

ПЯТЬДЕСЯТ СЕДЬМАЯ ШКОЛА

**Задачник по математике
для пятых классов**

Москва

2014 – 2015 учебный год

Оглавление.

Глава 1. Арифметика натуральных чисел.	1
Единицы измерения.	4
Числовые и буквенные выражения.	10
Формулы.	23
Законы арифметических действий.	29
Вычисления без столбика.	33
Сложение и вычитание без столбика.	33
Умножение без столбика	36
Деление без столбика	43
Вычислите рациональным способом...	47
Задачи.	50
Сравнение чисел.	60
Деление с остатком.	64
Округление натуральных чисел.	75
Степень.	79
Факториал.	81
Ребусы.	82
Глава 2. Текстовые задачи.	84
Задачи «на движение».	84
Описание движения с помощью формул.	89
Одновременное движение. Скорость сближения и скорость удаления.	92
Встречное движение и движение в противоположных направлениях.	97
Движение вдогонку и движение с отставанием.	102
Движением по реке.	107
Движение по окружности	110
Задачи «на части» и «на уравнивание».	111
Глава 3. Делители и кратные.	119
Делимость суммы и произведения.	123
Решето Эратосфена.	126
Признаки делимости.	129
Признаки делимости на 3 и на 9.	134
Разложение числа на простые множители.	138
Наибольший общий делитель.	140
Взаимно простые числа.	144
Наименьшее общее кратное.	147

Глава 4. Обыкновенные дроби.	152
Понятие дроби.	152
Правильные и неправильные дроби.	161
Сравнение дробей.	164
Основное свойство дроби.	165
Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.	169
Приведение к общему знаменателю.	173
И снова сравнение дробей.	180
Умножение дробей.	182
Взаимно обратные числа.	187
Деление дробей.	188
Задачи на работу.	196
 Глава 5. Десятичные дроби.	202
О позиционной системе счисления.	207
Десятичные дроби и метрическая система мер.	209
Основное свойство дроби для десятичных дробей.	210
Сравнение десятичных дробей.	211
Действия с десятичными дробями.	214
Сложение и вычитание десятичных дробей.	214
Умножение десятичных дробей.	216
Деление десятичной дроби на натуральное число.	220
Деление десятичных дробей.	223
Устные вычисления с десятичными дробями.	234
 Глава 6. Комбинаторика.	239
 Глава 7. Признаки делимости.	247
Дополнительные страницы.	
Экзотические признаки делимости.	248
Алгоритм Евклида для нахождения НОД.	250

Глава 1. Арифметика натуральных чисел.

1.1. Выполните действия:

$$\boxed{54} \xrightarrow{:6} \boxed{} \xrightarrow{\times 7} \boxed{} \xrightarrow{+17} \boxed{} \xrightarrow{:10} \boxed{} \xrightarrow{-8} \boxed{}$$

$$\boxed{81} \xrightarrow{:9} \boxed{} \xrightarrow{+41} \boxed{} \xrightarrow{:5} \boxed{} \xrightarrow{\times 7} \boxed{} \xrightarrow{-17} \boxed{}$$

$$\boxed{50} \xrightarrow{+40} \boxed{} \xrightarrow{:30} \boxed{} \xrightarrow{\times 50} \boxed{} \xrightarrow{-100} \boxed{}$$

1.2. Выполните действия:

$$\boxed{20} \xrightarrow{\times 5} \boxed{} \xrightarrow{-60} \boxed{} \xrightarrow{:8} \boxed{} \xrightarrow{+25} \boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{}$$

$$\boxed{25} \xrightarrow{\times 4} \boxed{} \xrightarrow{:20} \boxed{} \xrightarrow{\times 9} \boxed{} \xrightarrow{-15} \boxed{} \xrightarrow{:6} \boxed{}$$

$$\boxed{70} \xrightarrow{+30} \boxed{} \xrightarrow{:5} \boxed{} \xrightarrow{-20} \boxed{} \xrightarrow{\times 5} \boxed{}$$

1.3. Выполните сложение и вычитание в столбик:

А) $397 + 71$

Б) $234 + 297$

В) $756 - 89$

Г) $345 + 174$

Д) $786 - 457$

Е) $434 - 343$

Ё) $1067 - 349$

Ж) $1058 - 78$

З) $2345 + 8769$

И) $8769 - 2345$

Й) $76549 + 98765$

К) $234567 - 7896$

Л) $10000 - 7896$

М) $10000 - 675$

Н) $76586 - 56997$

О) $87587 + 34242$

П) $1468 + 99999$

Р) $593453 - 428396$

С) $98765 + 123456$

Т) $6927 - 999$

1.4. Выполните умножение в столбик:

А) $67 \cdot 23$

Б) $78 \cdot 13$

В) $23 \cdot 32$

Г) $123 \cdot 76$

Д) $89 \cdot 98$

Е) $13 \cdot 15$

Ё) $19 \cdot 19$

Ж) $27 \cdot 81$

З) $32 \cdot 64$

И) $128 \cdot 821$

К) $706 \cdot 103$

Л) $405 \cdot 111$

І. Лёва с Васей решили купить футбольный мяч. У Лёвы не хватило 20 рублей, чтобы его купить, а у Васи – 30 рублей. Тогда они сложили свои деньги и купили мяч, причём 60 рублей у них осталось. Сколько стоил футбольный мяч?

1.5. Выполните действия:

$$\boxed{90} \xrightarrow{-70} \boxed{} \xrightarrow{\times 5} \boxed{} \xrightarrow{:25} \boxed{} \xrightarrow{+26} \boxed{}$$

$$\boxed{30} \xrightarrow{+70} \boxed{} \xrightarrow{:10} \boxed{} \xrightarrow{\times 15} \boxed{} \xrightarrow{-150} \boxed{}$$

$$\boxed{100} \xrightarrow{-70} \boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{-18} \boxed{} \xrightarrow{:36} \boxed{}$$

1.6. Выполните деление в столбик:

- | | | | | |
|-------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|
| А) $882:7$ | Б) $693:11$ | В) $882:9$ | Г) $996:4$ | Д) $304:4$ |
| Е) $1332:36$ | Ё) $4816:43$ | Ж) $41121:9$ | З) $8673:7$ | И) $1300:52$ |
| Й) $4022018:2009$ | К) $173642:157$ | Л) $47610:69$ | М) $12432:112$ | Н) $65536:32$ |
| О) $11613:79$ | П) $371293:13$ | Р) $28561:13$ | С) $257049:507$ | Т) $35316:54$ |
| У) $355347:963$ | Ф) $7659:69$ | Х) $31749:57$ | Ц) $15624:93$ | Ч) $2009:49$ |

1.7. Найдите значение выражения:

- | | |
|---|---|
| А) $78+23 \cdot 81-69$ | Б) $78+23 \cdot (81-69)$ |
| В) $(78+23) \cdot (81-69)$ | Г) $(78+32) \cdot (81-70)$ |
| Д) $25 \cdot (28 \cdot 105+7236:18)-(4247-1823):6 \cdot 25$ | Е) $5871:103+(247-82):5-1$ |
| Ё) $(410+96) \cdot (1010-31248:62)-170 \cdot 1500$ | Ж) $((451-17 \cdot 3) \cdot 3-200):500+46 \cdot 60$ |
| З) $510:17+24 \cdot 38-80:4$ | И) $510:17+24 \cdot (38-80:4)$ |
| Й) $(510:17+24) \cdot 38-80:4$ | К) $(510:17+24) \cdot (38-80:4)$ |
| Л) $506384+3 \cdot (53007-52275:615)$ | М) $343 \cdot (324378:54-4862)+777$ |
| Н) $2640+6 \cdot (4888:(3006 \cdot 702-2110024)-16)$ | О) $510173-39 \cdot (8892:39+10)$ |
| П) $15+(12322:(24+37)-12 \cdot 15):(35 \cdot 2-59)$ | Р) $3124:(3 \cdot 504-4 \cdot 307)+10403:101$ |
| С) $(372+118 \cdot 6):(38 \cdot 35-34 \cdot 37)-12$ | Т) $(120+16 \cdot 7) \cdot 240:(300-5 \cdot 44)$ |
| У) $(24 \cdot 7-377:29) \cdot (2378:58-38)$ | Ф) $315:(162+12 \cdot 24-11 \cdot 39)+558:31$ |

II. Девочка заменила каждую букву в своём имени её номером в русском алфавите. Получилось число 2011533. Как её зовут?

1.8. Найдите значение выражения:

А) $34 + 27 \cdot (43 - 15)$

Б) $48 : 4 + 16 \cdot 5$

В) $(304 - 217) \cdot 9$

Г) $(214 + 638) : 12$

Д) $6432 - 6432 : (42 + 54)$

Е) $4484 : 76 + 65379 : 93$

Ё) $79348 - 64 \cdot 84 + 6539 : 13 - 11005$

Ж) $(1403 \cdot 804 - 71370 : 234) \cdot 14 + 1428$

З) $1755 : (724 - 659) + (129 - 43) \cdot 38$

И) $(2786 + 886) : 8$

Й) $(3967 + 965) : 9$

К) $(2012 - 968) : 12$

Л) $(2213 - 897) : 14$

М) $38 \cdot 43 - 134$

Н) $47 \cdot 26 - 122$

О) $4428 : 123 - 33$

П) $4000 - 3249 : 57$

Р) $(8032 - 595) : 37$

С) $10486 : (2455 - 2357)$

Т) $552 : 23 + 15 \cdot 34$

У) $36366 - 17366 : (200 - 162)$

Ф) $2355264 : 58 + 1526112 : 56$

Х) $85408 - 408 \cdot (155 - 99)$

Ц) $(247 - 189) \cdot (69 + 127)$

Ч) $(37296 : 37 - 17780 : 35) : 250$

Ш) $(504 \cdot 370 - 158092) : 47 + 1612$

Щ) $700700 - 6054 \cdot (47923 - 47884) - 65548$

Ъ) $(14084 : 28 - 23) \cdot 27 - 12060$

Ы) $66509 + 141400 : (39839 - 39739) + 1985$

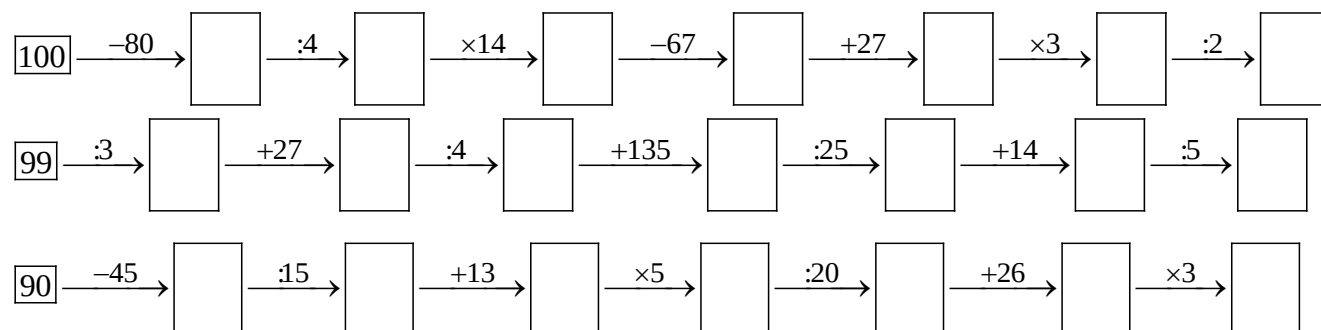
Ы) $(55 + 14445 : 321) \cdot (319 - 283)$

Э) $(48 + 1160 : 145) \cdot 27 - 12$

Ю) $(38 \cdot 216 : 57 + 3780 : 108 - 10) : 13$

Я) $(174208 - 208 \cdot (563 + 44)) : 333 + 2079 : 77$

1.9. Выполните действия:



III. Четверо друзей соревновались в запуске на дальность бумажных самолётиков. Один из них занял 1 место, другой – 2 место, третий – 3 место и четвёртый – 4 мест. На вопрос, какое каждый из них занял место, они ответили:

Андрей: Я был вторым, Боря – третьим.

Вася: Я был вторым, Андрей – первым.

Гриша: Я был вторым, Боря – четвёртым.

При этом известно, что каждый мальчик один раз говорил правду, а один раз – неправду. Кто какое место занял?

Единицы измерения.

1.10. Выразите в сантиметрах:

А) $7 \text{ дм } 8 \text{ см} = 7 \cdot 10 \text{ см} + 8 \text{ см} = 78 \text{ см}$

Б) 9 дм 6 см

В) 5 дм 1 см

Г) 7 дм 7 см

Д) 11 дм 3 см

Е) 3 дм 13 см

Ё) 5 дм 23 см

Ж) 4 дм 35 см

З) 15 дм 50 см

И) 12 дм 12 см

Й) 1 дм 13 см

К) 1 м 3 дм

Л) 1 м 3 см

М) 2 м 5 см

Н) 3 м 17 дм

О) 4 м 25 см

П) 1 м 4 дм 5 см

Р) 2 м 7 дм 7 см

С) 7 м 5 дм 2 см

Т) 6 м 7 дм 5 см

У) 1 м 2 дм 40 см

Ф) 2 м 13 дм 20 см

Х) 4 м 5 дм 45 см

Ц) 1 м 23 дм 41 см

Ч) 10 м 17 дм 17 см

Ш) 11 м 11 дм 11 см

Щ) 12 м 12 дм 12 см

Ъ) 30 м 30 дм 30 см

Ы) 1 км

Ь) 2 км 3 м

Э) 3 км 20 м

Ю) 4 км 300 м

Я) 5 км 57 см

Q) 6 км 50 м 3 дм 6 см

W) 11 км 500 м 23 дм 233 см

X) 100 км 400 м 3 дм 1 см

1.11. Выразите в километрах, метрах, дециметрах и сантиметрах:

А) $851 \text{ см} = 800 \text{ см} + 50 \text{ см} + 1 \text{ см} = 8 \text{ м} + 5 \text{ дм} + 1 \text{ см} = 8 \text{ м } 5 \text{ дм } 1 \text{ см}$

Б) 18 см

В) 29 см

Г) 57 см

Д) 113 см

Е) 103 см

Ё) 234 см

Ж) 507 см

З) 1064 см

И) 1256 см

Й) 6482 см

К) 868 см

Л) 945 см

М) 2365 см

Н) 4245 см

О) 3457 см

П) 17 дм

Р) 21 дм

С) 57 дм

Т) 1 м 13 см

У) 2 м 58 см

Ф) 24 дм 18 см

Х) 19 дм 27 см

Ц) 8 дм 98 см

Ч) 12 дм 80 см

Ш) 57 дм 7 см

Щ) 1 м 11 дм 2 см

Ъ) 2 м 13 дм 12 см

Ы) 3 м 234 см

Ь) 43 дм 76 см

Э) 111 дм 111 см

Ю) 120 м 123 дм 1234 см

Я) 50 м 57 дм 577 см

Q) 700000 см

W) 7000000 см

Y) 70000000 см

Z) 577000000 м

X) 5700000000000000 дм

IV. В коробке лежат карандаши разных цветов: красные, синие и зелёные. Всего 100 карандашей. Какое наименьшее число карандашей надо взять, не глядя в коробку, чтобы среди них оказалось не меньше 10 карандашей одного цвета?

1.12. Выразите в миллиметрах:

- | | | |
|--------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| А) 3 см | Б) 2 см 4 мм | В) 5 см 7 мм |
| Г) 13 см 8 мм | Д) 25 см 2 мм | Е) 57 см 9 мм |
| Ё) 1 дм | Ж) 2 дм 3 см | З) 3 дм 5 см |
| И) 4 дм 7 см 2 мм | Й) 5 дм 3 см 8 мм | К) 1 м |
| Л) 1 м 4 дм 4 см | М) 2 м 5 дм 3 см 2 мм | Н) 3 м 5 дм 2 см 7 мм |
| О) 5 м 7 дм 3 см 1 мм | П) 10 м 7 см | Р) 12 м 3 дм 4 мм |
| С) 3 см 15 мм | Т) 15 см 15 мм | У) 20 см 25 мм |
| Ф) 3 дм 13 см 7 мм | Х) 4 дм 45 см 12 мм | Ц) 5 дм 27 см 38 мм |
| Ч) 1 м 16 дм 15 см 23 мм | Ш) 2 м 11 дм 24 см 17 мм | Щ) 3 м 20 дм 35 см 57 мм |
| Ъ) 10 м 3 дм 45 см 16 мм | Ы) 12 м 15 дм 57 см 34 мм | Ь) 15 м 25 дм 56 см 44 мм |
| Э) 1 км | Ю) 2 км 300 м 4 дм 7 см 4 мм | Я) 3 км 30 м 5 дм 9 см 8 мм |

1.13. Выразите в метрах, дециметрах, сантиметрах и миллиметрах:

А) $4567 \text{ мм} = 4000 \text{ мм} + 500 \text{ мм} + 60 \text{ мм} + 7 \text{ мм} =$
 $= 4 \text{ м} + 5 \text{ дм} + 6 \text{ см} + 7 \text{ мм} = 4 \text{ м } 5 \text{ дм } 6 \text{ см } 7 \text{ мм}$

- | | | | | |
|-----------------------|----------------------|-------------------------|-------------|-------------|
| Б) 12 мм | В) 27 мм | Г) 45 мм | Д) 57 мм | Е) 101 мм |
| Ё) 123 мм | Ж) 256 мм | З) 387 мм | И) 645 мм | Й) 987 мм |
| К) 1056 мм | Л) 1209 мм | М) 1578 мм | Н) 2390 мм | О) 2657 мм |
| П) 4067 мм | Р) 6709 мм | С) 3947 мм | Т) 12097 мм | У) 57057 мм |
| Ф) 6 см 24 мм | Х) 8 см 56 мм | Ц) 17 см 15 мм | | |
| Ч) 24 см 57 мм | Ш) 35 см 55 мм | Щ) 112 см 98 мм | | |
| Ъ) 15 дм 45 см 67 мм | Ы) 34 дм 34 см 34 мм | Ь) 57 дм 57 см 57 мм | | |
| Э) 7 дм 123 см 123 мм | Ю) 8 дм 67 см 678 мм | Я) 6 дм 1234 см 1234 мм | | |

V. До отхода поезда остаётся 2 минуты. Расстояние до вокзала – 2 км. Если первый километр бежать со скоростью 30 км в час, то можно ли успеть на поезд?

1.14. Выразите в метрах:

- | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|
| А) 3 км 20 м | Б) 5 км 17 м | В) 6 м 300 м | Г) 7 км 45 м | Д) 11 км 30 м |
| Е) 12 км 300 м | Ё) 57 км 570 м | Ж) 100 км 1 м | З) 456 км 654 м | И) 999 км 9 м |

1.15. Выразите в километрах и метрах:

- | | | | | |
|--------------|---------------|----------------|----------------|--------------|
| А) 7006 м | Б) 7060 м | В) 7600 м | Г) 5035 м | Д) 7498 м |
| Е) 10920 м | Ё) 45600 м | Ж) 30009 м | З) 74080 м | И) 640000 м |
| Й) 5700057 м | К) 57000057 м | Л) 999999999 м | М) 123457890 м | Н) 1990088 м |

1.16. Выразите в килограммах:

- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------|------------------|
| А) 3 т 100 кг | Б) 4 т 20 кг | В) 1 т 3 ц | Г) 5 ц 30 кг | Д) 3 т 4 ц 50 кг |
| Е) 5 т 2 кг | Ё) 70 т 57 кг | Ж) 19 т 2 ц | З) 13 ц 28 кг | И) 5 т 7 ц 12 кг |
| Й) 60 т 3 ц 10 кг | К) 400 т 7 ц 2 кг | Л) 3000 т 5 ц 37 кг | | |
| М) 570 т 7 ц 57 кг | Н) 3 т 17 ц 122 кг | О) 10 т 15 ц 309 кг | | |
| П) 16 т 170 ц 1709 кг | Р) 100 т 123 ц 123 кг | С) 86 т 34 ц 340 кг | | |
| Т) 670 т 670 ц 670 кг | У) 57 т 570 ц 5757 кг | Ф) 12 т 34 ц 567 кг | | |

1.17. Выразите в тоннах, центнерах и килограммах:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| А) 409 кг | Б) 490 кг | В) 4009 кг | Г) 4090 кг | Д) 4900 кг |
| Е) 4907 кг | Ё) 4970 кг | Ж) 305 кг | З) 350 кг | И) 3005 кг |
| Й) 3050 кг | К) 3500 кг | Л) 3557 кг | М) 9760 кг | Н) 4579 кг |
| О) 12340 кг | П) 13045 кг | Р) 20089 кг | С) 34070 кг | Т) 23098 кг |
| У) 64937 кг | Ф) 73920 кг | Х) 62708 кг | Ц) 156469 кг | Ч) 423469 кг |
| Ш) 567090 кг | Щ) 458076 кг | Ъ) 509739 кг | Ы) 400570 кг | Ь) 505050 кг |

VI. На глобусе проведены 17 параллелей и 25 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридианом называется дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель – это окружность, параллельная экватору. Экватор также является параллелью.

1.18. Выразите в граммах:

- | | | | | |
|---------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------|---------------|
| А) 2 кг 300 г | Б) 2 кг 30 г | В) 2 кг 3 г | Г) 4 кг 313 г | Д) 5 кг 757 г |
| Е) 13 кг 80 г | Ё) 31 кг 8 г | Ж) 17 кг 800 г | З) 34 кг 34 г | И) 50 кг 70 г |
| Й) 1 ц | К) 1 т | Л) 2 ц 3 кг | М) 3 ц 20 кг | Н) 7 ц 200 г |
| О) 4 ц 44 кг 500 г | П) 5 т 4 ц 30 кг 3 г | Р) 7 т 2 ц 33 кг 60 г | | |
| С) 2 т 5 ц 45 кг 700 г | Т) 11 т 3 ц 97 кг 17 г | У) 45 т 9 ц 90 кг 90 г | | |
| Ф) 3 ц 107 кг 1070 г | Х) 8 ц 234 кг 3450 г | Ц) 18 ц 1250 кг 1250 г | | |
| Ч) 3 т 23 ц 456 кг 4500 г | Ш) 44 т 44 ц 440 кг 4040 г | Щ) 57 т 570 ц 5700 кг 5700 г | | |

1.19. Выразите в тоннах, центнерах, килограммах и граммах:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| А) 1200 г | Б) 1020 г | В) 1002 г | Г) 2340 г | Д) 4057 г |
| Е) 5700 г | Ё) 10450 г | Ж) 11045 г | З) 23030 г | И) 70800 г |
| Й) 100000 г | К) 120000 г | Л) 231000 г | М) 235200 г | Н) 507090 г |
| О) 450057 г | П) 690008 г | Р) 430700 г | С) 529450 г | Т) 809990 г |
| У) 1000000 г | Ф) 1004000 г | Х) 2048500 г | Ц) 3408050 г | Ч) 7900800 г |
| Ш) 7090080 г | Щ) 7906080 г | Ъ) 7960008 г | Ы) 10040045 г | Ь) 11235507 г |

1.20. Выразите в секундах:

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| А) 1 мин 10 с | Б) 2 мин 30 с | В) 3 мин 20 с | Г) 4 мин 40 с | Д) 5 мин 25 с |
| Е) 2 мин 47 с | Ё) 3 мин 37 с | Ж) 4 мин 8 с | З) 6 мин 44 с | И) 3 мин 19 с |
| Й) 6 мин 16 с | К) 7 мин 34 с | Л) 8 мин 54 с | М) 9 мин 41 с | Н) 10 мин 1 с |
| О) 11 мин 40 с | П) 12 мин 33 с | Р) 13 мин 20 с | С) 14 мин 55 с | Т) 15 мин 57 с |
| У) 20 мин 40 с | Ф) 35 мин 25 с | Х) 44 мин 57 с | Ц) 55 мин 56 с | Ч) 37 мин 37 с |

VII. В Лесогории живут только эльфы и гномы. Гномы лгут, говоря про свое золото, а в остальных случаях говорят правду. Эльфы лгут, говоря про гномов, а в остальных случаях говорят правду. Однажды два лесогорца сказали:

А: Все мое золото я украл у Дракона.

Б: Ты лжешь.

Определите, эльфом или гномом является каждый из них.

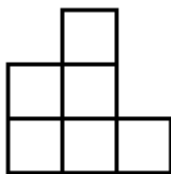
1.21. Вычислите, сколько секунд в одном часе. Выразите в секундах:

- | | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|---------------|---------------|
| А) 2 ч | Б) 5 ч | В) 24 ч | Г) 3 ч 5 мин | Д) 4 ч 10 мин |
| Е) 5 ч 20 мин | Ё) 6 ч 25 мин | Ж) 7 ч 13 мин | З) 8 ч 47 мин | И) 17 ч 4 мин |
| Й) 1 ч 5 мин 40 с | К) 2 ч 20 мин 20 с | Л) 8 ч 27 мин 16 с | | |
| М) 11 ч 15 мин 19 с | Н) 20 ч 48 мин 5 с | О) 23 ч 57 мин 57 с | | |

1.22. Выразите в часах, минутах и секундах:

- | | | | | |
|-----------|-----------|------------|-----------|------------|
| А) 70 с | Б) 95 с | В) 110 с | Г) 120 с | Д) 145 с |
| Е) 167 с | Ё) 180 с | Ж) 184 с | З) 199 с | И) 210 с |
| Й) 240 с | К) 256 с | Л) 297 с | М) 323 с | Н) 396 с |
| О) 418 с | П) 445 с | Р) 469 с | Т) 490 с | С) 534 с |
| У) 567 с | Ф) 613 с | Х) 670 с | Ц) 690 с | Ч) 765 с |
| Ш) 1000 с | Щ) 1245 с | Ъ) 1678 с | Ы) 2345 с | Б) 5757 с |
| Э) 8568 с | Ю) 9763 с | Я) 13457 с | Q) 20543 | W) 37597 с |

VIII. Сложите из фигур, изображенных на рисунке,



А) квадрат размером 9*9 с вырезанным в его центре квадратом 3*3;

Б) прямоугольник размером 9*12.

Фигуры можно не только поворачивать, но и переворачивать.

IX. На батоне колбасы нарисованы тонкие поперечные кольца. Если разрезать по красным кольцам, получится 5 кусков, если по желтым — 7 кусков, а если по зеленым — 11 кусков. Сколько кусков колбасы получится, если разрезать по кольцам всех трех цветов?

X. Чтобы подняться с первого этажа на третий этаж дома, надо пройти 52 ступеньки. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться с первого этажа на шестой этаж этого же дома?

1.23. Переведите скорость в м/с:

- | | | | | |
|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| А) 36 км/ч | Б) 18 км/ч | В) 54 км/ч | Г) 72 км/ч | Д) 90 км/ч |
| Е) 144 км/ч | Ё) 126 км/ч | Ж) 162 км/ч | З) 342 км/ч | И) 414 км/ч |
| Й) 60 м/мин | К) 180 м/мин | Л) 240 м/мин | М) 420 м/мин | Н) 600 м/мин |
| О) 780 м/мин | П) 900 м/мин | Р) 1860 м/мин | С) 2580 м/мин | Т) 3420 м/мин |

1.24. Переведите скорость в км/ч:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| А) 5 м/с | Б) 10 м/с | В) 25 м/с | Г) 30 м/с | Д) 55 м/с |
| Е) 15 м/с | Ё) 40 м/с | Ж) 75 м/с | З) 105 м/с | И) 150 м/с |
| Й) 50 м/мин | К) 150 м/мин | Л) 200 м/мин | М) 2300 м/мин | Н) 5700 м/мин |
| О) 100 м/мин | П) 350 м/мин | Р) 500 м/мин | С) 3200 м/мин | Т) 1700 м/мин |

1.25. Переведите в м/мин:

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| А) 6 км/ч | Б) 9 км/ч | В) 21 км/ч | Г) 57 км/ч | Д) 60 км/ч |
| Е) 24 км/ч | Ё) 15 км/ч | Ж) 45 км/ч | З) 99 км/ч | И) 84 км/ч |
| Й) 5 м/с | К) 7 м/с | Л) 10 м/с | М) 12 м/с | Н) 60 м/с |
| О) 8 м/с | П) 11 м/с | Р) 20 м/с | С) 25 м/с | Т) 57 м/с |

XI. Расставьте цифры от 1 до 9 в квадраты так, чтобы все равенства были верные:

		:		=		-		=		+		=		×	
--	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

	:		=				
	-		=	×		=	
	=		-				

Числовые и буквенные выражения.

Коллеги! В этом разделе мы поговорим с Вами об очень простых и очевидных вещах. Для начала решим две очень простые задачи. (Даже неловко предлагать такие простые задачи столь высоко учёному собранию!)

Задача 1. Лёва и Яша пошли в магазин. Лёва купил 2 кг черешни по цене 200 рублей за килограмм, а Яша – 3 кг клубники по цене 150 рублей за килограмм. Какова общая стоимость их покупки?

Решение. Решим эту задачу по действиям:

1. $200 \cdot 2 = 400$ рублей – стоимость черешни;
2. $150 \cdot 3 = 450$ рублей – стоимость клубники;
3. $400 + 450 = 850$ рублей – стоимость всей покупки.

Ответ: 850 рублей.

Однако решение этой простой задачи можно записать и не по действиям. Вся задача записывается в одну строчку: $200 \cdot 2 + 150 \cdot 3 = 850$. Таким образом, для решения задачи мы составили **числовое выражение** $200 \cdot 2 + 150 \cdot 3$. А для того, чтобы получить ответ задачи, нам необходимо выполнить действия, иными словами – найти **значение числового выражения**. По сути дела, многие примеры и задачи сводятся к тому, чтобы составить числовое выражение и найти его значение. Отметим, что при решении некоторых задач могут получаться и более сложные и громоздкие числовые выражения, для записи которых требуются скобки. Итак, дадим следующее определение.

Определение. Выражение, содержащее только числа, знаки действий и скобки, называется **числовым выражением**. Числовое выражение показывает, какие действия и в каком порядке следует выполнять. В результате выполнения этих действий мы получаем число, которое называется **значением числового выражения**.

Изменим условие нашей задачи.

Задача 2. Лёва и Яша пошли в магазин. Лёва купил 2 кг черешни по цене 210 рублей за килограмм, а Яша – 3 кг клубники по цене 140 рублей за килограмм. Какова общая стоимость их покупки? (Заметим, что эта задача получена из предыдущей задачи заменой 200 рублей на 210 рублей, а 150 рублей – на 140 рублей.)

Решение. Поскольку эта задача абсолютно аналогична предыдущей, не будем расписывать её решение по действиям, а сразу составим числовое выражение для решения этой задачи и найдём его значение: $210 \cdot 2 + 140 \cdot 3 = 840$.

Ответ: 840 рублей.

Снова изменим условие задачи. Предположим, что Лёва и Яша собираются купить 2 кг черешни и 3 кг клубники, но не знают, какие сегодня цены. В подобных ситуациях неизвестные, но необходимые для решения задачи величины обозначают буквами. Разные неизвестные величины обозначают разными буквами.

Задача 3. Лёва и Яша пошли в магазин. Лёва купил 2 кг черешни по цене x рублей за килограмм, а Яша – 3 кг клубники по цене y рублей за килограмм. Какова общая стоимость их покупки? (Заметим, что эта задача получена из предыдущих задач заменой конкретной цены черешни на x рублей, а конкретной цены клубники – на y рублей.)

Решение. Как и раньше, сначала решим задачу по действиям.

1. $x \cdot 2$ рублей – стоимость черешни;
2. $y \cdot 3$ рублей – стоимость клубники;
3. $x \cdot 2 + y \cdot 3$ рублей – стоимость всей покупки.

Ответ: $x \cdot 2 + y \cdot 3$ рублей.

Как Вы, просвещённый читатель, видите, и решение, и ответ этой задачи снова можно записать в виде одного выражения: $x \cdot 2 + y \cdot 3$. Таким образом, для решения этой задачи мы составили **буквенное выражение** $x \cdot 2 + y \cdot 3$. Получить числовой ответ на эту задачу невозможно до тех пор, пока мы не знаем, какие значения принимают неизвестные x и y .

Теперь заметим, что **числовое выражение** $200 \cdot 2 + 150 \cdot 3$, которое мы получили при решении первой задачи, получается из **буквенного выражения** $x \cdot 2 + y \cdot 3$ при **подстановке** значений $x = 200$ и $y = 150$. Вычислив **значение** этого **числового выражения**, мы получим ответ первой задачи: $200 \cdot 2 + 150 \cdot 3 = 850$. А если вместо x мы **подставим** число 210, а вместо y **подставим** число 140, то мы в точности получим **числовое выражение** для решения второй задачи: $210 \cdot 2 + 140 \cdot 3$. **Значение** этого **числового выражения** является ответом второй задачи: $210 \cdot 2 + 140 \cdot 3 = 840$.

Просвещённый читатель может спросить, а зачем вообще нужны буквенные выражения. В самом деле, зачем городить огород и придумывать какие-то буквенные выражения, когда с числовыми выражениями и так всё понятно. Постараемся объяснить. Как мы видели, при подстановке в буквенное выражение вместо букв конкретных чисел мы получаем числовое выражение для решения той или иной задачи. Таким образом, составив **буквенное выражение** $x \cdot 2 + y \cdot 3$, мы решили серию однотипных задач, в которых Лёва и Яша покупают 2 кг черешни и 3 кг клубники. Этим буквенным выражением мы записываем математическую модель, схему решения всех таких задач. Для того, чтобы получить конкретный числовой ответ, нам надо знать значения неизвестных x и y , **подставить** их в буквенное выражение и вычислить значение получившегося числового выражения. Например, если $x = 195$, $y = 160$, то Лёва и Яша заплатят за покупку $195 \cdot 2 + 160 \cdot 3 = 870$ рублей.

Сделаем важное замечание. В буквенном выражении $x \cdot 2 + y \cdot 3$ значения x и y заранее неизвестны. Поэтому x и y иногда называют **неизвестными**. При этом при переходе к каждой конкретной задаче x и y меняются и принимают новые значения. Поэтому чаще x и y называют **переменными**. Ещё раз отметим, что буквами мы обозначаем числа, которые до поры до времени неизвестны. Все наши рассуждения можно завершить следующим определением.

Определение. Выражение, содержащее числа, буквы, знаки действий и скобки, называется **числовым выражением**. Буквы в таком выражении называются **неизвестными** или **переменными**. Чтобы вычислить **значение буквенного выражения**, нужно знать значения букв, **подставить** эти значения в буквенное выражение и вычислить **значение** получившегося **числового выражения**.

Сделаем ещё одно важное замечание: при записи буквенных выражений есть традиция записывать числа перед буквами. То есть буквенное выражение $x \cdot 2 + y \cdot 3$ правильно следует записать как $2 \cdot x + 3 \cdot y$. Числа, которые стоят как множители перед буквами, называют **коэффициентами**.

И в заключение – небольшое философское отступление. Цифры, буквы, скобки, знаки арифметических действий можно считать алфавитом **математического языка**. Слова этого алфавита – это в точности числовые и буквенные выражения. Числовые и буквенные выражения появляются при решении конкретных задач. Таким образом, составляя эти выражения, мы фактически переводим русский (английский, китайский и любой другой) язык на математический. Приведём некоторые примеры в качестве образца для выполнения некоторых ниже следующих заданий.

на русском языке	на математическом языке
произведение первых пяти натуральных чисел	$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$
разность чисел a и b	$a - b$
утроенное произведение чисел x и y	$3 \cdot x \cdot y$
произведение суммы чисел s и t и разности чисел m и 57	$(s + t) \cdot (m - 57)$
частное от деления числа 143 на разность чисел 67 и 54	$143 : (67 - 54)$

Отметим, что в последних двух примерах мы имеем дело с математическими выражениями, для записи которых нужны скобки. При переводе на русский язык такие выражения называются по последнему выполняемому действию.

1.26. Шоколадка «Twix» стоит 20 рублей, а бутылка «Pepsi» – 35 рублей. Составьте числовые и буквенные выражения для ответов на следующие вопросы. Вычислите значения числовых выражений.

А) На сколько «Twix» дешевле «Pepsi»?

Б) Сколько стоят «Twix» и «Pepsi» вместе?

В) Сколько стоят три шоколадки «Twix» и четыре бутылки «Pepsi»?

Г) На сколько 7 шоколадок «Twix» дороже 3 бутылок «Pepsi»?

Д) Во сколько раз 7 шоколадок «Twix» дороже 2 бутылок «Pepsi»?

Е) Какую сдачу получит покупатель с 500 рублей после покупки 8 шоколадок «Twix» и 5 бутылок «Pepsi»?

Ё) Сколько стоят n шоколадок «Twix» и m бутылок «Pepsi»?

Ж) На сколько s шоколадок «Twix» дороже t бутылок «Pepsi»?

З) Какую сдачу получит покупатель с z рублей после покупки u шоколадок «Twix» и v бутылок «Pepsi»?

И) Сколько будет стоить шоколадка «Twix» после увеличения цены на a рублей?

Й) Сколько будет стоить бутылка «Pepsi» после уменьшения цены на b рублей?

К) Сколько будут стоить n шоколадок «Twix» и m бутылок «Pepsi» после увеличения цены шоколадки «Twix» на a рублей и уменьшения цены бутылки «Pepsi» на b рублей?

XII. Запишите число 1000, используя шесть троек и знаки действий.

1.27. Тонкая тетрадь (12 листов) в клетку стоит x рублей, толстая тетрадь (96 листов) – y рублей. Составьте числовые и буквенные выражения для ответов на следующие вопросы.

А) Сколько стоят тонкая и толстая тетрадь вместе?

Б) На сколько толстая тетрадь дороже тонкой?

В) Во сколько раз толстая тетрадь дороже тонкой?

Г) Сколько стоят 15 тонких и 10 толстых тетрадей?

Д) Сколько стоят m тонких и n толстых тетрадей?

Е) На сколько m тонких тетрадей дешевле, чем n толстых тетрадей?

Ё) Какую сдачу получит покупатель с 1000 рублей при покупке одной тонкой и десяти толстых тетрадей?

Ж) Какую сдачу получит покупатель с z рублей при покупке m тонких и n толстых тетрадей?

З) Сколько будут стоить 7 тонких тетрадей, если цена тонкой тетради увеличится на 2 рубля?

И) Сколько будут стоить 11 толстых тетрадей, если цена толстой тетради уменьшится на 3 рубля?

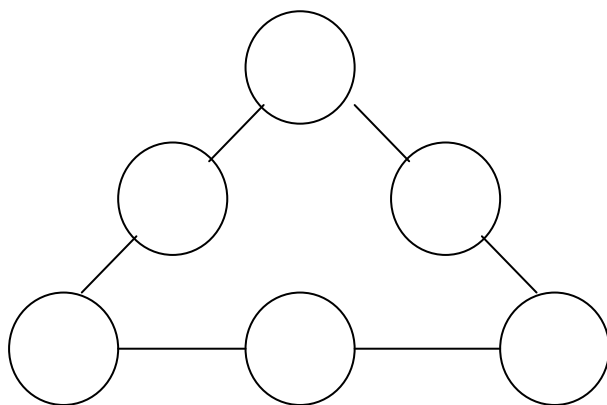
Й) Сколько будут стоить 3 тонких тетради и 8 толстых, если цена тонкой тетради увеличится в 2 раза, а цена толстой – на 10 рублей.

К) Сколько будут стоить m тонких тетради и n толстых, если цена тонкой тетради увеличится в a раз, а цена толстой – на b рублей.

Решите следующие задачи. Для решения каждой задачи составьте числовое или буквенное выражение. Найдите значения числовых выражений.

1.28. А) Поезд шёл двое суток. В первые сутки он прошёл 980 км, а во вторые – на 50 км больше. Сколько километров прошёл поезд за двое суток? Б) Поезд шёл двое суток. В первые сутки он прошёл 980 км, а во вторые – на m км больше. Сколько километров прошёл поезд за двое суток?

1.29. А) Одному из братьев 7 лет, а второй старше его на 5 лет. Сколько лет второму брату? Б) Одному из братьев 7 лет, а второй старше его на n лет. Сколько лет второму брату? В) Одному из братьев a лет, а второй старше его на c лет. Сколько лет второму брату?



ХIII. Расставьте в кружочках числа 11, 12, 13, 14, 15 и 16 так, чтобы сумма чисел на каждой из сторон треугольника была одинаковой.

1.30. Три рассказа занимают вместе 186 страниц. Первый рассказ занимает 25 страниц, второй -- m страниц. Сколько страниц занимает третий рассказ?

1.31. А) В полдень термометр показал температуру 21°C , а к полуночи температура опустилась на 3°C . Какую температуру показывал термометр в полночь? Б) В полдень термометр показал температуру 1°C , а к полуночи температура опустилась на 4°C . Какую температуру показывал термометр в полночь? В) В полдень термометр показал температуру $x^{\circ}\text{C}$, а к полуночи температура опустилась на 2°C . Какую температуру показывал термометр в полночь? Г) В полдень термометр показал температуру $l^{\circ}\text{C}$, а к полуночи температура опустилась на $d^{\circ}\text{C}$. Какую температуру показывал термометр в полночь?

1.32. А) Арбузы продаются по цене 20 рублей за кг, а дыни – 80 рублей за кг. Лёва купил арбуз массой 13 кг, а Яша – дыню массой 3 кг. Какова общая стоимость их покупки? На сколько арбуз дороже дыни? Б) Арбузы продаются по цене a рублей за кг, а дыни – b рублей за кг. Лёва купил арбуз массой 13 кг, а Яша – дыню массой 3 кг. Какова общая стоимость их покупки? В) Арбузы продаются по цене a рублей за кг, а дыни – b рублей за кг. Лёва купил арбуз массой x кг, а Яша – дыню массой y кг. Какова общая стоимость их покупки?

1.33. А) В книжном шкафу три полки. На первой стоит 30 книг, на второй – на 2 книги больше, чем на первой, а на третьей – в два раза меньше, чем на первой и второй полках вместе. Сколько всего книг в шкафу? Б) В книжном шкафу три полки. На первой стоит a книг, на второй – на b книги больше, чем на первой, а на третьей – в два раза меньше, чем на первой и второй полках вместе. Сколько всего книг в шкафу?

1.34. А) В магазин привезли 58 больших и 78 маленьких ящиков с яблоками. В каждом маленьком ящике 24 кг яблок, а в каждом большом – в 3 раза больше. Сколько всего яблок привезли в магазин? Б) В магазин привезли m больших и 78 маленьких ящиков с яблоками. В каждом маленьком ящике 24 кг яблок, а в каждом большом – в a раза больше. Сколько всего яблок привезли в магазин?

1.35. А) Для библиотеки купили в сентябре 25 книг по цене 75 рублей каждая. В октябре купили 25 других книг. За все книги, купленные в сентябре и октябре, заплатили 3900 рублей. Сколько стоит одна книга, купленная в октябре? Б) Для библиотеки купили в сентябре m книг по цене a рублей каждая. В октябре купили n других книг. За все книги, купленные в сентябре и октябре, заплатили z рублей. Сколько стоит одна книга, купленная в октябре?

1.36. В каждом ряду зрительного зала m мест, а число рядов на 5 больше, чем мест в одном ряду. Сколько всего мест в зрительном зале? Сколько мест останутся свободными, если в зрительный зал придут s человек?

1.37. А) Порция мороженого стоит 28 рублей, и она стоит дешевле шоколадки на 5 рублей. Коробка конфет в 5 раз дороже шоколадки. Сколько стоит коробка конфет? Б) Порция мороженого стоит x рублей, и она стоит дешевле шоколадки на y рублей. Коробка конфет в z раз дороже шоколадки. Сколько стоит коробка конфет?

XIV. А) Из двух одинаковых квадратов сложили один прямоугольник. Чему равен периметр этого прямоугольника, если периметр каждого квадрата равен 24 см? Б) Из 6 одинаковых квадратов сложили прямоугольник. Чему может быть равен периметр этого прямоугольника, если периметр каждого квадрата равен 24 см? В) Из n одинаковых квадратов, выложив их в ряд, сложили прямоугольник размером 1 на n . Чему равен периметр этого прямоугольника, если периметр каждого квадрата равен 24 см?

1.38. А) Лёва купил 4 кг черешни по цене 180 рублей за кг, а Яша 5 кг клубники. Всего они заплатили 1270 рублей. Сколько стоит один килограмм клубники? Б) Лёва купил x кг черешни по цене a рублей за кг, а Яша y кг клубники. Всего они заплатили s рублей. Сколько стоит один килограмм клубники?

1.39. А) Лёва купил несколько килограммов черешни по цене 250 рублей за кг, а Яша – 3 кг клубники по цене 100 рублей за кг. Всего они заплатили 1550 рублей. Сколько килограммов черешни купил Лёва? Б) Лёва купил несколько килограммов черешни по цене a рублей за кг, а Яша – t кг клубники по цене b рублей за кг. Всего они заплатили z рублей. Сколько килограммов черешни купил Лёва?

1.40. На машину погрузили a одинаковых (по массе) ящиков с деталями и станок. Общая масса этого груза равна 1360 кг. Какова масса каждого ящика с деталями, если масса станка 640 кг? Найдите значение получившегося выражения при $a = 16$.

1.41. А) Гриша Ч. задумал некоторое число. Это число он умножил на 9 и к полученному результату прибавил 40. Получилось 76. Какое число задумал Гриша Ч.? Б) Гриша Ч. задумал некоторое число. Это число он умножил на y и к полученному результату прибавил x . Получилось z . Какое число задумал Гриша Ч.?

1.42. А) Гриша Ч. задумал некоторое число. Из этого числа он вычел 7 и полученный результат умножил на 3. Получилось 150. Какое число задумал Гриша Ч.? Б) Гриша Ч. задумал некоторое число. Из этого числа он вычел t и полученный результат умножил на s . Получилось w . Какое число задумал Гриша Ч.?

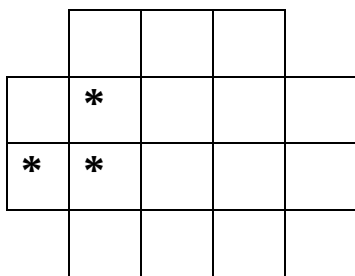
1.43. Площадь баскетбольной площадки, имеющей прямоугольную форму равна a м². Длина площадки равна 20 м. Чему равна ширина площадки? Найдите значение получившегося выражения при $a = 300$.

1.44. Самолёту надо пролететь s км. В час самолёт пролетает d км. Сколько километров останется пролететь самолёту после двух часов полёта? Найдите значение получившегося выражения при $s = 8000$ и $d = 850$.

1.45. Пять кг черешни можно купить за x рублей, а семь килограммов клубники – за y рублей. На сколько килограмм черешни дороже килограмма клубники? Найдите значение получившегося выражения при $x = 1300$, $y = 805$.

1.46. Два прямоугольника имеют одинаковую площадь, равную b дм². Ширина первого прямоугольника равна 5 дм, ширина второго – 7 дм. Длина какого прямоугольника меньше и на сколько? Найдите значение получившегося выражения при $y = 140$.

XV. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на три части так, чтобы в каждой части была «звёздочка» и из этих частей можно было бы сложить квадрат.



1.47. Два друга взяли в библиотеке одинаковые книги. Первый читает x страниц в день, а второй – y страниц в день. Кто из них прочитает свою книгу быстрее и во сколько раз, если в книге 600 страниц? Найдите значение получившегося выражения при $x = 100$ и $y = 50$.

1.48. Барону Мюнхгаузену n лет. Его лошадь на 25 лет моложе барона. Во сколько раз барон старше лошади? Найдите значение получившегося выражения при $n = 30$.

1.49. За 10 тетрадей заплатили x рублей, а за 15 блокнотов – на y рублей больше. На сколько рублей блокнот дешевле тетради? Найдите значение получившегося выражения при $x = 250$, $y = 20$.

1.50. Шёл трамвай десятый номер по бульварному кольцу. В нём сидело и стояло сто пятнадцать человек. Люди входят и выходят... На первой остановке вышло n человек, а вошло m человек. На следующей остановке никто не вошёл, а вышло в 5 раз меньше, чем было первоначально. Сколько человек осталось в трамвае после второй остановки? Найдите значение получившегося выражения при $n = 37$, $m = 13$.

1.51. Запишите число, в котором:

А) 5 десятков и 7 единиц

Б) 3 сотни, 2 десятка и 9 единиц

В) 4 тысячи и 5 десятков

Г) x десятков и 7 единиц

Д) 7 десятков и x единиц

Е) a единиц и b единиц

Ё) b сотен, 4 десятка и a единиц

Ж) z сотен, y десятков и x единиц

З) 5 тысяч, x десятков и 1 единица

И) t тысяч, a сотен, 5 десятков и b единиц

1.52. В магазине «Спортмастер» цена футбольного мяча равна a рублей, а цена баскетбольного мяча b рублей. Какой смысл имеют следующие выражения: $a + b$; $a - b$; $2 \cdot a + 3 \cdot b$, $7 \cdot a - 5 \cdot b$, $3000 - (a + b)$?

1.53. Придумайте (и запишите в тетради!) задачи, математической моделью которых могут являться следующие числовые и буквенные выражения:

А) $7 \cdot 18 + 23$

Б) $120 : 12 - 11$

В) $13 \cdot 9 + 11 \cdot 7$

Г) $(19 - 7) \cdot (12 + 3)$

Д) $120 \cdot x + y$

Е) $1200 : y + 1300 : x$

Ё) $2500 - 3 \cdot x$

Ж) $(a - b) : 7 + c$

З) $a + (3 + b) : c$

XVI. На карточках записаны числа 415, 43, 7, 8, 74, 3:

415

43

7

8

74

3

А) Расположите карточки в ряд так, чтобы получившееся десятизначное число было наименьшим из возможных. Б) Расположите карточки в ряд так, чтобы получившееся десятизначное число было наибольшим из возможных. В) Сколько всего десятизначных чисел можно составить из этих карточек?

1.54. Запишите на математическом языке следующие выражения. Для числовых выражений вычислите их значения.

№	на русском языке	на математическом языке
1	сумма чисел 7 и a	
2	разность чисел x и 8	
3	сумма чисел y и $a-4$	
4	разность чисел 16 и $3+p$	
5	сумма чисел $a+b$ и $x-3$	
6	разность чисел $a+3$ и 11	
7	разность чисел $x+8$ и $x+5$	
8	разность чисел $a+b$ и $c+8$	
9	разность чисел 57 и $a+b+3$	
10	частное от деления числа 143 на разность чисел 67 и 54	
11	произведения числа 13 и суммы чисел 27 и 91	
12	разность числа 135 и частного чисел 105 и 7	
13	частное от деления суммы чисел 43 и 3 на разность чисел 140 и 117	
14	разность наименьшего трёхзначного и наибольшего двухзначного числа	
15	частное наибольшего четырёхзначного числа и наименьшего натурального числа	
16	произведение всех нечётных однозначных чисел	
17	сумма всех двузначных чисел, которые делятся на 10	
18	сумма числа 18 и частного чисел a и 5	
19	разность произведения чисел 9 и b и числа 23	
20	произведение числа c и суммы чисел d и 4	
21	частное разности чисел 10 и n и числа m	

1.55. Даны два числа – 57 и 19. Запишите в виде числового выражения и вычислите:

- А) произведение суммы данных чисел и большего из них;
- Б) произведение разности данных чисел и меньшего из них;
- В) разность большего из данных чисел и их частного;
- Г) сумму меньшего из данных чисел и их произведения.

XVII. Одну сторону прямоугольника увеличили в 3 раза, а другую уменьшили в 2 раза и получили квадрат. Чему равна сторона квадрата, если площадь прямоугольника равна 54 см^2 ?

1.56. Запишите на математическом языке следующие выражения. Для числовых выражений вычислите их значения.

№	на русском языке	на математическом языке
1	произведение числа 100 и суммы чисел 8 и 7	
2	произведение разности чисел 57 и 42 и числа 100	
3	частное суммы чисел 32 и 24 и числа 7	
4	частное числа 81 и разности чисел 77 и 68	
5	сумма произведения чисел 15 и 2 и частного чисел 42 и 6	
6	разность частного чисел 270 и 3 и произведения чисел 25 и 3	
7	сумма произведения чисел 17 и 3 и произведения чисел 4 и 13	
8	разность частного чисел 45 и 3 и частного чисел 64 и 32	
9	произведение числа 3 и разности чисел a и b	
10	частное числа 25 и суммы чисел x и y	
11	сумма утроенного числа a и числа b	
12	разность числа 72 и удвоенного числа c	

1.57. Запишите на математическом языке следующие выражения.

№	на русском языке	на математическом языке
1	сумма чисел a , b и произведения чисел c и d	
2	сумма произведения суммы чисел a и b на число c и числа d	
3	сумма произведения чисел a и 5 и частного чисел b и 3	
4	разность частного чисел 77 и разности чисел a и b и числа 11	
5	сумма произведения чисел a и b , умноженного на 57, и произведения чисел c и d	
6	сумма цифр числа 2345	
7	разность числа 92 и двузначного числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке	

XVIII. Перед гномом Торинном лежат три кучки бриллиантов: в первой кучке 17 бриллиантов, во второй – 21 бриллиант, в третьей – 27 бриллиантов. Среди этих бриллиантов ровно один фальшивый. Все бриллианты имеют одинаковый вид, все настоящие бриллианты весят одинаково, а фальшивый отличается от них по весу, но неизвестно в какую сторону. У Торина есть чашечные весы без гирь. Торину надо за одно взвешивание найти кучку, в которой все бриллианты настоящие. Как это сделать?

1.58. На математическом языке можно не только составлять числовые и буквенные выражения, которые показывают, в каком порядке следует выполнять действия, но и записывать соотношения между числами. Чтобы эта мысль стала яснее, рассмотрим два примера.

Пример 1. Число 57 на 5 больше числа 52.

На математическом языке это можно записать тремя способами:

$$57 = 52 + 5, \quad 52 = 57 - 5 \quad \text{или} \quad 57 - 52 = 5.$$

Пример 2. Число 19 в 3 раза меньше числа 57.

На математическом языке это можно записать тремя способами:

$$19 \cdot 3 = 57, \quad 57 : 3 = 19 \quad \text{или} \quad 57 : 19 = 3$$

Заполните следующую таблицу. Запишите соотношения между числами всеми возможными способами.

№	на русском языке	на математическом языке
1	13 на 9 меньше 22	
2	131 на 32 больше 99	
3	60 в 4 раза больше 15	
4	11 в 8 раз меньше 88	
5	число m на 8 больше числа n	
6	число a в 4 раза больше числа b	
7	число c на 3 меньше числа d	
8	число e в 6 раз меньше числа g	
9	число x на 3 больше, чем разность чисел a и b	
10	число x на 7 меньше, чем произведение чисел a и b	
11	число x в 5 раз больше, чем частное чисел a и b	
12	число x в 4 раза меньше, чем сумма чисел a и b	
13	65 в 5 раз больше 13	
14	90 в 9 раз меньше 810	
15	11 на 15 меньше 26	
16	35 на 7 больше 28	
17	x на y больше z	
18	m в n раз больше a	
19	c на d меньше f	
20	s и t раз меньше w	

1.59. Переведите с математического языка на русский. Для каждого примера предложите два перевода: используя слово «больше» и используя слово «меньше».

№	на русском языке	на математическом языке
1	число m на 3 больше числа n ; число n на 3 меньше числа m	$m = n + 3$
2	число a в 5 раз больше числа b ; число b в 5 раз меньше числа a	$a = 5 \cdot b$
3		$3 \cdot c = d$
4		$x : 6 = y$
5		$a - 13 = b$
6		$s = t + 57$
7		$x = y - 13$
8		$x : y = 13$
9		$15 \cdot d = e$
10		$u = 9 + v$

1.60. Вычислите значения буквенных выражений при указанных значениях переменных. Напомним, для того чтобы вычислить значение буквенного выражения, надо подставить вместо букв указанные значения и вычислить значение получившегося числового выражения.

- А) $2 \cdot x + 13$, $x = 17$ Б) $4 + x : 5$, $x = 30$ В) $x \cdot (x + 3)$, $x = 7$
Г) $100 - 3 \cdot x$, $x = 33$ Д) $(150 - x) : x$, $x = 10$ Е) $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$, $x = 9$
Ё) $(10 + x) \cdot x - 20$, $x = 4$ Ж) $(x + 10) : (x - 6)$, $x = 8$ З) $(13 + x) : x + 14 \cdot x$, $x = 1$
И) $a + 2 \cdot b$, $a = 12$, $b = 11$ Й) $(a - 3 \cdot b) : 7$, $a = 100$, $b = 3$ К) $2 \cdot a \cdot b + a$, $a = 4$, $b = 3$
Л) $(a + b) \cdot (3 \cdot a - b)$, $a = b = 5$ М) $a : b + 3 \cdot (a - b) + 56$, $a = b = 11$
Н) $a \cdot b + a \cdot a + b \cdot b$, $a = b = 7$ О) $3 \cdot x + 2 \cdot y + 7 \cdot z$, $x = 1$, $y = 2$, $z = 4$
П) $(x - y + z) \cdot (x \cdot y + 3 \cdot z)$, $x = y = 4$, $z = 1$ Р) $x : y + z : y + x \cdot y \cdot z$, $x = 8$, $y = 2$, $z = 10$
С) $240 : d - 4 \cdot (m + n)$, $d = 1$, $m = 15$, $n = 5$ Т) $(a + 2 \cdot b + 3 \cdot c) : (a + b + c)$, $a = b = c = 1234$

1.61. Вычислите значение буквенного выражения при указанных значениях переменных. Результаты оформите в виде таблицы.

a	0	1	2	3	4	5	6	10	15	20
$3 \cdot a + 5$										

XIX. На доске записано число 61. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на это место произведение его цифр, увеличенное на 13. То есть, например, через одну минуту на доске будет записано число $6 \cdot 1 + 13 = 19$. Какое число будет записано на доске через час? через полтора часа?

1.62. Вычислите значение буквенного выражения при указанных значениях переменных. Результаты оформите в виде таблицы.

x	0	1	2	3	5	7	10	11	12	25
$100 - 3 \cdot x$										

1.63. Вычислите значение буквенного выражения при указанных значениях переменных. Результаты оформите в виде таблицы.

x	2	3	4	5	6	10	12	57	62	100
$x \cdot (x - 2)$										

1.64. Вычислите значение буквенного выражения при указанных значениях переменных. Результаты оформите в виде таблицы.

a	0	1	2	3	0	10	7	57	10	100
b	0	2	1	0	2	1	3	57	10	4
$2 \cdot a + 3 \cdot b$										

1.65. Вычислите значение буквенного выражения при указанных значениях переменных. Результаты оформите в виде таблицы.

x	0	2	1	4	5	5	7	10	11	5
y	3	0	1	5	4	5	7	100	12	25
$x + y + x \cdot y$										

XX. На блюде лежали 15 плюшек. Карлсон взял себе в три раза больше плюшек, чем Малыш, а собака Малыша Бимбо – в три раза меньше, чем Малыш. Сколько плюшек осталось на блюде?

XXI. На полянке собрались божьи коровки. Если у божьей коровки на спине 6 точек, то она всегда говорит правду, а если 4 – то она всегда лжёт, а других божьих коровок на полянке не было. Первая божья коровка сказала: «У нас у каждой одинаковое количество точек на спине». Вторая сказала: «У всех вместе на спинах 30 точек». «Нет, у всех вместе 26 точек на спинах», – возразила третья. «Из этих троих ровно одна сказала правду», – заявила каждая из остальных божьих коровок. Сколько всего божьих коровок собралось на полянке?

Формулы.

Коллеги! Решите, пожалуйста, следующую задачу.

1.66. В первой строчке следующей таблицы указано время движения автомобиля (в часах), во второй строчке – скорость (в км/ч). В каждом случае найдите расстояние, пройденное автомобилем за данное время с указанной скоростью.

время	2 ч	3 ч	5 ч	10 ч	11 ч	25 ч	57 ч
скорость	45 км/ч	54 км/ч	73 км/ч	37 км/ч	62 км/ч	48 км/ч	50 км/ч
расстояние							

Мы думаем, что Вы легко решили эту задачу. В самом деле, **Чтобы найти расстояние, надо время умножить на скорость.** Это – правило! Если угодно – закон, по которому решаются все такие задачи. И, заполняя таблицу, Вам надо было решить 7 фактически одинаковых задач: числа в столбиках, конечно, разные, а принцип решения – один и тот же, все вычисления производятся по одной и той же схеме. В математике (а также в физике, химии, экономике и других науках) такие правила (законы!) для краткости записывают не словами, а **формулами**. При этом величины, которые участвуют в вычислениях, обозначают буквами (разные величины – разными буквами). Например, в задаче обозначим время буквой t , скорость – буквой v , расстояние – буквой s . Тогда расстояние вычисляется по следующей формуле: $s = v \cdot t$. И для того чтобы по этой формуле найти расстояние, нам надо просто **подставить** вместо буквы v значение скорости, а вместо буквы t – значение времени.

Итак, формула – это правило вычисления той или иной величины, записанное на математическом языке. Разные величины, участвующие в записи формулы, обозначаются разными буквами. Для того чтобы производить по формуле вычисления, надо вместо букв подставить соответствующие числовые значения.

Приведём ещё несколько примеров формул. Так, **чтобы найти скорость, надо расстояние разделить на время движения.** Используя те же самые обозначения, это правило можно записать с помощью формулы $v = s : t$. А **чтобы найти время движения, надо расстояние разделить на скорость**, то есть $t = s : v$.

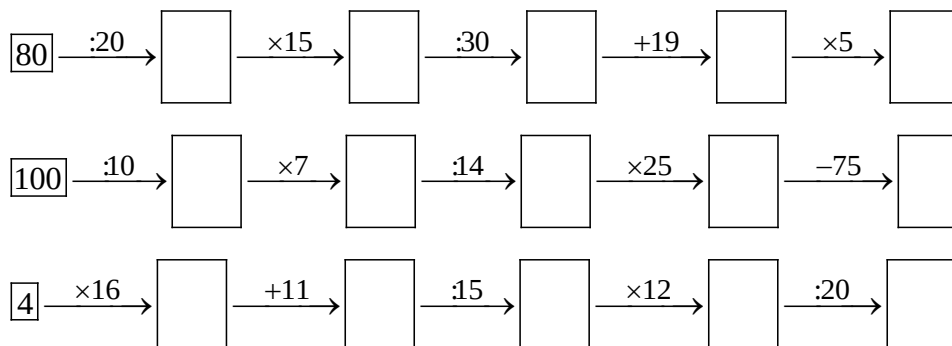
Отметим, что эта тема не является новой для просвещённого читателя, так как все буквенные выражения из предыдущей главы по сути являются формулами.

1.67. Заполните таблицу. Объясните, какой формулой надо пользоваться для заполнения каждой клеточки.

время	3 ч	8 ч		4 ч	9 ч		7 ч	23 ч
скорость	55 км/ч		61 км/ч	76 км/ч		57 км/ч	87 км/ч	
расстояние		576 км	427 км		603 км	456 км		805 км

1.68. А) Автомобиль едет со скоростью 70 км/ч. Составьте формулу, которая выражает расстояние s через время движения t . Б) Автомобиль должен проехать расстояние 600 км. Составьте формулу, которая выражает время движения t через скорость автомобиля v . В) Автомобиль находится в пути 7 часов. Составьте формулу, которая выражает расстояние s через скорость движения v . Г) Автомобиль должен проехать 900 км. Составьте формулу, которая выражает скорость автомобиля v через время движения t .

1.69. Выполните действия:



1.70. Обозначим длину прямоугольника буквой a , ширину – буквой b , периметр – буквой P , площадь – буквой S . Составьте формулы для периметра и площади прямоугольника. Проведите вычисления по эти формулам, если:

А) $a = 12$ см, $b = 5$ см

Б) $a = 10$ см, $b = 9$ см

В) $a = 17$ дм, $b = 15$ дм

Г) $a = 23$ м, $b = 20$ м

Д) $a = 25$ мм, $b = 9$ мм

Е) $a = 3$ км, $b = 2$ км

Ё) $a = 3$ м, $b = 20$ см

Ж) $a = 12$ см, $b = 11$ мм

З) $a = 1$ дм, $b = 7$ см

И) $a = 3$ мм, $b = 13$ дм

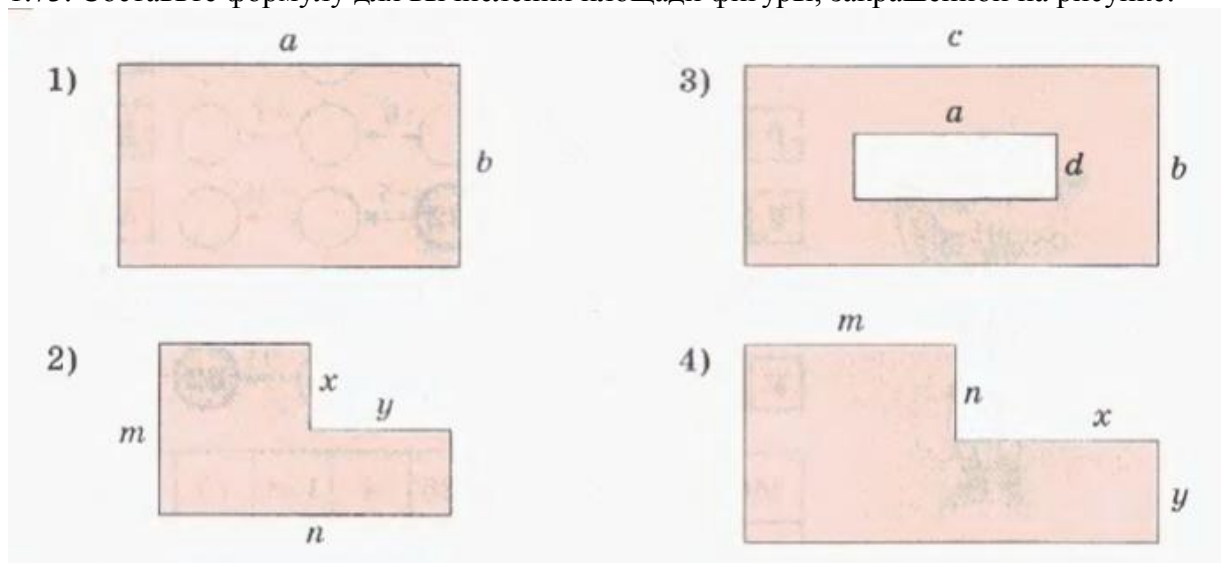
Й) $a = 31$ см, $b = 4$ м

К) $a = 57$ см, $b = 2$ м

1.71. Сторона квадрата равна a . Составьте формулу, которая выражает периметр квадрата P через его сторону. Найдите периметр квадрата, если $a = 19$ см.

1.72. Одна сторона прямоугольника равна 9 см, а другая сторона равна x . Запишите формулы для периметра P и площади S этого прямоугольника. С помощью этих формул вычислите периметр и площадь, если: А) $x = 13$ см; Б) $x = 2$ дм; В) $x = 3$ м; Г) $x = 9$ см; Д) $x = 9$ мм.

1.73. Составьте формулу для вычисления площади фигуры, закрашенной на рисунке:



XXII. Квадрат называется магическим, если суммы чисел, стоящих в квадрате, по всем строкам, по всем столбцам и по двум диагоналям равны. Составьте из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 магический квадрат.

1.74. Выполните действия:

$$\boxed{30} \xrightarrow{+20} \boxed{} \xrightarrow{\times 2} \boxed{} \xrightarrow{:20} \boxed{} \xrightarrow{+19} \boxed{}$$

$$\boxed{60} \xrightarrow{+30} \boxed{} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{+15} \boxed{} \xrightarrow{-9} \boxed{}$$

$$\boxed{100} \xrightarrow{-90} \boxed{} \xrightarrow{\times 8} \boxed{} \xrightarrow{:20} \boxed{} \xrightarrow{+14} \boxed{}$$

1.75. Однажды отличник Яша Ф. решал следующую задачу: «Автомобиль ехал 120 мин со скоростью 60 км/ч. Какое расстояние проехал автомобиль?» Отличник Яша Ф. запутался (такое бывает даже с отличниками!) и решил задачу следующим образом: чтобы найти расстояние, надо время умножить на скорость, то есть автомобиль проехал $120 \cdot 60 = 7200$ км! Однако Яша Ф. подумал, что такой ответ просто не соответствует здравому смыслу. И в самом деле, отличник Яша Ф. (такое бывает даже с отличниками!) допустил грубую и досадную ошибку при решении этой простой задачи... Объясните, пожалуйста, Яше Ф., какую же ошибку он совершил! Решите задачу правильно. И, конечно, никогда не делайте таких ошибок сами!

1.76. Заполните таблицу.

время	60 мин	120 мин	360 мин	600 мин	300 мин	420 мин
скорость	60 км/ч	70 км/ч	50 км/ч			
расстояние				420 км	350 км	490 км

1.77. Отличник Яша Ф. готовится к учебному году и покупает в магазине несколько одинаковых тетрадей в клеточку. Обозначим цену одной тетради буквой c , количество тетрадей буквой n , затраты на покупку тетрадей буквой D . Составьте формулу для вычисления D . Сколько денег потратил Яша Ф., если $c = 37$ рублей, $n = 20$?

1.78. Автомобиль едет по просёлочной дороге со скоростью 45 км/ч, а по шоссе – со скоростью 80 км/ч. Обозначим время, которое автомобиль едет по просёлочной дороге через x , а время, которое автомобиль едет по шоссе – через y . Составьте формулу для вычисления всего расстояния, пройденного автомобилем. Найдите это расстояние, если $x = 2$ ч, $y = 3$ ч.

1.79. Расстояние между городами A и B равно 600 км. Из города A в город B выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. Выразите формулой расстояние s , которое останется проехать автомобилю до города B через t часов после начала движения. Найдите это расстояние А) при $t = 3$ ч; Б) $t = 420$ мин; В) $t = 10$ ч.

1.80. Из города N в противоположные стороны одновременно выезжают два автомобиля со скоростями 50 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние для $t = 5$ ч.

	3	
	7	

XXIII. Вставьте в пустые клетки квадрата числа 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11 так, чтобы квадрат стал магическим.

1.81. Выполните действия:

$$\boxed{80} \xrightarrow{-50} \boxed{} \xrightarrow{:15} \boxed{} \xrightarrow{+19} \boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{:7} \boxed{}$$

$$\boxed{19} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{-9} \boxed{} \xrightarrow{:12} \boxed{} \xrightarrow{\times 25} \boxed{} \xrightarrow{:50} \boxed{}$$

$$\boxed{26} \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{+1} \boxed{} \xrightarrow{\times 2} \boxed{} \xrightarrow{:10} \boxed{}$$

1.82. Из города N в противоположные стороны одновременно выезжают два автомобиля со скоростями 80 км/ч и 100 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние для $t = 3$ ч.

1.83. Из города N в противоположные стороны одновременно выезжают два автомобиля со скоростями x км/ч и y км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние, если $x = 49$ км/ч, $y = 51$ км/ч, $t = 240$ минут.

1.84. Расстояние между городами A и B равно 600 км. Одновременно навстречу друг другу из городов A и B выезжают автомобили со скоростями 50 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние для $t = 3$ ч и для $t = 5$ ч.

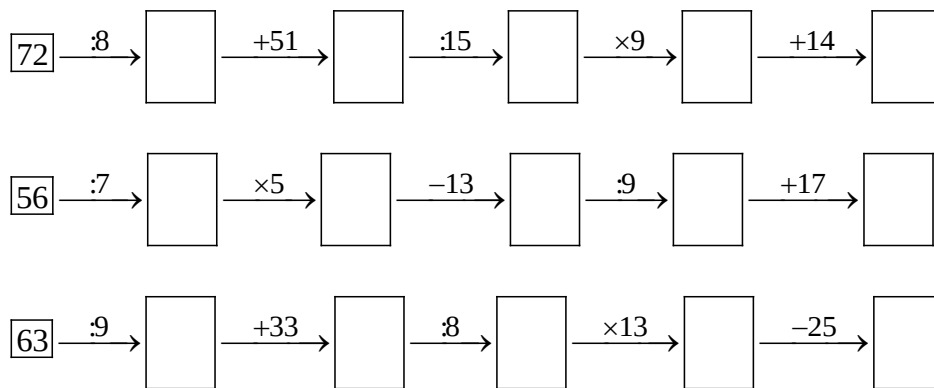
1.85. Расстояние между городами A и B равно 900 км. Одновременно навстречу друг другу из городов A и B выезжают автомобили со скоростями 100 км/ч и 80 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние для $t = 3$ ч и для $t = 5$ ч.

1.86. Расстояние между городами A и B равно d км. Одновременно навстречу друг другу из городов A и B выезжают автомобили со скоростями x км/ч и y км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние, если $d = 350$ км, $x = 55$ км/ч, $y = 65$ км/ч, $t = 2$ ч.

1.87. Расстояние между городами A и B равно 200 км. Из города A в сторону города B выезжает автомобиль со скоростью 70 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает другой автомобиль со скоростью 50 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние при $t = 3$ ч, $t = 300$ минут, $t = 10$ ч.

XXIV. Можно ли разрезать квадрат на четыре части так, чтобы каждая часть соприкасалась ровно с тремя остальными? (Части соприкасаются, если у них есть общий отрезок границы).

1.88. Выполните действия:



1.89. Расстояние между городами A и B равно 200 км. Из города A в сторону города B выезжает автомобиль со скоростью 50 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает другой автомобиль со скоростью 70 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние при $t = 2$ ч, $t = 360$ минут, $t = 11$ ч.

1.90. Расстояние между городами A и B равно 250 км. Из города A в сторону города B выезжает автомобиль со скоростью 110 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает другой автомобиль со скоростью 60 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние при $t = 60$ минут, $t = 3$ ч, $t = 5$ ч.

1.91. Расстояние между городами A и B равно 250 км. Из города A в сторону города B выезжает автомобиль со скоростью 60 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает другой автомобиль со скоростью 110 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s . Найдите это расстояние при $t = 2$ часа, $t = 180$ минут, $t = 10$ ч.

1.92. Расстояние между городами A и B равно d . Из города A в сторону города B выезжает автомобиль со скоростью x . Одновременно из города B в том же направлении выезжает другой автомобиль со скоростью y км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через время t после начала движения? Рассмотрите два случая: когда $x > y$ и когда $x < y$. Составьте формулу, обозначив искомое расстояние буквой s .

1.93. Обозначим длину прямоугольного параллелепипеда буквой a , ширину – буквой b , высоту – буквой c , объём – буквой V . Составьте формулу для объёма прямоугольного параллелепипеда. С помощью этой формулы вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, если

А) $a = 13$ см, $b = 5$ см, $c = 2$ см

Б) $a = 4$ дм, $b = 2$ дм, $c = 10$ дм

В) $a = 1$ м, $b = 11$ см, $c = 5$ дм

Г) $a = 15$ см, $b = 1$ дм, $c = 3$ дм

5		
	8	
7		

XXV. Вставьте в пустые клетки квадрата числа 4, 6, 9, 10, 11, 12 так, чтобы квадрат стал магическим.

1.94. Выполните действия:

$$\boxed{39} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{+37} \boxed{} \xrightarrow{:5} \boxed{} \xrightarrow{\times 11} \boxed{} \xrightarrow{:55} \boxed{}$$

$$\boxed{28} \xrightarrow{:2} \boxed{} \xrightarrow{+40} \boxed{} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{\times 5} \boxed{} \xrightarrow{:15} \boxed{}$$

$$\boxed{72} \xrightarrow{:3} \boxed{} \xrightarrow{:12} \boxed{} \xrightarrow{+44} \boxed{} \xrightarrow{:23} \boxed{} \xrightarrow{\times 35} \boxed{}$$

1.95. Восстановите запись вычислений цепочкой:

$$\boxed{15} \xrightarrow{\times ?} \boxed{90} \xrightarrow{: ?} \boxed{18} \xrightarrow{\times ?} \boxed{72} \xrightarrow{+ ?} \boxed{90}$$

$$\boxed{70} \xrightarrow{- ?} \boxed{49} \xrightarrow{: ?} \boxed{7} \xrightarrow{\times ?} \boxed{98} \xrightarrow{+ ?} \boxed{110}$$

1.96. Оставим те же обозначения, которыми мы пользовались в задаче 1.50. Через S обозначим площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда. Составьте формулу для этой площади. С помощью этой формулы вычислите площадь полной поверхности для параллелепипедов, указанных в предыдущей задаче.

1.97. Магазин покупает у производителя мобильный телефон по цене a , а продаёт по цене b . Обозначим через n число проданных мобильных телефонов, а через P – прибыль магазина. Составьте формулу для вычисления прибыли. Пользуясь этой формулой, найдите прибыль магазина за месяц, если цена телефона у производителя 700 рублей, цена телефона в магазине 1499 рублей, а в течение месяца было продано 170 телефонов.

