. 421. 0,001. 422. а) Да; б) да. 423. а) 0; б) -2; 3. 424. а) 20; б) 3; в) 4; г) 4. 425. а) 2; б) 8; в) 1; г) 4. 426. а) 0; 3; б) ± 2 . 427. а) -2; 5; б) -1; 5. 428. 2 ч 12 мин. 429. а) 111а. 430. За один день. 431. 58. 432. $\frac{13}{40}$. 433. 36 рыбок. 434. 4 км/ч. 435. 30,8 км. 436. 120 км. 437. 3 ч. 438. За 2 дня. 439. 160 км. 440. 24 яблока. 441. 220 км. 442. 3 ч. 443. 80 га. 444. 180 деталей. 445. 180 г. 446. 48 и 40. 447. На 25%. 448. (4; 1); (8; 7). 449. 36%. 450. 4. 451. Да. 452. а) $(2x-3)(3x-a)$; б) $(3a-b)(5a+1)$; в) $(2x-3)(4x+3)$; г) $2(a-2)(a^2+2a+4)$. 453. а) (4; 3); б) (3; 1); в) $(\frac{a}{b}; -\frac{2b}{a})$; г) (3; 2; 1). 454. $a=2, c=20$. 455. а) $x-3y=-3$; б) $3x+2y=8$; в) $x-2y=-6$; г) $2x-y=3$. 456. 22 и 10. 457. 17 кур и 16 кроликов. 458. 40 ц и 30 ц. 459. 16 км/ч, 14 км/ч. 460. 55 км/ч, 45 км/ч. 461. 5 км/ч, 1 км/ч. 462. 31 ученик. 464. 4 и 6. 465. 72 км/ч. 466. 53. 467. $\frac{a^{16}-1}{a-1}$. 468. Прямые $x = 1$ и $y = -2$. 469. В 5 раз. 470. -4. 471. 3. 472. 0,7. 473. $10 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 7 = 25$ или $10 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 6 = 25$. 477. 59 яблок. 478. $1+0+4+8$. 479. 48 р. 480. 1140 карасей. 481. 73 детали. 482. 61 тетрадь. 483. 150 м. 484. 35,2%. 485. 16 км. 486. 0,91 р. 487. 6 задач. 488. 7 пряников. 489. 60 км/ч. 490. 54 тетради. 491. 1 ч. 492. а) x ; б) $25x$; в) $8x^2+6x-27$; г) a^3+8b^3 . 493. а) $a+8$; б) $x+27$; в) $-27b-8$; г) a^4-1 . 494. а) $224-20x$; б) $135b+107$; в) $2y^3$; г) a^3 . 495. а) -3; б) -26; в) $75a^2$; г) $-4y^3$.

- 496.** а) $(9a-5b)(9a+5b)$; б) $2a(a-1)(a+1)$; в) $4(2a+1)$; г) $(a+b-2)(a+b+2)$. **497.** а) $(a-b)^2(a+b)$; б) $b(5b-12a)$; в) $(x+y+a)(x+y-a)$; г) $10a^2b^2(a-2b)(a+2b)$. **498.** а) 20 000; б) 6000; в) 9999; г) 2499. **503.** а) 0; $\pm \frac{1}{2}$; б) 0; 2,5; в) 0; 1; 1; г) 2; д) 1; е) -2. **504.** а) 5; б) -2; 0; в) не теряет смысла; г) -5; 1. **505.** а) $x \neq 2$; б) x — любое действительное число; в) $x \neq -3$; г) $x \neq 2$, $x \neq -4$; д) $x \neq -5$; $x \neq 5$; е) x — любое действительное число. **506.** а) 3; б) 1; в) 4; г) 2,5. **507.** а) 0; б) 2; в) 2,5; г) 0,8; д) -2 и 1; е) нет такого значения. **508.** а) ± 2 ; б) 5; в) -4; г) при любых значениях n система имеет решение. **509.** а) 7; б) -2; в) 2; г) 3. **510.** а) Да; б) нет; в) да; г) да. **511.** а) Нет; б) нет; в) да; г) нет; д) да; е) да. **512.** Да. **513.** а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{15}{16}$; г) $\frac{7}{6}$. **514.** а) $3x$; б) $3ab$; в) $5b$; г) $3x^2y$; д) $0,8ab^2$; е) $\frac{5}{ac}$; ж) $\frac{7ax^2}{y^2}$. **514.** а) $\frac{x-1}{x+1}$; б) $2x+3$; в) $-\frac{a}{b}$; г) $-\frac{a}{b}$; д) $\frac{3x}{y}$; е) $-\frac{3x}{2y}$. **516.** а) $\frac{a-b}{2(a+b)}$; б) $3(2y-x)$; в) $a-1$; г) $2y-x$; д) $\frac{x+y}{x-y}$; е) $\frac{a+b}{2(a-b)}$. **517.** а) a^{k-2} ; б) $3x^{2-k}$; в) a^2 ; г) a^2b^{n-2} ; д) $-x$; е) $-a^2$. **518.** а) $a-1$; б) $x+3$; в) $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$; г) $\frac{x^2+xy+y^2}{x-y}$; д) $a+2$; е) a^3-b^3 . **519.** а) $\frac{x-2}{x+3}$; б) $\frac{a-1}{a+2}$; в) $\frac{3x-5}{x+1}$; г) $\frac{2a-b}{2a+3}$. **520.** а) 2; б) $\frac{1}{4}$; в) 0,5; г) 1. **521.** а) 6; б) $a+b$; в) $a-b$; г) $a+2$. **522.** а) $\frac{a+b}{a-b}$; б) $a-1$; в) $3(a-b)$; г) a^2-b^2 . **523.** а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{5a-3b}{10}$; д) $\frac{7a+4b}{12}$. **524.** а) $\frac{7}{20}$; б) $\frac{9x-5}{20x^2}$; в) $\frac{1}{x^4}$; г) $\frac{1}{12b}$. **525.** а) $\frac{2a^2+50}{a^2-25}$; б) $\frac{20}{(a-4)(a+1)}$; в) $\frac{15a+3}{a^2-9}$; г) $\frac{39b+7}{b^2-49}$. **526.** а) $\frac{1}{4x-3}$; б) $\frac{4}{a+1}$. **527.** а) $\frac{x-y}{x+y}$; б) $\frac{2a}{1-a}$. **528.** а) $\frac{2}{4a^2-9}$; б) 0; в) $\frac{2}{a^2-16}$; г) -1,5. **529.** а) $\frac{11a-4}{3(1-a^2)}$; б) $\frac{4}{3(x-2)}$; в) $\frac{5b^3+6a^2b}{(a^2-b^2)^2}$; г) $\frac{32x}{(x^2-4)^2}$. **530.** а) $\frac{x-2}{x^2+2x+4}$; б) 0; в) $\frac{4}{2x(x+5)}$; г) $\frac{4}{4-a^2}$. **531.** а) $-\frac{1}{y^2+1}$; б) $\frac{4x}{3(x-2)}$; в) $\frac{8}{3b-1}$; г) $\frac{12x}{1-x^3}$. **532.** а) $\frac{1}{2b}$; б) $\frac{2x(x-y)}{x^2+xy+y^2}$; в) $\frac{2a^2}{a^3+b^3}$; г) $x+2$. **533.** а) -30; б) 13; в) 6; г) 8. **534.** а) -4; б) 3; в) 7; г) нет корней. **535.** а) 6; б) 1; в) 0,5; г) 0,4. **536.** а) $8x^2$; б) $3xy$; в) $6ab$; г) $\frac{2a^2y}{7}$; д) $\frac{5c^2}{2ay}$; е) $\frac{6c}{xy}$. **537.** а) $\frac{3}{a-1}$; б) $\frac{3}{x+2}$; в) $\frac{x}{2y}$; г) $\frac{2b}{3a}$; д) 1; е) $\frac{2(a-b)}{ab}$. **538.** а) $\frac{(x+3)(x-6)}{x^2}$; б) $\frac{a+b}{2}$; в) $\frac{a-2c}{a^2}$; г) $\frac{3}{2(a+1)}$; д) $\frac{a^2-c^2}{c^2}$; е) $\frac{5}{9}$.

539. а) $\frac{3}{a(a+2b)}$; б) $\frac{c^2-cy+y^2}{3(c-y)}$; в) $\frac{2}{a^2-b^2}$; г) 0,4. 540. а) -2; б) 2; в) $\frac{(x-2y)(2x-3y)}{3(x+2y)}$; г) $\frac{3x+2y}{y}$. 541. а) $\frac{1}{a^2-b^2}$; б) $5\frac{1}{3}$; в) $x-1$; г) 9,5; в) $-\frac{1}{x+2y}$; г) $\frac{2(a+2b)}{5(a-3b)}$; -1,6. 542. а) $\frac{1}{2}$; б) -4; в) a^2+1 ; г) -1. 543. а) $\frac{1}{2x+1}$; б) 0; в) 1; г) $\frac{1-y}{x}$. 544. а) $\frac{2b^2}{a-b}$; б) 1; в) 2; г) $\frac{x(x-y)}{x+y}$. 545. а) -1; б) -1; в) $-\frac{x+y}{6y}$; г) $\frac{2y}{(x+y)^2}$. 546. а) $\frac{a^2-ab+b^2}{b-a}$; б) 6; в) $\frac{10x}{x+10}$; г) $\frac{a^2-ab+b^2}{(a-b)^2}$. 547. а) $\frac{c-2}{c+2}$; б) $\frac{x+y}{x-y}$; в) x ; г) $1-2xy$. 548. а) $\frac{2x+y}{2x-y}$; б) -1; в) $\frac{1}{2y}$; г) $a+b$. 550. а) $\frac{1}{c}$; б) 4; в) $\frac{a}{a^2+1}$; г) 0,4; в) $\frac{x+1}{x-1}$; г) 1,8; г) $\frac{a}{a-b}$; 2,5. 551. а) 1; б) -1; в) 3; г) 3. 552. а) $-\frac{3}{7}$; б) 3; в) 8,5; г) -9,5. 553. а) 0,2; б) 10; в) 0; г) 1. 554. а) $3b$; б) $a-b$; в) $\frac{a+c}{2}$; г) 0; д) a^2-b^2 ; е) $\frac{c}{6}$. 555. 81 см^2 ; 144 см^2 . 576. а) $27\sqrt{2}$; б) $18\sqrt{2}-20$; в) $51\sqrt{3}$; г) $\sqrt{5}$. 577. а) $17\sqrt{3}$; б) $9\sqrt{2}$; в) 1; г) $14\frac{2}{3}\sqrt{2}-1$, $75\sqrt{3}$. 578. а) $5,3\sqrt{6}$; б) $11\frac{7}{15}\sqrt{3}-14$; в) $12x\sqrt{x}$; г) $10xy\sqrt{2xy}$. 579. а) 10; б) 36; в) $5\sqrt{3}$; г) 6; д) 8; е) $\sqrt{2}$. 580. а) $72\sqrt{3}-126$; б) $120\sqrt{2}$; в) $150-30\sqrt{2}$; г) $16\sqrt{3}$. 581. а) $5\sqrt{3}-2$; б) $2-14\sqrt{3}$; в) $5-3\sqrt{5}$; г) $16-2\sqrt{3}$. 582. а) $33-12\sqrt{2}$; б) $22-12\sqrt{2}$; в) $54+24\sqrt{2}$; г) $85+60\sqrt{2}$. 583. а) 37; б) 123; в) $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$; г) $14+5\sqrt{2}-4\sqrt{5}-5\sqrt{10}$. 584. а) 4; б) 2; в) 4; г) 2. 585. а) 8; б) 2; в) 6; г) 7. 586. а) $2\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{5}$; г) $2\sqrt{6}$; д) $3\sqrt{3}$; е) $3\sqrt{2}$; ж) $\sqrt{3}$; з) $9\sqrt{2}$. 587. а) $2\sqrt{a}$; б) $2x\sqrt{x}$; в) $(x+1)\sqrt{x-1}$; г) $\sqrt{a+1}$; д) $\frac{\sqrt{x+5}}{x+5}$; е) $\sqrt{a+2}$; ж) $2\sqrt{2x-1}$; з) $\sqrt{2x+1}$. 588. а) $\sqrt{2}+1$; б) $3-\sqrt{3}$; в) $\frac{4+\sqrt{3}}{13}$; г) $-2(2+\sqrt{5})$; д) $a+3\sqrt{2}$; е) $x-2\sqrt{3}$; ж) $\sqrt{a}-\sqrt{2}$; з) $2(\sqrt{a}-\sqrt{b})$. 589. а) $\frac{7+2\sqrt{10}}{3}$; б) $4-\sqrt{15}$; в) $5-2\sqrt{6}$; г) $\frac{35\sqrt{3}-15\sqrt{2}-7\sqrt{6}+6}{43}$; д) $\sqrt{a}-2\sqrt{3}$; е) $14\sqrt{3}-\sqrt{15}-10,5\sqrt{5}+4$. 590. а) $a+\sqrt{3}$; б) $\sqrt{x}+\sqrt{10}$; в) \sqrt{a} ; г) \sqrt{x} ; д) $\sqrt{a}-2$; е) $3-\sqrt{x}$. 591. а) 1; б) 7; в) 3; г) 8. 592. а) $2\sqrt{10}-2$; б) 7; в) $a\sqrt{a}-1$; г) $x\sqrt{x}+3\sqrt{3}$. 593. а) $\frac{2}{3}$; б) 74; в) $6\sqrt{2}-5$; г) $\frac{4}{9}$; д) 10; е) 12. 594. а) 8; б) $\sqrt{2}$; в) $1-2\sqrt{2}$;

- г) 1. **595.** а) 0; 1; б) 0; 2,5; в) 0; $-\frac{1}{3}$; г) 0; 4; д) -2 ; 0; е) $-\frac{1}{2}$;
0. 596. а) ± 1 ; б) $\pm \frac{1}{2}$; в) $\pm \frac{4}{3}$; г) ± 1 ; д) $\pm \sqrt{2}$; е) нет корней.
597. а) ± 12 ; б) $\pm 29,25$; в) $0; \frac{1}{2}$; г) 0; 2. **598.** а) 0; -5 ; б) $\pm \frac{1}{2}$;
в) 0; 0,5; г) ± 4 . **599.** а) 0; 7,5; б) ± 1 ; в) -2 ; 0; г) 0. **600.** а) 0; 2;
б) 0; $\frac{1}{2}$; в) 0; 1; г) -13 ; 0. **601.** а) $\pm 2\sqrt{5}$; б) ± 6 ; в) ± 6 ;
г) ± 4 . **602.** а) ± 2 ; б) ± 3 ; в) 0; 6; г) 0; -4 . **603.** 12 км/ч.
604. 2 км/ч. **605.** а) -1 ; 3; б) -5 ; 1; в) -1 ; 7; г) -9 ;
1. 606. а) -2 ; 8; б) -1 ; 3; в) -5 ; 3; г) -4 ; -6 . **607.** а) 9; б) 1;
в) 49; г) 225. **608.** а) 2; 3; б) 3; 4; в) -6 ; 1; г) -2 ; 4. **609.** а) -6 ; 4;
б) -3 ; 4; в) -6 ; 5; г) 6; 7. **610.** а) -5 ; -7 ; б) -7 ; 4; в) 6; 8;
г) 2,5; 4. **611.** а) -7 ; 8; б) 4; 15; в) -8 ; 3; г) 2; 3,5. **612.** а) ± 1 ;
б) ± 2 . **613.** а) $-2,5$; 4; б) $-\frac{1}{3}$; 2; в) -3 ; $\frac{1}{2}$; г) -2 ; 1,5. **614.** а)
 $-\frac{1}{2}$; 4; б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$; в) -5 ; $\frac{4}{3}$; г) нет корней. **615.** а) $1; \frac{5}{3}$; б) $-2; \frac{1}{4}$;
в) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$; г) нет корней. **616.** а) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}$; б) 1; 0,6; в) $-1; \frac{3}{4}$; г) -2 ;
 $-1,5$. **617.** а) $-1; 2\frac{2}{3}$; б) 1; 3,75; в) $-3; -0,5$; г) $-2,5$;
2. **618.** а) $-2,8$; б) $-2; 3\frac{1}{15}$; в) $-14; 4$; г) $-1; -27$. **619.** а)
 -6 ; б) -5 ; в) $-8; \frac{7}{4}$; г) 2; $-\frac{7}{8}$. **620.** а) $-3\frac{2}{3}$; 3; б) $-7; 8$; в) 4;
г) $-2; -8$. **621.** а) $2c+1; -2-c; c \neq -1$; б) $2a+2; 2a-2; a \neq$
 $\neq \pm 2$. в) $2a+b; -a-2b$; г) $5c; 0; c \neq 0$. **622.** а) $-1,5$; б) 3;
в) нет корней; г) 3. **623.** а) 1; $-\frac{9}{19}$; б) $-\frac{7}{9}$; 2; в) 6; г) -5 . **624.** а)
Нет корней; б) нет корней; в) $-\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$; г) нет корней.
627. а) 25; б) 36; в) 1; г) 36. **628.** а) Знаки корней разные; б) оба
отрицательные; в) оба положительные; г) знаки корней разные.
629. а) 11; б) -5 ; в) -5 ; г) 5. **630.** 54. **631.** 16. **632.** 12. **633.** 5. **634.** а)
 $x^2-7x+12=0$; б) $x^2-bx-c=0$. **635.** $p=1, q=-2$. **636.** $2-\sqrt{3}$;
 $c=1$. **637.** 15. **638.** $8x^2-6x+1=0$. **639.** $x^2+13x-30=0$.
640. ± 24 . **641.** $x^2-(b^2-2c)x+c^2=0$. **642.** $x^2+(1+q)x+q=0$.
643. -6 . **644.** а) 12 и 15; б) 22 и 15; -15 и -22 . **645.** а) 12 и 25;
 -12 и -25 ; б) 12 и 18. **646.** а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{8}{15}$. **647.** а) 6,8, 10 и $-2,0, 2$;
б) 10, 11, 12, 13, 14. **648.** а) 7 и 9; б) 7 и 8. **649.** а) 24 и 20 рубашек;
б) 12 км/ч, 30 км/ч. **650.** а) 8 дней; б) 6 дней. **651.** а) 12 км/ч;
б) 2 ч 15 мин. **652.** а) 60 га; б) 16 дней. **653.** а) 70 м, 40 м; б) 120 м,
60 м. **654.** а) 30 см, 20 см; б) 15 см. **655.** а) 8 см, 15 см, 17 см;
б) 210 см². **656.** а) 168 см²; б) 13 см. **657.** а) 40 км/ч, 30 км/ч;
б) 225 см². **658.** а) 8 и 18; б) 4 и 16. **659.** а) 24 Н, 10 Н; б) 48 Н,
14 Н. **660.** а) 70 км/ч, 60 км/ч; б) 7 ч. **661.** а) 15 км/ч; б) 2 км/ч.
662. а) 5 ч 15 мин; б) 50 км/ч. **663.** а) 7 ч 52 мин; б) 55 км/ч.