1.98. Брокер играет на бирже. Он покупает акции по цене a за одну акцию, а продаёт – по цене b за одну акцию. Обозначим через n число акций, а через P – прибыль брокера. Составьте формулу для вычисления P . Пользуясь этой формулой, найдите прибыль брокера, если:

А) $a = 380$ рублей, $b = 405$ рублей, $n = 1000$

Б) $a = 70$ копеек, $b = 97$ копеек, $n = 150000$

В) $a = 115$ рублей, $b = 92$ рубля, $n = 500$

1.99. В физике плотностью вещества называют массу 1 м^3 этого вещества. Традиционно плотность обозначается буквой ρ , объём – буквой V , массу – буквой m . Составьте формулу для вычисления массы тела через его объём и плотность вещества. Пользуясь этой формулой найдите А) массу 3 тонн алюминия, если его плотность равна 2700 кг/м^3 ; Б) массу 2 тонн стали, если её масса равна 7800 кг/м^3 .

XXVI. Прямоугольник режут тремя прямолинейными разрезами от края до края. Сколько частей может получиться? Приведите примеры.

Законы арифметических действий.

Коллеги! Вам всем, разумеется, хорошо известны законы арифметических действий. Здесь мы повторим эти свойства и запишем их в буквенном виде. Начнём с самого простого свойства. Например, $2+3=5$ и $3+2=5$. Это свойство можно записать не только для чисел 2 и 3, но и для любых других двух чисел. В самом деле, **от перемены мест слагаемых сумма не меняется**. Это свойство называют **переместительный закон сложения**. Иначе говорят, что **сложение коммутативно**. Но как же сформулировать переместительный закон сложения на математическом языке? Записать это свойство для каждой пары конкретных чисел невозможно, так как чисел бесконечно много. В такой ситуации мы можем использовать буквенные обозначения. В самом деле, обозначим два произвольных числа как a и b . Тогда на математическом языке переместительный закон сложения запишется в следующей короткой форме:

$$a+b=b+a.$$

Буквенная запись подразумевает, что вместо букв a и b можно подставлять любые фиксированные числа. Таким образом, с помощью буквенных обозначений мы записали переместительный закон для всех чисел.

Запишем теперь на математическом языке остальные законы арифметических действий. Рассмотрим **переместительный закон умножения: от перемены мест множителей произведение не меняется**. Иначе говорят, что **умножение коммутативно**. Например, $3 \cdot 19 = 19 \cdot 3 = 57$. В буквенной форме этот закон запишется следующим образом:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Теперь найдём значения двух числовых выражений: $(2+3)+5$ и $2+(3+5)$. Оба этих выражения равны 10. Это означает, что при сложении трёх чисел нам не важно в каком порядке производить вычисления. То есть в таком примере скобки можно не ставить вообще: $2+3+5=10$. Это свойство, разумеется, верно не только для чисел 2, 3 и 5, но и для любых трёх чисел. Поэтому данное свойство называется **сочетательный закон сложения**. Говорят также, что **сложение ассоциативно**. Словами этот закон формулируется очень громоздко: **если к сумме двух слагаемых прибавить третье слагаемое, то получится то же число, что и от прибавления к первому слагаемому суммы второго и третьего слагаемых**. А вот в буквенном виде этот закон выглядит просто и ясно:

$$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c,$$

где буквы a , b и c обозначают три произвольных числа.

Аналогичный закон имеет место и при умножении трёх чисел. Например, $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5) = 30$. Это свойство называется **сочетательный закон умножения**. Иначе говорят, что умножение ассоциативно. Словами: **если произведение двух множителей умножить на третий множитель, то получится то же число, что и от умножения первого множителя на произведение второго и третьего множителей**. А теперь запишем этот закон на математическом языке:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$$

Коротко говоря, переместительный и сочетательный законы означают, что при вычислении суммы или произведения нескольких чисел действия можно выполнять в любом порядке.

Теперь обсудим **распределительный (или дистрибутивный) закон**, который связывает сложение и умножение. Найдём значения следующих числовых выражений: $25 \cdot 7 + 25 \cdot 3$ и $25 \cdot (7 + 3)$. Нетрудно посчитать, что $25 \cdot 7 + 25 \cdot 3 = 25 \cdot (7 + 3) = 250$. Словами это свойство сложения и умножения можно выразить так: **при умножении числа на сумму можно умножить это число на каждое слагаемое и полученные результаты сложить**. А в буквенном виде закон имеет следующий вид:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

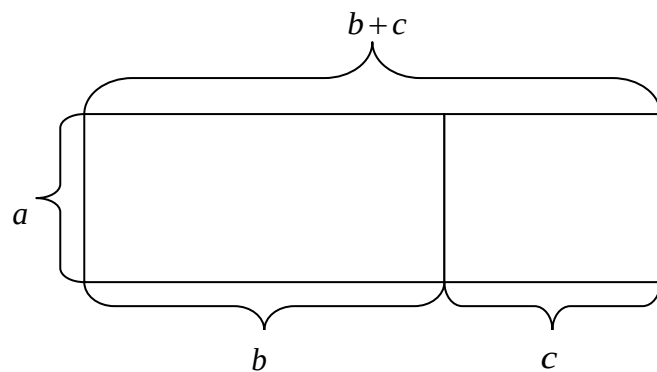
Можно привести иную формулировку распределительного закона: **сумму двух (или нескольких) произведений, содержащих одинаковый множитель, можно заменить произведением этого множителя на сумму остальных множителей**. В буквенном виде:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Про такую операцию говорят, что мы **вынесли за скобки общий множитель**.

Переместительный и сочетательный законы, как нам кажется, интуитивно понятны. Распределительный закон, как нам кажется, не столь очевиден и всё-таки вызывает вопрос: почему можно таким образом менять порядок действий? Попытаемся объяснить этот закон на каких-нибудь простых примерах. Например, так. Мальчики Вася и Лёва покупают тетради. Все тетради одинаковые и стоят 25 рублей. Вася купил 7 тетрадей, а Лёва – 3 тетради. Найдём общую стоимость всех тетрадей, купленных мальчиками. Это можно сделать двумя способами. Посчитаем, сколько рублей потратил каждый из мальчиков: Вася потратил $25 \cdot 7 = 175$ рублей, а Лёва $25 \cdot 3 = 75$ рублей. Всего они потратили $25 \cdot 7 + 25 \cdot 3 = 175 + 75 = 250$ рублей. А можно вычислить эту же сумму другим способом: так как все тетради стоят одинаково, то сначала вычислим, сколько всего тетрадей купили мальчики: $7 + 3 = 10$. А теперь умножим стоимость одной тетради на их количество: $25 \cdot (7 + 3) = 25 \cdot 10 = 250$. Вот и получается, что $25 \cdot 7 + 25 \cdot 3 = 25 \cdot (7 + 3)$. Ещё раз отметим: про такое равенство мы будем говорить, что мы **выносим за скобки общий множитель**.

Можно предложить и другое – геометрическое обоснование распределительного закона. Рассмотрим два прямоугольника: прямоугольник со сторонами a и b и прямоугольник со сторонами a и c . Если мы поставим их рядом и соединим по общей стороне a , то мы получим новый прямоугольник со сторонами a и $b+c$. Его площадь можно вычислить двумя способами.



С одной стороны, большой прямоугольник составлен из двух прямоугольников, площади которых равны $a \cdot b$ и $a \cdot c$. Значит, площадь большого прямоугольника равна $a \cdot b + a \cdot c$. С другой стороны, так площадь прямоугольника равна произведению его сторон, то площадь большого прямоугольника равна $a \cdot (b+c)$. Вот мы и получили распределительный закон: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$!

Рассмотрим несколько примеров, которые показывают, как использовать законы арифметических действий. А именно, с помощью этих законов многие вычисления можно упростить. Отметим, что здесь разобраны наиболее типичные, но, конечно же, далеко не все примеры рациональных вычислений.

Пример 1. Найдём значение выражения $7815+13+234+87+766+2185$. Решать такой пример «в лоб», по действиям – долго и скучно. Воспользуемся переместительным и сочетательным законами сложения: переставим числа и разобьём их на группы так, чтобы в каждой группе легко было выполнить сложение:

$$7815+13+234+87+766+2185 = (7815+2185) + (234+766) + (13+87) = 10000+1000+100 = 11100.$$

Пример 2. Найдём значение выражения $125 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 250$. Аналогично предыдущему примеру, воспользуемся переместительным и сочетательным законами умножения: переставим числа и разобьём их на группы так, чтобы в каждой группе легко было выполнить умножение:

$$125 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 250 = (125 \cdot 8) \cdot (50 \cdot 2) \cdot (4 \cdot 250) = 1000 \cdot 100 \cdot 1000 = 100000000.$$

Пример 3. Как быстро вычислить $8 \cdot 24$? Воспользуемся распределительным законом:

$$8 \cdot 24 = 8 \cdot (20+4) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 4 = 160 + 32 = 192.$$

Пример 4. Найдём значение выражения $21 \cdot 13 + 79 \cdot 13$. Мы видим, что здесь есть общий множитель. По распределительному закону **вынесем общий множитель за скобки**. Получаем:

$$21 \cdot \boxed{13} + 79 \cdot \boxed{13} = \boxed{13} \cdot (21+79) = 13 \cdot 100 = 1300$$

Подводя итог нашим рассуждениям, составим таблицу, в которой перечислим законы арифметических действий.

переместительный закон (коммутативность)	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$
сочетательный закон (ассоциативность)	$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$
распределительный закон (дистрибутивность)	$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

1.100. Рассмотрим ещё несколько свойств арифметических действий. Попробуйте объяснить эти свойства. Например, придумайте геометрические обоснования данных свойств.

А) $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

Б) $a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d = a \cdot (b + c + d)$

В) $a + (b - c) = (a + b) - c$

Г) $a - (b + c) = a - b - c$

1.101. Среди следующих выражений выберите равные. Вычислять значения данных выражений вовсе не обязательно! Отметьте равные выражения (например, подчеркните или обведите равные выражения одинаковым образом).

$17 + 57$	$(13 \cdot 11) \cdot 12$	$a + ((b + c) + d)$	$13 \cdot 17 + 13 \cdot 91$	$1234 - 231 - 153$
$1234 - (231 + 153)$	$7 \cdot 14 + 7 \cdot 56 - 7 \cdot 41$	$123 \cdot 45 + 45 \cdot 67$	$(y - z) \cdot x$	$11 \cdot (13 \cdot 12)$
$13 \cdot (17 + 91)$	$x \cdot y - x \cdot z$	$133 - 15 + 400$	$17 + (40 + 17)$	$(a + d) - (b + c)$
$11 \cdot 12 \cdot 13$	$(a + b) + (c + d)$	$(1234 - 231) - 153$	$(11 \cdot (2 \cdot 13)) \cdot 6$	$7 \cdot (14 + 56 - 41)$
$133 + (400 - 15)$	$(123 + 67) \cdot 45$	$a - b - c + d$	$(133 + 400) - 15$	$57 + 17$

XXVII. Крестьянину надо перевезти через речку волка, козу и капусту. Лодка вмещает одного человека, а с ним либо волка, либо козу, либо капусту. Если без присмотра оставить козу и волка, то волк съест козу. А если без присмотра оставить козу и капусту, то коза съест капусту. Как же крестьянину перевезти свой груз через речку?

Вычисления без столбика.

Сложение и вычитание без столбика.

1.102. Выполните сложение без столбика:

А) $127 + 234 = 100 + 200 + 27 + 34 = 300 + 61 = 361$

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| Б) $67 + 42$ | В) $57 + 48$ | Г) $112 + 45$ | Д) $124 + 654$ | Е) $321 + 467$ |
| Ё) $123 + 234$ | Ж) $256 + 732$ | З) $345 + 623$ | И) $645 + 323$ | Й) $432 + 453$ |
| К) $1067 + 231$ | Л) $4321 + 452$ | М) $5426 + 233$ | Н) $2147 + 431$ | О) $3212 + 67$ |
| П) $654 + 91$ | Р) $543 + 69$ | С) $56 + 871$ | Т) $289 + 123$ | У) $789 + 235$ |
| Ф) $675 + 657$ | Х) $257 + 344$ | Ц) $378 + 231$ | Ч) $453 + 389$ | Ш) $195 + 356$ |
| Щ) $387 + 643$ | Ъ) $634 + 776$ | Ы) $435 + 685$ | Ь) $658 + 482$ | Э) $264 + 786$ |

1.103. Выполните вычитание без столбика:

А) $456 - 347 = (400 + 56) - (300 + 47) = (400 - 300) + (56 - 47) = 100 + 9 = 109$

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Б) $234 - 121$ | В) $426 - 117$ | Г) $378 - 134$ | Д) $658 - 326$ | Е) $773 - 241$ |
| Ё) $567 - 432$ | Ж) $765 - 543$ | З) $288 - 176$ | И) $976 - 575$ | Й) $263 - 144$ |
| К) $543 - 329$ | Л) $651 - 237$ | М) $987 - 279$ | Н) $456 - 339$ | О) $743 - 528$ |
| П) $674 - 368$ | Р) $327 - 118$ | С) $717 - 408$ | Т) $786 - 557$ | У) $655 - 437$ |

1.104. Выполните вычитание без столбика:

- | | | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| А) $100 - 56$ | Б) $100 - 78$ | В) $1000 - 345$ | Г) $1000 - 786$ | Д) $1000 - 304$ |
| Е) $1000 - 676$ | Ё) $1000 - 298$ | Ж) $1000 - 354$ | З) $1000 - 623$ | И) $1000 - 719$ |
| Й) $2000 - 597$ | К) $3000 - 467$ | Л) $4000 - 529$ | М) $5000 - 76$ | Н) $6000 - 72$ |
| О) $7000 - 945$ | П) $8000 - 4998$ | Р) $9000 - 786$ | С) $10000 - 548$ | Т) $5000 - 57$ |
| У) $2500 - 67$ | Ф) $3400 - 56$ | Х) $5200 - 48$ | Ц) $4300 - 89$ | Ч) $5700 - 57$ |

XXVIII. Улитка ползёт по столбу высотой 10 м. За день она поднимается на 5 м, а за ночь опускается на 4 м. За сколько дней улитка доберётся от подножия до вершины столба?

1.105. Выполните вычитание без столбика:

$$A) 116 - 87 = (16 + 100) - 87 = 16 + (100 - 87) = 16 + 13 = 29$$

Б) 114 – 67	В) 112 – 94	Г) 123 – 78	Д) 134 – 82	Е) 119 – 67
Ё) 145 – 88	Ж) 139 – 93	З) 155 – 86	И) 139 – 77	Й) 165 – 69
К) 157 – 75	Л) 221 – 87	М) 231 – 72	Н) 244 – 81	О) 247 – 93
П) 245 – 177	Р) 238 – 189	С) 237 – 173	Т) 324 – 178	У) 435 – 264
Ф) 213 – 135	Х) 567 – 498	Ц) 546 – 389	Ч) 987 – 789	Ш) 215 – 168
Щ) 1010 – 987	Ъ) 309 – 123	Ы) 407 – 378	Ь) 789 – 687	Э) 867 – 696
Ю) 176 – 84	Я) 259 – 88	Q) 723 – 567	W) 543 – 69	Z) 518 – 157

1.106. Придумайте, как прибавлять «почти круглые» числа. Выполните сложение без столбика:

А) 123+101	Б) 54+102	В) 756+103	Г) 731+101	Д) 567+102
Е) 432+1001	Ё) 893+1002	Ж) 4328+1001	З) 332+1003	И) 573+105
Й) 523+201	К) 634+302	Л) 1236+403	М) 7291+504	Н) 257+602
О) 3492+2001	П) 3896+3002	Р) 7603+4003	С) 3884+5004	Т) 163+601

1.107. Придумайте, как прибавлять «почти круглые» числа. Выполните сложение без столбика:

А) 368+99	Б) 457+99	В) 1276+99	Г) 345+98	Д) 1205+98
Е) 421+97	Ё) 2387+97	Ж) 1058+999	З) 8762+999	И) 428+999
Й) 497+97	К) 584+98	Л) 963+999	М) 3458+999	Н) 637+997
О) 6030+998	П) 4563+9999	Р) 328+199	С) 328+1999	Т) 456+298
У) 513+399	Ф) 57+799	Х) 118+799	Ц) 1234+598	Ч) 908+699
Ш) 543+398	Щ) 987+498	Ъ) 2105+496	Ы) 354+398	Ь) 783+299

XXIX. Вырежьте в тетрадном листе такую дырку, через которую мог бы пролезть человек.

1.108. Придумайте, как вычитать «почти круглые» числа. Выполните вычитание без столбика:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|
| А) 123–101 | Б) 354–102 | В) 756–103 | Г) 739–101 | Д) 567–102 |
| Е) 2432–1001 | Ё) 4893–1002 | Ж) 4328–2001 | З) 5332–4003 | И) 573–105 |
| Й) 523–201 | К) 634–302 | Л) 1236–403 | М) 7691–502 | Н) 957–602 |
| О) 3492–2001 | П) 3896–3002 | Р) 7602–4003 | С) 8883–5004 | Т) 863–601 |

1.109. Придумайте, как вычитать «почти круглые» числа. Выполните вычитание без столбика:

- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|--------------|------------|
| А) 368–99 | Б) 457–99 | В) 1276–99 | Г) 345–98 | Д) 1205–98 |
| Е) 421–97 | Ё) 2387–97 | Ж) 2358–999 | З) 8762–999 | И) 1428–99 |
| Й) 497–97 | К) 584–98 | Л) 2563–999 | М) 3458–999 | Н) 635–97 |
| О) 6030–998 | П) 4563–999 | Р) 328–199 | С) 3328–1999 | Т) 456–198 |
| У) 513–399 | Ф) 957–599 | Х) 1018–799 | Ц) 1234–598 | Ч) 908–699 |
| Ш) 543–398 | Щ) 987–498 | Ъ) 2605–496 | Ы) 954–398 | Ь) 783–299 |

1.110. Придумайте, как можно решить следующие примеры в уме, без вычислений в столбик. И конечно же, вычислите:

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|
| А) 758–658 | Б) 783–283 | В) 546–346 | Г) 1281–181 | Д) 458–158 |
| Е) 758–659 | Ё) 783–284 | Ж) 546–348 | З) 1281–184 | И) 458–160 |
| Й) 758–657 | К) 783–282 | Л) 546–344 | М) 1281–179 | Н) 458–155 |
| О) 3456–2457 | П) 8831–2832 | Р) 7567–5569 | С) 5678–3677 | Т) 567–365 |
| У) 4231–3233 | Ф) 6532–2531 | Х) 5436–1437 | Ц) 786–389 | Ч) 985–284 |

XXX. Во сколько раз лестница на четвёртый этаж дома длиннее, чем лестница на второй этаж этого же дома?

Умножение без столбика.

1.111. Выполните умножение без столбика с помощью распределительного закона:

A) $17 \cdot 4 = (10 + 7) \cdot 4 = 40 + 28 = 68$

Б) $18 \cdot 8 = (20 - 2) \cdot 8 = 160 - 16 = 144$

В) $14 \cdot 4$

Г) $15 \cdot 5$

Д) $7 \cdot 18$

Е) $19 \cdot 4$

Ё) $17 \cdot 8$

Ж) $4 \cdot 23$

З) $33 \cdot 5$

И) $38 \cdot 6$

Й) $16 \cdot 3$

К) $8 \cdot 34$

Л) $19 \cdot 3$

М) $29 \cdot 3$

Н) $67 \cdot 4$

О) $7 \cdot 28$

П) $89 \cdot 3$

Р) $57 \cdot 4$

С) $98 \cdot 5$

Т) $77 \cdot 6$

У) $56 \cdot 5$

Ф) $37 \cdot 8$

1.112. Выполните умножение без столбика с помощью распределительного закона:

A) $11 \cdot 7$

Б) $12 \cdot 8$

В) $13 \cdot 7$

Г) $14 \cdot 5$

Д) $16 \cdot 7$

Е) $17 \cdot 4$

Ё) $18 \cdot 9$

Ж) $19 \cdot 6$

З) $15 \cdot 6$

И) $15 \cdot 7$

Й) $21 \cdot 7$

К) $22 \cdot 8$

Л) $23 \cdot 6$

М) $24 \cdot 5$

Н) $25 \cdot 6$

О) $26 \cdot 4$

П) $26 \cdot 7$

Р) $27 \cdot 4$

С) $27 \cdot 7$

Т) $28 \cdot 3$

У) $28 \cdot 8$

Ф) $29 \cdot 4$

Х) $9 \cdot 29$

Ц) $31 \cdot 7$

Ч) $32 \cdot 4$

Ш) $33 \cdot 7$

Щ) $34 \cdot 5$

Ъ) $34 \cdot 9$

Ы) $35 \cdot 7$

Ь) $36 \cdot 4$

Э) $37 \cdot 3$

Ю) $37 \cdot 7$

Я) $38 \cdot 4$

Q) $39 \cdot 3$

W) $39 \cdot 5$

1.113. Выполните умножение без столбика с помощью распределительного закона:

A) $41 \cdot 7$

Б) $42 \cdot 8$

В) $43 \cdot 7$

Г) $44 \cdot 5$

Д) $46 \cdot 7$

Е) $47 \cdot 4$

Ё) $48 \cdot 9$

Ж) $49 \cdot 6$

З) $45 \cdot 6$

И) $45 \cdot 7$

Й) $51 \cdot 7$

К) $52 \cdot 8$

Л) $53 \cdot 6$

М) $54 \cdot 5$

Н) $55 \cdot 6$

О) $56 \cdot 4$

П) $56 \cdot 7$

Р) $57 \cdot 7$

С) $57 \cdot 9$

Т) $58 \cdot 3$

У) $58 \cdot 8$

Ф) $59 \cdot 4$

Х) $9 \cdot 59$

Ц) $61 \cdot 7$

Ч) $62 \cdot 4$

Ш) $63 \cdot 7$

Щ) $64 \cdot 5$

Ъ) $64 \cdot 9$

Ы) $65 \cdot 7$

Ь) $66 \cdot 4$

Э) $67 \cdot 3$

Ю) $67 \cdot 7$

Я) $68 \cdot 4$

Q) $69 \cdot 3$

W) $69 \cdot 5$

XXXI. В феврале некоторого года было 2505600 секунд. Определите, високосный это год или нет.

1.114. Выполните умножение без столбика с помощью распределительного закона:

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| А) $71 \cdot 3$ | Б) $72 \cdot 5$ | В) $72 \cdot 7$ | Г) $73 \cdot 4$ | Д) $6 \cdot 74$ |
| Е) $3 \cdot 75$ | Ё) $8 \cdot 75$ | Ж) $2 \cdot 76$ | З) $76 \cdot 9$ | И) $77 \cdot 5$ |
| Й) $77 \cdot 7$ | К) $78 \cdot 6$ | Л) $79 \cdot 4$ | М) $81 \cdot 3$ | Н) $4 \cdot 82$ |
| О) $5 \cdot 83$ | П) $6 \cdot 84$ | Р) $7 \cdot 85$ | С) $8 \cdot 86$ | Т) $7 \cdot 87$ |
| У) $3 \cdot 88$ | Ф) $88 \cdot 7$ | Х) $89 \cdot 2$ | Ц) $7 \cdot 89$ | Ч) $91 \cdot 4$ |
| Ш) $3 \cdot 92$ | Щ) $93 \cdot 5$ | Ъ) $94 \cdot 6$ | Ы) $7 \cdot 95$ | Ь) $95 \cdot 2$ |
| Э) $96 \cdot 4$ | Ю) $97 \cdot 3$ | Я) $6 \cdot 97$ | Q) $3 \cdot 98$ | W) $99 \cdot 7$ |

1.115. Выполните умножение без столбика:

- | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| А) $13 \cdot 10$ | Б) $13 \cdot 100$ | В) $13 \cdot 1000$ | Г) $100 \cdot 57$ | Д) $43 \cdot 1000$ |
| Е) $100 \cdot 275$ | Ё) $100 \cdot 1237$ | Ж) $543 \cdot 1000$ | З) $20 \cdot 100$ | И) $300 \cdot 10$ |
| Й) $340 \cdot 1000$ | К) $100 \cdot 280$ | Л) $1000 \cdot 230$ | М) $980 \cdot 10$ | Н) $100 \cdot 6700$ |

1.116. Выполните умножение без столбика:

- | | | | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| А) $2 \cdot 3$ | Б) $20 \cdot 3$ | В) $2 \cdot 30$ | Г) $20 \cdot 30$ | Д) $200 \cdot 3$ | Е) $20 \cdot 300$ | Ё) $200 \cdot 3000$ |
| Ж) $5 \cdot 7$ | З) $50 \cdot 7$ | И) $5 \cdot 70$ | Й) $50 \cdot 70$ | К) $500 \cdot 70$ | Л) $50 \cdot 7000$ | М) $500 \cdot 7000$ |
| Н) $13 \cdot 3$ | О) $13 \cdot 30$ | П) $130 \cdot 30$ | Р) $1300 \cdot 3$ | С) $130 \cdot 300$ | Т) $13000 \cdot 30$ | У) $130 \cdot 3000$ |
| Ф) $11 \cdot 12$ | Х) $11 \cdot 120$ | Ц) $110 \cdot 12$ | Ч) $110 \cdot 120$ | Ш) $11 \cdot 1200$ | Щ) $1100 \cdot 120$ | Ъ) $11 \cdot 120000$ |

1.117. Сформулируйте и запишите в тетради правило умножения на 10, 100, 1000 и т.д. Сформулируйте и запишите в тетради правило умножения «круглых» чисел.

XXXII. Хозяин обещал работнику за 30 дней работы 9 рублей и кафтан. Через 3 дня работник уволился и получил за проработанное время кафтан. Сколько стоил кафтан?

1.118. Выполните умножение без столбика:

- | | | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------|----------------------|---------------------|
| А) $70 \cdot 30$ | Б) $40 \cdot 50$ | В) $70 \cdot 600$ | Г) $400 \cdot 700$ | Д) $7 \cdot 50$ |
| Е) $600 \cdot 40$ | Ё) $70 \cdot 900$ | Ж) $50 \cdot 5000$ | З) $8 \cdot 80000$ | И) $8000 \cdot 900$ |
| Й) $8 \cdot 120$ | К) $7 \cdot 110$ | Л) $130 \cdot 30$ | М) $34 \cdot 20$ | Н) $33 \cdot 300$ |
| О) $130 \cdot 50$ | П) $70 \cdot 1200$ | Р) $500 \cdot 150$ | С) $900 \cdot 11000$ | Т) $1900 \cdot 30$ |
| У) $1200 \cdot 400$ | Ф) $150 \cdot 30$ | Х) $1600 \cdot 40$ | Ц) $5700 \cdot 200$ | Ч) $170 \cdot 30$ |
| Ш) $75 \cdot 20$ | Щ) $150 \cdot 40$ | Ъ) $25 \cdot 20$ | Ы) $120 \cdot 50$ | Ь) $3500 \cdot 20$ |
| Э) $450 \cdot 2000$ | Ю) $50 \cdot 4000$ | Я) $150 \cdot 800$ | Q) $2500 \cdot 400$ | W) $1250 \cdot 80$ |

1.119. Проанализируйте решение пункта А). Выполните умножение без столбика:

А) $58 \cdot 5 = (29 \cdot 2) \cdot 5 = 29 \cdot (2 \cdot 5) = 29 \cdot 10 = 290$

- | | | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Б) $14 \cdot 5$ | В) $16 \cdot 5$ | Г) $5 \cdot 18$ | Д) $22 \cdot 5$ | Е) $5 \cdot 24$ | Ё) $26 \cdot 5$ | Ж) $28 \cdot 5$ |
| З) $32 \cdot 5$ | И) $34 \cdot 5$ | Й) $5 \cdot 36$ | К) $38 \cdot 5$ | Л) $44 \cdot 5$ | М) $5 \cdot 66$ | Н) $5 \cdot 78$ |
| О) $5 \cdot 72$ | П) $84 \cdot 5$ | Р) $86 \cdot 5$ | С) $5 \cdot 68$ | Т) $5 \cdot 74$ | У) $48 \cdot 5$ | Ф) $92 \cdot 5$ |
| Х) $106 \cdot 5$ | Ц) $5 \cdot 112$ | Ч) $124 \cdot 5$ | Ш) $5 \cdot 136$ | Щ) $5 \cdot 142$ | Ъ) $164 \cdot 5$ | Ы) $5 \cdot 226$ |
| Ь) $5 \cdot 248$ | Э) $5 \cdot 282$ | Ю) $284 \cdot 5$ | Я) $5 \cdot 308$ | Q) $5 \cdot 328$ | W) $384 \cdot 5$ | Z) $5 \cdot 426$ |

1.120. Можно ли заметить какую-нибудь закономерность в примерах из предыдущего номера? Сформулируйте и запишите в тетради правило умножения чётных чисел на 5.

1.121. Известно, что $4 \cdot 25 = 100$. Используя этот фундаментальный научный факт, придумайте правило умножения на 25. Сформулируйте и запишите это правило. Выполните умножение без столбика:

А) $25 \cdot 8 = 25 \cdot 4 \cdot 2 = 100 \cdot 2 = 200$

100

- | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Б) $16 \cdot 25$ | В) $20 \cdot 25$ | Г) $25 \cdot 48$ | Д) $36 \cdot 25$ | Е) $25 \cdot 44$ | Ё) $28 \cdot 25$ | Ж) $32 \cdot 25$ |
| З) $25 \cdot 24$ | И) $52 \cdot 25$ | Й) $40 \cdot 25$ | К) $60 \cdot 25$ | Л) $56 \cdot 25$ | М) $64 \cdot 25$ | Н) $25 \cdot 68$ |
| О) $72 \cdot 25$ | П) $25 \cdot 76$ | Р) $80 \cdot 25$ | С) $84 \cdot 25$ | Т) $25 \cdot 88$ | У) $12 \cdot 25$ | Ф) $92 \cdot 25$ |
| Х) $104 \cdot 25$ | Ц) $120 \cdot 25$ | Ч) $124 \cdot 25$ | Ш) $216 \cdot 25$ | Щ) $25 \cdot 324$ | Ъ) $424 \cdot 25$ | Ы) $25 \cdot 844$ |

XXXIII. 4 кузнеца должны подковать 5 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратить на работу? Учтите, что лошадь не может стоять на двух ногах.

1.122. Известно, что $8 \cdot 125 = 1000$. Используя этот фундаментальный научный факт, придумайте правило умножения на 125. Сформулируйте и запишите это правило. Выполните умножение без столбика:

А) $125 \cdot 16 = 125 \cdot 8 \cdot 2 = 1000 \cdot 2 = 2000$
 $\quad \quad \quad 1000$

Б) $125 \cdot 24$ В) $32 \cdot 125$ Г) $40 \cdot 125$ Д) $125 \cdot 48$ Е) $56 \cdot 125$ Ё) $64 \cdot 125$ Ж) $125 \cdot 72$

З) $125 \cdot 80$ И) $88 \cdot 125$ Й) $96 \cdot 125$ К) $104 \cdot 125$ Л) $125 \cdot 112$ М) $120 \cdot 125$ Н) $128 \cdot 125$

О) $248 \cdot 125$ П) $328 \cdot 125$ Р) $408 \cdot 125$ С) $416 \cdot 125$ Т) $824 \cdot 125$ У) $832 \cdot 125$ Ф) $888 \cdot 125$

1.123. Проанализируйте решение пункта А). Выполните умножение без столбика:

А) $17 \cdot 11 = 17 \cdot (10 + 1) = 170 + 17 = 187$

Б) $11 \cdot 11$ В) $11 \cdot 12$ Г) $13 \cdot 11$ Д) $11 \cdot 18$ Е) $21 \cdot 11$

Ё) $22 \cdot 11$ Ж) $23 \cdot 11$ З) $25 \cdot 11$ И) $11 \cdot 26$ Й) $34 \cdot 11$

К) $36 \cdot 11$ Л) $42 \cdot 11$ М) $11 \cdot 45$ Н) $11 \cdot 51$ О) $11 \cdot 52$

П) $11 \cdot 62$ Р) $72 \cdot 11$ С) $81 \cdot 11$ Т) $11 \cdot 29$ У) $11 \cdot 38$

Ф) $11 \cdot 46$ Х) $57 \cdot 11$ Ц) $64 \cdot 11$ Ч) $11 \cdot 68$ Ш) $29 \cdot 11$

Щ) $39 \cdot 11$ Ъ) $98 \cdot 11$ Ы) $87 \cdot 11$ Ь) $49 \cdot 11$ Э) $11 \cdot 19$

1.124. Какую закономерность можно заметить в примерах из предыдущего номера? Сформулируйте и запишите в тетради правило умножения двузначных чисел на 11.

1.125. Придумайте, как производить умножение на «почти круглые» числа. Выполните умножение без столбика:

А) $105 \cdot 11$ Б) $112 \cdot 11$ В) $207 \cdot 11$ Г) $234 \cdot 11$ Д) $11 \cdot 324$

Е) $25 \cdot 101$ Ё) $57 \cdot 101$ Ж) $43 \cdot 101$ З) $66 \cdot 101$ И) $76 \cdot 101$

Й) $59 \cdot 101$ К) $73 \cdot 101$ Л) $11 \cdot 101$ М) $101 \cdot 29$ Н) $101 \cdot 13$

О) $114 \cdot 101$ П) $234 \cdot 101$ Р) $101 \cdot 632$ С) $346 \cdot 101$ Т) $578 \cdot 101$

У) $112 \cdot 1001$ Ф) $234 \cdot 1001$ Х) $1001 \cdot 178$ Ц) $57 \cdot 1001$ Ч) $1001 \cdot 2012$

XXXIV. Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но ровно в одном из мешков все монеты фальшивые. Настоящая монета весит 10 г, а фальшивая – 11 г. Как с помощью одного взвешивания определить в каком мешке фальшивые монеты?

1.126. Выполните умножение на «почти круглые» числа без столбика:

А) $13 \cdot 12 = 13 \cdot (10 + 2) = 13 \cdot 10 + 13 \cdot 2 = 130 + 26 = 156$

Б) $13 \cdot 21 = 13 \cdot (20 + 1) = 13 \cdot 20 + 13 \cdot 1 = 260 + 13 = 273$

В) $17 \cdot 12$

Г) $26 \cdot 12$

Д) $34 \cdot 12$

Е) $43 \cdot 12$

Ё) $64 \cdot 12$

Ж) $21 \cdot 12$

З) $32 \cdot 21$

И) $55 \cdot 21$

Й) $21 \cdot 87$

К) $62 \cdot 21$

Л) $15 \cdot 31$

М) $19 \cdot 31$

Н) $25 \cdot 41$

О) $18 \cdot 51$

П) $23 \cdot 61$

Р) $35 \cdot 102$

С) $44 \cdot 102$

Т) $102 \cdot 17$

У) $102 \cdot 28$

Ф) $102 \cdot 43$

Х) $102 \cdot 51$

Ц) $96 \cdot 102$

Ч) $15 \cdot 103$

Ш) $25 \cdot 103$

Щ) $32 \cdot 103$

Ъ) $201 \cdot 13$

Ы) $301 \cdot 14$

Ь) $402 \cdot 16$

Э) $503 \cdot 17$

Ю) $605 \cdot 12$

1.127. Придумайте, как производить умножение на «почти круглые» числа. Выполните умножение без столбика:

А) $57 \cdot 9 = 57 \cdot (10 - 1) = 57 \cdot 10 - 57 \cdot 1 = 570 - 57 = 513$

Б) $15 \cdot 9$

В) $23 \cdot 9$

Г) $47 \cdot 9$

Д) $9 \cdot 68$

Е) $9 \cdot 59$

Ё) $36 \cdot 9$

Ж) $54 \cdot 9$

З) $9 \cdot 19$

И) $42 \cdot 9$

Й) $9 \cdot 51$

К) $29 \cdot 9$

Л) $32 \cdot 9$

М) $78 \cdot 9$

Н) $56 \cdot 9$

О) $9 \cdot 38$

П) $85 \cdot 9$

Р) $63 \cdot 9$

С) $82 \cdot 9$

Т) $27 \cdot 9$

У) $9 \cdot 91$

Ф) $113 \cdot 9$

Х) $121 \cdot 9$

Ц) $241 \cdot 9$

Ч) $355 \cdot 9$

Ш) $472 \cdot 9$

Щ) $431 \cdot 9$

Ъ) $526 \cdot 9$

Ы) $874 \cdot 9$

Ь) $728 \cdot 9$

Э) $9 \cdot 757$

1.128. Придумайте, как производить умножение на «почти круглые» числа. Выполните умножение без столбика:

А) $15 \cdot 99$

Б) $23 \cdot 99$

В) $47 \cdot 99$

Г) $99 \cdot 68$

Д) $99 \cdot 59$

Е) $36 \cdot 99$

Ё) $54 \cdot 99$

Ж) $99 \cdot 19$

З) $42 \cdot 99$

И) $99 \cdot 51$

Й) $29 \cdot 99$

К) $32 \cdot 99$

Л) $78 \cdot 99$

М) $56 \cdot 99$

Н) $99 \cdot 38$

О) $15 \cdot 999$

П) $23 \cdot 999$

Р) $47 \cdot 999$

С) $999 \cdot 68$

Т) $999 \cdot 59$

У) $36 \cdot 999$

Ф) $54 \cdot 999$

Х) $999 \cdot 19$

Ц) $42 \cdot 999$

Ч) $999 \cdot 51$

Ш) $113 \cdot 999$

Щ) $121 \cdot 999$

Ъ) $241 \cdot 999$

Ы) $355 \cdot 999$

Ь) $472 \cdot 999$

XXXV. Путешественник, сняв в гостинице комнату на неделю, предложил хозяину в уплату цепочку из семи серебряных колец – по кольцу за день, с тем условием, что будет рассчитываться ежедневно. Хозяин согласился, оговорив со своей стороны, что можно распиливать только одно кольцо. Как путешественнику удастся расплатиться с хозяином гостиницы?

1.129. Придумайте, как производить умножение на «почти круглые» числа. Выполните умножение без столбика:

А) $14 \cdot 28 = 14 \cdot (30 - 2) = 14 \cdot 30 - 14 \cdot 2 = 420 - 28 = 392$

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Б) $13 \cdot 19$ | В) $25 \cdot 18$ | Г) $34 \cdot 19$ | Д) $35 \cdot 18$ | Е) $43 \cdot 19$ |
| Ё) $18 \cdot 14$ | Ж) $19 \cdot 45$ | З) $36 \cdot 18$ | И) $55 \cdot 19$ | Й) $23 \cdot 18$ |
| К) $12 \cdot 28$ | Л) $13 \cdot 29$ | М) $14 \cdot 28$ | Н) $15 \cdot 29$ | О) $16 \cdot 29$ |
| П) $15 \cdot 39$ | Р) $16 \cdot 38$ | С) $17 \cdot 39$ | Т) $22 \cdot 39$ | У) $32 \cdot 39$ |
| Ф) $49 \cdot 12$ | Х) $59 \cdot 13$ | Ц) $68 \cdot 17$ | Ч) $79 \cdot 23$ | Ш) $89 \cdot 12$ |

1.130. Придумайте, как производить умножение на «почти круглые» числа. Выполните умножение без столбика:

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| А) $12 \cdot 98$ | Б) $13 \cdot 98$ | В) $24 \cdot 98$ | Г) $17 \cdot 97$ | Д) $31 \cdot 98$ |
| Е) $43 \cdot 98$ | Ё) $46 \cdot 98$ | Ж) $16 \cdot 97$ | З) $52 \cdot 98$ | И) $98 \cdot 64$ |
| Й) $14 \cdot 199$ | К) $15 \cdot 198$ | Л) $26 \cdot 199$ | М) $45 \cdot 199$ | Н) $18 \cdot 198$ |
| О) $22 \cdot 299$ | П) $23 \cdot 399$ | Р) $16 \cdot 499$ | С) $12 \cdot 599$ | Т) $13 \cdot 699$ |
| У) $13 \cdot 298$ | Ф) $14 \cdot 398$ | Х) $15 \cdot 498$ | Ц) $25 \cdot 598$ | Ч) $16 \cdot 298$ |
| Ш) $123 \cdot 999$ | Щ) $278 \cdot 999$ | Ъ) $999 \cdot 845$ | Ы) $999 \cdot 235$ | Ь) $557 \cdot 999$ |
| Э) $12 \cdot 999$ | Ю) $13 \cdot 998$ | Я) $14 \cdot 997$ | Q) $15 \cdot 998$ | W) $57 \cdot 999$ |

1.131. Коллеги! Мы изучили уже очень много хитростей, связанных с умножением: мы научились умножать круглые и «почти круглые» числа. А что же делать, если числа совсем «не круглые»? Оказывается, с помощью сочетательного закона в некоторых примерах можно получить круглые числа и быстро выполнить умножение без столбика. Проанализируйте решение пункта А) и выполните аналогичным образом умножение без столбика:

А) $16 \cdot 15 = (8 \cdot 2) \cdot 15 = 8 \cdot (2 \cdot 15) = 8 \cdot 30 = 240$

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Б) $55 \cdot 18$ | В) $22 \cdot 25$ | Г) $45 \cdot 18$ | Д) $75 \cdot 12$ | Е) $32 \cdot 15$ |
| Ё) $45 \cdot 22$ | Ж) $35 \cdot 18$ | З) $55 \cdot 16$ | И) $45 \cdot 14$ | Й) $25 \cdot 14$ |
| К) $15 \cdot 24$ | Л) $25 \cdot 18$ | М) $35 \cdot 22$ | Н) $45 \cdot 12$ | О) $55 \cdot 14$ |
| П) $65 \cdot 12$ | Р) $75 \cdot 16$ | С) $85 \cdot 12$ | Т) $95 \cdot 12$ | У) $15 \cdot 44$ |
| Ф) $15 \cdot 56$ | Х) $15 \cdot 72$ | Ц) $25 \cdot 26$ | Ч) $65 \cdot 16$ | Ш) $62 \cdot 25$ |
| Щ) $15 \cdot 122$ | Ъ) $25 \cdot 126$ | Ы) $15 \cdot 144$ | Ь) $35 \cdot 124$ | Э) $45 \cdot 168$ |

XXXVI. Имеется пять звеньев цепи по 3 кольца в каждом. Какое наименьшее число колец нужно расковать и сковать, чтобы соединить эти звенья в одну цепь?

1.132. Коллеги! Снова займёмся умножением «не круглых» чисел. Иногда это действие можно сделать без столбика с помощью «волшебных чисел», которые очень легко умножать. Проанализируйте решения пунктов А) и Б) и выполните аналогичным образом умножение без столбика с помощью «волшебных чисел». В некоторых примерах Вам придётся придумать свои «волшебные числа». Удачи!

А) $37 \cdot 9 = 37 \cdot 3 \cdot 3 = 111 \cdot 3 = 333$

111

Б) $67 \cdot 12 = 67 \cdot 3 \cdot 4 = 201 \cdot 4 = 804$

201

В) $37 \cdot 12$	Г) $37 \cdot 15$	Д) $37 \cdot 18$	Е) $37 \cdot 21$	Ё) $37 \cdot 24$
Ж) $37 \cdot 27$	З) $37 \cdot 33$	И) $67 \cdot 9$	Й) $15 \cdot 67$	К) $67 \cdot 18$
Л) $67 \cdot 21$	М) $24 \cdot 67$	Н) $27 \cdot 67$	О) $67 \cdot 33$	П) $17 \cdot 12$
Р) $17 \cdot 15$	С) $17 \cdot 18$	Т) $21 \cdot 17$	У) $17 \cdot 24$	Ф) $27 \cdot 17$
Х) $17 \cdot 36$	Ц) $17 \cdot 42$	Ч) $17 \cdot 48$	Ш) $54 \cdot 17$	Щ) $66 \cdot 17$
Ъ) $43 \cdot 14$	Ы) $21 \cdot 43$	Ь) $43 \cdot 28$	Э) $43 \cdot 35$	Ю) $43 \cdot 49$

1.133. Придумайте «волшебные числа» и выполните умножение без столбика:

А) $13 \cdot 12$	Б) $13 \cdot 16$	В) $13 \cdot 24$	Г) $32 \cdot 13$	Д) $48 \cdot 13$
Е) $13 \cdot 56$	Ё) $64 \cdot 13$	Ж) $13 \cdot 72$	З) $13 \cdot 88$	И) $35 \cdot 9$
Й) $35 \cdot 15$	К) $35 \cdot 21$	Л) $35 \cdot 27$	М) $33 \cdot 12$	Н) $33 \cdot 15$
О) $33 \cdot 18$	П) $33 \cdot 27$	Р) $33 \cdot 42$	С) $57 \cdot 33$	Т) $33 \cdot 51$
У) $29 \cdot 14$	Ф) $21 \cdot 29$	Х) $29 \cdot 28$	Ц) $29 \cdot 35$	Ч) $29 \cdot 42$
Ш) $29 \cdot 49$	Щ) $56 \cdot 29$	Ъ) $63 \cdot 29$	Ы) $23 \cdot 18$	Ь) $27 \cdot 23$
Э) $23 \cdot 36$	Ю) $45 \cdot 23$	Я) $23 \cdot 54$	Q) $23 \cdot 63$	W) $23 \cdot 81$

1.134. Коллеги! Придумайте свои «волшебные числа». Составьте (и решите!) несколько примеров на умножение с помощью Ваших «волшебных чисел».

XXXVII. Петя и Филя, поссорившись, разбежались с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. Через 5 минут Филя спохватился, повернул назад и, увеличив скорость, побежал догонять Петю. Во сколько раз увеличил скорость Филя, если он догнал Петю через 5 минут после того, как повернул назад?

Деление без столбика.

1.135. Проанализируйте решения пунктов А) и Б). Выполните деление без столбика:

А) $85:5 = (50+35):5 = 50:5 + 35:5 = 10+7 = 17$

Б) $87:3 = (90-3):3 = 90:3 - 3:3 = 30-1 = 29$

В) 48:4	Г) 48:3	Д) 39:3	Е) 51:3	Ё) 52:4
Ж) 45:3	З) 54:3	И) 56:4	Й) 57:3	К) 63:3
Л) 64:4	М) 65:5	Н) 66:3	О) 68:4	П) 69:3
Р) 72:4	С) 72:6	Т) 75:3	У) 75:5	Ф) 76:4
Х) 78:3	Ц) 78:6	Ч) 81:3	Ш) 84:3	Щ) 84:7
Ъ) 84:7	Ы) 88:4	Ь) 91:7	Э) 92:4	Ю) 93:3
Я) 95:5	Q) 96:3	W) 96:4	Y) 96:6	Z) 96:8

1.136. Выполните деление без столбика:

А) $154:7 = (140+14):7 = 140:7 + 14:7 = 20+2 = 22$

Б) $133:7 = (140-7):7 = 140:7 - 7:7 = 20-1 = 19$

В) 102:3	Г) 102:6	Д) 104:8	Е) 105:5	Ё) 108:9
Ж) 108:6	З) 105:7	И) 111:3	Й) 112:7	К) 112:4
Л) 114:6	М) 115:5	Н) 116:4	О) 117:9	П) 119:7
Р) 123:3	С) 124:4	Т) 125:5	У) 126:9	Ф) 126:6
Х) 128:8	Ц) 129:3	Ч) 132:6	Ш) 126:7	Щ) 135:5
Ъ) 135:9	Ы) 136:8	Ь) 138:6	Э) 141:3	Ю) 144:9
Я) 144:8	Q) 145:5	W) 147:7	Y) 148:4	Z) 152:8

XXXVIII. Поверхность пруда постепенно покрывается кувшинками. Кувшинки растут так быстро, что за каждый день закрываемая ими площадь удваивается. Половина поверхности пруда заросла кувшинками за неделю. Через сколько дней зарастёт вся поверхность пруда?

1.137. Выполните деление без столбика:

A) 153:9	Б) 155:5	В) 156:6	Г) 161:7	Д) 162:9
Е) 164:4	Ё) 165:5	Ж) 168:6	З) 168:7	И) 171:9
Й) 182:7	К) 183:3	Л) 184:8	М) 185:5	Н) 186:6
О) 175:7	П) 175:5	Р) 174:6	С) 189:7	Т) 189:9
У) 248:8	Ф) 231:7	Х) 171:3	Ц) 236:4	Ч) 616:8
Ш) 364:7	Щ) 198:9	Ъ) 305:5	Ы) 344:4	Ь) 832:8
Э) 756:7	Ю) 972:9	Я) 456:8	Q) 378:6	W) 623:7

1.138. Выполните деление без столбика:

A) 342:6	Б) 392:7	В) 738:9	Г) 575:5	Д) 344:8
Е) 511:7	Ё) 243:9	Ж) 483:7	З) 432:9	И) 504:8
Й) 558:9	К) 406:7	Л) 424:8	М) 696:8	Н) 837:9
О) 1224:6	П) 1463:7	Р) 1545:3	С) 1648:4	Т) 1881:9
У) 2045:5	Ф) 2149:7	Х) 2436:6	Ц) 2575:5	Ч) 2745:9
Ш) 2807:7	Щ) 3054:6	Ъ) 3272:8	Ы) 3321:3	Ь) 3549:7

1.139. Выполните деление без столбика:

A) $132:12 = (120+12):12 = 120:12 + 12:12 = 11$

Б) $135:15 = (150-15):15 = 150:15 - 15:15 = 9$

В) 121:11	Г) 143:11	Д) 187:11	Е) 144:12	Ё) 171:19
Ж) 169:13	З) 225:15	И) 195:15	Й) 126:14	К) 144:16
Л) 182:13	М) 192:16	Н) 221:17	О) 255:17	П) 228:19
Р) 253:11	С) 341:11	Т) 583:11	У) 627:11	Ф) 484:11
Х) 264:11	Ц) 264:12	Ч) 299:13	Ш) 294:14	Щ) 330:15
Ъ) 416:13	Ы) 462:14	Ь) 465:15	Э) 496:16	Ю) 544:17
Я) 441:21	Q) 306:17	W) 224:14	Y) 361:19	Z) 285:19

XXXIX. Сколько чисел натурального ряда заключено между числами 5757 и 7575?

1.140. Выполните деление без столбика:

А) $8484:84=(8400+84):84=8400:84+84:84=100+1=101$

Б) $6831:69=(6900-69):69=6900:69-69:69=100-1=99$

В) 2121:21	Г) 2079:21	Д) 5757:57	Е) 5643:57	Ё) 8989:89
Ж) 8811:89	З) 4646:46	И) 4554:46	Й) 1212:12	К) 1188:12
Л) 1326:13	М) 1274:13	Н) 2346:23	О) 2254:23	П) 3264:32
Р) 3136:32	С) 2754:27	Т) 2646:27	У) 2958:29	Ф) 2842:29
Х) 7425:75	Ц) 2254:23	Ч) 3468:34	Ш) 63063:21	Щ) 3434:17
Ъ) 1957:19	Ы) 8787:29	Ь) 2575:25	Э) 2436:12	Ю) 2587:13
Я) 3926:13	Q) 4284:14	W) 5586:14	Y) 4378:11	Z) 3045:15

1.141. Выполните деление:

А) 10000:10	Б) 10000:100	В) 10000:1000	Г) 100000:100
Д) 20000:100	Е) 20000:10	Ё) 3000000:1000	Ж) 3500000:10
З) 57000000:100	И) 570000:10000	Й) 3200000:100000	К) 123000:1000
Л) 26700000:10000	М) 28300:10	Н) 909000:100	О) 5570000:100

1.142. Выполните деление:

А) 600:2	Б) 600:20	В) 600:200
Г) 6000:3	Д) 6000:30	Е) 6000:300
Ё) 800000:4	Ж) 800000:40	З) 800000:400
И) 800000:4000	Й) 800000:40000	К) 800000:400000
Л) 2100000:3	М) 2100000:30	Н) 2100000:300
О) 2100000:3000	П) 2100000:30000	Р) 2100000:300000
С) 60000000:2	Т) 60000000:20	У) 60000000:200
Ф) 60000000:2000	Х) 60000000:20000	Ц) 60000000:200000

1.143. Сформулируйте и запишите в тетради правило деления на 10, 100, 1000 и т.д. Сформулируйте и запишите в тетради правило деления «круглых» чисел.

XL. Сколько всего двузначных чисел? трёхзначных чисел? четырёхзначных чисел? девятизначных чисел?

1.144. Выполните деление без столбика:

А) 500:20	Б) 800:40	В) 240:12	Г) 740:20	Д) 3900:130
Е) 420:20	Ё) 1500:50	Ж) 900:30	З) 2000:40	И) 4800:16
Й) 4800:40	К) 2100:3	Л) 3200:200	М) 2400:300	Н) 3500:50
О) 3500:35	П) 3500:700	Р) 8100:9	С) 8100:90	Т) 5700:30
У) 4400:44	Ф) 57000:570	Х) 2000:400	Ц) 12300:123	Ч) 1200:12
Ш) 57000:30	Щ) 4500:150	Ъ) 60000:400	Ы) 90000:5000	Ь) 3600:120
Э) 99000:300	Ю) 99000:90	Я) 110000:2000	Q) 54000:180	W) 2700:50

1.145. Проанализируйте решения пунктов А) и Б). Какую закономерность можно заметить в этих примерах? Постарайтесь объяснить эту закономерность в общем случае. Сформулируйте и запишите в тетради правило деления натуральных чисел на 5. Выполните деление на 5 в соответствии с этим правилом – без столбика!

А) $570:5 = (570 \cdot 2):(5 \cdot 2) = 1140:10 = 114$ Б) $225:5 = (225 \cdot 2):(5 \cdot 2) = 450:10 = 45$

В) 70:5	Г) 75:5	Д) 80:5	Е) 85:5	Ё) 90:5
Ж) 95:5	З) 100:5	И) 105:5	Й) 110:5	К) 115:5
Л) 120:5	М) 135:5	Н) 160:5	О) 195:5	П) 155:5
Р) 320:5	С) 235:5	Т) 430:5	У) 315:5	Ф) 525:5
Х) 775:5	Ц) 495:5	Ч) 570:5	Ш) 645:5	Щ) 285:5
Ъ) 575:5	Ы) 345:5	Ь) 380:5	Э) 460:5	Ю) 520:5

1.146. Используя тот фундаментальный научный факт, что $100:25 = 4$, придумайте простой способ деления на 25. Выполните деление:

А) 200:25	Б) 300:25	В) 400:25	Г) 500:25	Д) 700:25
Е) 800:25	Ё) 1000:25	Ж) 1100:25	З) 1200:25	И) 1500:25
Й) 1800:25	К) 2100:25	Л) 2600:25	М) 3000:25	Н) 3200:25
О) 3700:25	П) 4200:25	Р) 5000:25	С) 6100:25	Т) 7500:25
У) 150:25	Ф) 450:25	Х) 650:25	Ц) 1150:25	Ч) 2450:25
Ш) 925:25	Щ) 1325:25	Ъ) 2125:25	Ы) 2225:25	Ь) 1725:25
Э) 275:25	Ю) 375:25	Я) 475:25	Q) 575:25	W) 775:25

1.147. Используя тот фундаментальный научный факт, что $1000:125 = 8$, придумайте простой способ деления на 125. Выполните деление:

А) 2000:125	Б) 3000:125	В) 4000:125	Г) 5000:125	Д) 7000:125
Е) 8000:125	Ё) 10000:125	Ж) 14000:125	З) 21000:125	И) 57000:125

XLI. На сколько увеличится трёхзначное число, если к нему слева приписать 1? Во сколько раз увеличится двузначное число, если к нему справа приписать такое же число?

Вычислите рациональным способом...

1.148. Вычислите рациональным способом:

А) $44 + 189 + 56 + 92 + 11 = (44 + 56) + (189 + 11) + 92 = 100 + 200 + 92 = 392$

Б) $48 + 56 + 52$

В) $34 + 17 + 83$

Г) $56 + 24 + 38 + 62$

Д) $88 + 19 + 21 + 12$

Е) $25 + 65 + 75$

Ё) $35 + 17 + 65 + 33$

Ж) $27 + 123 + 16 + 234$

З) $156 + 79 + 21 + 44$

И) $23 + 47 + 11 + 29$

Й) $276 + 118 + 324$

К) $27 + 36 + 28 + 23 + 14$

Л) $127 + 32 + 93 + 308$

М) $(37 + 89) - 37$

Н) $(234 + 76) - 76$

О) $(862 + 557) - 557$

П) $(57 + 1245) - 47$

Р) $(738 + 89) - 69$

С) $(346 + 567) - 246$

Т) $(48609 + 387523) - 38609$

У) $66507 + (83000 - 56507)$

Ф) $3453 + (6748 - 453)$

Х) $234 + 1103 + 566 - 103$

Ц) $648 + 878 - 48 + 122$

Ч) $637 - 79 + 579 + 363$

Ш) $276 - (18 + 176)$

Щ) $533 - (433 + 13)$

Ъ) $1234 - (1034 + 57)$

Ы) $580 - 79 - 21$

Ь) $450 - 43 - 57$

Э) $600 - 123 - 77$

1.149. Вычислите рациональным способом:

А) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 =$

$$= (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 11 + 11 + 11 + 11 + 11 = 5 \cdot 11 = 55$$

Б) $1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20$

В) $1 + 2 + 3 + \dots + 29 + 30$

Г) $11 + 12 + 13 + \dots + 19 + 20$

Д) $21 + 22 + 23 + \dots + 29 + 30$

Е) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$

Ё) $101 + 102 + 103 + \dots + 149 + 150$

Ж) $2 + 4 + 6 + \dots + 99 + 100$

З) $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 95 + 100$

1.150. Найдите сумму всех натуральных чисел от 1 до n .

XLII. На викторине было предложено 12 вопросов. За каждый правильный ответ участнику начисляли 10 баллов, а за неправильный снимали 8 баллов. Сколько правильных ответов дал один из участников викторины, если он набрал 30 баллов?

- 1.151. Вычислите рациональным способом:
- А) $4 \cdot 13 \cdot 25 = 100 \cdot 13 = 1300$
- Б) $76 \cdot 5 \cdot 2$ В) $25 \cdot 465 \cdot 4$ Г) $8 \cdot 69 \cdot 125$ Д) $4 \cdot 213 \cdot 5 \cdot 5$
- Е) $8 \cdot 941 \cdot 125$ Ё) $2 \cdot 5 \cdot 126 \cdot 4 \cdot 25$ Ж) $4 \cdot 24 \cdot 5$ З) $125 \cdot 17 \cdot 8$
- И) $50 \cdot 236 \cdot 2$ Й) $5 \cdot 17 \cdot 20$ К) $5 \cdot 27 \cdot 4$ Л) $8 \cdot 37 \cdot 125$
- М) $8 \cdot 5 \cdot 387 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 2 \cdot 25$ Н) $4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 125 \cdot 2 \cdot 539 \cdot 25$

1.152. Вычислите рациональным способом:

- А) $17 \cdot 12 + 43 \cdot 12 = (17 + 43) \cdot 12 = 60 \cdot 12 = 720$
- Б) $43 \cdot 16 + 43 \cdot 84$ В) $85 \cdot 47 + 53 \cdot 85$ Г) $62 \cdot 16 + 38 \cdot 16$
- Д) $85 \cdot 44 + 44 \cdot 15$ Е) $90 \cdot 25 + 10 \cdot 25$ Ё) $23 \cdot 16 + 16 \cdot 27$
- Ж) $14 \cdot 33 + 14 \cdot 7$ З) $17 \cdot 11 + 17 \cdot 19$ И) $13 \cdot 23 + 13 \cdot 37$
- Й) $34 \cdot 84 - 24 \cdot 84$ К) $45 \cdot 41 - 41 \cdot 25$ Л) $51 \cdot 78 - 51 \cdot 68$
- М) $63 \cdot 7 - 7 \cdot 33$ Н) $123 \cdot 27 - 23 \cdot 27$ О) $40 \cdot 87 - 39 \cdot 87$
- П) $135 \cdot 12 - 35 \cdot 12$ Р) $117 \cdot 51 - 27 \cdot 51$ С) $113 \cdot 57 - 112 \cdot 57$
- Т) $57 \cdot 23 + 57 \cdot 49 + 57 \cdot 28$ У) $75 \cdot 12 + 75 \cdot 81 + 75 \cdot 7$ Ф) $123 \cdot 27 + 123 \cdot 64 + 123 \cdot 9$
- Х) $23 \cdot 77 + 23 \cdot 67 + 23 \cdot 56$ Ц) $31 \cdot 145 + 31 \cdot 75 + 31 \cdot 80$ Ч) $75 \cdot 56 + 75 \cdot 57 + 75 \cdot 87$
- Ш) $57 \cdot 123 + 57 \cdot 34 - 57 \cdot 157$ Щ) $234 \cdot 235 - 234 \cdot 46 - 234 \cdot 89$ Ъ) $57 \cdot 47 + 57 \cdot 55 - 57 \cdot 101$

1.153. Вычислите рациональным способом:

- А) $54 \cdot 60 + 460 \cdot 6 = 54 \cdot 60 + (46 \cdot 10) \cdot 6 = 54 \cdot 60 + 46 \cdot (10 \cdot 6) =$
 $= 54 \cdot 60 + 46 \cdot 60 = (54 + 46) \cdot 60 = 100 \cdot 60 = 6000$
- Б) $46 \cdot 32 + 8 \cdot 16 = 46 \cdot 2 \cdot 16 + 8 \cdot 16 = 92 \cdot 16 + 8 \cdot 16 = (92 + 8) \cdot 16 = 100 \cdot 16 = 1600$
- В) $240 \cdot 710 + 7100 \cdot 76$ Г) $38 \cdot 5800 + 380 \cdot 520$ Д) $23 \cdot 320 + 230 \cdot 68$
- Е) $560 \cdot 188 - 880 \cdot 56$ Ё) $84 \cdot 670 - 640 \cdot 67$ Ж) $490 \cdot 730 - 73 \cdot 900$
- З) $36 \cdot 3400 - 360 \cdot 140$ И) $58 \cdot 32 + 29 \cdot 36$ Й) $11 \cdot 51 + 33 \cdot 83$
- К) $57 \cdot 91 + 19 \cdot 27$ Л) $34 \cdot 26 + 17 \cdot 48$ М) $57 \cdot 28 + 68 \cdot 19 + 16 \cdot 57$

XLIII. Банка с мёдом весит 500 г. Та же банка с керосином весит 350 г. Керосин легче мёда в два раза. Сколько граммов весит пустая банка?

1.154. Догадайтесь, как вычислить рациональным образом:

А) $4 \cdot 63 + 4 \cdot 79 + 142 \cdot 6$

Б) $7 \cdot 125 + 3 \cdot 62 + 63 \cdot 3$

В) $17 \cdot 27 + 23 \cdot 17 + 50 \cdot 19$

Г) $38 \cdot 46 + 62 \cdot 46 + 100 \cdot 54$

Д) $12 \cdot 17 + 35 \cdot 13 + 17 \cdot 23$

Е) $41 \cdot 80 - 25 \cdot 41 + 55 \cdot 29$

Ё) $6 \cdot 25 + 15 \cdot 70 + 25 \cdot 36$

Ж) $16 \cdot 18 + 16 \cdot 17 - 14 \cdot 30$

З) $28 \cdot 11 + 28 \cdot 29 + 22 \cdot 11 + 22 \cdot 29$

И) $16 \cdot 39 + 14 \cdot 39 + 21 \cdot 14 + 16 \cdot 21$

1.155. Коллеги! Вы, наверное, согласитесь, что проверять задачи и примеры по математике иногда сложнее (и скучнее!), чем их решать. В некоторых случаях можно достаточно просто понять, что ответ неправильный, не проводя вычислений. Рассмотрим два примера.

Пример 1. Как сразу понять, что пример $67 \cdot 43 = 3017$ решён неверно? Посмотрим на последнюю цифру. При умножении 67 на 43 последняя цифра получается 1, так как $7 \cdot 3 = 21$, а здесь в ответе последняя цифра равна 7. Значит, умножение выполнено неправильно.

Пример 2. А как сразу понять, что пример $57 \cdot 63 = 4451$ решён неверно? Последняя цифра здесь в ответе определена верно. Оценим ответ: если мы увеличим каждый множитель, то произведение увеличится. Заменим 57 на 60, а 63 – на 70. Значит, произведение заведомо меньше, чем $60 \cdot 70 = 4200$. А так как $4451 > 4200$, то 4451 – неверный ответ.

Не производя вычислений, объясните, почему ответ неверный. Найдите верный ответ.

А) $43 \cdot 74 = 3183$

Б) $23 \cdot 45 = 735$

В) $39483 : 123 = 323$

Г) $124 \cdot 569 = 17556$

Д) $75 \cdot 26 = 1955$

Е) $334 \cdot 235 = 78494$

Ё) $43 \cdot 34 \cdot 78 = 114138$

Ж) $81 \cdot 91 = 7379$

З) $316933 : 557 = 69$

И) $423 + 345 - 459 = 307$

К) $123 \cdot 23 : 943 = 5$

Л) $77 \cdot 26 + 2009 = 4013$

М) $36 \cdot 63 = 2266$

Н) $98 \cdot 62 = 6075$

О) $103 \cdot 115 = 11847$

П) $34 \cdot 67 = 1748$

Р) $64 \cdot 45 = 2380$

С) $57 \cdot 75 = 3445$

Т) $23 \cdot 89 = 2757$

У) $56 \cdot 69 = 4354$

Ф) $37 \cdot 69 = 2813$

XLIV. Сошлись два пастуха Иван и Пётр. Иван говорит Петру: «Отдай ты мне одну овцу, тогда у меня будет ровно вдвое больше овец, чем у тебя.» А Пётр ему отвечает: «Нет! Лучше ты мне отдай одну овцу, тогда у нас овец будет поровну». Сколько же было овец у каждого?

Задачи.

1.156. У Лёвы в коллекции 367 марок, а у Васи на 156 марок больше. Сколько марок в коллекции Васи? Сколько марок у Васи и Лёвы вместе?

1.157. В пятых классах школы 118 учеников, а в шестых на 32 ученика меньше. Сколько учеников в шестых классах? Сколько учеников в пятых и шестых классах вместе?

1.158. В 5-этажном доме 76 квартир, а в 12-этажном на 116 квартир больше. Сколько квартир в двух домах?

1.159. В типографии было 5000 кг бумаги. В первый месяц израсходовали 1600 кг бумаги, во второй на 350 кг меньше. Сколько килограммов бумаги осталось в типографии?

1.160. От Москвы до Ржева 220 км по железной дороге. В первый час поезд прошел 65 км, во второй — на 18 км больше. Сколько километров ему осталось пройти?

1.161. В гараже 145 автобусов. Это на 30 больше, чем грузовых машин, а легковых машин на 12 меньше, чем грузовых. Сколько всего машин в гараже?

1.162. На блузки пошло 115 м ткани, на платья — на 40 м больше, а на детские костюмы — на 120 м меньше, чем на блузки и платья вместе. Сколько метров ткани израсходовали?

1.163. Из Бобруйска в Лиозново можно проехать через Витебск или Полоцк. Какой путь займет меньше времени и на сколько, если известно, что из Бобруйска в Витебск автобус идет 1 ч 50 мин, из Витебска в Лиозново — 1 ч 15 мин, из Бобруйска в Полоцк — 35 мин, а из Полоцка в Лиозново — 2 ч 35 мин? В Витебске надо ждать автобус 10 мин, а в Полоцке — 18 мин.

1.164. Теплоход проходит в час 72 км. Это расстояние в 3 раза больше, чем проходит в час катер. Сколько километров в час проходит катер?

1.165. Пешеход проходит в час 4 км. Это расстояние в 12 раз меньше, чем проезжает автомобиль за час. Сколько километров в час проезжает автомобиль?

1.166. После того как Витя прочитал 26 страниц, ему осталось прочитать еще 104 страницы. Во сколько раз прочитанная часть книги меньше непрочитанной?

1.167. Турист прошел 144 км, ему осталось пройти еще 12 км. Во сколько раз пройденный путь больше оставшегося?

1.168. На трех полках лежат книги. На первой лежит 12 книг, на второй — в 3 раза больше, а на третьей — на 3 книги меньше, чем на первой. Сколько книг лежит на каждой полке? Сколько всего книг на трех полках?

1.169. Восстановите запись вычислений цепочкой:

$$\boxed{60} \xrightarrow{+?} \boxed{69} \xrightarrow{:?} \boxed{23} \xrightarrow{-?} \boxed{8} \xrightarrow{\times?} \boxed{96} \xrightarrow{:?} \boxed{24}$$

$$\boxed{47} \xrightarrow{+?} \boxed{72} \xrightarrow{:?} \boxed{2} \xrightarrow{\times?} \boxed{30} \xrightarrow{-?} \boxed{19} \xrightarrow{\times?} \boxed{57}$$

XLV. Найдите число, которое при увеличении втрое увеличится на 24.

1.170. Вычислите устно:

А) $15 \cdot 2 + 14$	Б) $8 + 8 \cdot 10$	В) $3 + 9 \cdot 7$	Г) $9 + 39 : 3$
Д) $17 \cdot 3 - 18$	Е) $36 : 4 + 2$	Ё) $51 + 12 \cdot 4$	Ж) $11 \cdot 9 - 44$
З) $17 + 4 \cdot 5$	И) $48 : 8 + 4$	Й) $12 \cdot 3 + 4$	К) $(45 - 13) : 8$
Л) $6 \cdot (12 + 18)$	М) $81 : 9 - 4$	Н) $86 - 9 \cdot 6$	О) $510 : 17 + 7$
П) $480 : 24 + 28$	Р) $56 - 360 : 9$	С) $15 + 45 : 9$	Т) $9 \cdot 7 - 12$
У) $35 : (18 - 13)$	Ф) $(14 + 11) \cdot 3$	Х) $(65 - 38) : 9$	Ц) $(71 - 35) : 4$
Ч) $270 : 9 - 17$	Ш) $18 \cdot 30 - 500$	Щ) $16 \cdot 40 + 360$	Ъ) $123 \cdot 2 + 5$
Ы) $213 \cdot 3 - 10$	Ь) $314 \cdot 3 + 25$	Э) $534 \cdot 2 - 2 \cdot 9$	Ю) $571 \cdot 2 + 5 \cdot 3$
Я) $785 \cdot 2 + 5 \cdot 6$	Q) $1203 \cdot 3 + 2 \cdot 6$	W) $2304 \cdot 3 - 4 \cdot 5$	Z) $507 \cdot 7 - 98 : 2$

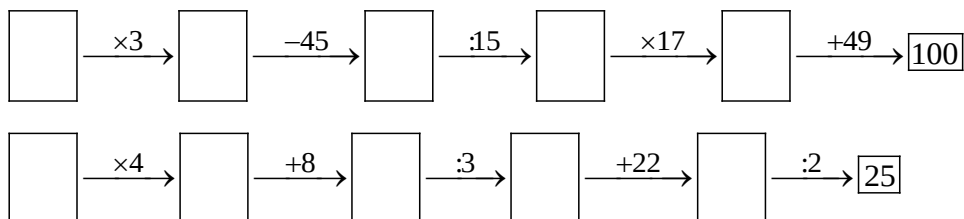
1.171. Вычислите устно:

А) $39 : 13$	Б) $34 : 17$	В) $36 : 12$	Г) $42 : 14$	Д) $44 : 11$
Е) $45 : 15$	Ё) $46 : 23$	Ж) $48 : 16$	З) $51 : 17$	И) $52 : 13$
Й) $54 : 18$	К) $55 : 11$	Л) $56 : 14$	М) $57 : 19$	Н) $58 : 29$
О) $62 : 31$	П) $63 : 21$	Р) $64 : 16$	С) $65 : 13$	Т) $66 : 11$
У) $68 : 17$	Ф) $69 : 23$	Х) $72 : 18$	Ц) $72 : 24$	Ч) $74 : 37$
Ш) $75 : 15$	Щ) $76 : 19$	Ъ) $78 : 13$	Ы) $84 : 14$	Ь) $85 : 15$
Э) $87 : 29$	Ю) $91 : 13$	Я) $92 : 23$	Q) $95 : 19$	W) $98 : 14$

XLVI. Разрежьте какой-нибудь квадрат на квадратики двух разных размеров так, чтобы маленьких квадратов было столько же, сколько и больших.

- 1.172. В три корзины разложили яблоки. В первую положили 36 яблок, во вторую — в 2 раза меньше, а в третью — на 6 яблок меньше, чем в первую. Сколько яблок положили в каждую корзину? Сколько всего яблок в трех корзинах?
- 1.173. В парке посадили 54 березы в 9 рядов и 90 кленов в 5 рядов. Какой из рядов короче? Во сколько раз?
- 1.174. Вдоль садовой дорожки посадили 60 тюльпанов в 5 рядов и 72 нарцисса в 3 ряда. Какой из рядов длиннее? Во сколько раз?
- 1.175. Во время туристского слета на питание 100 туристов израсходовали 32 кг мяса, что оказалось в 8 раз больше, чем масла, и в 2 раза меньше, чем хлеба. Сколько граммов каждого продукта в отдельности пришлось на питание одного туриста?
- 1.176. При ремонте шоссе длиной в 69 км в первый день отремонтировали 7 км, а в каждый из трех последующих дней ремонтировали на 3 км больше, чем в предыдущий. Во сколько раз оставшийся участок шоссе меньше отремонтированного?
- 1.177. В треугольнике $\triangle ABC$ сторона AB равна 54 см, сторона BC на 27 см больше AB , а сторона AC на 14 см больше BC . Найдите периметр треугольника.
- 1.178. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и BC равны и стороны AD и CD равны, $BC = 34$ см, а CD больше AB на 12 см. Найдите периметр этого четырёхугольника.
- 1.179. В рулоне 600 м ситца. Сначала отрезали 148 м, а потом – 254 м. Сколько метров ситца осталось в рулоне?
- 1.180. Туристы были в походе три дня. Во второй день они прошли 18 км, что на 5 км меньше, чем в первый день, а в третий день они прошли на 19 км меньше, чем за два предыдущих дня. Сколько километров прошли туристы за три дня?
- 1.181. Фермер убрал урожай картофеля за три дня. В первый день он убрал 19 грядок, что на 6 грядок больше, чем в третий день, а во второй день он убрал на 12 грядок меньше, чем за первый и третий дни вместе. Сколько грядок картофеля убрал фермер за три дня?
- 1.182. В автобусе было 98 пассажиров. На первой остановке вышло 15 и вошло 27 пассажиров, на второй остановке вышло 24 и вошло 18 пассажиров. Сколько пассажиров стало в автобусе после второй остановки?
- 1.183. Периметр треугольника равен 63 см. Одна сторона равна 18 см, что на 7 см меньше второй стороны. Найдите третью сторону треугольника.

1.184. Восстановите запись вычислений цепочкой:



XLVII. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 450.

1.185. Вычислите устно:

А) $37+27$	Б) $44+19$	В) $28+18$	Г) $54+26$
Д) $27+15$	Е) $41-12$	Ё) $36-18$	Ж) $122-15$
З) $68-29$	И) $56-17$	Й) $34\cdot 3-20:10$	К) $41\cdot 3-18:6$
Л) $29\cdot 5+35:7$	М) $52\cdot 6-24:2$	Н) $20\cdot 10:2$	О) $25\cdot 6-4\cdot 30$
П) $25\cdot 8-50\cdot 4$	Р) $25\cdot 9-50:2$	С) $25\cdot 12-6\cdot 7$	Т) $25\cdot 5+5\cdot 3$
У) $(83-39):4$	Ф) $(94-19):25$	Х) $(47+25):18$	Ц) $(71+19):15$
Ч) $(46+18):16$	Ш) $(90-16):2$	Щ) $(50+19):3$	Ъ) $(42+26):2$
Ы) $(60-22):2$	Ь) $(70-19):3$	Э) $25\cdot 3:15$	Ю) $(15\cdot 4+16):19$
Я) $100:25\cdot 17$	Q) $(16\cdot 3-12):12$	W) $(54:18+27):15$	Z) $(50\cdot 2-58):14$

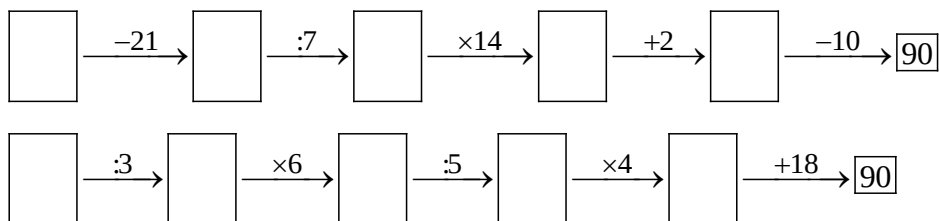
1.186. Вычислите устно:

А) $(32+58):6-2$	Б) $(6\cdot 12+28):10$	В) $32:16\cdot 25+34$	Г) $126-120:2$
Д) $(70:5+2)\cdot 4$	Е) $(48:4-2)\cdot 9$	Ё) $(15\cdot 6-21):23$	Ж) $(17\cdot 3+49):25$
З) $75:25\cdot 19$	И) $(52:2+24):25$	Й) $72:24\cdot 12+34$	К) $(95:5+56):3$
Л) $(96:3+28):4$	М) $84:28\cdot 18+46$	Н) $(60\cdot 6-120):80$	О) $200:50\cdot 25+140$
П) $125\cdot 2:10\cdot 40$	Р) $(490:7+30):40$	С) $40\cdot 10:50+49$	Т) $(24-19)\cdot 8+12$
У) $(57-49)\cdot 7+14$	Ф) $(66-59)\cdot 7+17$	Х) $(42-33)\cdot 6+27$	Ц) $(72-67)\cdot 6+24$
Ч) $(35-24)\cdot 7+23$	Ш) $(34-25)\cdot 11+12$	Щ) $(55-47)\cdot 9-34$	Ъ) $(75-66)\cdot 9-27$
Ы) $(84-78)\cdot 8+12$	Ь) $91:13\cdot 70+10$	Э) $98:14\cdot 80+40$	Ю) $870:29+70$
Я) $(37575-4357)\cdot (57-57)$	Q) $(500-100+200):(357-257)$	Я) $(560-60-400)\cdot (301-300)$	

XLVIII. Поставьте 12 стульев в 3 ряда так, чтобы А) в двух рядах было по 4 стула, а в одном – 6; Б) в каждом ряду было по 5 стульев.