664. а) 24 ч и 21 ч; б) 12 ч. 665. а) 12 ч и 8 ч; б) 20 ч и 15 ч. 666. а) 84 ч, 60 ч; б) 10 дней, 15 дней. 667. а) 9 автобусов; б) 10 грузовиков. 668. а) 15 рядов или 20 рядов; б) 12 или 15 рядов. 669. а) 10 км/ч; б) 12 грузовиков. 670. а) 48 км/ч; б) 15 км/ч. 671. а) 6 дней; б) 20 и 15 изделий. 672. а) 10 км/ч; б) 2 км/ч. 673. а) 78 деталей и 60 деталей или 60 деталей и 42 детали; б) 6 дней и 7 дней или 5 дней и 6 дней. 674. а) 6 рейсов; б) 5 т. 675. а) 50 км/ч; б) 80 км/ч, 60 км/ч или 100 км/ч, 80 км/ч. 676. а) 21 ч; б) 3,5 км/ч, 4 км/ч. 677. а) 10 дней, 15 дней; б) 6 дней, 12 дней. 678. а) 20 км/ч и 50 км/ч; б) 5 ч и 7 ч 30 мин. 679. а) 10 л; б) 8 л и 7 л. 680. а) 15%; б) 10%. 681. а) 16 команд; б) 25 учеников. 682. а) 8 сторон; б) 12 точек. 683. а) 10 сторон; б) 14 диагоналей. 684. а) 10 рабочих; б) 10 автомашин. 685. а) 24 га, 27 га или 15 га, 18 га; б) 9 ч или 4 ч. 686. а) 20 км/ч; б) 3 км/ч. 687. а) 15 км/ч; б) 16 км/ч. 688. а) 90 км/ч; б) 60 км/ч; б) 60 км/ч; 40 км/ч. 689. а) 20 км/ч; 30 км/ч; б) 4 км/ч; 5 км/ч. 690. а) 10 ч, 15 ч; б) 24 ч, 12 ч. 691. а) 24 км/ч; б) 50 км/ч. 692. а) 300 см²; б) 120 см². 693. а) 20 машин, 17 машин или 15 машин, 12 машин; б) 20 ц, 15 ц или 35 ц, 30 ц. 694. а) 18 костюмов; б) 10 га. 695. а) 15 рядов, 18 мест; б) 12 дней. 696. а) 40 км/ч; б) 400 км, 40 км/ч. 697. а) 27 км/ч или 18 км/ч; б) 18 км/ч. 717. а) $x > -1$; б) $x > -1$; в) $x \leq 2$; г) нет решения. 718. а) $x \geq 6$; б) x — любое число; в) $x \leq 9$; г) $x < 10$. 719. а) $x \geq 6$; б) $x \leq 0$; в) $x < -3$; г) $x \geq 0,25$. 720. а) $x \leq 8$; б) $x \geq 5$; в) $x < 5$; г) $x < -1$. 721. а) $x \geq 2,2$; б) $x \geq 0,6$; в) $x \leq -2$; г) $x \leq 3$. 722. а) $x \geq 2$; б) $x \geq -5$; в) $x \geq 5$; г) $x \leq -\frac{1}{8}$; д) $x \leq -3$; е) x — любое число. 723. 1 и 2. 724. $x < 0$. 725. $x > 0$. 726. а) $(-3; 1)$; б) $(-10; -9)$; в) $(-4; 2)$; г) $(-3,5; 6)$. 727. а) $x > 4,4$; б) $x > 0,5$; в) $x < -1$; г) $(-3; -2)$. 728. а) $(3\frac{1}{8}; 9)$; б) $(-1,2; 6)$; в) $x > 10$; г) $x < -6$. 729. а) $(-4; 3)$; б) $(-2; 2,8)$; в) $(-1; 1)$; г) $(0; 2)$. 730. а) $(2; 3)$; б) $(1; 3)$; в) $x > 4$; г) $x > 8$. 731. а) 1; б) 3; в) -1; 0,1; г) -2; -1; 0. 732. а) $y \geq 4$ и $y < 2$; б) $(-3; 3)$; в) $(1,5; 2)$; г) $[2; 2,5)$. 733. а) $(2; 4)$; б) $(-2; 1)$; в) $[2; 3]$; г) $[-4; 4]$. 734. а) $x < 1$ и $x > 4$; б) $[-2; -1]$; в) $x < -\frac{1}{3}$ и $x > 1$; г) $[0; 6]$; д) $(0; 6)$; е) $x < -1$ и $x > 1$. 735. $[2; 5]$. 736. $[-1,5; 6]$. 737. 2 см; 3 см; 4 см. 738. 53 или 64. 739. а) $x \leq -3$ и $x > 2,5$; б) $x < 0,5$; в) $x \leq 0$; г) $x \geq 1$. 740. а) $x < 1$ и $x > 2$; б) $x = 1$; $y = 1$. 741. а) $x \leq -\frac{1}{2}$ и $x \geq \frac{1}{2}$; б) $(-2; 3)$; в) $x \leq 1$ и $x \geq 4$; г) $[2; 3]$; д) $[-1; 3]$; е) $(-1; 3)$. 742. $(2; 3)$. 743. $b < 2$ и $b > 3$. 744. $c = 3$; $x = 3$. 745. $-1 < c < 1$, $c \neq 0$. 746. $n > 2$. 747. а) $c > 5$; б) $c > 2$; в) $c > 2$; г) $c < 3$ и $c > 5$. 748. а) $k < 6$; б) $(-2; 1)$; в) $(2; 3)$; г) $k < 4$ и $k > 6$. 749. $b > 6$. 750. $a > 6$. 751. Больше 4 л, но меньше 7,5 л. 781. 2,67 кг. 782. 73 кг. 783. $3,3 \cdot 10^5$. 784. $6,37 \cdot 10^6$ м. 785. 8 мин. 786. 81 раз. 792. 20,3. 793. 118,0 кг. 794. 9,3 дм². 795. 0,05%. 796. 0,23%.