- 1.187. С овощной базы в течение первого дня вывезли 764 кг, а завезли 568 кг овощей. Во второй день вывезли 445 кг, а завезли 643 кг овощей. Увеличилась или уменьшилась первоначальная масса овощей, хранящихся на базе, и насколько?
- 1.188. В первом цехе работает 46 человек, во втором – в два раза больше, чем в первом, а в третьем – на 19 меньше, чем в первом и во втором цехах вместе. Сколько всего человек работает в трёх цехах?
- 1.189. Отличник Яша Ф. варил варенье. Клубничного варенья он сварил 850 г, вишнёвого – в 2 раза больше, а варенья из сливы – на 300 г больше, чем клубничного. Найдите массу варенья, сваренного Яшей Ф.
- 1.190. Отличник Яша Ф. во время рыбалки поймал трёх окуней: масса одного окуня – 400 г, второго – на 60 г больше, а масса третьего окуня – в 2 раза меньше общей массы первых двух. Найдите массу всех трёх окуней, пойманных Яшей Ф.
- 1.191. На экскурсию в музей пошли 57 пятиклассников, шестиклассники, которых было в три раза меньше и семиклассники, которых было на 15 меньше, чем пятиклассников и шестиклассников вместе. Сколько всего учеников пошли в музей?
- 1.192. Лыжник за 5 ч прошёл 75 км. Сколько времени ему потребуется, чтобы с той же скоростью пройти 60 км?
- 1.193. За 4 ч теплоход прошёл 136 км. За сколько часов он пройдёт с той же скоростью 238 км?
- 1.194. Путь от одной станции до другой товарный поезд прошёл за 9 ч, а пассажирский – за 6 ч. Найдите скорость пассажирского поезда, если скорость товарного поезда равна 40 км/ч.
- 1.195. От города до села автомашина шла со скоростью 65 км/ч в течение 2 ч. Сколько времени потребуется велосипедисту на этот путь, если он будет двигаться со скоростью 13 км/ч?
- 1.196. От туристского лагеря до города 84 км. Турист ехал на велосипеде из лагеря в город со скоростью 12 км/ч, а возвращался по той же дороге со скоростью 14 км/ч. На какой путь турист затратил больше времени и на сколько часов?
- 1.197. Пассажирский поезд составлен из 12 вагонов по 58 мест в каждом. Сколько осталось свободных мест, если в поезде едут 667 пассажиров?
- 1.198. Стоимость 42 радиодеталей одного вида 6300 рублей, а стоимость 16 радиодеталей другого вида 7200 рублей. Цена какой детали больше и во сколько раз?

1.199. Восстановите запись вычислений цепочкой:



XLIX. В числе 89367288 зачеркните 3 цифры так, чтобы получилось: А) как можно большее число; Б) как можно меньшее число.

1.200. Вычислите устно:

- | | | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|---------------------|
| А) $25+3\cdot 4$ | Б) $18:3+24$ | В) $8\cdot 6+19$ | Г) $72-16\cdot 2$ | Д) $90-45:5$ |
| Е) $6\cdot 9-38$ | Ё) $(18+12)\cdot 7$ | Ж) $(21-6)\cdot 3$ | З) $5\cdot (47-25)$ | И) $(40-12):4$ |
| Й) $(9\cdot 8):6$ | К) $48:(3\cdot 8)$ | Л) $(8+9)\cdot 3-2$ | М) $29:(32-3)$ | Н) $42-7\cdot 5$ |
| О) $36:2+5$ | П) $(75+6):9$ | Р) $8\cdot (31-25)$ | С) $2\cdot 9+3\cdot 6$ | Т) $39:13+17$ |
| У) $14\cdot 4-28$ | Ф) $50:2+8$ | Х) $60-7\cdot 8$ | Ц) $42:6+15:3$ | Ч) $56:(16-8)$ |
| Ш) $(12-4)\cdot 9$ | Щ) $7\cdot 4\cdot 25$ | Ъ) $28:7+59$ | Ы) $67-99:9$ | Ь) $3\cdot (29-18)$ |
| Э) $11\cdot (23-16)$ | Ю) $(34+12):23$ | Я) $(75-27):3$ | Q) $66:(3\cdot 11)$ | W) $(57-19):2$ |

1.201. Вычислите устно:

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------------|-------------------------|---------------------------|
| А) $(21-15)\cdot 6:4$ | Б) $(14+18):8\cdot 15$ | В) $(9\cdot 12-9):11$ | Г) $(9\cdot 12-9):11$ |
| Д) $(72-48):3\cdot 7$ | Е) $(18\cdot 8+6):3$ | Ё) $54:9\cdot 14:21$ | Ж) $(7+8)\cdot 10-110$ |
| З) $(210:7-27)\cdot 9$ | И) $(340+80):14-4\cdot 4$ | Й) $(600-40):70-49$ | К) $(480:60+15):5$ |
| Л) $(92-85)\cdot 70+50$ | М) $(300:25\cdot 7+4):15$ | Н) $(70-26):2+38$ | О) $(47+25):36\cdot 19$ |
| П) $(14+49):3+19$ | Р) $(7\cdot 5\cdot 3-9):16$ | С) $(45:3\cdot 5-19):8$ | Т) $20\cdot 8:40\cdot 27$ |
| У) $(90-26):8\cdot 60$ | Ф) $(80\cdot 9-90):70\cdot 6$ | Х) $(68-12):7+24$ | Ц) $3000-350:5\cdot 40$ |
| Ч) $(60-9):(9+8)$ | Ш) $(31-540:90)\cdot 16$ | Щ) $(50-450:90):15$ | Ъ) $(12+13)\cdot (11-2)$ |
| Ы) $(43+59):3-4$ | Ь) $(123-25):7+76$ | Э) $(13+17):6\cdot 25$ | Ю) $(43-19):12\cdot 28+1$ |
| Я) $(66:6+77:7)\cdot 4$ | Q) $(13\cdot 5-5):12+195$ | W) $(12-4)\cdot (12+3)$ | Z) $(81+19):(55:5-1)$ |

Л. Кузнечик прыгает вдоль прямой вперед на 80 см или назад на 50 см. Может ли он менее чем за 7 прыжков удалиться от начальной точки ровно на 1 м 70 см?

- 1.202. Магазин приобрёл для продажи 30 зимних курток на сумму 72000 рублей, а выручка от их продажи составила 93600 рублей. На сколько рублей оптовая цена куртки меньше розничной?
- 1.203. Первое слагаемое равно 5460, второе – больше него на 545 десятков, третье – на 46 сотен больше второго, а четвёртое – равно сумме первых трёх слагаемых. Найдите сумму всех четырёх слагаемых.
- 1.204. Сумма четырёх слагаемых равна 2645. Одно из них – наибольшее двузначное число. Другое слагаемое равно разности между наибольшим трёхзначным и наибольшим двузначными числами. Третье – наименьшее трёхзначное число. Найдите четвёртое слагаемое.
- 1.205. В магазин привезли 5 ящиков с красками. В каждом ящике 144 коробки, а в каждой коробке 12 тюбиков с красками. Сколько тюбиков привезли в магазин?
- 1.206. Столяр и его помощник должны сделать 217 рам. Столяр в день делает 18 рам, а его ученик – 13 рам. Сколько рам им останется сделать после двух дней работы? После четырёх дней работы? После семи дней работы?
- 1.207. Автобус шёл 2 ч со скоростью 45 км/ч и 3 ч со скоростью 60 км/ч. Какой путь прошёл автобус за эти 5 ч?
- 1.208. Мотоциклист едет со скоростью 95 км/ч, а скорость велосипедиста на 76 км/ч меньше. Во сколько раз скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста?
- 1.209. Масса контейнера с четырьмя книжными шкафами 3 ц. Масса одного книжного шкафа 58 кг. Какова масса пустого контейнера?
- 1.210. Привезли 12 ящиков яблок, по 30 кг в каждом, и 8 ящиков груш, по 40 кг в каждом. Какой смысл имеют следующие выражения: $30 \cdot 12$, $12 - 8$, $40 \cdot 8$, $40 - 30$, $30 \cdot 12 + 40 \cdot 8$, $30 \cdot 12 - 40 \cdot 8$?
- 1.211. Во время уборки урожая с первого участка собрали 612 т пшеницы, что в 4 раза больше, чем с третьего, а со второго – в 3 раза меньше, чем с первого. Сколько тонн пшеницы собрали с трёх участков?
- 1.212. Поезд прошёл 336 км за 4 часа, а автобус – 126 км за 3 часа. Во сколько раз скорость автобуса меньше скорости поезда?
- 1.213. За 25 дней завод должен изготовить по плану 2100 станков. Ежедневно сверх плана выпускали 21 станок. За сколько дней был выполнен план?
- 1.214. В хлебный ларёк привезли 28 лотков булок. В каждом лотке 6 рядов по 14 булок в каждом. Сколько всего булок привезли в ларёк?
- 1.215. Восстановите запись вычислений цепочкой:

$$\square \xrightarrow{-16} \square \xrightarrow{:2} \square \xrightarrow{+13} \square \xrightarrow{-10} \boxed{10} \xrightarrow{+15} \square \xrightarrow{\times 3} \square \xrightarrow{:15} \square \xrightarrow{\times 6} \square$$

$$\square \xrightarrow{\cdot 8} \square \xrightarrow{+27} \square \xrightarrow{:2} \square \xrightarrow{\times 5} \boxed{90} \xrightarrow{-45} \square \xrightarrow{:15} \square \xrightarrow{\times 28} \square \xrightarrow{-12} \square$$

II. Используя цифру 4 четыре раза, скобки и знаки действий, представьте все числа от 0 до 10.

1.216. Вычислите устно:

- | | | | | |
|--------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|------------------------|
| А) $2389-102$ | Б) $8\cdot 69$ | В) $25\cdot 4$ | Г) $8\cdot 41$ | Д) $4\cdot 89$ |
| Е) $125\cdot 8$ | Ё) $35\cdot 8$ | Ж) $37\cdot 3$ | З) $17\cdot 6$ | И) $25\cdot 14$ |
| Й) $7\cdot 77+7\cdot 23$ | К) $11\cdot 123-11\cdot 23$ | Л) $6347+1001$ | М) $2\cdot 57\cdot 5$ | Н) $4\cdot 23\cdot 25$ |
| О) $5\cdot 49$ | П) $8\cdot 345\cdot 125$ | Р) $45\cdot 4$ | С) $8\cdot 157+8\cdot 43$ | Т) $12345-999$ |
| У) $37\cdot 9$ | Ф) $25\cdot 12$ | Х) $7\cdot 31$ | Ц) $16\cdot 125$ | Ч) $700:25$ |
| Ш) $17456-99$ | Щ) $55\cdot 12$ | Ъ) $17\cdot 36$ | Ы) $7\cdot 39$ | Ь) $1600:50$ |
| Э) $5\cdot 51$ | Ю) $48\cdot 25$ | Я) $13\cdot 43-13\cdot 23$ | Q) $24\cdot 25$ | W) $11\cdot 102$ |

1.217. Вычислите устно:

- | | | | |
|------------------------------|----------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| А) $(12\cdot 3+6):7$ | Б) $(13\cdot 6+10):11$ | В) $(9+7)\cdot (21-13)$ | Г) $(33-29)\cdot (13+11)$ |
| Д) $(43-34)\cdot (53-42)$ | Е) $(56-43)\cdot (23-18)$ | Ё) $(17+33)\cdot (24+56)$ | Ж) $(37-50:2)\cdot 3$ |
| З) $45:5+75:3$ | И) $(105:5+9):6$ | Й) $(120:6+44):4$ | К) $(120-29):7$ |
| Л) $34:(23-6)\cdot 50$ | М) $57:(31-12)\cdot 300$ | Н) $2500:50+100$ | О) $(2400:800+37):8$ |
| П) $(3600:9-100):5$ | Р) $4200:70:15+96$ | С) $(50\cdot 70+500):80$ | Т) $3600:(4\cdot 14+4)$ |
| У) $2500:(7\cdot 70+10)$ | Ф) $10000:200-7\cdot 7$ | Х) $(44-14)\cdot (7\cdot 8+4)$ | Ц) $17\cdot 10+5\cdot 6$ |
| Ч) $(88:4-3\cdot 4)\cdot 10$ | Ш) $(76:4+7:7)\cdot 5$ | Щ) $(85:5+18:6)\cdot 5$ | Ъ) $(92:4+26:13)\cdot 4$ |
| Ы) $(75:5+30:6)\cdot 7$ | Ь) $(17\cdot 4+4:2):5$ | Э) $(13\cdot 7+3\cdot 3):50$ | Ю) $(11\cdot 11-3\cdot 7)\cdot 10$ |
| Я) $(14\cdot 5+2\cdot 4):13$ | Q) $(98-53)\cdot (101-99)$ | W) $(57-12)\cdot 3-5\cdot 7$ | Z) $(5\cdot 7+57):23+6$ |

ЛП. Разрежьте прямоугольник 3 на 12 на две равные части так, чтобы из них можно было составить прямоугольник 2 на 18.

1.218. В шестнадцатизэтажном доме на каждом этаже 3 квартиры – однокомнатная, двухкомнатная и трёхкомнатная. В однокомнатной квартире ставят три батареи, в двухкомнатной – пять, а в трёхкомнатной – семь. Сколько батарей понадобится для одного такого дома с тремя подъездами?

1.219. При сборке мотора необходимо закрутить 16 гаек. Сколько гаек закручивает бригада рабочих за смену, если в бригаде 21 рабочий, смена длится 7 часов, а за 1 час 7 рабочих собирает 8 моторов?

1.220. В 7 канистр помещается 133 литра бензина. Во сколько таких канистр поместится 285 л бензина?

1.221. Сколько литров воды даёт источник в час, если туристы заметили, что трёхлитровая банка заполняется водой за 18 минут?

1.222. Таня и Витя одновременно начали читать одинаковые книги, причём Витя читает в 4 раза медленнее Тани. Через три дня выяснилось, что Таня прочитала 144 страницы, и Вите осталось прочитать 396 страниц. Через сколько дней дочитает книгу Таня?

1.223. Найдите стоимость одной шоколадки, если Варя говорит, что за 9 таких шоколадок она заплатила 64 р. 17 коп., Тоня говорит, что за 5 таких шоколадок она заплатила 35 р. 60 коп., Света говорит, что за 3 такие шоколадки она заплатила 21 р. 36 коп. и известно, что две из трех девочек ошибаются.

1.224. Найдите стоимость одного воздушного шарика, если Маша говорит, что за 5 таких шариков она заплатила 35 р. 10 коп., Даша говорит, что за 6 таких шариков она заплатила 42 р. 18 коп., Таня говорит, что за 8 таких шариков она заплатила 56 р. 24 коп. и известно, что одна из девочек ошибается.

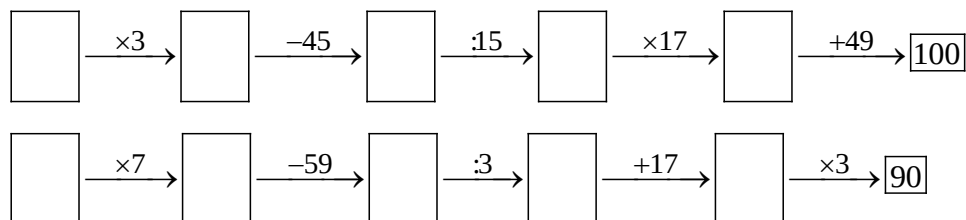
1.225. Периметр треугольника $\triangle ABC$ равен 140 см. Сумма сторон AB и AC равна 98 см, что на 21 см больше, чем сумма сторон AB и BC . Найдите длины сторон треугольника.

1.226. В пятиугольнике $ABCDE$ сумма сторон CD и AE больше стороны BC на 12 см. Сторона DE равна 45 см, что на 18 см меньше стороны AB и на 24 см меньше стороны BC . Найдите периметр этого пятиугольника.

1.227. Яблоко и груша весят 320 г, а яблоко и 2 груши – 470 г. Сколько весит яблоко и сколько весит груша?

1.228. В V и VI классах вместе 62 ученика, в VI и VII классах вместе 61 ученик. Сколько учеников в каждом из этих классов, если во всех трех вместе 90 учеников?

1.229. Восстановите запись вычислений цепочкой:



ЛIII. Часы отстают на 10 минут 40 секунд и показывают 18 часов 57 минут 35 секунд. Определите правильное время.

1.230. Вычислите:

А) $\left[(16000:32-1640:82):15 \cdot 7000-192000\right]:40$

Б) $\left[(97264:8+1284200:100):1000 \cdot 7+947\right] \cdot 100$

В) $\left[(24 \cdot 250+18 \cdot 350):60 \cdot 400+(44 \cdot 4500+108 \cdot 1500):20\right]:400$

Г) $\left[5 \cdot (1000-105)-4325\right]:6 \cdot 40000-999999$

Д) $\left[(125 \cdot 8000-190000):90000 \cdot 6000-36000\right]:45$

Е) $\left[27000:54 \cdot 2000-937000\right]:45 \cdot 50:35000$

Ё) $(64 \cdot 125+128 \cdot 75):800 \cdot 5000-(300 \cdot 400+5107 \cdot 800):70$

Ж) $(24347420:8105+572580:180) \cdot 504+18999380:9223$

З) $\left[31440+1040:(150-2400:(67+53)):20\right]:395+1110:(1293516:1827-608597:907)$

И) $(42 \cdot 124+2430):38 \cdot 202-(3008:94+527 \cdot 8):72$

Й) $(64 \cdot 125+128 \cdot 75):800 \cdot 5000-(300 \cdot 400+5107 \cdot 800):70$

К) $47027 \cdot 24+31352-2408 \cdot 356$

Л) $140013-25 \cdot 3571-119 \cdot 309$

М) $(801 \cdot 601+(10000-9876) \cdot 99) \cdot 40$

Н) $(97548+69432):(16400-15388)$

1.231. Решите уравнения:

А) $57+x=75$

Б) $x+256=905$

В) $7 \cdot x=343$

Г) $638+x=806$

Д) $y-2091=468$

Е) $a-2689=653$

Ё) $458-x=0$

Ж) $(524-m)-133=207$

З) $x \cdot 19-143=940$

И) $825-(n+176)=493$

Й) $459-9 \cdot x=0$

К) $98-((45+z)-38)=42$

Л) $78+(84-m)-13=92$

М) $a:67=670$

Н) $25 \cdot (328-8k)=5400$

О) $x:12=12$

П) $80:y=16$

Р) $(91-3z):4=16$

С) $84:x=14$

Т) $y:23=23$

У) $(y-45):45=1$

Ф) $75:(69-4z)=15$

Х) $x \cdot 15=555$

Ц) $29319:x=87$

Ч) $1620:(19-x:36)=108$

Ш) $2472:(15-x:48)=206$

Щ) $(285-(x:14-481)):6=36$

Ъ) $(346-(x:16-398)):7=42$

LIV. В одной коробке лежат 2 белых шара, в другой – белый чёрный, а в третьей – 2 чёрных шара. На каждую коробку наклеен рисунок, который должен указывать её содержимое. Но все рисунки наклеены неверно! Из какой коробки нужно достать ровно один шар, чтобы можно было определить содержимое всех коробок?

Сравнение чисел.

1.232. Как сравнивать натуральные числа? Вспомните, сформулируйте и запишите в тетради правило сравнения натуральных чисел. Сравните числа:

- | | | |
|------------------------------|------------------------|-------------------------|
| А) 21092 и 2109 | Б) 21092 и 21192 | В) 123456 и 123457 |
| Г) 875999 и 876765 | Д) 99837888 и 99840000 | Е) 10009787 и 1000978 |
| Ё) 2012201257 и 2012572012 | Ж) 564538 и 564529 | З) 100000001 и 99999999 |
| И) 10203040499 и 10203040506 | Й) 99998781 и 99891818 | К) 577755 и 577557 |
| Л) 36000 и 35999 | М) 439999 и 440000 | Н) 25001 и 24998 |
| О) 3457 и 34561 | П) 123301 и 1234 | Р) 38002 и 3800201 |

1.233. Расположите числа в порядке возрастания:

- А) 50057, 507, 5757, 77755, 75057, 7557, 55577, 7057, 570,
Б) 8004, 408, 44888, 84848, 4008, 804, 8040, 840, 88444, 48484
В) 3877009, 387709, 3846998, 495903, 4969030, 3877090, 3849698
Г) 37861, 820012, 23045, 23545, 82100, 37880, 25345, 82012
Д) 467654, 6745, 476, 467645, 647, 6475, 6047, 466745, 647645, 406045
Е) 123123, 10203, 1210, 1120, 30123, 12312, 13212, 231123, 120123
Ё) 3209, 239239, 3092, 2390, 239329, 3090, 3290, 329, 293239, 230239

1.234. Вместо звёздочки подставьте, если возможно, цифру так, чтобы получилось правильное неравенство:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| А) $3128 < 312*$ | Б) $2785 < 27*0$ | В) $3454 > 34*9$ |
| Г) $617* < 6170$ | Д) $5782 > 578*$ | Е) $234* < 2341$ |
| Ё) $6737 > 67*6$ | Ж) $5789 > 579*$ | З) $56714 > 567*9$ |
| И) $235*7 < 23547$ | К) $67305 > 67*99$ | Л) $5*627 < 64567$ |
| М) $10907 < 1090*$ | Н) $40099 > 41*00$ | О) $56789 < 567*1$ |
| П) $20087 > 200*2$ | Р) $38*46 < 38300$ | С) $99991 > 9999*$ |

LV. Задумано трёхзначное число, у которого с одним из чисел 543, 142 и 562 совпадает один из разрядов, а два других не совпадают. Какое число задумано?

1.235. В числах стёрли несколько цифр и вместо них поставили звёздочки. Можно ли сравнить эти числа?

А) 63^{***} и 61^{***}

Б) $^{**}1^{*}$ и 99^{*}

В) 28^{*} и 1^{***}

Г) $^{*}76$ и 87^{*}

Д) $745^{*}7$ и $74^{*}56$

Е) 45^{**} и 123^{**}

Ё) 765^{**} и 76599

Ж) 5765 и $^{*}99$

1.236. Сравните числа, не производя вычислений:

А) $12345+557$ и $12345+583$

Б) $356+78625$ и $324+78625$

В) $4567+987789$ и $987789+4657$

Г) $5678+34568$ и $5689+34558$

Д) $673+979999$ и $989002+678$

Е) $2012 \cdot 57+12345$ и $2012 \cdot 57+43215$

Ё) $45635-678$ и $45635-684$

Ж) $98478-12345$ и $98478-1234$

З) $345609-4508$ и $347789-4508$

И) $740099-76580$ и $740173-76580$

Й) $368408-157057$ и $367408-158057$

К) $4567 \cdot 235-45678$ и $4567 \cdot 235-32145$

Л) $6387+76345$ и $6388+76344$

М) $16481-7636$ и $16483-7638$

1.237. Сравните числа, не производя вычислений:

А) $321 \cdot 45$ и $321 \cdot 36$

Б) $1234 \cdot 57$ и $1167 \cdot 57$

В) $23406 \cdot 456$ и $456 \cdot 23399$

Г) $234 \cdot 45$ и $239 \cdot 49$

Д) $678 \cdot 4589$ и $687 \cdot 4598$

Е) $89 \cdot 567 \cdot 1234$ и $79 \cdot 467 \cdot 1034$

Ё) $13673:121$ и $13673:113$

Ж) $13673:459$ и $255663:557$

З) $112506:102$ и $112506:1103$

И) $57375:459$ и $62047:459$

Й) $262086:57$ и $262656:57$

К) $156087:123$ и $1100841:89$

1.238. Сравните числа, не производя вычислений:

А) $258 \cdot 764+258 \cdot 545$ и $258 \cdot (764+548)$

Б) $751 \cdot 340+751 \cdot 564$ и $751 \cdot (339+564)$

В) $532 \cdot 618-532 \cdot 436$ и $532 \cdot (618-436)$

Г) $496 \cdot 860-496 \cdot 715$ и $496 \cdot (862-715)$

Д) $523 \cdot (764+956)$ и $523 \cdot 762+523 \cdot 958$

Е) $359 \cdot (764-547)$ и $359 \cdot 766-359 \cdot 549$

Ё) $756 \cdot (459-327)$ и $756 \cdot 449-756 \cdot 317$

Ж) $312 \cdot (245+768)$ и $312 \cdot 235+312 \cdot 778$

LVI. А) Сумма цифр двузначного числа равна 12, а произведение 35. Назовите все возможные числа. Б) Сумма цифр трёхзначного числа равна 17, а произведение равно 64. Назовите все возможные числа.

1.239. Сделайте оценку произведения и запишите её в виде двойного неравенства:

А) Рассмотрим произведение $67 \cdot 79$. Так как $60 < 67 < 70$ и $70 < 79 < 80$, то $60 \cdot 70 < 67 \cdot 79 < 70 \cdot 80$, так что $4200 < 67 \cdot 79 < 5600$.

- | | | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| Б) $34 \cdot 37$ | В) $45 \cdot 51$ | Г) $21 \cdot 18$ | Д) $54 \cdot 78$ | Е) $63 \cdot 56$ |
| Ё) $23 \cdot 91$ | Ж) $37 \cdot 11$ | З) $98 \cdot 89$ | И) $123 \cdot 23$ | Й) $34 \cdot 108$ |
| К) $98 \cdot 206$ | Л) $123 \cdot 321$ | М) $76 \cdot 457$ | Н) $101 \cdot 203$ | О) $1032 \cdot 17$ |

1.240. Не производя вычислений, расположите следующие числа в порядке возрастания:

- А) $26 \cdot 28$, $28 \cdot 30$, $27 \cdot 29$, $25 \cdot 26$
- Б) $36 \cdot 38$, $33 \cdot 36$, $37 \cdot 39$, $35 \cdot 37$
- В) $106 \cdot 108 \cdot 106$, $106 \cdot 107 \cdot 108$, $106 \cdot 105 \cdot 107$, $108 \cdot 107 \cdot 107$, $105 \cdot 108 \cdot 106$
- Г) $224 \cdot 223 \cdot 223$, $223 \cdot 222 \cdot 224$, $224 \cdot 223 \cdot 224$, $222 \cdot 223 \cdot 222$, $223 \cdot 222 \cdot 223$.

1.241. Укажите все натуральные числа x , которые удовлетворяют следующему неравенству:

- | | | | |
|---------------------|---------------------|------------------------|------------------------|
| А) $x < 5$ | Б) $x \leq 5$ | В) $x < 7$ | Г) $x \leq 7$ |
| Д) $4 < x < 8$ | Е) $10 < x < 15$ | Ё) $12 \leq x \leq 17$ | Ж) $21 \leq x \leq 27$ |
| З) $20 < x \leq 25$ | И) $19 \leq x < 24$ | Й) $31 \leq x < 39$ | К) $34 < x \leq 41$ |
| Л) $92 < x \leq 99$ | М) $87 \leq x < 95$ | Н) $57 \leq x \leq 59$ | О) $43 < x < 52$ |
| П) $39 < x < 47$ | Р) $37 < x \leq 44$ | С) $56 \leq x < 62$ | Т) $85 \leq x \leq 94$ |
| У) $12 \leq x < 13$ | Ф) $12 < x < 14$ | Х) $12 < x \leq 13$ | Ц) $12 < x < 13$ |

LVII. Три друга учатся в гимназии. Один из них в математическом, другой – в физическом, а третий – в биологическом классах. При этом известно:

А) Если Пётр математик, то Сергей не физик.

Б) Если Роман не физик, то Пётр математик.

В) Если Сергей не математик, то Роман биолог.

Определите специальность каждого.

1.242. Укажите все натуральные числа x , которые удовлетворяют следующему неравенству:

- А) $229 < x < 234$ Б) $229 < x \leq 234$ В) $229 \leq x < 234$ Г) $229 \leq x \leq 234$
Д) $998 \leq x \leq 1004$ Е) $998 \leq x < 1004$ Ё) $998 < x \leq 1004$ Ж) $998 < x < 1004$
З) $1238 \leq x < 1245$ И) $1238 < x \leq 1245$ Й) $1238 \leq x \leq 1245$ К) $1238 < x < 1245$

1.243. Сравните величины:

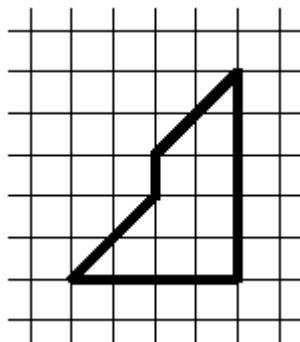
- А) 975 см и 10 м Б) 8929 м и 8 км В) 50 м и 4375 см
Г) 1000 мм и 100 см Д) 15 т и 15305 кг Е) 495 кг и 5 ц
Ё) 920 г и 1 кг Ж) 29000 кг и 30 т З) 57000 мм и 57 м
И) 1234 мм и 1 м 2 дм 3 см Й) 56789 г и 57 кг К) 4 ц 500 г и 401 кг
Л) 3 мин и 175 с М) 2345 с и 39 мин Н) 2 ч 4 мин и 7230 с

1.244. Из цифр 3, 5 и 7 составьте все возможные различные трёхзначные числа и расположите их в порядке возрастания.

1.245. Из цифр 1, 2, 3 и 4 составьте все возможные различные четырёхзначные числа и расположите их в порядке возрастания.

LVIII. Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в 10-м подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему следует подняться? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

LIX. Разрежьте нарисованную на две одинаковые (совпадающие при наложении) части.



Деление с остатком.

Коллеги! Разделите, пожалуйста, 24 на 3. Конечно же, прекрасно зная таблицу умножения, Вы сразу ответите: $24:3=8$. Но давайте задумаемся, что же означает действие деления? Чтобы проверить, правильно ли выполнено это действие, произведём обратное действие – умножение. В самом деле, $3 \cdot 8 = 24$. Это означает, что число 3 «помещается» в числе 24 ровно 8 раз. Можно привести такой пример: допустим, что мы сварили 24 литра абрикосового варенья и разливаем это варенье по 3-хлитровым банкам. Действие деления в данном случае показывает, что 3-хлитровых банок нам понадобится ровно 8 штук.

Таким образом, выполняя действие деления, мы узнаём, сколько раз одно число полностью помещается в другом. Но ведь мы можем поставить аналогичный вопрос и в том случае, когда деления нацело не происходит. Например, давайте разделим 25 на 3. Проведём ту же аналогию: допустим, мы сварили 25 литров абрикосового варенья и разливаем это варенье по 3-хлитровым банкам. Понятно, что 24 литра варенья мы полностью разольём, используя для этого 8 3-хлитровых банок. И ещё 1 литр варенья у нас останется. Таким образом, мы провели операцию деления с остатком: мы узнали, сколько раз число 3 «помещается» в числе 25 и сколько остаётся в остатке. На математическом языке всё это записывается следующим лаконичным образом: $25 = 3 \cdot 8 + 1$. Число 25 в этом примере называется **делимое**, число 3 – **делитель**, число 8 – **неполное частное**, число 1 – **остаток**.

Итак, поделить с остатком – это значит узнать, сколько раз одно число «помещается» в другое. Деление с остатком можно провести для любых чисел. При делении с остатком необходимо определить неполное частное и остаток и записать ответ в математически правильной форме. А именно: пусть a – делимое, b – делитель. Мы ставим вопрос: сколько раз число b «помещается» в числе a ? Обозначим неполное частное через n , остаток – через r . Тогда с помощью формул деление с остатком записывается в следующем виде:

$$a = b \cdot n + r$$

Отметим, что при делении с остатком всегда должно выполняться неравенство $r < b$, то есть остаток должен быть меньше делителя. (Просвещённый читатель! Обязательно объясните, почему при делении с остатком всегда можно добиться выполнения этого условия.)

Разберём два важных примера на деление с остатком. Во-первых, поделим 30 на 5 с остатком. Удивлённый читатель спросит: какое же это деление с остатком? И действительно, $30:5=6$, то есть в этом примере деление происходит нацело. Кажется, что никакого остатка нет... Остаток есть всегда! Разберёмся, что означает пример $30:5=6$. Это значит, что число 5 «помещается» в числе 30 ровно 6 раз и от числа 30 остаётся 0. Таким образом, при делении нацело остаток равен 0. Записывать такое деление с остатком мы будем в той же форме: $30 = 5 \cdot 6 + 0$.

Вот ещё один «странный» пример. Как поделить 5 на 30 с остатком? Читатель удивится: как же это вообще можно поделить 5 на 30? Чтобы выполнить деление, зададим наш вопрос: сколько раз число 30 «помещается» в числе 5. Ответ кажется очевидным: нисколько... Но это и значит, что неполное частное при таком делении равно 0. Мы надеемся, что просвещённый читатель самостоятельно догадается, чему же равен в данном случае остаток и как правильно записать данный пример...

1.246. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ. Укажите неполное частное двумя чертами и остаток – одной чертой.

А) 54 на 5

Б) 57 на 3

В) 3 на 57

$$54 = 5 \cdot \underline{10} + \underline{4}$$

$$57 = 3 \cdot \underline{19} + \underline{0}$$

$$3 = 57 \cdot \underline{0} + 3$$

Г) 10 на 4

Д) 12 на 5

Е) 15 на 6

Ё) 16 на 7

Ж) 17 на 2

З) 18 на 5

И) 19 на 3

Й) 20 на 6

К) 21 на 8

Л) 22 на 7

М) 24 на 9

Н) 25 на 2

О) 26 на 3

П) 27 на 4

Р) 28 на 7

С) 29 на 2

Т) 30 на 4

У) 31 на 5

Ф) 32 на 7

Х) 33 на 8

Ц) 33 на 3

Ч) 34 на 2

Ш) 35 на 5

Щ) 36 на 6

Ъ) 40 на 10

Ы) 3 на 38

Ь) 4 на 39

Э) 5 на 20

Ю) 9 на 27

Я) 20 на 40

1.247. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ. Укажите неполное частное двумя чертами и остаток – одной чертой.

А) 42 на 8

Б) 43 на 12

В) 44 на 7

Г) 45 на 13

Д) 46 на 3

Е) 47 на 20

Ё) 48 на 14

Ж) 49 на 15

З) 50 на 16

И) 51 на 5

Й) 52 на 2

К) 54 на 9

Л) 55 на 55

М) 56 на 1

Н) 58 на 29

О) 53 на 4

П) 57 на 8

Р) 59 на 30

С) 60 на 17

Т) 61 на 19

У) 4 на 6

Ф) 7 на 17

Х) 57 на 58

Ц) 13 на 100

Ч) 11 на 20

Ш) 62 на 27

Щ) 63 на 11

Ъ) 64 на 15

Ы) 65 на 7

Ь) 66 на 9

Э) 67 на 12

Ю) 68 на 20

Я) 69 на 30

Q) 70 на 25

W) 71 на 8

1.248. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ. Укажите неполное частное двумя чертами и остаток – одной чертой.

А) 41 на 9

Б) 77 на 8

В) 59 на 11

Г) 23 на 2

Д) 34 на 3

Е) 48 на 6

Ё) 65 на 5

Ж) 78 на 6

З) 84 на 7

И) 105 на 5

Й) 98 на 9

К) 17 на 6

Л) 12 на 11

М) 45 на 19

Н) 23 на 11

О) 37 на 12

П) 40 на 13

Р) 58 на 17

С) 56 на 19

Т) 101 на 10

У) 15 на 16

Ф) 2 на 5

Х) 48 на 61

Ц) 121 на 131

Ч) 171 на 557

Ш) 160 на 15

Щ) 55 на 22

Ъ) 48 на 17

Ы) 121 на 13

Ь) 171 на 10

Э) 98 на 13

Ю) 89 на 14

Я) 92 на 12

Q) 101 на 45

W) 101 на 51

LX. В классе 17 ловцов, 6 борцов и 13 шахматистов. Известно, что каждый спортсмен занимается двумя видами спорта. Сколько в классе всего спортсменов?

1.249. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ.

А) 105 на 51	Б) 105 на 47	В) 105 на 34	Г) 105 на 23
Д) 258 на 41	Е) 258 на 50	Ё) 258 на 58	Ж) 258 на 113
З) 345 на 77	И) 345 на 56	Й) 345 на 81	К) 345 на 124
Л) 457 на 57	М) 457 на 83	Н) 457 на 94	О) 457 на 121
П) 509 на 67	Р) 509 на 76	С) 509 на 145	Т) 509 на 225
У) 987 на 99	Ф) 987 на 101	Х) 987 на 150	Ц) 987 на 306

1.250. Объясните, как находить неполное частное и остаток с помощью деления в столбик. Выполните деление в столбик и запишите деление с остатком правильно.

А) 670 на 19	Б) 345 на 11	В) 298 на 12	Г) 399 на 14	Д) 413 на 27
Е) 455 на 43	Ё) 654 на 27	Ж) 389 на 30	З) 654 на 33	И) 756 на 34
Й) 4679 на 20	К) 1000 на 17	Л) 6483 на 18	М) 7583 на 19	Н) 1591 на 21
О) 5868 на 49	П) 1236 на 33	Р) 9007 на 37	С) 3739 на 61	Т) 5823 на 26
У) 63735 на 112	Ф) 73831 на 151	Х) 10000 на 201	Ц) 83909 на 321	Ч) 98379 на 99

1.251. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ.

А) 123 на 10	Б) 123 на 100	В) 478 на 10	Г) 478 на 100
Д) 1786 на 10	Е) 1786 на 100	Ё) 1786 на 1000	Ж) 2345 на 10
З) 2345 на 100	И) 2345 на 1000	Й) 9877 на 10	К) 9877 на 100
Л) 9877 на 1000	М) 13678 на 10	Н) 13678 на 100	
О) 13678 на 1000	П) 13678 на 10000	Р) 57057 на 10	
С) 57057 на 100	Т) 57057 на 1000	У) 57057 на 10000	
Ф) 207609 на 10	Х) 207609 на 100	Ц) 207609 на 1000	
Ч) 207609 на 10000	Ш) 207609 на 100000	Щ) 57345678 на 10	
Ъ) 57345678 на 100	Ы) 57345678 на 1000	Ь) 57345678 на 10000	
Э) 57345678 на 100000	Ю) 57345678 на 1000000	Я) 57345678 на 10000000	

LXI. У Алисы живёт крокозябра. Каждый день она съедает бананов ровно в два раза больше своего веса, а каждую ночь худеет в три раза. Уезжая на четырёхдневные каникулы, Алиса оставила ей 40 кг бананов, и этого крокозябре в точности хватило. Сколько крокозябра весила до отъезда Алисы?

1.252. Придумайте, как быстро и просто выполнять деление с остатком на 5. Выполните деление с остатком следующих чисел на 5. Правильно запишите ответ.

- | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| А) 62 | Б) 68 | В) 73 | Г) 76 | Д) 81 | Е) 89 | Ё) 91 |
| Ж) 99 | З) 104 | И) 106 | Й) 112 | К) 116 | Л) 123 | М) 127 |
| Н) 187 | О) 164 | П) 237 | Р) 263 | С) 356 | Т) 472 | У) 529 |
| Ф) 1263 | Х) 1139 | Ц) 1671 | Ч) 2012 | Ш) 3407 | Щ) 4099 | Ъ) 5757 |

1.253. Придумайте, как быстро и просто выполнять деление с остатком на 50 и на 25. Выполните деление с остатком. Правильно запишите ответ.

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| А) 113 на 50 | Б) 167 на 50 | В) 234 на 50 | Г) 255 на 50 | Д) 317 на 50 |
| Е) 398 на 50 | Ё) 425 на 50 | Ж) 478 на 50 | З) 521 на 50 | И) 599 на 50 |
| Й) 704 на 50 | К) 857 на 50 | Л) 937 на 50 | М) 1076 на 50 | Н) 1345 на 50 |
| О) 119 на 25 | П) 144 на 25 | Р) 153 на 25 | С) 181 на 25 | Т) 209 на 25 |
| У) 253 на 25 | Ф) 260 на 25 | Х) 293 на 25 | Ц) 324 на 25 | Ч) 327 на 25 |
| Ш) 367 на 25 | Щ) 389 на 25 | Ъ) 456 на 25 | Ы) 523 на 25 | Ь) 690 на 25 |
| Э) 741 на 25 | Ю) 878 на 25 | Я) 929 на 25 | Q) 1037 на 25 | W) 1283 на 25 |

1.254. Выполните деление с остатком. Запишите ответ в правильной форме. Какую закономерность можно заметить в каждой строчке? Объясните, как с помощью первого примера выполнить все остальные примеры в каждой строчке.

А) 1235 на 60, 1235 на 30, 1235 на 15, 1235 на 5

Б) 876 на 48, 876 на 24, 876 на 12, 876 на 6, 876 на 3

В) 1234 на 68, 1234 на 34, 1234 на 17

Г) 2786 на 88, 2786 на 44, 2786 на 22, 2786 на 11

Д) 3098 на 104, 3098 на 52, 3098 на 26, 3098 на 13

Е) 1783 на 75, 1783 на 25, 1783 на 5

Ё) 2572 на 81, 2572 на 27, 2572 на 9, 2572 на 3

Ж) 5685 на 72, 5685 на 36, 5685 на 12, 5685 на 4

З) 12577 на 144, 12577 на 72, 12577 на 24, 12577 на 8, 12577 на 4

LXII. Найдите 1000 натуральных чисел, сумма которых равна из произведению.

1.255. Заполните таблицу.

делимое	делитель	неполное частное	остаток
278	35		
	17	20	13
410		19	11
507	56		
	13	101	7
1604		45	29
1009	11		
	14	52	13
808		73	5
2055	23		
	29	44	20
625		48	1
3678	9		
	45	78	6
8421		6	999
12097	31		
	17	56	16
8721		3	1500

1.256. Проверьте, что равенство является верным. Назовите делимое, делитель, неполное частное и остаток.

А) $78 = 7 \cdot 10 + 8$

Б) $177 = 11 \cdot 15 + 12$

В) $224 = 9 \cdot 23 + 17$

Г) $2053 = 84 \cdot 24 + 37$

Д) $4106 = 79 \cdot 51 + 77$

Е) $2891 = 2 \cdot 1000 + 891$

Ё) $472 = 21 \cdot 22 + 10$

Ж) $679 = 56 \cdot 12 + 7$

З) $401 = 15 \cdot 25 + 26$

LXIII. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек они заняли отрезок длины a . На другой прямой через такие же промежутки поставили 100 точек и они заняли отрезок длины b . Во сколько раз b больше чем a ?

1.257. Приведите примеры и запишите общую формулу:

А) чётных чисел;

Б) нечётных чисел;

В) чисел, которые делятся на 5;

Г) чисел, которые при делении на 5 дают остаток 3;

Д) чисел, которые при делении на 7 дают остаток 1;

Е) чисел, которые при делении на 10 дают остаток 4;

Ё) чисел, которые при делении на 12 дают остаток 9;

Ж) чисел, которые при делении на 17 дают остаток 13;

З) чисел, которые при делении на 8 дают остаток 6;

И) чисел, которые при делении на 75 дают остаток 31;

3) чисел, которые при делении на 2013 дают остаток 57.

1.258. Найдите остаток от деления:

А) $7 \cdot n + 5$ на 7

Б) $4 \cdot n + 1$ на 4

В) $3 \cdot n + 2$ на 3

Г) $11 \cdot n + 4$ на 11

Д) $10 \cdot n + 8$ на 10

Е) $57 \cdot n + 45$

Ё) $12 \cdot n + 3$ на 12

Ж) $14 \cdot n + 11$ на 14

З) $9 \cdot n$ на 9

И) $13 \cdot n$ на 13

Й) $34 \cdot n$ на 34

К) $57 \cdot n$ на 57

Л) $7 \cdot n + 9$ на 7

М) $8 \cdot n + 11$ на 8

Н) $15 \cdot n + 23$ на 15

О) $9 \cdot n + 32$ на 9

П) $6 \cdot n + 19$ на 6

Р) $10 \cdot n + 56$ на 10

С) $23 \cdot n + 40$ на 23

Т) $32 \cdot n + 81$ на 32

У) $3 \cdot n - 2$ на 3

Ф) $7 \cdot n - 5$ на 7

Х) $12 \cdot n - 7$ на 12

Ц) $11 \cdot n - 9$ на 11

Ч) $20 \cdot n - 13$ на 20

Ш) $17 \cdot n - 16$ на 17

Щ) $32 \cdot n - 17$ на 32

Ъ) $13 \cdot n - 14$ на 13

Ы) $30 \cdot n + 9$ на 10

Ь) $15 \cdot n + 4$ на 5

Э) $32 \cdot n + 15$ на 16

Ю) $24 \cdot n + 7$ на 8

Я) $30 \cdot n + 9$ на 5

Q) $15 \cdot n + 4$ на 3

W) $32 \cdot n + 15$ на 4

Z) $24 \cdot n + 7$ на 4

1.259. Найдите число, если при делении его на 13 в частном получается 12 и в остатке 7.

1.260. Найдите число, если при делении его на 24 в частном получается 17 и в остатке 1.

1.261. Билет на электричку стоит 57 рублей. Сколько билетов можно купить на 500 рублей? Какая сдача у нас останется?

1.262. Билет на одну поездку в автобусе стоит 28 рублей. Сколько таких билетов можно купить на 1000 рублей? Какая сдача у нас останется?

1.263. Билет на электричку стоит 30 рублей 50 копеек. Сколько билетов можно купить на 200 рублей? Какая сдача у нас останется?

LXIV. Найдите число a , если числа 1010 и 1069 дают при делении на a одинаковые остатки.

- 1.264. Тетрадь стоит 19 рублей 28 копеек. Сколько таких тетрадей можно купить на 150 рублей? Какая сдача у нас останется?
- 1.265. Карандаш стоит 7 рублей 60 копеек. Сколько карандашей можно купить на 50 рублей? Какая сдача у нас останется?
- 1.266. Шоколадка стоит 21 рубль 50 копеек. Сколько шоколадок можно купить на 200 рублей? Какая сдача у нас останется?
- 1.267. Порция мороженого стоит 17 рублей 80 копеек. Сколько порций можно купить на 70 рублей? Какая сдача у нас останется?
- 1.268. Баночка абрикосового варенья стоит 112 рублей 50 копеек. Сколько таких баночек можно купить на полторы тысячи рублей?
- 1.269. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?
- 1.270. Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 150 рублей в воскресенье?
- 1.271. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Хризантемы стоят 65 рублей за штуку. У Вани есть 560 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Маше на день рождения?
- 1.272. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Пионы стоят 50 рублей за штуку. У Вани есть 440 рублей. Из какого наибольшего числа пионов он может купить букет Маше на день рождения?
- 1.273. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1–3 курсов, по 360 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
- 1.274. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по программированию для 4-5 курсов, по 145 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
- 1.275. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2-3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
- 1.276. В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 8 недель?
- 1.277. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 9 недель?
- 1.278. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 5 недель?

LXV.

**Вот ребус довольно простой:
ЭХ вчетверо больше, чем ОЙ.
АЙ вчетверо больше, чем ОХ.
Найди сумму всех четырёх.**

- 1.279. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 1.280. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,25 г 3 раза в день в течение 18 дней. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 1.281. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
- 1.282. В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?
- 1.283. В летнем лагере на каждого участника полагается 70 г сахара в день. В лагере 172 человека. Сколько килограммовых пачек сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?
- 1.284. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1 кг 500 г сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 23 кг вишни?
- 1.285. Для приготовления абрикосового варенья на 1 кг абрикосов нужно 1 кг 300 г сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 19 кг абрикосов?
- 1.286. Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
- 1.287. Грузовая машина может перевезти за один раз 9 тонн груза. Сколько рейсов должна сделать машина, чтобы перевезти груз весом 57 тонн?
- 1.288. В коробку помещается дюжина вилок. В такие коробки надо разложить 250 вилок. Сколько полных коробок получится? Сколько вилок останется.
- 1.289. Теплоход рассчитан на 1000 пассажиров и 30 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- 1.290. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- 1.291. На большом круизном корабле плывут 1550 пассажиров и 370 членов экипажа. Сколько шлюпок должно быть на этом корабле, если в одну шлюпку влезает 45 человек?

LXVI. Можно ли заполнить таблицу размером 5 строчек на 7 столбцов числами так, чтобы сумма чисел в каждой строчке равнялась 60, а сумма чисел в каждом столбце равнялась 40?

1.292. Отличник Яша Ф. живёт в доме с одним подъездом в квартире № 29. На каком этаже живёт Яша Ф., если на каждом этаже по 6 квартир?

1.293. Отличница Маша живёт в доме с одним подъездом в квартире № 57. На каком этаже живёт Маша, если на каждом этаже по 7 квартир?

1.294. Отличник Саша живёт в девятиэтажном доме с двумя подъездами в квартире № 113. В каком подъезде и на каком этаже и живёт Саша, если на каждом этаже по 8 квартир?

1.295. Отличница Лиза живёт в двенадцатиэтажном доме в квартире № 357. В каком подъезде и на каком этаже живёт Лиза, если в каждом подъезде на каждом этаже по 3 квартиры?

1.296. Отличники Илюша и Артём живут в семиэтажном доме с тремя подъездами. В первом подъезде на каждом этаже по 4 квартиры, во втором – по 3, в четвёртом – по 5. В каком подъезде и на каком этаже живут Илюша и Артём, если Илюша живёт в квартире № 47, а Артём живёт в квартире № 57?

1.297. Отличник Петя живёт в семнадцатиэтажном доме в квартире № 219. В его подъезде находятся квартиры с № 205 по № 272. На каком этаже и в каком подъезде живёт Петя?

1.298. Моток ленты длиной 10 м надо разрезать на куски по 45 см. Сколько таких кусков получится и сколько ленты останется?

1.299. Стулья шириной 60 см надо установить вдоль стены, длина которой 7 м. Сколько стульев поместится вдоль стены?

1.300. Выразите в часах и минутах.

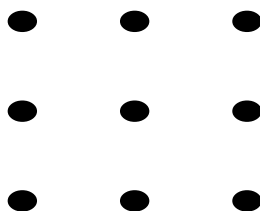
- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| А) 150 мин | Б) 210 мин | В) 345 мин | Г) 674 мин | Д) 1005 мин |
| Е) 1235 мин | Ё) 1863 мин | Ж) 2012 мин | З) 3113 мин | И) 5757 мин |

Объясните, почему это задание находится в теме «Деление с остатком».

1.301. Учитель подготовил для контрольной работы 42 карточки пяти цветов: белого, жёлтого, зелёного, красного, синего. Сложив все карточки в этой последовательности (б, ж, з, к, с, б, ж, з, к, с, б, ...), он пронумеровал их все подряд, начиная с номера 1. Какого цвета карточка с номером 10? с номером 24? с номером 38? последняя карточка? Какие номера имеют зелёные карточки?

1.302. В вагоне поезда 36 мест, по 4 места в каждом купе. Определите номер купе, в котором находится место 21; место 15; место 28; место 18. Укажите номера остальных мест купе, в котором находится место 26.

LXVII. Зачеркните все девять точек, изображённых на рисунке, проведя четыре прямые и не отрывая карандаша от бумаги.



- 1.303. Летние каникулы длятся 73 дня. Каким днём недели будет последний день каникул, если они начались в понедельник? в четверг? Каким днём недели был первый день каникул, если первый день нового учебного года – суббота?
- 1.304. Сколько в октябре воскресений, если 1 октября – понедельник? А если 1 октября – вторник? Сколько в том и другом случае в октябре понедельников?
- 1.305. До каникул осталось 26 дней. Сколько воскресений может оказаться в этих днях?
- 1.306. Какой день недели будет ровно через 42 дня? Через 60 дней? Через 90 дней? Через 57 дней?
- 1.307. Если имеющиеся карандаши разложить в коробки по 8 штук в каждую, то останется 5 лишних карандашей. Если их разложить в коробки по 6 штук в каждую, то тоже останется 5 лишних карандашей. Сколько имеется карандашей, если их больше 50, но меньше 100?
- 1.308. В коробке лежат ложки. Когда их пересчитали десятками, то не хватило двух ложек до последнего полного десятка. Когда их пересчитали дюжинами, то осталось 8 ложек. Сколько в коробке ложек, если их больше 150, но меньше 200?
- 1.309. А) Найдите три числа, которые при делении на 2 и на 3 дают в остатке 1. Б) Постарайтесь записать общую формулу всех таких чисел.
- 1.310. А) Найдите три числа, которые при делении на 2, на 3 и на 5 дают в остатке 1. Б) Постарайтесь записать общую формулу всех таких чисел.
- 1.311. Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 6 даёт в остатке 4, а при делении на 7 даёт в остатке 3.
- 1.312. Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 13 даёт в остатке 11, а при делении на 11 даёт в остатке 5.
- 1.313. Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 2 даёт в остатке 1, при делении на 3 даёт в остатке 2, при делении на 4 даёт в остатке 3 и при делении на 5 даёт в остатке 4.
- 1.314. Найдите какое-нибудь число, которое при делении на 4 даёт в остатке 1, при делении на 5 даёт в остатке 2, а при делении на 6 даёт в остатке 3.
- 1.315. Найдите наибольшее двухзначное число, которое даёт остаток 2 при делении на 11.
- 1.316. Найдите наименьшее трёхзначное число, которое даёт остаток 7 при делении на 13.
- 1.317. Какие остатки может давать натуральное число при делении на 3? при делении на 8? при делении на 57? при делении на n ? Сколько различных остатков существует при делении на n ?
- 1.318. Какие остатки может давать чётное число при делении на 6? Какие остатки может давать нечётное число при делении на 8? Какие остатки может давать нечётное число при делении на 5? Какие остатки может давать чётное число при делении на 5? Приведите примеры.

LXVIII. Одну из сторон прямоугольника увеличили на 99 см, а другую уменьшили на 1 см. Как может измениться площадь прямоугольника: увеличиться, уменьшиться или остаться неизменной? Приведите примеры.

1.319. Определите, какой остаток получится при делении на 5 суммы двух чисел, если известен остаток от деления на 5 каждого из этих чисел. Заполните таблицу.

остаток от деления на 5		
первое слагаемое	второе слагаемое	сумма
1	2	
2	1	
3	2	
4	3	
4	4	
0	4	
3	3	
2	3	
4	3	
2	4	

1.320. Определите, какой остаток получится при делении на 7 суммы двух чисел, если известен остаток от деления на 7 каждого из этих чисел. Заполните таблицу.

остаток от деления на 7		
первое слагаемое	второе слагаемое	сумма
3	2	
2	5	
3	6	
4	4	
5	3	
0	4	
3	3	
6	6	
6	5	
1	6	

1.321. Определите, какой остаток получится при делении на 11 суммы двух чисел, если известен остаток от деления на 11 каждого из этих чисел. Составьте и заполните таблицу на 10 примеров.

1.322. Два числа дают одинаковые остатки при делении на 4. Какие остатки при делении на 4 может давать их сумма? их разность?

LXIX. Каждый из пятерых гномов либо всегда говорит правду, либо всегда врет. Между ними произошел такой разговор. Балин: «Ори — вун!» Ори: «Двалин — вун!» Двалин: «Глойн — вун!» Глойн: «Балин — вун!» Дори (обращаясь к остальным): «Все вы вруны!». Определите сколько врунов среди гномов – ни одного, один, два, три, четыре или все пять? Не забудьте объяснить ответ.

Округление натуральных чисел.

Известно, что расстояние от Земли до Луны 380000 км. Если вдуматься в это предложение, то возникают вопросы: неужели это расстояние так точно подсчитано и составляет такое «круглое число»? А может быть, оно равно 380025 км или 379976 км? Такие же «круглые» числа встречаются нам повсеместно. Например, в справочниках сообщается, что в Москве проживает 12 миллионов человек, что площадь Франции равна 550000 км^2 , а стадион «Маракана» в Бразилии может вместить 200 тысяч зрителей. Все эти данные не являются абсолютно точными, однако в жизни они играют очень важную роль: по ним мы можем сравнивать города по численности населения, страны – по площади и т.п. И для этого не нужно, например, знать абсолютно точно число жителей в Москве и Нью-Йорке, тем более, что это и невозможно, так как население крупного города каждый день меняется.

Когда полная точность не нужна, числа округляют, то есть заменяют точные данные числами с нулями на конце. Например, директор стадиона точно знает, что на футбольный матч продано 48238 билетов. Но комментатор матча скажет, что на стадионе 40 – 50 тысяч зрителей, и этой информации вполне достаточно. Во всяком случае, если матч проходил на стадионе «Маракана», то мы можем сделать вывод, что он не вызвал большого интереса у болельщиков.

А какое из этих двух круглых чисел более точно указывает число зрителей на стадионе – 40000 или 50000? Ясно, что 50000, потому что это число меньше отличается от точного значения 48238. В таком случае говорят, что 48238 приближённо равно 50000. Обозначение: $48238 \approx 50000$.

Но как именно округляют натуральные числа? Конечно, при округлении следует выбирать приближённое значение так, чтобы оно не очень сильно отличалось от точного значения. Например, каким круглым числом, с одним, двумя или тремя нулями, следует заменить число 2583? Найдём два ближайших «круглых числа»: $2580 < 25\boxed{8}3 < 2590$, то есть 2583 можно заменить на 2580 (округление с недостатком) или на 2590 (округление с избытком). Какому же округлению отдать предпочтение? Так как цифра 3 меньше, чем цифра 5, то число 2583 ближе к числу 2580, поэтому в данном случае выберем округление с недостатком: $258\boxed{3} \approx 2580$. Круглое число 2580 состоит из 258 десятков, поэтому такое округление называется округлением с точностью до десятков. Обратите внимание: при округлении до десятков мы заменили последнюю цифру числа нулём. А так как мы округляем с недостатком, то цифра в разряде десятков не изменилась.

Теперь округлим число 2583 до сотен. Имеем: $2500 < \underline{25}\boxed{8}3 < 2600$, то есть 2583 можно заменить на 2500 (округление с недостатком) или на 2600 (округление с избытком). В данном случае мы выбираем округление с избытком, так как число 2583 «ближе» к числу 2600. Это определяет цифра, следующая за разрядом, до которого мы округляем. В данном случае мы округляем до сотен и поэтому смотрим на разряд десятков. В нём стоит цифра 8, эта цифра больше 5. Итак, $\underline{25}\boxed{8}3 \approx 2600$. Снова обратим внимание: при округлении до сотен мы заменили две последних цифры числа нулями. А так как мы округляем с избытком, то цифра в разряде сотен увеличилась на 1.

Наконец, округлим 2583 до тысяч. «Зажмём» это число между тысячами: $2000 < \underline{25}\boxed{8}3 < 3000$. За разрядом тысяч в числе 2583 следует «серединная» цифра 5. Число 2500 расположено ровно посередине между числами 2000 и 3000, но дополнительные 83 единицы относят 2583 ближе к верхней границе. Поэтому в данном случае мы снова выберем округление с избытком: $\underline{25}\boxed{8}3 \approx 3000$.

А как же округлить до тысяч число 2500? Это число находится на одинаковом расстоянии и от числа 2000, и от числа 3000. Поэтому и округление с избытком, и округление с недостатком имеют здесь одинаковую точность. В таком спорном случае, чтобы проще формулировать общее правило округления, всегда выбирают округление с избытком: $\underline{25}\boxed{0}00 \approx 3000$.

Итак, округлить натуральное число – значит отбросить одну или несколько цифр младших разрядов, заменив их нулями. При округлении чисел до некоторого разряда (до десятков, до сотен, до тысяч и т.д.) мы поступаем следующим образом:

- 1. находим разряд, до которого надо округлить число;**
- 2. смотрим на цифру, расположенную справа от разряда, до которого надо округлить число;**
- 3. если это цифра 0, 1, 2, 3 или 4, то мы заменяем нулями, все цифры, стоящие справа от указанного разряда, а цифру в этом разряде не изменяем; если это цифра 5, 6, 7, 8 или 9, то мы заменяем нулями, все цифры, стоящие справа от указанного разряда, а цифру в этом разряде увеличиваем на 1.**

Чтобы лучше научиться пользоваться этим алгоритмом, рассмотрим два примера.

Пример 1. Округлите число 574785 до тысяч.

Решение. Найдём разряд тысяч и подчеркнём его одной чертой: 574785. Теперь смотрим на цифру, которая стоит справа от разряда тысяч, который мы подчеркнули. Обведём эту цифру в прямоугольник: 574785. В прямоугольнике стоит цифра 7. Это значит, что в данном случае мы выбираем округление с избытком: цифру в разряде тысяч (которую мы подчеркнули) мы **увеличиваем на единицу**, а все цифры, стоящие правее, мы заменяем нулями. Итак, $574\boxed{7}85 \approx 575000$.

Пример 2. Округлите число 7347123 до сотен.

Решение. Найдём разряд сотен и подчеркнём его одной чертой: 7347123. Теперь смотрим на цифру, которая стоит справа от разряда сотен, который мы подчеркнули. Обведём эту цифру в прямоугольник: 7347123. В прямоугольнике стоит цифра 2. Это значит, что в данном случае мы выбираем округление с недостатком: цифру в разряде сотен (которую мы подчеркнули) мы **не изменяем**, а все цифры, стоящие правее, мы заменяем нулями. Итак, $7347\boxed{1}23 \approx 7347100$.

1.323. Записано двойное неравенство. Укажите, к какому из двух крайних чисел ближе среднее число. Объясните, как провести в каждом случае округление с избытком и с недостатком. Укажите, до какого разряда в каждом случае происходит округление.

А) $10 < 18 < 20$

Б) $200 < 223 < 300$

В) $110 < 117 < 120$

Г) $2300 < 2378 < 2400$

Д) $2000 < 2378 < 3000$

Д) $300 < 358 < 400$

Е) $1230 < 1232 < 1240$

Ё) $400 < 475 < 500$

Ж) $20000 < 23457 < 30000$

З) $890 < 899 < 900$

И) $5700 < 5786 < 5800$

Й) $4350 < 4355 < 4360$

К) $2300 < 2350 < 2400$

Л) $4000 < 4567 < 5000$

М) $10000 < 10499 < 11000$

1.324. Округлите число 12345 до десятков, до сотен, до тысяч, до десятков тысяч, до сотен тысяч.

1.325. Округлите число 786589 до десятков, до сотен, до тысяч, до десятков тысяч, до сотен тысяч, до миллионов.

1.326. Округлите число 5676549906 до десятков, до сотен, до тысяч, до десятков тысяч, до сотен тысяч, до миллионов, до десятков миллионов, до сотен миллионов, до миллиардов.

1.327. Округлите число до всех возможных разрядов:

А) 548303792

Б) 1289057006

В) 74937628645

Г) 639106428

Д) 5292899720

Е) 192782280057

LXX. Школьники пятого класса встали по кругу на одинаковом расстоянии друг от друга. Сколько человек в классе, если восьмой стоит напротив двадцать первого?

1.328. Округлите:

А) 98645 до сотен

В) 9786756 до десятков тысяч

Д) 100978 до десятков тысяч

Ё) 32456789 до миллионов

З) 875549 до сотен тысяч

К) 63738 до десятков

М) 1122334455 до тысяч

О) 77340372 до сотен тысяч

Р) 474945757 до десятков миллионов

Т) 12679309303 до миллиардов

Ф) 67099998 до десятков

Ц) 99997 до тысяч

Б) 6532 до тысяч

Г) 98999 до тысяч

Е) 63235 до сотен тысяч

Ж) 7346 до десятков

И) 557999 до сотен

Л) 987306 до сотен

Н) 99876542 до десятков тысяч

П) 749302373 до миллионов

С) 999748494 до сотен миллионов

У) 71579099572 до десятков миллиардов

Х) 5799078 до десятков тысяч

Ч) 70999978 до сотен

1.329. Алиса задумала некоторое натуральное число и, округлив его до десятков, записала ответ: 280. Какое число могла задумать Алиса?

1.330. Яша Ф. задумал некоторое натуральное число и, округлив его до сотен, записал ответ: 201200. Какое число мог задумать Яша Ф.?

1.331. Вычислите и полученный результат округлите:

А) $395 + 427$ до десятков

В) $5699 - 3876$ до тысяч

Д) $12367 - 996$ до десятков

Ё) $997891 + 3734893$ до сотен тысяч

Б) $3854 + 261$ до сотен

Г) $6536 + 3919$ до сотен

Е) $37999 + 2945844$ до десятков тысяч

Ж) $5099902 + 49999003$ до миллионов

1.332. Вычислите и полученный результат округлите:

А) $31 \cdot 42$ до десятков

В) $5699 \cdot 3$ до тысяч

Д) $2367 \cdot 6$ до сотен

Ё) $997891 \cdot 3$ до сотен тысяч

Б) $384 \cdot 21$ до сотен

Г) $653 \cdot 321$ до десятков тысяч

Е) $37999 \cdot 2$ до тысяч

Ж) $5002 \cdot 4003$ до миллионов

1.333. Федя при сложении и умножении натуральных чисел сначала округляет эти числа до указанного разряда, а потом складывает и умножает. (Хитрый мальчик!) А Алиса честно складывает и умножает натуральные числа, а потом полученный ответ округляет до указанного разряда. (Честная девочка!) Зависит ли ответ от способа вычислений? Всегда ли Федя и Алиса получают одинаковые ответы? Или разные? Приведите примеры.

LXXI. Напишите вместо пропуска число (буквами, а не цифрами!), чтобы получилось истинное предложение «В ЭТОМ ПРЕДЛОЖЕНИИ ... БУКВ» (в последнее слово, возможно, придется добавить окончание, чтобы фраза правильно звучала по-русски).

Степень.

Мы знаем, что сумму в которой все слагаемые равны, можно записать короче – в виде произведения. Например,

$$\underbrace{5+5+5+5}_{4 \text{ слагаемых}} = 5 \cdot 4.$$

В математике есть также специальное обозначение и для произведения, в котором все множители равны:

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ множителя}} = 5^4.$$

Выражение 5^4 называют степенью и читают так: «**пять в четвёртой степени**». В этом выражении число 5 называется **основанием степени**, а число 4 – **показателем степени**. Таким образом, основание степени – это повторяющийся множитель, а показатель степени равен числу «повторений», то есть он указывает, сколько таких множителей содержится в произведении. Аналогично, $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5 \text{ множителей}} = 3^5$, $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ множителей}} = 2^6$. У степени 3^5 основание

равно 3, а показатель равен 5. У степени 2^6 основание равно 2, а показатель – 6. Принято считать, что первая степень любого числа равна самому числу: $57^1 = 57$.

Некоторые степени имеют специальные названия. Так, вторую степень числа называют **квадратом** этого числа. Например, запись 3^2 читают как «три во второй степени» или «три в квадрате». Вычислим «три в квадрате»: $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$. Третью степень числа называют **кубом** этого числа. Так, запись 4^3 читают: «четыре в третьей степени» или «четыре в кубе». Вычислим: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

1.334. Объясните, что значат выражения $5 \cdot 6$, 5^6 и 6^5 .

1.335. Найдите площадь квадрата и объём куба со стороной 2 м. Объясните, почему вторая степень называется квадратом, а третья – кубом.

1.336. Запишите выражение в виде степени. Укажите основание и показатель степени:

А) $2 \cdot 2 \cdot 2$

Б) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

В) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

Г) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Д) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Е) $57 \cdot 57 \cdot 57$

Ё) $100 \cdot 100$

Ж) $30 \cdot 30 \cdot 30 \cdot 30$

З) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

И) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{15 \text{ раз}}$

Й) $\underbrace{17 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 17}_{41 \text{ раз}}$

К) $\underbrace{57 \cdot 57 \cdot \dots \cdot 57}_{100 \text{ раз}}$

Л) $\underbrace{122 \cdot 122 \cdot \dots \cdot 122}_{57 \text{ раз}}$

М) $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{20 \text{ раз}}$

Н) $\underbrace{m \cdot m \cdot \dots \cdot m}_{n \text{ раз}}$

1.337. Вычислите:

- | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|-------------|-----------|
| А) 5^2 | Б) 3^3 | В) 10^2 | Г) 2^3 | Д) 4^3 | Е) 2^4 |
| Ё) 8^2 | Ж) 2^5 | З) 10^3 | И) 9^2 | Й) 11^2 | К) 12^2 |
| Л) 10^4 | М) 13^2 | Н) 5^3 | О) 14^2 | П) 10^5 | Р) 15^2 |
| С) 20^2 | Т) 30^2 | У) 40^2 | Ф) 50^2 | Х) 20^3 | Ц) 70^2 |
| Ч) 100^2 | Ш) 200^2 | Щ) 300^2 | Ъ) 200^3 | Ы) 5000^2 | Ь) 40^3 |

1.338. Вычислите:

- | | | | | | |
|-----------|-----------|------------|-------------|------------|------------|
| А) 6^2 | Б) 7^2 | В) 8^3 | Г) 9^3 | Д) 4^4 | Е) 11^3 |
| Ё) 16^2 | Ж) 17^2 | З) 6^3 | И) 18^2 | Й) 19^2 | К) 7^3 |
| Л) 60^2 | М) 50^3 | Н) 800^2 | О) 9000^2 | П) 110^2 | Р) 120^2 |

1.339. Составьте таблицу квадратов натуральных чисел от 1 до 32.

1.340. Составьте таблицу кубов натуральных чисел от 1 до 12.

1.341. Составьте таблицу первых десяти степеней чисел 2 и 3.

1.342. Найдите первые пять степеней числа 5.

1.343. Найдите значения выражений $(3+4)^2$, 3^2+4^2 , $3+4^2$. Какой должен быть порядок действий при вычислении выражений со степенями? Почему?

1.344. Найдите значение выражения:

- | | | | |
|--|---|------------------------------|--------------------|
| А) $3^2 \cdot 18$ | Б) $5+4^2$ | В) $(5+4)^2$ | Г) $7+4^3$ |
| Д) 7^3+4 | Е) $(7+4)^3$ | Ё) $(7^3-4^3):(7-4)$ | Ж) $5^2 \cdot 2^3$ |
| З) 2^5+3^4 | И) $(30:3)^5-100^2$ | Й) $(10^2-2^6):6+1^{10}$ | К) 9^2+19 |
| Л) 17^2-209 | М) $6^3:3$ | Н) $(15-7)^2:2^3$ | О) $2^3 \cdot 3^2$ |
| П) $(17-16)^8+2^5$ | Р) 10^6-20^4 | С) $3^4 \cdot 10^4$ | Т) $5^4:5^2$ |
| У) $23 \cdot 8^2-15 \cdot 3^3+1734:17$ | Ф) $5 \cdot 11^3-4 \cdot (76+13^2 \cdot 5)$ | Х) $(8^3+7^3):(8^2-7^2)$ | |
| Ц) $3 \cdot 8^3-5 \cdot 6^3$ | Ш) $42^2:28+35 \cdot 10^2$ | Щ) $26^2-(14^2 \cdot 2+157)$ | |

1.345. Представьте число в виде квадрата или куба другого числа:

- | | | | | | | |
|----------|---------|---------|----------|-----------|---------|----------|
| А) 9 | Б) 27 | В) 16 | Г) 25 | Д) 81 | Е) 512 | Ё) 64 |
| Ж) 100 | З) 400 | И) 900 | Й) 1600 | К) 2500 | Л) 3600 | М) 4900 |
| Н) 6400 | О) 8100 | П) 8000 | Р) 64000 | С) 125000 | Т) 1000 | У) 10000 |
| Ф) 121 | Х) 196 | Ц) 225 | Ч) 484 | Ш) 841 | Щ) 1296 | Ъ) 1331 |
| Ы) 62500 | Ь) 5476 | Э) 6561 | Ю) 9801 | Я) 1849 | Q) 3249 | W) 5776 |

Факториал.

Определение. Факториалом натурального числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n . Обозначение: $n!$ По определению полагают, что $0! = 1$.

1.346. Вычислите факториалы первых десяти натуральных чисел.

1.347. Укажите наименьшее число n такое, что

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| А) $n!$ делится на 8; | Б) $n!$ делится на 15; |
| В) $n!$ делится на 49; | Г) $n!$ делится на 2012. |

1.348. На какое число заканчивается $100!$? Почему? На сколько нулей заканчивается число $10!$? число $13!$? число $15!$? число $20!$? число $25!$? число $100!$?

LXXII. Здание разделено на 16 прямоугольных комнат. Комендант измерил периметры восьми комнат. Семь из восьми результатов его измерений показаны на рисунке ниже, а результат восьмого мы обозначили буквой x . Чему равен x ? Ответ объясните.

7		13	
		10	7
10	11		
	5		x

Ребусы.

1.349. При сложении на доске были стёрты некоторые цифры. Восстановите пример.

А) $35?78 + 4?596 + 678? = 89455$

Б) $60?84 + 379?5 + 4415? + ?450 = 148733$

В) $5?728 + 7045 + 83?50 + 821?? = 227165$

Г) $56?7 + 9341 + ?32 = 1518?$

Д) $36?8 + 274? + 3?20 = ??143$

Д) $??? - ?? = 1$

Е) $6?5? - ?8?4 = 2856$

Ё) $51?8 - 2?1? = ?083$

Ж) $4?23 - 12?? = ?205$

З) $?63? - 25?6 = 1?54$

1.350. Восстановите повреждённые записи арифметических действий:

А)
$$\begin{array}{r} 5 * \\ + * 8 4 \\ \hline * * * 0 \end{array}$$

Б)
$$\begin{array}{r} * * \\ + * \\ \hline * * 8 \end{array}$$

В)
$$\begin{array}{r} * * \\ + * * \\ \hline * 9 8 \end{array}$$

Г)
$$\begin{array}{r} 6 * 5 * \\ - * 8 * 4 \\ \hline 2 8 5 6 \end{array}$$

Д)
$$\begin{array}{r} 3 * 8 6 \\ + * 2 * 7 \\ \hline 8 0 4 * \end{array}$$

Е)
$$\begin{array}{r} * * \\ \times 5 2 \\ \hline * 6 \\ + * * \\ \hline * 7 * \end{array}$$

Ё)
$$\begin{array}{r} * * * * * \\ \times 1 2 6 \\ \hline * * * * * \\ + * * * * * \\ \hline 1 * 2 * 6 \end{array}$$

Ж)
$$\begin{array}{r} 2 7 \\ \times * * \\ \hline * * 8 \\ + * * \\ \hline 3 * * \end{array}$$

З)
$$\begin{array}{r} 2 * \\ \times * 2 \\ \hline * 8 \\ + 7 * \\ \hline 7 * 8 \end{array}$$

И)
$$\begin{array}{r} 4 * \\ \times * 6 \\ \hline 2 * 2 \\ + 2 * 5 \\ \hline * * * 2 \end{array}$$

К)
$$\begin{array}{r} * * \\ \times 8 * \\ \hline * * * \\ + * * \\ \hline * * * * \end{array}$$

Л)
$$\begin{array}{r} * * * \\ \times * 8 \\ \hline * * * \\ + * * * * \\ \hline * * * * 0 \end{array}$$

М)
$$\begin{array}{r} * * * \\ \times * 3 * \\ \hline 3 * * \\ + * * 3 * \\ \hline 3 * * 3 \\ \hline * * * * * \end{array}$$

Н)
$$\begin{array}{r} 6 * \\ \times * * * \\ \hline * * \\ + * * \\ \hline * * \\ \hline * * * 6 \end{array}$$

О)
$$\begin{array}{r} * * * \\ \times * * * \\ \hline * 6 * * \\ + * * 6 6 \\ \hline 6 * 6 \\ \hline * * * * * \end{array}$$

1.351. В следующих ребусах требуется заменить буквы цифрами так, чтобы полученное равенство оказалось верным. При этом одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, разным – разные. Решить ребус означает найти все решения и доказать, что других решений нет.