798. 500. 799. 91. 800. 22. 803. а) 3,92; б) 2,8; в) 12,5; г) 1. 804. а) 1; б) 3; в) 2,5; г) 0,4. 805. а) 2,5; б) 10; в) 2,5; г) 2,5. 806. а) 0,03; б) 20; в) 12,5; г) 0,1. 807. 200. 808. а) (1; 4); б) (4; 0); в) (4; 2); г) (5; 1). 809. а) $\frac{1}{4-x}$; б) 1; в) $2a+b$; г) 1. 810. а) 1; б) $(x+2)^2$. 811. а) $-18a$; б) $\frac{16}{5b-9}$; в) 0,25; г) 2. 812. а) 5; б) 10; в) 50; г) 100. 813. а) -7 ; б) 6,25; в) 96; г) $24\sqrt{3}-8$. 819. $(-1; -1)$ и $(2; -4)$. 820. $(2; -4)$ и $(0; 0)$. 821. ± 1 . 822. 4. 823. $(1; 0)$. 824. $2a-1$. 825. $\frac{2}{3}$. 826. Биссектрисы координатных углов. 828. 4. 829. 101^{10} больше. 830. $[-11; -2,5)$. 831. 22. 832. 2; 3; 6. 833. 6 дней. 834. $20 \cdot 5 = 100$ или $3 \cdot 10 + 5 \cdot 9 + 25 \cdot 1 = 100$. 835. $(x^2-2x+2)(x^2+2x+2)$. 836. 3×6 или 4×4 . 837. 0,5 и -1 . 838. $a=1$, $b=2$. 839. 18. 841. 20,10 и 40 яблок. 842. 6 кг. 843. 68 яиц. 844. 12 км/ч. 845. 35, 46, 74. 846. 4,8 км/ч. 847. 120 км. 848. 300 деталей. 849. 5 и 10 см. 850. 7 лет. 851. 12 км. 852. Данную дробь. 853. 30 учеников. 854. 210 приборов. 855. 25 и 1, 16 и 4, 9 и 9. 856. 36 к. 857. 80 км/ч. 858. Жене — 54, Гале — 45, Ане — 4,5 года. 859. 36 ч, 18 ч. 860. 15 км/ч, 3 км/ч. 861. 4 л, 6 л. 862. 4 ч 48 мин. 863. 58. 864. 4 кг. 865. 21, 22, 23, 24 и 25, 26, 27. 866. Первый. 867. 48 или 16 обезьян. 868. а) $-3,3$, 12; б) 0,1, 40. 869. а) 1; 57; б) 0; 49. 870. а) 1; $1\frac{2}{3}$; б) -1 ; 4,5. 871. а) 3; 4; б) -1 ; 4. 872. а) x — любое число; б) x — любое число; в) $x \neq 3$; г) $x \neq -\frac{1}{2}$; д) $x \neq 1$; е) $x \neq -1$; $x \neq 7$; ж) $x \neq 2$; $x \neq 1,5$; з) $x \leq 10$. 873. а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$; б) -1 ; 5; в) $\frac{1}{2}$ и 2; г) $-\frac{1}{3}$ и 1. 874. а) 9; б) 5; в) 2. 875. а) 25; б) 9. 876. ± 18 . 877. -1 ; 3. 884. а) $\frac{x-2}{x-3}$; б) $\frac{x-3}{x-5}$; в) $\frac{x-4}{x+3}$; г) $\frac{x-5}{x+3}$. 885. а) $\frac{x+2}{x+1}$; б) $\frac{x+3}{x-2}$; в) $\frac{x+2}{x-3}$; г) $\frac{x+1,5}{x-2}$. 886. а) $\frac{2-x}{7x-2}$; б) $\frac{x-14a}{x-2a+3}$; в) $\frac{2a-1}{a^2-3a+9}$; г) $2a-1$. 887. а) 1; б) 2; в) $\frac{2}{a}$; г) $\frac{1}{4a-3}$. 888. а) $-2,5$; б) нет корней; в) -6 ; г) 3. 889. а) -9 ; б) 8; в) 3; г) -17 . 890. а) $x \neq \frac{1}{2}$; б) $x \neq 3$; $x \neq -6$; в) $x \neq 2$; $x \neq -\frac{1}{3}$; г) $x \neq 5$; $x \neq -\frac{2}{3}$. 891. 0; 30; 44. 892. -2 и 4; -3 и 5. 893. а) $y = 6x^2$; б) уменьшится в 4 раза. 895. а) $-\frac{1}{2}$; б) -2 . 896. а) $a = -1$; $c = 3$; б) 5. 897. Да. 898. а) $(-2; 2)$; б) $(-1; 1)$. 907. $a = 1$, $m = -1$, $n = -4$. 908. $a = -1$, $m = -2$, $n = 9$. 909. а) $y = (x-2)^2 + 4$; б) $y = (x-3)^2 + 3$; в) $y = 2(x-2)^2 + 5$. 910. а) 100; б) 200. 911. -4 . 912. а) -1 ; -16 ; б) 2; -9 ; в) 2; -5 ; г) $-0,8$; $-6,2$. 913. а) ± 2 ; б) нет корней; в) -1 ; 3; г) 1; 5. 914. а) (2; 8), $(-1,5; 4,5)$; б) (0; -3), (3; 0). 915. а) (4; 0), (2; -4); б) (1; 0),

($-4; -5$). **916.** а) $(3; 1)$, $(-2; -4)$; б) $(-3; 5)$, $(3; 5)$. **917.** а) $(0; -1)$, $(3; -4)$; б) $(2; 3)$, $(-4; -3)$. **918.** а) $(-1; 0)$, $(4; 5)$; б) $(0; -3)$, $(-3; 0)$. **921.** а) $k=1$; $k=-\frac{1}{2}$; б) $k=2$; $k=\frac{1}{2}$.
922. а) $(4; 7)$; б) $(-3; \frac{1}{2})$. **923.** а) $(2; 10)$; б) $(7; 9)$. **924.** а) $x < -1$ и $x > 9$; б) $(-2; 6)$; в) $(3; 5)$; г) $x < -6$ и $x > 4$. **925.** а) $[-3; 3]$; б) $x \leq -5$ и $x \geq 0$; в) x — любое число; г) $x = 2$. **926.** а) x — любое число; б) нет решения; в) x — любое число; г) $x = 1,5$. **927.** а) $[-4; \frac{1}{2}]$; б) $x \leq \frac{2}{3}$ и $x \geq 3$; в) $x \leq -4$ и $x \geq \frac{2}{5}$; г) $(-5; \frac{3}{4})$. **928.** а) $x \leq -\frac{1}{2}$ и $x \geq 3$; б) $x \leq 1$ и $x \geq 8$; в) $(1; 2)$ и $x > 3$; г) $(2; 5)$ и $x < 1$. **929.** а) $x < -3$; $-2 < x < -1$; $x > 5$; б) $(2; 3)$; $(3; 4)$; в) $x < -3$ и $-1 \leq x < 5$; г) $-3 < x < 1$. **930.** а) $[0; 5]$; б) $x \leq -9$ и $x \geq 3$; в) $[-7; 2]$; г) $x \leq -3$ и $x \geq \frac{1}{2}$. **931.** а) x — любое число; б) x — любое число; в) нет значений x ; г) $x < -1$ и $x > 6$. **933.** а) $[1; 6)$; б) $[-2; 2]$; в) $[0; 4]$; г) x — любое число. **934.** Да, нет. **935.** а) x — любое число; б) нет корней. **936.** а) $c > 1$; б) $c \geq 4$; в) $c > 3$; г) $c < -2$ и $c > 2$. **937.** а) $k < -\frac{1}{2}$; б) $k < -7,2$; в) $(0; 28)$; г) $k > 9$. **939.** а) $-4 < x < 1$ и $x > 3$; б) $-5 < x < -1$ и $x > 4$; в) $x < -6$ и $0 < x < 3$; г) $(-2; 2)$. **940.** $-2 < x < \frac{1}{2}$ и $x > 3$. **941.** $x < -5$ и $-1 < x < 2$. **942.** а) $(-1,4; 5)$; б) $(0,5; 2)$; в) $(-0,4; 6)$; г) $(-2; 1)$. **943.** $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$. **944.** а) $(-2; -1)$; б) $(-1; 2)$; в) $x < -2$ и $x > 3$; г) $(-1; 3)$. **945.** а) $\pm 1; \pm 2$; б) $\pm 1; \pm 3$; в) $\pm 2; \pm 3$; г) $\pm 2; \pm 5$. **946.** а) $\pm 3; \pm 5$; б) $\pm 1; \pm 4$; в) $\pm 1; \pm \sqrt{5}$; г) ± 2 . **948.** а) $\frac{x^2-16}{x^2-49}$; б) $\frac{x^2+1}{x^2+2}$. **950.** а) $\pm 2; \pm 3$; б) $\pm 1; \pm 2$; в) $-5; -3; 1; 3$; г) $-3; 2$; д) 16 ; е) $-5; -3; \pm 1$. **951.** а) $(2; 3)$; б) $(2; 1)$. **952.** а) $(4; 0)$, $(1; 3)$; б) $(1; 0)$, $(-2; 6)$; в) $(0; 0)$, $(4; -4)$; г) $(1; -3)$, $(4; 0)$. **953.** а) $(-4; 4)$, $(-2; 0)$; б) $(5; 2)$, $(-2; -5)$; в) $(2; 4)$; г) $(4; 3)$, $(-4; -3)$. **954.** а) $(2; 3)$, $(-6; -1)$; б) $(2; 3)$, $(5; 0)$; в) $(3; 2)$; г) $(0; 4)$, $(4; 0)$. **955.** а) $(5; 3)$, $(-4; -6)$; б) $(5; 2)$, $(-7; -10)$; в) $(6; 2)$, $(-2; -6)$; г) $(-9; 2)$, $(-2; 9)$. **956.** а) $(3; 2)$, $(0; -1)$; б) $(3; 4)$, $(-0,5; -3)$; в) $(4; 3)$, $(-4; 11)$; г) $(4; 1)$, $(-1; -4)$. **957.** а) $(5; 2)$, $(1; 0)$; б) $(3; 4)$, $(-3; 1)$; в) $(2; 1)$, $(-1; -2)$; г) $(3; 1)$, $(4,25; 3,5)$. **958.** а) $(2; 1)$, $(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$; б) $(2; 4)$, $(12; -6)$; в) $(5; 2)$, $(-3; -6)$; г) $(4; 1)$, $(5; 0)$. **959.** а) $(4; 6)$, $(0,5; 2,5)$; б) $(4; 2)$, $(16; -10)$; в) $(2; 6)$, $(7; 11)$; г) $(2; 4)$, $(4; 6)$. **960.** а) $(7; 3)$; б) $(2; 6)$, $(-2; -6)$, $(6; 2)$, $(-6; -2)$; в) $(4; 9)$, $(5\frac{1}{3}; 11)$; г) $(\pm 3; 4)$, $(0; -5)$. **961.** а) $(1; 4)$, $(4; 1)$; б) $(4; 2)$, $(4; -3)$, $(-5; 2)$, $(-5; -3)$; в) $(3; 2)$, $(2; 3)$; г) $(3; 1)$, $(-1; -3)$. **962.** а) $(16; 4)$, $(4; 16)$; б) $(2; 4)$; в) $(5; 3; 1)$, $(-5; -3; -1)$;