А) СИНИЦА + СИНИЦА = ПТИЧКИ

Б) КАФТАН + КАФТАН = ТРИШКА

В) ОДИН + ОДИН = МНОГО

Г) РАЙОН + РАЙОН = ГОРОД

Д) НИТКА + НИТКА = ТКАНЬ

Е) БУЛОК + БЫЛО = МНОГО

Ё) ТЭТА + БЭТА = СУММА

Ж) НАУКА + УЧЁБА = РАБОТА

З) АВ + ВС + СА = АВС

И) А + ВВ + А = ССС

К) А + АВ + АВС = ВСВ

Л) $K \times O \times T = Y \times Ч \times Ё \times H \times Ы \times Й$

М) $У - Р = А : В = Н \cdot Е = Н + И = Е$

Н) $А \cdot Р = И - Ф = М : Е = Т - И = К : А$

О) $Г + О = Л - О = В \cdot О = Л - О = М - К = А$

П) ТРИ $\times$ ТРИ = ШЕСТЬ

Р) СОМ $\times$ СОМ = ОГОГО

Т) ГОЛ $\times$ ГОЛ = ФУТБОЛ

У) ЛИК $\times$ ЛИК = БУБЛИК

Ф) $М \times М \times М = КУБ$

1.352. Расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство:

А) $24 + 12 \cdot 2 = 72$

Б) $150 - 60 : 3 = 30$

В) $72 : 36 - 24 \cdot 10 = 60$

Г) $150 - 2 \cdot 24 + 12 : 6 = 140$

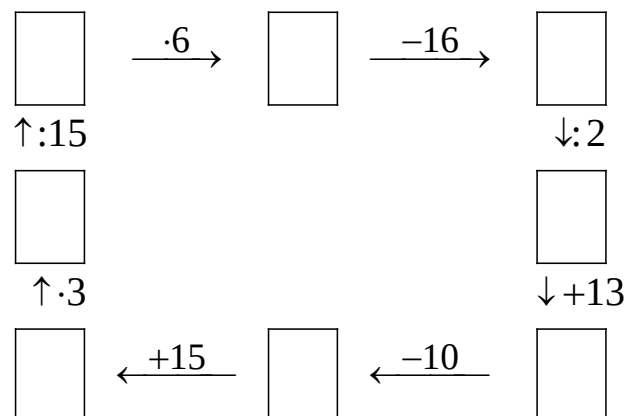
Д) $5 \cdot 38 - 70 : 8 - 6 = 60$

Е) $630 : 7 : 2 \cdot 9 \cdot 25 = 125$

Ё) $30 - 49 : 42 : 6 \cdot 8 = 184$

Ж) $180 : 300 - 30 \cdot 9 + 199 = 205$

1.353. Восстановите цепочку вычислений:



Глава 2. Текстовые задачи.

Задачи «на движение».

Этот раздел посвящён задачам на движение. Все задачи на движение так или иначе решаются с помощью известных формул $s = v \cdot t$, $v = s : t$, $t = s : v$ и здравого смысла. При решении этих задач мы используем математическую модель движения: мы считаем, что на каждом участке движения скорость автомобиля (мотоцикла, велосипеда, паровоза, поезда, парохода и т.д.) не меняется. Мы также предполагаем, что на изменение скорости и развороты время не затрачивается. Конечно же, это математическая абстракция: реальное движение таким образом происходить не может. При реальном движении скорость всё время меняется, а для того, чтобы изменить скорость или развернуться требуется некоторое время.

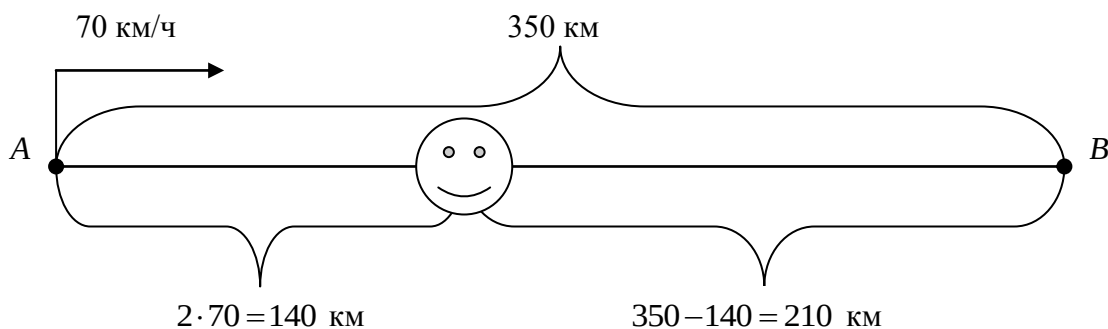
Всюду предполагается, что города A , B , C и т.д. расположены на одном шоссе в некотором порядке, который указан в условии задачи. Предполагается, что шоссе (железная дорога, река и т.д.) продолжается за эти города. При решении этих задач мы советуем рисовать схемы. На схемах имеет смысл указывать расположение городов, расстояния между ними, направления движения объектов и их скорости. Мы также настоятельно советуем решать задачи по действиям. К каждому действию необходимо поставить вопрос или дать понятный комментарий. В каждом действии необходимо также указать размерность полученного ответа.

Начнём мы с задач на движение одного объекта. Рассмотрим следующую задачу.

Задача 1. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 350 км. Из города A в направлении города B выехал автомобиль со скоростью 70 км/ч.

- А) Через какое время после начала движения автомобиль приедет в город B ?
- Б) На каком расстоянии от города A будет автомобиль через 2 часа после начала движения?
- В) На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 2 часа после начала движения?

Решение. Для решения задачи составим схему.



1. Через какое время после начала движения автомобиль приедет в город B ?

$$350 : 70 = 5 \text{ (ч)}$$

2. На каком расстоянии от города A будет автомобиль через 2 часа после начала движения?

$$2 \cdot 70 = 140 \text{ (км)}$$

3. На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 2 часа после начала движения?

$$350 - 140 = 210 \text{ (км)}$$

Ответ: А) 5 ч; Б) 140 км; В) 210 км.

2.1. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 300 км. Из города A в направлении города B выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч.

- А) Через какое время после начала движения автомобиль приедет в город B ?
- Б) На каком расстоянии от города A будет автомобиль через 3 часа после начала движения?
- В) На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 3 часа после начала движения?
- Г) Сколько останется проехать автомобилю до города B через 4 часа после начала движения?
- Д) На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 8 часов после начала движения?

2.2. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 300 км. Из города A в направлении города B выехал автомобиль. Известно, что в городе B автомобиль был через 4 часа после начала движения.

- А) Какова скорость автомобиля?
- Б) На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 3 часа после начала движения?
- В) На каком расстоянии от города A будет автомобиль через 7 часа после начала движения?
- Г) На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 7 часа после начала движения?

2.3. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 90 км. Из города B в направлении города A выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч.

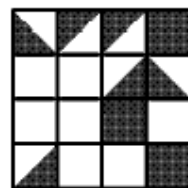
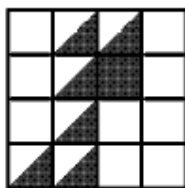
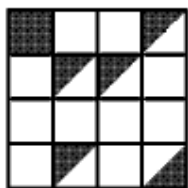
- А) Через какое время после начала движения велосипедист приедет в город A ?
- Б) Через какое время после начала движения велосипедист окажется ровно посередине между городами A и B ?
- В) На каком расстоянии от города A окажется велосипедист через 8 часов после начала движения?

2.4. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 120 км. Из города A выехал автомобиль со скоростью 50 км/ч. На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 2 часа после начала движения. Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

2.5. Через город A проходит железная дорога. Паровоз стоит на этой дороге на расстоянии 150 км от города A . В 7:00 паровоз начал движение со скоростью 55 км/ч. На каком расстоянии от города A будет паровоз в 9:00? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

2.6. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 350 км. Из города B в направлении города A выехал автомобиль со скоростью 70 км/ч. Через какое время после начала движения грузовик будет находиться на расстоянии 140 км от города A ? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

LXXIII. На прозрачной бумаге нарисованы три одинаковых квадрата с узорами, закрашенными чёрной краской. Нарисуйте узор, который получится при наложении этих трёх квадратов друг на друга. Поворачивать квадраты не разрешается.



2.7. Через город *A* проходит железная дорога. Паровоз стоит на этой дороге на расстоянии 100 км от города *A*. В 23:00 паровоз начал движение со скоростью 40 км/ч. В какое время паровоз будет находиться на расстоянии 20 км от города *A*? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

2.8. Города *A* и *B* расположены на одном шоссе на расстоянии 200 км. Из города *A* в город *B* выехал автомобиль со скоростью 50 км/ч. Автомобиль доехал до города *B*, развернулся и поехал обратно в город *A* с той же скоростью.

А) Через какое время после начала движения автомобиль вернулся в город *A*?

Б) На каком расстоянии от города *B* находился автомобиль через 7 часов после начала движения?

В) На каком расстоянии от города *A* находился автомобиль через 5 часов после начала движения?

Г) Через какое время после начала движения автомобиль был ровно посередине между городами *A* и *B*? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

2.9. Города *A* и *B* расположены на одном шоссе на расстоянии 300 км. Из города *A* в город *B* выехал автомобиль со скоростью 50 км/ч. Автомобиль доехал до города *B*, развернулся, увеличил скорость на 10 км/ч и поехал обратно в город *A*.

А) Через какое время после начала движения автомобиль вернулся в город *A*?

Б) На каком расстоянии от города *B* находился автомобиль через 4 часа после начала движения?

В) На каком расстоянии от города *A* находился автомобиль через 8 часов после начала движения?

2.10. Города *A* и *B* расположены на одном шоссе на расстоянии 240 км. Из города *A* в город *B* выехал мотоциклист со скоростью 30 км/ч. Мотоциклист доехал до города *B*, развернулся, увеличил скорость в 2 раза и поехал обратно в город *A*.

А) Через какое время после начала движения мотоциклист вернулся в город *A*?

Б) На каком расстоянии от города *B* находился мотоциклист через 5 часов после начала движения?

В) На каком расстоянии от города *A* находился автомобиль через 11 часов после начала движения?

Г) Через какое время после начала движения автомобиль был ровно посередине между городами *A* и *B*? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

LXXIV. Семь монет расположены по кругу. Известно, что какие-то четыре из них, идущие подряд, – фальшивые, остальные – настоящие. Известно также, что все фальшивые монеты весят одинаково и легче настоящих. Объясните, как найти две фальшивые монеты за одно взвешивание на чашечных весах без гирь?

LXXV. На рынке 10 бубликов меняют на 3 ватрушки, а одну ватрушку на 3 бублика и 5 рублей. Сколько стоит ватрушка?

2.11. Города A , B и C расположены на одном шоссе в указанном порядке. Расстояние между городами A и B равно 140 км, между городами B и C – 210 км. Из города A в направлении города C выехал мотоциклист со скоростью 35 км/ч.

- А) Через какое время после начала движения мотоциклист приедет в город B и в город C ?
- Б) На каком расстоянии от города B будет мотоциклист через 3 часа после начала движения?
- В) На каком расстоянии от города C будет мотоциклист через 3 часа после начала движения?
- Г) На каком расстоянии от города B будет мотоциклист через 6 часов после начала движения?
- Д) На каком расстоянии от города C будет мотоциклист через 6 часов после начала движения?
- Е) Через какое время после начала движения мотоциклист окажется ровно посередине между городами A и B ? A и C ? B и C ?
- Ё) Через какое время после начала движения мотоциклист будет находиться на расстоянии 315 км от города C ? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

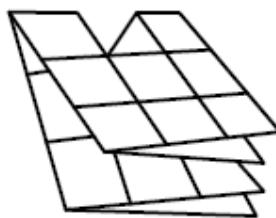
2.12. Города A , B и C расположены на одной железной дороге в указанном порядке. Расстояние между городами A и C равно 540 км, между городами B и C – 190 км. Из города B выехал паровоз со скоростью 57 км/ч. На каком расстоянии от городов A и C будет паровоз через 8 часов после начала движения? Подумайте, сколько решений имеет эта задача.

2.13. Города A , B и C расположены на одной железной дороге в указанном порядке. Расстояние между городами A и B равно 270 км, между городами B и C – 210 км. Из города B в направлении города C выехал паровоз со скоростью 70 км/ч. Доехав до города C , паровоз развернулся, увеличил скорость на 10 км/ч и поехал в город A .

- А) Через какое время после начала движения паровоз приедет в город A ?
- Б) Определите, на каком расстоянии от каждого из городов A , B и C будет находиться паровоз через 2 часа после начала движения?
- В) Определите, на каком расстоянии от каждого из городов A , B и C будет находиться паровоз через 7 часов после начала движения?
- Г) Определите, на каком расстоянии от каждого из городов A , B и C будет находиться паровоз через 11 часов после начала движения?

LXXVI. Можно ли прямоугольник размерами 6 клеток на 7 клеток разрезать на пять квадратов? Квадраты не обязательно должны быть одинаковыми, лишних частей остаться не должно.

LXXVII. Квадратный лист размером 6×6 клеток сложили и вырезали из него часть так, как показано на рисунке. Затем этот лист развернули. Нарисуйте развёрнутый лист размером 6×6 клеток и покажите на рисунке сделанные вырезы.



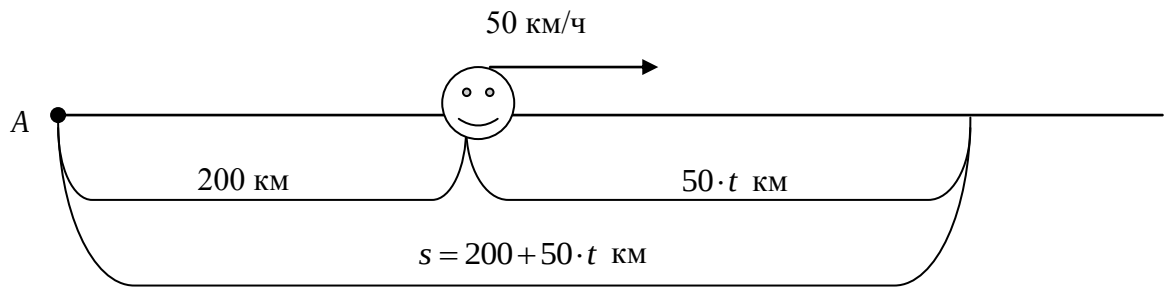
- 2.14. В 7 часов утра из пунктов A и B выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость велосипедиста, который ехал из A , 14 км/ч, другого – 13 км/ч. Первый приехал в B в 11 часов дня. На каком расстоянии от A был в это время второй?
- 2.15. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 768 км, выехал скорый поезд со скоростью 96 км/ч, а через 3 часа из B в A выехал пассажирский поезд со скоростью 80 км/ч. На каком расстоянии от A был пассажирский поезд, когда скорый приехал в B ?
- 2.16. Со станции выехал поезд со скоростью 72 км/ч. Через 3 часа вслед за ним вышел другой поезд со скоростью 45 км/ч. Первый поезд достиг конечного пункта через 15 часов после своего выезда. На каком расстоянии от конечного пункта был в это время второй поезд? Через сколько часов после прибытия первого поезда второй придет в конечный пункт?
- 2.17. Поезд, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо неподвижного наблюдателя за 7 секунд. Какова длина поезда?
- 2.18. Поезд, двигаясь со скоростью 108 км/ч, проезжает мимо неподвижного наблюдателя за 13 секунд. Какова длина поезда?
- 2.19. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 2.20. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 2.21. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 72 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 250 м, за 24 секунды. Найдите длину поезда.
- 2.22. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 300 м, за 30 секунд. Найдите длину поезда.
- 2.23. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 50 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 200 метров, за 1 минуту 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

LXXVIII. Напишите такие 7 последовательных натуральных чисел, чтобы среди цифр в их записи было ровно 16 двоек.

LXXIX. В первую строку таблицы 5×5 вписывают числа от 1 до 5, во вторую строку – тоже числа от 1 до 5, в третью – числа от 3 до 7, в четвертую – тоже от 3 до 7, в пятую – от 4 до 8. Как следует вписывать числа, чтобы суммы чисел во всех столбцах таблицы оказались одинаковыми?

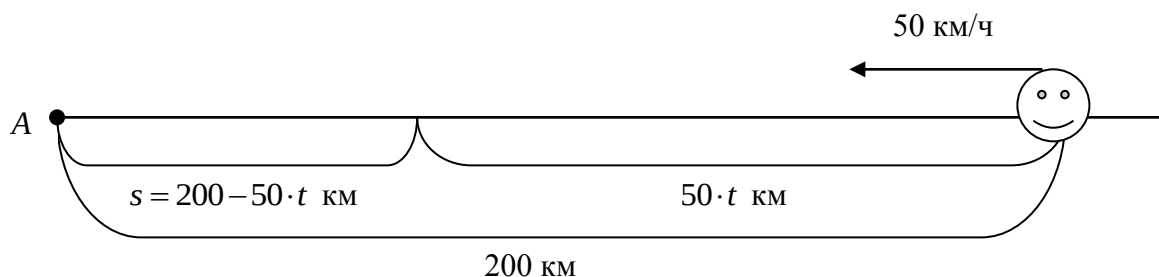
Описание движения с помощью формул.

Просвещённый читатель уже знаком с буквенными выражениями и формулами. Поэтому мы можем обсудить с просвещённым читателем следующую математическую модель и научиться описывать движение с помощью формул. Пусть город A расположен на шоссе. На расстоянии 200 км от города A стоит автомобиль. Автомобиль начинает движение со скоростью 50 км/ч **в направлении от города A** . Обозначим через s расстояние от автомобиля до города A , t – время, прошедшее после начала движения. Наша задача выразить формулой расстояние s через время t . Изобразим схему движения.



За время t автомобиль преодолет расстояние $50 \cdot t$ км. Так как первоначально автомобиль находился на расстоянии 200 км от города A и движется **в направлении от города A** , то расстояние от города до автомобиля будет равно $s = 200 + 50 \cdot t$. Вот мы и получили формулу, описывающую данное движение. Пользуясь этой формулой, мы можем, например, узнать, на каком расстоянии от города будет автомобиль чрез 3 часа после начала движения. Для этого надо **подставить** в формулу значение $t = 3$. Имеем: $s = 200 + 50 \cdot 3 = 350$ км.

Теперь немного изменим условие задачи: пусть автомобиль с расстояния 200 км со скоростью 50 км/ч движется **в направлении к городу A** . Составим схему движения.



За время t автомобиль преодолет расстояние $50 \cdot t$ км. Так как первоначально автомобиль находился на расстоянии 200 км от города A и движется **в направлении к городу A** , то расстояние от города до автомобиля будет равно $s = 200 - 50 \cdot t$. Вот мы и получили формулу, описывающую данное движение. Пользуясь этой формулой, мы можем, например, узнать, на каком расстоянии от города будет автомобиль чрез 2 часа после начала движения. Для этого надо **подставить** в формулу значение $t = 2$. Имеем: $s = 200 - 50 \cdot 2 = 100$ км.

2.24. Составьте формулу для выражения расстояния s от города A до автомобиля (мотоциклиста, велосипедиста, пешехода) через время t , прошедшее после начала движения, если:

А) автомобиль выезжает из города A со скоростью 70 км/ч;

Б) велосипедист выезжает из города A со скоростью 12 км/ч;

В) пешеход выходит из города A со скоростью 4 км/ч;

Г) автомобиль находится на расстоянии 350 км от города A и начинает движение со скоростью 70 км/ч в направлении от города A ;

Д) автомобиль находится на расстоянии 240 км от города A и начинает движение со скоростью 60 км/ч в направлении к городу A ;

Е) велосипедист находится на расстоянии 60 км от города A и начинает движение со скоростью 15 км/ч в направлении к городу A ;

Ё) велосипедист находится на расстоянии 60 км от города A и начинает движение со скоростью 14 км/ч в направлении от города A ;

Ж) мотоциклист находится на расстоянии 100 км от города A и начинает движение со скоростью 30 км/ч в направлении к городу A ;

З) мотоциклист находится на расстоянии 23 км от города A и начинает движение со скоростью 33 км/ч в направлении от города A ;

И) пешеход находится на расстоянии 13 км от города A и начинает движение со скоростью 5 км/ч в направлении от города A ;

Й) пешеход находится на расстоянии 15 км от города A и начинает движение со скоростью 4 км/ч в направлении к городу A .

2.25. Подставьте в полученные в предыдущей задаче формулы $t = 0$. Что получается? Какую закономерность можно заметить? Объясните полученную закономерность.

2.46. Придумайте задачу на движение, которое описывается следующей формулой:

А) $s = 50 \cdot t$

Б) $s = 800 - 80 \cdot t$

В) $s = 17 \cdot t$

Г) $s = 14 + 3 \cdot t$

Г) $s = 85 \cdot t$

Д) $s = 80 - 25 \cdot t$

Е) $s = 180 - 55 \cdot t$

Ё) $s = 60 + 75 \cdot t$

Ж) $s = 112 - 42 \cdot t$

З) $s = 33 \cdot t$

И) $s = 75 + 57 \cdot t$

Й) $s = 400 - 70 \cdot t$

LXXX. Три гнома – Торин, Фили и Кили – нашли в пещере алмаз, топаз и медный таз. У Фили капюшон красный, а борода длиннее, чем у Торина. У того, кто нашел таз, самая длинная борода, а капюшон синий. Гном с самой короткой бородой нашел алмаз. Кто что нашел? Ответ объясните.

2.26. Города A и B расположены на одной железной дороге. Между городами A и B ходит паровоз. Обозначим через s_A расстояние от паровоза до города A , через s_B – расстояние от паровоза до города B , t – время, прошедшее после начала движения. Выразите s_A и s_B через t , если:

А) расстояние между городами A и B равно 540 км, паровоз выезжает из города A в город B со скоростью 60 км/ч;

Б) расстояние между городами A и B равно 350 км, паровоз выезжает из города B в город A со скоростью 65 км/ч;

В) расстояние между городами A и B равно 460 км, паровоз стоит ровно посередине между городами и начинает движение в сторону города A со скоростью 50 км/ч.

2.27. Города A , B и C расположены на одной железной дороге в указанном порядке. Между ними ходит паровоз. Обозначим через s_A , s_B и s_C расстояния от паровоза до городов A , B и C соответственно, t – время, прошедшее после начала движения. Выразите s_A , s_B и s_C через t , если:

А) расстояние между городами A и B равно 300 км, между B и C – 400 км, паровоз выезжает из города B в направлении города A со скоростью 50 км/ч;

Б) расстояние между городами A и B равно 260 км, между B и C – 440 км, паровоз выезжает из города B в направлении города C со скоростью 60 км/ч;

В) расстояние между городами A и B равно 200 км, между B и C – 500 км, паровоз выезжает из города A со скоростью 40 км/ч и заканчивает движение в городе B ;

Г) расстояние между городами A и B равно 250 км, между B и C – 500 км, паровоз выезжает из города C со скоростью 50 км/ч и заканчивает движение в городе B .

LXXXI. Мама купила коробку кускового сахара (сахар в кубиках). Дети сначала съели верхний слой – 77 кубиков, затем боковой слой – 55 кубиков, наконец, передний слой. Сколько кубиков сахара осталось в коробке?

LXXXII. Три прыжка двухголового дракона равны 5 прыжкам трёхголового. Но за то время, когда двухголовый дракон делает 4 прыжка, трёхголовый делает 7 прыжков. Кто из них бежит быстрее? Ответ обоснуйте.

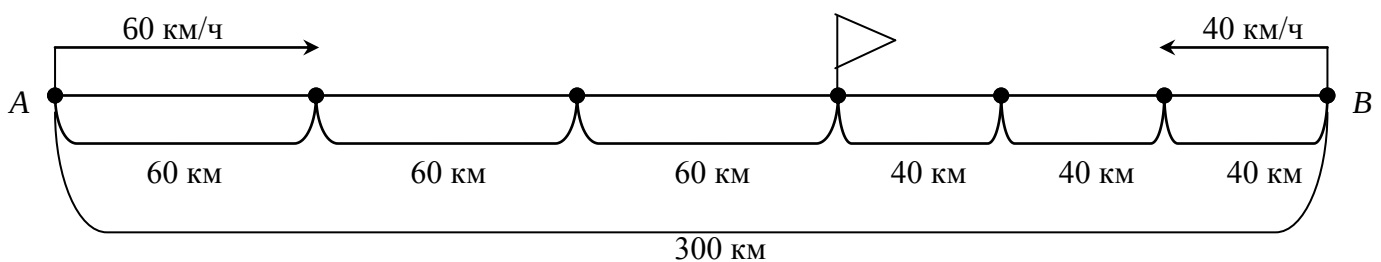
LXXXIII. Глеб записал на доске пример на сложение, после чего заменил некоторые цифры буквами: одинаковые цифры – одинаковыми буквами, разные – разными. У Глеба получился следующий пример: КРОСС + 2011 = СТАРТ. Докажите, что Глеб, к сожалению, ошибся.

Одновременное движение.

Скорость сближения и скорость удаления.

Мы надеемся, что просвещённый читатель благополучно освоил задачи на движение одного объекта. Мы надеемся, что у просвещённого читателя появилось ощущение, что любую такую – сколь угодно запутанную! – задачу можно решить. Теперь обратимся к задачам на **одновременное** движение двух объектов. Слово «**одновременное**» означает, что автомобили-пешеходы-паровозы начинают движение в один и тот же момент. Разберём несколько примеров и напомним просвещённому читателю, что означают такие важные понятия, как скорость сближения и скорость удаления.

Пусть города *A* и *B* расположены на одной дороге на расстоянии 300 км. Из города *A* в город *B* выезжает автомобиль со скоростью 60 км/ч. **Одновременно навстречу** ему выезжает со скоростью 40 км/ч автомобиль из города *B*. Исследуем, как изменяется расстояние между автомобилями. Первоначально это расстояние равно 300 км. Составим схему движения.



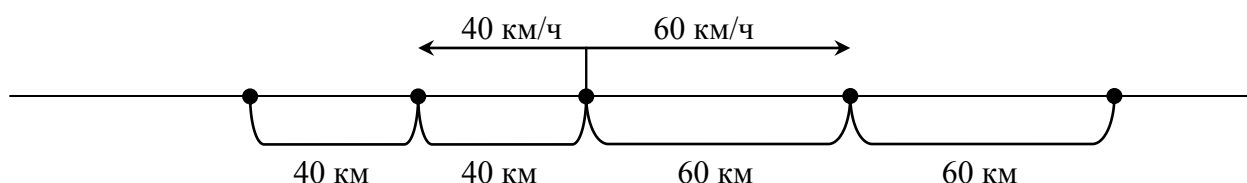
За первый час после начала движения первый автомобиль проехал 60 км, второй – 40 км. С помощью схемы и здравого смысла мы видим, что расстояние между автомобилями **уменьшилось** на $60 + 40 = 100$ км и стало равно $300 - 100 = 200$ км. За второй час после начала движения первый автомобиль снова проехал 60 км, второй – 40 км. Значит, расстояние между автомобилями снова **уменьшилось** на $60 + 40 = 100$ км и стало равно $200 - 100 = 100$ км. Наконец, за третий час после начала движения первый автомобиль снова проехал 60 км, второй – 40 км, расстояние между автомобилями **уменьшилось** на $60 + 40 = 100$ км и стало равно $100 - 100 = 0$ км. Это означает, что автомобили встретились через 3 часа после начала движения.

Итак, мы видим, что за **каждый час** расстояние между автомобилями **уменьшалось** на одно и то же число – на 100 км. Иными словами можно сказать, что **каждый час** автомобили **сближались** на 100 км. Эти наблюдения приводят нас к следующему определению.

Определение. Расстояние, на которое **сближаются** объекты за единицу времени, называется **скоростью сближения**. Скорость сближения показывает, насколько **уменьшается** расстояние между объектами за единицу времени.

С помощью схемы мы также видим, что **при встречном движении скорость сближения равна сумме скоростей объектов движения**.

Рассмотрим, как происходит движение тех же автомобилей после встречи. После встречи автомобили **движутся в противоположных направлениях**. Составим схему движения.

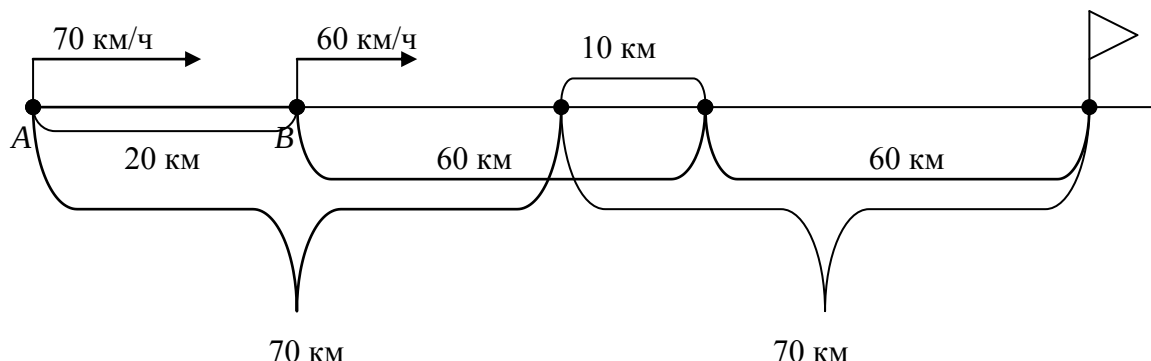


За первый час после встречи первый автомобиль проехал 60 км, второй — 40 км. С помощью схемы и здравого смысла мы видим, что расстояние между автомобилями **увеличилось** на $60 + 40 = 100$ км. За второй час после встречи первый автомобиль снова проехал 60 км, второй — 40 км. Значит, расстояние между автомобилями снова **увеличилось** на $60 + 40 = 100$ км. И так далее: **за каждый** следующий час расстояние между автомобилями будет **увеличиваться** на одно и то же число — на 100 км. Иными словами можно сказать, что **каждый час** автомобили **удаляются** друг от друга на 100 км. Эти наблюдения приводят нас к следующему определению.

Определение. Расстояние, на которое **удаляются** объекты за единицу времени, называется **скоростью удаления**. Скорость сближения показывает, насколько **увеличивается** расстояние между объектами за единицу времени.

С помощью схемы мы также видим, что **при движении в противоположных направлениях скорость удаления равна сумме скоростей объектов движения**.

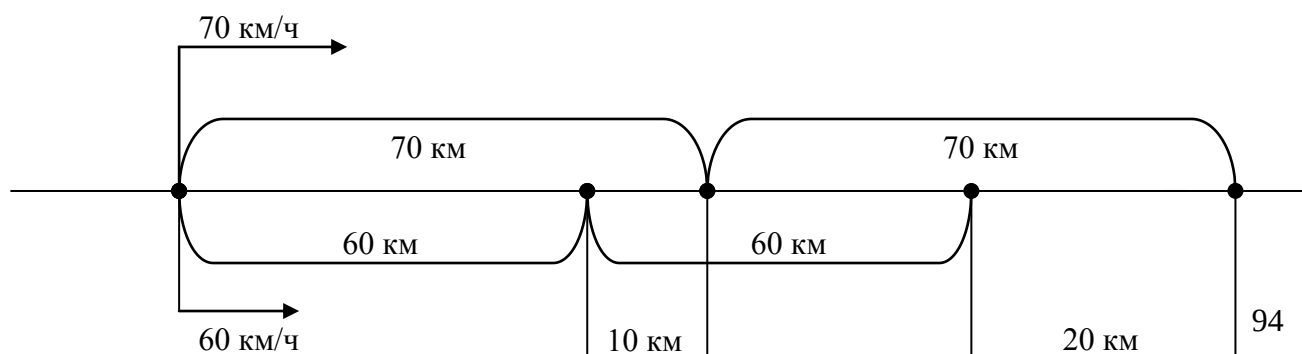
Рассмотрим другие виды движения, где снова возникают скорость сближения и скорость удаления. Пусть города A и B расположены на шоссе на расстоянии 20 км. Из города A в направлении города B выезжает автомобиль со скоростью 70 км/ч. Одновременно из города B **в том же направлении** выезжает автомобиль со скоростью 60 км/ч. Исследуем, как изменяется расстояние между автомобилями. Первоначально это расстояние равно 20 км. Составим схему движения.



За первый час после начала движения первый автомобиль проехал 70 км, а второй -- всего 60 км. То есть второй автомобиль проехал на $70 - 60 = 10$ км меньше. С помощью схемы и здравого смысла мы видим, что расстояние между автомобилями **уменьшилось** на 10 км и стало равно $20 - 10 = 10$ км. За второй час после начала движения первый автомобиль снова проехал 70 км, второй -- 60 км. Значит, расстояние между автомобилями снова **уменьшилось** на $70 - 60 = 10$ км и стало равно $10 - 10 = 0$ км. Значит, через 2 часа после начала движения автомобиль из города A **догнал** автомобиль из города B . Поэтому такое движение мы будем называть **движением вдогонку**.

На примере этой задачи мы видим, что при **движении вдогонку** за **каждый час** расстояние между автомобилями **уменьшается** на одно и то же число, то есть автомобили сближаются. Значит, при **движении вдогонку** снова можно говорить о **скорости сближения**. С помощью схемы мы видим, что **при движении вдогонку скорость сближения равна разности между скоростями объектов движения**.

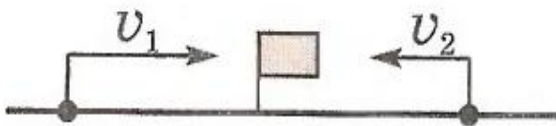
Наконец, рассмотрим последний вид движения. Изучим, как происходит движение тех же автомобилей после того, как первый автомобиль догнал второй автомобиль. Составим схему движения.



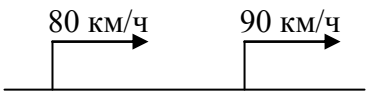
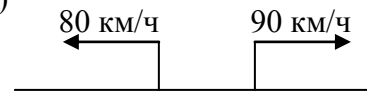
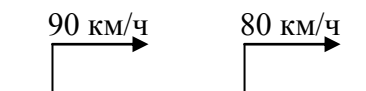
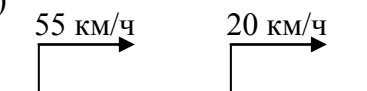
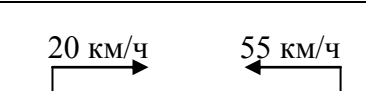
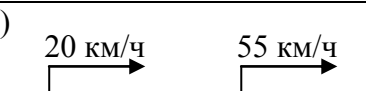
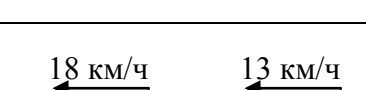
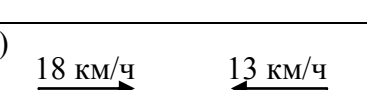
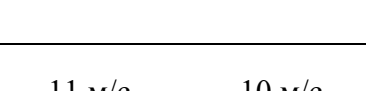
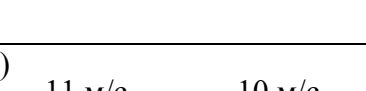
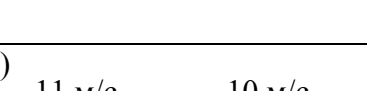
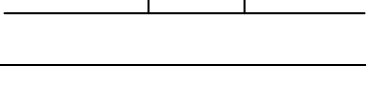
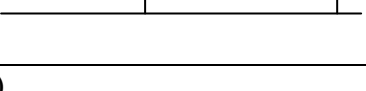
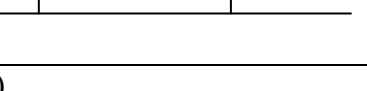
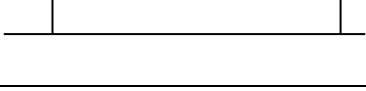
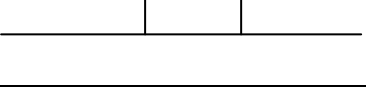
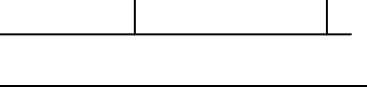
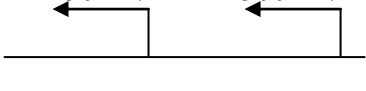
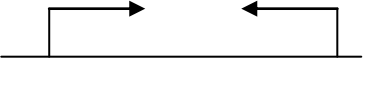
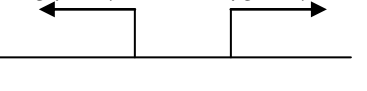
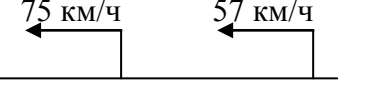
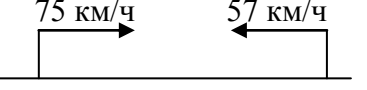
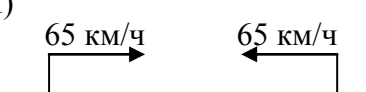
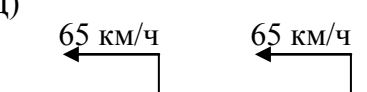
За первый час после встречи первый автомобиль проехал 70 км, второй автомобиль -- 60 км. С помощью схемы и здравого смысла мы видим, что расстояние между автомобилями **увеличилось** на $70 - 60 = 10$ км. За второй час после встречи первый автомобиль снова проехал 70 км, второй – 60 км. Значит, расстояние между автомобилями снова **увеличилось** на $70 - 60 = 10$ км. И так далее: **за каждый** следующий час расстояние между автомобилями будет **увеличиваться** на одно и то же число. Иными словами, за каждый час второй автомобиль будет на 10 км **отставать** от первого. Поэтому такое движение мы будем называть **движением с отставанием**.

На примере этой задачи мы видим, что при **движении с отставанием** за **каждый час** расстояние между автомобилями **увеличивается** на одно и то же число, то есть автомобили удаляются друг от друга. Значит, при **движении с отставанием** снова можно говорить о **скорости удаления**. С помощью схемы мы видим, что **при движении с отставанием скорость удаления равна разности между скоростями объектов движения**.

Итак, мы надеемся, что просвещённый читатель вспомнил, какие бывают виды движения, что такое скорость сближения и удаления и как её вычислять. Все наши (немного затянувшиеся) рассуждения можно объединить в простую и понятную таблицу.

<i>Встречное движение</i>  $v_{\text{сбл.}} = v_1 + v_2$	<i>Движение вдогонку</i>  $v_{\text{сбл.}} = v_1 - v_2$
<i>Движение в противоположных направлениях</i>  $v_{\text{уд.}} = v_1 + v_2$	<i>Движение с отставанием</i>  $v_{\text{уд.}} = v_1 - v_2$

2.28. По следующей схеме определите, к какому из четырёх видов относится данное движение. Вычислите скорость сближения или скорость удаления. В каждом случае объясните, что показывает скорость сближения или скорость удаления.

А) 	Б) 	В) 
Г) 	Д) 	Е) 
Ё) 	Ж) 	З) 
И) 	Й) 	К) 
Л) 	М) 	Н) 
О) 	П) 	Р) 
С) 	Т) 	У) 
Ф) 	Х) 	Ц) 
Ч) 	Ш) 	Щ) 
Ъ) 	Ы) 	Ь) 

2.29. Приведите пример и нарисуйте схему движения так, чтобы скорость сближения (скорость удаления) совпадала с указанным значением. Для каждого значения укажите два возможных вида движения.

А) $v_{уд.} = 30 \text{ км/ч}$

Г) $v_{сбл.} = 17 \text{ м/с}$

Е) $v_{уд.} = 0 \text{ м/мин}$

Б) $v_{сбл.} = 120 \text{ км/ч}$

Д) $v_{уд.} = 57 \text{ м/мин}$

Ё) $v_{сбл.} = 2013 \text{ км/ч}$

В) $v_{сбл.} = 0 \text{ км/ч}$

Г) $v_{сбл.} = 75 \text{ км/ч}$

Ж) $v_{уд.} = 1 \text{ км/ч}$

Встречное движение и движение в противоположных направлениях.

Задача 2. Из городов A и B , находящихся на расстоянии 360 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса, скорости которых равны 40 км/ч и 50 км/ч соответственно.

А) Через какое время после выезда автобусы встретятся?

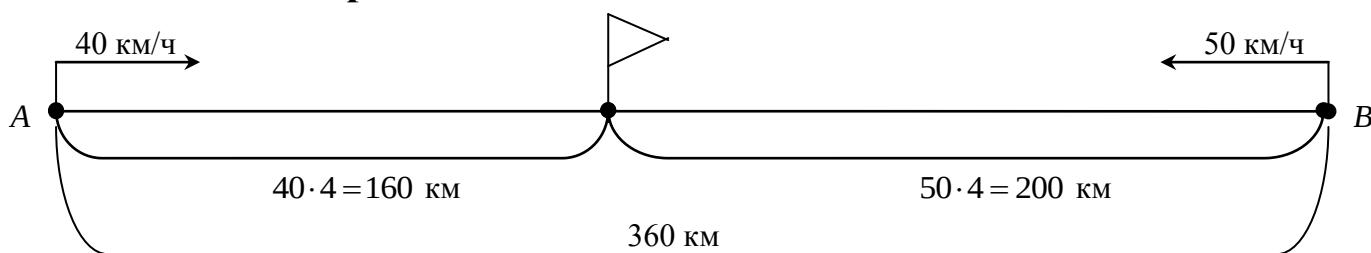
Б) На каком расстоянии от каждого из городов A и B произойдёт встреча?

В) Найдите расстояние между автобусами через 3 часа после выезда.

Г) Найдите расстояние между автобусами через 7 часов после выезда.

Решение. Первоначально автобусы движутся **навстречу** друг другу. Поэтому мы можем найти скорость сближения автобусов.

движение до встречи



1) Какова скорость сближения автобусов?

$$40 + 50 = 90 \text{ км/ч}$$

Напомним, что скорость сближения показывает на сколько уменьшается расстояние между объектами движения за единицу времени. Значит, каждый час расстояние между автобусами уменьшается на 90 км. Первоначально это расстояние равно 360 км. Автобусы встретятся, когда расстояние между ними окажется равным 0 км. Следовательно, чтобы ответить на вопрос А), необходимо сделать следующее действие.

2) Через какое время после выезда автобусы встретятся?

$$360 : 90 = 4 \text{ ч}$$

Итак, до места встречи каждый из автобусов едет 4 часа. Теперь с помощью схемы и здравого смысла получаем ответы на следующие вопросы.

3) На каком расстоянии от города A произойдёт встреча?

$$40 \cdot 4 = 160 \text{ км}$$

4) На каком расстоянии от города B произойдёт встреча?

$$50 \cdot 4 = 200 \text{ км}$$

Теперь обратимся к вопросу В). Как мы уже установили, встреча автобусов произойдёт через 4 часа после начала движения. До встречи автобусы сближаются со скоростью сближения 90 км/ч.

5) На сколько сблизятся автобусы за 3 часа после начала движения?

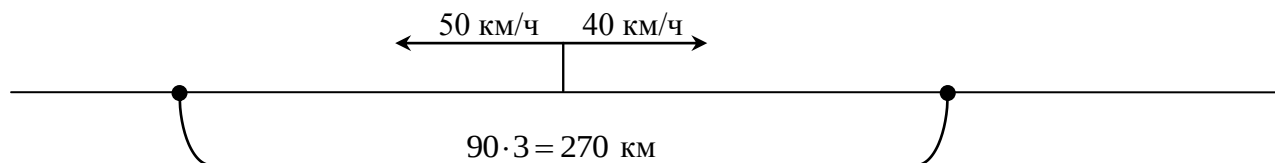
$$90 \cdot 3 = 270 \text{ км}$$

6) На каком расстоянии будут автобусы через 3 часа после выезда?

$$360 - 270 = 90 \text{ км}$$

Наконец найдём расстояние между автобусами через 7 часов после выезда. Как мы уже установили, через 4 часа после начала движения автобусы встретятся и далее начнётся **движение в противоположных направлениях**. Сначала вычислим, сколько времени будет продолжаться такое движение, потом – скорость удаления.

движение после встречи



7. Сколько будет продолжаться движение в противоположных направлениях?

$$7 - 4 = 3 \text{ ч}$$

8. Какова скорость удаления автобусов?

$$40 + 50 = 90 \text{ км/ч}$$

Напомним, что скорость удаления показывает, на сколько увеличивается расстояние между объектами движения за единицу времени. Значит, каждый час расстояние между автобусами увеличивается на 90 км. В момент встречи это расстояние равно нулю. Следовательно, чтобы ответить на вопрос Г), необходимо сделать следующее действие.

9. На каком расстоянии будут автобусы через 7 часов после выезда?

$$90 \cdot 3 = 270 \text{ км}$$

Ответ: А) 4 ч; Б) 160 км и 200 км; В) 90 км; Г) 270 км.

2.30. Из городов А и В, находящихся на расстоянии 480 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса, скорости которых равны 80 км/ч и 40 км/ч соответственно.

А) Через какое время после выезда автобусы встретятся?

Б) На каком расстоянии от каждого из городов А и В произойдёт встреча?

В) Найдите расстояние между автобусами через 1 час после выезда.

Г) Найдите расстояние между автобусами через 6 часов после выезда.

2.31. Из городов А и В, находящихся на расстоянии 840 км, одновременно навстречу друг другу выехали два поезда, скорости которых равны 75 км/ч и 65 км/ч соответственно.

А) Через какое время после выезда поезда встретятся?

Б) На каком расстоянии от каждого из городов А и В произойдёт встреча?

В) Найдите расстояние между поездами через 1 час после выезда.

Г) Найдите расстояние между автомобилями через 4 часа после выезда.

Д) Найдите расстояние между автобусами через 8 часов после выезда.

Е) Найдите расстояние между автомобилями через 11 часов после выезда.

2.32. Из пунктов А и В, находящихся на расстоянии 35 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода, скорости которых равны 4 км/ч и 3 км/ч соответственно.

А) Через какое время после выезда пешеходы встретятся?

Б) На каком расстоянии от каждого из городов А и В произойдёт встреча?

В) Найдите расстояние между пешеходами через 3 часа после начала движения.

Г) Найдите расстояние между автобусами через 9 часов после начала движения.

2.33. Из двух городов, расстояние между которыми 363 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 57 км/ч и 64 км/ч?

2.34. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода, скорости которых равны 6 км/ч и 5 км/ч соответственно. Пешеходы встретились через 3 часа. Найдите расстояние между пунктами.

2.35. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два поезда, скорости которых равны 78 км/ч и 85 км/ч соответственно. Поезда встретились через 11 часов. Найдите расстояние между городами.

2.36. Из двух городов, расстояние между которыми 600 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 5 часов. Скорость одного из них 75 км/ч. Найдите скорость другого автомобиля.

2.37. Из двух городов, расстояние между которыми 1440 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 8 часов. Скорость одного из них 80 км/ч. Найдите скорость другого автомобиля.

2.38. Из городов A и B , расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города B . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A .

2.39. Из городов A и B , расстояние между которыми равно 280 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 2 часа на расстоянии 180 км от города B . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A .

2.40. Расстояние между городами A и B равно 390 км. Из города A в город B выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. А через час из города B в город A выехал другой автомобиль со скоростью 50 км/ч. На каком расстоянии от каждого города автомобили встретятся? Через какое время после начала движения первого автомобиля это произойдёт?

2.41. Расстояние между городами A и B равно 630 км. Из города A в город B выехал автомобиль со скоростью 50 км/ч. А через 3 часа из города B в город A выехал другой автомобиль со скоростью 57 км/ч. На каком расстоянии от каждого города автомобили встретятся? Через какое время после начала движения первого автомобиля это произойдёт?

2.42. Расстояние между городами A и B равно 470 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города A .

LXXXIV. Для нумерации страниц в книге потребовалось 2775 цифр. Определите число страниц в книге.

LXXXV. С помощью чашечных весов и гири в 1 кг отмерь за семь взвешиваний 100 кг сахарного песка.

2.43. Из поселка в город, расстояние между которыми 48 км, одновременно вышел пешеход со скоростью 4 км/ч и выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Доехав до города, велосипедист сразу возвращается назад. На каком расстоянии от поселка он встретит пешехода?

2.44. Из пункта *A* в пункт *B* вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из *A* в *B* выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипедист доехав до *B*, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние от *A* до *B* равно 30 км?

2.45. Из двух городов, расстояние между которыми 550 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля со скоростями 50 км/ч и 60 км/ч. Через какое время после начала движения автомобили будут находиться на расстоянии 220 км друг от друга? Подумайте, сколько решений имеет задача.

2.46. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 70 км/ч. Через 2 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 30 км. Найдите расстояние между городами. Подумайте, сколько решений имеет задача.

2.47. Из пункта *A* одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 70 км/ч. А) Какое расстояние будет между автомобилями через 2 часа после начала движения? Б) Через какое время после начала движения расстояние между автомобилями будет равно 780 км?

2.48. Из пункта *A* одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля. Через 3 часа после начала движения расстояние между ними оказалось равно 420 км. Скорость одного из автомобилей равна 50 км/ч. Найдите скорость второго автомобиля.

2.49. Из двух городов, расстояние между которыми 90 км, одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля со скоростями 70 км/ч и 80 км/ч. А) Какое расстояние будет между автомобилями через 1 час после начала движения? Б) Через какое время после начала движения расстояние между автомобилями будет равно 540 км?

2.50. Из двух городов одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. Через 3 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 540 км. Найдите расстояние между городами.

2.51. Из двух городов одновременно в противоположных направлениях выехали два велосипедиста со скоростями 17 км/ч и 18 км/ч. Через 2 часа после начала движения расстояние между велосипедистами оказалось равно 157 км. Найдите расстояние между городами.

LXXXVI. Имеется 2013 одинаковых по виду монет, среди которых либо две фальшивых, либо ни одной. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, есть ли фальшивые монеты или нет, если фальшивые монеты имеют одну и ту же массу, отличающуюся от массы настоящей монеты?

LXXXVII. Вася перемножил двенадцать четверок, а Петя – двадцать пять двоек. У кого число получилось больше? Ответ обоснуйте.

2.52. Из города N выехал автомобиль со скоростью 75 км/ч. Через 2 часа из города N в противоположном направлении выехал другой автомобиль со скоростью 60 км/ч. А) Какое расстояние будет между автомобилями через 3 часа после выезда второго автомобиля? Б) Через какое время после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями будет равно 825 км?

2.53. В 9 часов утра из поселка выехал автобус со скоростью 56 км/ч, а через час из того же поселка, но в противоположном направлении выехал автомобиль со скоростью 73 км/ч. На каком расстоянии друг от друга окажутся автобус и автомобиль в полдень?

2.54. Из двух городов, расстояние между которыми 80 км, одновременно в противоположных направлениях выехали два автомобиля. Скорость одного из автомобилей 60 км/ч. Через 3 часа расстояние между автомобилями оказалось равно 560 км. Найдите скорость другого автомобиля.

LXXXVIII. Три ластика, один карандаш и два блокнота стоят 22 рубля. Один ластик, три карандаша и два блокнота стоят 38 рублей. Сколько стоит комплект из одного ластика, одного карандаша и одного блокнота?

Движение вдогонку

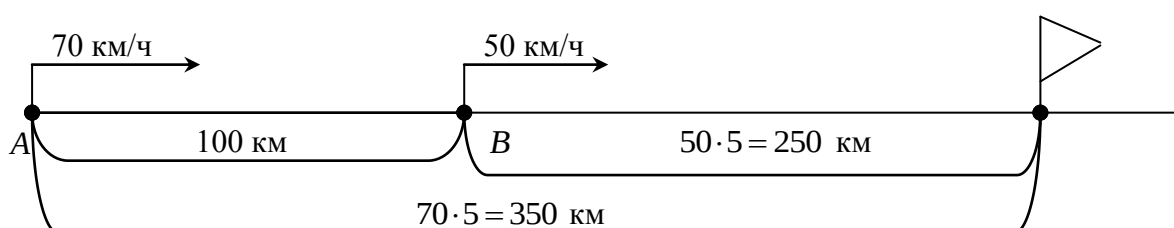
и движение с отставанием.

Задача 3. Города *A* и *B* расположены на одном шоссе на расстоянии 100 км. Из города *A* в направлении города *B* выезжает автомобиль со скоростью 70 км/ч. Одновременно из города *B* в том же направлении выезжает автомобиль со скоростью 50 км/ч.

- А) Через какое время после начала движения первый автомобиль догонит второй автомобиль?
Б) На каком расстоянии от каждого из городов это произойдёт?
В) На каком расстоянии будут автомобили через 3 часа после начала движения?
Г) На каком расстоянии будут автомобили через 9 часов после начала движения?

Решение. Первоначально автомобиль из города *A* **догоняет** автомобиль из города *B*. Поэтому мы можем найти скорость сближения автомобилей.

движение до встречи



1) Какова скорость сближения автомобилей?

$$70 - 50 = 20 \text{ км/ч}$$

Напомним, что скорость сближения показывает на сколько уменьшается расстояние между объектами движения за единицу времени. Значит, каждый час расстояние между автомобилями уменьшается на 20 км. Первоначально это расстояние равно 100 км. Первый автомобиль догонит второй автомобиль, когда расстояние между ними окажется равным 0 км. Следовательно, чтобы ответить на вопрос А), необходимо сделать следующее действие.

2) Через какое время после начала движения первый автомобиль догонит второй автомобиль?

$$100 : 20 = 5 \text{ ч}$$

Итак, до места встречи каждый из автомобилей едет 5 часов. Теперь с помощью схемы и здравого смысла получаем ответы на следующие вопросы.

3) На каком расстоянии от города *A* произойдёт встреча?

$$70 \cdot 5 = 350 \text{ км}$$

4) На каком расстоянии от города *B* произойдёт встреча?

$$50 \cdot 5 = 250 \text{ км}$$

Теперь обратимся к вопросу В). Как мы уже установили, встреча автомобилей произойдёт через 5 часов после начала движения. До встречи автомобили сближаются со скоростью сближения 20 км/ч.

5) На сколько сблизятся автомобили за 3 часа после начала движения?

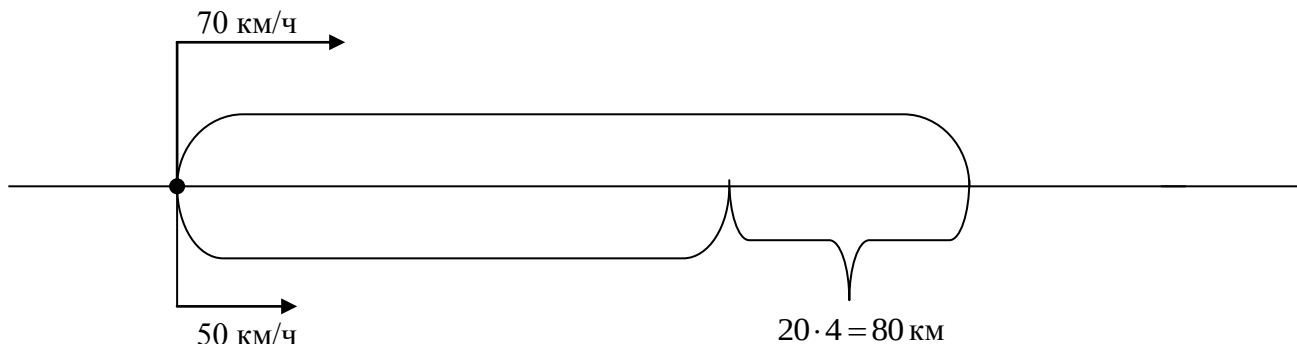
$$20 \cdot 3 = 60 \text{ км}$$

6) На каком расстоянии будут автомобили через 3 часа после выезда?

$$100 - 60 = 40 \text{ км}$$

Наконец найдём расстояние между автомобилями через 9 часов после выезда. Как мы уже установили, через 5 часов после начала движения первый автомобиль догонит второй автомобиль и далее начнётся **движение с отставанием**. Сначала вычислим, сколько времени будет продолжаться такое движение, потом – скорость удаления.

движение после встречи



7. Сколько будет продолжаться движение с отставанием?

$$9 - 5 = 4 \text{ ч}$$

8. Какова скорость удаления автомобилей?

$$70 - 50 = 20 \text{ км/ч}$$

Напомним, что скорость удаления показывает, на сколько увеличивается расстояние между объектами движения за единицу времени. Значит, каждый час расстояние между автомобилями увеличивается на 20 км. В момент встречи это расстояние равно нулю. Следовательно, чтобы ответить на вопрос Г), необходимо сделать следующее действие.

9. На каком расстоянии будут автомобили через 7 часов после выезда?

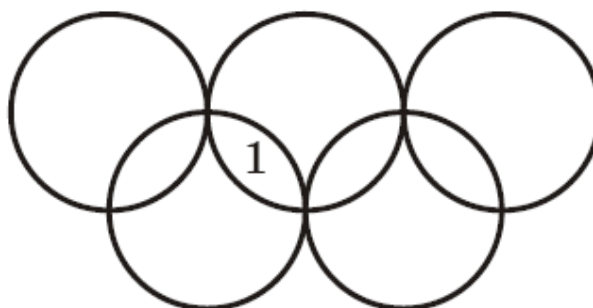
$$20 \cdot 4 = 80 \text{ км}$$

Ответ: А) 5 ч; Б) 350 км и 250 км; В) 40 км; Г) 80 км.

2.55. Из города *N* одновременно в одном направлении выехали два автомобиля со скоростями 45 км/ч и 60 км/ч. А) Какое расстояние будет между ними через 3 часа после начала движения? Б) Через какое время расстояние между автомобилями будет равно 105 км?

2.56. Из города *N* одновременно в одном направлении выехали два автомобиля со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. А) Какое расстояние будет между ними через 5 часов после начала движения? Б) Через какое время расстояние между автомобилями будет равно 40 км?

LXXXIX. Расположите в каждой замкнутой области цифры от 2 до 9 так, чтобы сумма цифр в каждом из 5 колец была одной и той же.



2.57. Из поселка одновременно в одном направлении выехали велосипедист и мотоциклист, скорости которых равны 18 км/ч и 61 км/ч соответственно. А) Какое расстояние будет между ними через 7 часов после начала движения? Б) Через какое время после начала движения расстояние между велосипедистом и мотоциклистом будет равно 387 км?

2.58. Из города N одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость одного из них равна 60 км/ч. Через 3 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 45 км. Найдите скорость второго автомобиля. Подумайте, сколько решений имеет задача.

2.59. Из города N одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость одного из них равна 101 км/ч. Через 4 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 108 км. Найдите скорость второго автомобиля. Подумайте, сколько решений имеет задача.

2.60. Города A и B расположены на одном шоссе на расстоянии 90 км. Из города A в направлении города B выезжает автомобиль со скоростью 75 км/ч. Одновременно из города B в том же направлении выезжает автомобиль со скоростью 60 км/ч.

А) Через какое время после начала движения первый автомобиль догонит второй автомобиль?

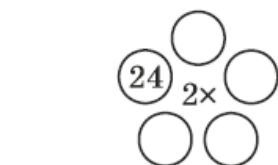
Б) На каком расстоянии от каждого из городов это произойдет?

В) На каком расстоянии будут автомобили через 2 часа после начала движения?

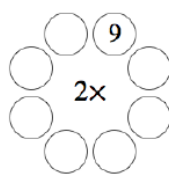
Г) На каком расстоянии будут автомобили через 9 часов после начала движения?

ХС. Впишите положительные числа в каждый круг так, чтобы двигаясь по часовой стрелке каждое следующее число было получено из предыдущего либо умножением его на число записное в центре, либо зачеркиванием любой одной цифры из предыдущего числа (пример ниже).

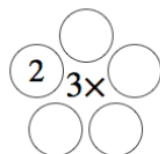
Пример условия



А

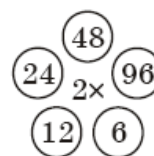


Б

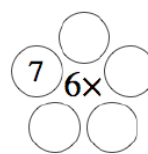
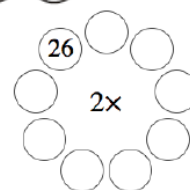


Г

Пример ответа



В



Д

ХСИ. На стене у пола сидят две мухи. Они одновременно начали ползти по стене вверх, и, доползая до потолка, сразу спускаются вниз. Первая муха ползет с постоянной скоростью. Какая муха первой доползет от пола до потолка и обратно, если: А) вторая муха вверх ползёт в два раза быстрее первой, а вниз – в два раза медленнее первой. Б) вторая муха вверх ползёт в два раза медленнее первой, а вниз – в два раза быстрее первой.

2.61. Города *А* и *В* расположены на одной железной дороге на расстоянии 143 км. Из города *А* в направлении города *В* выезжает паровоз со скоростью 64 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выезжает паровоз со скоростью 53 км/ч.

- А) Через какое время после начала движения первый паровоз догонит второй паровоз?
- Б) На каком расстоянии от каждого из городов это произойдёт?
- В) На каком расстоянии будут паровозы через 5 часов после начала движения?
- Г) На каком расстоянии будут паровозы через 9 часов после начала движения?
- Д) На каком расстоянии будут паровозы через 16 часов после начала движения?
- Е) На каком расстоянии будут паровозы через 20 часов после начала движения?

2.62. Города *А* и *В* расположены на одном шоссе. Из города *А* в направлении города *В* выезжает автомобиль со скоростью 75 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выезжает автомобиль со скоростью 50 км/ч. Найдите расстояние между городами, если первый автомобиль догнал второй автомобиль через 5 часов после начала движения.

2.63. Города *А* и *В* расположены на одном шоссе. Из города *А* в направлении города *В* выезжает автомобиль со скоростью 60 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выезжает автомобиль со скоростью 70 км/ч. Найдите расстояние между городами, если через 5 часов после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 157 км.

2.64. Города *А* и *В* расположены на одном шоссе на расстоянии 70 км. Из города *А* в направлении города *В* выезжает автомобиль со скоростью 80 км/ч. Одновременно из города *В* в том же направлении выезжает другой автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если через 3 часа после начала движения расстояние между автомобилями оказалось равно 10 км.

Задача 4. Из поселка вышел пешеход со скоростью 6 км/ч, а через 4 часа вслед за ним выехал велосипедист, скорость которого 18 км/ч. Через сколько часов после выхода пешехода его догонит велосипедист? На каком расстоянии от поселка произойдет встреча?

Решение. Изображение схемы движения и объяснение решения задачи мы предоставляем просвещённому и уже – мы надеемся! – искущённому в задачах на движение читателю.

1) *Какое расстояние пройдет пешеход за 4 часа?*

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ км}$$

2) *С какой скоростью велосипедист догоняет пешехода?*

$$18 - 6 = 12 \text{ км/ч}$$

3) *Через сколько часов после выезда велосипедиста произойдет встреча?*

$$24 : 12 = 2 \text{ ч}$$

4) *Через сколько часов после выхода пешехода его догонит велосипедист?*

$$2 + 4 = 6 \text{ ч}$$

5) *На каком расстоянии от поселка произойдет встреча?*

$$18 \cdot 2 = 36 \text{ км}$$

Ответ: через 6 часов после выхода пешехода его догонит велосипедист; встреча произойдет на расстоянии 36 км от поселка.

2.65. Из города N выехал автомобиль со скоростью 70 км/ч, а через 2 часа вслед за ним выехал другой автомобиль со скоростью 90 км/ч. Через сколько часов после выезда первого автомобиля его догонит второй автомобиль? На каком расстоянии от города N это произойдет?

2.66. Из города выехал автомобиль со скоростью 96 км/ч. Тремя часами позже вслед за ним выехал другой автомобиль со скоростью 114 км/ч. Через сколько часов после выезда и на каком расстоянии от города второй автомобиль догонит первый?

2.67. Из деревни в город вышел пешеход со скоростью 80 м/мин. Через 20 минут вслед за ним выехал велосипедист, который уже через 10 минут догнал пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?

2.68. Из города выехал велосипедист, скорость которого 12 км/ч, а через 5 часов вслед за ним выехал мотоциклист со скоростью 32 км/ч.

А) Через сколько часов после своего выезда мотоциклист догонит велосипедиста?

Б) На каком расстоянии от города произойдет встреча?

В) Какое расстояние будет между мотоциклистом и велосипедистом через 2 часа после выезда мотоциклиста?

Г) Какое расстояние будет между мотоциклистом и велосипедистом через 8 часов после выезда мотоциклиста?

2.69. Со станции выехал товарный поезд со скоростью 42 км/ч, а через 8 часов вслед за ним выехал скорый поезд со скоростью 98 км/ч.

А) Через какое время после своего выезда скорый поезд догонит товарный?

Б) Через какое время после своего выезда скорый поезд обгонит товарный на 224 километра?

В) Через какое время после своего выезда товарный поезд будет впереди скорого на 224 километра?

2.70. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

2.71. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 425 метрам?

ХСП. В некоторой стране живут Рыцари, которые всегда говорят правду, Лжецы, которые всегда врут, и Фантазёры, которые по будням говорят правду, а по выходным – врут. Однажды за круглым столом собрались 5 жителей этой страны. Четверо из них сказали: «Я и мой сосед справа – Рыцари», а пятый сказал: «Я и мой сосед справа – Лжецы». Сколько Рыцарей было за столом, и какой был день – будний или выходной? (Если какая-то часть утверждения ложна, то всё утверждение считается ложным). Ответ объясните.

Движение по реке.

В задачах на движение по реке участвуют новые величины – скорость течения реки, собственная скорость катера (лодки, парохода и т.д.), скорость по течению и скорость против течения. Собственную скорость иногда также называют «скорость в озере» или «скорость в стоячей воде». В соответствии со здравым смыслом скорость по течению и скорость против течения вычисляются следующим образом:

$$V_{\text{по течению}} = V_{\text{собственная}} + V_{\text{течения реки}}$$

$$V_{\text{против течения}} = V_{\text{собственная}} - V_{\text{течения реки}}$$

Задача 5. Пароход, собственная скорость которого равна 35 км/ч, проплыл 5 часов по течению реки и 2 часа против течения. Какое расстояние проплыл пароход за это время, если скорость течения реки 5 км/ч?

Решение.

1. $35 + 5 = 40$ км/ч – скорость парохода по течению
2. $40 \cdot 5 = 200$ км – расстояние, пройденное пароходом по течению
3. $35 - 5 = 30$ км/ч – скорость парохода против течения
4. $30 \cdot 2 = 60$ км – расстояние, пройденное пароходом против течения
5. $200 + 60 = 260$ км – расстояние, пройденное пароходом за всё время движения

Ответ: 260 км.

2.72. Пароход, собственная скорость которого равна 27 км/ч, проплыл 4 часа по течению реки и 3 часа против течения. Какое расстояние проплыл пароход за это время, если скорость течения реки 3 км/ч?

2.73. Лодка, собственная скорость которого равна 9 км/ч, проплыла 3 часа по течению реки и 2 часа против течения. Какое расстояние проплыла лодка за это время, если скорость течения реки 1 км/ч?

2.74. Пароход, собственная скорость которого равна 31 км/ч, проплыл 2 часа по течению реки, 3 часа против течения и 4 часа по озеру. Какое расстояние проплыл пароход за это время, если скорость течения реки 2 км/ч?

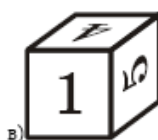
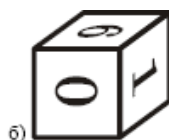
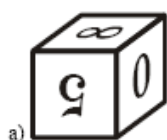
2.75. Расстояние между причалами 45 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость лодки 12 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

ХСIII. У дракона 3 головы. Если ему отрубить голову, то вместо неё вырастет 5 новых голов. Сколько голов отрубили дракону, если сейчас у него 67 голов? Ответ объясните.

- 2.76. Сколько времени потребуется для того, чтобы проплыть 57 км на моторной лодке по течению, если ее собственная скорость 15 км/ч, а скорость течения реки 4 км/ч?
- 2.77. Расстояние между причалами 24 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость лодки 10 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?
- 2.78. Собственная скорость теплохода 27 км/ч, скорость течения реки 3 км/ч. Расстояние между двумя причалами, расположенными на реке 120 км. Сколько времени затратит теплоход на путь между этими причалами? Подумайте, сколько решений имеет задача.
- 2.79. Катер проходит 80 км по озеру за 4 часа, а 75 км по течению реки – за 3 часа. Найдите скорость течения реки.
- 2.80. Пароход проходит 150 км по озеру за 6 часов, а 84 км против течения реки – за 4 часа. Найдите скорость течения реки.
- 2.81. Скорость катера по течению равна 24 км/ч, а против течения – 18 км/ч. Найдите собственную скорость катера и скорость течения реки.
- 2.82. Скорость парохода по течению равна 22 км/ч, а против течения – 14 км/ч. Найдите собственную скорость катера и скорость течения реки.
- 2.83. Расстояние между причалами 390 км. По течению реки пароход проходит это расстояние за 13 часов, а против течения – за 15 часов. Найдите собственную скорость парохода и скорость течения реки. За какое время расстояние между причалами проплывут плоты?
- 2.84. Расстояние между пунктами A и B , расположенными на одной реке, равно 60 км. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выплывают две моторные лодки. Собственная скорость каждой лодки равна 15 км/ч. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Через какое время после начала движения и на каком расстоянии от каждого из пунктов лодки встретятся?
- 2.85. Расстояние между пунктами A и B , расположенными на одной реке, равно 80 км. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выплывают две моторные лодки. Собственная скорость каждой лодки равна 20 км/ч. Через какое время после начала движения лодки встретятся? (В задаче не указана скорость течения реки. Объясните, почему ответ на вопрос задачи не зависит от этой величины.)

XCIV. Покажите, как разрезать квадрат 4 на 4, по линиям сетки на 5 прямоугольников так, чтобы среди них не было одинаковых.

XCV. Три одинаковых кубика лежат на столе как показано на рисунках. На гранях кубиков нанесены цифры 0, 1, 4, 5, 6 и 8. Какая цифра нанесена на нижней грани (для каждого из трех положений)?



2.86. Город B расположен на расстоянии 120 км ниже по течению реки от города A . Из города A выплывает плот. Одновременно навстречу ему из города B отходит пароход, собственная скорость которого равна 24 км/ч. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Через какое время после начала движения и на каком расстоянии от каждого из пунктов пароход и плот встретятся?

2.87. Из старинного математического города A против течения реки выплывает пароход, собственная скорость которого равна 20 км/ч. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Через 2 часа после начала движения пароход сломался и его течением стало сносить обратно к городу A . Через сколько часов после начала движения пароход снова окажется в городе A ?

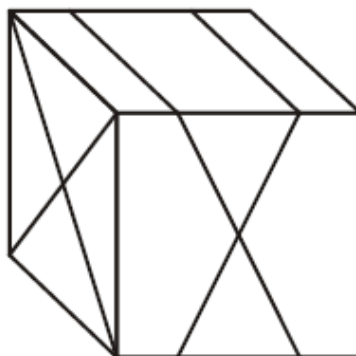
2.88. Из старинного математического города A одновременно выплывают моторная лодка и пароход. Моторная лодка идёт по течению реки, пароход – против течения. Собственная скорость лодки равна 15 км/ч, собственная скорость парохода – 20 км/ч. Какое расстояние будет между лодкой и пароходом через 3 часа после начала движения? (В задаче не указана скорость течения реки. Объясните, почему ответ на вопрос задачи не зависит от этой величины.)

2.89. Из старинного математического города A одновременно в одном направлении выплывают моторная лодка и пароход. Собственная скорость лодки равна 9 км/ч, собственная скорость парохода – 25 км/ч. Какое расстояние будет между лодкой и пароходом через 3 часа после начала движения? (В задаче не указана ни скорость течения реки, ни направление движения лодки и парохода – по течению или против течения. Объясните, почему ответ на вопрос задачи не зависит от этих данных.)

2.90. Город B расположен на расстоянии 85 км ниже по течению реки от города A . Скорость течения реки равна 3 км/ч. Из города B выплывает плот. Одновременно из города A в направлении города B выплывает моторная лодка, собственная скорость которой равна 17 км/ч. Через какое время после начала движения и на каком расстоянии от города B моторная лодка догонит плот?

2.91. Город B расположен на расстоянии 160 км ниже по течению реки от города A . Скорость течения реки равна 4 км/ч. Из города B выплывает плот. Одновременно из города B в направлении города A выплывает моторная лодка, собственная скорость которой равна 20 км/ч. Достигнув города A , моторная лодка поворачивает обратно. Через какое время после начала движения и на каком расстоянии от города B моторная лодка догонит плот?

ХСVI. Судя по передней грани, куб рассечен на четыре части. А по боковой грани видно, что вся фигура рассечена на четыре части еще раз. Сколько всего частей получилось? Сколько получилось видов разных частей, и какое количество частей каждого вида?



Движение по окружности.

2.92. Из пункта А круговой трассы, длина которой 68 км, одновременно в одном направлении стартовали два автогонщика. Скорость первого гонщика 193 км/ч, а скорость второго – 176 км/ч. Через какое время первый гонщик будет опережать второго ровно на круг?

2.93. Из пункта А круговой трассы, длина которой 96 км, одновременно в одном направлении стартовали два автогонщика. Скорость первого гонщика 182 км/ч, а скорость второго – 166 км/ч. Через какое время первый гонщик будет опережать второго ровно на круг?

2.94. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 88 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 22 км/ч больше скорости другого?

2.95. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 114 км. Через сколько минут один из мотоциклистов будет опережать другого на один круг, если скорость одного из них на 19 км/ч больше скорости другого?

2.96. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 11 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 57 км/ч, и через 1 час после старта он опережал второй автомобиль на три круга. Найдите скорость второго автомобиля.

2.97. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 18 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 75 км/ч, и через 2 часа после старта он опережал второй автомобиль на три круга. Найдите скорость второго автомобиля.

2.98. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 5 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого?

2.99. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Задачи «на части» и «на уравнивание».

Уважаемый просвещённый читатель! Следующие ниже задачи не разрешаются (пока) решать алгебраическим способом (с помощью уравнения). К каждому действию мы просим Вас поставить вопрос или дать достаточно развернутое пояснение.

Задача 1. Сплав состоит из 2 частей меди и 3 частей олова. Сколько олова в сплаве массой 225 г?

Решение.

1) Из скольких частей состоит сплав?

$2 + 3 = 5$ (частей приходится на 225 г)

2) Какова масса одной части сплава?

$225 : 5 = 45(\text{г})$ (масса 1 части сплава)

3) Какова масса олова?

$45 \cdot 3 = 135(\text{г})$ (масса олова в сплаве)

Ответ: в сплаве 135 г олова.

2.100. Для приготовления бетона берут 4 части песка и 3 части цемента. Сколько нужно взять цемента для приготовления 238 кг бетона?

2.101. Сплав состоит из 5 частей никеля и 4 частей железа. Сколько никеля и сколько железа в сплаве массой 1 кг 440 г?

2.102. Сплав состоит из 2 частей золота, 1 части платины и 10 частей серебра. Сколько золота, платины и серебра содержится в сплаве массой 910 г?

2.103. Сплав состоит из 5 частей цинка, 7 частей олова и 9 частей алюминия. Сколько цинка, олова и алюминия содержится в 3 кг 150 г сплава?

2.104. Сплав состоит из 2 частей меди и 3 частей олова. А) Найдите массу сплава, если меди в нём 130 г. Б) Сколько олова содержится в таком сплаве?

2.105. Сплав состоит из 5 частей никеля и 4 частей железа. А) Найдите массу сплава, если железа в нём 640 г. Б) Сколько никеля содержится в таком сплаве?

2.106. Сплав состоит из 3 частей золота, 2 части платины и 11 частей серебра. А) Найдите массу сплава, если платины в нём 30 г. Б) Сколько золота и серебра содержится в таком сплаве?

2.107. Сплав состоит из 10 частей иридия, 11 частей палладия и 3 частей титана. А) Найдите массу сплава, если палладия в нём 165 г. Б) Сколько иридия и титана содержится в таком сплаве?

2.108. Сплав состоит из 5 частей никеля и 4 частей железа. А) Найдите массу сплава, если никеля в нём на 50 г больше, чем железа. Б) Сколько никеля и железа содержится в таком сплаве?

2.109. Сплав состоит из 57 частей золота и 49 частей серебра. А) Найдите массу сплава, если серебра в нём на 88 г меньше, чем золота. Б) Сколько золота и серебра содержится в таком сплаве?

2.110. Сплав состоит из 4 частей золота, 3 части платины и 8 частей серебра. А) Найдите массу сплава, если серебра в этом сплаве на 40 г больше, чем золота и платины. Б) Сколько золота, серебра и платины содержится в таком сплаве?

2.111. Для приготовления варенья на 3 части ягод берут 5 частей сахара.

А) Сколько надо взять ягод, чтобы получилось 5 кг 600 г варенья?

Б) Сколько сахара следует взять для 1 кг 200 г ягод?

В) Какова масса варенья, если сахара в нем на 3 кг больше ягод?

2.112. Сплав состоит из 2 частей свинца и 7 частей меди.

А) Сколько меди в сплаве массой 6 кг 300 г?

Б) Сколько свинца в сплаве, если меди в нем 9 кг 100 г?

В) Какова масса сплава, если меди в нем на 2 кг больше, чем свинца?

Задача 2. Купили 90 тетрадей, причем тетрадей в клетку было в 2 раза больше, чем тетрадей в линейку. Сколько купили тетрадей в клетку?

Решение.

1) Сколько частей приходится на 90 тетрадей?

$2 + 1 = 3$ (части приходится на 90 тетрадей)

2) Сколько тетрадей приходится на 1 часть?

$90 : 3 = 30$ (тетрадей приходится на 1 часть)

3) Сколько купили тетрадей в клетку?

$30 \cdot 2 = 60$ (приходится на 2 части)

Ответ: купили 60 тетрадей в клетку.

2.113. Отличница Аня решила вдвое больше задач, чем отличник Вася. Сколько задач решила Аня и сколько – Вася, если вместе они решили 18 задач?

2.114. В одной коробке в 3 раза больше карандашей, чем в другой. Сколько карандашей в каждой коробке, если вместе в них 64 карандаша?

2.115. В двух автобусах 72 человека, причем в одном из них в 3 раза меньше людей, чем в другом. Сколько человек в каждом автобусе?

2.116. Один отрезок в 12 раз короче другого. Найдите их длины, если сумма их длин 52 см.

ХСVII. С числом, записанным на доске, можно производить следующие операции: заменить его удвоенным произведением или стереть в нём последнюю цифру. Как с помощью нескольких таких операций получить из числа 458 число 14?

- 2.117. Сумма двух чисел равна 228, а одно из этих чисел в 3 раза больше другого. Найдите эти числа.
- 2.118. Один отрезок в 7 раз длиннее другого. Какова длина большего отрезка, если сумма их длин 32 см?
- 2.119. Учитель истории поставил в 4 раза больше пятерок, чем учитель математики. Сколько пятерок поставил учитель истории, если вместе они поставили 75 пятерок?
- 2.120. Гриша Ч. получил в 5 раз больше пятерок, чем Яша Ф., а вместе они получили 108 пятерок. Сколько пятерок получил Коля?
- 2.121. Ученик купил тетрадей в клетку в 3 раза больше, чем тетрадей в линейку, причем их было на 18 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько всего тетрадей купил ученик?
- 2.122. На первой полке стояло в четыре раза больше книг, чем на второй. Это на 12 книг больше, чем на второй полке. Сколько книг стояло на каждой полке?
- 2.123. Один отрезок в 9 раз длиннее другого. Известно, что первый отрезок на 40 см длиннее второго. Какова длина каждого из отрезков?
- 2.124. Одно число в 7 раз больше другого, а разность этих чисел 420. Найдите эти числа.
- 2.125. Гриша Ч. решил в 10 раз больше задач, чем Яша Ф. Известно, что Гриша Ч. решил на 54 задачи больше, чем Яша Ф. Сколько задач решил каждый из них?
- 2.126. Топор, молоток и пила весят 7 кг. Топор весит в 4 раза больше пилы, а молоток – в 2 раза больше пилы. Сколько весит топор?
- 2.127. Петя, Коля и Олег вместе решили 16 задач. Сколько задач решил Олег, если он решил в 3 раза больше задач, чем Петя, а Коля – в 4 раза больше, чем Петя?
- 2.128. На трех полках 91 книга, причем на первой полке в 4 раза больше книг, чем на второй, а на третьей – в 2 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?
- 2.129. В трех ящиках 136 кг яблок. Сколько книг в каждом ящике, если в первом ящике в 3 раза больше яблок, чем в третьем, а во втором – в 4 раза больше, чем в третьем?
- 2.130. Веревку длиной 140 м разрезали на три части так, что первая часть втрое короче второй и в 6 раз короче третьей. Найдите длину каждой части.
- 2.131. В три коробки разложили 240 орехов так, что в первой коробке вдвое меньше орехов, чем во второй и в 5 раз меньше, чем в третьей. Сколько орехов в каждой коробке?
- 2.132. В поезде ехали 672 пассажира, причем мужчин было вчетверо, а женщин вдвое больше, чем детей. Сколько женщин ехало в поезде?
- 2.133. В трех корзинах 120 кг яблок, причем в первой было втрое, а во второй вдвое больше, чем в третьей корзине. Сколько яблок было во второй корзине?
- 2.134. Дедушка в 2 раза старше отца, а отец в 5 раз старше сына. Сколько лет каждому, если вместе им 80 лет?

2.135. Бабушка вдвое старше матери, а мать в 3 раза старше дочери. Сколько лет каждой, если вместе им 100 лет?

2.136. Учитель математики поставил 27 отметок, причем четверок было в 3 раза больше, чем пятерок, а пятерок – в 2 раза больше троек. Сколько четверок поставил учитель математики?

2.137. Учитель словесности поставил 32 отметки, причем четверок было в 5 раз больше, чем троек, а пятерок – вдвое больше, чем четверок. Сколько пятерок поставил учитель словесности?

2.138. Мать в 3 раза старше дочери, а отцу столько лет, сколько матери и дочери вместе. Сколько лет каждому, если им вместе 104 года?

2.139. В трех цехах завода работают 624 человека. В первом цехе работают в 5 раз больше, чем во втором, а в третьем – столько, сколько в первых двух вместе. Сколько человек в каждом цехе?

2.140. Можно ли 74 книги расставить на трех полках так, чтобы на первой полке было в 2 раза больше книг, чем на второй, а на второй в 3 раза больше, чем на третьей?

2.141. Сможет ли учитель математики поставить 165 отметок так, чтобы троек было бы вдвое больше двоек, четверок – в 3 раза больше троек, а пятерок – вдвое больше четверок?

Задача 3. У Васи на 17 марок больше, чем у Коли. Сколько марок у каждого мальчика, если всего у них 73 марки?

Решение.

1) Сколько марок было бы у Васи и Коли вместе, если бы у Васи было бы столько марок, сколько у Коли?

$$73 - 17 = 56$$

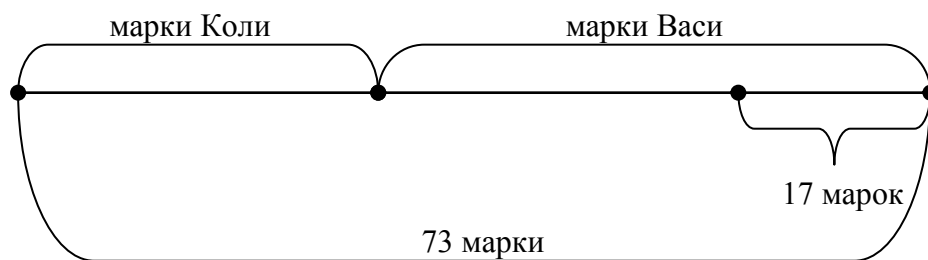
2) Сколько марок у Коли?

$$56 : 2 = 28$$

3) Сколько марок у Васи?

$$28 + 17 = 45$$

Решение задачи можно проиллюстрировать следующей схемой.



Ответ: у Васи было 45 марок, а у Коли 28 марок.

2.142. Учитель математики поставил на 16 пятерок больше, чем учитель словесности. Сколько пятерок поставил учитель математики, если вдвоем они поставили 54 пятерки?

ХСVIII. Попробуйте за 6 минуты поджарить 3 сырника, если с одной стороны сырник жарится 2 минуты, а на сковородку помещается 2 сырника.

- 2.143. За два дня турист прошел 57 км, причем за первый день он прошел на 3 км больше, чем за второй. Сколько километров прошел турист во второй день?
- 2.144. В 5 «А» классе на 3 ученика больше, чем в 5 «Б». Сколько учеников в каждом классе, если в двух классах 55 учеников?
- 2.145. В двух ящиках 97 кг яблок. Сколько яблок в каждом ящике, если в одном из них на 11 кг яблок меньше, чем в другом?
- 2.146. Путешественник проехал за два дня 593 км, причем в первый день он проехал на 19 км меньше, чем во второй. Сколько км проехал путешественник в каждый из дней?
- 2.147. На двух книжных полках 163 книги, причем на одной из них на 25 книг меньше, чем на другой. Сколько книг на каждой полке?
- 2.148. Журнал дешевле книги на 45 рублей, а вместе они стоят 173 рубля. Сколько стоит книга?
- 2.149. Периметр прямоугольника равен 58 см, его длина на 17 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.
- 2.150. Периметр прямоугольника равен 80 см, его ширина на 6 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.
- 2.151. Периметр прямоугольника равен 114 см, его ширина на 11 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.
- 2.152. Найдите два числа, если
- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| А) их сумма равна 93, а разность 17; | Б) их сумма равна 234, а разность 12; |
| В) их сумма равна 177, а разность 99; | Г) их сумма равна 157, а разность 13; |
| Д) их сумма равна 74, а разность 46; | Е) их сумма равна 91, а разность 7. |
- 2.153. Сумма цифр двузначного числа 13, а их разность 5. Что это за число?
- 2.154. Сумма цифр двузначного числа 11, а их разность 1. Что это за число?
- 2.155. В трех пятых классах 85 учеников. В 5 «А» классе на 2 ученика больше, чем в 5 «Б» и на 3 ученика меньше, чем в 5 «В». Сколько учеников в каждом классе?
- 2.156. Гриша Ч., Яша Ф. и Лёва Ш. вместе получили за четверть 102 пятёрки. Гриша получили на 4 пятёрки больше, чем Яша, а Яша на 1 пятёрку больше, чем Лёва. Сколько пятёрок получил каждый из учеников?
- 2.157. Гриша Ч., Яша Ф. и Лёва Ш. вместе получили за четверть 67 двоек. Гриша получили на 8 двоек меньше, чем Яша, и на 10 двоек больше, чем Лёва. Сколько двоек получил каждый из учеников?
- 2.158. Вася, Лёва и Коля собрали 97 грибов. Вася собрал на 7 грибов больше, чем Коля, а Лёва – на 5 грибов больше, чем Вася. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

XCIX. Нарисуйте 8 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались и из каждой точки выходило ровно 4 отрезка.

- 2.159. На трёх полках стоят 62 книги. На первой полке на 3 книги меньше, чем на второй, и на 4 книги больше, чем на третьей. Сколько книг на каждой полке?
- 2.160. Мама на 21 год старше сына и на 2 года младше отца. Сколько лет каждому, если вместе им 80 лет?
- 2.161. Мама на 20 лет старше дочери и на 4 года младше отца. Сколько лет каждому, если вместе им 83 года?
- 2.162. Периметр треугольника равен 30 см. Найдите его стороны, если одна из них на 1 см меньше другой и на 7 см больше третьей.
- 2.163. Периметр треугольника равен 45 см. Найдите его стороны, если одна из них на 2 см меньше другой и на 11 см больше третьей.
- 2.164. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 144.
- 2.165. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 435.
- 2.166. В двух банках 7 л молока. Если в одну из них добавить 1 л, то в ней станет в 3 раза больше молока, чем в другой. Сколько литров молока в каждой банке?
- 2.167. В двух ящиках 11 кг гвоздей. Если в один из них добавить 1 кг, то в нем станет вдвое больше гвоздей, чем в другом. Сколько килограммов гвоздей было в каждом ящике?
- 2.168. В двух коробках 43 карандаша. Когда в одну из них положили 7 карандашей, то в ней стало в 4 раза больше карандашей, чем в другой. Сколько карандашей было в каждой корзине первоначально?
- 2.169. В двух корзинах 76 яблок. Когда в одну из них добавили 4 яблока, то в ней стало втрое больше яблок, чем в другой. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?
- 2.170. У Ромы и Коли 66 марок. Если бы у Ромы было на 3 марки меньше, то у Коли было бы в 6 раз больше марок, чем у Ромы. Сколько марок у Ромы?
- 2.171. Рабочий и его ученик изготовили 58 деталей. Если бы ученик изготовил на 4 детали меньше, то число деталей, изготовленных рабочим было бы в 5 раз больше числа деталей, изготовленных учеником. Сколько деталей изготовил рабочий?
- 2.172. У Маши вдвое больше конфет, чем у Ильи, а у Веры на 3 конфеты больше, чем у Ильи. Сколько конфет у каждого, если всего у них 31 конфета?
- 2.173. Учитель истории поставил в 3 раза больше пятерок, чем учитель математики, а учитель словесности – на 9 пятерок больше, чем учитель математики. Сколько пятерок поставил каждый учитель, если всего они поставили 74 пятерки?
- 2.174. В трех больших коробках и семи маленьких 49 кг печенья. Сколько кг печенья в большой коробке и сколько в маленькой, если в одной большой коробке на 3 кг печенья больше, чем в одной маленькой?

С. Лёва стоит на берегу речки. У него есть два кувшина: один на 5 л, а про второй Лёва помнит, что он вмещает то ли 3 л, то ли 4 л. Помогите Лёве определить ёмкость второго кувшина.

2.175. В семи больших бутылках и четырех маленьких 25 л молока. Сколько молока в каждой бутылке, если в одной большой бутылке на 2 л молока больше, чем в одной маленькой?

2.176. У фермера были куры и овцы. Сколько было кур и сколько овец, если у них 30 голов и 74 ноги?

2.177. По двору гуляют козы и гуси. Известно, что всего у них 8 голов и 26 ног. Сколько гусей и сколько коз гуляют по двору?

2.178. В магазине было 29 двух- и трехколесных велосипедов. Сколько было велосипедов каждого вида, если у них 73 колеса?

2.179. У Васи было 26 рублевых и пятирублевых монет на общую сумму 54 рубля. Сколько рублевых и сколько пятирублевых монет было у Васи?

2.180. У ковбоя Джо было 20 пятицентовых и десятицентовых монет на общую сумму 1 доллар 45 центов. Сколько пятицентовых монет было у ковбоя Джо?

2.181. Брокер купил несколько акций ОАО «Напрасный труд», рассчитывая получить прибыль 280000 рублей, продавая акции по 15000 рублей за штуку. Однако, ситуация на рынке ценных бумаг сложилась так, что ему пришлось продать акции по цене 8500 рублей за штуку, получив прибыль всего 52500 рублей. Какую сумму заплатил брокер за акции?

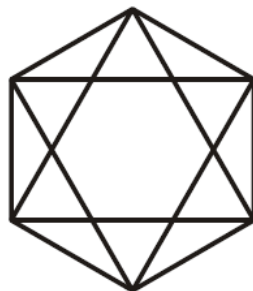
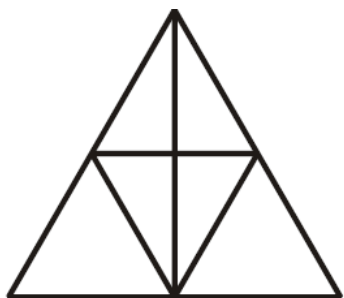
2.182. Магазин строительных материалов купил на лесопилке партию пиломатериалов, рассчитывая получить прибыль 1258000 рублей, продавая пиломатериалы по цене 15000 рублей за 1 m^3 . Однако, из-за высокой конкуренции на рынке, пришлось продать эти материалы по цене 9700 рублей за 1 m^3 , получив прибыль только 473600 рублей. Какую сумму заплатил магазин за пиломатериалы?

2.183. Торговый дом «Рублик» закупил у фермера партию мяса и планировал получить прибыль 199500 рублей, продавая его по 360 рублей за килограмм. Однако, из-за высокой конкуренции на рынке, пришлось продать мясо по 135 рублей за килограмм с убытком 14250 рублей. За сколько рублей торговый дом «Рублик» купил партию мяса? По сколько рублей за килограмм?

2.184. Цветочный магазин «Одуванчик» закупил у фермера партию роз и планировал получить прибыль 72000 рублей, продавая их по 150 рублей за штуку. Однако, из-за высокой конкуренции на рынке, пришлось продать розы по 37 рублей за штуку с убытком 12750 рублей. За сколько рублей цветочный магазин «Одуванчик» купил партию роз? По сколько рублей за штуку?

2.185. Из двух городов, расстояние между которыми 400 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста и встретились через 4 часа. Определите их скорости, если известно, что скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого.

СІ. Сколько треугольников изображено на каждом из рисунков?



2.186. Из двух городов, расстояние между которыми 600 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 5 часов. Определите их скорости, если известно, что скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого.

2.187. Из двух городов, расстояние между которыми 400 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоцикл и автомобиль и встретились через 4 часа. Определите их скорости, если известно, что скорость автомобиля в три раза больше скорости мотоцикла.

2.188. Из двух городов, расстояние между которыми 600 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоцикл и автомобиль и встретились через 5 часов. Определите их скорости, если известно, что скорость автомобиля вдвое больше скорости мотоцикла.

СП. У Незнайки в двух карманах лежит 27 конфет. Если из правого кармана он переложит в левый столько конфет, сколько было в левом, то в правом кармане у него будет на 3 конфеты больше, чем в левом. Сколько конфет было в каждом кармане первоначально?

СПІІ. В двух аквариумах вместе 100 рыбок. Когда из первого аквариума отселили 30 рыбок, а из второго 40, то в аквариумах осталось поровну рыбок. Сколько рыбок было в каждом аквариуме первоначально?

СІV. Длина крокодила от головы до хвоста в три раза меньше десяти кэн, а от хвоста до головы равна трём кэн и двум сяку. Известно, что одна сяку равна 30 см. Найдите длину крокодила в сантиметрах. (Кэн и сяку – японские единицы длины.)

Глава 3. Делители и кратные.

Число 60 **делится на** 10, так как $60 = 6 \cdot 10$. Говорят, что число 10 является **делителем** числа 60, а число 60 **кратно** числу 10. Перечислим все делители числа 60. Делители 1 и 60 очевидны, так как любое число делится на 1 и на само себя. Чтобы выяснить, есть ли у этого числа другие делители, будем проверять подряд другие числа, начиная с числа 2. Мы получим ещё 10 делителей: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30. Итак, число 60 имеет 12 делителей. Заметим, что подбор делителей можно сократить, если, отыскав один делитель, записать сразу же и другой, являющийся частным от деления числа 60 на найденный делитель. Таким образом, делители числа 60 разбиваются на пары:

1	2	3	4	5	6
60	30	20	15	12	10

А число 8, например, не является делителем числа 60. В самом деле, нет такого натурального числа, которое в произведении с числом 8 даёт 60: $8 \cdot 7 = 56 < 60$, $8 \cdot 8 = 64 > 60$.

Теперь найдём все делители числа 13. Нетрудно видеть, что 13 делится только на 1 и на 13, а других делителей у этого числа нет. Натуральные числа, имеющие, как и число 13, только два делителя, называют **простыми**. Приведём ещё примеры простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... Если натуральное число имеет более двух делителей, то оно называется **составным**. Можно также сказать, что число является составным, если его можно разложить на два множителя, ни один из которых не равен единице. Например, $60 = 6 \cdot 10$ -- число составное. Число 1 имеет только один делитель – само число 1. **Поэтому число 1 по определению не является ни простым, ни составным.**

Разложим число 90 на множители, то есть представим в виде произведения двух или нескольких чисел. Например, $90 = 6 \cdot 15$. Каждый из множителей – 6 и 15 – можно также разложить на множители: $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Используя степени, можно записать: $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Здесь числа 2, 3 и 5 являются простыми. Таким образом, мы разложили число 90 на простые множители. Заметим, что термины «простое число» и «составное число» не являются случайными: составные числа как бы составлены из кирпичиков – простых чисел. Заметим также, что в разложение на множители можно добавить число 1 или несколько единиц, так как умножение на 1 ничего не меняет: $90 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Поэтому при разложении числа на множители единицу в качестве множителя не пишут.

3.1. Выпишите, начиная с наименьшего, все делители чисел:

- | | | | | | | |
|--------|-------|--------|---------|--------|-------|---------|
| А) 35 | Б) 55 | В) 8 | Г) 12 | Д) 7 | Е) 11 | Ё) 20 |
| Ж) 18 | З) 28 | И) 45 | Й) 57 | К) 75 | Л) 90 | М) 105 |
| Н) 121 | О) 85 | П) 100 | Р) 1001 | С) 102 | Т) 48 | У) 1234 |

3.2. Выпишите, начиная с наименьшего, пять чисел, кратных:

- | | | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| А) 7 | Б) 6 | В) 12 | Г) 15 | Д) 13 | Е) 16 | Ё) 57 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|

3.3. Число 396 кратно 18 (проверьте!). Выпишите:

- А) три следующих числа, кратных 18; Б) три предыдущих числа, кратных 18.

3.4. Число 368 кратно 16 (проверьте!). Выпишите:

- А) пять следующих чисел, кратных 16; Б) пять предыдущих чисел, кратных 16.

3.5. Из чисел 21, 24, 28, 33, 30, 35, 40, 47, 49, 54, 63, 72, 120 выпишите те, которые:

- | | |
|----------------------------------|---|
| А) кратны 3; | Б) делятся на 7; |
| В) не кратны 5; | Г) делятся на 8; |
| Д) являются делителем числа 120; | Е) кратны 6 и не делятся на 5; |
| Ё) кратны и 2, и 7; | Ж) делятся на 2 или делятся на 7; |
| З) не кратны ни 2, ни 7; | И) не делятся на 2 или не делятся на 7. |

3.6. Из чисел 16, 24, 28, 30, 33, 35, 37, 40, 60, 64, 75, 86, 128, 150 выпишите те, которые:

- | | |
|-----------------------------------|---|
| А) кратны 4; | Б) делятся на 5; |
| В) не кратны 7; | Г) делятся на 6; |
| Д) являются делителями числа 150; | Е) кратны 8 и не делятся на 5; |
| Ё) кратны и 3, и 5; | Ж) делятся на 3 или делятся на 5; |
| З) не кратны ни 3, ни 5; | И) не делятся на 3 или не делятся на 5. |

3.7. Какая последняя цифра может быть у числа кратного числу

- | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|
| А) 2? | Б) 3? | В) 5? | Г) 7? | Д) 11? | Е) 50? | Ё) 8? |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|

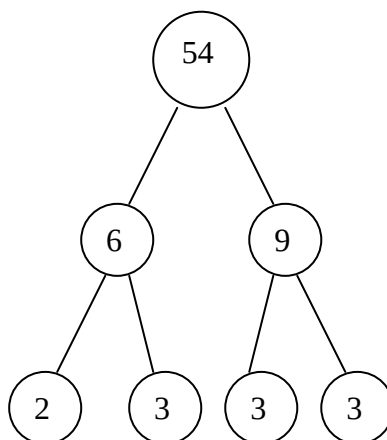
CV. Сколько цифр понадобится для записи всех натуральных чисел от 1 до 10000 включительно?

Разложение чисел на множители удобно делать и оформлять следующим образом.

Рассмотрим, например, число 54. Первое, что приходит в голову, – это таблица умножения:

$54 = 6 \cdot 9$. Теперь каждое из чисел 6 и 9 снова разложим на множители:

$54 = (2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$. Оформлять это можно так:



3.8. Разложите числа простые множители:

- | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|
| А) 72 | Б) 25 | В) 48 | Г) 32 | Д) 162 | Е) 204 | Ё) 450 |
| Ж) 600 | З) 700 | И) 840 | Й) 1000 | К) 54 | Л) 98 | М) 420 |
| Н) 350 | О) 2500 | П) 8000 | Р) 576 | С) 484 | Т) 1500 | У) 570 |

3.9. Разложите на простые множители числа $5!$, $10!$ и $20!$.

3.10. Найдите двузначное число, кратное 45 и делящееся на 6.

3.11. Найдите двузначное число, кратное 36 и не делящееся на 8.

3.12. Вася принес в класс 93 конфеты и раздал поровну своим одноклассникам. Сколько человек в классе?

3.13. Для контрольной работы было приготовлено 87 листов бумаги, которые поровну раздали ученикам класса. Сколько учеников в классе?

3.14. Из 12 милиционеров и 20 солдат нужно сформировать одинаковые по составу группы для патрулирования. Сколько таких групп можно сделать?

3.15. Из 20 конфет и 16 шоколадок нужно сделать одинаковые наборы. Сколько таких наборов можно сделать?

3.16. Из одной точки круговой дорожки стадиона одновременно стартовали два спортсмена. Один пробегает круг за 6 минут, другой – за 8 минут. Через какое наименьшее время они вновь окажутся в точке старта?

CVI. Четыре кошки и три котёнка весят 15 кг, а три кошки и четыре котёнка весят 13 кг. Сколько весит каждая кошка и каждый котёнок в отдельности?

- 3.17. Со станции метро «Киевская – кольцевая» одновременно в противоположных направлениях выехали два поезда. Один поезд проезжает полный круг за 32 минуты, другой – за 40 минут. Через какое наименьшее время они оба одновременно окажутся на «Киевской - кольцевой»?
- 3.18. С конечной остановки выезжают по двум маршрутам автобусы. Первый возвращается каждые 30 минут, а второй – каждые 40 минут. Через какое наименьшее время они снова окажутся на конечной остановке вместе?
- 3.19. Ковбой Джо купил в салуне 3 сигары по 30 центов за штуку и 2 коробки патронов, стоимости которых он не знал. Когда продавец попросил за покупку 4 доллара 53 цента, Джо сказал продавцу, что тот ошибся. Как он это узнал?
- 3.20. Юноша и девушка измерили одно и то же расстояние в 141 м шагами. Шаг девушки 50 см, а шаг юноши – 60 см. Сколько раз их следы совпали?
- 3.21. Можно ли 169 рублей набрать 5-ти и 10-ти рублевыми монетами?
- 3.22. Можно ли 548 рублей разменять на монеты по одному и по пять рублей так, чтобы и тех, и других было нечетное число?
- 3.23. Отличница Алиса обещала отличнику Яше Ф., что он получит 101 конфету, если сумеет раздать 101 конфету четырём одноклассникам так, чтобы каждому досталось нечётное число конфет. Сможет ли Яша Ф. получить конфеты?
- 3.24. Спортсменов построили в колонну по 6 человек, а затем перестроили, поставив по 4 человека. Сколько всего спортсменов могло быть, если их больше 90, но меньше 110?
- 3.25. Ученикам трёх классов выдали 574 учебника. Каждый ученик получил одинаковое число книг. Известно, что каждом классе больше 25, но меньше 30 учащихся. Сколько учебников получил каждый ученик и сколько учеников в трёх классах?
- 3.26. Возле дома № 57 останавливаются автобусы, идущие по трём разным маршрутам. Один из них подходит к остановке через каждые 3 минуты, другой – через каждые 6 минут, третий – через каждые 10 минут. В 8 ч 45 мин на остановке стояли все три автобуса. В какое ближайшее время на остановке снова окажутся три автобуса? В какое ближайшее время на остановке окажутся одновременно два автобуса?
- 3.27. Придумайте три числа, которые имеют ровно три различных делителя. Какую закономерность можно заметить?
- 3.28. Докажите, что если число имеет нечётное число делителей, то оно является полным квадратом.
- 3.29. Придумайте несколько чисел, которые имеют ровно четыре различных делителя. Что можно сказать про число, если оно имеет ровно четыре различных делителя?
- 3.30. Известно, что m и n – два различных простых числа. Перечислите все делители чисел mn , m^2n , m^2n^2 , m^3n .
- 3.31. Может ли сумма (разность) двух простых чисел быть простым числом? В каком случае? Приведите примеры.

CVII. Можно ли раздать 52 банана одиннадцати обезьянам так, чтобы любые две получили различное число бананов?

Делимость суммы и произведения.

3.32. Не производя сложения и вычитания, докажите, что: А) $228+144$ делится на 2; Б) $7063-707$ делится на 7. Объясните на примерах и докажите в общем случае следующее утверждение: «Если каждое из чисел a и b делится на n , то их сумма и разность тоже делится на n ».

3.33. Не производя умножения, докажите, что: А) $3 \cdot 1576$ делится на 3; Б) $578 \cdot 77$ делится на 11. Объясните на примерах и докажите в общем случае следующее утверждение: «Если хотя бы одно из чисел a и b делится на n , то их произведение тоже делится на n ».

3.34. Используя сформулированные (и доказанные) выше утверждения о делимости суммы и произведения, докажите, что:

А) $16 + 520 + 72 + 88$ делится на 4

Б) $76+122+876$ делится на 2

Г) $505+1275$ делится на 5

Д) $5675-3450$ делится на 5

Е) $9081+909$ делится на 9

Ё) $11088+1122-77$ делится на 11

Ж) $13013-1326+130$ делится на 13

З) $122 + 427 + 732$ делится на 61

И) $6 \cdot 4574$ делится на 3

Й) $5697 \cdot 27$ делится на 9

К) $5 \cdot 347$ делится на 5

Л) $356 \cdot 15$ делится на 5

М) $11 \cdot 5709$ делится на 11

Н) $45678 \cdot 66$ делится на 22

О) $13 \cdot 765$ делится на 13

П) $43567 \cdot 39$ делится на 13

Р) $9927 + 6003$ делится на 3

С) $2448 - 240$ делится на 24

Т) $15045 \cdot 786$ делится на 15

У) $3468 \cdot 85457$ делится на 17

3.35. Используя сформулированные (и доказанные) выше утверждения о делимости суммы и произведения, докажите, что:

А) $3 \cdot 478 + 3 \cdot 3468$ делится на 3

Б) $7 \cdot 67 + 689 \cdot 7$ делится на 7

В) $15 \cdot 5679 - 456 \cdot 15$ делится на 15

Г) $4567 \cdot 57 + 57 \cdot 507 - 47 \cdot 57$ делится на 57

Д) $39 \cdot 737 + 39 \cdot 281 - 39 \cdot 296$ делится на 13

Е) $17 \cdot 576 + 34 \cdot 19 + 51 \cdot 4689$ делится на 17

Ё) $22 \cdot 456 + 33 \cdot 234 - 11 \cdot 78$ делится на 11

Ж) $67 \cdot 24 - 12 \cdot 34 + 578 \cdot 48$ делится на 12

З) $42 \cdot 45 + 63 \cdot 405 + 84 \cdot 567$ делится на 21

И) $38 \cdot 4567 - 57 \cdot 45 + 76 \cdot 75$ делится на 19

Й) $114 \cdot 45 + 570 \cdot 69 - 171 \cdot 98$ делится на 57

К) $75 \cdot 12309 + 150 \cdot 476 - 125 \cdot 78$ делится на 25

CVIII. Кирпич весит 2 кг и ещё треть собственного веса. Сколько весит кирпич?

3.36. Подберите три таких числа x , чтобы произведение

А) $3 \cdot x$ делилось на 5

Б) $x \cdot 12$ делилось на 7

В) $9 \cdot x$ делилось на 6

Г) $x \cdot 8$ делилось на 14

Д) $27 \cdot x$ делилось на 57

Е) $x \cdot 503$ делилось на 2012

3.37. Докажите, что число является составным:

А) 2346

Б) 19057

В) 123246

Г) 10062012

Д) 1287

Е) 1683

Ё) 2376

Ж) 5643

З) $630 + 9081$

И) $4515 - 1500$

Й) $2754 + 5481$

К) $3774 + 1110$

Л) $17102 + 510$

М) $670 + 20167$

Н) $2600 + 13104$

О) $51^2 + 17$

П) $11 + 22^2 + 33^3$

Р) $19^2 + 570$

С) $24^3 + 48^2$

Т) $34^3 + 51^4$

У) $31^2 + 62^5 - 93^3$

3.38. Докажите, что число не является простым:

А) 777

Б) 1717

В) 23023

Г) 11033

Д) 234669

3.39. Не производя вычислений, докажите, что:

А) $35 \cdot 20$ делится на 14

Доказательство: $35 \cdot 20 = (5 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 10) = (7 \cdot 2) \cdot 5 \cdot 10 = 14 \cdot 5 \cdot 10$

Б) $63 \cdot 24$ делится на 21

В) $34 \cdot 33$ кратно 51

Г) 24^3 делится на 27

Д) 18^2 делится на 81

Е) $5 \cdot 2^4$ кратно 20

Ё) $7 \cdot 21^3$ кратно 63.

Ж) $2^3 \cdot 3^2$ делится на 18

З) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$ делится на 50

И) $3^3 \cdot 11 \cdot 13^2$ кратно 429

В каждом из примеров вычислите соответствующее частное.

3.40. А) Докажите, что если число делится на 10, то оно делится на 2 и на 5. Б) Докажите, что если число делится на 15, то оно делится на 3 и на 5. В) Докажите, что если число делится на 28, то оно делится на 2, 4, 7 и 14.

3.41. А) Известно, что число делится на 26. Какие ещё делители этого числа Вы можете указать? Б) Известно, что число делится на 30. Какие ещё делители этого числа Вы можете указать? В) Известно, что число делится на 105. Какие ещё делители этого числа Вы можете указать? Г) Известно, что число делится на 114. Какие ещё делители этого числа Вы можете указать? Д) Известно, что число делится на 17. Какие ещё делители этого числа Вы можете указать?

СІХ. Незнайка задумал три целых числа и сообщил Знайке, что все они больше 1. Потом Незнайка умножил первое число на второе и получил 64, а потом перемножил второе и третье и получил 405. Увидев это и немного подумав, Знайка сказал, что Незнайка где-то ошибся. Почему он так решил?

3.42. Вычислите рациональным способом:

- А) $(54 \cdot 9) : 3$ Б) $(27 \cdot 8) : 9$ В) $(140 \cdot 29) : 7$ Г) $(260 \cdot 14) : 13$
- Д) $(65 \cdot 24) : 15$ Е) $(46 \cdot 49) : 14$ Ё) $(54 \cdot 33) : 22$ Ж) $(75 \cdot 18) : 45$
- З) $(36 \cdot 63) : 28$ И) $(18 + 63 + 81) : 9$ Й) $(35 + 28 + 147) : 7$
- К) $(247 + 169 - 65) : 13$ Л) $(462 - 126 + 84) : 42$ М) $(570 + 1140 - 171) : 19$
- Н) $(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7) : (2 \cdot 7)$ О) $(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) : (2 \cdot 3 \cdot 5)$ П) $(2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13) : (5 \cdot 5 \cdot 13)$

3.43. Верны ли утверждения? Объясните свой ответ. Если утверждение неверно, приведите контрпример.

- А) если число делится на 14, то оно делится на 7
Б) если число делится на 22, то оно делится на 11
В) если число делится на 7, то оно делится на 14
Г) если число делится на 11, то оно делится на 22
Д) если число не делится на 14, то оно не делится на 7
Е) если число не делится на 22, то оно не делится на 11
Ё) если число не делится на 7, то оно не делится на 14
Ж) если число не делится на 11, то оно не делится на 22

3.44. Пусть число a делится на число n , а число b не делится на число n . Что можно сказать о делимости на n чисел $a + b$, $a - b$ и $a \cdot b$?

3.45. Верны ли утверждения? Если нет – приведите контрпримеры. А) Если сумма двух слагаемых делится на некоторое число, то и каждое слагаемое делится на это число. Б) Если ни одно слагаемое не делится на некоторое число, то и сумма не делится на это число. В) Если произведение двух чисел делится на некоторое число, то один из множителей делится на это число. Д) Если ни один из множителей не делится на некоторое число, то и произведение этих множителей не делится на это число.

3.46. А) Докажите, что сумма трёх последовательных натуральных чисел делится на 3. Б) Докажите, что сумма пяти последовательных натуральных чисел делится на 5. В) Докажите, что сумма двух последовательных нечётных чисел делится на 4. Г) Докажите, что сумма трёх последовательных чётных чисел делится на 6.

СХ. Две тетради стоят столько же, сколько три карандаша, а шесть карандашей — столько же, сколько пять ручек. Ивар купил 15 ручек. Сколько тетрадей он мог бы купить за те же деньги?

Решето Эратосфена.

Итак, с точки зрения разложения на множители все числа делятся на три группы: простые, составные и число 1. Ещё раз отметим: так как умножение на 1 не изменяет числа, то в разложении на множители 1 не пишут, а число 1 по определению не является ни простым, ни составным. Любое натуральное число можно разложить на простые множители. Но как проверить, является ли число простым или составным? Ведь для этого надо перебирать натуральные числа и проверять, являются ли они делителями данного числа. Так легко найти первые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... А для того, чтобы исследовать, например, число 157, нужно уже произвести много вычислений. Ещё в Древней Греции математики изучали простые числа и пытались найти простой способ нахождения простых чисел. Такой способ придумал математик Эратосфен. По его имени этот способ называется «решето Эратосфена». Запишем первые сто чисел в таблицу 10×10 :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Вычеркнем число 1, так как оно не относится ни к простым, ни к составным числам. Обведём число 2 в квадратик и вычеркнем все числа, которые делятся на 2. Первое невычеркнутое число – число 3 – является простым. Обведём его в квадратик и вычеркнем из оставшихся все числа, кратные 3. Первое после числа 3 невычеркнутое число – число 5 – является простым. В самом деле, если мы его ещё не вычеркнули, то оно не делится ни на одно из простых чисел, меньших его. Обведём число 5 в квадратик и вычеркнем из оставшихся все числа, которые делятся на 5. Первое после числа 5 невычеркнутое число – число 7. Обведём его в квадратик и вычеркнем из оставшихся все числа, которые делятся на 7. Мы получаем следующее простое число – 11. Действуя далее таким же образом, мы получим все простые числа до 100. Перечислим их:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Древние греки делали записи на покрытых воском табличках, а числа не вычёркивали, а выкалывали иглой, так что в конце вычислений таблица напоминала решето. Поэтому метод и называют «решето Эратосфена»: в этом решете мы просеиваем натуральные числа, и простые числа отсеиваются от остальных.

3.47. С помощью решета Эратосфена «просейте» натуральные числа до числа 300. Выпишите получившиеся простые числа.

3.48. Разложите на простые множители число $100!$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	261	263	264	265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

Признаки делимости.

Для того чтобы узнать, делится ли одно число на другое, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки делимости, позволяющие в некоторых случаях получить ответ на этот вопрос по самой записи числа. Самый простой признак – это признак делимости на 10. Возьмём, например, число 570. Так как оно заканчивается на ноль, то его можно представить в виде произведения $570 = 57 \cdot 10$, то есть число 570 делится на 10. Возьмём число 745. Это число нетрудно поделить на 10 с остатком: $745 = 10 \cdot \underline{74} + \underline{5}$, то есть 745 нацело на 10 не делится. Подобные наблюдения позволяют сформулировать следующий признак делимости.

**Если запись натурального числа оканчивается на ноль,
то число делится на 10.**

**Если запись натурального числа оканчивается любой другой цифрой,
то число на 10 не делится.**

Решето Эратосфена позволяет легко вывести наиболее простые признаки делимости: признак делимости на 2 и признак делимости на 5. Когда мы вычёркивали числа, кратные двум, мы вычёркнули все столбцы чисел, которые оканчиваются на 0, 2, 4, 6 или 8. А когда мы вычёркиваем числа, которые делятся на 5, мы вычёркиваем столбцы чисел, которые оканчиваются на 0 и 5. Сформулируем признаки делимости.

**Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8,
то число является чётным, то есть делится на 2.**

**Если запись натурального числа оканчивается цифрой 1, 3, 5, 7 или 9,
то число является нечётным, то есть не делится на 2.**

**Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5,
то число делится на 5.**

**Если запись натурального числа оканчивается любой другой цифрой,
то число на 5 не делится.**

Мы сформулировали эти признаки делимости без доказательства, просто как наблюдение за решетом Эратосфена. Докажем признак делимости на 2 на примере конкретного числа. Например, рассмотрим число 578. Его можно представить в следующем виде: $578 = 570 + 8 = 57 \cdot 10 + 8$. Так как 10 делится на 2, то $57 \cdot 10$ также делится на 2. Число 8 тоже делится на 2. А если каждое слагаемое делится на 2, то и сумма делится на 2. Рассмотрим теперь число 579. Это число можно представить в виде $579 = 578 + 1$, где число 578 делится на 2, как мы уже выяснили. Следовательно, 579 делится на 2 с остатком 1, то есть не делится на 2 нацело. В остальных случаях доказательство проводится аналогично.

Докажем признак делимости на 5. Если число заканчивается на ноль, то оно делится на 10, а значит – делится и на 5 (обязательно объясните почему!). Пусть число заканчивается на 5. Рассмотрим, например, число 5775. Представим его в следующем виде: $5775 = 5770 + 5 = 577 \cdot 10 + 5$. Так как 10 делится на 5, то $577 \cdot 10$ также делится на 5. Число 5, очевидно, делится на 5. Итак, каждое слагаемое делится на 5. Значит, вся сумма тоже делится на 5. Теперь рассмотрим число 5778. Представим его в следующем виде: $5778 = 5775 + 3$, где число 5775 делится на 5, как мы уже доказали. Значит, 5778 делится на 5 с остатком 3, то есть не делится на 5 нацело. В остальных случаях доказательство проводится аналогично.

3.49. Даны числа: 234, 574, 2345, 4650, 245, 24576, 90, 2457, 755, 75590, 23, 357, 90876, 90867, 235, 2354, 578, 1010, 654, 123. Используя признаки делимости на 2, 5 и 10, выберите из этих чисел те, которые:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| А) делятся на 2; | Б) делятся на 5; |
| В) делятся на 10; | Г) не делятся на 2; |
| Д) не делятся на 5; | Е) не делятся на 10; |
| Ё) делятся на 2, но не делятся на 5; | Ж) делятся на 5, но не делятся на 2; |
| З) не делятся ни на 2; ни на 5; | И) делятся и на 2, и на 5. |

3.50. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 894, 890, 7800, 6721, 736, 749, 595, 7935, 348, 483, 529, 5395, 766, 100, 1002, 2001, 2012, 3015, 8945, 6850.

3.51. А) Докажите, что $11 \cdot 21 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 51 - 111$ делится на 10. Б) Докажите, что $16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46 \cdot 56 \cdot 66 - 1$ делится на 5. В) Докажите, что $5^{2012} - 7$ делится на 2

СХІ. Соня и Ваня разрезали два одинаковых прямоугольника. У Сони получилось два прямоугольника каждый периметром 40 см, а у Вани – два прямоугольника каждый периметром 50 см. Какой периметр имели первоначальные прямоугольники?

3.52. Перечислите все натуральные числа x , которые удовлетворяют следующим условиям:

- | | |
|---|---|
| А) $82 < x < 99$, x делится на 2 | Б) $72 < x < 109$, x делится на 5 |
| В) $104 \leq x \leq 119$, x делится на 2 | Г) $173 \leq x \leq 205$, x делится на 5 |
| Д) $213 < x < 225$, x не делится на 2 | Е) $123 < x < 137$, x не делится на 5 |
| Ё) $546 \leq x < 557$, x не делится на 2 | Ж) $234 < x < 245$, x не делится на 5 |
| З) $456 < x < 510$, x делится на 2 | И) $1580 \leq x < 1661$, x делится на 10 |
| Й) $644 < x < 661$, x делится на 2, но не делится на 5 | |
| К) $1232 < x < 1267$, x делится на 5, но не делится на 2 | |
| Л) $987 \leq x \leq 1006$, x не делится ни на 2, ни на 5 | |
| М) $880 < x \leq 950$, x делится и на 2, и на 5 | |

Аналогично – с помощью десятичной записи – формулируется и доказывается признак делимости на 4. Рассмотрим, например, числа 524 и 718. Эти числа можно представить в виде: $524 = 500 + 24 = 5 \cdot 100 + 24$, $718 = 700 + 18 = 7 \cdot 100 + 18$. Так как 100 делится на 4, то $5 \cdot 100$ и $7 \cdot 100$ делятся на 4. При этом 24 делится на 4, а 18 не делится на 4. Следовательно, 524 делится на 4, а 718 – нет. Сформулируем теперь признак делимости на 4.

**Натуральное число делится на 4, если двузначное число,
составленное из двух последних цифр его записи, делится на 4.**

**Если же двузначное число, составленное из двух последних цифр его записи,
не делится на 4, то и само число на 4 не делится**

Аналогично можно доказать признаки делимости на 25 и на 8. Здесь мы приведём только формулировки этих признаков, а доказательство оставим просвещённому читателю.

**Натуральное число делится на 25, если двузначное число,
составленное из двух последних цифр его записи, делится на 25,
то есть данное число оканчивается на 00, 25, 50 или 75.**

Во всех остальных случаях натуральное число на 25 не делится.

**Число делится на 8, если трёхзначное число,
составленное из трёх последних цифр его записи, делится на 8.**

Во всех остальных случаях натуральное число на 8 не делится.

3.53. Перечислите все двузначные числа, которые делятся на 4. Перечислите все наборы из двух цифр, на которые может оканчиваться запись натурального числа, которое делится на 4.

3.54. Докажите признаки делимости на 25 и на 8. Подсказка: 100 делится на 25 и 1000 делится на 8.

3.55. Сформулируйте и докажите признак делимости на 125. Подсказка: 1000 делится на 125. Обязательно перечислите все трёхзначные числа, которые делятся на 125.

3.56. Даны числа: 4564, 234, 126, 1256, 1200, 13134, 1348, 508, 3202, 7643, 7654, 1292, 3100, 3106, 3108, 3110, 31112, 5722, 8730, 3032. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

А) делятся на 4

Б) не делятся на 4

В) делятся на 2, но не делятся на 4

Г) делятся на 8

Д) делятся на 10

Е) делятся на 25

3.57. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 614, 5120, 736, 704, 1802, 1816, 2032, 2357, 575716, 5742, 90012, 1700, 1007, 8032, 3028, 3082, 4000, 4044, 4404, 4046.

3.58. Даны числа: 635, 875, 3750, 7065, 12375, 2070, 1225, 3492, 34125, 9000, 4050, 4005, 597, 985, 5625, 11515, 15000, 10500, 10050, 5770. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

А) делятся на 25

Б) не делятся на 25

В) делятся на 5, но не делятся на 25

Г) делятся на 125

Д) делятся на 10

Е) делятся на 4

3.59. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 555, 2040, 9099, 725, 670, 850, 1075, 1200, 1750, 1507, 1705, 1425, 1875, 18785, 7635, 3250, 3245, 10025, 995, 2375.

СХII. Путешественник оказался в какой-то из двух стран – А или Я. Он знает, что все жители страны А по чётным числам говорят правду, а по нечётным – лгут, а жители страны Я – наоборот, по нечётным числам говорят правду, а по чётным – лгут. Может ли путешественник, задав один-единственный вопрос первому встречному, узнать, в какой из стран он находится?

3.60. Даны числа: 6736, 8400, 7525, 906, 3625, 2788, 5000, 3750, 3016, 722, 425, 8632, 6500, 9765, 8944, 1398, 8785, 14424, 6775, 8793, 6256, 6265, 6275, 5775, 7755, 5522, 5544. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| А) делятся на 4 | Б) не делятся на 4 |
| В) делятся на 25 | Г) не делятся на 25 |
| Д) делятся на 2, но не делятся на 4 | Е) делятся на 5, но не делятся на 25 |
| Ё) делятся на 8 | Ж) делятся на 125 |
| З) делятся на 10 | И) делятся на 4, но не делятся на 8 |

3.61. Перечислите все натуральные числа x , которые удовлетворяют следующим условиям:

- | | |
|--|--|
| А) $113 < x < 129$, x делится на 4 | Б) $156 < x < 185$, x делится на 4 |
| В) $217 \leq x < 234$, x не делится на 4 | Г) $248 \leq x \leq 267$, x не делится на 4 |
| Д) $70 < x < 180$, x делится на 25 | Е) $190 < x < 320$, x делится на 25 |
| Ё) $1650 \leq x < 1875$, x делится на 25 | Ж) $4325 < x \leq 4550$, x делится на 25 |
| Ё) $7408 \leq x < 7446$, x делится на 8 | Ж) $57808 < x \leq 57892$, x делится на 8 |
| З) $6790 < x \leq 6857$, x делится на 10 | И) $13250 < x \leq 13330$, x делится на 10 |
| Й) $944 \leq x < 976$, x делится на 2, но не делится на 4 | |
| К) $5708 < x \leq 5765$, x делится на 4, но не делится на 8 | |
| Л) $1225 \leq x \leq 1450$, x делится на 25, но не делится на 125 | |

3.62. Для числа 6252 укажите ближайшее к нему натуральное число, которое кратно числу

- | | | | | | | |
|------|------|------|------|-------|-------|--------|
| А) 2 | Б) 4 | В) 5 | Г) 8 | Д) 10 | Е) 25 | Ё) 125 |
|------|------|------|------|-------|-------|--------|

3.63. Для числа 5557 укажите ближайшее к нему натуральное число, которое кратно числу

- | | | | | | | |
|------|------|------|------|-------|-------|--------|
| А) 2 | Б) 4 | В) 5 | Г) 8 | Д) 10 | Е) 25 | Ё) 125 |
|------|------|------|------|-------|-------|--------|

3.64. Найдите неизвестную цифру числа, если известно, что число делится на 4:

- | | | | | |
|-----------|------------|------------|-------------|------------|
| А) $546*$ | Б) $876*4$ | В) $5685*$ | Г) $9007*8$ | Д) $654*6$ |
| Е) $356*$ | Ё) $65*0$ | Ж) $9942*$ | З) $46*52$ | И) $45*3$ |

СХІІІ. Имеется 9 кг сахарного песка. Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах отмерить 2 кг песка с помощью одной гири 200 г?

Признаки делимости на 3 и на 9.

Признаки делимости на 2, 4, 5, 8, 10, 25, 125 используют одну, две или три последние цифры в десятичной записи натурального числа. Гораздо интереснее формулируются и доказываются признаки делимости на 3 и на 9. Сначала приведём формулировки этих признаков.

Если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3.

Если же сумма цифр числа не делится на 3, то и число не делится на 3.

Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9.

Если же сумма цифр числа не делится на 9, то и число не делится на 9.

Докажем признак делимости на 9 на примере конкретных трёхзначных чисел. Рассмотрим числа 785 и 558. По определению десятичной записи числа эти числа можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} 785 &= 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5 = 7 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 5 = \\ &= 7 \cdot 99 + 7 + 8 \cdot 9 + 8 + 5 = \underbrace{(7 \cdot 99 + 8 \cdot 9)}_{\text{делится на 9}} + \underbrace{(7 + 8 + 5)}_{\text{сумма цифр}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 558 &= 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 = 5 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 8 = \\ &= 5 \cdot 99 + 5 + 5 \cdot 9 + 5 + 8 = \underbrace{(5 \cdot 99 + 5 \cdot 9)}_{\text{делится на 9}} + \underbrace{(5 + 5 + 8)}_{\text{сумма цифр}} \end{aligned}$$

Таким образом, мы можем представить трёхзначное число в виде двух слагаемых, первое из которых всегда делится на 9, а второе является суммой цифр данного числа. В первом случае сумма цифр $7 + 8 + 5 = 20$ не делится на 9. Значит, и само число 785 также не делится на 9 (обязательно объясните почему). Во втором случае сумма цифр $5 + 5 + 8 = 18$ делится на 9. Так как каждое слагаемое делится на 9, то и число 558 делится на 9. Такими же рассуждениями можно доказать признак делимости на 3, что мы и предоставляем сделать просвещённому читателю.

Любопытный читатель может полюбопытствовать: «А существуют ли признаки делимости на другие числа?» Конечно, существуют. Мы не приводим этих признаков здесь, так их доказательство и использование сложнее. О некоторых других признаках делимости любопытный читатель может прочитать в седьмой главе.

3.65. Докажите признак делимости на 3 на примере какого-нибудь четырёхзначного числа.

3.66. Докажите признак делимости на 9 на примере какого-нибудь пятизначного числа.

3.67. Даны числа: 567, 987, 3506, 715, 618, 5309, 6228, 723, 24520, 427, 28728, 40997, 24529, 997263, 2720, 901872, 5757, 231, 908118567. Для каждого числа вычислите сумму его цифр.

Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

А) делятся на 3

Б) не делятся на 3

В) делятся на 9

Г) не делятся на 9

Д) делятся на 3, но не делятся на 9

Е) делятся на 4

3.68. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 711, 965, 789, 2234, 343443, 4576, 67617, 4416, 8567, 45738, 2352, 4050607, 95886, 45118, 28284, 524, 74994, 795978.

3.69. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 1225, 1328, 450072, 3345315, 98721, 2727726, 343444, 12345555, 1728, 67856471, 678564713, 787855545, 579561, 996.

3.70. Даны числа: 354, 45125, 783, 13072, 12306, 6144, 585, 846, 7281, 3425, 3585, 5670, 563382, 3456, 5675, 7816, 15492, 7802, 6750, 51437934, 26718, 3108, 5235, 3780. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

А) делятся на 2

Б) не делятся на 2

В) делятся на 4

Г) не делятся на 4

Д) делятся на 5

Е) не делятся на 5

Ё) делятся на 10

Ж) делятся на 25

З) делятся на 125

И) делятся на 8

Й) делятся на 3

К) делятся на 9

Л) делятся на 2, но не делятся на 4

М) делятся на 5, но не делятся на 25

Н) делятся на 3, но не делятся на 9

О) делятся и на 2, и на 3

П) делятся и на 3, и на 4

Р) делятся и на 2, и на 9

С) делятся и на 3, и на 5

Т) делятся и на 5, и на 9

3.71. Даны числа: 3948, 76895, 62928, 795, 397080, 7655, 5625 56750, 5934, 5436, 468, 876, 7440, 999270, 76565, 65428, 549525, 45105, 135108, 388260, 45675. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| А) делятся и на 3, и на 4 | Б) делятся и на 2, и на 9 |
| В) делятся и на 3, и на 5 | Г) делятся и на 5, и на 9 |
| Д) делятся и на 3, и на 25 | Е) делятся и на 9, и на 25 |

3.72. Используя признаки делимости и утверждения о делимости суммы и произведения, докажите, что

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| А) $234 + 6892$ делится на 2 | Б) $4565 + 845 + 760$ делится на 5 |
| В) $3416 + 76528$ делится на 4 | Г) $76504 + 6848$ делится на 4 |
| Д) $4556 + 58068$ делится на 4 | Е) $37128 + 567448$ делится на 8 |
| Ё) $789 + 462$ делится на 3 | Ж) $12345 + 903$ делится на 3 |
| З) $9261 + 702$ делится на 9 | И) $44397 + 3096$ делится на 9 |
| Й) $2345 \cdot 308$ делится на 4 | К) $4512 \cdot 347$ делится на 4 |
| Л) $865 \cdot 567$ делится на 5 | М) $1409 \cdot 4530$ делится на 5 |
| Н) $3216 \cdot 5684$ делится на 3 | О) $2821 \cdot 7800$ делится на 3 |
| П) $563478 \cdot 504$ делится на 9 | Р) $7353 \cdot 539$ делится на 9 |
| С) $526 \cdot 522$ делится на 4 | Т) $462 \cdot 78033$ делится на 9 |

3.73. С помощью признаков делимости докажите, что число не является простым:

- | | | | | |
|--------|---------|------------|-----------|------------|
| А) 325 | Б) 3446 | В) 1234569 | Г) 684909 | Д) 1234509 |
|--------|---------|------------|-----------|------------|

3.74. Из чисел, удовлетворяющих неравенству $1340 < x < 1380$, выберите те числа, которые:

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------|
| А) делятся на 3 | Б) делятся на 9 |
| В) делятся на 4 | Г) делятся на 5 |
| Д) делятся на 10 | Е) делятся на 25 |
| Ё) делятся на 8 | Ж) делятся на 125 |
| З) делятся на 3, но не делятся на 9 | И) делятся и на 4, и на 9 |

СХІV. Вычислите $\underbrace{33 \dots 33}_{2012 \text{ раз}} \cdot 4$. Подсказка: сначала вычислите $33 \cdot 4$, $333 \cdot 4$, $3333 \cdot 4$ и т.д..

3.75. Для числа 1147 укажите ближайшее к нему натуральное число, которое кратно числу:

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 8
Д) 9 Е) 10 Ё) 25 Ж) 125 З) 57

3.76. Для числа 2999 укажите ближайшее к нему натуральное число, которое кратно числу:

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 8
Д) 9 Е) 10 Ё) 25 Ж) 125 З) 57

3.77. Найдите неизвестную цифру числа, если известно, что число делится на 3:

- А) $4*7$ Б) $45*7$ В) $*569$ Г) $56*83$ Д) $90*03$

3.78. Найдите неизвестную цифру числа, если известно, что число делится на 9:

- А) $318*$ Б) $*56$ В) $48*52$ Г) $8*1$ Д) $345*97$
Е) $*568$ Ё) $4567*$ Ж) $200*007$ З) $5*68$ И) $577*5$

3.79. Дано число 21945. Вычеркните в данном числе

- А) одну цифру так, чтобы полученное число делилось на 2;
Б) две цифры так, чтобы полученное число делилось на 9.

3.80. Все натуральные числа от 1 до 99 записали подряд: 123456789101112...979899. Делится ли полученное натуральное число на 9?

3.81. *Историческая задача.* Купили 17 одинаковых тетрадей. Сколько они стоят, если за 9 таких тетрадей заплатили больше 11 рублей 30 копеек, но меньше 11 рублей 40 копеек?

3.82. Докажите, что:

- А) число $3^{100} + 1$ делится на 2
Б) число $9^{2000} - 7^{2000}$ делится на 10
В) число $6^{2000} - 3^{2000}$ делится на 5

3.83. У числа $2012!$ вычислили сумму цифр. У полученного числа снова вычислили сумму цифр. И так продолжали до тех пор, пока не получилось однозначное число. Какое число получилось?

СХV. Может ли число, составленное из нескольких четвёрок делиться на число, составленное из нескольких троек?

СХVI. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Разложение числа на простые множители.

В следующих заданиях необходимо разложить натуральные числа на простые множители. Чтобы определить какой-нибудь делитель числа, можно воспользоваться признаками делимости, которые мы обсудили выше. Мы должны предупредить просвещённого читателя, что в некоторых примерах ни один признак делимости работать не будет... В этом случае нужно терпеливо искать простой делитель, перебирая простые числа: 7, 11, 13, 17, 19 и так далее. Иногда этот перебор будет очень долгим! Так что мы желаем просвещённому читателю терпения.

3.84. Разложите числа на простые множители. Для того, чтобы определить какой-либо делитель числа, используйте признаки делимости.

А) 2828	Б) 7200	В) 936	Г) 9648	Д) 108	Е) 144	Ё) 111
Ж) 825	З) 123	И) 201	Й) 760	К) 69	Л) 145	М) 120
Н) 198	О) 456	П) 125	Р) 162	С) 128	Т) 100	У) 10000
Ф) 720	Х) 385	Ц) 475	Ч) 998	Ш) 654	Щ) 655	Ъ) 484
Ы) 10625	Ь) 9477	Э) 15876	Ю) 14256	Я) 16875	Q) 9856	W) 91125

3.85. Разложите числа на простые множители. Для того, чтобы определить какой-либо делитель числа, используйте признаки делимости.

А) 252	Б) 2520	В) 25200	Г) 252000
Д) 504	Е) 5040	Ё) 50400	Ж) 504000
З) 936	И) 9360	Й) 93600	К) 936000
Л) 248	М) 24800	Н) 2480000	О) 248000000
П) 1025	Р) 102500	С) 10250000	Т) 1025000000
У) 234	Ф) 2340	Х) 23400	Ц) 234000
Ч) 5184	Ш) 51840	Щ) 518400	Ъ) 5184000

3.86. Разложите числа на простые множители. Для того, чтобы определить какой-либо делитель числа, используйте признаки делимости.

А) 1377	Б) 2125	В) 5328	Г) 2592	Д) 7632
Е) 65664	Ё) 163125	Ж) 46575	З) 107325	И) 57024
Й) 59049	К) 52488	Л) 37908	М) 410625	Н) 32832

СХVII. Дедка вдвое сильнее Бабки, Бабка втрое сильнее Внучки, Внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее Кошки, Кошка вшестеро сильнее мышки. Как хорошо известно каждому, Дедка, Бабка, Внучка, Жучка и Кошка вместе с Мышкой могут вытащить Репку, а без Мышки – не могут. Сколько надо позвать Мышек, чтобы они сами смогли вытащить репку?

3.87. Разложите числа на простые множители. Здесь признаки делимости тоже можно использовать. Но в основном Вам придётся перебором подирать простые делители числа. Желаем Вам удачи и терпения в этом нелёгком деле!

- | | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| А) 1089 | Б) 91 | В) 997 | Г) 529 | Д) 841 |
| Е) 676 | Ё) 667 | Ж) 2431 | З) 3211 | И) 899 |
| Й) 3599 | К) 6319 | Л) 33511 | М) 9797 | Н) 96577 |
| О) 83521 | П) 43301 | Р) 2009 | С) 199547 | Т) 161051 |
| У) 1001 | Ф) 289 | Х) 361 | Ц) 3249 | Ч) 961 |
| Ш) 2275 | Щ) 13923 | Ъ) 14007 | Ы) 9176 | Ь) 10153 |
| Э) 20216 | Ю) 20120 | Я) 37518 | Q) 35834 | W) 20449 |

3.88. Разложите «большие» числа на простые множители:

- | | | | |
|---------------|-------------|--------------|--------------|
| А) 1297265625 | Б) 33807375 | В) 848425054 | Г) 215656441 |
| Д) 1974901500 | Е) 53187849 | Ё) 116640000 | Ж) 14815440 |

3.89. Найдите общие делители чисел:

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| А) 36 и 45 | Б) 22 и 44 | В) 63 и 49 | Г) 87 и 91 |
| Д) 15 и 21 | Е) 72 и 48 | Ё) 96 и 88 | Ж) 57 и 76 |

3.90. Сколько существует способов разделить 36 конфет на одинаковые порции?

3.91. В классе 24 ученика. Их надо разбить на группы так, чтобы в каждой группе было одно и то же число учеников. На какие группы можно разбить класс?

3.92. В одной группе 36 спортсменов, в другой – 40 спортсменов. Сколько имеется возможностей для построения спортсменов так, чтобы группы шли одна за другой одинаковыми рядами?

3.93. Имеется 18 синих и 12 жёлтых флажков. Используя все флажки, нужно составить несколько одинаковых гирлянд. Укажите все возможные способы составления таких гирлянд.

3.94. Некоторое количество конфет можно разложить в коробки: по 10 штук в каждую или по 12 штук в каждую (в обоих случаях все коробки будут заполнены. Сколько может быть конфет, если известно, что их количество меньше, чем 200?

3.95. Алюминиевую трубу необходимо без отходов разрезать на равные части. Какую наименьшую длину должна иметь труба, чтобы её можно было разрезать как на части длиной 6 м, так и на части длиной 8 м?

3.96. Партию видеокассет необходимо упаковать и отправить в магазины на продажу. А) Сколько кассет можно без остатка упаковать как в ящики по 60 штук, так и в коробки по 45 штук, если известно, что всего кассет меньше 200? Б) Каково наибольшее количество магазинов, к которые можно поровну распределить 24 комедии и 20 мелодрам? Сколько фильмов каждого жанра при этом получит один магазин?

3.97. Привезённые в школу тетради необходимо поровну и без остатка распределить между учениками. Каково наибольшее количество учеников, между которыми можно распределить 112 тетрадей в клетку и 140 тетрадей в линейку?

СХVIII. В равенстве $101 - 102 = 1$ передвиньте одну цифру так, чтобы оно стало верным.

Наибольший общий делитель.

Любые два натуральных числа имеют хотя бы один общий делитель – число 1. У некоторых чисел могут быть и другие общие делители. Например, рассмотрим числа 16 и 24. Выпишем все делители числа 16: 1, 2, 4, 8, 16. Теперь выпишем все делители числа 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Мы видим, что кроме единицы, числа 16 и 24 имеют следующие общие делители: 2, 4, 8. Наибольшим общим делителем этих чисел является число 8. Введём обозначение: $НОД(16, 24) = 8$.

Рассмотрим ещё один пример: 35 и 182. Выпишем делители меньшего из этих двух чисел: 1, 5, 7, 35. По очереди – начиная с большего делителя – будем делить 182 на эти числа. Так как 182 не делится на 5 (почему?), то 182 не делится на 35. Далее, поделим 182 на 7: $182 = 7 \cdot 26$ – делится! Значит, число 7 является наибольшим общим делителем 182 и 35: $НОД(35, 182) = 7$.

В некоторых задачах необходимо найти НОД – наибольший общий делитель – двух (или нескольких) натуральных чисел. Это всегда можно сделать перебором: выписать все делители каждого из чисел и найти НОД. Можно сократить перебор: достаточно по очереди проверить, какие из делителей меньшего из двух чисел являются делителем большего. Однако практически эти способы применимы лишь в тех случаях, когда числа не очень большие. В общем случае найти НОД двух или нескольких натуральных чисел помогает разложение на простые множители. Найдём наибольший общий делитель чисел 1968 и 2520. Разложим каждое из этих чисел на простые множители:

$$1968 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 41, \quad 2520 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Как мы знаем, разложение делителя на простые множители всегда является частью разложения на простые множители самого числа. Поэтому чтобы найти наибольший общий делитель, нам надо взять наибольшую общую часть в разложении этих чисел на простые множители:

$$1968 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 41 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 2 \cdot 41, \quad 2520 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 5 \cdot 7.$$

Таким образом, 1968 и 2520 делятся на $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Большого общего делителя у них нет, так как все оставшиеся (за скобками) простые множители – различны. Итак, $НОД(1968, 2520) = 24$.

Вычислим $НОД(56, 81)$. Имеем: $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$, $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$. Мы видим, что в разложении этих чисел на простые множители одинаковых множителей нет. Это означает, что $НОД(56, 81) = 1$. Такие числа называются **взаимно простыми**.

Сформулируем теперь алгоритм нахождения наибольшего общего делителя двух (или нескольких) натуральных чисел.

- 1. Разложить данные числа на простые множители.**
- 2. Найти наибольшую общую часть в разложении этих чисел на простые множители. Если общих простых множителей нет, то числа являются взаимно простыми, то есть их наибольший общий делитель равен единице.**
- 3. Выписать НОД в виде произведения простых множителей; если необходимо – вычислить это произведение.**

Заметим, что при вычислении наибольшего общего делителя удобно выписывать разложения на простые множители одно под другим и подчёркивать (или обводить в квадратики) общие для всех чисел простые множители. Найдём $НОД(60, 72, 96)$. Имеем:

$$60 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$$

$$72 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot 2 \cdot \boxed{3} \cdot 3$$

$$96 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \boxed{3}$$

Ответ: $НОД(60, 72, 96) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$.

3.98. Докажите, что два (или несколько) натуральных числа всегда имеют хотя бы один общий делитель. Какой?

3.99. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите их наибольший общий делитель, используя указанный выше алгоритм:

А) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

Б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

В) $a = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19$

Г) $a = 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 31$, $b = 3 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37$

Д) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13$

Е) $a = 5 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 31$, $b = 5 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 47$

Ё) $a = 7 \cdot 17 \cdot 37 \cdot 47 \cdot 67 \cdot 97$, $b = 7 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$

Ж) $a = 5 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 29$, $b = 13 \cdot 13 \cdot 59 \cdot 79$

З) $a = 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 19$

И) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41$, $b = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 61$

Й) $a = 11 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 23$

К) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$

Л) $a = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 29$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

М) $a = 2 \cdot 7 \cdot 43 \cdot 47$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67 \cdot 71$

Н) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

О) $a = 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 59 \cdot 59$, $b = 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 59 \cdot 79$

СХИХ. А) Можно ли разменять 25 рублей одиннадцатью купюрами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей? Б) Можно ли разменять 25 рублей десятью купюрами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей?

3.100. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите их наибольший общий делитель, используя указанный выше алгоритм:

А) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$, $c = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

Б) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$

В) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$, $c = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$

Г) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 7 \cdot 11$, $c = 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13$

Д) $a = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 17$, $b = 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 19 \cdot 23$, $c = 3 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 31$

Е) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$

Ё) $a = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13$, $c = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 17$

Ж) $a = 2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 37$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41$

З) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 41$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 61$, $c = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 53$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 41$

И) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37$, $c = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31$, $d = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 59$

Й) $a = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, $c = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13$, $d = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 23$

К) $a = 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37$, $b = 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41$, $c = 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43$, $d = 41 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 53$

Л) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$, $d = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$

М) $a = 5 \cdot 7 \cdot 61 \cdot 61 \cdot 67$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 61 \cdot 61 \cdot 71$, $c = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 61 \cdot 61 \cdot 61$, $d = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 61 \cdot 97$

3.101. Найдите наибольший общий делитель двух чисел:

А) 14 и 49

Б) 12 и 27

В) 64 и 96

Г) 81 и 108

Д) 19 и 95

Е) 57 и 114

Ё) 32 и 125

Ж) 75 и 135

З) 180 и 210

И) 125 и 462

Й) 504 и 720

К) 144 и 300

Л) 161 и 350

М) 108 и 360

Н) 203 и 560

О) 14 и 140

П) 71 и 72

Р) 4914 и 4915

С) 432 и 324

Т) 1512 и 1764

У) 78 и 273

Ф) 51 и 136

Х) 123 и 369

Ц) 677 и 678

Ч) 1150 и 1035

Ш) 2175 и 1160

Щ) 1488 и 2325

Ъ) 304 и 1520

Ы) 5125 и 6642

Ь) 13932 и 17200

Э) 56 и 5600

Ю) 5600 и 5601

Я) 35280 и 2156

Q) 20000 и 7875

W) 1824 и 7125

Z) 57 и 3249

СХХ. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?

3.102. В каком случае наибольшим общим делителем двух чисел является одно из этих чисел? Приведите примеры.

3.103. Докажите, что два соседних натуральных числа являются взаимно простыми.

3.104. А) Докажите, что наибольший общий делитель двух последовательных чётных чисел равен 2. Б) Докажите, что два последовательных нечётных числа взаимно просты.

3.105. Найдите наибольший общий делитель с помощью разложения на простые множители:

- | | | | |
|-------------------------|----------------------|-------------------------|---------------------|
| А) 12, 18 и 28 | Б) 36, 54 и 108 | В) 96, 48 и 134 | Г) 315, 175, 588 |
| Д) 162, 288 и 270 | Е) 572, 4675 и 814 | Ё) 945, 6510 и 615 | Ж) 1568, 429 и 2873 |
| З) 24, 63 и 560 | И) 56, 910 и 693 | Й) 91, 21 и 390 | К) 170, 187 и 1377 |
| Л) 648, 1539 и 3969 | М) 684, 1425 и 627 | Н) 76, 760 и 475 | О) 98, 784 и 1323 |
| П) 40, 64, 82 и 122 | Р) 65, 78, 130 и 286 | С) 12, 32, 44 и 204 | Т) 13, 17, 34 и 39 |
| У) 144, 162, 450 и 882 | | Ф) 240, 1215, 345 и 855 | |
| Х) 567, 2625, 336 и 441 | | Ц) 171, 1425, 456 и 399 | |

3.106. Из следующих чисел выберите все пары взаимно простых чисел:

- | | | | |
|------------------|------------------|----------------|------------------|
| А) 33, 105 и 128 | Б) 40, 175 и 243 | В) 34, 21 и 85 | Г) 57, 171 и 121 |
|------------------|------------------|----------------|------------------|

3.107. Придумайте составное число, которое было бы взаимно простым с каждым из чисел

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| А) 34, 77 и 195 | Б) 39, 85 и 154 | В) 34, 43 и 48 | Г) 57, 58 и 60 |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|

3.108. Известно, что три числа взаимно просты. Верно ли, что любые два из них также взаимно просты? Приведите примеры.

СХХI. В зоомагазине продают больших и маленьких птиц. Большая птица стоит вдвое дороже маленькой. Одна дама купила 5 больших птиц и 3 маленьких, а другая – 5 маленьких и 3 больших. При этом первая дама заплатила на 2000 рублей больше. Сколько стоит каждая птица?

СХХII. Из набора гирек с массами 1, 2, ..., 101 г потерялась гирька массой 20 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы? Решите эту же задачу при условии, что потерялась гирька массой 19 г.

Взаимно простые числа.

Уважаемый просвещённый читатель! Обязательно решите следующую задачу! В этой задаче надо либо объяснить (доказать) некоторое утверждение, либо привести контрпример, то есть конкретный числовой пример, опровергающий данное утверждение.

- 3.109. А) Известно, что число n делится на 5 и на 7. Верно ли, что число n делится на 35?
Б) Известно, что число n делится на 4 и на 6. Верно ли, что число n делится на 24?
В) Известно, что число n делится на 4 и на 15. Верно ли, что число n делится на 60?
Г) Известно, что число n делится на 6 и на 9. Верно ли, что число n делится на 54?
Д) Известно, что число n делится на 5 и на 12. Верно ли, что число n делится на 60?
Е) Известно, что число n делится на 10 и на 15. Верно ли, что число n делится на 150?
Ё) Известно, что число n делится на 3 и на 19. Верно ли, что число n делится на 57?

Уважаемый просвещённый читатель! Давайте попытаемся обобщить результаты предыдущей задачи и сформулировать факт, который называют «основной леммой арифметики».

3.110. Известно, что число n делится на числа a и b . В каком случае можно утверждать, что число n делится на произведение $a \cdot b$? Объясните свой ответ.

Мы надеемся, что просвещённый читатель самостоятельно сделал следующее простое, но очень важное наблюдение, называемое основной леммой арифметики.

Если n делится на взаимно простые числа a и b ,

то n делится и на их произведение $a \cdot b$.

Если же числа a и b не являются взаимно простыми,

то из делимости числа n на a и b

не следует делимость числа n на произведение $a \cdot b$.

Это утверждение позволяет сформулировать новые признаки делимости. Например, выведем признак делимости на 6. Как известно, $6 = 2 \cdot 3$, причём числа 2 и 3 являются взаимно простыми (почему?). Значит, чтобы число n делилось на 6, достаточно, чтобы n делилось на 2 и на 3. Комбинируя признаки делимости на 2 и на 3, мы получаем признак делимости на 6.

Натуральное число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3, то есть если его запись оканчивается на чётную цифру и сумма его цифр делится на 3.

3.111. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 72, 75, 225. Запишите формулировки этих признаков в тетради.

3.112. Даны числа: 23331, 19266, 69930, 45768, 95550, 48015, 169575, 568575, 10125, 43188, 80316, 12615, 92862, 39195, 245025, 116964, 76809, 345675. Используя признаки делимости, выберите из этих чисел те, которые делятся на:

А) 3	Б) 9	В) 4	Г) 5	Д) 25	Е) 6	Ё) 12
Ж) 15	З) 18	И) 30	Й) 36	К) 45	Л) 75	М) 225

3.113. Ответьте на все вопросы предыдущей задачи для следующего набора чисел: 1688148, 809862, 134835, 539362125, 1660970025, 2406492, 456728, 91854, 110700, 332194005, 38875200, 3145725, 456755, 345625, 34567804.

3.114. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 6:

А) 354*7*	Б) *4567*	В) 67*348*	Г) 5678**
-----------	-----------	------------	-----------

3.115. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 12:

А) 56*0*	Б) 2*53*8	В) 47*89*2	Г) *687*
----------	-----------	------------	----------

СХХІІІ. Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. После 7 стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?

3.116. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 15:

- А) $5070*0*$ Б) $575*7*$ В) $*3456*$ Г) $384**$

3.117. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 18:

- А) $8099**$ Б) $23*46*$ В) $*5757*$ Г) $3588*9*$

3.118. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 36:

- А) $34**6$ Б) $74*56*$ В) $*236*8$ Г) $4*59*$

3.119. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 30:

- А) $4*2*$ Б) $34*98*$ В) $961**$ Г) $*9128*$

3.120. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 45:

- А) $92*4*$ Б) $648*6776*$ В) $1578**$ Г) $*1287*$

3.121. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 75:

- А) $3*5**$ Б) $68***$ В) $24*9**$ Г) $*78**$

3.122. Найдите неизвестные цифры числа, если известно, что число делится на 225:

- А) $3*6**$ Б) $*347**$ В) $674*674**$ Г) $956***$

3.123. Замените звёздочки двумя одинаковыми цифрами так, чтобы

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| А) число $8*3*$ делилось на 3 | Б) число $*18*$ делилось на 9 |
| В) число $2**2$ делилось на 3 | Г) число $*6*3$ делилось на 9 |
| Д) число $11**$ делилось на 15 | Е) число $4*2*$ делилось на 30 |
| Ё) число $5*7*$ делилось на 6 | Ж) число $1*23*$ делилось на 12 |
| З) число $547*8*$ делилось на 18 | И) число $*1*2$ делилось на 36 |

3.124. Верны ли утверждения? Объясните свой ответ. Если утверждение неверно, приведите контрпример. А) Два чётных числа не могут быть взаимно простыми. Б) Чётное и нечётное число всегда взаимно просты. В) Два различных простых числа являются взаимно простыми. Г) Два различных составных числа не могут быть взаимно простыми. Д) Два последовательных натуральных числа всегда взаимно просты.

3.125. А) Известно, что произведение $6 \cdot a$ делится на 7. Верно ли, что a делится на 7?
Б) Известно, что $6 \cdot a$ делится на 15. Верно ли, что a делится на 15?

СХХIV. В корзине лежат 30 грибов — рыжиков и груздей. Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов — хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине?

СХХV. На какое наименьшее число частей надо разрезать торт, чтобы его можно было раздать поровну как троим, так и четверым? Подсказка: части не обязательно должны быть равные.

Наименьшее общее кратное.