г) (1; 2; 3), (-1; -2; -3). 963. а) Нет корней; б) (4; 2). 964. а) (-4; 2), (2; -4); б) (5; -2), (2; -5). 965. 7 и 4. 966. 6 и 3. 967. 18 и 8. 968. 25 и 9. 969. 7 и 5. 970. 6 и 4. 971. 12 см, 5 см. 972. 40 м, 20 м. 973. 15 Н, 20 Н. 974. 9 см, 12 см. 975. 36. 976. 18 км/ч. 977. 60 км/ч. 978. 16 км/ч. 979. 3 км/ч. 980. 6 км/ч. 981. 18 дм, 27 дм. 982. 80 км. 983. 60 км/ч. 984. 18 см, 12 см. 985. 10 ч, 8 ч. 986. 20 ч, 30 ч. 987. 12 дней, 24 дня. 988. 10 га, 15 га. 989. 10 дней, 15 дней. 990. 50 ц, 40 ц. 991. 4 км/ч и 6 км/ч; 6 км и 8 км. 992. 42. 993. 12 девочек, 15 мальчиков. 994. 12 га, 9 га. 995. 15 см². 996. 30 см. 997. 60 км/ч, 4 км/ч. 1002. а) $3 + 4(n-1)$; б) $\frac{n}{n+1}$; в) $\frac{1}{n}$; г) $3n-1$; д) n^2 ; е) $3 \cdot 2^{n-1}$; ж) $\frac{1}{n^2}$; з) $(-1)^n \cdot 2^{n+1}$; и) $\frac{n+2}{(n+1)^2}$; к) $\frac{1}{n(n+1)}$. 1003. Нет, да, да. 1004. Да, нет, да. 1005. $n=20$. 1006. 7. 1008. $n=51$. 1012. а) 41; б) 63; в) 71; г) 31; д) 30; е) 40. 1013. а) 2; б) 10; в) 5; г) 7. 1016. 27, 31, 35, 39, 43. 1017. а) $a_1=24$, $d=4$; б) $a_1=1$, $d=11$; в) $a_1=8$, $d=7$; г) $a_1=-30$, $d=-4$. 1018. Да, нет, да. 1019. а) 18-й; б) 35-й. 1020. 6. 1021. (2; 8), (10; -8). 1023. Нет. 1024. 20-м. 1026. а) 105; б) -588; в) 99; г) -444; д) 204; е) 339,2. 1027. 650. 1028. n^2 . 1029. 1220. 1030. 3480. 1031. 15, 12, 9, 1032. 7, 12, 17, 1033. 1) $d=4$, $n=9$; 2) $d=3$, $n=7$; 3) $d=-2$, $a_n=-4$; 4) $d=2$, $a_n=17$; 5) $a_1=2$, $d=3$; 6) $a_1=8$, $a_n=-55$; 7) $a_1=5$, $S_n=456$; 8) $d=-3$, $a_n=7$; 9) $n=9$, $a_n=44$; 10) $a_1=10$, $n=8$. 1034. а) 60° ; б) 12 см. 1035. 180 раз. 1036. 735. 1037. 204. 1038. 6 ч. 1039. 10 с. 1040. 12 см, 16 см, 20 см. 1041. 4 ч. 1042. 5 ч. 1043. 8 углов, 1080° . 1044. 1, 3, 5, 7. 1045. а) 55; б) 1275. 1046. 19. 1047. 63. 1048. 1, 3, 5 или 5, 3, 1. 1049. 4. 1050. 26,7. 1051. а) 48; б) 57. 1052. а) 205; б) 270. 1053. а) 1 или -16; б) 2 или -14. 1054. а) 35; б) 79; в) 29; г) 3. 1062. а) 4; б) 32; в) 1000; г) 6. 1063. а) $\frac{8}{9}$; б) -162; в) 96. 1064. а) 4; б) 2; в) 0,5; г) 8. 1065. а) 2^{n+4} ; б) -3^n ; в) -2^{7-n} ; г) -10^{4-n} . 1066. $q=3$. 1067. 7-й. 1069. 11-й. 1071. $\sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}} = \sqrt{b_1 q^{k-2} \cdot b_1 q^k} = b_1 q^{k-1} = b_k$. 1073. 307,2 мм. 1074. 10 824 чел. 1075. 1,5. 1076. а) 2; б) 3. 1077. а) 3 и 2; б) 8 и 2. 1078. 6, 18, 54. 1080. а) $32k$; б) 160. 1081. а) 242; б) -63; в) 126; г) 39. 1082. а) 189; б) 242 или 122; в) 240; г) -120 или 60. 1083. а) 93; б) 364; в) -129; г) 124. 1084. а) 5 и 80; б) 4 и 108; в) 64 и 2; г) 54 и 16. 1085. а) 6; б) 6; в) 5; г) 6. 1086. а) (6; 2) или $(-96; \frac{1}{2})$; б) (1; 3) или $(-81; -\frac{1}{3})$; в) $b_1=2$, $q=\pm 3$; г) $b_1=6$, $q=2$; $b_1=-80$, $q=-\frac{1}{2}$. 1087. а) 31 или 11; б) 31 или 11; в) 93 или 33; г) 121 или 61. 1088. ± 3 . 1089. $\frac{1}{8}$. 1090. 4. 1091. 3, 6, 12, 24. 1092. 30. 1093. 3, 6, 12, 18. 1094. 1, 3, 5, 7. 1095. 27, 9, 3, 1. 1096. 8, 4, 2, 1. 1097. 6. 1098. 5. 1099. $d=3$, $q=\pm 2$. 1100. $d=15$, $q=4$. 1101. 3, 6, 9 или 11, 6, 1. 1102. 4, 20, 36 и 4, 12, 36. 1103. 3, 15, 75. 1104. 2, 5,

8. 1105. а) 2; б) 1,5; в) $2\frac{2}{3}$; г) $3\frac{5}{9}$; д) $11\frac{1}{9}$; е) $5\frac{5}{9}$. 1106. а) 12; б) $\frac{1}{3}$; в) $2\frac{2}{3}$; г) 1; д) $\frac{1}{x-1}$; е) $\frac{4}{33}$. 1107. 4. 1108. $\frac{1}{3}$. 1109. 1 или 3. 1110. 8,4. 1111. 2. 1112. $\frac{1}{3}$. 1113. а) $\frac{2}{9}$; б) $5\frac{5}{9}$; в) $\frac{4}{33}$; г) $1\frac{2}{11}$. 1114. а) $\frac{23}{90}$; б) $1\frac{8}{15}$; в) $2\frac{19}{45}$; г) $1\frac{39}{110}$. 1161. а) 2; б) 4; в) 2; г) 5. 1169. а) 1; б) 1. 1170. а) 1000; б) 40. 1171. а) $14\sqrt{2}$; б) $21\sqrt{2}$; в) $6\sqrt{3}-4$; г) $10+3\sqrt{5}$. 1172. а) $13\sqrt{3}$; б) $4\sqrt{2}$; в) $6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$; г) $21\sqrt{5}-\sqrt{3}$. 1173. а) $6-\sqrt[3]{3}$; б) $6a\sqrt[4]{2}$; в) 2; г) $3\sqrt{5}+3\sqrt[3]{5}$. 1174. а) 6; б) $4\sqrt[3]{2}$; в) 2; г) $42\sqrt{3}+36$. 1175. а) $a-1$; б) $4a-4a^{1,5}+a^2$; в) $25-a^5$; г) $a^{-\frac{4}{3}}+2a^{-\frac{1}{3}}+a$. 1176. а) 1; б) $a+x$; в) $a-b$; г) $x+y$. 1177. а) $x-y$; б) $a\sqrt{a}-1$; в) $64a^3-1$; г) $a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}$. 1178. а) 2; б) 2; в) 3; г) -2. 1179. а) 2; б) 1; в) 2; г) 2. 1180. а) $\sqrt[3]{3a}-\sqrt[3]{2b}$; б) $\sqrt[3]{4a}+\sqrt[3]{6b}$; в) $6\sqrt{2}$; г) $4\sqrt[3]{a}+6\sqrt[4]{a}-2\sqrt[6]{a}$. 1181. а) 3; б) 1; в) -1; г) $7-2x$. 1182. а) 1; б) 2; в) 3; г) 0. 1183. а) 5; б) ± 3 ; в) 8; г) 4. 1184. а) $a^{\frac{1}{5}}-b^{\frac{1}{5}}$; б) $\frac{1}{4}(a^{\frac{1}{4}}-3)$; в) $4a^{\frac{1}{8}}-3$; г) $a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}$. 1185. а) b ; б) a ; в) 1; г) $a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$. 1186. а) $6,5-0,5\sqrt{5}$; б) $\frac{1}{4}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})$; в) $\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}$; г) $2(a+b)$. 1187. а) $21-2\sqrt{110}$; б) $\frac{10\sqrt{10}-31}{13}$; в) $2+\sqrt{3}$; г) $49-20\sqrt{6}$; д) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$; е) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$. 1188. а) 6; б) 4. 1189. а) 5; б) 9; в) 15; г) 17. 1190. а) 2, 3; б) ± 5 ; в) нет корней; г) 7. 1191. а) 9; б) 100; в) 10; г) 16. 1192. а) 16; б) 10; в) ± 1 ; г) ± 1 . 1193. а) $x < 2$; б) $\{-3; 6\}$; в) $x > 5$; г) $x > 5$. 1195. 0,8; 0,6; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{4}$. 1196. $AC=5$ см; $BC=5\sqrt{3}$ см. 1198. а) 2; б) 2; в) 4; г) 7. 1199. а) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) 0; г) -1. 1201. а) $\alpha < 30^\circ$; б) $\alpha < 45^\circ$; в) $\alpha < 60^\circ$; г) $(30^\circ; 90^\circ)$; д) $\alpha < 60^\circ$; е) $\alpha < 45^\circ$. 1202. а) 45° ; б) 45° . 1203. $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\sqrt{3}$. 1204. $\cos 45^\circ + \cos 60^\circ$. 1205. а) 0; б) плюс; в) 0; г) плюс. 1207. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. 1209. а) плюс; б) плюс; в) минус; г) плюс. 1213. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$. 1214. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{2\pi}{3}$. 1215. а) 135° ; б) 150° ; в) 240° ; г) 216° ; д) 270° ; е) 100° ; ж) 27° ; з) 300° . 1216. $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{12}$. 1218. $\frac{\pi}{5}$; $\frac{3\pi}{10}$; $\frac{\pi}{2}$. 1219. $\frac{\pi}{16}$;

$11^{\circ}15'$. 1220. $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$. 1225. Четная. 1226. 4л в секунду. 1227. 15°
и $\frac{\pi}{12}$. 1229. а) 0; б) $1 + \sqrt{3}$; в) $\sqrt{3}$; г) 3. 1230. а) $2\sqrt{2}$; б) 1,5; в) 5;
г) 9. 1231. 1. 1232. а) $-\operatorname{tg} \alpha$; б) $-\cos \alpha$. 1235. а) $\sqrt{3}$;
б) $\frac{3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}}{6}$; в) 0,25; г) $2ab$. 1239. а) Нет; б) да; в) нет;
г) да. 1240. а) 0,75; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) 0,8; г) 1. 1241. а) $-\frac{12}{13}$; б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\frac{3}{4}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 1242. 11. 1243. а) 2; б) $2\cos^2 \alpha$; в) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$.
1244. а) $-\sin^2 \alpha$; б) $\cos^2 \alpha$; в) $2\cos \alpha$; г) 0. 1245. а) 1; б) 1;
в) $\sin \alpha - \cos \alpha$; г) $\cos \alpha - \sin \alpha$. 1246. а) $\frac{2}{\sin \alpha}$; б) 2; в) 2;
г) 1. 1247. а) 1; б) $\frac{2}{\cos \alpha}$; в) 25; г) 1. 1248. а) $\frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$; б) $\operatorname{ctg} \alpha$;
в) 0; г) 0. 1251. а) $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$; б) 0 и 2π ; в) $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$; г) $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$;
д) $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{5\pi}{4}$; е) $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{7\pi}{6}$. 1252. а) $\operatorname{ctg} \alpha$; б) $-\operatorname{tg} \alpha$; в) 0; г) 0. 1253.
а) $\operatorname{ctg} \alpha$; б) $1 - \cos \alpha$; в) $\sin^2 \alpha$; г) 0. 1254. а) $\cos 32^{\circ}$; б) $-\sin 25^{\circ}$;
в) $\operatorname{ctg} 10^{\circ}$; г) $-\cos 10^{\circ}$. 1255. а) 1; б) 1; в) 0,5; г) $\sqrt{3}$. 1256. а) 2;
б) 0; в) 2; г) 0,5; д) -2 ; е) $\sqrt{3}$. 1257. а) 1; б) $-\frac{1}{2}$; в) 1; г) 1;
д) 1. 1259. а) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$; б) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1 - \sqrt{3})$;
г) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \sqrt{3})$. 1260. а) $\cos x$; б) $\cos 5x$; в) $-\cos \frac{7\pi}{12}$; г) $\sin \frac{7\pi}{12}$.
1261. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $\frac{1}{2}$; е) $-\frac{1}{2}$; ж) \approx
 ≈ -1 . 1262. а) $\sin 2\alpha$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 1263. а) $\sin \alpha$; б) $\sin \alpha$;
в) $\sin \alpha$; г) 0. 1265. а) 1; б) 0; в) $\sqrt{3}$; г) 0. 1266. а) 1; б) $-\frac{1}{2}$;
в) -1 ; г) -1 . 1267. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $-\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) ≈ 0 . 1268.
 $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$; $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$. 1270. 90° . 1271. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 1; в) 2; г) 2; д) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; е) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
ж) $\sqrt{3}$; з) $\sqrt{3}$. 1272. а) $2\sin 50^{\circ}$; б) $-\sin 10^{\circ}$; в) $\operatorname{tg} 70^{\circ}$; г) $\sin \alpha +$
 $+\cos \alpha$; д) $0,5\sin 4\alpha$; е) $2\operatorname{tg} 2\alpha$. 1273. а) $\sin 35^{\circ}$; б) $\cos 25^{\circ} - \sin 25^{\circ}$;
в) $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha$; г) $\cos 40^{\circ}$. 1274. а) $\sin 2\alpha$; б) $\sin 2\alpha$; в) $\operatorname{ctg} 2\alpha$;
г) $\sin 2\alpha$. 1276. а) 0,28; б) $-0,96$; в) $-\frac{4}{3}$; г) 0,28. 1277. а) 1; б) 2;
в) $\frac{1}{\sin \alpha}$; г) $\cos 2\alpha$. 1281. а) $\sqrt{2}\cos 20^{\circ}$; б) $\sqrt{2}\sin 18^{\circ}$; в) $\sqrt{3}\cos 2^{\circ}$;
г) $-\sqrt{3}\sin 15^{\circ}$. 1282. а) $\sqrt{2}\sin \frac{\pi}{20}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos 40^{\circ}$;

- г) $-2 \sin 3\alpha \sin \alpha$. 1283. а) $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{8}$; б) $-\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8}$;
 в) $\sin \frac{\pi}{12}$; г) $\frac{\sin 3\alpha}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha}$. 1286. а) $4 \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right)$;
 б) $2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$; в) $4 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right)$;
 г) $4 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right)$. 1287. а) $4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \cos \frac{3\alpha}{2}$;
 б) $4 \sin \frac{5x}{2} \sin \frac{x}{2} \cos x$; в) $\operatorname{tg} x$; г) $\operatorname{tg} 2x$. 1288. а) 0; б) 0; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
 г) 4. 1289. а) $2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{6}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) 2. 1294. а) 0; б) 0; в) 1;
 г) 1. 1295. а) 0; б) 0.