Любые два числа имеют общее кратное. Например, произведение $12 \cdot 30 = 360$ делится и на 12, и на 30. Однако существуют и меньшие числа, кратные 12 и 30 одновременно. Например, 180, 120, 60. Число 60 является наименьшим общим кратным. Обозначение: $НОК(12, 30) = 60$. Наименьшее общее кратное всегда можно найти, перебирая кратные одного из чисел (лучше брать большее число). Например, найдём $НОК(36, 54)$. Рассмотрим числа, кратные числу 54: $54 \cdot 1$, $54 \cdot 2$, $54 \cdot 3$ и т.д. $54 \cdot 1 = 54$ на 36 не делится, так что 54 не является наименьшим общим кратным. Смотрим следующее число: $54 \cdot 2 = 108 = 36 \cdot 3$ – делится на 36. Следовательно, $НОК(36, 54) = 108$.

Ясно, что такой способ поиска наименьшего общего кратного пригоден лишь для небольших чисел. В общем случае наименьшее общее кратное можно найти с помощью разложения на простые множители. Рассмотрим уже известный нам пример: $НОК(12, 30)$. Разложим числа 12 и 30 на простые множители: $12 = 2 \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3}$, $30 = \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$, где в квадратiki мы, как и при нахождении НОД, обвели общую часть в разложении этих чисел на простые множители. Допишем к простым множителям числа 12 «недостающий» множитель 5 из второго произведения. (Или наоборот: допишем к простым множителям числа 30 «недостающий» множитель 2 из первого произведения.) Полученное произведение $2 \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$ содержит оба разложения, а значит, кратно каждому из чисел 12 и 30: $(2 \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3}) \cdot 5 = 2 \cdot (\boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5)$. Итак, $НОК(12, 30) = 60$. Таким образом, мы приходим к следующему алгоритму нахождения НОК:

- 1. Разложить данные числа на простые множители.**
- 2. Взять разложение одного из чисел и добавить недостающие множители из разложений оставшихся чисел.**
- 3. Выписать НОК в виде произведения простых множителей; если необходимо – вычислить это произведение.**

Рассмотрим несколько примеров. Найдём $\text{НОК}(60, 72, 96)$. Имеем:

$$60 = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$$

$$72 = 2 \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 3$$

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3}$$

Возьмём разложение числа 60: $\boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5$. Мы видим, что в этом разложении не хватает числа 2 и числа 3 из разложения числа 72 и не хватает $2 \cdot 2 \cdot 2$ из разложения числа 96. Поэтому добавим $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. Получаем: $\text{НОК}(60, 72, 96) = \boxed{2} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$. Можно сказать и так: при нахождении наименьшего общего кратного нескольких чисел мы выбираем наименьший набор простых чисел, который содержит в себе разложение на простые множители каждого из данных чисел.

Найдём $\text{НОК}(32, 75)$. Имеем: $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$. Мы видим, что числа 32 и 75 являются взаимно простыми: в их разложении нет общих множителей. Поэтому чтобы найти наименьшее общее кратное этих чисел, нужно к одному разложению полностью приписать другое. Таким образом, в этом случае наименьшим общим кратным этих чисел является их произведение: $\text{НОК}(32, 75) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2400$.

Найдём $\text{НОК}(28, 35, 140)$. Имеем: $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$, $35 = 5 \cdot 7$, $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$. Нетрудно заметить, что разложение числа 140 содержит в себе и разложение числа 28, и разложение числа 35. Следовательно, $\text{НОК}(28, 35, 140) = 140$.

3.126. Докажите, что два (или несколько) натуральных числа всегда имеют хотя бы одно общее кратное. Как проще всего указать общее кратное двух (или нескольких) натуральных чисел?

3.127. Имеют ли смысл выражения наименьший общий делитель и наибольшее общее кратное?

3.128. В каком случае наименьшим общим кратным двух чисел является одно из этих чисел? Приведите примеры.

3.129. В каком случае наименьшим общим кратным двух чисел является их произведение?

3.130. Пусть a и b – натуральные числа. Проверьте на примерах и докажите, что $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = ab$.

СХХVI. Ученики двух пятых классов купили 427 учебников. Каждый купил одинаковое количество книг. Сколько было пятиклассников, и сколько учебников купил каждый из них?

3.131. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите НОД и НОК. Ответ можно оставить в виде произведения простых множителей.

А) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

Б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

В) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Г) $a = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13$

Д) $a = 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$

Е) $a = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Ё) $a = 17 \cdot 19 \cdot 23$, $b = 29 \cdot 31 \cdot 37$

Ж) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 23$, $b = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 19 \cdot 43$

З) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

И) $a = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 11$

Й) $a = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 17$

К) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

Л) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

М) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$

Н) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$, $c = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

О) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$

П) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17$, $c = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19$

Р) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11$

С) $a = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13$, $b = 7 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$, $c = 11 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$

Т) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 23$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 23 \cdot 31$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 43$

У) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$, $d = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Ф) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 17$, $c = 11 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$, $d = 7 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 17$

Х) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 13$, $c = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$, $d = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$

3.132. Даны разложения чисел на простые множители. Найдите НОД и НОК. Ответ можно оставить в виде произведения простых множителей.

А) $a = 2^3 \cdot 3^5$, $b = 2^6 \cdot 3^4$

Б) $a = 2^7 \cdot 5^9$, $b = 2^{11} \cdot 5^7$

В) $a = 7^5 \cdot 11^8$, $b = 7^7 \cdot 11^4$

Г) $a = 2^{13} \cdot 13^7$, $b = 2^{10} \cdot 13^{14}$

Д) $a = 11^{13} \cdot 13^{15}$, $b = 11^6 \cdot 13^3$

Е) $a = 17^8 \cdot 23^5$, $b = 17^{16} \cdot 23^8$

Ё) $a = 2^3 \cdot 3^7$, $b = 3^5 \cdot 5^6$

Ж) $a = 5^{10} \cdot 7^2$, $b = 5^6 \cdot 3^5$

З) $a = 11^{10} \cdot 7^{12}$, $b = 7^{13} \cdot 13^5$

И) $a = 2^{10} \cdot 17^3$, $b = 5^9 \cdot 17^5$

Й) $a = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^6$, $b = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^4$

К) $a = 3^{15} \cdot 7^{13} \cdot 19^9$, $b = 3^{17} \cdot 7^8 \cdot 19^{11}$

Л) $a = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$, $b = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3$

М) $a = 3^5 \cdot 5^7 \cdot 11^8 \cdot 17$, $b = 3 \cdot 5^8 \cdot 11^2 \cdot 17^3$

Н) $a = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^7$, $b = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5$, $c = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^{57}$

О) $a = 5^8 \cdot 11^3 \cdot 29$, $b = 5^7 \cdot 11 \cdot 29^{20}$, $c = 5^3 \cdot 11^5 \cdot 29^3$

П) $a = 2^5 \cdot 3^4$, $b = 3^4 \cdot 5^6$, $c = 5^7 \cdot 7^2$

Р) $a = 5^6 \cdot 7^3$, $b = 7^5 \cdot 17^{11}$, $c = 17^3 \cdot 37$

С) $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^8$, $b = 3 \cdot 5^2 \cdot 7^{11}$, $c = 5^5 \cdot 7^4 \cdot 11^2$

Т) $a = 11 \cdot 13^3 \cdot 31^2$, $b = 11^5 \cdot 13^4 \cdot 31$, $c = 11^9 \cdot 13^2 \cdot 31^6$

СХХVII. Сколько времени в течение суток на табло электронных часов светится хотя бы одна цифра 5 (часы не показывают секунды)?

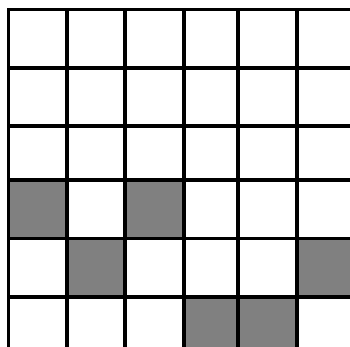
3.133. Найти НОД и НОК следующих чисел с помощью разложения на простые множители. В ответе для НОК можно указать только разложение на множители:

А) 28 и 35	Б) 16 и 56	В) 21 и 100	Г) 18 и 162
Д) 264 и 300	Е) 360 и 1020	Ё) 350 и 630	Ж) 820 и 984
З) 130 и 52	И) 122 и 8	Й) 39 и 65	К) 39 и 40
Л) 45 и 54	М) 91 и 3	Н) 36 и 15	О) 49 и 21
П) 17 и 18	Р) 50 и 85	С) 21 и 22	Т) 55 и 77
У) 120 и 75	Ф) 156 и 144	Х) 441 и 84	Ц) 57 и 76
Ч) 301 и 344	Ш) 2070 и 48300	Щ) 464 и 783	Ъ) 780 и 790
Ы) 627 и 570	Ь) 2745 и 1952	Э) 1625 и 3159	Ю) 364 и 910

3.134. Найдите наименьшее общее кратное двух чисел не используя разложение на множители, а перебирая по очереди кратные наибольшего из двух чисел:

А) 4 и 6	Б) 6 и 8	В) 6 и 9	Г) 6 и 10	Д) 10 и 15
Е) 9 и 12	Ё) 10 и 12	Ж) 12 и 15	З) 20 и 30	И) 15 и 20
Й) 15 и 25	К) 14 и 21	Л) 18 и 24	М) 12 и 16	Н) 21 и 28
О) 20 и 25	П) 25 и 30	Р) 24 и 36	С) 36 и 54	Т) 21 и 49
У) 22 и 33	Ф) 22 и 55	Х) 45 и 30	Ц) 10 и 35	Ч) 14 и 35
Ш) 45 и 18	Щ) 110 и 44	Ъ) 34 и 51	Ы) 38 и 57	Ь) 33 и 44
Э) 48 и 36	Ю) 45 и 60	Я) 25 и 35	Q) 63 и 18	W) 48 и 64

СХХVIII. В квадрате закрашена часть клеток, как показано на рисунке. Разрешается перегнуть квадрат по любой линии сетки, а затем разогнуть обратно. Клетки, которые при перегибании совмещаются с закрашенными, тоже закрашиваются. А) Покажите, как закрасить весь квадрат за 3 таких перегибания. А) Докажите, что за 2 перегибания закрасить квадрат невозможно.



3.135. Найти НОД и НОК следующих чисел с помощью разложения на простые множители.

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| А) 12, 15 и 18 | Б) 12, 16 и 20 | В) 15, 20 и 25 |
| Г) 22, 33 и 55 | Д) 20, 30, 40 | Е) 25, 35 и 40 |
| Ё) 34, 51 и 60 | Ж) 40, 45 и 55 | З) 72, 90 и 96 |
| И) 58, 87 и 435 | Й) 56, 42 и 126 | К) 1350, 525 и 532 |
| Л) 91, 169, 132 | М) 18, 42 и 60 | Н) 48, 126 и 150 |
| О) 38, 57 и 209 | П) 400, 175 и 2025 | Р) 228, 171 и 570 |
| С) 335, 1072 и 603 | Т) 110, 990 и 1375 | У) 12, 18, 20 и 28 |
| Ф) 15, 20, 25 и 30 | Х) 16, 24, 30 и 36 | Ц) 22, 55, 66 и 99 |
| Ч) 34, 51, 68 и 221 | Ш) 49, 56, 70 и 189 | Щ) 16, 40, 56 и 88 |

3.136. Докажите, что если число m делится на число n , то $\text{НОД}(m, n) = n$ и $\text{НОК}(m, n) = m$.

3.137. Найдите НОД и НОК следующих чисел. Раскладывая эти числа на простые множители совсем не обязательно! Надо быть внимательным и в каждом примере заметить какую-нибудь хитрость!

- | | | | |
|------------------|---------------------|---------------|-------------------|
| А) 25 и 100 | Б) 18 и 54 | В) 12 и 36 | Г) 11, 22 и 33 |
| Е) 57 и 114 | Ё) 11 и 12 | Ж) 25 и 16 | З) 225 и 25 |
| И) 3 и 12121212 | К) 9 и 117117117 | Л) 37 и 111 | М) 67 и 201 |
| Л) 5 и 102030405 | М) 6 и 300200100 | Н) 45 и 46485 | О) 125 и 658125 |
| П) 11 и 333333 | Р) 33 и 1000 | С) 32 и 125 | Т) 564575 и 25 |
| У) 1845675 и 45 | Ф) 12345676815 и 15 | Х) 998 и 1001 | Ц) 5757, 57 и 101 |

СХХІХ. При сложении двух целых чисел ученик по ошибке поставил во втором слагаемом лишний ноль на конце и получил в сумме 6641 вместо 2411. Определите слагаемые.

СХХХ. Пёс и кот одновременно схватили зубами батон колбасы с разных сторон. Если пёс откусит свой кусок и убежит, коту достанется на 300 г больше, чем псу. Если кот откусит свой кусок и убежит, псу достанется на 500 г больше, чем коту. Сколько колбасы останется, если оба откусят свои куски и убегут?

Глава 4. Обыкновенные дроби.

Понятие дроби.

4.1. Найдите:

А) $\frac{1}{2}$ от 34

Б) $\frac{1}{3}$ от 18

В) $\frac{1}{4}$ от 40

Г) $\frac{1}{5}$ от 35

Д) $\frac{1}{5}$ от 100

Е) $\frac{1}{5}$ от 105

Ё) $\frac{1}{5}$ от 245

Ж) $\frac{1}{5}$ от 575

З) $\frac{1}{11}$ от 22

И) $\frac{1}{17}$ от 68

Й) $\frac{1}{57}$ от 57

К) $\frac{1}{2}$ от 124

Л) $\frac{1}{100}$ от 1000

М) $\frac{1}{113}$ от 3390

Н) $\frac{1}{99}$ от 2376

О) $\frac{1}{1}$ от 7386

4.2. Найдите:

А) $\frac{2}{3}$ от 15

Б) $\frac{1}{4}$ от 28

В) $\frac{2}{5}$ от 25

Г) $\frac{5}{6}$ от 24

Д) $\frac{2}{7}$ от 42

Е) $\frac{3}{7}$ от 14

Ё) $\frac{5}{7}$ от 21

Ж) $\frac{3}{8}$ от 32

З) $\frac{5}{9}$ от 45

И) $\frac{3}{10}$ от 70

Й) $\frac{4}{11}$ от 22

К) $\frac{5}{12}$ от 36

Л) $\frac{2}{11}$ от 77

М) $\frac{13}{20}$ от 80

Н) $\frac{3}{13}$ от 39

О) $\frac{4}{25}$ от 100

4.3. Найдите:

А) $\frac{2}{3}$ от 18

Б) $\frac{3}{4}$ от 16

В) $\frac{5}{7}$ от 91

Г) $\frac{3}{8}$ от 120

Д) $\frac{5}{6}$ от 48

Е) $\frac{3}{7}$ от 49

Ё) $\frac{7}{10}$ от 50

Ж) $\frac{3}{11}$ от 99

З) $\frac{17}{21}$ от 63

И) $\frac{34}{49}$ от 980

Й) $\frac{35}{57}$ от 114

К) $\frac{31}{100}$ от 700

Л) $\frac{18}{91}$ от 273

М) $\frac{8}{13}$ от 39

Н) $\frac{9}{19}$ от 95

О) $\frac{11}{101}$ от 707

СXXXI. Расставьте в ряд числа от 1 до 100 так, чтобы любые два соседних отличались по крайней мере на 50.

- 4.4. Найдите $\frac{2}{3}$ от 3, от 6, от 9, от 57, от 16587. Объясните, почему дробь одна и та же, а ответы разные.
- 4.5. Найдите $\frac{3}{4}$ от 8, от 16, от 24, от 658436. Объясните, почему дробь одна и та же, а ответы разные.
- 4.6. Купили кусок ткани длиной 25 м 50 см и из $\frac{1}{5}$ куса сшили платье. Сколько ткани ушло на платье?
- 4.7. От дыни массой 2 кг 400 г отрезали $\frac{1}{5}$ часть дыни и $\frac{1}{6}$ дыни часть. Чему равна масса каждого отрезанного куса?
- 4.8. Петя Г. готовил уроки 1 ч 40 мин. На математику он потратил $\frac{1}{5}$ этого времени, а на историю – $\frac{1}{4}$ оставшегося времени. Сколько минут Петя Г. готовил уроки по математике и по истории?
- 4.9. Длина дороги 20 км. Заасфальтировали $\frac{2}{5}$ дороги. Сколько километров дороги заасфальтировали? Сколько осталось заасфальтировать?
- 4.10. На базу в Антарктиду доставили 22 собаки. Из $\frac{5}{11}$ всех собак составили упряжку, на которой отправились в поход. Сколько собак не вошло в упряжку?
- 4.11. Купили 5 кг 600 г сахара и израсходовали на варенье $\frac{7}{8}$ всего сахара. Сколько сахара пошло на варенье? Сколько сахара осталось?
- 4.12. Федя К. прочитал $\frac{7}{15}$ книги в которой 300 страниц. Сколько страниц прочитал Федя К.?
- 4.13. Сколько градусов составляют $\frac{4}{15}$ прямого угла?
- 4.14. Сколько градусов составляют $\frac{7}{20}$ развёрнутого угла?
- 4.15. В книге 600 страниц. Мальчик Ваня Р. прочитал в первый день половину всех страниц, а во второй – треть оставшихся. Сколько страниц ему осталось прочитать?
- 4.16. В книге 600 страниц. За два дня мальчик Гриша прочитал половину всех страниц. Сколько страниц прочитал мальчик Гриша во второй день, если в первый день он прочитал треть всех страниц?
- 4.17. Жюль Верн, «Таинственный остров». «Расстояние между двумя крайними точками, на которые опиралась бухта, составляло около восьми миль». В полумиле от берега был расположен островок, поперечник его в самом широком месте не превышал четверти мили.» Выразите данные величины в метрах, считая, что 1 миля приблизительно равна 1609 м.

СXXXII. На полке в один ряд стоят книги. Энциклопедия стоит пятой слева и семнадцатой справа. Сколько книг на полке?

- 4.18. После похода за грибами выяснилось, что из 36 грибов половину нашёл папа, треть остатка – мама, а остальные – сын. Сколько грибов нашёл сын?
- 4.19. Рабочий может выполнить заказ за 5 часов. Какую часть заказа выполнит рабочий за 1 час?
- 4.20. Бассейн наполняется водой с помощью трубы за 9 часов. Какая часть бассейна наполнится той же трубой за 1 час?
- 4.21. Маша Бр. съедает шоколадку за 6 секунд. Какую часть шоколадки Маша Бр. съедает за 1 секунду?
- 4.22. Пешеход прошел некоторый путь за 7 часов. Какую часть пути прошел пешеход за 1 час?
- 4.23. Бассейн наполняется трубой за 11 минут. Какая часть бассейна останется незаполненной, если открыть кран на 3 минуты?
- 4.24. Турист проходит маршрут за 9 часов. Какую часть маршрута ему останется пройти после 4 часов пути?
- 4.25. Глеб О. за 1 час выполнил $\frac{1}{2}$ задания. За какое время будет выполнено все задание?
- 4.26. Автомобиль за 1 час проезжает $\frac{1}{10}$ пути. За какое время автомобиль проедет весь путь?
- 4.27. За 1 час труба наполняет $\frac{1}{12}$ бассейна. За сколько часов труба наполнит весь бассейн?
- 4.28. Путник проходит в час $\frac{1}{4}$ пути. За какое время он пройдет весь путь?
- 4.29. Длина дороги 45 км. Отремонтировали $\frac{5}{9}$ дороги. Сколько километров дороги отремонтировали?
- 4.30. Для самостоятельной работы приготовили 35 листов бумаги. Израсходовали $\frac{5}{7}$ всей бумаги. Сколько листов бумаги израсходовали?
- 4.31. $\frac{5}{8}$ учеников класса составляют девочки. Сколько девочек в классе, если в нем 32 ученика?
- 4.32. $\frac{3}{7}$ деревьев, растущих в саду, составляют вишни. Сколько вишен в саду, если в нем 42 дерева?
- 4.33. Учитель математики поставил на уроке 28 отметок. $\frac{4}{7}$ из них были пятерки, а остальные - четверки. Сколько четверок поставил на уроке учитель?
- 4.34. Учитель словесности поставил на уроке 30 отметок, $\frac{5}{6}$ из них были четверки, а остальные – пятерки. Сколько пятерок поставил на уроке учитель?

CXXXIII. Чему равна сумма $123456789 + 234567891 + 345678912 + \dots + 912345678$?

4.35. В классе присутствовало 30 учеников. Число отсутствующих составило $\frac{1}{16}$ числа всех учащихся этого класса. Сколько всего учеников в этом классе?

4.36. В классе присутствовало 28 учеников. Число отсутствующих составило $\frac{1}{15}$ числа всех учащихся этого класса. Сколько всего учеников в этом классе?

4.37. Уменьшите:

А) 575 рублей на $\frac{7}{25}$ этой суммы

Б) 936 рублей на $\frac{5}{18}$ этой суммы.

4.38. Увеличьте:

А) 612 рублей на $\frac{7}{12}$ этой суммы

Б) 504 рубля на $\frac{19}{63}$ этой суммы.

4.39. Учитель словесности поставил на уроке 24 отметки. $\frac{3}{8}$ из них были пятерки, $\frac{1}{3}$ – четверки, а остальные – тройки. Сколько троек поставил на уроке учитель словесности?

4.40. Учитель математики поставил на уроке 30 отметок. $\frac{2}{5}$ из них были пятерки, $\frac{1}{3}$ – четверки, а остальные – тройки. Сколько троек поставил учитель математики?

4.41. Автомобиль проехал за три дня 5200 км; в первый день он проехал $\frac{4}{13}$ всего пути, во второй – $\frac{3}{16}$ всего пути. Какой путь проехал автомобиль за третий день?

4.42. Три бригады изготовили 6800 деталей. Первая бригада изготовила $\frac{5}{17}$ всего количества деталей, вторая – $\frac{7}{25}$ всего количества деталей. Сколько деталей изготовила третья бригада?

4.43. Вася, Лева и Илья пошли в магазин покупать тетради. У Васи было 80 рублей 50 копеек, у Левы – 62 рубля 50 копеек, а у Ильи – 315 рублей. Сколько стоит одна тетрадь, если Вася сказал, что на покупку 6 тетрадей он потратил $\frac{18}{23}$ своих денег, Лева сказал, что на покупку 3 тетрадей он потратил $\frac{3}{5}$ своих денег, а Илья сказал, что на покупку 15 тетрадей он потратил половину своих денег и известно, что один из мальчиков ошибся.

СXXXIV. Составьте квадрат из фигурок следующего вида. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



4.44. Билет на метро стоил 20 рублей. Сколько билетов можно будет приобрести на 100 рублей после подорожания билета на $\frac{15}{100}$ его стоимости?

4.45. Булочка стоила 15 рублей. Сколько булочек можно будет купить на 50 рублей после подорожания булочки на $\frac{12}{100}$ ее стоимости?

4.46. Сколько минут

А) в трети часа?

Б) в четверти часа?

В) в половине часа?

Г) в десятой доле часа?

Д) в двенадцатой доле часа?

Е) в шестой доле половины часа?

Ё) в $\frac{5}{12}$ часа?

Ж) в $\frac{7}{30}$ часа?

З) в $\frac{19}{60}$ часа?

И) в $\frac{3}{4}$ часа?

4.47. Сколько сантиметров

А) в половине метра?

Б) в четверти метра?

В) в $\frac{1}{10}$ метра?

Г) в $\frac{3}{20}$ метра?

Д) в $\frac{17}{25}$ метра?

Е) в $\frac{37}{50}$ метра?

Ё) в $\frac{57}{100}$ метра?

4.48. Найдите целое, если

А) $\frac{1}{4}$ составляет 4

Б) $\frac{1}{5}$ составляет 5

В) $\frac{1}{6}$ составляет 7

Г) $\frac{1}{8}$ составляет 6

Д) $\frac{2}{3}$ составляет 14

Е) $\frac{3}{4}$ составляет 21

Ё) $\frac{1}{3}$ составляет 6

Ж) $\frac{1}{7}$ составляет 8

З) $\frac{2}{5}$ составляет 18

И) $\frac{3}{5}$ составляет 51

К) $\frac{7}{8}$ составляет 35

Л) $\frac{11}{19}$ составляет 33

СXXXV. Составьте из фигурок вида



и

А) какой-нибудь квадрат;

Б) квадрат 81×81 .

4.49. Найдите целое, если

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| А) $\frac{2}{3}$ составляет 12 | Б) $\frac{2}{3}$ составляет 20 | В) $\frac{2}{3}$ составляет 122 |
| Г) $\frac{5}{7}$ составляет 25 | Д) $\frac{3}{11}$ составляет 33 | Е) $\frac{4}{5}$ составляет 16 |
| Ё) $\frac{12}{13}$ составляет 48 | Ж) $\frac{8}{13}$ составляет 64 | З) $\frac{11}{25}$ составляет 200 |
| И) $\frac{12}{47}$ составляет 96 | Й) $\frac{34}{41}$ составляет 340 | К) $\frac{23}{99}$ составляет 69 |
| Л) $\frac{24}{49}$ составляет 264 | М) $\frac{31}{37}$ составляет 124 | Н) $\frac{78}{145}$ составляет 78 |
| О) $\frac{134}{257}$ составляет 268 | П) $\frac{98}{99}$ составляет 196 | Р) $\frac{67}{135}$ составляет 201 |

4.50. Человек прошёл $\frac{2}{3}$ дороги. Какова длина всей дороги, если он прошёл 4 км?

4.51. Велосипедист проехал $\frac{2}{9}$ дороги. Какова длина дороги, если он проехал 40 км?

4.52. Ивар Т. исписал 10 страниц тетради, что составляет $\frac{5}{6}$ всей тетради. Сколько страниц в тетради?

4.53. До перерыва шахматисты сыграли $\frac{4}{5}$ всего времени партии. Сколько времени продолжалась партия, если до перерыва шахматисты играли 2 ч?

4.54. До обеда выгрузили $\frac{7}{10}$ зерна, находившегося в товарном вагоне. Сколько тонн зерна было в вагоне, если выгрузили 42 т?

4.55. Из деревни в город одновременно в одном направлении выехали мотоциклист и велосипедист. Скорость велосипедиста равна 15 км/ч, что составляет $\frac{3}{7}$ скорости мотоциклиста. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 36 минут после выезда?

4.56. Легковая машина и трамвай одновременно отъехали от светофора в одном направлении. Легковая машина едет со скоростью 60 км/ч, а скорость трамвая составляет $\frac{4}{5}$ скорости легковой машины. Какое расстояние будет между ними через 5 минут?

SXXXVI. Первая слева цифра десятизначного числа равна числу единиц в записи этого числа, вторая – числу двоек, третья – числу троек, четвертая – числу четверок, ..., девятая – числу девяток, десятая – числу нулей. Найдите это число.

- 4.57. Турист прошел в первый день 24 км, что составляет $\frac{3}{8}$ всего пути. Каков путь туриста?
- 4.58. Ваня З. израсходовал 63 рубля, что составляет $\frac{7}{9}$ всех его денег. Сколько денег было у Вани З.?
- 4.59. Дочери 12 лет, ее возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста матери. Сколько лет матери?
- 4.60. Сыну 10 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Сколько лет отцу?
- 4.70. До обеда токарь изготовил 28 деталей, а после обеда – оставшиеся $\frac{3}{7}$ дневной нормы. Какова дневная норма токаря?
- 4.71. В первый день турист прошел $\frac{2}{5}$ намеченного пути, а во второй – оставшиеся 15 км. Каков путь туриста?
- 4.72. Машинистка перепечатала $\frac{1}{7}$ рукописи, а затем оставшиеся 42 страницы. Сколько страниц в рукописи?
- 4.73. Токарь обработал $\frac{1}{9}$ всех деталей, а затем оставшиеся 72 детали. Сколько было деталей?
- 4.74. Сейчас у Левы в коллекции 250 марок. За последний год число марок в его коллекции увеличилось на $\frac{1}{4}$. Сколько марок было в коллекции год назад?
- 4.75. Билет на автобус после подорожания на $\frac{1}{5}$ его стоимости стал стоить 24 рубля. Сколько стоил билет до подорожания?
- 4.76. У Васи было 72 марки, это составляет $\frac{3}{5}$ количества марок Левы, а количество марок у Ильи составляет $\frac{5}{6}$ количества марок Васи. Сколько марок у всех мальчиков вместе?
- 4.77. У Миры было 56 фантиков, это составляет $\frac{7}{8}$ количества фантиков Александры, а количество фантиков Фаины составляет $\frac{3}{4}$ количества фантиков Миры. Сколько фантиков у всех девочек вместе?
- 4.78. Было 100 кг грибов, на $\frac{99}{100}$ состоящих из воды. Их подсушили, после чего они стали содержать $\frac{98}{100}$ воды. Какова масса подсушенных грибов?
- 4.79. Было 40 кг грибов, на $\frac{98}{100}$ состоящих из воды. Их подсушили, после чего они стали содержать $\frac{90}{100}$ воды. Какова масса подсушенных грибов?
-

СХХХVII. Внутренние покои дворца султана Ибрагима ибн Саида состоят из 121-ой одинаковых квадратных комнат, расположенных в виде квадрата 11x11 комнат. Если у двух комнат есть общая стена, то в ней обязательно есть ровно одна дверь. А если стена торцевая, то в ней обязательно есть ровно одно окно. Сколько окон и сколько и дверей в покоях Ибрагима ибн Саида?

4.80. Какую часть часа составляет одна минута? одна секунда? Какую часть суток составляет один час? одна минута? одна секунда?

4.81. Какую часть составляет первое число от второго? Сделайте чертёж, поясняющий ответ. Если задача имеет несколько решений, запишите несколько решений. В каждом случае запишите, какие дроби оказались равными.

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| А) 2 от 3 | Б) 2 от 4 | В) 2 от 6 | Г) 2 от 10 |
| Д) 4 от 6 | Е) 5 от 10 | Ё) 6 от 8 | Ж) 6 от 9 |
| З) 3 от 12 | И) 4 от 12 | Й) 5 от 12 | К) 12 от 18 |
| Л) 15 от 20 | М) 8 от 14 | Н) 16 от 20 | О) 30 от 50 |
| П) 3 от 9 | Р) 10 от 15 | С) 4 от 9 | Т) 10 от 11 |

4.82. Какую часть составляет

- | | | |
|----------------------------|--------------------------------|----------------------|
| А) 15 минут от часа? | Б) 20 минут от часа? | В) 30 минут от часа? |
| Г) 25 минут от часа? | Д) 40 минут от часа? | Е) 10 минут от часа? |
| Ё) 50 минут от часа? | Ж) 20 минут от двух часов? | |
| З) 30 минут от трёх часов? | И) 15 минут от полутора часов? | |

4.83. В классе 32 ученика, из них 15 девочек. Какую часть класса составляют девочки?

4.84. В гараже стояло 12 машин, из них 7 было грузовых. Какую часть машин составляли грузовые машины?

4.85. У Васи было 23 конфеты, 13 конфет он отдал Лёве. Какую часть конфет Вася отдал Лёве?

4.86. Урок длится 45 минут, 22 минуты ученики писали самостоятельную работу. Какую часть урока заняла самостоятельная работа?

4.87. В классе 29 учеников. За контрольную работу 17 учеников получили пятёрки, а остальные – четвёрки. Какая часть класса получила четвёрки?

4.88. Рабочий изготовил 53 детали, из них 9 оказались бракованными. Какая часть деталей оказалась пригодной?

4.89. Турист должен был пройти 45 км. В первый день он прошёл 17 км. Какую часть пути туристу в осталось пройти?

4.90. В саду было 25 деревьев, из них 13 яблонь, а остальные – груши. Какую часть деревьев составляют груши?

СXXXVIII. Разрежьте квадрат со стороной 8 см на семь прямоугольников, каждый из которых имеет периметр 16 см. Не забудьте указать размеры полученных прямоугольников.

4.91. Выберите на числовой прямой масштаб: единица (целое) – 6 клеточек. Отметьте на числовой прямой дроби $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{1}$. Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.92. Выберите на числовой прямой масштаб: единица (целое) – 8 клеточек. Отметьте на числовой прямой дроби $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{1}$. Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.93. Выберите на числовой прямой масштаб: единица (целое) – 12 клеточек. Отметьте на числовой прямой следующие дроби:

$\frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{5}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{1}$.
Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.94. Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$.
Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.95. Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби:

$\frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}, \frac{9}{18}, \frac{5}{18}, \frac{16}{18}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{15}{18}, \frac{2}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{18}$.
Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.96. Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби:

$\frac{5}{12}, \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{4}{12}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}, \frac{4}{8}, \frac{3}{4}, \frac{12}{24}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{10}{24}, \frac{1}{2}, \frac{18}{24}$.
Выпишите дроби, которые выражают одинаковые части.

4.97. Сколько двенадцатых долей единицы содержится в $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$. Проиллюстрируйте свой ответ рисунком.

4.98. Одна десятая всех прозаиков – ещё и поэты, а одна девятая всех поэтов – ещё и прозаики. Кого больше: поэтов или прозаиков?

SXXXIX. Круг разделен на 6 секторов, в котором по часовой стрелке стоят числа 1,0,1,0,0,0. Можно прибавлять по единице к любым числам, стоящим в двух соседних секторах. Можно ли сделать все числа равными?

Правильные и неправильные дроби.

4.99. Напишите: А) все правильные дроби со знаменателем 6; Б) все неправильные дроби с числителем 7.

4.100. Найдите:

А) $\frac{3}{2}$ от 10

Б) $\frac{10}{7}$ от 14

В) $\frac{21}{10}$ от 20

Г) $\frac{44}{13}$ от 13

Д) $\frac{7}{5}$ от 25

Е) $\frac{101}{12}$ от 24

Ё) $\frac{75}{57}$ от 114

Ж) $\frac{1000}{11}$ от 55

4.101. Найдите целое, если

А) $\frac{3}{2}$ составляет 9

Б) $\frac{7}{4}$ составляет 14

В) $\frac{5}{3}$ составляет 15

Г) $\frac{17}{6}$ составляет 34

Д) $\frac{100}{13}$ составляет 2000

Е) $\frac{57}{23}$ составляет 57

4.102. Какую часть составляет первое число от второго? Сделайте чертёж, поясняющий ответ.

А) 8 от 6

Б) 13 от 10

В) 15 от 12

Г) 20 от 12

Д) 18 от 12

Е) 4 от 2

Ё) 6 от 3

Ж) 15 от 5

З) 10 от 6

И) 6 от 6

Й) 12 от 6

К) 9 от 6

4.103. Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби:

$$\frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{4}, \frac{13}{12}, \frac{19}{12}, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{11}{6}, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{12}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}.$$

4.104. Машина за 6 мин может вырыть канаву длиной 1 м. Какой длины канаву выроет машина за 1 мин? за 5 мин? за 7 мин? за 11 мин?

4.105. Одним килограммом краски можно покрасить 5 м^2 поверхности. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить 3 м^2 ? 6 м^2 ? 13 м^2 ?

СХЛ. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 2011. Разрешается стереть любые два числа и записать вместо них сумму или разность. После многократного повторения этой операции на доске осталось лишь одно число. Доказать, что это число не может быть нулем.

4.106. Токарь за три часа выточил на токарном станке 135 деталей, выполнив $\frac{3}{5}$ дневной нормы. Сколько деталей он должен был выточить за рабочий день (8 часов) по норме? Сколько деталей он выточит за рабочий день, если будет работать с той же производительностью?

4.107. Выберите на числовой прямой такой масштаб (единицу), чтобы можно было «по клеточкам» отметить на числовой прямой следующие дроби: $3\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{5}{6}$, $2\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{6}$.

4.108. Сформулируйте и запишите в тетрадях алгоритм перевода смешанного числа в неправильную дробь.

4.109. Представьте число в виде неправильной дроби:

- | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|---------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| А) $1\frac{3}{4}$ | Б) $6\frac{3}{7}$ | В) $3\frac{7}{8}$ | Г) $11\frac{5}{6}$ | Д) $7\frac{2}{5}$ | Е) $2\frac{7}{15}$ | Ё) $4\frac{4}{25}$ |
| Ж) 1 | З) 2 | И) $3\frac{7}{9}$ | К) $5\frac{9}{10}$ | Л) $12\frac{1}{3}$ | М) $5\frac{7}{15}$ | Н) $2\frac{6}{25}$ |
| О) $12\frac{4}{5}$ | П) $4\frac{7}{30}$ | Р) 10 | С) $13\frac{2}{3}$ | Т) $17\frac{1}{2}$ | У) $4\frac{12}{13}$ | Ф) $5\frac{7}{8}$ |
| Х) $2\frac{3}{5}$ | Ц) $3\frac{2}{5}$ | Ч) $5\frac{3}{2}$ | Ш) $7\frac{11}{10}$ | Щ) $5\frac{9}{4}$ | Ъ) $2\frac{8}{3}$ | Ы) $11\frac{11}{11}$ |

4.110. Представьте число в виде неправильной дроби:

- | | | | | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| А) $3\frac{5}{37}$ | Б) $11\frac{1}{25}$ | В) $9\frac{6}{35}$ | Г) $37\frac{5}{9}$ | Д) $123\frac{4}{123}$ | Е) $45\frac{3}{893}$ | Ё) $66\frac{54}{2341}$ |
|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|

4.111. Представьте число в виде неправильной дроби:

- | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|---------------------|--------------------|-------------------|
| А) $2\frac{4}{5}$ | Б) $4\frac{3}{4}$ | В) $2\frac{2}{11}$ | Г) $3\frac{5}{7}$ | Д) $2\frac{17}{19}$ | Е) $13\frac{1}{2}$ | Ё) $6\frac{2}{3}$ |
| Ж) $3\frac{2}{5}$ | З) $5\frac{1}{4}$ | И) $3\frac{2}{13}$ | Й) $4\frac{7}{9}$ | К) $3\frac{11}{14}$ | Л) $14\frac{1}{2}$ | М) $6\frac{3}{4}$ |

4.112. Сформулируйте и запишите в тетрадах алгоритм перевода неправильной дроби в смешанное число.

4.113. Выделите целую часть. Запишите ответ в виде смешанного числа.

- | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|--------------------|
| А) $\frac{3}{2}$ | Б) $\frac{5}{2}$ | В) $\frac{6}{2}$ | Г) $\frac{5}{3}$ | Д) $\frac{6}{3}$ | Е) $\frac{7}{2}$ | Ё) $\frac{7}{3}$ |
| Ж) $\frac{8}{2}$ | З) $\frac{8}{4}$ | И) $\frac{8}{3}$ | Й) $\frac{9}{4}$ | К) $\frac{11}{7}$ | Л) $\frac{31}{7}$ | М) $\frac{42}{9}$ |
| Н) $\frac{33}{2}$ | О) $\frac{54}{5}$ | П) $\frac{47}{20}$ | Р) $\frac{74}{13}$ | С) $\frac{123}{123}$ | Т) $\frac{12}{4}$ | У) $\frac{19}{3}$ |
| Ф) $\frac{37}{6}$ | Х) $\frac{29}{2}$ | Ц) $\frac{67}{12}$ | Ч) $\frac{79}{15}$ | Ш) $\frac{61}{9}$ | Щ) $\frac{45}{16}$ | Ъ) $\frac{48}{48}$ |
| Ы) $\frac{54}{9}$ | Ь) $\frac{34}{5}$ | Э) $\frac{99}{50}$ | Ю) $\frac{113}{2}$ | Я) $\frac{53}{3}$ | W) $\frac{76}{13}$ | Z) $\frac{113}{4}$ |

4.114. Выделите целую часть. Запишите ответ в виде смешанного числа.

- | | | | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|
| А) $\frac{98}{7}$ | Б) $\frac{132}{7}$ | В) $\frac{563}{12}$ | Г) $\frac{5638}{123}$ | Д) $\frac{234}{45}$ | Е) $\frac{439}{23}$ | Ё) $\frac{1111}{34}$ |
| Ж) $\frac{1874}{31}$ | З) $\frac{50507}{57}$ | И) $\frac{3896}{653}$ | Й) $\frac{23456}{111}$ | К) $\frac{9238}{235}$ | Л) $\frac{3409}{11}$ | М) $\frac{123509}{345}$ |

4.115. Выделите целую часть. Запишите ответ в виде смешанного числа.

- | | | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| А) $\frac{98}{10}$ | Б) $\frac{145}{10}$ | В) $\frac{674}{10}$ | Г) $\frac{1827}{10}$ | Д) $\frac{109307}{10}$ | Е) $\frac{167}{100}$ | Ё) $\frac{987}{100}$ |
| Ж) $\frac{1256}{100}$ | З) $\frac{9749}{100}$ | И) $\frac{9749}{1000}$ | Й) $\frac{90}{10}$ | К) $\frac{190}{100}$ | Л) $\frac{1200}{100}$ | М) $\frac{12000}{10}$ |
| Н) $\frac{56}{10}$ | О) $\frac{5376}{100}$ | П) $\frac{10000}{1000}$ | Р) $\frac{234}{10}$ | С) $\frac{234}{100}$ | Т) $\frac{57}{10}$ | У) $\frac{5757}{100}$ |

4.116. Сколько девятых и одиннадцатых частей единицы содержится в следующих числах: 1, 2, 3, 4, 5, 6? Запишите соответствующие неправильные дроби.

4.117. Выразите в тринадцатых частях единицы следующие числа: 9, 11, 12, 13, 17, 19. Запишите соответствующие неправильные дроби.

Сравнение дробей.

4.118. Сравните дроби. В каждом случае объясните свой ответ.

А) $\frac{13}{15}$ и $\frac{12}{15}$

Б) $\frac{23}{33}$ и $\frac{31}{33}$

В) $\frac{7}{9}$ и $\frac{8}{9}$

Г) $\frac{53}{63}$ и $\frac{17}{63}$

Д) $\frac{2}{7}$ и 1

Е) 1 и $\frac{5}{26}$

Ё) 1 и $\frac{235}{236}$

Ж) $\frac{309}{310}$ и 1

З) 1 и $\frac{7}{6}$

И) $\frac{13}{12}$ и 1

К) $\frac{3}{2}$ и $\frac{9}{10}$

Л) $\frac{6}{7}$ и $\frac{4}{3}$

М) $\frac{3}{11}$ и $\frac{3}{7}$

Н) $\frac{5}{17}$ и $\frac{5}{18}$

О) $\frac{13}{19}$ и $\frac{13}{14}$

П) $\frac{2}{9}$ и $\frac{2}{5}$

Р) $\frac{1}{9}$ и $\frac{*}{4}$

С) $\frac{*}{13}$ и $\frac{1}{20}$

Т) $\frac{57}{58}$ и $\frac{57}{100}$

У) $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{5}$

4.119. Сформулируйте и запишите в тетради правила сравнения дробей с одинаковым числителем и одинаковым знаменателем.

4.120. Сравните дроби по недостатку до единицы.

А) $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$

Б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$

В) $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$

Г) $\frac{7}{8}$ и $\frac{11}{12}$

Д) $\frac{16}{17}$ и $\frac{18}{19}$

Е) $\frac{4}{5}$ и $\frac{9}{10}$

Ё) $\frac{11}{12}$ и $\frac{7}{9}$

Ж) $\frac{13}{14}$ и $\frac{11}{13}$

З) $\frac{11}{13}$ и $\frac{17}{19}$

И) $\frac{17}{20}$ и $\frac{20}{23}$

Й) $\frac{24}{25}$ и $\frac{30}{31}$

К) $\frac{50}{57}$ и $\frac{53}{60}$

4.121. Сравните с дробью $\frac{1}{2}$ следующие дроби:

$\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{8}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \frac{7}{13}, \frac{11}{20}, \frac{9}{22}, \frac{14}{29}, \frac{15}{29}, \frac{5}{10}, \frac{13}{23}, \frac{17}{35}, \frac{13}{27}.$

4.122. Расположите в порядке возрастания числа:

А) $\frac{7}{13}; \frac{7}{15}; \frac{11}{15}; \frac{4}{15}; 1; \frac{2}{15}; \frac{17}{15}$

Б) $\frac{19}{8}; 1; \frac{7}{8}; \frac{19}{11}; \frac{5}{8}; \frac{3}{8}; \frac{1}{8}$

В) $\frac{7}{8}, \frac{5}{2}, 2\frac{9}{10}, \frac{6}{13}, 2\frac{10}{11}, 4\frac{1}{10}, 2\frac{3}{4}, 4\frac{1}{2}, 2\frac{7}{10}, 4\frac{5}{9}, 4\frac{7}{11}, \frac{12}{13}, 4\frac{1}{9}, \frac{1}{2}, 4\frac{4}{9}$

Г) $1\frac{1}{2}, \frac{25}{57}, 1\frac{4}{5}, 2\frac{1}{9}, 2\frac{7}{13}, 2\frac{4}{9}, 1\frac{7}{8}, 2\frac{7}{12}, 1\frac{4}{7}, 2\frac{1}{2}$

Д) $3\frac{1}{9}, 2\frac{1}{2}, \frac{41}{57}, 2\frac{6}{13}, 2\frac{4}{5}, 3\frac{1}{2}, 2\frac{4}{13}, 3\frac{4}{9}, 2\frac{4}{7}, 2\frac{8}{9}$

СХЛІ. У 28 человек класса на собрание пришли папы и мамы. Мам было 24, пап — 18. У скольких учеников на собрание пришли одновременно и папа, и мама?

Основное свойство дроби.

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и тоже натуральное число, то получится равная ей дробь.

4.123. На примере объясните, что означает равенство:

А) $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$

Б) $\frac{45}{50} = \frac{9}{10}$

В) $1\frac{13}{26} = 1\frac{1}{2}$

Г) $3\frac{8}{11} = 3\frac{24}{33}$

4.124. А) Числитель дроби умножили на 5. Что нужно сделать со знаменателем дроби, чтобы величина дроби не изменилась? Б) Знаменатель дроби умножили на 7. Что нужно сделать с числителем дроби, чтобы величина дроби не изменилась? Приведите соответствующие примеры.

4.125. Напишите несколько дробей разного вида таких, чтобы каждая из них равнялась

А) $\frac{1}{2}$

Б) $\frac{1}{3}$

В) $\frac{2}{3}$

Г) $\frac{1}{4}$

Д) $\frac{3}{4}$

Е) $\frac{5}{6}$

Ё) $\frac{3}{10}$

4.126. А) Дробь $\frac{3}{4}$ замените сначала дробью со знаменателем 12, а потом – дробью с числителем 21. Б) Дробь $\frac{3}{19}$ замените сначала дробью с числителем 57, а затем – дробью со знаменателем 57.

4.127. А) Раздробите половину в четвёртые, в восьмые, в десятые в двадцатые доли. Запишите соответствующие равенства дробей. Б) Раздробите дробь $\frac{1}{5}$ в двадцатые, в сороковые, в сотые доли. Запишите соответствующие равенства дробей.

СХЛII. В городе Глупове каждый житель — полицейский, вор или обыватель. Полицейские всегда врут обывателям, воры — полицейским, обыватели — ворами, а во всех остальных случаях жители Глупова говорят правду. Однажды, когда несколько глуповцев водили хоровод, каждый сказал своему правому соседу: „Я — полицейский”. Сколько в этом хороводе было обывателей?

4.128. Восстановите запись:

А) $\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{18} = \frac{\quad}{36}$

Б) $\frac{7}{4} = \frac{\quad}{16} = \frac{\quad}{48} = \frac{\quad}{96}$

В) $\frac{1}{3} = \frac{2}{\quad} = \frac{3}{\quad} = \frac{4}{\quad} = \frac{5}{\quad} = \frac{6}{\quad}$

Г) $\frac{1}{4} = \frac{\quad}{12} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{20} = \frac{7}{\quad} = \frac{\quad}{60}$

Д) $\frac{4}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{15} = \frac{\quad}{25} = \frac{\quad}{75} = \frac{\quad}{100}$

Е) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{30}{\quad} = \frac{45}{\quad} = \frac{75}{\quad}$

Ё) $\frac{5}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{25}{\quad} = \frac{\quad}{36} = \frac{50}{\quad} = \frac{\quad}{66}$

Ж) $\frac{3}{8} = \frac{9}{\quad} = \frac{\quad}{16} = \frac{24}{\quad} = \frac{\quad}{72} = \frac{300}{\quad} = \frac{\quad}{8000}$

З) $\frac{60}{100} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{5}$

И) $\frac{25}{100} = \frac{5}{\quad} = \frac{1}{\quad}$

4.129. А) Приведите дробь $\frac{1}{2}$ к знаменателю 10, к знаменателю 100, к знаменателю 1000.

Б) Приведите дробь $\frac{3}{4}$ к знаменателю 100, к знаменателю 1000. В) Приведите дробь $\frac{5}{8}$ к

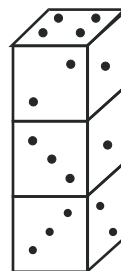
знаменателю 1000, к знаменателю 10000. Г) Приведите дробь $\frac{11}{25}$ к знаменателю 100.

4.130. Выразите в сотых долях следующие дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{9}{50}$.

4.131. А) Укажите дробь, которая больше $\frac{11}{15}$, но меньше $\frac{12}{15}$.

Б) Укажите дробь, которая больше $\frac{11}{13}$, но меньше $\frac{12}{13}$.

СХЛIII. Три одинаковых кубика поставили друг на друга (см. рис.). Чему может быть равна сумма очков на всех шести горизонтальных гранях?



4.132. Представьте в виде несократимой дроби.

- | | | | | | | |
|----------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| А) $\frac{2}{4}$ | Б) $\frac{4}{8}$ | В) $\frac{6}{12}$ | Г) $\frac{10}{14}$ | Д) $\frac{12}{16}$ | Е) $\frac{3}{9}$ | Ё) $\frac{9}{12}$ |
| Ж) $\frac{6}{15}$ | З) $\frac{12}{21}$ | И) $\frac{18}{27}$ | Й) $\frac{18}{24}$ | К) $\frac{24}{28}$ | Л) $\frac{20}{36}$ | М) $\frac{8}{26}$ |
| Н) $\frac{32}{48}$ | О) $\frac{17}{170}$ | П) $\frac{12}{18}$ | Р) $\frac{16}{20}$ | С) $\frac{14}{35}$ | Т) $\frac{12}{60}$ | У) $\frac{15}{35}$ |
| Ф) $\frac{32}{128}$ | Х) $\frac{22}{140}$ | Ц) $\frac{12}{144}$ | Ч) $\frac{7}{140}$ | Ш) $\frac{15}{36}$ | Щ) $\frac{35}{84}$ | Ъ) $\frac{120}{150}$ |
| Ы) $\frac{100}{250}$ | Ь) $\frac{17}{340}$ | Э) $\frac{24}{56}$ | Ю) $\frac{32}{42}$ | Я) $\frac{32}{72}$ | W) $\frac{36}{84}$ | Z) $\frac{36}{92}$ |

4.133. Представьте в виде несократимой дроби.

- | | | | | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------|------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| А) $\frac{42}{98}$ | Б) $\frac{75}{90}$ | В) $\frac{45}{75}$ | Г) $\frac{27}{63}$ | Д) $\frac{81}{90}$ | Е) $\frac{51}{85}$ | Ё) $\frac{78}{91}$ |
| Ж) $\frac{34}{85}$ | З) $\frac{42}{63}$ | И) $\frac{60}{144}$ | Й) $\frac{74}{666}$ | К) $\frac{83}{249}$ | Л) $\frac{840}{960}$ | М) $\frac{121}{143}$ |
| Н) $\frac{168}{216}$ | О) $\frac{840}{1050}$ | П) $\frac{264}{312}$ | Р) $\frac{255}{285}$ | С) $\frac{205}{246}$ | Т) $\frac{148}{185}$ | У) $\frac{750}{1125}$ |
| Ф) $\frac{1000}{3175}$ | Х) $\frac{1250}{2250}$ | Ц) $\frac{675}{975}$ | Ч) $\frac{1008}{1224}$ | Ш) $\frac{1188}{1485}$ | Щ) $\frac{775}{825}$ | Ъ) $\frac{627}{741}$ |
| Ы) $\frac{96}{120}$ | Ь) $\frac{154}{198}$ | Э) $\frac{100}{175}$ | Ю) $\frac{80}{96}$ | Я) $\frac{132}{154}$ | W) $\frac{125}{225}$ | Z) $\frac{57}{3249}$ |

4.134. Сократите дроби:

- | | | | |
|--|--------------------------------|--|------------------------------|
| А) $\frac{22 \cdot 333 \cdot 44 \cdot 555}{222 \cdot 33 \cdot 444 \cdot 55}$ | Б) $\frac{20092009}{20102010}$ | В) $\frac{2009 \cdot 20102010}{2010 \cdot 20092009}$ | Г) $\frac{41625}{111111111}$ |
|--|--------------------------------|--|------------------------------|

СXLIV. Волк, Медведь, Заяц и Лиса соревновались в беге по кольцевой трассе. Они стартовали одновременно, бежали с постоянными скоростями и через некоторое время вновь поравнялись друг с другом. Известно, что до этого момента Заяц обогнал Лису один раз, Лиса обогнала Волка три раза, Волк обогнал Медведя два раза. Сколько раз до этого момента Заяц обогнал Медведя?

4.135. Представьте в виде несократимой дроби.

- | | | | | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------|
| А) $\frac{4}{6}$ | Б) $\frac{15}{20}$ | В) $\frac{8}{10}$ | Г) $\frac{15}{10}$ | Д) $\frac{20}{30}$ | Е) $\frac{6}{18}$ | Ё) $\frac{6}{9}$ |
| Ж) $\frac{10}{25}$ | З) $\frac{14}{49}$ | И) $\frac{9}{15}$ | Й) $\frac{12}{15}$ | К) $\frac{14}{18}$ | Л) $\frac{8}{12}$ | М) $\frac{12}{18}$ |
| Н) $\frac{24}{40}$ | О) $\frac{20}{70}$ | П) $\frac{8}{36}$ | Р) $\frac{30}{75}$ | С) $\frac{5}{50}$ | Т) $\frac{9}{45}$ | У) $\frac{11}{66}$ |
| Ф) $\frac{18}{20}$ | Х) $\frac{17}{51}$ | Ц) $\frac{20}{118}$ | Ч) $\frac{236}{444}$ | Ш) $\frac{68}{102}$ | Щ) $\frac{128}{28}$ | Ъ) $\frac{108}{72}$ |
| Ы) $\frac{36}{243}$ | Ь) $\frac{120}{168}$ | Э) $\frac{720}{640}$ | Ю) $\frac{156}{208}$ | Я) $\frac{288}{432}$ | W) $\frac{160}{192}$ | Z) $\frac{2304225}{18762975}$ |

4.136. Сократите дробь:

- | | | | | |
|---|--|---|--|--------------------------------------|
| А) $\frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 14}$ | Б) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 7 \cdot 9}$ | В) $\frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 9}$ | Г) $\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 15}$ | Д) $\frac{14 \cdot 15}{21 \cdot 20}$ |
| Е) $\frac{5 \cdot 9}{6 \cdot 7 \cdot 3}$ | Ё) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 28}{15 \cdot 49}$ | Ж) $\frac{33 \cdot 16 \cdot 45}{75 \cdot 44 \cdot 12}$ | З) $\frac{77 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 63}{48 \cdot 27 \cdot 22 \cdot 49}$ | |
| И) $\frac{25 \cdot 99}{81 \cdot 55}$ | К) $\frac{49 \cdot 22 \cdot 25}{33 \cdot 28 \cdot 35}$ | Л) $\frac{18 \cdot 45}{75 \cdot 27}$ | М) $\frac{12 \cdot 33 \cdot 25}{55 \cdot 8 \cdot 45}$ | |
| Н) $\frac{3 \cdot 22}{11 \cdot 45}$ | О) $\frac{12 \cdot 14}{7 \cdot 27}$ | П) $\frac{18 \cdot 13}{39 \cdot 36}$ | Р) $\frac{24 \cdot 51}{17 \cdot 40}$ | |
| С) $\frac{16 \cdot 45 \cdot 19}{81 \cdot 57 \cdot 4}$ | Т) $\frac{72 \cdot 5 \cdot 77}{49 \cdot 88 \cdot 25}$ | У) $\frac{18 \cdot 35 \cdot 19}{95 \cdot 3 \cdot 42}$ | Ф) $\frac{20 \cdot 73 \cdot 46}{23 \cdot 48 \cdot 73}$ | |
| Х) $\frac{299 \cdot 741}{169 \cdot 437}$ | Ц) $\frac{1363783}{2022161}$ | Ч) $\frac{132 \cdot 525}{198 \cdot 175}$ | Ш) $\frac{479001600}{6227020800}$ | |
| Щ) $\frac{3 \cdot 14 \cdot 62}{31 \cdot 10 \cdot 27}$ | Ъ) $\frac{56 \cdot 15 \cdot 38}{75 \cdot 16 \cdot 57}$ | Ы) $\frac{22 \cdot 33 \cdot 18 \cdot 21}{121 \cdot 108 \cdot 77}$ | Ь) $\frac{12 \cdot 18 \cdot 54 \cdot 46}{32 \cdot 81 \cdot 23}$ | |
| Э) $\frac{18 \cdot 52 \cdot 111}{39 \cdot 16 \cdot 27}$ | Ю) $\frac{19 \cdot 91}{14 \cdot 57}$ | Я) $\frac{34 \cdot 11}{33 \cdot 85}$ | Q) $\frac{46 \cdot 74}{111 \cdot 69}$ | |

4.137. Сократите дробь:

- | | | | | | | |
|--|--|--|--|---|------------------------------|----------------------------------|
| А) $\frac{3^{10}}{3^9}$ | Б) $\frac{3^9}{3^{10}}$ | В) $\frac{2^{16}}{2^{14}}$ | Г) $\frac{2^{14}}{2^{16}}$ | Д) $\frac{10^{32}}{10^{29}}$ | Е) $\frac{10^{29}}{10^{32}}$ | Ё) $\frac{57^{2014}}{57^{2013}}$ |
| Ж) $\frac{2^7 \cdot 3^8}{2^5 \cdot 3^{11}}$ | З) $\frac{3^{11} \cdot 5^{11}}{3^9 \cdot 5^{13}}$ | И) $\frac{7^{10} \cdot 11^{13}}{7^9 \cdot 11^{14}}$ | Й) $\frac{5^{11} \cdot 19^{17}}{19^{18} \cdot 5^{13}}$ | К) $\frac{2^{57} \cdot 3^{2013}}{3^{2014} \cdot 2^{60}}$ | | |
| Л) $\frac{2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^4}$ | М) $\frac{3^8 \cdot 5^{11} \cdot 7^{22}}{3^9 \cdot 5^{10} \cdot 7^{23}}$ | Н) $\frac{3^9 \cdot 7^{10} \cdot 11^5}{3^{11} \cdot 7^8 \cdot 11^6}$ | О) $\frac{2^{10} \cdot 5^6 \cdot 11^{33}}{2^{12} \cdot 5^9 \cdot 11^{31}}$ | П) $\frac{2^{14} \cdot 3^6 \cdot 19^7}{2^9 \cdot 3^7 \cdot 19^8}$ | | |
| Р) $\frac{11^{17} \cdot 3^{15}}{11^{18} \cdot 9^8}$ | С) $\frac{2^{15} \cdot 7^4}{4^8 \cdot 7^3}$ | Т) $\frac{25^{11} \cdot 3^{45}}{5^{24} \cdot 9^{22}}$ | У) $\frac{8^{11} \cdot 7^{34}}{2^{35} \cdot 49^{17}}$ | Ф) $\frac{100^{10} \cdot 7^{11}}{10^{23} \cdot 49^6}$ | | |

CXLV. Выписать в ряд цифры от 1 до 9 (каждую по одному разу) так, чтобы любые две подряд идущие цифры давали бы двузначное число, делящееся на 7 или на 13.

Сложение и вычитание дробей

с одинаковыми знаменателями.

4.138. Вычислите. В случае, если получается неправильная дробь, следует выделить целую часть и записать ответ в виде смешанного числа.

А) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$

Б) $\frac{13}{19} + \frac{5}{19}$

В) $\frac{1}{9} + \frac{6}{9}$

Г) $\frac{13}{100} + \frac{26}{100}$

Д) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

Е) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

Ё) $\frac{13}{17} - \frac{4}{17}$

Ж) $\frac{37}{100} - \frac{16}{100}$

З) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

И) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

Й) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

К) $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$

Л) $\frac{2}{9} + \frac{2}{9}$

М) $\frac{7}{10} + \frac{9}{10}$

Н) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

О) $\frac{8}{11} + \frac{7}{11}$

П) $\frac{4}{5} + \frac{1}{5}$

Р) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

С) $\frac{5}{13} + \frac{12}{13}$

Т) $\frac{4}{19} + \frac{15}{19}$

У) $\frac{16}{29} + \frac{17}{29}$

Ф) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

Х) $\frac{8}{99} + \frac{17}{99}$

Ц) $\frac{43}{57} + \frac{16}{57}$

Ч) $\frac{54}{87} - \frac{45}{87}$

Ш) $\frac{18}{23} - \frac{15}{23}$

Щ) $\frac{34}{57} - \frac{33}{57}$

Ъ) $\frac{9}{8738} - \frac{8}{8738}$

4.139. Вычислите. В случае, если получается неправильная дробь, следует выделить целую часть и записать ответ в виде смешанного числа.

А) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

Б) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{6}{7}$

В) $\frac{13}{14} + \frac{5}{14} + \frac{11}{14}$

Г) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} + \frac{7}{8}$

Д) $\frac{23}{34} + \frac{19}{34} + \frac{17}{34}$

Е) $\frac{9}{40} + \frac{11}{40} + \frac{37}{40}$

Ё) $\frac{77}{100} + \frac{43}{100} + \frac{11}{100}$

Ж) $\frac{12}{19} + \frac{17}{19} + \frac{15}{19}$

З) $\frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{5}{9}$

И) $\frac{16}{17} - \frac{8}{17} + \frac{13}{17} - \frac{11}{17}$

Й) $\frac{20}{21} - \frac{13}{21} + \frac{7}{21} - \frac{4}{21}$

К) $\frac{88}{91} - \frac{45}{91} - \frac{17}{91} + \frac{89}{90}$

Л) $\frac{123}{231} - \frac{77}{231} + \frac{185}{231} + \frac{219}{231}$

М) $\frac{34}{69} - \frac{5}{69} - \frac{11}{69} + \frac{67}{69}$

4.140. Вычислите. Сформулируйте и запишите в тетради правило сложения смешанных чисел.

$$\text{А)} 2\frac{1}{7} + 3\frac{4}{7} = 2 + \frac{1}{7} + 3 + \frac{4}{7} = (2+3) + \left(\frac{1}{7} + \frac{4}{7}\right) = 5 + \frac{5}{7} = 5\frac{5}{7}$$

$$\text{Б)} 4\frac{7}{11} + 6\frac{9}{11} = 4 + \frac{7}{11} + 6 + \frac{9}{11} = (4+6) + \left(\frac{7}{11} + \frac{9}{11}\right) = 10 + \frac{16}{11} = 10 + 1 + \frac{5}{11} = 11\frac{5}{11}$$

$$\text{В)} 4 + 5\frac{7}{19} = 4 + 5 + \frac{7}{19} = 9 + \frac{7}{19} = 9\frac{7}{19}$$

$$\text{Г)} 4\frac{2}{5} + 5\frac{1}{5}$$

$$\text{Д)} 11\frac{2}{3} + 12\frac{2}{3}$$

$$\text{Е)} 2\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}$$

$$\text{Ё)} 2\frac{8}{9} + 6\frac{1}{9}$$

$$\text{Ж)} 4\frac{7}{11} + 8\frac{9}{11}$$

$$\text{З)} 5\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\text{И)} \frac{7}{10} + 1\frac{3}{10}$$

$$\text{Й)} \frac{1}{9} + 16\frac{8}{9}$$

$$\text{К)} 56\frac{1}{3} + 67\frac{2}{3}$$

$$\text{Л)} 2\frac{5}{56} + 4\frac{55}{56}$$

$$\text{М)} 3\frac{4}{7} + 7\frac{3}{7}$$

$$\text{Н)} 6 + \frac{8}{9}$$

$$\text{О)} 6\frac{7}{9} + \frac{8}{9}$$

$$\text{П)} \frac{3}{4} + 5\frac{3}{4}$$

$$\text{Р)} \frac{4}{9} + 8\frac{7}{9}$$

$$\text{С)} 1\frac{12}{17} + 34\frac{1}{17}$$

$$\text{Т)} 345\frac{1}{3} + 8974\frac{1}{3}$$

$$\text{У)} 67\frac{1}{2} + 78$$

$$\text{Ф)} 11\frac{1}{13} + 11\frac{12}{13}$$

$$\text{Х)} 5\frac{3}{44} + \frac{43}{44}$$

$$\text{Ц)} 9\frac{10}{19} + 8\frac{15}{19}$$

$$\text{Ч)} 3\frac{7}{8} + 8\frac{3}{8}$$

$$\text{Ш)} 9\frac{9}{35} + 7\frac{7}{35}$$

$$\text{Щ)} 7\frac{4}{77} + 88\frac{99}{77}$$

$$\text{Ъ)} 6\frac{11}{3} + 7\frac{23}{3}$$

$$\text{Ы)} 1\frac{23}{7} + 8\frac{14}{7}$$

$$\text{Ь)} 1\frac{1}{3} + 4\frac{17}{3}$$

$$\text{Э)} 19\frac{5}{57} + 83\frac{7}{57}$$

$$\text{Ю)} 3\frac{3}{5} + 8\frac{2}{5}$$

$$\text{Я)} 17\frac{17}{38} + 14\frac{21}{38}$$

$$\text{W)} \frac{9}{10} + 9\frac{1}{10}$$

$$\text{Z)} 67\frac{7}{155} + 5\frac{148}{155}$$

4.141. Вычислите:

$$\text{А)} 8\frac{1}{9} + 8\frac{2}{9} + 5\frac{5}{9}$$

$$\text{Б)} 5\frac{3}{17} + 9\frac{5}{17} + 10\frac{1}{17}$$

$$\text{В)} 14\frac{1}{23} + 12\frac{4}{23} + 1\frac{11}{23}$$

$$\text{Г)} 2\frac{2}{3} + 5\frac{1}{3} + 6\frac{2}{3}$$

$$\text{Д)} 7\frac{15}{17} + 8\frac{13}{17} + 19\frac{11}{17}$$

$$\text{Е)} 5\frac{13}{57} + 8\frac{49}{57} + 25\frac{56}{57}$$

$$\text{Ё)} 3\frac{12}{13} + 9\frac{7}{13} + 8\frac{1}{13} + 16\frac{9}{13}$$

$$\text{Ж)} 9\frac{11}{12} + 20\frac{7}{20} + 10\frac{5}{12} + 100\frac{1}{12}$$

$$\text{З)} 100\frac{3}{59} + 7\frac{34}{59} + 200\frac{57}{59} + 89\frac{55}{59}$$

$$\text{И)} 11 + \frac{40}{41} + 12\frac{3}{41} + 8\frac{39}{41} + \frac{4}{41}$$

$$\text{Й)} 1\frac{1}{29} + 2\frac{2}{29} + 3\frac{3}{29} + 4\frac{4}{29} + 5\frac{5}{29} + 6\frac{6}{29} + 7\frac{7}{29} + 8\frac{8}{29} + 9\frac{9}{29} + 10\frac{10}{29} + 11\frac{11}{29}$$

$$\text{К)} \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{8}{9}$$

$$\text{Л)} \frac{1}{11} + \frac{3}{11} + \frac{7}{11}$$

$$\text{М)} \frac{12}{13} + \frac{9}{13} + \frac{5}{13}$$

4.142. Вычислите:

$$\text{А)} 5\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} = \left(5 + \frac{5}{7}\right) - \left(3 + \frac{2}{7}\right) = (5-3) + \left(\frac{5}{7} - \frac{2}{7}\right) = 2 + \frac{3}{7} = 2\frac{3}{7}$$

$$\text{Б)} 8\frac{8}{9} - 5\frac{4}{9}$$

$$\text{В)} 11\frac{7}{19} - 7\frac{3}{19}$$

$$\text{Г)} 12\frac{2}{3} - 9\frac{1}{3}$$

$$\text{Д)} 23\frac{5}{6} - 7\frac{1}{6}$$

$$\text{Е)} 63\frac{18}{19} - 43\frac{7}{19}$$

$$\text{Ё)} 87\frac{34}{35} - 78\frac{17}{35}$$

$$\text{Ж)} 9\frac{16}{25} - 9\frac{11}{25}$$

$$\text{З)} 17\frac{39}{43} - 17\frac{5}{43}$$

$$\text{И)} 5\frac{6}{7} - 5\frac{1}{7}$$

$$\text{Й)} 8\frac{3}{8} - 8\frac{1}{8}$$

$$\text{К)} 18\frac{15}{123} - 18\frac{11}{123}$$

$$\text{Л)} 77\frac{1}{2} - 77$$

$$\text{М)} 5\frac{2}{3} - 4$$

$$\text{Н)} 6\frac{8}{9} - 4$$

$$\text{О)} 7\frac{56}{75} - 7$$

$$\text{П)} 6\frac{5}{7} - 6$$

$$\text{Р)} 17\frac{6}{7} - 11\frac{6}{7}$$

$$\text{С)} 23\frac{7}{8} - 15\frac{7}{8}$$

$$\text{Т)} 14\frac{2}{3} - 7\frac{2}{3}$$

$$\text{У)} 34\frac{7}{9} - 6\frac{7}{9}$$

4.143. Вычислите:

$$\text{А)} 1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{Б)} 22 - \frac{4}{9} = 21 + 1 - \frac{4}{9} = 21 + \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 21 + \frac{5}{9} = 21\frac{5}{9}$$

$$\text{В)} 1 - \frac{1}{2}$$

$$\text{Г)} 2 - \frac{1}{2}$$

$$\text{Д)} 1 - \frac{1}{3}$$

$$\text{Е)} 2 - \frac{2}{3}$$

$$\text{Ё)} 1 - \frac{1}{4}$$

$$\text{Ж)} 3 - \frac{3}{4}$$

$$\text{З)} 5 - \frac{2}{5}$$

$$\text{И)} 7 - \frac{8}{9}$$

$$\text{Й)} 10 - \frac{5}{11}$$

$$\text{К)} 1 - \frac{3}{13}$$

$$\text{Л)} 20 - \frac{4}{5}$$

$$\text{М)} 21 - \frac{34}{35}$$

$$\text{Н)} 21 - \frac{3}{35}$$

$$\text{О)} 100 - \frac{9}{14}$$

$$\text{П)} 34 - \frac{7}{18}$$

$$\text{Р)} 5 - 3\frac{2}{3} = 5 - 3 - \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3} = 1 + 1 - \frac{2}{3} = 1 + \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{С)} 4 - 2\frac{1}{2}$$

$$\text{Т)} 6 - 4\frac{3}{4}$$

$$\text{У)} 20 - 13\frac{15}{19}$$

$$\text{Ф)} 33 - 14\frac{1}{29}$$

$$\text{Х)} 12 - 11\frac{4}{7}$$

$$\text{Ц)} 14 - 13\frac{3}{77}$$

$$\text{Ч)} 56 - 45\frac{9}{100}$$

$$\text{Ш)} 23 - 11\frac{3}{56}$$

$$\text{Щ)} 45 - 17\frac{9}{37}$$

$$\text{Ъ)} 17 - 9\frac{5}{6}$$

$$\text{Ы)} 123 - 112\frac{8}{73}$$

$$\text{Ь)} 34 - 8\frac{41}{111}$$

$$\text{Э)} 67 - 57\frac{5}{7}$$

$$\text{Ю)} 3 - 1\frac{4}{5}$$

$$\text{Я)} 57 - 56\frac{5}{7}$$

4.144. Вычислите:

А) $6\frac{3}{7} - 4\frac{5}{7} = 6 + \frac{3}{7} - 4 - \frac{4}{7} = 2 + \frac{3}{7} - \frac{4}{7} = 1 + 1 + \frac{3}{7} - \frac{4}{7} = 1 + \frac{7}{7} + \frac{3}{7} - \frac{4}{7} = 1 + \frac{7+3-4}{7} = 1\frac{6}{7}$

Б) $5\frac{3}{8} - 2\frac{5}{8}$ В) $7\frac{5}{7} - 4\frac{6}{7}$ Г) $8\frac{1}{12} - 4\frac{5}{12}$ Д) $17\frac{1}{4} - 16\frac{3}{4}$

Е) $6\frac{1}{3} - 5\frac{2}{3}$ Ё) $9\frac{10}{13} - 7\frac{12}{13}$ Ж) $8\frac{3}{5} - 7\frac{4}{5}$ З) $14\frac{6}{7} - 8\frac{6}{7}$

И) $5\frac{3}{17} - 2\frac{15}{17}$ Й) $15\frac{9}{11} - 1\frac{2}{11}$ К) $23\frac{5}{19} - 19\frac{6}{19}$ Л) $101\frac{3}{17} - 99\frac{5}{17}$

М) $45\frac{13}{27} - 4\frac{19}{27}$ Н) $8\frac{9}{10} - 8\frac{7}{10}$ О) $15\frac{45}{57} - 10\frac{55}{57}$ П) $37\frac{5}{12} - 17\frac{11}{12}$

С) $14\frac{9}{16} - 6\frac{13}{16}$ Т) $78\frac{7}{15} - 65\frac{11}{15}$ У) $7\frac{5}{99} - 6\frac{6}{99}$ Ф) $3\frac{2}{999} - 1\frac{567}{999}$

Ц) $33\frac{34}{2345} - 23\frac{1473}{2345}$ Ч) $23\frac{5}{78} - 21\frac{6}{78}$ Ш) $13\frac{13}{15} - 12\frac{14}{15}$ Щ) $57\frac{5}{7} - 47\frac{6}{7}$

4.145. Вычислите:

А) $4\frac{3}{11} + 2\frac{10}{11}$ Б) $4\frac{3}{11} - 2\frac{10}{11}$ В) $5 - 4\frac{3}{44}$ Г) $15 - 14\frac{3}{442}$

Д) $7\frac{5}{17} + 6\frac{3}{17}$ Е) $7\frac{5}{17} - 6\frac{3}{17}$ Ё) $5\frac{7}{8} - 5\frac{5}{8}$ Ж) $5\frac{7}{8} + 5\frac{5}{8}$

З) $17 - 16\frac{3}{64}$ И) $1 - \frac{648}{987}$ Й) $5\frac{4}{9} + 7\frac{8}{9}$ К) $7\frac{8}{9} - 5\frac{4}{9}$

Л) $7\frac{4}{9} - 5\frac{8}{9}$ М) $6\frac{3}{5} + 7\frac{1}{5} - 5\frac{2}{5}$ Н) $7\frac{4}{15} + 9\frac{7}{15} - 20\frac{13}{15}$

О) $4\frac{7}{12} - 1\frac{5}{12} + 2\frac{11}{12}$ П) $6\frac{14}{15} - 3\frac{2}{15} - 1\frac{7}{15}$ Р) $12\frac{6}{7} - 4\frac{5}{7} - 5\frac{4}{7}$

С) $24 - 7\frac{5}{6} - 5\frac{5}{6} - 4\frac{1}{6}$ Т) $34\frac{1}{13} - 5\frac{10}{13} - 8\frac{11}{13} - \frac{7}{13}$ У) $12\frac{4}{9} + 7\frac{7}{9} - 5\frac{2}{9} - 6\frac{8}{9}$

Ф) $19\frac{3}{10} - 9\frac{9}{10} + 7\frac{1}{10} - 1\frac{5}{10}$ Х) $45 - 8\frac{13}{20} + 9\frac{14}{20} - 39\frac{19}{20}$ Ц) $7\frac{12}{25} + 99\frac{19}{25} - 105\frac{24}{25}$

Ч) $4\frac{8}{11} + 5\frac{3}{11}$ Ш) $20\frac{557}{1000} + 36\frac{443}{1000}$ Щ) $111\frac{1}{2} + 112\frac{1}{2}$ Ъ) $8\frac{3}{19} + 7\frac{16}{19}$

4.146. Вычислите рациональным способом:

А) $6\frac{6}{7} + 5\frac{1}{3} + 6\frac{1}{7} + 7\frac{2}{3}$ Б) $8\frac{5}{6} - 7\frac{1}{2} + 9\frac{1}{6}$ В) $5\frac{7}{10} + 7\frac{12}{19} + 8\frac{3}{10} + 100\frac{7}{19}$

Г) $7\frac{9}{21} - 6\frac{8}{17} + 8\frac{12}{21}$ Д) $9\frac{2}{3} - 8\frac{5}{17} + 10\frac{1}{3} - 8\frac{12}{17}$ Е) $9\frac{5}{9} - 7\frac{90}{101} + 8\frac{4}{9} - \frac{11}{101}$

Приведение к общему знаменателю.

4.147. Выразите в одинаковых долях следующие дроби:

А) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$

Б) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$

В) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$

Г) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$

Д) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{15}$

Е) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{14}$

Ё) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$

Ж) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$

4.148. Запишите все дроби со знаменателем 24, которые расположены между числами $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$.

4.149. Приведите дроби к общему знаменателю и выполните сложение дробей. Если в ответе получается неправильная дробь, то следует выделить целую часть. Дробь в ответе должна быть несократимой.

А) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Б) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

В) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

Г) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

Д) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$

Е) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

Ё) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

Ж) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

З) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$

И) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$

Й) $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$

К) $\frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

Л) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

М) $\frac{1}{4} + \frac{3}{16}$

Н) $\frac{1}{8} + \frac{1}{24}$

О) $\frac{1}{5} + \frac{7}{15}$

П) $\frac{5}{6} + \frac{7}{18}$

Р) $\frac{3}{7} + \frac{2}{21}$

С) $\frac{2}{7} + \frac{8}{11}$

Т) $\frac{1}{4} + \frac{9}{25}$

У) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$

Ф) $\frac{3}{10} + \frac{1}{3}$

Х) $\frac{23}{100} + \frac{8}{25}$

Ц) $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$

Ч) $\frac{1}{7} + \frac{3}{49}$

Ш) $\frac{5}{16} + \frac{3}{4}$

Щ) $\frac{2}{3} + \frac{7}{18}$

Ъ) $\frac{11}{12} + \frac{23}{60}$

Ы) $\frac{8}{9} + \frac{2}{7}$

Ь) $\frac{1}{3} + \frac{1}{19}$

4.150. А) Докажите, что любые две дроби можно привести к общему знаменателю. Б) Что является наименьшим общим знаменателем двух дробей? В) В каком случае наименьшим общим знаменателем двух дробей является произведение их знаменателей? Г) В каком случае наименьшим общим знаменателем двух дробей является один из знаменателей?

CXLVI. Приведите пример трёх целых положительных чисел, сумма которых равна 407, а произведение оканчивается на шесть нулей.

4.151. Вычислите:

- | | | | | |
|---|---|---|--|---------------------------------|
| А) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ | Б) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$ | В) $\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$ | Г) $\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$ | Д) $\frac{2}{7} + \frac{2}{3}$ |
| Е) $\frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ | Ё) $\frac{2}{3} + \frac{3}{10}$ | Ж) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | З) $\frac{7}{12} + \frac{1}{2}$ | И) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ |
| Й) $\frac{2}{3} + \frac{1}{12}$ | К) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ | Л) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$ | М) $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$ | Н) $\frac{5}{8} + \frac{5}{24}$ |
| О) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ | П) $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$ | Р) $\frac{3}{10} + \frac{5}{8}$ | С) $\frac{3}{20} + \frac{7}{25}$ | Т) $\frac{2}{9} + \frac{1}{6}$ |
| У) $\frac{1}{12} + \frac{4}{15}$ | Ф) $\frac{7}{12} + \frac{1}{8}$ | Х) $\frac{2}{9} + \frac{7}{12}$ | Ц) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ | |
| Ч) $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}$ | Ш) $\frac{1}{20} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ | Щ) $\frac{1}{4} + \frac{2}{25} + \frac{3}{100}$ | Ъ) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ | |
| Ы) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ | Ь) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$ | Э) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ | Ю) $\frac{1}{3} + \frac{1}{19} + \frac{1}{57}$ | |

4.152. Вычислите:

- | | | | | |
|--|--|--|--|--|
| А) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ | Б) $\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$ | В) $\frac{7}{10} - \frac{1}{5}$ | Г) $\frac{5}{9} - \frac{5}{12}$ | Д) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ |
| Е) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ | Ё) $\frac{3}{10} - \frac{2}{15}$ | Ж) $\frac{9}{10} - \frac{3}{4}$ | З) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ | И) $\frac{5}{6} - \frac{1}{15}$ |
| Й) $\frac{11}{12} - \frac{3}{8}$ | К) $\frac{5}{9} - \frac{1}{6}$ | Л) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6}$ | М) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$ | Н) $\frac{17}{18} - \frac{5}{6}$ |
| О) $\frac{6}{7} - \frac{3}{10}$ | П) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ | Р) $\frac{7}{9} - \frac{1}{4}$ | С) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ | Т) $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$ |
| У) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{8}$ | Ф) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ | Х) $\frac{9}{10} - \frac{1}{20} + \frac{3}{4}$ | Ц) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ | |
| Ч) $\frac{1}{9} - \frac{10}{99}$ | Ш) $\frac{8}{11} - \frac{5}{12}$ | Щ) $\frac{3}{13} - \frac{3}{260}$ | Ъ) $\frac{21}{22} - \frac{31}{33}$ | Ы) $\frac{1}{11} - \frac{1}{770}$ |
| Ь) $\frac{1}{2} - \frac{1}{250}$ | Э) $\frac{19}{24} - \frac{11}{30}$ | Ю) $\frac{90}{91} - \frac{1}{78}$ | Я) $\frac{25}{42} - \frac{33}{56}$ | W) $\frac{7}{12} - \frac{53}{144}$ |

CXLVII. В математическом кружке 20 участников. На дом задали некоторое количество задач. Получилось так, что каждую задачу решили 2 участника, а каждый участник решил 3 задачи. Сколько было задач?

4.153. Решите уравнение:

А) $\frac{1}{2} + x = \frac{5}{6}$

Б) $x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

В) $x - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$

Г) $\frac{5}{6} - x = \frac{1}{3}$

Д) $\frac{3}{10} + x = \frac{1}{2}$

Е) $n + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

Ё) $\frac{7}{8} - x = \frac{2}{9}$

Ж) $\frac{1}{2} + x = \frac{4}{5}$

4.154. Вычислите:

А) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

Б) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15}$

В) $\frac{1}{8} + \frac{1}{20}$

Г) $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

Д) $\frac{1}{6} + \frac{3}{16}$

Е) $\frac{4}{15} + \frac{1}{25}$

Ё) $\frac{1}{18} + \frac{1}{24}$

Ж) $\frac{3}{16} + \frac{5}{24}$

З) $\frac{7}{36} + \frac{7}{60}$

И) $\frac{1}{45} + \frac{11}{60}$

Й) $\frac{3}{28} + \frac{17}{42}$

К) $\frac{1}{36} + \frac{1}{54}$

Л) $\frac{1}{36} + \frac{1}{40}$

М) $\frac{4}{15} + \frac{5}{12}$

Н) $\frac{11}{12} + \frac{17}{18}$

О) $\frac{23}{30} + \frac{2}{45}$

П) $\frac{3}{56} + \frac{7}{126}$

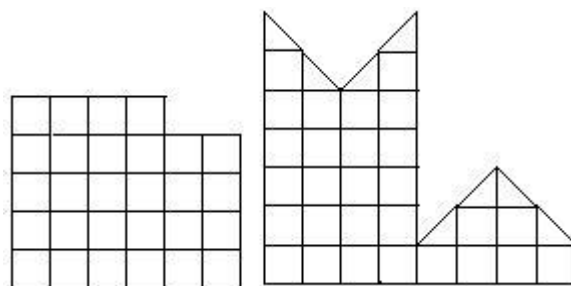
Р) $\frac{15}{52} + \frac{1}{78}$

С) $\frac{29}{180} + \frac{35}{216}$

Т) $\frac{1}{57} + \frac{1}{114}$

4.155. Сформулируйте и запишите в тетради способы приведения двух дробей к общему знаменателю.

CXLVIII. Разрежьте каждую из следующих фигур на две одинаковые части.



CXLIX. В два противоположных угла квадратной комнаты площадью 64 м^2 положили одинаковые квадратные ковры. Оказалось, что ровно четверть комнаты покрыта коврами в два слоя. Какова площадь каждого ковра? Ответ объясните.

4.156. Вычислите:

А) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

Б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

В) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

Г) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

Д) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

Е) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7} + \frac{5}{14}$

Ё) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7}$

Ж) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

З) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{7}$

И) $\frac{3}{4} + \frac{11}{12} + \frac{4}{5}$

Й) $\frac{5}{12} + \frac{3}{25} + \frac{1}{7}$

К) $\frac{7}{8} + \frac{14}{15} + \frac{15}{16}$

Л) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{3}{8}$

М) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{7}{12}$

Н) $\frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{9}{20}$

О) $\frac{1}{5} + \frac{4}{15} + \frac{8}{75}$

П) $\frac{1}{8} + \frac{3}{20} + \frac{7}{40}$

Р) $\frac{5}{96} + \frac{3}{16} + \frac{7}{24}$

С) $\frac{9}{13} + \frac{5}{26} + \frac{1}{78}$

Т) $\frac{4}{15} + \frac{7}{20} + \frac{3}{10}$

У) $\frac{1}{12} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20}$

Ф) $\frac{25}{104} + \frac{37}{520}$

Х) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Ц) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{1}{20}$

Ч) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{1}{20}$

Ш) $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} + \frac{13}{15} + \frac{9}{20}$

Щ) $\frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

Ъ) $\frac{7}{9} + \frac{3}{14} + \frac{2}{5} + \frac{3}{4}$

Ы) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}$

Ь) $\frac{5}{24} + \frac{7}{8} + \frac{3}{40} + \frac{11}{20}$

Э) $\frac{5}{24} + \frac{7}{18} + \frac{3}{40} + \frac{11}{20}$

Ю) $\frac{13}{24} + \frac{17}{36} + \frac{7}{40} + \frac{3}{20}$

Я) $\frac{3}{4} + \frac{13}{20} + \frac{41}{60} + \frac{11}{75} + \frac{19}{25}$

W) $\frac{3}{8} + \frac{11}{30} + \frac{37}{60} + \frac{19}{40} + \frac{43}{72}$

З) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$

4.157. Вычислите:

А) $2\frac{1}{3} + 1$

Б) $3\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

В) $7\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Г) $1\frac{1}{12} + 2\frac{1}{12}$

Д) $3\frac{5}{9} + 1\frac{1}{9}$

Е) $12\frac{1}{15} + 3\frac{4}{15}$

Ё) $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

Ж) $1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$

З) $\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4}$

И) $\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6}$

Й) $5\frac{2}{15} + 3\frac{2}{9}$

К) $4\frac{3}{5} + 10\frac{1}{4}$

Л) $3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3}$

М) $1\frac{4}{9} + 7\frac{7}{18}$

Н) $8\frac{5}{6} + 2\frac{3}{8}$

О) $12\frac{5}{6} + \frac{4}{15}$

П) $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$

Р) $\frac{7}{20} + 8\frac{3}{4}$

С) $8\frac{3}{5} + 1\frac{9}{10}$

Т) $6\frac{2}{3} + 8\frac{5}{7}$

У) $2\frac{4}{5} + 7\frac{3}{4}$

Ф) $1\frac{7}{9} + 3\frac{4}{7}$

Х) $5\frac{9}{10} + 2\frac{4}{5}$

Ц) $6\frac{7}{12} + 4\frac{31}{48}$

Ч) $2\frac{5}{12} + 3 + 1\frac{19}{30}$

Ш) $7 + 1\frac{29}{40} + 2\frac{17}{30}$

Щ) $\frac{15}{34} + 3\frac{6}{17} + 5\frac{1}{2}$

Ъ) $2\frac{1}{25} + \frac{5}{6} + 1\frac{11}{75}$

СЛ. Разрежьте прямоугольник 9×16 на две части, из которых можно сложить квадрат.

4.158. Вычислите:

А) $1 - \frac{9}{11}$

Б) $5 - \frac{6}{7}$

В) $27 - 4\frac{3}{7}$

Г) $5\frac{7}{9} - 3\frac{2}{9}$

Д) $5\frac{2}{9} - 3\frac{7}{9}$

Е) $32\frac{5}{18} - \frac{11}{18}$

Ё) $2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$

Ж) $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$

З) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$

И) $6\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

Й) $3\frac{5}{6} - 1\frac{4}{9}$

К) $9\frac{11}{16} - \frac{7}{24}$

Л) $4\frac{15}{49} - 2\frac{3}{14}$

М) $5\frac{7}{12} - 2\frac{2}{15}$

Н) $5\frac{2}{15} - 2\frac{7}{12}$

О) $4\frac{11}{14} - 3\frac{2}{7}$

П) $4\frac{3}{14} - 3\frac{2}{7}$

Р) $3\frac{13}{44} - 1\frac{7}{33}$

С) $9\frac{11}{60} - 3\frac{13}{80}$

Т) $2\frac{3}{5} - 1\frac{6}{7}$

У) $10\frac{1}{3} - 5\frac{4}{9}$

Ф) $8\frac{6}{13} - 3\frac{9}{26}$

Х) $7\frac{4}{25} - 2\frac{3}{4}$

Ц) $5\frac{7}{15} - 4\frac{3}{20}$

Ч) $5\frac{7}{15} - 4\frac{13}{20}$

Ш) $11\frac{3}{16} - 5\frac{17}{18}$

Щ) $23\frac{1}{5} - 17\frac{8}{19}$

Ъ) $44\frac{5}{7} - 43\frac{17}{21}$

Ы) $9\frac{1}{3} - 8\frac{14}{15}$

Ь) $27\frac{3}{8} - 19\frac{63}{64}$

Э) $49\frac{4}{5} - 13\frac{61}{65}$

Ю) $56\frac{1}{19} - 44\frac{56}{57}$

4.159. Решите уравнение:

А) $x + 3\frac{1}{5} = 5\frac{2}{5}$

Б) $x + 3\frac{2}{5} = 5\frac{1}{5}$

В) $x + 13\frac{1}{19} = 47\frac{4}{19}$

Г) $4\frac{3}{8} + x = 9\frac{1}{12}$

Д) $4\frac{1}{17} + x = \frac{5}{68}$

Е) $x - 6\frac{2}{3} = 7\frac{11}{15}$

Ё) $x - 9\frac{11}{12} = 7\frac{5}{24}$

Ж) $4\frac{5}{6} - x = 2\frac{1}{3}$

З) $8\frac{7}{8} - x = 5\frac{1}{4}$

И) $5\frac{6}{7} + x = 8\frac{2}{7}$

К) $x - 7\frac{5}{18} = 9\frac{1}{18}$

Л) $9\frac{5}{21} - x = 7\frac{20}{21}$

М) $x + 57\frac{23}{57} = 61\frac{4}{57}$

СЛІ. В парке посадили в ряд аллею деревьев. Через год между любыми двумя соседними деревьями посадили ещё по одному. Ещё через год проделали то же самое. Стало 1197 деревьев. Сколько их было изначально?

4.160. Вычислите:

А) $28\frac{3}{4} - 10\frac{2}{7}$

Б) $188\frac{4}{9} - 56\frac{3}{10}$

В) $75\frac{8}{15} - 12\frac{7}{30}$

Г) $192\frac{5}{6} - 88\frac{5}{84}$

Д) $18\frac{5}{8} - 6\frac{5}{6}$

Е) $12\frac{1}{9} - 8\frac{16}{21}$

Ё) $50\frac{7}{24} - 49\frac{31}{36}$

Ж) $10\frac{59}{63} - 8\frac{37}{45}$

З) $6\frac{121}{360} - 2\frac{123}{144}$

И) $63\frac{1}{99} - 3\frac{1}{121}$

Й) $63\frac{1}{99} - 3\frac{20}{121}$

К) $19\frac{9}{11} - 7\frac{11}{13}$

Л) $11\frac{15}{17} - 9\frac{12}{13}$

М) $18\frac{3}{23} - 9\frac{9}{19}$

Н) $1\frac{25}{27} - \frac{103}{216}$

О) $\frac{343}{600} - \frac{19}{75}$

П) $13\frac{1}{225} - 9\frac{221}{900}$

Р) $9\frac{11}{170} - 3\frac{25}{136}$

С) $1\frac{19}{756} - \frac{17}{468}$

Т) $8\frac{5}{246} - 4\frac{9}{410}$

У) $7\frac{7}{60} - 2\frac{125}{246}$

Ф) $30\frac{89}{190} - 20\frac{97}{152}$

Х) $11\frac{1}{72} - 9\frac{27}{279}$

Ц) $1 - \frac{1}{27} - \frac{1}{216}$

Ч) $\frac{3}{4} + 12\frac{2}{5} + 21\frac{17}{30} + 19\frac{17}{60}$

Ш) $10\frac{37}{80} + 2\frac{19}{48} + 1\frac{5}{32} + 7\frac{1}{96}$

Щ) $4\frac{3}{8} + \frac{15}{16} + 7\frac{17}{60} + 15\frac{41}{64}$

Ъ) $6\frac{47}{150} + 1\frac{19}{120} + 5\frac{9}{40} + 4\frac{91}{300}$

Ы) $7\frac{11}{100} + 8\frac{7}{125} + 5\frac{41}{75} + 10\frac{23}{150} + 8\frac{9}{50}$

Ь) $\frac{9}{10} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{13}{20} + \frac{24}{25} + \frac{37}{50} + \frac{3}{4}$

4.161. Вычислите рациональным способом:

А) $3\frac{19}{24} + 5\frac{1}{9} + 1\frac{5}{24}$

Б) $1\frac{5}{8} + 4\frac{8}{17} + \frac{9}{17} + 2\frac{3}{8}$

В) $7\frac{16}{35} - 3\frac{11}{35} - 5\frac{1}{56}$

Г) $4\frac{56}{789} + 1\frac{3}{456} - 4\frac{56}{789}$

Д) $2\frac{9}{49} + 7\frac{3}{85} + 3\frac{40}{49}$

Е) $5\frac{16}{39} + 1\frac{6}{11} - 2\frac{16}{39}$

Ё) $7\frac{13}{14} - 4\frac{17}{25} - 2\frac{13}{14}$

Ж) $4\frac{7}{45} + 11\frac{4}{13} + 8\frac{5}{26} + 10\frac{2}{5}$

З) $4\frac{1}{7} + 5\frac{4}{9} + 12\frac{6}{7} + 3\frac{5}{11} + 10\frac{5}{9} + 11\frac{6}{11} + \frac{4}{7}$

И) $8\frac{7}{60} + 1\frac{3}{50} + \frac{4}{25} + 2\frac{7}{12} + \frac{2}{15} + 4\frac{11}{100}$

Й) $6\frac{49}{75} + \frac{5}{84} + 3\frac{1}{5} + 1\frac{14}{15} + 10\frac{9}{14}$

СЛП. Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждого двух совпадает или имя, или фамилия, или отчество. Может ли такое быть?

4.162. Произведите указанные действия:

А) $10\frac{5}{6} + 5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{6}$

Б) $\frac{13}{84} - \frac{4}{35} + \frac{11}{70} - \frac{7}{60}$

В) $4\frac{5}{12} + 13\frac{4}{5} - 5\frac{5}{6}$

Г) $\frac{11}{15} - \frac{3}{10} + \frac{7}{25} - \frac{3}{100}$

Д) $12\frac{3}{4} - 6\frac{7}{8} + 4\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$

Е) $\frac{13}{18} - \frac{5}{36} - \left(\frac{29}{72} - \frac{1}{24}\right)$

Ё) $\left(20 - 19\frac{3}{4}\right) + \left(17\frac{3}{4} - 17\right) + \left(2\frac{1}{2} - \frac{17}{24}\right)$

Ж) $25\frac{7}{9} - 8\frac{3}{4} - \left(13\frac{5}{12} + 2\frac{11}{18}\right)$

З) $\left(3\frac{1}{20} - 1\frac{11}{16}\right) - \left(\frac{131}{144} - \frac{17}{30}\right)$

И) $12\frac{7}{8} - 3\frac{1}{2} + 10\frac{5}{6} - 1\frac{4}{5} + 8\frac{3}{8} - 7\frac{1}{5} + 1\frac{11}{12} - 2\frac{3}{8}$

Й) $64\frac{2}{3} + 3\frac{1}{8} - \left(7\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4} + 6\frac{1}{6} - 8\frac{1}{8}\right)$

К) $100\frac{11}{26} - \left(73\frac{3}{13} - 69\frac{25}{26}\right)$

Л) $121\frac{123}{200} - \left(5\frac{11}{12} + 8\frac{7}{15} + 16\frac{7}{24} - 9\frac{3}{56}\right)$

М) $15\frac{25}{63} - \left[11\frac{7}{36} + 3\frac{3}{4} - \left(4\frac{2}{3} + 8\frac{24}{35}\right)\right]$

Н) $5\frac{29}{90} + \left[17\frac{2}{3} + 4\frac{3}{8} - 19\frac{5}{9} - \left(6\frac{1}{36} - 5\frac{3}{16}\right)\right]$

О) $\left(42 - 39\frac{24}{35}\right) - \left(1\frac{22}{49} - \frac{2}{7}\right)$

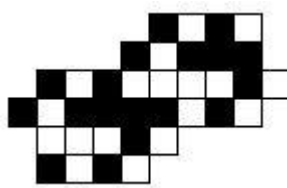
П) $24\frac{3}{4} - \left(12\frac{5}{9} - 4\frac{7}{8} + 1\frac{5}{12}\right) - \left(13\frac{15}{16} - 10\frac{5}{9}\right) - 2\frac{13}{48}$

Р) $15\frac{11}{230} - \left(2\frac{25}{46} - 1\frac{4}{5}\right)$

С) $\left[25\frac{1}{45} - 10\frac{7}{9} - \left(3\frac{4}{5} - 1\frac{14}{15}\right)\right] - \left[7\frac{1}{5} - \left(1\frac{19}{144} - \frac{11}{15}\right)\right]$

Т) $33\frac{17}{30} - \left[10\frac{11}{80} - \left(50\frac{1}{5} - 47\frac{1}{24} - 1\frac{19}{120}\right)\right]$

СЛIII. Разрежьте изображенную на рисунке фигуру на четыре одинаковые части так, чтобы из них можно было сложить квадрат размером 6×6 с шахматной раскраской.



И снова сравнение дробей.

4.163. Сравните дроби, приведя их к наименьшему общему знаменателю:

А) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{9}$ Б) $\frac{11}{18}$ и $\frac{8}{15}$ В) $\frac{10}{27}$ и $\frac{7}{24}$ Г) $\frac{25}{56}$ и $\frac{23}{48}$

4.164. Сравните дроби, приведя их к общему числителю:

А) $\frac{9}{125}$ и $\frac{3}{43}$ Б) $\frac{2}{111}$ и $\frac{5}{307}$ В) $\frac{4}{1001}$ и $\frac{6}{2005}$ Г) $\frac{1}{750}$ и $\frac{2}{1429}$

4.165. Сравните дроби, приводя их к общему знаменателю или к общему числителю:

А) $\frac{7}{8}$ и $\frac{3}{4}$ Б) $\frac{6}{25}$ и $\frac{1}{4}$ В) $\frac{11}{6}$ и $\frac{7}{4}$ Г) $\frac{12}{20}$ и $\frac{9}{15}$ Д) $\frac{7}{5}$ и $\frac{3}{2}$
Е) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$ Ё) $\frac{12}{24}$ и $\frac{1}{2}$ Ж) $\frac{2}{3}$ и $\frac{13}{15}$ З) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{12}$ И) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{4}$
Й) $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{8}$ К) $\frac{25}{100}$ и $\frac{1}{4}$ Л) $\frac{37}{16}$ и $\frac{5}{2}$ М) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$ Н) $\frac{3}{20}$ и $\frac{1}{6}$
О) $\frac{13}{25}$ и $\frac{27}{50}$ П) $\frac{15}{77}$ и $\frac{10}{33}$ Р) $\frac{4}{105}$ и $\frac{7}{120}$ С) $\frac{1}{64}$ и $\frac{2}{135}$ Т) $\frac{6}{59}$ и $\frac{3}{29}$

4.166. Приведя все дроби к общему числителю, расположите дроби в порядке возрастания:

А) $\frac{1}{3}, \frac{2}{35}, \frac{3}{47}, \frac{4}{61}, \frac{6}{55}$ Б) $\frac{4}{47}, \frac{2}{3}, \frac{10}{51}, \frac{5}{57}, \frac{1}{7}$

4.167. Приведите все следующие дроби сначала к общему числителю, а затем к общему знаменателю. Расположите дроби в порядке убывания.

$\frac{1}{6}, \frac{7}{15}, \frac{1}{12}, \frac{3}{10}, \frac{1}{4}, \frac{14}{15}, \frac{1}{3}, \frac{2}{15}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{4}$

4.168. Найдя «промежуточное число», сравните следующие числа:

А) $\frac{5}{12}$ и $\frac{11}{16}$ Б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{7}$ В) $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{8}$ Г) $\frac{10}{27}$ и $\frac{15}{28}$
Д) $\frac{23}{38}$ и $\frac{47}{98}$ Е) $\frac{107}{238}$ и $\frac{345}{623}$ Ё) $\frac{111}{612}$ и $\frac{1401}{8586}$

CLIV. Разрежьте произвольный квадрат на А) 4; Б) 9; В) 17 квадратов.

4.169. Не выполняя сложения, сравните сумму с единицей:

А) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Б) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

В) $\frac{5}{6} + \frac{5}{9}$

Г) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7}$

Д) $\frac{9}{10} + \frac{1}{100}$

Е) $\frac{7}{8} + \frac{1}{6}$

Ё) $\frac{13}{14} + \frac{1}{15}$

Ж) $\frac{24}{25} + \frac{1}{4}$

З) $\frac{11}{12} + \frac{1}{6}$

И) $\frac{19}{20} + \frac{1}{10}$

4.170. Не выполняя вычислений, объясните, почему ответ неправильный:

А) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$

Б) $\frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{19}{20}$

В) $\frac{8}{9} + \frac{9}{10} = \frac{89}{90}$

4.171. Не выполняя вычислений, докажите, что:

А) $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} > \frac{1}{3}$

Б) $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} > \frac{1}{2}$

В) $\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25} > \frac{1}{5}$

Г) $\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{1}{2}$

4.172. Сравните дроби:

А) $\frac{2008}{2009}$ и $\frac{2009}{2010}$

Б) $\frac{41}{61}$ и $\frac{411}{611}$

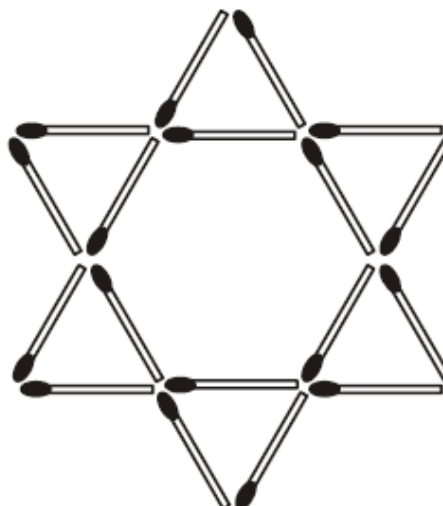
В) $\frac{200200201}{200200203}$ и $\frac{300300301}{300300304}$

Г) $\frac{1}{2008} + \frac{1}{2012}$ и $\frac{1}{2009} + \frac{1}{2011}$

Д) $\frac{1}{2008} - \frac{1}{2009}$ и $\frac{1}{2010} - \frac{1}{2011}$

CLV. С числами можно выполнять следующие операции: умножать на два или произвольным образом переставлять цифры (нельзя только ставить ноль на первое место). Можно ли с помощью таких операций из 1 получить 74?

CLVI. На рисунке изображена фигура, в которой можно найти ровно 8 треугольников. Переложите 4 спички так, чтобы в новой фигуре можно было найти ровно 10 треугольников.



Умножение дробей.

4.173. Вычислите:

- А) $\frac{2}{5} \cdot 2$ Б) $\frac{3}{11} \cdot 3$ В) $\frac{5}{7} \cdot 1$ Г) $\frac{2}{3} \cdot 2$ Д) $\frac{5}{6} \cdot 6$ Е) $\frac{7}{15} \cdot 2$ Ё) $\frac{7}{15} \cdot 3$
- Ж) $\frac{1}{21} \cdot 13$ З) $\frac{4}{9} \cdot 9$ И) $\frac{3}{16} \cdot 7$ Й) $\frac{6}{7} \cdot 14$ К) $\frac{17}{18} \cdot 9$ Л) $\frac{15}{22} \cdot 4$ М) $\frac{46}{57} \cdot 38$
- Н) $7 \cdot \frac{3}{14}$ О) $15 \cdot \frac{4}{25}$ П) $18 \cdot \frac{7}{12}$ Р) $20 \cdot \frac{7}{80}$ С) $7 \cdot \frac{19}{20}$ Т) $34 \cdot \frac{5}{17}$ У) $8 \cdot \frac{7}{16}$
- Ф) $20 \cdot \frac{4}{35}$ Х) $12 \cdot \frac{5}{18}$ Ц) $30 \cdot \frac{7}{90}$ Ч) $8 \cdot \frac{17}{30}$ Ш) $38 \cdot \frac{7}{19}$ Щ) $\frac{7}{78} \cdot 13$ Ъ) $\frac{1}{57} \cdot 57$
- Ы) $17 \cdot \frac{1}{8}$ Ь) $13 \cdot \frac{1}{6}$ Э) $15 \cdot \frac{1}{10}$ Ю) $23 \cdot \frac{1}{12}$ Я) $100 \cdot \frac{1}{57}$ W) $2 \cdot \frac{77}{199}$ Z) $3 \cdot \frac{177}{200}$

4.174. Вычислите:

- А) $\frac{7}{9} \cdot 17$ Б) $\frac{21}{23} \cdot 11$ В) $\frac{34}{35} \cdot 8$ Г) $\frac{34}{111} \cdot 16$ Д) $\frac{99}{101} \cdot 102$ Е) $\frac{567}{4561} \cdot 100$ Ё) $57 \cdot \frac{57}{61}$

4.175. На следующих примерах проверьте, что при умножении на дробь получается соответствующая часть от целого:

- А) $8 \cdot \frac{3}{4}$ Б) $34 \cdot \frac{15}{17}$ В) $\frac{7}{15} \cdot 30$ Г) $57 \cdot \frac{16}{19}$ Д) $56 \cdot \frac{6}{7}$ Е) $21 \cdot \frac{4}{7}$ Ё) $1000 \cdot \frac{99}{100}$

4.176. Вычислите:

- А) $2\frac{1}{3} \cdot 2$ Б) $1\frac{1}{5} \cdot 3$ В) $4\frac{2}{7} \cdot 3$ Г) $6\frac{2}{9} \cdot 4$ Д) $11\frac{3}{16} \cdot 5$ Е) $2\frac{1}{2} \cdot 2$ Ё) $6\frac{2}{5} \cdot 5$
- Ж) $4\frac{1}{3} \cdot 3$ З) $5 \cdot 6\frac{8}{25}$ И) $7 \cdot 14\frac{2}{49}$ Й) $13 \cdot 4\frac{11}{26}$ К) $8 \cdot 8\frac{7}{44}$ Л) $9 \cdot 9\frac{17}{36}$ М) $57 \cdot 2\frac{5}{114}$
- Н) $21 \cdot 3\frac{19}{28}$ О) $87 \cdot 3\frac{2}{29}$ П) $75 \cdot 1\frac{7}{30}$ Р) $93 \cdot 4\frac{30}{31}$ С) $16 \cdot 2\frac{21}{32}$ Т) $44 \cdot 5\frac{4}{33}$ У) $68 \cdot 2\frac{3}{34}$
- Ф) $14 \cdot 5\frac{6}{35}$ Х) $111 \cdot 3\frac{3}{37}$ Ц) $25 \cdot 2\frac{2}{150}$ Ч) $33 \cdot 1\frac{10}{33}$ Ш) $65 \cdot 4\frac{3}{13}$

4.177. Вычислите:

- А) $5 \cdot 2\frac{3}{10}$ Б) $2 \cdot 3\frac{2}{11}$ В) $3 \cdot 5\frac{4}{21}$ Г) $7 \cdot 4\frac{17}{28}$ Д) $9 \cdot 5\frac{7}{27}$ Е) $11 \cdot 4\frac{19}{55}$ Ё) $7 \cdot 14\frac{2}{49}$
- Ж) $45 \cdot 1\frac{7}{30}$ З) $68 \cdot 2\frac{3}{34}$ И) $6 \cdot 8\frac{5}{6}$ Й) $4 \cdot 3\frac{3}{8}$ К) $3 \cdot 4\frac{3}{13}$ Л) $7 \cdot 4\frac{3}{28}$ М) $3 \cdot 5\frac{17}{21}$
- Н) $9 \cdot 6\frac{7}{36}$ О) $11 \cdot 5\frac{23}{77}$ П) $8 \cdot 8\frac{7}{44}$ Р) $14 \cdot 5\frac{6}{35}$ С) $111 \cdot 3\frac{3}{37}$ Т) $8 \cdot 6\frac{5}{8}$ У) $19 \cdot 3\frac{1}{57}$

4.178. Вычислите:

- А) $10 \cdot \left(3\frac{2}{15} - 2\frac{5}{18}\right) + 12 \cdot \left(1\frac{5}{6} + 5\frac{3}{4}\right)$ Б) $44 \cdot \left(5\frac{8}{33} - 4\frac{13}{22}\right) - 5 \cdot \left(8\frac{7}{15} - 7\frac{9}{10}\right)$
- В) $\left(\frac{6}{7} + 4\frac{5}{14} + 3\frac{3}{21} - 5\frac{19}{42}\right) \cdot 84 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{7}{12}\right) \cdot 24$ Ж) $9 \cdot \left(5\frac{11}{18} + 4\frac{13}{27}\right) - 11 \cdot \left(4\frac{3}{11} - 3\frac{13}{33}\right)$
- Г) $\left(\frac{3}{19} + \frac{5}{38}\right) \cdot 57 + \left(\frac{7}{36} + \frac{5}{54}\right) \cdot 18 - 3 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right)$ Д) $16 \cdot \left(5\frac{8}{21} - 3\frac{79}{84}\right) + 15 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{4}{5}\right)$
- Е) $17 \cdot \left(5\frac{5}{51} + \frac{7}{34} + 9\frac{16}{17}\right) - 7 \cdot \left(57\frac{5}{21} - 9\frac{11}{84} - 11\frac{1}{12}\right)$ Ё) $7 \cdot \left(6\frac{8}{21} + 4\frac{11}{14}\right) - 11 \cdot \left(3\frac{3}{22} - 2\frac{37}{44}\right)$

4.179. Найдите часть от целого. Сделайте чертёж. Сформулируйте и запишите в тетради правило умножения дробей.

- А) $\frac{1}{2}$ от $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{3}$ от $\frac{1}{2}$ В) $\frac{1}{3}$ от $\frac{1}{5}$ Г) $\frac{1}{6}$ от $\frac{1}{2}$ Д) $\frac{2}{3}$ от $\frac{1}{3}$
- Е) $\frac{3}{4}$ от $\frac{1}{5}$ Ё) $\frac{5}{6}$ от 2 Ж) $\frac{5}{6}$ от $\frac{1}{5}$ З) $\frac{2}{3}$ от $\frac{5}{7}$ И) $\frac{1}{7}$ от $\frac{1}{2}$

4.180. Вычислите:

- А) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}$ Б) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6}$ В) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$ Г) $\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{3}$ Д) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$ Е) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ Ё) $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3}$
- Ж) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5}$ З) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$ И) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{5}$ Й) $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{7}$ К) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ Л) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8}$ М) $\frac{7}{8} \cdot \frac{12}{17}$
- Н) $\frac{7}{5} \cdot \frac{4}{7}$ О) $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{5}$ П) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$ Р) $\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{15}$ С) $\frac{8}{21} \cdot \frac{7}{10}$ Т) $\frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}$ У) $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28}$
- Ф) $2 \cdot \frac{3}{7}$ Х) $\frac{2}{5} \cdot 15$ Ц) $3\frac{1}{5} \cdot 3$ Ч) $3 \cdot 1\frac{1}{4}$ Ш) $5 \cdot 3\frac{2}{3}$ Щ) $1\frac{1}{3} \cdot 9$ Ъ) $4 \cdot 1\frac{1}{2}$

4.181. Найдите:

- | | | | |
|--------------------------------------|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| А) $\frac{3}{5}$ от $6\frac{2}{3}$ | Б) $\frac{4}{9}$ от $3\frac{3}{4}$ | В) $\frac{3}{11}$ от $3\frac{2}{3}$ | Г) $\frac{3}{7}$ от $5\frac{1}{3}$ |
| Д) $\frac{7}{9}$ от $4\frac{1}{2}$ | Е) $\frac{2}{3}$ от $2\frac{1}{4}$ | Ё) $\frac{7}{18}$ от $4\frac{1}{2}$ | Ж) $\frac{3}{50}$ от $3\frac{1}{2}$ |
| З) $\frac{9}{25}$ от $20\frac{5}{6}$ | И) $\frac{11}{48}$ от $13\frac{1}{11}$ | Й) $\frac{9}{17}$ от $15\frac{1}{9}$ | К) $\frac{8}{15}$ от $14\frac{1}{16}$ |
| Л) $\frac{11}{19}$ от $4\frac{3}{4}$ | М) $\frac{13}{17}$ от $4\frac{14}{39}$ | Н) $\frac{7}{12}$ от $16\frac{4}{5}$ | О) $3\frac{2}{3}$ от $\frac{4}{5}$ |
| П) $2\frac{3}{4}$ от $1\frac{2}{3}$ | Р) $5\frac{6}{7}$ от 10 | С) $3\frac{7}{9}$ от $1\frac{1}{8}$ | Т) $3\frac{8}{11}$ от $1\frac{3}{8}$ |

4.182. Вычислите:

- | | | | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---|---|
| А) $\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2}$ | Б) $\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5}$ | В) $\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$ | Г) $\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{7}$ | Д) $\frac{1}{6} \cdot 12\frac{3}{7}$ |
| Е) $\frac{1}{7} \cdot 15\frac{2}{7}$ | Ё) $\frac{1}{8} \cdot 16\frac{8}{9}$ | Ж) $\frac{1}{9} \cdot 27\frac{9}{11}$ | З) $\frac{1}{10} \cdot 10\frac{20}{33}$ | И) $\frac{1}{11} \cdot 33\frac{44}{57}$ |
| Й) $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9}$ | К) $\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$ | Л) $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$ | М) $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$ | Н) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$ |
| О) $\frac{7}{8} \cdot 5\frac{1}{3}$ | П) $1\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{16}$ | Р) $4\frac{1}{6} \cdot 8\frac{2}{5}$ | С) $3\frac{9}{13} \cdot 1\frac{5}{8}$ | Т) $7\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{6}$ |
| У) $1\frac{4}{5} \cdot 6\frac{2}{3}$ | Ф) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5}$ | Х) $3\frac{3}{11} \cdot 7\frac{1}{3}$ | Ц) $10\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{9}$ | Ч) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{25}$ |
| Ш) $5\frac{1}{7} \cdot 3\frac{8}{9}$ | Щ) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{45}$ | Ъ) $3\frac{3}{5} \cdot 5\frac{5}{8}$ | Ы) $1\frac{1}{24} \cdot 11\frac{1}{5}$ | Ь) $12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{8}$ |

4.183. Вычислите:

- | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| А) $125 \cdot 4\frac{1}{25}$ | Б) $\frac{13}{51} \cdot 17$ | В) $\frac{7}{15} \cdot 40$ | Г) $\frac{5}{21} \cdot 35$ | Д) $\frac{12}{19} \cdot 76$ |
| Е) $11 \cdot 5\frac{3}{22}$ | Ё) $35 \cdot 2\frac{13}{14}$ | Ж) $\frac{29}{96} \cdot 168$ | З) $24 \cdot 1\frac{5}{96}$ | И) $13 \cdot 1\frac{7}{65}$ |
| Й) $63 \cdot 1\frac{4}{9}$ | К) $17 \cdot 2\frac{15}{68}$ | Л) $84 \cdot 2\frac{11}{12}$ | М) $3\frac{6}{7} \cdot 42$ | Н) $616 \cdot \frac{37}{56}$ |
| О) $\frac{5}{276} \cdot 360$ | П) $\frac{41}{360} \cdot 216$ | Р) $\frac{53}{84} \cdot 6 \cdot 24$ | С) $41\frac{3}{5} \cdot 9$ | Т) $3\frac{1}{5} \cdot 80$ |

CLVII. Все натуральные числа от 1 до 1000 записали в следующем порядке: сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма цифр которых равна 1, затем, также в порядке возрастания, числа с суммой цифр 2, потом — числа, сумма цифр которых равна 3 и т.д. На каком месте оказалось число 996?

4.184. Вычислите:

- А) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$ Б) $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$ В) $\frac{5}{7} \cdot \frac{8}{11}$ Г) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$ Д) $\frac{2}{11} \cdot 1\frac{5}{6}$
- Е) $3\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{13}$ Ё) $5\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{20}$ Ж) $\frac{63}{73} \cdot 12\frac{1}{6}$ З) $20\frac{1}{4} \cdot 20\frac{5}{9}$ И) $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$
- Й) $5\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{11}$ К) $\frac{8}{11} \cdot 2\frac{1}{12}$ Л) $18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11}$ М) $7\frac{3}{11} \cdot 2\frac{19}{40}$ Н) $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{15}$

4.185. Вычислите:

- А) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ Б) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ В) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ Г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ Д) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ Е) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$ Ё) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$
- Ж) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$ З) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2$ И) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$ К) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$ Л) $\left(4\frac{3}{4}\right)^2$ М) $\left(5\frac{1}{5}\right)^2$ Н) $\left(1\frac{2}{5}\right)^3$

4.186. Вычислите:

- А) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{15}$ Б) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$ В) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$
- Г) $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11}$ Д) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{24}{25}$ Е) $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5}$
- Ё) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3}$ Ж) $2\frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{11}$ З) $22\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{37} \cdot \frac{2}{3}$
- И) $3\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{25} \cdot 5 \cdot 6\frac{1}{4} \cdot 16$ К) $1\frac{1}{24} \cdot 3\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{15} \cdot 3\frac{7}{9} \cdot 1\frac{15}{17}$ Л) $4\frac{2}{7} \cdot \frac{56}{135} \cdot 22\frac{10}{11} \cdot 3\frac{3}{8} \cdot \frac{25}{28}$

CLVIII. Том Сойер и Гек Финн красили забор. Первым за кисть взялся Том: он прошел вдоль забора и покрасил каждую пятую по счету дощечку. Затем за дело взялся Гек и покрасил каждую четвертую по счету дощечку из неокрашенных. Затем красил Том – каждую третью по счету дощечку из неокрашенных. И, наконец, Гек покрасил последние 7 дощечек. Сколько всего дощечек в заборе?

4.187. Вычислите:

А) $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot 3 + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot 4$

Б) $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} \cdot \frac{3}{4}$

В) $\left(2\frac{3}{5} + 1\frac{5}{7}\right) \cdot 14 - \left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) \cdot 4$

Г) $4\frac{11}{48} \cdot \frac{6}{7} - 1\frac{4}{9}$

Д) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{11}{12}\right) \cdot 5\frac{1}{3}$

Е) $\left(1\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right)$

Ё) $13\frac{5}{8} - 5\frac{5}{42} \cdot \left(1\frac{1}{6} + \frac{7}{12}\right)$

Ж) $\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot \left(3\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{3}$

З) $15\frac{4}{7} - 4\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{3}{7} - \frac{34}{35}\right)$

И) $\left(\frac{5}{18} + \frac{7}{12} + \frac{4}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{20}{47}\right) \cdot \left(1\frac{1}{4} - \frac{17}{20}\right)$

Й) $\left(40\frac{7}{15} - 29\frac{8}{35}\right) \cdot 28 - 8\frac{4}{7} \cdot 4\frac{1}{5}$

К) $4\frac{1}{10} \cdot \frac{35}{36} + 3\frac{1}{15} \cdot \frac{65}{69}$

Л) $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + 1\frac{10}{17} \cdot \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{17}\right) \cdot 7\frac{3}{4}$

М) $\frac{1}{4} \cdot 4\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{57} + \left(4\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{16}{71} + \frac{2}{27} \cdot 4\frac{1}{2}$

Н) $\left(2\frac{5}{6} - \frac{3}{4} - 1\frac{1}{10} + \frac{8}{15}\right) \cdot 4\frac{1}{2} \cdot \left(1\frac{5}{12} - \frac{1}{2}\right)$

О) $\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(23\frac{2}{3} - 15\frac{5}{9}\right) \cdot \frac{45}{58}$

П) $\left(8\frac{1}{2} - 7\frac{3}{8}\right) \cdot 5\frac{2}{3} - 1\frac{4}{5} \cdot \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{7}{9}\right)$

Р) $\left(5\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{26} + \frac{1}{2}$

С) $\left[\left(3\frac{2}{5} + 1\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{3}{17} - \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46}\right) \cdot \frac{69}{80}\right] \cdot 1\frac{1}{3}$

Т) $\left[\left(\frac{5}{12} + \frac{17}{30} + \frac{17}{20}\right) \cdot 60 - 55\frac{3}{4}\right] \cdot \frac{4}{7} - 31$

У) $8\frac{2}{11} \cdot \left(4\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{57} + 7\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{46}\right) + 15 \cdot \left(5\frac{7}{8} \cdot 3\frac{3}{47} - 3\frac{2}{3} \cdot \frac{31}{55}\right)$

Ф) $\frac{5}{12} \cdot \left(3\frac{5}{8} \cdot 4\frac{4}{7} - 1\frac{3}{14} \cdot 3\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{33} \cdot \left(8\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{43} - 3\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{22}\right)$

Х) $\left(4 - 2\frac{5}{6} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(7\frac{1}{12} - 5\frac{3}{4}\right)$

Ц) $5\frac{17}{20} + \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{8}\right) \cdot 1\frac{1}{3} \cdot \left(4\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}\right)$

Ч) $\left(1\frac{5}{6} + 2\frac{4}{9} - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 4 - \left(3\frac{1}{2} - 1\frac{7}{10}\right) \cdot 5$

Ш) $\left(\left(1\frac{2}{3}\right)^2 - 1\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{2}{23} + \frac{21}{23} \cdot \left(2\frac{5}{6} - 2\frac{10}{12}\right)$

Щ) $12 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5}$

Ъ) $3 \cdot 5\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{11}$

Ы) $\frac{45}{77} \cdot \left(\frac{11}{15} - \frac{3}{20}\right)$

Ь) $\left(\frac{5}{8} + \frac{11}{36}\right) \cdot \frac{6}{67}$

Э) $\frac{3}{8} \cdot 5 + 4\frac{1}{6} \cdot 2\frac{1}{10} - \frac{9}{20} \cdot 6$

Ю) $2 \cdot 1\frac{5}{12} + 4 \cdot 1\frac{1}{8} + 1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{4}$

CLIX. Вася умножил некоторое число на 10 и получил простое число. А Петя умножил то же самое число на 15, но всё равно получил простое число. А) Может ли так быть, что никто из них не ошибся? Б) Найдите все такие числа.

4.188. Чему равна площадь комнаты, размеры которой $5\frac{1}{2}$ м и $3\frac{1}{2}$ м?

4.189. За 1 ч велосипедист проезжает 12 км. Сколько километров он проедет за $\frac{1}{2}$ ч, $\frac{1}{3}$ ч, $\frac{3}{4}$ ч, 3 ч, $2\frac{1}{3}$ ч, $1\frac{1}{4}$ ч, $3\frac{3}{4}$ ч?

4.190. Найдите массу металлической детали, объём которой равен $3\frac{1}{3}$ дм³, если масса 1 дм³ этого металла равна $7\frac{4}{5}$ кг.

4.191. Два велосипедиста выехали одновременно из одного и того же пункта и двигались в одном и том же направлении. Скорость первого велосипедиста $12\frac{3}{4}$ км/ч, а скорость второго в $1\frac{1}{5}$ раза больше. Какое расстояние будет между ними через $1\frac{1}{5}$ ч?

Взаимно обратные числа.

Определение. Два числа, произведение которых равно 1, называются **взаимно обратными**.

4.192. Проверьте, являются ли числа взаимно обратными. Какую закономерность и способ для определения взаимно обратных чисел можно заметить?

- А) $\frac{5}{6}$ и $1\frac{1}{5}$ Б) $\frac{2}{3}$ и $1\frac{1}{2}$ В) $\frac{1}{2}$ и 2 Г) 5 и $\frac{1}{5}$ Д) $\frac{1}{57}$ и 57
Е) $3\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{11}$ Ё) $\frac{11}{13}$ и $1\frac{2}{11}$ Ж) $7\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{39}$ З) $2\frac{1}{57}$ и $\frac{57}{115}$ И) $10\frac{10}{11}$ и $\frac{11}{120}$

4.193. Найдите число, обратное данному:

- А) 10 Б) 15 В) 1 Г) $\frac{1}{4}$ Д) $\frac{1}{100}$ Е) $\frac{1}{9}$ Ё) $\frac{1}{37}$
Ж) $\frac{2}{5}$ З) $\frac{7}{8}$ И) $\frac{11}{34}$ Й) $\frac{15}{67}$ К) $\frac{23}{47}$ Л) $\frac{57}{100}$ М) $\frac{13}{95}$
Н) $1\frac{2}{7}$ О) $2\frac{2}{3}$ П) $3\frac{4}{7}$ Р) $10\frac{1}{4}$ С) $13\frac{1}{2}$ Т) $2\frac{5}{57}$ У) $11\frac{7}{10}$

CLX. Мартышка сорвала гроздь бананов. Три самых больших банана ($\frac{7}{20}$ общего веса) она съела на завтрак, три самых маленьких ($\frac{1}{4}$ общего веса) – на ужин. Остальные бананы она съела на обед. Сколько всего бананов съела Мартышка?

Деление дробей.

4.194. Выполните деление:

- А) $\frac{4}{5}:2$ Б) $\frac{1}{4}:2$ В) $\frac{1}{3}:3$ Г) $\frac{5}{9}:1$ Д) $\frac{4}{7}:3$ Е) $\frac{6}{7}:3$ Ё) $\frac{3}{4}:2$
- Ж) $\frac{3}{4}:2$ З) $\frac{2}{3}:3$ И) $\frac{20}{27}:5$ Й) $\frac{9}{10}:10$ К) $\frac{10}{13}:2$ Л) $\frac{8}{5}:2$ М) $\frac{81}{85}:9$
- Н) $\frac{11}{13}:13$ О) $\frac{5}{11}:5$ П) $5\frac{1}{3}:2$ Р) $9\frac{2}{3}:2$ С) $22\frac{1}{3}:3$ Т) $\frac{14}{17}:7$ У) $4\frac{4}{5}:2$
- Ф) $3\frac{3}{5}:2$ Х) $15\frac{3}{7}:3$ Ц) $14\frac{2}{7}:3$ Ч) $40\frac{1}{2}:3$ Ш) $\frac{8}{11}:4$ Щ) $3\frac{3}{8}:9$ Ъ) $\frac{3}{5}:2$
- Ы) $\frac{2}{3}:5$ Ь) $\frac{7}{16}:6$ Э) $\frac{7}{9}:14$ Ю) $\frac{27}{32}:81$ Я) $4\frac{2}{3}:7$ W) $7\frac{3}{5}:57$ Z) $\frac{18}{25}:12$

4.195. Выполните деление:

- А) $2:3$ Б) $3:2$ В) $4:6$ Г) $5:9$ Д) $10:15$ Е) $21:28$ Ё) $57:100$
- Ж) $57:99$ З) $150:225$ И) $44:100$ Й) $5:4$ К) $6:4$ Л) $10:7$ М) $23:7$
- Н) $34:6$ О) $45:20$ П) $120:16$ Р) $124:17$ С) $234:9$ Т) $66:9$ У) $39:26$

4.196. Из двух городов, расстояние между которыми 71 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля, скорости которых равны 64 км/ч и 78 км/ч соответственно. Через какое время они встретятся?

4.197. Из двух поселков, расстояние между которыми 27 км, одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста, скорости которых равны 11 км/ч и 19 км/ч соответственно. Через какое время они встретятся?

4.198. Из двух деревень, расстояние между которыми 19 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода, скорости которых равны 4 км/ч и 6 км/ч соответственно. Через какое время расстояние между ними будет равно 10 км?

4.199. Из двух городов, расстояние между которыми 157 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля, скорости которых равны 57 км/ч и 89 км/ч соответственно. Через какое время расстояние между ними будет равно 30 км?

CLXI. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

4.200. 3 кг конфет разделили поровну между 25 учениками. Какая часть конфет достанется каждому ученику? Сколько килограммов конфет достанется каждому ученику?

4.201. 5 кг ягод разложили поровну в 8 пакетов. Какая часть ягод лежит в одном пакете? Сколько килограммов ягод в одном пакете?

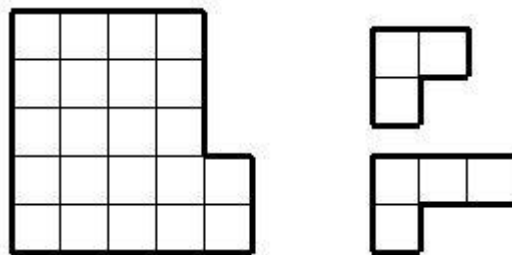
4.202. 50 кг яблок разложили поровну в 6 ящиков. Какая часть яблок в одном ящике? Сколько килограммов яблок в одном ящике?

4.203. 20 т угля нагрузили поровну на 7 машин. Какая часть груза нагружена на одну машину? Сколько тонн угля нагружено на одну машину?

4.204. Выполните деление:

- А) $3\frac{3}{4}:5$ Б) $7\frac{1}{3}:2$ В) $6\frac{7}{8}:4$ Г) $12\frac{1}{10}:10$ Д) $3\frac{1}{3}:4$ Е) $5\frac{5}{7}:4$ Ё) $9\frac{2}{7}:6$
- Ж) $1\frac{4}{5}:6$ З) $3\frac{2}{5}:8$ И) $33\frac{1}{3}:2$ Й) $23\frac{5}{7}:3$ К) $15\frac{13}{14}:10$ Л) $43\frac{2}{7}:9$ М) $43\frac{2}{7}:99$
- Н) $15\frac{1}{2}:3$ О) $14\frac{2}{3}:7$ П) $21\frac{9}{17}:3$ Р) $21\frac{9}{17}:7$ С) $21\frac{9}{17}:21$ Т) $34\frac{34}{35}:17$ У) $10\frac{4}{7}:2$
- Ф) $57\frac{8}{9}:19$ Х) $34\frac{6}{7}:5$ Ц) $23\frac{4}{7}:23$ Ч) $4\frac{48}{49}:2$ Ш) $77\frac{11}{19}:38$ Щ) $16\frac{48}{121}:8$ Ъ) $50\frac{55}{137}:5$
- Ы) $56\frac{7}{8}:7$ Ь) $56\frac{7}{8}:8$ Э) $13\frac{1}{2}:26$ Ю) $45\frac{5}{13}:15$ Я) $10\frac{1}{100}:10$ W) $1\frac{1}{100}:99$ Z) $57\frac{57}{59}:19$

CLXII. Незнайка разрезал фигуру на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки, нарисованные справа от неё. Сколько трёхклеточных уголков могло получиться? (Привести нужно все возможные значения.)



CLXIII. На острове туземцев племени Топ-Топ любые две деревни соединены отдельной дорогой. После постройки трёх новых деревень туземцам пришлось построить 33 новые дороги. Сколько деревень стало на острове туземцев племени Топ-Топ? Ответ объясните.

4.205. Выполните деление:

- А) $1:\frac{1}{2}$ Б) $1:\frac{1}{3}$ В) $1:\frac{1}{4}$ Г) $1:\frac{1}{57}$ Д) $2:\frac{1}{2}$ Е) $3:\frac{1}{4}$ Ё) $5:\frac{1}{10}$
- Ж) $10:\frac{1}{10}$ З) $11:\frac{1}{13}$ И) $37:\frac{1}{3}$ Й) $20:\frac{1}{25}$ К) $99:\frac{1}{3}$ Л) $4:\frac{1}{111}$ М) $3:\frac{1}{19}$

4.206. Выполните деление. Сделайте поясняющий чертёж. Сформулируйте и запишите в тетради правило деления обыкновенных дробей.

- А) $2:\frac{2}{3}$ Б) $1\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$ В) $3:\frac{3}{5}$ Г) $5:1\frac{2}{3}$ Д) $6:1\frac{1}{2}$ Е) $4:1\frac{1}{3}$ Ё) $5:\frac{5}{6}$
- Ж) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ З) $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$ И) $2\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$ Й) $2\frac{2}{3}:\frac{2}{3}$ К) $4:1\frac{1}{2}$ Л) $1\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ М) $1:\frac{2}{7}$

4.207. Выполните деление:

- А) $4:\frac{2}{5}$ Б) $18:\frac{54}{61}$ В) $24:\frac{4}{9}$ Г) $32:\frac{24}{25}$ Д) $15:\frac{5}{7}$ Е) $28:\frac{4}{7}$ Ё) $8:\frac{5}{7}$
- Ж) $4:\frac{5}{9}$ З) $10:\frac{7}{8}$ И) $6:\frac{5}{6}$ Й) $15:\frac{4}{15}$ К) $18:2\frac{1}{4}$ Л) $10:1\frac{7}{8}$ М) $32:2\frac{4}{5}$
- Н) $180:17\frac{1}{7}$ П) $1:1\frac{1}{2}$ Р) $2:3\frac{1}{3}$ С) $120:1\frac{4}{5}$ Т) $175:8\frac{1}{3}$ У) $100:7\frac{1}{7}$ Ф) $128:5\frac{1}{3}$

4.208. Выполните деление:

- А) $\frac{2}{3}:\frac{5}{7}$ Б) $\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$ В) $\frac{2}{5}:\frac{2}{3}$ Г) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$ Д) $\frac{3}{7}:\frac{3}{5}$ Е) $\frac{4}{9}:\frac{8}{9}$ Ё) $\frac{1}{2}:\frac{3}{5}$
- Ж) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$ З) $\frac{5}{6}:\frac{7}{12}$ И) $\frac{4}{9}:\frac{2}{5}$ Й) $\frac{2}{3}:\frac{13}{24}$ К) $\frac{2}{9}:\frac{4}{3}$ Л) $\frac{15}{16}:\frac{3}{10}$ М) $\frac{7}{12}:\frac{21}{16}$
- Н) $\frac{36}{49}:\frac{6}{7}$ О) $\frac{3}{10}:\frac{7}{100}$ П) $\frac{3}{5}:\frac{9}{25}$ Р) $\frac{3}{16}:\frac{5}{12}$ С) $\frac{1}{4}:\frac{3}{4}$ Т) $\frac{15}{16}:\frac{3}{8}$ У) $\frac{1}{57}:\frac{1}{19}$

CLXIV. Можно ли расставить в клетках квадрата 3 на 3 цифры от 1 до 9 так, чтобы в каждой строке сумма двух меньших цифр равнялась большей? (В каждой клетке должна стоять ровно одна цифра. Каждая цифра должна быть использована.) Если – да, то приведите пример, если – нет, то объясните.

4.209. Выполните деление:

- | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| А) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$ | Б) $5\frac{1}{2} : 3\frac{2}{3}$ | В) $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}$ | Г) $3\frac{3}{5} : 6\frac{3}{4}$ | Д) $1\frac{5}{7} : 3\frac{3}{4}$ |
| Е) $5\frac{2}{4} : 3\frac{2}{3}$ | Ё) $1\frac{1}{49} : \frac{25}{42}$ | Ж) $\frac{7}{48} : 6\frac{6}{7}$ | З) $5\frac{7}{13} : \frac{4}{39}$ | И) $4\frac{3}{8} : 5\frac{1}{4}$ |
| Й) $10\frac{3}{5} : 1\frac{23}{30}$ | К) $1\frac{7}{25} : 2\frac{6}{25}$ | Л) $8 : 2\frac{2}{3}$ | М) $3\frac{5}{9} : 4$ | Н) $15 : 6\frac{1}{4}$ |
| О) $3\frac{3}{11} : \frac{27}{44}$ | П) $4\frac{1}{5} : 7$ | Р) $1\frac{7}{9} : 3\frac{3}{7}$ | С) $12\frac{8}{33} : 4$ | Т) $45\frac{10}{29} : 5$ |
| У) $1\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}$ | Ф) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$ | Х) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{4}$ | Ц) $2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{8}$ | Ч) $14\frac{1}{2} : 4\frac{1}{9}$ |
| Ш) $4\frac{3}{5} : \frac{5}{23}$ | Щ) $15\frac{7}{24} : 3\frac{7}{120}$ | Ъ) $68\frac{17}{36} : 8\frac{1}{18}$ | Ы) $20\frac{1}{7} : 10\frac{1}{14}$ | Ь) $12\frac{3}{5} : 1\frac{1}{20}$ |

4.210. Выполните деление:

- | | | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| А) $2\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$ | Б) $11\frac{2}{7} : \frac{1}{7}$ | В) $14\frac{8}{9} : \frac{1}{9}$ | Г) $13\frac{2}{5} : \frac{1}{5}$ | Д) $17\frac{3}{11} : \frac{1}{11}$ |
| Е) $15\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$ | Ё) $12\frac{1}{13} : \frac{1}{3}$ | Ё) $4\frac{1}{6} : \frac{1}{5}$ | Ж) $10\frac{2}{99} : \frac{1}{9}$ | З) $11\frac{2}{11} : \frac{1}{4}$ |
| И) $15\frac{17}{20} : \frac{1}{2}$ | Й) $12\frac{4}{13} : \frac{1}{7}$ | К) $13\frac{8}{9} : \frac{1}{10}$ | Л) $4\frac{3}{8} : \frac{1}{11}$ | М) $19\frac{2}{5} : \frac{1}{4}$ |

CLXV. Показания часов в настоящий момент: 7 ч 50 мин, 7 ч 53 мин, 8 ч 6 мин, но все они показывают неправильное время. Известно, что какие-то из них «ошибаются» на 4 мин, какие-то на 7 мин, а какие-то на 9 мин. Определите правильное время.

CLXVI. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, по линиям на три равные части.



4.211. Выполните деление:

- А) $\frac{6}{7} : \frac{5}{6}$ Б) $\frac{4}{15} : \frac{12}{23}$ В) $\frac{8}{21} : \frac{32}{49}$ Г) $1\frac{4}{5} : \frac{3}{10}$ Д) $\frac{2}{9} : 5$
- Е) $\frac{18}{23} : 5$ Ё) $3\frac{1}{7} : 5$ Ж) $\frac{24}{35} : 5$ З) $1\frac{5}{11} : \frac{8}{17}$ И) $5\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$
- Й) $56 : 4\frac{4}{5}$ К) $27\frac{6}{7} : 3$ Л) $9\frac{1}{8} : 8\frac{1}{9}$ М) $\frac{18}{25} : 2\frac{2}{5}$ Н) $7\frac{5}{7} : 4\frac{2}{7}$
- О) $12\frac{3}{5} : 9$ П) $40\frac{15}{17} : 5$ Р) $3\frac{7}{39} : 1\frac{5}{31}$ С) $\frac{4}{9} : \frac{3}{8}$ Т) $\frac{3}{7} : \frac{9}{14}$
- У) $\frac{86}{113} : \frac{43}{51}$ Ф) $\frac{27}{64} : 9$ Х) $8 : \frac{2}{3}$ Ц) $7 : 3$ Ч) $2\frac{1}{7} : 1\frac{11}{14}$
- Ш) $3\frac{3}{5} : 1\frac{11}{25}$ Щ) $2\frac{3}{23} : 7\frac{21}{46}$ Ъ) $2\frac{47}{49} : 12\frac{3}{7}$ Ы) $1\frac{7}{9} : 2\frac{2}{11}$ Ь) $4\frac{7}{8} : 5\frac{1}{3}$

4.212. Пешеход прошел $\frac{2}{5}$ моста, когда заметил, что сзади по дороге едет велосипедист. Он повернулся и пошел назад и встретился с велосипедистом в начале моста. Если бы он продолжал двигаться вперед, то велосипедист догнал бы его в конце моста. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода?

4.213. Велосипедист проехал $\frac{3}{7}$ моста, когда заметил, что сзади по дороге едет автомобиль. Он повернулся и поехал назад и встретился с автомобилем в начале моста. Если бы он продолжал двигаться вперед, то автомобиль догнал бы его в конце моста. Во сколько раз скорость велосипедиста меньше скорости автомобиля?

CLXVII. Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников. Площади некоторых из них указаны на рисунке. Найдите площадь прямоугольника, отмеченного вопросительным знаком.

?				20
			14	10
		32	28	
	35	40		
9	21			

4.214. Вычислите:

А) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 3 + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{9}$

Б) $\left(1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{10}\right) : \frac{1}{2} + \left(6\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3}\right) : 1\frac{1}{6}$

В) $\left(\frac{7}{15} + \frac{7}{30} + \frac{4}{5}\right) : \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

Г) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$

Д) $17 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

Е) $70 : \left(\frac{5}{8} + \frac{5}{6}\right) + \left(3\frac{1}{9} - \frac{1}{3}\right) : \left(3\frac{1}{3}\right)^2$

Ё) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} : \frac{4}{7}$

Ж) $\frac{11}{12} : \frac{7}{24} \cdot \frac{21}{22}$

З) $\frac{15}{16} : \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4}$

И) $\frac{13}{14} \cdot \frac{7}{25} : \frac{13}{25}$

Й) $3\frac{3}{4} \cdot \left(4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4}\right)$

К) $\left(2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{7}\right) \cdot 1\frac{1}{6}$

Л) $\left(6\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4}\right) : 2\frac{1}{2}$

М) $\left(4\frac{8}{15} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{7}{8}$

Н) $\left(2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{2}$

О) $\left(3\frac{1}{6} - 2\frac{7}{15}\right) : 1\frac{2}{5}$

П) $\left(1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}\right) : \left(4\frac{26}{27} - 2\frac{2}{9}\right)$

Р) $\left(6\frac{1}{24} - \frac{2}{3}\right) : \left(3\frac{1}{2} + 1\frac{7}{8}\right)$

С) $2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3}$

Т) $4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{3}{5}\right)$

У) $\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} : 4\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3}$

Ф) $\frac{9}{10} \cdot 1\frac{1}{14} : 2\frac{4}{7} \cdot 24 - 2\frac{4}{15} : \left(1\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)$

Х) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{6}$

Ц) $2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$

Ч) $\left(\frac{2}{15} + \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{43} - 2 : 2\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{32}$

Ш) $\left(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{4}{5}$

Щ) $\left(11\frac{5}{11} - 8\frac{21}{22}\right) : 1\frac{2}{3}$

Ъ) $\left(\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8}$

Ы) $\left(14\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}\right) : 3$

Э) $\left(21\frac{3}{5} - 9\frac{1}{5}\right) \cdot 2$

Ю) $\left(23\frac{7}{9} - 17\frac{5}{9}\right) : 2$

Я) $\left(11\frac{2}{19} - 9\frac{3}{19}\right) \cdot 3$

W) $\left(7\frac{7}{8} - 3\frac{3}{8}\right) \cdot 2 - 1$

З) $\left(25\frac{11}{37} + 17\frac{9}{37} - 1\frac{18}{37}\right) \cdot 9$

CLXVIII. Сумма нескольких чисел равна 1. Может ли сумма квадратов этих чисел быть меньше, чем $\frac{1}{10}$?

CLXIX. Вычислите рациональным способом: $(5285 + 7320 \cdot 1238) : (7320 \cdot 1239 - 2035)$.

4.215. Вычислите:

$$\text{А)} 14 - \left(10\frac{11}{13} - 5\frac{9}{13}\right) \cdot 2$$

$$\text{Б)} 4\frac{2}{21} \cdot 10 - 19\frac{20}{21}$$

$$\text{В)} 2 \cdot \frac{2}{25} \cdot 2 + 5\frac{7}{25} \cdot 3$$

$$\text{Г)} 24\frac{8}{41} : 4 - 18\frac{6}{41} : 3$$

$$\text{Д)} \frac{4\frac{1}{12} \cdot 8\frac{6}{7} \cdot 7\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{7} \cdot 7}{6\frac{1}{4} \cdot 1\frac{2}{5} \cdot 5\frac{3}{4} \cdot 3\frac{4}{9} \cdot 7\frac{1}{5}}$$

$$\text{Е)} \frac{27\frac{3}{8} - 21\frac{7}{20}}{\left(3\frac{4}{7} - 1\frac{23}{28}\right) - \left(1\frac{47}{65} - \frac{29}{130}\right)}$$

$$\text{Ё)} \frac{4\frac{2}{5} - 3\frac{3}{4} + 8\frac{7}{15} - 8\frac{7}{60}}{4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}}$$

$$\text{Ж)} \frac{7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 12\frac{1}{4} : 3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{8} + 2\frac{3}{4}}{110 : \frac{3}{5} + \frac{24 : 2\frac{2}{5}}{5}}$$

$$\text{З)} \left[\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}\right) : 3\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right] : 8\frac{8}{9} + \frac{1}{4}$$

$$\text{И)} \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}\right) : 2\frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4} + 5\frac{1}{6}$$

$$\text{Й)} \left[1\frac{1}{10} + 7 : \left(3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{8}\right) \right] \cdot 1\frac{1}{59}$$

$$\text{К)} \left[3\frac{1}{4} \cdot \left(14\frac{4}{5} + \frac{4}{15}\right) - 47 \right] : 5\frac{9}{10}$$

$$\text{Л)} \left(7\frac{1}{3} - 6\frac{7}{8}\right) : \frac{3}{4} - \left(5\frac{1}{4} - 4\frac{21}{40}\right) : 1\frac{9}{20}$$

$$\text{М)} \frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{9}$$

$$\text{Н)} 2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$$

$$\text{О)} \left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - 2 : 2\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{32}$$

$$\text{П)} \left(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{4}{5}$$

$$\text{Р)} 3\frac{1}{8} : \left[\left(4\frac{5}{12} - 2\frac{13}{24}\right) \cdot \frac{4}{7} + \left(3\frac{1}{18} - 2\frac{7}{12}\right) \cdot 1\frac{10}{17} \right]$$

$$\text{С)} 2\frac{3}{4} : \left[\left(4\frac{5}{7} - 1\frac{11}{14}\right) \cdot 4\frac{2}{3} + \left(3\frac{2}{9} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{18}{25} \right]$$

$$\text{Т)} \left[15 : 3\frac{3}{4} - 10\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{14} \right] : \left(1\frac{23}{52} - 1\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{У)} \frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{2}{9}\right) \cdot 10\frac{1}{3} - 1\frac{1}{11} \cdot \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{28} - 1}$$

$$\text{Ф)} \frac{\left(15 : \frac{5}{18} : 3\frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{11}{36} + \frac{5}{48} + \frac{5}{18}\right)}{\left(11\frac{5}{11} - 8\frac{21}{22}\right) : 1\frac{2}{3}}$$

$$\text{Х)} \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right) : \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{8} + \frac{7}{20}\right) : 1\frac{9}{20} \right] : \frac{1}{50}$$

$$\text{Ц)} \left[\left(12\frac{1}{2} - 2 \right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{40} \right) - \left(2 + 6\frac{2}{3} \right) : \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3} \right) \right] : 8 \quad \text{Ч)} \frac{\left(8\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \right) : 3\frac{1}{2} + \left(3\frac{1}{8} - 1\frac{7}{8} \right) \cdot 1\frac{3}{5}}{\left(5 - 4\frac{2}{5} \right) : 10 + \left(2 - 1\frac{3}{8} \right) : 3\frac{1}{8}}$$

$$\text{Ш)} \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{10}}{\frac{15}{16} \cdot \frac{14}{39} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{13}{21}} : \left(2\frac{1}{8} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 2\frac{15}{17} \cdot 4\frac{2}{3} : 196 \right)$$

$$\text{Щ)} \left(31\frac{163}{275} : \frac{48}{55} - 29\frac{19}{20} \right) - \left(101\frac{37}{175} : 17\frac{7}{25} + 213\frac{34}{35} : 1497\frac{4}{5} \right)$$

$$\text{Ъ)} \left(4\frac{4}{65} \cdot 8\frac{28}{55} - 16\frac{1}{5} \cdot \frac{21}{25} - \frac{6}{125} \right) \cdot \left(14\frac{8}{11} : \frac{26}{77} : 405 \right) \quad \text{Ы)} \frac{3\frac{4}{15} \cdot 13\frac{11}{18} \cdot 23\frac{23}{35} \cdot 19\frac{17}{49}}{22\frac{3}{25} \cdot 16\frac{8}{11} \cdot 5\frac{25}{27} \cdot 4\frac{7}{32}} : \left(7\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{24} \right)$$

$$\text{Ь)} \left[\frac{\left(53\frac{3}{4} + 9\frac{1}{6} \right) \cdot 1\frac{1}{5} - \left(6\frac{4}{5} - 3\frac{6}{7} \right) \cdot 5\frac{5}{6}}{\left(10\frac{3}{10} - 8\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{5}{9} - 3\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}} \right] - 29\frac{5}{6} \quad \text{Э)} \frac{\left(6\frac{2}{3} + 2\frac{4}{15} + 5\frac{1}{2} \right) : \frac{1}{15} - 30 : \frac{5}{28}}{2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{19}{22} : 42\frac{1}{2}}$$

$$\text{Ю)} \frac{\left(\frac{33}{54} + \frac{11}{16} \right) \cdot \left(\frac{14}{15} - \frac{7}{12} \right) \cdot 2\frac{2}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot 18 : 4\frac{1}{27}}{4 : 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{2}{9} : \frac{5}{7} \cdot \left(\frac{13}{20} + \frac{11}{35} \right) \cdot \left(\frac{23}{33} - \frac{7}{22} \right)}$$

$$\text{Я)} \left(\frac{17}{24} + \frac{9}{40} - \frac{11}{48} - \frac{31}{80} \right) : 3\frac{4}{5} \cdot 1\frac{5}{7}$$

$$\text{У)} \frac{31}{42} + \frac{43}{54} + \frac{79}{81} - \frac{17}{63} - \frac{67}{81} + \frac{37}{63}$$

$$\text{З)} \left[\left(\frac{35}{57} + \frac{29}{38} \right) \cdot \frac{19}{29} + \left(\frac{25}{34} + \frac{48}{51} \right) \cdot \frac{17}{29} \right] \cdot \frac{87}{164}$$

CLXX. У Тигрия есть фонарик и 5 аккумуляторов. Тигрию известно, что 3 аккумулятора заряжены (но неизвестно, какие именно), а остальные разряжены. Тигрий может вставить в фонарик два аккумулятора, и если оба заряжены, то лампочка загорится, а иначе — нет. Как ему за 3 таких проверки найти два заряженных аккумулятора?

CLXXI. На складе ООО «Петя, Мика и партнёры» есть сувениры десяти разных видов. Однажды щедрый Петя решил сосчитать, сколько он сможет подарить разных подарков из 7 различных сувениров, а прижимистый Мика решил сосчитать, сколько он сможет подарить разных подарков из 3 различных сувениров. У кого из них получилось больше вариантов?

CLXXII. Два квадрата 3x3 и 4x4 разрезать каждый на две части так, чтобы из полученных четырех кусков можно было бы сложить квадрат 5x5.

Задачи на работу.

4.216. Библиотеке надо переплести 900 книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 10 дней, вторая – за 15. За сколько дней будет выполнена эта работа, если мастерские будут работать вместе?

Решение:

1. Сколько книг переплетает в день первая мастерская?

$$900 : 10 = 90$$

2. Сколько книг переплетает в день вторая мастерская?

$$900 : 15 = 60$$

3. Сколько книг переплетают в день обе мастерские вместе?

$$90 + 60 = 150$$

4. За сколько дней мастерские выполнят заказ?

$$900 : 150 = 6$$

Ответ: мастерские выполнят заказ за 6 дней.

4.217. Токарю и его ученику нужно обработать 420 деталей. Токарь, работая один, может выполнить эту работу за 20 часов, а его ученик – за 60 часов. За сколько часов выполнят эту работу токарь и его ученик, работая вдвоем?

4.218. Объем бассейна 800 м^3 . Первая труба заполняет бассейн за 5 часов, а вторая – за 20 часов. За сколько часов наполнят бассейн обе трубы, работая вдвоем?

4.219. Объем бассейна 1200 м^3 . Первая труба заполняет бассейн за 80 минут, а вторая – за 48 минут. За сколько минут наполнят бассейн обе трубы, работая вдвоем?

4.220. Заказ по выпуску 2250 машин первый завод может выполнить за 90 дней, а второй – за 150 дней. Первый завод проработал над заказом 10 дней, после чего к нему присоединился другой и работу над заказом они заканчивали вместе. За сколько дней был выполнен заказ?

4.221. Двум рабочим одинаковой квалификации поручили изготовить 80 деталей. Через 1 час, после того, как один из них приступил к работе, к нему присоединился второй рабочий и через 2 часа после этого заказ был выполнен. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий?

4.222. Двум рабочим одинаковой квалификации поручили изготовить 120 деталей. Через 4 часа, после того, как один из них приступил к работе, к нему присоединился второй рабочий и через 2 часа после этого заказ был выполнен. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий?

4.223. В помощь садовому насосу, перекачивающему 9 л воды за 4 минуты подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 7 минут. Сколько времени эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 99 л воды?