Задачи и упражнения для повторения

1296. а) 70; б) 1; в) 2; г) 4,8. 1297. а) 1; б) 10; в) 3; г) 0,6. 1298.
 а) 0,5; б) 0,1. 1299. а) 2,28; б) 15. 1300. а) 0,72; б) 0,01; в) 0,2;
 г) 0,2. 1301. а) 20; б) 3,05. 1302. 27. 1303. 1289. 1308. а) $-0,25$;
 б) $\frac{10}{2a+1}$; в) 4; г) 1. 1309. а) $\frac{1}{2b}$; б) $\frac{a^2+1}{a}$; в) 1; г) 3.
 1310. а) $-\frac{b}{6(a+b)}$; б) 1; в) 0; г) 1. 1311. а) 5; б) 3; в) -7 ;
 г) 3. 1312. а) $x \leq 3$; б) $x \geq 3$; в) $x \geq 2$; г) $x \leq 4$. 1313. а) $-\frac{1}{2}$; 2;
 б) 1; 2; в) $[1; 2]$; г) $-\frac{2}{3}$; 2. 1314. а) $x < -1$ и $x > 2$; б) $(-\frac{1}{3}; 1)$;
 в) $x < -1$ и $x > 3$; г) $(\frac{1}{3}; 1)$. 1315. а) (3; 2); б) (5; 4); в) (1; 0);
 г) (2; 3). 1316. а) (4; 1); б) (3; 2); в) (1; -2); г) (-2 ; 3). 1317. а) 0;
 б) $x^6 - y^6$. 1318. а) (3; 4; 5); б) (7; 5; 3). 1319. а) $1\frac{5}{6}$; б) $2\frac{1}{3}$; в) 3;
 г) $a-3$. 1320. а) 4; б) $8+2\sqrt{3}$; в) 18; г) $10-2\sqrt{3}$. 1321.
 а) $-11+8\sqrt{6}$; б) $9\sqrt{2}$; в) $43\sqrt{3}$; г) $81+12\sqrt{2}$. 1324. а) 7,2;
 б) 1,6. 1325. а) 8; б) 10. 1326. а) 4; б) 2; $6\frac{2}{3}$; в) 7; г) $-3,4$;
 1. 1327. а) ± 2 ; б) ± 1 . 1328. а) $\frac{x-3}{x+1}$; б) $\frac{x-1}{x+1}$; в) $\frac{2x-1}{5x+2}$; г) $\frac{x-a}{x+5a}$.
 1329. а) (3; 1), (-3 ; -1); б) (1; 1); в) (4; 1), (1; 4); г) (1; 3),
 (-3 ; -1). 1330. а) $x \leq -6$, $x \geq 4$; б) (-7 ; 3); в) $x \leq 1,5$ и $x \geq 2$;
 г) x — любое число. 1331. а) ± 1 ; ± 6 ; б) ± 1 ; $\pm \frac{1}{2}$. 1332. а) (4; 0),
 (-3 ; 7); б) (1; 4), (-2 ; 7); в) (2; 0), (0; 2); г) (3; -1), (-1 ; 3).
 1333. а) $x < -6$ и (4; 6); б) (-5 ; -2) и $x > 5$; в) (0; 3) и $x \geq 5$;
 г) [0; 2) и $x \geq 4$. 1334. ($-\sqrt{2}$; 2) и $(\sqrt{2}$; 2). 1335. (-1 ; -3); (3; 5).
 1336. $a=1$, $b=6$. 1337. 54. 1339. $(1\frac{2}{3}; 3)$. 1340. -3 ; 9. 1341.
 60 км/ч. 1342. 72 км/ч; 60 км/ч. 1343. 25 и 30 костюмов. 1344.
 50 км/ч. 1345. 7 ч 30 мин. 1346. В 15 ч. 1347. 30 яблок. 1348. 6 л.
 1349. 12 км/ч, 18 км/ч. 1350. 5 ч, 7,5 ч. 1351. 15 км/ч. 1352.

60 км/ч. 1353. 20 дней, 30 дней. 1354. 24 ч, 12 ч. 1355. 20 рядов.
 1356. 50 км/ч. 1357. 250 чел. 1358. Саша, 1024 р.— Валя, 961 р.;
 Евгений, 144 р.— Галя, 81 р.; Слава, 64 р.— Надя, 1 р. 1359.
 20 га или 12 га. 1360. 12 га. 1361. $a = -1$, $c = 5$. 1362. 4 км/ч,
 3,5 км/ч. 1363. 6 км/ч. 1364. 80 см^3 , 90 см^3 . 1365. Одинаково,
 24 км/ч. 1366. $\frac{2}{3}$. 1367. У Нади — кофта и юбка белые, у Вали —
 кофта белая, юбка красная, у Гали — кофта красная, юбка го-
 лубая. 1368. 4411 книг. 1369. 9; 10; 11 или 18; 0; 12. 1370. Саша
 и Валя — яблоко, Надя — грушу, Галя — абрикос. 1371. 77—44;
 88^2 . 1372. 15 км/ч. 1373. а) $x \geq -4$; б) $x \leq 9$; в) $x \leq 0$; г) (0; 1].
 1375. $k > \frac{5}{3}$. 1376. $k < -\frac{1}{3}$. 1377. 0,5; 2. 1378. (0; 3). 1379. (0, 5; 2),
 (-2; -3). 1380. (-1; 1), (2; 4). 1381. [0; 4]. 1382. (-2; 1,5).
 1384. а) -6; б) -7; 3; в) 2; г) 8. 1385. 85 книг. 1386. $a = 5$,
 $d = 3$. 1387. а) $a = 11$, $d = 6$; б) $a = 3$, $d = 4$ или $a = -19$, $d =$
 $= 4$. 1388. 128; 7. 1389. а) 3 и 2; б) 1 и 3. 1390. 3, 7, 11 или 12, 7,
 2. 1391. а) 12; б) $1 + \sqrt{2}$. 1392. 28. 1393. а) 2. 1394. а) \sqrt{a} ; б) 2;
 в) $\frac{-4}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$; г) $\frac{1}{b-a}$. 1395. а) $\frac{3\sqrt{ab}}{a}$; б) -1. 1396. $\frac{3\pi}{2}$. 1397.
 $\text{ctg } 70^\circ > \cos 70^\circ$, $\sin 2 > \cos 3$. 1398. а) 1; б) 0. 1400. а) 100;
 б) $\frac{1}{\cos \alpha}$; в) $\frac{2}{\cos \alpha}$; г) 0. 1401. а) 0,5; б) -1; в) $\frac{33}{56}$; г) 1. 1402. 1.
 1404. а) -1; б) $-\sqrt{3}$. 1405. 21 этаж, 381 квартира. 1406. 1) Са-
 ша — 7-й класс; 2) Коля — 9-й класс; 3) Веня — 10-й класс;
 4) Алеша — 8-й класс. 1407. 2,5 ч; $1\frac{2}{3}$ ч. 1408. 36 ч. 1409. 50; 20;
 15; 10 лет. 1410. 30 кг. 1411. 5 сыновей; по 500 р. 1412. $\frac{6}{11}$ месяца.
 1413. 21 р.

1. Формулы сокращенного умножения:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2, \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2, \\ (a-b)(a+b) &= a^2 - b^2, \\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3, \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3, \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3.\end{aligned}$$

2. Формулы решения квадратных уравнений:

$$\begin{aligned}x^2 + px + q = 0, \quad x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \\ ax^2 + bx + c = 0, \quad x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac.\end{aligned}$$

Теорема Виета для квадратного уравнения:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q, \\ ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2).\end{aligned}$$

3. Прогрессии:

арифметическая		геометрическая
$a_n = a_1 + d(n-1),$		$a_n = a_1 q^{n-1},$
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$		$S = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1}, \quad S = \frac{a_1}{1 - q}.$

4. Степени и корни (арифметические):

$$\begin{aligned}a^0 &= 1, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad a^n \cdot a^m = a^{m+n}, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \\ (abc)^n &= a^n b^n c^n, \quad (-a)^{2n} = a^{2n}, \quad (-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}, \\ a^n \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a^n b}, \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \\ \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} &= \sqrt[mn]{a}, \quad \sqrt[n]{a^{nm}} = a^m.\end{aligned}$$

5. Соотношения между тригонометрическими функциями:

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \\ \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha &= 1, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.\end{aligned}$$

6. Функции суммы и разности:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

7. Функции двойного угла:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

8. Функции половинного угла:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}, \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

9. Преобразование произведения в сумму:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)),$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)),$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)).$$

10. Преобразование суммы в произведение:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta},$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

1.1. Записать тригонометрические функции в стандартном виде

	a	b	φ	ω	φ	ω	φ	ω	φ	ω
$y = \sin x$	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
$y = \cos x$	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
$y = \sin 2x$	1	0	0	2	0	0	2	0	0	2
$y = \cos 2x$	0	1	0	2	0	0	2	0	0	2
$y = \sin \frac{x}{2}$	1	0	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0,5
$y = \cos \frac{x}{2}$	0	1	0	0,5	0	0	0,5	0	0	0,5

Ч И С Л А Д Л Г И И

I. Выразительные и их преобразовательные возможности прямой системы с одной переменной

§ 1	Аналитическое изображение преобразовательных возможностей	21
§ 2	Аналитическое изображение прямой системы с одной переменной	6
§ 3	Аналитическое изображение преобразовательных возможностей	7

II. Формы

§ 4	Прямая с одной переменной	12
§ 5	График прямой преобразовательных возможностей	13
§ 6	График прямой функции	14

III. Системы с натуральным переменным

§ 7	Системы с одной переменной	15
§ 8	Умножение элементов системы Вектора и системы	1
§ 9	Функции	16
§ 10	Функции $y = f(x)$	9

IV. Множества

§ 1	Множество элементов, с которыми можно работать	21
§ 2	Множество элементов с одной переменной	25
§ 3	Множества элементов с одной переменной в преобразовательных	26
§ 4	Множества элементов с одной переменной с одной переменной	27

V. Формулы сокращенного умножения

§ 1	Разность квадратов	29
§ 2	Разложение на множители разности кубов	29
§ 3	Квадрат суммы и разности	33
§ 4	Разложение на множители разности кубов	31
§ 5	Сумма в разности кубов	32

VI. Системы линейных уравнений

§ 1	Аналитическое изображение системы	33
§ 2	Геометрическое изображение системы с двумя переменными	34

§ 22	Задача на построении системы уравнений с тремя неизвестными	10
§ 23	Задача в уравнении для трёх переменных	16

VII. Рациональные дроби

§ 24	Умножение рациональных дробей	19
§ 25	Деление рациональных дробей	21
§ 26	Сложение и вычитание рациональных дробей	23
§ 27	Умножение и деление дроби $\frac{a}{b}$	24
§ 28	Упрощение рациональных дробей	25

VIII. Квадратные корни

§ 29	Квадратные числа и квадраты	26
§ 30	Арифметические квадратные корни	27
§ 31	Действия с квадратными корнями	31

IX. Квадратные уравнения

§ 32	Основные квадратные уравнения	32
§ 33	Подстановка квадратного уравнения	34
§ 34	Свойства корней квадратного уравнения	36
§ 35	Задача на построение уравнения квадратного уравнения	37

X. Неравенства

§ 36	Неравенства с двумя переменными	37
§ 37	Неравенства с одной переменной с помощью промежуточных	38
§ 38	Преобразование неравенств для измерения длины функции $f(x)$ и функции $g(x)$	42

XI. Степени и целые дробные степени

§ 39	Степени с целым показателем в тождествах	44
§ 40	Степенная функция	45
§ 41	Неравенства с показателем степени с помощью логарифмов	49
§ 42	Вспомогательные	49

XII. Квадратичная функция

§ 43	Взаимное расположение. Разложение квадратичной функции на линейные множители	49
§ 44	Взаимное расположение в тождествах	49
§ 45	Неравенства с квадратичной функцией	56

XIII. Уравнения и системы уравнений

§ 46	Уравнения, приводящиеся к квадратным	57
§ 47	Системы с линейными уравнениями	58
§ 48	Задача на построение системы с линейными уравнениями	61

XIV. Арифметические и геометрические прогрессии

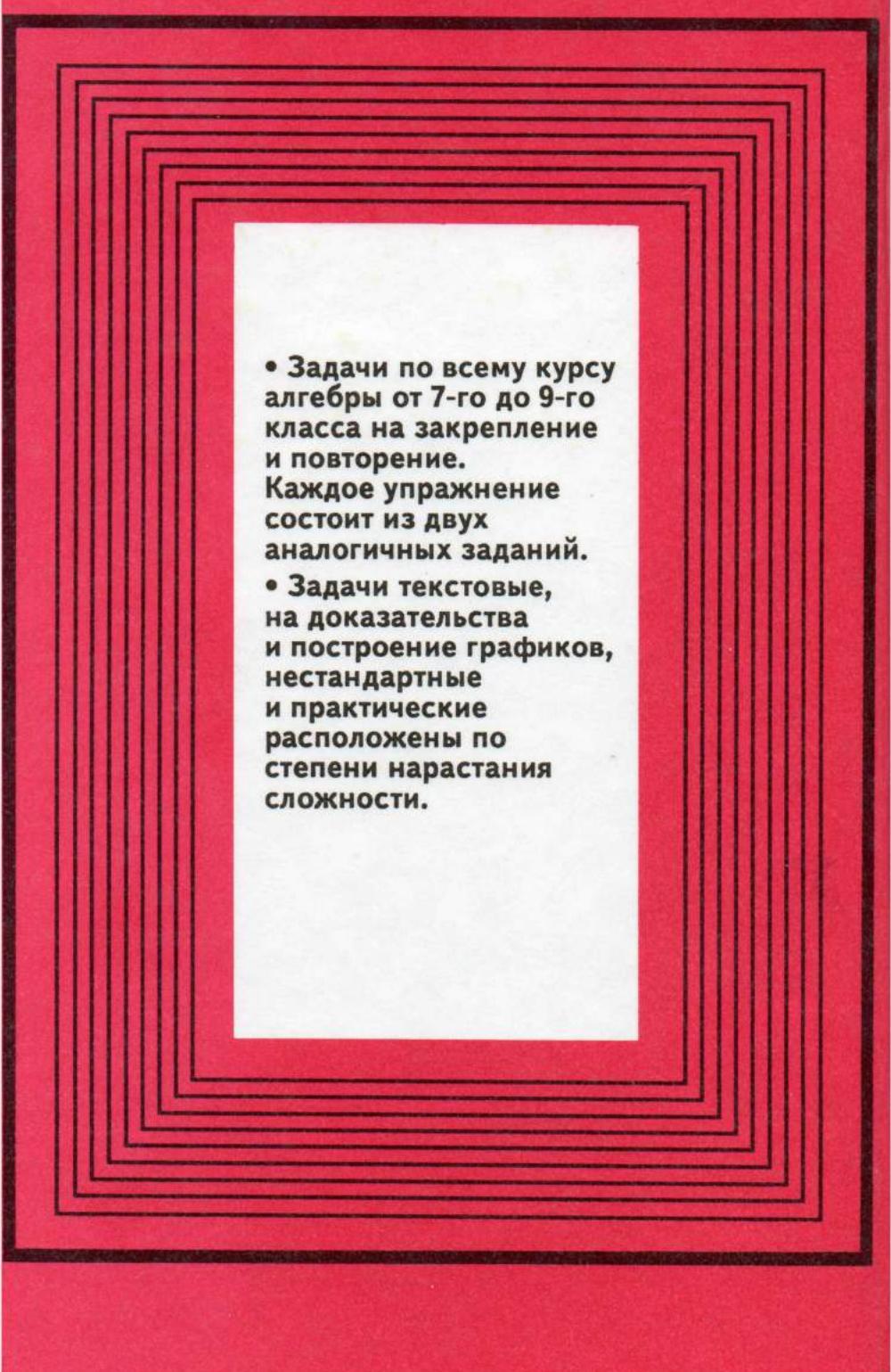
§ 19	Понятие арифметической	106
§ 20	Арифметическая прогрессия	107
§ 21	Геометрическая прогрессия	111

§ 22. Прогрессии в жизни

§ 22	Арифметическая прогрессия	115
§ 23	Варианты арифметической	119
§ 24	Арифметическая прогрессия в задачах	122
§ 25	Действие арифметической прогрессии в жизни	123

XV. Тригонометрические функции

§ 26	Тригонометрические функции	127
§ 27	Решение тригонометрических уравнений	129
§ 28	Тригонометрические функции в жизни	131
§ 29	Функция синуса	131
§ 30	Функция косинуса	131
§ 31	Функция тангенса	132
§ 32	Функция котангенса	132
§ 33	Действие тригонометрических функций в жизни	134
Олимпиада		135
Приложения		138



• Задачи по всему курсу алгебры от 7-го до 9-го класса на закрепление и повторение.

Каждое упражнение состоит из двух аналогичных заданий.

• Задачи текстовые, на доказательства и построение графиков, нестандартные и практические расположены по степени нарастания сложности.