4.224. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 л воды за 2 минуты подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько времени эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 л воды?

4.225. Первый кран заполняет бассейн за 3 часа, а второй – за 4 часа. Какую часть бассейна заполнят за 1 час оба крана, работая одновременно?

4.226. Первый рабочий может выполнить заказ за 6 дней, а второй – за 5 дней. Какую часть заказа выполнят оба рабочих за 1 день, работая одновременно?

4.227. А) Через первую трубу бассейн можно заполнить за 20 ч, а через вторую – за 30 ч. За сколько часов наполнится бассейн через обе эти трубы?

Решение:

1) Какую часть бассейна заполняет первая труба за 1 час?

$$1 : 20 = \frac{1}{20} \text{ часть бассейна в час}$$

2) Какую часть бассейна заполняет вторая труба за 1 час?

$$1 : 30 = \frac{1}{30} \text{ часть бассейна в час}$$

3) Какую часть бассейна заполняют за 1 час обе трубы?

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12} \text{ часть бассейна в час}$$

4) За сколько часов заполнят бассейн обе трубы?

$$1 : \frac{1}{12} = 12 \text{ ч}$$

Ответ: обе трубы заполнят бассейн за 12 ч.

Б) Один ученик может убрать класс за 20 мин, а второй – за 30 мин. За сколько минут они могут убрать класс, работая вместе?

Решение:

1) Какую часть класса убирает первый ученик за 1 мин?

$$1 : 20 = \frac{1}{20} \text{ часть класса в час}$$

2) Какую часть класса убирает второй ученик за 1 мин?

$$1 : 30 = \frac{1}{30} \text{ часть класса в час}$$

3) Какую часть класса убирают за 1 мин оба ученика?

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12} \text{ часть класса в час}$$

4) За сколько минут уберут класс оба ученика?

$$1 : \frac{1}{12} = 12 \text{ ч}$$

Ответ: оба ученика уберут класс за 12 минут .

В) Грузовая машина проезжает расстояние между двумя городами за 30 ч, а легковая – за 20 ч. Машины одновременно выехали из этих городов навстречу друг другу. Через сколько часов они встретятся?

Решение:

1) Какую часть пути проедет грузовая машина за 1 час?

$$1 : 30 = \frac{1}{30} \text{ часть пути в час}$$

2) Какую часть пути проедет легковая машина за 1 час?

$$1 : 20 = \frac{1}{20} \text{ часть пути в час}$$

3) Какую часть пути проедут за 1 час обе машины?

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{1}{12} \text{ часть пути в час}$$

4) Через сколько часов машины встретятся?

$$1 : \frac{1}{12} = 12 \text{ ч}$$

Ответ: машины встретятся через 12 ч.

4.228. А) Через первую трубу бассейн заполняется за 4 часа, а через вторую – за 6 часов. За сколько часов заполнят бассейн обе трубы?

Б) Первый землекоп может выкопать канаву за 4 часа, а второй – за 6 часов. За сколько часов выкопают канаву оба землекопа?

В) Мотоциклист проезжает расстояние между двумя поселками за 4 часа, а велосипедист – за 6 часов. Они одновременно выехали навстречу друг другу из этих поселков. Через сколько часов они встретятся?

4.229. Моторная лодка переплывает озеро за 2 минуты, а лодка с гребцом – за 6 минут. Обе лодки начали одновременно плыть навстречу друг другу с противоположных берегов озера. Через какое время они встретятся?

4.230. Первая машина может заасфальтировать улицу за 9 часов, а вторая – за 3 часа. За какое время заасфальтируют улицу обе машины, работая вместе?

4.231. Для разравнивания дороги поставлены две грейдерные машины различной мощности. Первая может выполнить всю работу за 36 дней, а вторая – за 45 дней. За сколько дней выполнят всю работу обе машины, работая совместно?

4.232. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали автобус и легковая машина. Автобус проезжает весь путь за 12 часов, а легковая машина – за 6 часов. Через сколько часов они встретятся?

4.233. Одноместная байдарка проплывает дистанцию гребного канала за 28 секунд, а двухместная – за 21 секунду. Обе байдарки стартовали одновременно с противоположных концов канала. Через сколько секунд они встретятся?

4.234. От двух пристаней одновременно навстречу друг другу вышли катер и теплоход. Катер проплывает расстояние между пристанями за 24 часа, а теплоход – за 40 часов. Через сколько часов они встретятся?

4.235.
За 10 дней пират Ерема
Способен выпить бочку рома.
А у пирата, у Емели,
Уйдет на это две недели.
За сколько дней прикончат ром
Пираты, действуя вдвоем?

4.236.
Ниф-Ниф, вот это чудеса,
Построил дом за 3 часа.
Нуф-Нуф такой за 5 часов
Сложил и запер на засов.
В какой бы срок воздвигли дом
Те хрюшки, будучи вдвоем?

4.237. Один мастер может выполнить заказ за 28 ч, а другой – за 21 ч. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

4.238. Один мастер может выполнить заказ за 9 ч, а другой – за 18 ч. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

4.239. К ванне проведены два крана. Через один кран ванна наполняется за 12 мин, а через второй – в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее. За сколько минут наполнится $\frac{5}{6}$ ванны, если открыть сразу оба крана?

CLXXIII. За 8 дней слониха со слоненком съедает 48 вёдер корма. А за 10 дней слониха с двумя слонятами съедает 80 вёдер такого же корма. Сколько ведер корма съедает слониха в день, и сколько слоненок?

- 4.240. Плавательный бассейн наполняется двумя трубами при их совместной работе за 48 мин. Через первую трубу бассейн заполняется за 2 ч. За сколько времени наполнится бассейн на $\frac{3}{4}$ своего объема через одну вторую трубу?
- 4.241. Карлсон съедает банку варенья за 10 минут, фрекен Бок – за 12 минут, а Малыш – за 15 минут. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?
- 4.242. Винни-Пух съедает горшочек меда за 6 минут, Пятачок – за 20 минут, а ослик Иа – за 30 минут. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?
- 4.243. Водоем наполняется двумя трубами за 5 часов, а через одну первую трубу – за 6 часов. Через сколько времени будет наполнен водоем, если открыть только одну вторую трубу?
- 4.244. Два трактора вспахали поле за 6 часов. Первый трактор, работая один, вспахал бы это поле за 15 часов. За сколько времени вспахал бы это поле один второй трактор?
- 4.245. Три экскаватора различной мощности могут отрыть котлован, работая отдельно: первый – за 10 дней, второй – за 12 дней, а третий – за 15 дней. За сколько времени они откопают котлован, работая совместно?
- 4.246. Школа заказала в мастерской спортивную форму для участников соревнований. Одна швея может выполнить заказ за 20 дней, вторая – за 12 дней, а третья – за 30 дней. За сколько времени выполнят весь заказ три швеи, работая совместно?
- 4.247. Первый кран наполняет бассейн за 12 минут, второй – за 6 минут, а третий – за 4 минуты. За какое время наполнят бассейн все три крана, открытые одновременно?
- 4.248. Первый кран наполняет бассейн за 18 минут, второй – за 12 минут, а третий – за 9 минут. За какое время наполнят бассейн все три трубы, открытые одновременно?
- 4.249. Слон, слониха и слоненок пришли к озеру, чтобы напиться воды. Слон может выпить озеро за 3 ч, слониха – за 5 ч, а слоненок – за 6 ч. За сколько времени они все вместе выпьют озеро?
- 4.250. (Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого, Россия, 18 в.) Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?
- 4.251. Вася и Лева вскапывают грядку за 10 минут, а один Вася – за 15 минут. За сколько минут вскапывает грядку один Лева?
- 4.252. Аня и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Аня – за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Маша?
- 4.253. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали легковой и грузовой автомобили и встретились через 6 часов. За сколько времени проезжает это расстояние грузовой автомобиль, если легковой проезжает этот путь за 10 часов?

CLXXIV. В стозначном числе 12345678901234567890...1234567890 вычеркнули все цифры, стоящие на нечётных местах. В полученном пятидесятизначном числе вновь вычеркнули все цифры, стоящие на нечётных местах. Вычёркивание продолжалось до тех пор, пока ничего не осталось. Какая цифра была вычеркнута последней?

- 4.254. Из двух поселков одновременно навстречу друг другу выехали автомобиль и велосипедист и встретились через 5 часов. За сколько времени проезжает это расстояние велосипедист, если автомобиль проезжает этот путь за 6 часов?
- 4.255. Первый насос наполняет пустой бак за 6 ч, а второй – за 10 ч. Третий насос опорожняет полный бак за 15 ч. За какое время наполнится пустой бак при одновременной работе трех насосов?
- 4.256. Первый насос наполняет пустой бак за 6 ч, а второй – за 24 ч. Третий насос опорожняет полный бак за 8 ч. За какое время наполнится пустой бак при одновременной работе трех насосов?
- 4.257. Рабочий может выполнить заказ за 4 часа, а его ученик – за 8 часов. Рабочий, проработав над выполнением заказа 3 часа, ушел, и работу завершал ученик. За какое время был выполнен заказ?
- 4.258. Рабочий может выполнить заказ за 5 часов, а его ученик – за 10 часов. Рабочий, проработав над выполнением заказа 4 часа, ушел, и работу завершал ученик. За какое время был выполнен заказ?
- 4.259. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 2 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?
- 4.260. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 4 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?
- 4.261. Две снегоуборочные машины, работая вместе, могут убрать снег за 6 часов. После 3 часов совместной работы первую машину отправили на другой объект, а оставшаяся машина закончила уборку за 5 часов. За сколько часов каждая машина, работая отдельно, может выполнить всю работу?
- 4.262. Один каменщик может выполнить задание за 9 дней, а другой – за 12. Первый каменщик работал над выполнением этого задания 6 дней, после чего работу закончил второй каменщик. За сколько дней было выполнено задание?
- 4.263. Двум машинисткам поручено перепечатать рукопись. Одна машинистка может выполнить всю работу за 10 ч, а вторая – за 15 ч. После 4 часов совместной работы, первая машинистка ушла и работу закончила одна вторая машинистка. За сколько времени был выполнен весь заказ?
- 4.264. Бак наполняется через основной кран за 15 мин, а через запасной – за 20 мин. Сначала в течение 3 минут он наполнялся через основной кран, а затем дополнительно открыли запасной. За сколько времени был наполнен бак?

CLXXV. Женщина собрала в саду яблоки. Чтобы выйти из сада, ей пришлось пройти через четыре двери, каждую из которых охранял свирепый стражник, отбивавший половину яблок. Домой она принесла 10 яблок. Сколько яблок досталось стражникам?

4.265. В бассейн проведены две трубы – большая и маленькая. Обе трубы вместе могут наполнить бассейн за 5 ч, а одна большая – за 6 ч. За сколько времени наполнится $\frac{2}{3}$ бассейна через одну маленькую трубу?

4.266. Рабочий может выполнить заказ за 8 ч, а вместе с учеником – за 7 ч. За сколько времени один ученик выполнит $\frac{1}{4}$ заказа?

4.267. Миша проезжает путь от дома до дачи за 30 мин, а его сестра – за 45 мин. Однажды по дороге на дачу Миша встретил сестру. Выяснилось, что сестра едет с дачи и что она выехала на 10 мин позже Миши. Через сколько времени после выезда сестры они встретились? Сколько времени после встречи с сестрой пришлось Мише еще ехать до дачи?

4.268. Из пункта А в пункт В выехал грузовой автомобиль, а из пункта В в пункт А пятью часами позже выехал легковой автомобиль. Грузовой автомобиль проезжает путь от А до В за 15 ч, а легковой – за 10 ч. Через сколько времени после выезда грузового автомобиля произошла встреча? Через сколько времени после встречи легковой автомобиль приехал в А?

4.269. Две бригады, работая совместно, закончили посадку деревьев за 12 дней. Сколько дней потребуется на выполнение этой работы одной первой бригаде, если она может выполнить ее в $1\frac{1}{2}$ раза быстрее второй?

4.270. Две машинистки напечатали рукопись за 6 ч. Одна из них работает в 3 раза быстрее другой. За сколько дней могла бы напечатать эту рукопись каждая машинистка, работая отдельно?

4.271. Из города А в город В выехал пассажирский поезд. Одновременно с ним из В в А выехал товарный поезд. Пассажирский поезд через 4 ч 48 мин после выезда встретил товарный и еще через 3 ч 12 мин прибыл в В. За сколько времени товарный поезд проходит путь из В в А?

4.272. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Они встретились через 4 часа после выезда, а затем еще через 5 часов первый автомобиль приехал в В. Через сколько часов после выезда второй автомобиль приехал в А?

4.273. Вася отвечает за час на 8 вопросов теста, а Аня – на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Вася закончил позже Ани на 10 минут. Сколько вопросов содержит тест?

4.274. Маша отвечает за час на 10 вопросов теста, а Лева – на 12. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Маша закончила позже Левы на 30 минут. Сколько вопросов содержит тест?

CLXXVI. На доске написано число 23. Каждую минуту Лиза стирает это число с доски и на его место Маша записывает произведение цифр этого числа, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час?

CLXXVII. Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет и отдал их второму, потом второй проиграл первому половину своих монет, затем опять первый проиграл половину монет. В результате у первого оказалось 15 монет, а у второго 33. Сколько монет было у каждого из пиратов перед началом игры?

Глава 5. Десятичные дроби.

Коллеги! Мы с Вами уже изучили обыкновенные дроби и в совершенстве овладели всеми секретами действий с обыкновенными дробями. Поэтому мы с Вами понимаем, что вычисления с обыкновенными дробями могут быть сложными и громоздкими. Кроме того, вычисления с натуральными числами можно производить «в столбик», а для обыкновенных дробей ничего подобного не существует. Поэтому при расчётах в реальной жизни используют не все обыкновенные дроби, а только некоторые из них. Какие же?

Определение. Обыкновенные дроби, в знаменателе которых стоят числа 10, 100, 1000, 10000, 100000 и так далее (то есть степени числа 10), называются **десятичными**.

Таким образом, десятичная дробь – это обыкновенная дробь, в знаменателе которой стоит одно из чисел 10, 100, 1000 и так далее. Например, $\frac{7}{10}$ – десятичная дробь, а дробь $\frac{13}{20}$ десятичной не является. Заметим также, что использование десятичных дробей очень удобно с точки зрения метрической системы мер. Действительно, так как в 1 см = 10 мм, то 1 мм составляет одну десятую часть сантиметра, то есть $1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см}$. Аналогично, так как 1 м = 100 см, то $1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м}$. Далее, 1 км = 1000 м, поэтому $1 \text{ м} = \frac{1}{1000} \text{ км}$. С единицами для измерения масс та же самая ситуация: так как 1 кг = 1000 г, то $1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг}$. Итак, мы видим, что в метрической системе мер одни единицы измерения выражаются через другие именно с помощью десятичных дробей. **И ещё раз подчеркнём, что десятичные дроби – это частный случай обыкновенных дробей, а не какие-нибудь «новые» дроби.** Поэтому с десятичными дробями можно производить те же самые действия что и дробями обыкновенными – сравнивать, применять основное свойство дроби, производить арифметические операции.

Для десятичных дробей существует специальная система записи. Она придумана для того, чтобы все действия с дробями можно было выполнять одинаково – «столбиком». **При записи десятичной дроби целая часть отделяется от дробной части запятой, а дробная часть записывается после запятой, причём число нулей в знаменателе обыкновенной дроби показывает число знаков после запятой в записи десятичной дроби.** Рассмотрим примеры:

$2\frac{7}{10} = 2, \boxed{7}$ – здесь после запятой стоит один знак, так как знаменатель исходной дроби

равен 10

$3\frac{57}{100} = 3, \boxed{57}$ – здесь после запятой стоят два знака, так как знаменатель исходной дроби

равен 100

$57\frac{5757}{10000} = 57, \boxed{5757}$ – здесь после запятой стоят четыре знака, так как знаменатель исходной

дроби равен 10000

Читаются эти дроби так же, как и обыкновенные. Например, $2,7$ – «две целых семь десятых», $3,57$ – «три целых пятьдесят семь сотых», $57,5757$ – «пятьдесят семь целых пять тысяч семьсот пятьдесят семь десятитысячных». **Если целая часть у обыкновенной дроби отсутствует, то в записи десятичной дроби перед запятой ставится ноль.** Например, $\frac{3}{10} = 0, \boxed{3}$, $\frac{29}{100} = 0, \boxed{29}$. Называются эти дроби так: $0,3$ – «ноль целых три

десятых», $0,29$ – «ноль целых двадцать девять сотых». А как записать дробь $5\frac{7}{100}$ в виде

десятичной дроби? **Главное правило при переводе обыкновенных дробей в десятичные – число нулей в знаменателе обыкновенной дроби должно быть равно числу знаков после запятой в записи десятичной дроби.** Значит, при

записи дроби $5\frac{7}{100}$ после запятой должно стоять два знака, однако числитель этой дроби

состоит только из одного знака. В таком случае недостающие разряды заменяются цифрой

ноль, то есть $5\frac{7}{100} = 5, \boxed{07}$ – «пять целых семь сотых». Приведём ещё примеры подобных

ситуаций:

$7\frac{57}{10000} = 7, \boxed{0057}$ – «семь целых пятьдесят семь десятитысячных»

$\frac{1}{100000} = 0, \boxed{00001}$ – «ноль целых одна стотысячная»

$\frac{507}{1000000} = 0, \boxed{000507}$ – «ноль целых пятьсот семь миллионных»

5.1. Запишите следующие обыкновенные дроби в виде десятичных. Проверьте, что число нулей в знаменателе обыкновенной дроби равно числу знаков после запятой в десятичной дроби. Правильно назовите десятичные дроби.

А) $\frac{9}{10}$

Б) $\frac{15}{100}$

В) $\frac{3}{100}$

Г) $1\frac{1}{100}$

Д) $13\frac{13}{100}$

Е) $\frac{1}{1000}$

Ё) $7\frac{34}{1000}$

Ж) $1000\frac{347}{1000}$

З) $\frac{347}{10000}$

И) $\frac{347}{100000}$

Й) $\frac{347}{10000000}$

К) $\frac{30407}{1000000000}$

Л) $75\frac{5070705}{1000000000}$

М) $\frac{1}{1000000000000}$

Н) $\frac{23}{100}$

О) $\frac{457}{1000}$

П) $11\frac{7}{10}$

Р) $2\frac{18}{100}$

С) $1\frac{238}{1000}$

Т) $12\frac{15}{1000}$

У) $8\frac{8}{1000}$

Ф) $\frac{21}{1000}$

Х) $5\frac{3}{100}$

Ц) $57\frac{57}{1000}$

5.2. Запишите десятичные дроби:

А) нуль целых пять десятых;

Б) шестнадцать целых тридцать одна сотая;

В) десять целых восемь сотых;

Г) пять целых триста восемь тысячных;

Д) нуль целых двадцать восемь тысячных;

Е) одиннадцать целых пятьдесят семь сотысячных;

Ё) две целых один миллион одиннадцать тысяч двадцать три десяти миллиардных.

5.3. Запишите следующие десятичные дроби в виде обыкновенных. Проверьте, что число нулей в знаменателе обыкновенной дроби равно числу знаков после запятой в десятичной дроби. Сократите получившиеся обыкновенные дроби:

А) $7,\overline{025} = 7\frac{25}{1\overline{000}} = 7\frac{5}{200} = 7\frac{1}{40}$

Б) 0,6

В) 1,25

Г) 2,056

Д) 4,252

Е) 5,0025

Ё) 6,008

Ж) 7,0408

З) 8,002

И) 9,033

Й) 10,0057

К) 11,0285

Л) 12,016

М) 13,0125

Н) 14,280

О) 15,0320

П) 16,12250

Р) 17,00500

С) 18,020505

Т) 19,04004

У) 20,07575

5.4. Запишите десятичные дроби как несократимые обыкновенные дроби:

А) 0,12	Б) 0,012	В) 0,0012	Г) 0,85	Д) 0,58
Е) 1,324	Ё) 1,0576	Ж) 1,144	З) 1,00666	И) 1,0625
Й) 2,125	К) 2,375	Л) 2,0875	М) 2,005	Н) 2,075
П) 3,45	Р) 3,54	С) 3,02	Т) 3,04	У) 3,98
Ф) 4,55	Х) 4,65	Ц) 4,78	Ч) 4,26	Ш) 4,36
Щ) 5,168	Ъ) 5,272	Ы) 5,385	Ь) 5,725	Э) 5,945

5.5. С помощью основного свойства дроби приведите следующие дроби к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т.д. и запишите соответствующие десятичные дроби:

А) $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5$

Б) $\frac{1}{5}$	В) $\frac{2}{5}$	Г) $\frac{1}{4}$	Д) $\frac{1}{20}$	Е) $\frac{7}{20}$
Ё) $\frac{3}{4}$	Ж) $\frac{1}{8}$	З) $\frac{1}{40}$	И) $\frac{9}{20}$	Й) $\frac{5}{8}$
К) $\frac{1}{25}$	Л) $\frac{12}{25}$	М) $\frac{1}{50}$	Н) $\frac{21}{50}$	О) $\frac{7}{40}$
П) $\frac{39}{40}$	Р) $\frac{1}{125}$	С) $\frac{8}{125}$	Т) $\frac{3}{8}$	У) $\frac{7}{8}$
Ф) $\frac{1}{16}$	Х) $\frac{5}{16}$	Ц) $\frac{1}{160}$	Ч) $\frac{7}{200}$	Ш) $\frac{57}{200}$
Щ) $\frac{13}{500}$	Ъ) $\frac{17}{400}$	Ы) $\frac{133}{2000}$	Ь) $\frac{19}{5000}$	Э) $\frac{3031}{20000}$

5.6. А) Сформулируйте и запишите алгоритм перевода обыкновенных дробей в десятичные. Б) Любую ли обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной? Если нет, то приведите примеры таких обыкновенных дробей и объясните, когда обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной, а когда – нет. В) Любую ли десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной?

5.7. Запишите следующие дроби в виде десятичных дробей. Если это невозможно, то объясните почему

- | | | | | |
|----------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| А) $\frac{4}{5}$ | Б) $\frac{3}{4}$ | В) $\frac{1}{3}$ | Г) $\frac{2}{15}$ | Д) $\frac{1}{2}$ |
| Е) $\frac{11}{20}$ | Ё) $\frac{17}{25}$ | Ж) $\frac{2}{25}$ | З) $\frac{7}{45}$ | И) $\frac{3}{50}$ |
| Й) $\frac{5}{22}$ | К) $\frac{47}{50}$ | Л) $\frac{11}{85}$ | М) $\frac{1}{12}$ | Н) $\frac{3}{12}$ |
| О) $\frac{1}{40}$ | П) $\frac{17}{125}$ | Р) $\frac{9}{16}$ | С) $\frac{17}{50}$ | Т) $\frac{24}{25}$ |
| У) $\frac{1}{8}$ | Ф) $\frac{17}{200}$ | Х) $\frac{9}{40}$ | Ц) $\frac{3}{16}$ | Ч) $\frac{57}{5000}$ |
| Ш) $\frac{13}{2000}$ | Щ) $\frac{259}{400}$ | Ъ) $\frac{12347}{25000}$ | Ы) $\frac{15243}{50000}$ | Ь) $\frac{3}{20000}$ |
| Э) $\frac{5}{13000}$ | Ю) $\frac{7}{500000}$ | Я) $\frac{13}{2000000}$ | W) $\frac{51}{340000}$ | Z) $\frac{1}{25000000}$ |

5.8. Среди следующих равенств укажите правильные и неправильные:

- | | | |
|------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| А) $0,078 = \frac{39}{500}$ | Б) $\frac{19}{400} = 0,475$ | В) $\frac{17}{20} = 0,85$ |
| Г) $\frac{1}{6} = 0,16$ | Д) $0,1265 = \frac{253}{20000}$ | Е) $\frac{2013}{50000} = 0,04026$ |
| Ё) $0,06875 = \frac{11}{16}$ | Ж) $\frac{57}{200} = 0,285$ | З) $\frac{17}{400} = 0,00425$ |

5.9. Среди следующих обыкновенных дробей выберите, те которые можно перевести в десятичные. Запишите эти дроби в виде десятичных. В каждом другом случае объясните, почему обыкновенную дробь нельзя перевести в десятичную.

- | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| А) $\frac{9}{18}$ | Б) $\frac{18}{24}$ | В) $\frac{25}{30}$ | Г) $\frac{45}{60}$ | Д) $\frac{34}{51}$ | Е) $\frac{3}{75}$ | Ё) $\frac{9}{45}$ |
| Ж) $\frac{11}{44}$ | З) $\frac{5}{35}$ | И) $\frac{57}{171}$ | Й) $\frac{7}{350}$ | К) $\frac{11}{121}$ | Л) $\frac{9}{120}$ | М) $\frac{21}{56}$ |
| Н) $\frac{21}{57}$ | О) $\frac{26}{65}$ | П) $\frac{77}{550}$ | П) $\frac{12}{750}$ | Р) $\frac{3}{390}$ | С) $\frac{117}{390}$ | Т) $\frac{57}{1140}$ |

5.10. Среди следующих дробей выберите равные. Отметьте равные дроби (например, подчеркните или обведите равные дроби одинаковым образом).

0,5	$\frac{9}{10}$	$\frac{2}{125}$	0,12	0,0160	0,750	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{12}$
0,1200	$\frac{51}{425}$	$\frac{6}{12}$	0,9	$\frac{3}{4}$	$\frac{17}{34}$	0,016	$\frac{3}{25}$
$\frac{10}{625}$	$\frac{99}{110}$	0,50	0,75	0,7500	$\frac{57}{114}$	$\frac{24}{200}$	$\frac{81}{90}$

5.11. Расположите дроби в порядке возрастания: $\frac{7}{101}$; 1,3; $2\frac{1}{3}$; 2,25; $4\frac{11}{12}$; 0,07; 4,8; $1\frac{4}{11}$.

5.12. Вычислите. Если возможно, то представьте ответ в виде десятичной дроби:

А) $2\frac{1}{3} \cdot 0,5$	Б) $1\frac{3}{7} \cdot 0,7$	В) $2,5 + 8\frac{4}{11}$	Г) $0,11 + 1\frac{3}{11}$	Д) $2,25 : 3\frac{6}{7}$
Е) $8,02 - 3\frac{1}{3}$	Ё) $8\frac{1}{3} : 0,25$	Ж) $20 : 0,1$	З) $20 - 0,1$	И) $4\frac{1}{7} : 5,8$
Й) $7\frac{5}{6} : 11,75$	К) $9\frac{7}{11} : 1,06$	Л) $8\frac{8}{9} \cdot 1,125$	М) $13\frac{1}{6} - 12,85$	Н) $13,06 - 5\frac{1}{30}$
О) $2\frac{1}{11} \cdot 2,2$	П) $30 : 1,25$	Р) $1,25 : 30$	С) $30 - 1,25$	Т) $5,7 : 19$
У) $3,3 + 4\frac{1}{6}$	Ф) $3,3 \cdot 4\frac{1}{6}$	Х) $3,3 - 2\frac{1}{7}$	Ц) $3,4 \cdot \frac{2}{17}$	Ч) $8,9 - 8\frac{11}{13}$
Ш) $0,5 : 4$	Щ) $2,3 : 2$	Ъ) $2 : 2,3$	Ы) $9 - 0,0001$	Ь) $13 : 0,13$
Э) $4\frac{1}{9} \cdot 1,48$	Ю) $4,5 : 5$	Я) $5 : 4,5$	W) $6\frac{1}{3} \cdot 1,32$	Z) $4,5 : 5,4$

О позиционной системе счисления.

Десятичная система счисления, в которой записываются натуральные числа, называется позиционной. Это означает, что в записи каждого числа значение цифры зависит от того, в каком разряде она находится, на какой позиции цифра стоит (отсюда происходит название – позиционная). Единицы двух соседних разрядов отличаются друг от друга в 10 раз. Например, запись 57 означает, что в числе 7 единиц и 5 десятков, то есть $57 = 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$. Аналогично, $23479 = 2 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9 \cdot 1$. Таким образом, мы записываем число по степеням числа 10, то есть показываем, сколько в числе содержится единиц, десятков, сотен, тысяч и т.д. Цифра 0 в записи числа показывает отсутствие единиц соответствующего разряда, например, $70309 = 7 \cdot 10000 + 0 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1$. Все разряды имеют свои названия. Так, справа налево, в порядке возрастания, идут **единицы, десятки, сотни, тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч, миллионы, десятки миллионов, сотни миллионов, миллиарды** и так далее.

Покажем, что способ записи десятичных дробей является естественным обобщением данного способа записи натуральных чисел. Возьмём произвольную десятичную дробь и запишем её в виде обыкновенной:

$$0,123067 = \frac{923067}{1000000}$$

Запишем числитель данной дроби по определению записи натуральных чисел:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000} = \frac{9 \cdot 100000 + 2 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1}{1000000}$$

Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями позволяет записать эту дробь в следующем виде:

$$0,923067 = \frac{923067}{1000000} = \frac{9 \cdot 100000}{1000000} + \frac{2 \cdot 10000}{1000000} + \frac{3 \cdot 1000}{1000000} + \frac{0 \cdot 100}{1000000} + \frac{6 \cdot 10}{1000000} + \frac{7 \cdot 1}{1000000}$$

Сократим каждую из данных дробей на степень 10, стоящую в числителе:

$$\begin{aligned} 0,923067 &= \frac{923067}{1000000} = \frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{0}{10000} + \frac{6}{100000} + \frac{7}{1000000} = \\ &= 9 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,001 + 0 \cdot 0,0001 + 6 \cdot 0,00001 + 7 \cdot 0,000001. \end{aligned}$$

Итак, мы видим, что дробь 0,923067 состоит из дробей $\frac{9}{10}$ (девять **десятых**), $\frac{2}{100}$ (две **сотых**),

$\frac{3}{1000}$ (три **тысячных**), $\frac{0}{10000}$ (нуль **десятитысячных**), $\frac{6}{100000}$ (шесть **стотысячных**),

$\frac{7}{1000000}$ (7 **миллионных**). Аналогичным образом любую десятичную дробь можно записать

как сумму десятых, сотых, тысячных и т.д. Получается, что **любая десятичная дробь – также как и натуральное число – записана в позиционной системе счисления по разрядам**. И если в целой части разрядами являются степени числа 10, в дробной части

разрядами являются числа $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ и так далее, то есть степени числа $\frac{1}{10}$. Эти разряды

имеют свои естественные названия – слева направо, в порядке убывания – **десятые, сотые, тысячные, десятитысячные, стотысячные, миллионные, десятимиллионные, стомиллионные, миллиардные** и так далее.

5.13. Запишите по разрядам следующие десятичные дроби:

А) $23,205 = 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,01$

Б) 0,4567

В) 123,4567

Г) 30201,090807

Д) 200,05798

5.14. Для каждой из следующих десятичных дробей назовите все разряды и укажите, какая цифра в каком разряде стоит:

А) 736,378

Б) 67,8927209

В) 0,0001838

Г) 0,006800839

Д) 1000,00001

Е) 1082300,001001001

Десятичные дроби и метрическая система мер.

5.15. Какую часть составляет одна величина от другой? Запишите соответствующую десятичную дробь.

А) 1 см от 1 м

Ответ: так как в одном метре 100 см, то 1 см составляет $\frac{1}{100}$ часть метра, то есть $1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$

Б) 1 см от 1 дм

В) 1 мм от 1 см

Г) 1 мм от 1 дм

Д) 1 мм от 1 м

Е) 1 м от 1 км

Ё) 1 дм от 1 км

Ж) 1 см от 1 км

З) 1 мм от 1 км

И) 1 мг от 1 г

Й) 1 г от 1 кг

К) 1 мг от 1 кг

Л) 1 кг от 1 ц

М) 1 г от 1 ц

Н) 1 ц от 1 т

О) 1 кг от 1 т

П) 1 г от 1 т

Р) 1 см^2 от 1 дм^2

С) 1 дм^2 от 1 м^2

Т) 1 мм^2 от 1 см^2

У) 1 см^2 от 1 м^2

Ф) 1 мм^2 от 1 дм^2

Х) 1 мм^2 от 1 м^2

Ц) 1 м^2 от 1 км^2

Ч) 1 м^2 от 1 га

Ш) 1 га от 1 км^2

Щ) 1 дм^2 от 1 км^2

Ъ) 1 см^3 от 1 л

Ы) 1 см^3 от 1 м^3

5.16. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть метра составляют:

А) 3 дм

Б) 8 дм

В) 2 см

Г) 5 см

Д) 4 мм

Е) 7 мм

Ё) 5 дм 7 см

Ж) 3 дм 8 см

З) 1 см 1 мм

И) 7 см 2 мм

Й) 1 дм 1 см 1 мм

К) 6 дм 3 см 7 мм

Л) 7 дм 7 см 3 мм

М) 1 м 2 дм

Н) 1 м 2 см

О) 1 м 6 мм

П) 2 м 3 дм

Р) 2 м 3 дм 4 см

С) 2 м 3 дм 4 см 5 мм

Т) 57 м 7 дм 5 см

У) 100 м 3 см

Ф) 1 км 3 дм

5.17. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть метра составляют:

А) 75 см

Б) 43 дм

В) 3 м 17 дм

Г) 4 дм 25 см

Д) 33 мм

Е) 2 см 13 мм

Ё) 2 дм 39 см 23 мм

Ж) 9 дм 9 см 16 мм

З) 12 м 12 дм 12 см 12 мм

5.18. С помощью десятичных дробей выразите, какую часть дециметра составляют:

- | | | | | |
|-------------------|---------|---------------------|------------------------------|--------------|
| А) 6 см | Б) 3 см | В) 9 мм | Г) 4 см | Д) 5 см 3 мм |
| Е) 7 см 7 мм | | Ё) 2 дм 3 см 5 мм | Ж) 25 см | |
| З) 234 мм | | И) 3 дм 25 см 57 мм | Й) 1 м 10 см 1 мм | |
| К) 2 м 15 см 3 мм | | Л) 2 м 15 см 33 мм | М) 1 км 23 м 3 дм 4 см 17 мм | |

5.19. Выразите в метрах и сантиметрах:

- | | | | | |
|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| А) 0,1 м | Б) 0,01 м | А) 0,78 м | Б) 0,2 м | В) 0,02 м |
| Г) 0,23 м | Д) 2,3 м | Е) 20,03 м | Ё) 2,01 м | Ж) 20,1 м |

5.20. Выразите в часах и результат запишите десятичной дробью:

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| А) 1 ч 30 мин | Б) 2 ч 15 мин | В) 3 ч 12 мин | Г) 4 ч 48 мин |
| Д) 6 мин | Е) 36 мин | Ё) 2 ч 54 мин | Ж) 1 ч 45 мин |

5.21. Выразите в часах и минутах:

- | | | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| А) 0,1 ч | Б) 0,3 ч | В) 1,2 ч | Г) 0,5 ч | Д) 0,25 ч |
| Е) 0,75 ч | Ё) 2,5 ч | Ж) 1,25 ч | З) 3,75 ч | И) 5,7 ч |

Основное свойство дроби для десятичных дробей.

5.22. Докажите, что $5,57 = 5,570 = 5,5700 = 5,57000 = 5,570000 = \dots$ Сформулируйте основное свойство дроби для десятичных дробей.

5.23. Среди следующих дробей выберите равные:

- | | | | | |
|---------------|------------|-----------|--------------|-------------|
| 7,012 | 58,03030 | 71,020 | 5,80033 | 71,02000 |
| 58,0033 | 7,102 | 57,0 | 71,02 | 58,0303 |
| 58,0330 | 7,01200 | 7,10200 | 58,00330 | 58,30030 |
| 5,800330 | 58,03300 | 7,102020 | 71,0200 | 57,000 |
| 58,300300 | 7,01200000 | 7,1020000 | 58,003300000 | 58,30030000 |
| 5,80033000000 | 57 | 58,3003 | 58,003300 | 57,00000 |

Сравнение десятичных дробей.

Преимущества работы с десятичными дробями ясно видны уже при сравнении десятичных дробей. Так, для сравнения обыкновенных дробей у нас были разные способы: сравнение дробей с одинаковым числителем, с одинаковым знаменателем, по недостатку... Предложим простой и ясный алгоритм сравнения десятичных дробей. Рассмотрим примеры.

Пример 1. Сравните 16,6278 и 27,899.

Данные десятичные дроби имеют различные целые части, причём $16 < 27$. Следовательно, $16,6278 < 27,899$.

Пример 2. Сравните 5,87 и 5,15.

Целые части у этих дробей одинаковы. Поэтому для того чтобы сравнить эти дроби, запишем их как обыкновенные (и сокращать не будем!): $5\frac{87}{100}$ и $5\frac{15}{100}$. Поскольку у данных дробей было одинаковое число знаков после запятой, то дроби «бесплатно» оказались приведены к общему знаменателю. Теперь нетрудно видеть, что $5\frac{87}{100} > 5\frac{15}{100}$. Итак, $5,87 > 5,15$.

Рассмотрим более сложный пример.

Пример 3. Сравните 0,8976514 и 0,8976522.

У этих дробей одинаковое число знаков после запятой, так что записав эти дроби как обыкновенные, мы получим дроби с одинаковыми знаменателями: $\frac{8976514}{10000000}$ и $\frac{8976522}{10000000}$.

Теперь достаточно сравнить только числители этих дробей. А такие «длинные» натуральные числа удобно сравнивать по разрядам: мы находим (идя слева направо) первый разряд в котором числа отличаются – и больше то число, у которого в этом разряде стоит большая цифра: $89765\boxed{1}4 < 89765\boxed{2}2$. Итак, $0,8976514 < 0,8976522$.

В двух предыдущих примерах нам было удобно сравнивать десятичные дроби, так как в записи этих дробей после запятой стояло одинаковое число знаков. А значит, у этих дробей были одинаковые знаменатели. Как же сравнивать дроби у которых разное число знаков после запятой? Рассмотрим следующий пример.

Пример 4. Сравните 6,7898 и 6,7895341

Приведём эти дроби к общему знаменателю по основному свойству десятичных дробей: **если в конце (справа) десятичной дроби приписать (или отбросить) нули, то получится дробь, равная данной.** Припишем в конце первой дроби столько нулей, чтобы в обеих дробях было одинаковое число знаков после запятой: 6,7898000 и 6,7895341. Теперь мы получили дроби с одинаковым знаменателем, и, как в предыдущем примере, можем сравнивать их по разрядам: $6,789\boxed{8}000 > 6,789\boxed{5}341$. Следовательно, $6,7898 > 6,7895341$.

Рассмотренные примеры позволяют сформулировать следующий алгоритм сравнения десятичных дробей.

1. Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

2. Чтобы сравнить две десятичные дроби с одинаковой целой частью, сначала уравнием у них число знаков после запятой, приписывая нули справа.

3. Теперь сравниваем десятичные дроби по разрядам (идя слева направо): больше та дробь, у которой больше первый из несовпадающих после запятой разрядов.

Воспользуемся этим чисто формальным правилом для сравнения дробей 4,305629 и 4,30568. Имеем: $4,3056\boxed{2}9 < 4,3056\boxed{8}0$.

5.24. Сравните десятичные дроби:

- | | | | | |
|---|------------------------------|-----------------------------|-------------------|----------------|
| А) 0,3 и 0,8 | Б) 0,90 и 0,9 | В) 0,04 и 0,1 | Г) 0,52 и 0,7 | Д) 5,6 и 3,6 |
| Е) 7,01 и 18 | Ё) 7,019 и 6,89 | Ж) 2,99 и 13,1 | З) 7,505 и 7,5 | И) 0,759 и 7,6 |
| Й) 3,4028 и 3,4208 | К) 4,0986 и 4,1 | Л) 1 и 0,999 | М) 0,01 и 0,1 | Н) 0,2 и 0,09 |
| О) 85,09 и 85,199 | П) 55,7 и 55,7000 | Р) 0,908 и 0,918 | С) 7,6431 и 7,642 | |
| Т) 0,0025 и 0,00247 | У) 0,76589 и 0,765880123 | Ф) 0,000001623 и 0,00006383 | | |
| Х) 0,000011112222333 и 0,00001111223333 | Ц) 0,99999981 и 0,9999999912 | | | |
| Ч) 0,34 и 0,341 | Ш) 0,987 и 0,98 | Щ) 0,008 и 0,0081 | Ъ) 8,9909 и 8,99 | |
| Ы) 7,001 и 7,01 | Ь) 18,001 и 18,0010001 | Э) 2,008 и 2,01 | Ю) 7 и 7,0001 | |

5.25. Расположите дроби в порядке возрастания:

А) 0,72; 0,027; 0,712; 0,2701; 0,0172; 0,217

Б) 1,01; 1,001; 0,1; 0,011; 0,11; 1,1; 1,101; 1,0011

В) 3,456; 3,465; 8,149; 8,079; 0,453; 8,0791; 8,0001

Г) 0,0082; 0,037; 0,0044; 0,08; 0,0091; 0,00912

Д) 1,25; 1; 0,9; 2; 1,1; 0,97; 1,99; 1,19; 0,903; 1,2; 1,4; 1,55; 1,9; 2,01

5.26. Укажите три числа, которые удовлетворяют данному неравенству (то есть находятся между указанными числами):

А) $1,41 < x < 4,75$

Б) $0,46 < x < 0,56$

В) $2,7 < x < 2,8$

Г) $0,1 < x < 0,2$

Д) $7 < x < 7,01$

Е) $0,12 < x < 0,13$

Ё) $2,99 < x < 3$

Ж) $8,25 < x < 8,3$

З) $1,003 < x < 1,004$

И) $1,003 < x < 1,0031$

Й) $1,003 < x < 1,00301$

К) $1,003 < x < 1,0030001$

5.27. Сравните дроби.

А) $\frac{1}{2}$ и 0,55

Б) 0,749 и $\frac{3}{4}$

В) $\frac{2}{5}$ и 0,3999

Г) $\frac{7}{10}$ и 0,8

Д) $1\frac{1}{4}$ и 1,25

Е) $\frac{1}{3}$ и 0,33

Ё) $\frac{1}{7}$ и 0,125

Ж) $\frac{2}{9}$ и 0,2

З) 3,28 и $3\frac{7}{25}$

И) 2,1 и $2\frac{2}{21}$

Й) 0,38 и $\frac{2}{5}$

К) 0,34 и $\frac{9}{25}$

Л) 0,216 и $\frac{13}{125}$

М) $\frac{59}{100}$ и 0,6

Н) $\frac{5}{8}$ и 0,62

О) $\frac{2}{3}$ и 0,66

П) $\frac{3}{7}$ и 0,49

Р) $\frac{13}{24}$ и 0,57

С) $\frac{4}{9}$ и 0,4445

Т) $\frac{1}{57}$ и 0,0175

Действия с десятичными дробями.

Сложение и вычитание десятичных дробей.

Выполним сложение дробей 16,2 и 3,18. Сначала по основному свойству десятичных дробей приведём эти дроби к общему знаменателю, то есть **уравняем число знаков после запятой**: $16,2 + 3,18 = 16,20 + 3,18$. Далее запишем дроби как обыкновенные и переведём в неправильные дроби:

$$16,2 + 3,18 = 16,20 + 3,18 = 16\frac{20}{100} + 3\frac{18}{100} = \frac{1620}{100} + \frac{318}{100} = \frac{1938}{100} = 19,38$$

Аналогичным образом произведём вычитание дробей:

$$16,2 - 3,18 = 16,20 - 3,18 = 16\frac{20}{100} - \frac{318}{100} = \frac{1620}{100} - \frac{318}{100} = \frac{1302}{100} = 13,02$$

Таким образом мы видим, что сложение и вычитание десятичных дробей сводится к сложению и вычитанию натуральных чисел. В самом деле, после **уравнивания числа десятичных знаков** мы складываем два натуральных числа, как бы отбросив запятую, а в ответе мы отделяем запятой столько цифр, сколько было в каждой из дробей – в данном примере 2 цифры. А сложение и вычитание натуральных чисел удобно производить «в столбик». Поэтому и с десятичными дробями эти действия можно проводить «в столбик»! Предложим следующий алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей.

1. Уравнять в дробях количество знаков после запятой.
2. Записать дроби друг под другом так, чтобы запятая оказалась под запятой.
3. Выполнить сложение (или вычитание) десятичных дробей, не обращая внимания на запятую.
4. Поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.
5. Если после выполнения действий в конце дробной части появляются несколько нулей, то их нужно вычеркнуть.

5.28. Вычислите:

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|----------------------|
| А) $1,2 + 2,3$ | Б) $7,1 - 5,5$ | В) $0,1 + 3,5$ | Г) $4,2 - 0,3$ |
| Д) $7,9 + 9,7$ | Е) $5,34 + 6,98$ | Ё) $5,01 + 6,09$ | Ж) $3,45 - 2,57$ |
| З) $21,08 + 34,89$ | И) $99,99 + 56,02$ | Й) $1,748 + 3,849$ | К) $69,089 - 67,987$ |
| Л) $9,321 + 0,786$ | М) $57,067 - 4,908$ | Н) $67,8097 - 48,0896$ | |
| О) $12,3487 + 12,4713$ | П) $123,4576 - 104,3576$ | Р) $3,45789 + 2,94899$ | |
| С) $7,99999 + 8,00001$ | Т) $78,9282 + 15,9218$ | У) $7,48399 + 5,00001$ | |
| Ф) $0,0001 + 0,8999$ | Х) $7,79 - 3,79$ | Ц) $8,9 - 3,9$ | |
| Ч) $74834,9999 - 56478,9999$ | Ш) $23,00001 - 9,00001$ | Щ) $17,48 + 13$ | |
| Ъ) $14 + 88,78$ | Ы) $19,0918 + 78$ | Ь) $2 + 0,993$ | Э) $13,09719 + 999$ |

5.29. Вычислите:

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| А) $1,44 + 2,3$ | Б) $2,45 + 3,7$ | В) $3,67 + 8,007$ | Г) $4,09 + 5,007$ |
| Д) $3,89 + 6,017$ | Е) $3,09 + 94,976$ | Ё) $6,78 - 5,008$ | Ж) $6,78 - 5,8$ |
| З) $77,9478 - 34,38$ | И) $34,935 - 20,9999$ | Й) $0,769 + 42,389$ | К) $5,8 + 22,191$ |
| Л) $95,381 + 3,219$ | М) $8,9021 + 0,68$ | Н) $9,4 - 7,3$ | О) $11,1 - 2,8$ |
| П) $88,252 - 4,69$ | Р) $6,6 - 5,99$ | С) $13,08 - 11,009$ | Т) $15,78 - 13,099$ |

5.30. Вычислите:

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| А) $3 - 0,98$ | Б) $5 - 0,4$ | В) $7 - 0,009$ | Г) $33 - 11,456$ |
| Д) $13 - 8,0001$ | Е) $100 - 0,9999$ | Ё) $9 - 7,86$ | Ж) $10 - 0,0025$ |
| З) $23 - 0,987$ | И) $17 - 0,987637$ | Й) $1 - 0,9$ | К) $1 - 0,99$ |
| Л) $1 - 0,999$ | М) $1 - 0,9999$ | Н) $1 - 0,9999999$ | О) $1 - 0,1$ |
| П) $1 - 0,01$ | Р) $1 - 0,001$ | С) $1 - 0,0001$ | Т) $1 - 0,000000001$ |

5.31. Вычислите:

- | | | |
|--|--------------------------------------|----------------------------|
| А) $2,7 + 1,35 + 0,8$ | Б) $13,75 + 8,2 + 0,115$ | В) $8,9 + 7,25 + 9,089$ |
| Г) $2,1 + 3,21 + 4,321 + 5,4321 + 6,54321$ | Д) $0,91 + 0,991 + 0,9991 + 0,99991$ | |
| Е) $4,57 + 12,16 + 3,8$ | Ё) $19,25 + 1,7 + 20,012$ | Ж) $126,19 + 14,4 + 3,023$ |
| З) $17,618 + 23 + 58,98$ | И) $13,01 - 10,297 + 4,001 - 2,4054$ | |

5.32. Вычислите рациональным способом:

- | | | |
|----------------------------------|--|--------------------------------|
| А) $2,31 + 7,65 + 8,69$ | Б) $0,387 + 0,613 + 3,142$ | В) $7,891 + 3,9 + 6,1 + 2,109$ |
| Г) $14,537 - (2,237 + 5,9)$ | Д) $24,302 + 17,879 - 1,302$ | Е) $25,243 + 1,77 - 12,77$ |
| Ё) $3,2 + 3,4 + 3,6 + 3,8$ | Ж) $1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9$ | |
| З) $0,715 + 2,83 + 4,285 + 0,17$ | И) $7,5 + 0,4 + 1,48 + 2,5 + 0,52 + 3,6$ | |

Умножение десятичных дробей.

Выполним умножение дробей 16,2 и 3,18. Переведём эти дроби в обыкновенные и запишем как неправильные:

$$16,2 = 16\frac{2}{10} = \frac{162}{10}, \quad 3,18 = 3\frac{18}{100} = \frac{318}{100}$$

Перемножим дроби по правилу умножения обыкновенных дробей – «числитель – на числитель, знаменатель – на знаменатель». Получаем:

$$16,2 \cdot 3,18 = \frac{162}{10} \cdot \frac{318}{100} = \frac{162 \cdot 318}{10 \cdot 100}$$

Числители мы, естественно, перемножим «в столбик» и получим, что

$$16,2 \cdot 3,18 = \frac{51516}{1000}$$

По правилу записи десятичных дробей – **число знаков после запятой равно числу нулей в знаменателе** – запишем ответ в виде десятичной дроби. Итак, окончательно получаем: $16,2 \cdot 3,18 = 51,516$. Заметим, что в первом множителе был один знак после запятой, во втором – два, а в произведении – три знака после запятой.

Рассмотрим ещё один пример: $0,015 \cdot 0,0007$. Проведём аналогичные вычисления: переведём дроби в обыкновенные, перемножим, а потом запишем полученную дробь как десятичную. Имеем:

$$0,015 \cdot 0,0007 = \frac{15}{1000} \cdot \frac{7}{10000} = \frac{15 \cdot 7}{1000 \cdot 10000} = \frac{105}{10000000} = 0,0000105$$

Проанализируем этот пример и выведем общее правило умножения. В первом множителе было 3 знака после запятой, во втором – 4. Это значит, что в знаменателе первой дроби 3 нуля, а в знаменателе второй – 4. По правилу умножения «круглых» чисел число нулей складывается, то есть в знаменателе произведения будет $3+4=7$ нулей, а тогда – по правилу записи десятичных дробей – в ответе будет 7 знаков после запятой. Таким образом мы видим, что число десятичных знаков в произведении складывается из числа десятичных знаков в каждом из множителей. Сформулируем алгоритм умножения десятичных дробей.

- 1. Отбросить в множителях запятые и перемножить получившиеся натуральные числа.**
- 2. В полученном произведении отделить запятой справа столько десятичных знаков, сколько их в обоих множителях вместе.**

5.33. Вычислите:

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| А) $1,2 \cdot 1,3$ | Б) $0,11 \cdot 0,7$ | В) $2,3 \cdot 12,7$ | Г) $0,99 \cdot 2,5$ | Д) $1,23 \cdot 2,15$ |
| Е) $7 \cdot 0,2$ | Ё) $0,5 \cdot 4$ | Ж) $2 \cdot 2,5$ | З) $1,6 \cdot 9$ | И) $0,8 \cdot 0,7$ |
| Й) $0,4 \cdot 0,3$ | К) $1,2 \cdot 0,6$ | Л) $0,15 \cdot 0,5$ | М) $60 \cdot 0,03$ | Н) $0,9 \cdot 800$ |
| О) $0,04 \cdot 0,06$ | П) $3,5 \cdot 0,02$ | Р) $0,89 \cdot 0,1$ | С) $0,3^2$ | Т) $0,2^3$ |
| У) $0,07^2$ | Ф) $0,01^4$ | Х) $6,25 \cdot 4,8$ | Ц) $85,8 \cdot 3,2$ | Ч) $74 \cdot 4,9$ |
| Ш) $12,6 \cdot 7,8$ | Щ) $0,8 \cdot 0,92$ | Ъ) $2,5 \cdot 0,37$ | Ы) $3,43 \cdot 0,12$ | Ь) $0,25 \cdot 0,48$ |
| Э) $1,15 \cdot 0,07$ | Ю) $6,023 \cdot 5,6$ | Я) $8,4 \cdot 18,478$ | W) $2,749 \cdot 0,48$ | Z) $0,57 \cdot 0,507$ |

5.34. Вычислите:

- | | | | | |
|-------------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------|-----------------------|
| А) $2,6 \cdot 3,4$ | Б) $7,8 \cdot 5,12$ | В) $0,27 \cdot 1,8$ | Г) $32,15 \cdot 0,6$ | Д) $36,25 \cdot 8$ |
| Е) $0,012 \cdot 0,35$ | Ё) $5,2 \cdot 1,2$ | Ж) $1,2 \cdot 1,4$ | З) $1,6 \cdot 0,25$ | И) $7,5 \cdot 0,014$ |
| Й) $1,01 \cdot 2,04$ | К) $15,2 \cdot 0,003$ | Л) $0,07 \cdot 15,25$ | М) $0,156 \cdot 1,7$ | Н) $16,15 \cdot 0,08$ |
| О) $0,0105 \cdot 2,04$ | П) $17,007 \cdot 4,08$ | Р) $0,0149 \cdot 5,08$ | С) $6,8 \cdot 0,93$ | Т) $0,991 \cdot 0,89$ |
| У) $0,008 \cdot 0,0009$ | Ф) $0,00013 \cdot 0,5$ | Х) $0,00017 \cdot 0,004$ | Ц) $0,00016 \cdot 0,0002$ | Ч) $0,00005^2$ |
| Ш) $0,5^3$ | Щ) $0,08^2$ | Ъ) $0,003^2$ | Ы) $0,03^3$ | Ь) $0,0002^4$ |
| Э) $0,6^2$ | Ю) $0,06^3$ | Я) $1,1^2$ | W) $0,11^2$ | Z) $0,057^2$ |

5.35. Известно, что $128 \cdot 417 = 53376$. Используя эту информацию, вычислите:

- | | | | |
|---------------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| А) $12,8 \cdot 4,17$ | Б) $0,128 \cdot 417$ | В) $1,28 \cdot 41,7$ | Г) $0,128 \cdot 0,417$ |
| Д) $0,00128 \cdot 0,0417$ | Е) $12800 \cdot 4170$ | Ё) $1280 \cdot 41,7$ | Ж) $12800 \cdot 0,417$ |

5.36. Найдите значение выражения:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| А) $14,3 \cdot 0,6 - 5,7 \cdot 1,4$ | Б) $(54 - 23,42) \cdot 0,08$ |
| В) $(4,125 - 1,6) \cdot (0,12 + 7,3)$ | Г) $(8,4 \cdot 0,55 + 3,28) \cdot 9,2 - 43,78$ |
| Д) $(6 - 4,94) \cdot 2,5 - 2,35$ | Е) $0,18 \cdot (8,2 + 3,75) - 1,051$ |
| Ё) $67,45 - 7,45 \cdot (3,8 + 4,2)$ | Ж) $28,6 + 11,4 \cdot (6,595 + 3,405)$ |
| З) $20,4 \cdot 6,5 + 3,8 \cdot 18$ | И) $7,2 \cdot 3,6 - 4,8 \cdot 5,4$ |

5.37. Найдите значение выражения:

А) $1,2 \cdot 4,4 + 2,3 \cdot (3,72 - 2,42) - 1,27$

Б) $5,2 \cdot 1,3 + 3,1 \cdot (5,42 - 4,12) - 1,79$

В) $(1,13 - 0,5) \cdot (1,34 + 3,4) - 0,02 \cdot 49,31$

Г) $(4,56 + 4,1) \cdot (1,12 - 0,99) - 0,04 \cdot 3,145$

Д) $(4,9 \cdot (8,9 - 7,6) - 5,5) \cdot 10,1 - 3,087$

Е) $(6,9 + 7,9 \cdot (4,3 - 2,1)) \cdot 1,5 - 30,72$

Ё) $9,8 \cdot 8,8 \cdot 2,5 - 0,05 \cdot 1312$

Ж) $7,7 \cdot 5,6 \cdot 3,5 - 0,04 \cdot 1273$

5.38. Переводя десятичные дроби в обыкновенные, выполните умножение. Проанализируйте примеры и сформулируйте правило умножения десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.

А) $0,0057 \cdot 10$

Б) $0,0057 \cdot 100$

В) $0,0057 \cdot 1000$

Г) $0,0057 \cdot 10000$

Д) $0,0057 \cdot 100000$

Е) $0,0057 \cdot 1000000$

Ё) $0,0057 \cdot 10000000000$

5.39. Используя правило, которые мы вывели в предыдущем номере, вычислите:

А) $1,2 \cdot 10$

Б) $3,45 \cdot 10$

В) $3,789 \cdot 100$

Г) $83,499845 \cdot 10000$

Д) $0,001 \cdot 10$

Е) $1,108 \cdot 10$

Ё) $1,108 \cdot 100$

Ж) $1,108 \cdot 1000$

З) $1,108 \cdot 10000$

И) $1,108 \cdot 100000$

Й) $8,8589 \cdot 1000$

К) $84,467 \cdot 10000$

Л) $0,0002 \cdot 100$

М) $9,0007 \cdot 1000$

Н) $5,05 \cdot 100$

О) $9,99999 \cdot 10000$

П) $0,849 \cdot 1000000$

Р) $3,7575 \cdot 10000000000$

С) $0,00007849237 \cdot 10000000000000000$

Т) $0,33 \cdot 10$

У) $0,054 \cdot 100$

Ф) $0,0038 \cdot 1000$

Х) $4,5 \cdot 100$

Ц) $9,09 \cdot 1000$

Ч) $4,053 \cdot 100$

Ш) $0,00788 \cdot 1000$

Щ) $0,00010101 \cdot 1000000$

Ъ) $0,09 \cdot 1000$

Ы) $0,007 \cdot 10000$

Ь) $10,03 \cdot 10$

Э) $5,0701 \cdot 1000$

Ю) $0,013 \cdot 1000000$

Я) $1,00012 \cdot 100000$

W) $30,0908 \cdot 1000$

5.40. Вычислите рациональным способом:

А) $2,3 \cdot 20 = 2,3 \cdot 10 \cdot 2 = 23 \cdot 2 = 46$

Б) $1,7 \cdot 30$

В) $2,4 \cdot 50$

Г) $3,7 \cdot 30$

Д) $2,8 \cdot 500$

Е) $4,5 \cdot 2000$

Ё) $1,17 \cdot 200$

Ж) $3,25 \cdot 800$

З) $0,728 \cdot 2000$

И) $2,25 \cdot 400$

Й) $2,04 \cdot 500$

К) $3,3 \cdot 20$

Л) $5,5 \cdot 100$

М) $1,13 \cdot 300$

Н) $3,09 \cdot 2000$

О) $7,01 \cdot 200$

П) $7,8 \cdot 400$

Р) $2,15 \cdot 600$

С) $5,065 \cdot 2000$

Т) $1,010102 \cdot 2000000$

5.41. Переводя десятичные дроби в обыкновенные, выполните умножение. Проанализируйте примеры и сформулируйте правило умножения десятичных дробей на дроби вида $0,1$; $0,01$; $0,001$; $0,0001$ и т.д.

- | | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------------|-------------------|
| А) $5,7 \cdot 0,1$ | Б) $5,7 \cdot 0,01$ | В) $5,7 \cdot 0,001$ | Г) $5,7 \cdot 0,0001$ | Д) $57 \cdot 0,1$ |
| Е) $57 \cdot 0,0001$ | Ё) $570 \cdot 0,1$ | Ж) $570 \cdot 0,001$ | З) $570000 \cdot 0,000001$ | |

5.42. Используя правило, которые мы вывели в предыдущем номере, вычислите:

- | | | | |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| А) $2,8 \cdot 0,1$ | Б) $24,56 \cdot 0,1$ | В) $57 \cdot 0,1$ | Г) $57 \cdot 0,01$ |
| Д) $57 \cdot 0,001$ | Е) $57 \cdot 0,0001$ | Ё) $0,75 \cdot 0,1$ | Ж) $0,75 \cdot 0,01$ |
| З) $0,75 \cdot 0,00001$ | И) $1234500 \cdot 0,1$ | Й) $1234500 \cdot 0,01$ | К) $1234500 \cdot 0,001$ |
| Л) $1234500 \cdot 0,0001$ | М) $1234500 \cdot 0,0000001$ | Н) $89000000 \cdot 0,00000000001$ | |
| О) $3,4 \cdot 0,1$ | П) $74 \cdot 0,01$ | Р) $550 \cdot 0,01$ | С) $567 \cdot 0,01$ |
| Т) $123,45 \cdot 0,1$ | У) $160,07 \cdot 0,01$ | Ф) $34 \cdot 0,001$ | Х) $57 \cdot 0,0001$ |
| Ц) $458,1 \cdot 0,00001$ | Ч) $480,012 \cdot 0,00001$ | Ш) $849400 \cdot 0,00001$ | |
| Ъ) $5,4 \cdot 0,001$ | Ы) $75000 \cdot 0,0001$ | Ь) $494000 \cdot 0,1$ | Ъ) $93800 \cdot 0,01$ |
| Э) $494000 \cdot 0,01$ | Ю) $494000 \cdot 0,001$ | Я) $0,57 \cdot 0,001$ | W) $2000 \cdot 0,001$ |

5.43. Вычислите рациональным способом:

- | | | |
|--|--|--|
| А) $0,2 \cdot 7,24 \cdot 50$ | Б) $93,6 \cdot 4 \cdot 0,25$ | В) $2,3 \cdot 6,9 + 7,7 \cdot 6,9$ |
| Г) $14,5 \cdot 3,8 - 14,5 \cdot 2,8$ | Д) $0,125 \cdot 8 \cdot 5,42$ | Е) $0,4 \cdot 3,2 \cdot 5 \cdot 0,02 \cdot 25$ |
| Ё) $0,5 \cdot 12,5 \cdot 0,688 \cdot 20 \cdot 0,8$ | Ж) $21,3 \cdot 8,5 + 21,3 \cdot 91,5$ | З) $74,06 \cdot 0,03 - 4,06 \cdot 0,03$ |
| И) $45,16 \cdot 1,04 + 1,04 \cdot 54,84$ | Й) $6,5 \cdot 7,19 + 6,5 \cdot 2,81 + 3,5 \cdot 7,19 + 3,5 \cdot 2,81$ | |
| К) $17,2 \cdot 8,1 + 23,8 \cdot 5,1 - 17,2 \cdot 7,6 - 23,8 \cdot 4,6$ | | |

5.44. Скорость поезда 85 км/ч. Сколько километров пройдёт поезд за $3,8$ часа?

5.45. Скорость поезда $62,4$ км/ч. Сколько километров пройдёт поезд за

- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| А) 2 часа 30 минут? | Б) 3 часа 45 минут? | В) 4 часа 42 минуты? |
| Г) 3 часа 15 минут? | Д) 6 часов 6 минут? | Е) 5 часов 12 минут? |
| Ё) 1 час 24 минуты? | Ж) 2 часа 24 минуты? | З) 7 часов 36 минут? |

- 5.46. Катер, собственная скорость которого 14,8 км/ч, шёл 3 часа по течению реки и 4 ч против течения реки. Какой путь проделал катер за всё это время, если скорость течения реки 2,3 км/ч?
- 5.47. Две лодки, собственная скорость каждой из которых 12,5 км/ч, движутся по реке навстречу одна другой. Через сколько часов они встретятся, если сейчас расстояние между ними 80 км, а скорость течения равна 2,5 км/ч? Решите эту же задачу при условии, что скорость течения реки 3 км/ч. Какое условие в задаче является лишним? Почему?
- 5.48. Найдите площадь прямоугольника, если ширина его 13,4 м, а длина в 4 раза больше ширины.
- 5.49. Найдите сумму площадей стен комнаты, длина которой 6,4 м, ширина 3,5 м и высота 2,69 м. Найдите объём комнаты.
- 5.50. Известно, что рост А. С. Пушкина был равен 5 футам и 3 дюймам. Выразите рост А. С. Пушкина в сантиметрах, если 1 фут равен 30,488 см и 1 дюйм равен 2,54 см.
- 5.51. Два поезда, находившиеся на расстоянии 200 км друг от друга, сближаются по одной колее, причем каждый развивает скорость 50 км/ч. С ветрового стекла одного локомотива в начальный момент движения взлетает муха и принимается летать со скоростью 75 км/ч вперед и назад между поездами, пока те, столкнувшись, не раздавят ее. Какое расстояние успевает пролететь муха до столкновения?

Деление десятичной дроби на натуральное число.

Умножение десятичных дробей, как мы видели, легко сводится к умножению натуральных чисел. С делением – всё гораздо сложнее... Поэтому мы начнём с деления десятичной дроби на натуральное число и всё-таки попробуем провести аналогию с делением натуральных чисел «в столбик».

Деление натуральных чисел производится поразрядно: сначала делятся более крупные счётные единицы, а затем последовательно – разряд за разрядом – более мелкие, при этом мы последовательно выражаем одни разряды через другие: тысячи – через сотни, сотни – через десятки, десятки «дробим» на единицы. Поскольку десятичные дроби тоже записываются по разрядам, то мы можем обобщить принцип деления натуральных чисел и для десятичных дробей. А именно: делим «в столбик» как обычно, разряд за разрядом, и выражаем одни разряды через другие: единицы – через десятые, десятые доли дробим на сотые, сотые – на тысячные, тысячные – на десятитысячные и так далее. При этом если десятичных разрядов окажется недостаточно, то по основному свойству десятичных дробей всегда можно приписать к ним справа столько разрядов, сколько требуется.

Все выше изложенные туманные рассуждения приводят нас к простому алгоритму деления десятичной дроби на натуральное число. Сформулируем алгоритм деления десятичной дроби на натуральное число.

- 1. Выполнить деление, не обращая внимание на запятую.**
- 2. Поставить запятую в ответе в том момент, когда мы в делимом начинаем использовать разряды, стоящие после запятой.**
- 3. При необходимости дописать в делимом справа столько нулей, сколько необходимо.**

5.52. Выполните деление в столбик:

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|---------------|
| А) 20,7:9 | Б) 243,2:8 | В) 88,298:7 | Г) 772,8:12 |
| Д) 93,15:23 | Е) 0,644:92 | Ё) 1:2 | Ж) 1:4 |
| Й) 1:80 | К) 0,909:45 | Л) 0,01242:69 | М) 1,016:8 |
| Н) 7,368:24 | О) 138,16:11 | П) 170,986:34 | Р) 1,953:14 |
| С) 0,11611:17 | Т) 2347,41:507 | У) 875,05:37 | Ф) 0,0034:250 |
| Х) 25:125 | Ц) 21:28 | Ч) 0,02:40 | Ш) 0,13:130 |
| Щ) 72,57:59 | Ъ) 45,1062:45 | Ы) 8,25:33 | Ь) 889,92:720 |
| Э) 567:40 | Ю) 7584:25 | Я) 9387,24:20 | W) 5,7:114 |

5.53. Переведите следующие обыкновенные дроби в десятичные дроби двумя способами: с помощью основного свойства дроби и с помощью деления в столбик.

- | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| А) $\frac{1}{2}$ | Б) $\frac{2}{5}$ | В) $\frac{3}{4}$ | Г) $\frac{3}{8}$ | Д) $\frac{11}{25}$ | Е) $\frac{17}{20}$ | Ё) $\frac{13}{200}$ |
| Ж) $\frac{9}{20}$ | З) $\frac{7}{40}$ | И) $\frac{11}{400}$ | Й) $\frac{21}{168}$ | К) $\frac{35}{280}$ | Л) $\frac{47}{376}$ | М) $\frac{36}{45}$ |

5.54. Выполните деление:

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|--------------|
| А) 53,5:5 | Б) 1,75:7 | В) 0,48:6 | Г) 13,2:24 |
| Д) 0,7:25 | Е) 0,003:50 | Ё) 0,01:125 | Ж) 7,9:316 |
| З) 543,4:143 | И) 40,005:127 | Й) 86,4:4 | К) 11,07:9 |
| Л) 75,84:8 | М) 489,2:5 | Н) 509,4:6 | О) 12,34:8 |
| П) 0,0023:46 | Р) 10,206:9 | С) 57,34:25 | Т) 0,072:6 |
| У) 6,78:6 | Ф) 23,8142:23 | Х) 1141,2:45 | Ц) 4034,4:15 |
| Ч) 0,03497:13 | Ш) 0,00552:150 | Щ) 0,00675:12 | Ъ) 0,087:15 |
| Ы) 8788:25 | Ь) 786:125 | Э) 9999:12 | Ю) 0,89:40 |

5.55. Переводя десятичные дроби в обыкновенные, выполните деление. Проанализируйте примеры и сформулируйте правило деления десятичных дробей на числа 10, 100, 1000 и т.д. Сравните это правило с правилом, которое мы вывели в № 308.

- | | | | | |
|---------------|-------------|--------------|---------------|-----------------|
| А) 57,7:10 | Б) 57,7:100 | В) 57,7:1000 | Г) 0,34:10 | Д) 0,34:100 |
| Е) 0,34:10000 | Ё) 12345:10 | Ж) 12345:100 | З) 12345:1000 | И) 12345:100000 |

5.56. Пользуясь правилом, которое мы сформулировали в предыдущем номере, вычислите:

- | | | | | |
|--------------------------|-----------------|------------------|-----------------------|-----------------|
| A) $45,5:10$ | Б) $45,5:100$ | В) $45,5:1000$ | Г) $0,8:10$ | Д) $0,03:100$ |
| Е) $234:10$ | Ё) $234:100$ | Ж) $234:10000$ | З) $0,007:10$ | И) $1,0101:100$ |
| К) $89700:10$ | Л) $89700:100$ | М) $89700:1000$ | Н) $89700:100000000$ | |
| О) $89300000:1000000000$ | П) $0,0005:100$ | Р) $5,007:100$ | С) $500,007:100$ | |
| Т) $500,007:1000$ | У) $34,08:100$ | Ф) $0,0701:100$ | Х) $8729800:1000000$ | |
| Ц) $89:10$ | Ч) $987,9:100$ | Ш) $987,9:10000$ | Щ) $0,00001:10000$ | |
| Ъ) $7,98:10$ | Ы) $7,98:1000$ | Ь) $0,911:1000$ | Э) $4567000:10000000$ | |

5.57. Вычислите:

- | | | | | |
|--------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|
| A) $23,4 \cdot 100$ | Б) $2,345:100$ | В) $8,09 \cdot 0,001$ | Г) $25000 \cdot 0,001$ | Д) $4,5 \cdot 100$ |
| Е) $0,0034 \cdot 100000$ | Ё) $123400:1000$ | Ж) $239:10000$ | З) $29,01 \cdot 0,001$ | И) $9,2:0,1$ |
| Й) $0,0076:0,01$ | К) $0,017:0,00001$ | Л) $2,9:0,0001$ | М) $0,01:0,001$ | Н) $0,9 \cdot 0,001$ |
| О) $0,009 \cdot 10000$ | П) $6,6:0,00001$ | Р) $4500:1000$ | С) $57:1000$ | Т) $3200:100$ |
| У) $29400:10000$ | Ф) $0,7:10000$ | Х) $1,2 \cdot 1000$ | Ц) $0,0087:100$ | Ч) $6,7:0,001$ |
| Ш) $8,9 \cdot 0,001$ | Щ) $230000 \cdot 0,001$ | Ъ) $403010:0,1$ | Ы) $403010 \cdot 0,001$ | Ь) $12010:100$ |
| Э) $238,09 \cdot 100$ | Ю) $2,09 \cdot 10000$ | Я) $34,092:1000$ | W) $45700:10000$ | Z) $100:100000$ |

5.58. Найдите скорость автомобиля, если за 3 часа он проехал 226,5 км.

5.59. За какое время проедет расстояние 266,5 автомобиль со скоростью 65 км/ч? Ответ дайте в часах и минутах.

5.60. Из города N выехал велосипедист со скоростью 13,4 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехал другой велосипедист, скорость которого равна 17,4 км/ч. Через какое время после своего выезда второй велосипедист догонит первого? На каком расстоянии от города N это произойдёт?

5.61. Стороны одного прямоугольника равны 12 см и 6,6 см. Площадь второго прямоугольника в 11 раз меньше площади первого. Найдите ширину второго прямоугольника, если его длина 8 см.

Деление десятичных дробей.

Теперь рассмотрим деление на десятичную дробь. Этот случай легко сводится к делению на натуральное число. В самом деле, как мы хорошо знаем, действие деления можно записать не только с помощью «двоеточия», но и с помощью дробной черты. Например,

$$0,3105:1,5 = \frac{0,3105}{1,5}$$

Теперь по основному свойству дроби домножим числитель этой дроби на такое число, чтобы в знаменателе не было запятых. В данном случае надо домножить на 10. Имеем:

$$0,3105:1,5 = \frac{0,3105}{1,5} = \frac{0,3105 \cdot 10}{1,5 \cdot 10} = \frac{3,105}{15} = 3,105:15$$

Таким образом, мы свели деление на десятичную дробь к делению десятичной дроби на натуральное число. Теперь нетрудно «в столбик» получить ответ (обязательно проверьте «в столбик»!). Итак, $0,3105:1,5 = 3,105:15 = 0,207$. Отметим, что совсем избавляться от запятых не нужно, от запятых нужно избавиться только в делителе-знаменателе.

Рассмотрим ещё один пример: $0,003345:0,00025$. Снова запишем деление через дробную черту:

$$0,003345:0,00025 = \frac{0,003345}{0,00025}$$

Так в знаменателе после запятой стоит пять знаков, то чтобы избавиться от запятой в знаменателе, нужно по основному свойству дроби домножить и числитель, и знаменатель, на число с пятью нулями, то есть на 100000. Имеем:

$$0,003345:0,00025 = \frac{0,003345}{0,00025} = \frac{0,003345 \cdot 100000}{0,00025 \cdot 100000}$$

Теперь по правилу умножения на такие числа перенесём и в числителе и знаменателе запятую на пять знаков вправо:

$$0,003345:0,00025 = \frac{0,003345}{0,00025} = \frac{0,003345 \cdot 100000}{0,00025 \cdot 100000} = \frac{334,5}{25} = 334,5:25$$

Итак, мы снова заменили деление на десятичную дробь делением на натуральное число, которое можно провести «в столбик» (обязательно проверьте!). Окончательно получаем:

$$0,003345:0,00025 = 334,5:25 = 13,38$$

Сравнивая выражения $0,003345:0,00025$ и $334,5:25$, мы видим, что мы **перенесли**

запятую ВПРАВО в делимом и в делителе на столько знаков,

сколько их после запятой в ДЕЛИТЕЛЕ.

Сформулируем алгоритм деления десятичных дробей.

1. Делить на десятичную дробь нельзя!!!

2. Для деления на десятичную дробь нужно перенести в делимом и в делителе запятую на столько цифр вправо, сколько их после запятой в делителе.

3. Выполнить деление десятичной дроби на натуральное число.

4. Ещё раз подчеркнём, что избавляться от запятой нужно только в делителе, в то время как в делимом запятая может остаться!

5.62. Выполните деление:

- | | | | |
|----------------------|-------------------------|------------------------|----------------------|
| А) $25,2 : 0,4$ | Б) $49,56 : 0,007$ | В) $397,5 : 0,53$ | Г) $276,08 : 0,068$ |
| Д) $7164,5 : 8,9$ | Е) $20,416 : 0,29$ | Ё) $3,7259 : 3,7$ | Ж) $648,432 : 0,72$ |
| З) $200,1 : 0,69$ | И) $56,58 : 0,0082$ | К) $427,8 : 0,046$ | Л) $295,22 : 0,0058$ |
| М) $6 : 0,0064$ | Н) $0,08008 : 3,85$ | О) $0,02292 : 0,075$ | П) $1,285578 : 1,26$ |
| Р) $0,11825 : 0,005$ | С) $0,00474 : 0,000002$ | Т) $0,9822 : 0,000002$ | У) $93,389 : 0,025$ |

5.63. Выполните деление в столбик:

- | | | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| А) $52,5 : 1,4$ | Б) $23,53 : 2,6$ | В) $70 : 1,75$ | Г) $4,8 : 0,03$ |
| Д) $70,952 : 0,14$ | Е) $85,69 : 41,8$ | Ё) $0,1218 : 0,058$ | Ж) $3666 : 0,47$ |
| З) $58,36 : 0,1$ | И) $0,94 : 0,01$ | Й) $0,94 : 0,001$ | К) $81,18 : 9$ |
| Л) $361,2 : 42$ | М) $0,5168 : 0,085$ | Н) $1,006 : 0,8$ | О) $744,588 : 74$ |
| П) $49,104 : 0,48$ | Р) $182,35 : 3,5$ | С) $4319,856 : 91,6$ | Т) $0,057 : 0,38$ |
| У) $333 : 2,5$ | Ф) $8,93 : 0,004$ | Х) $0,0392 : 0,00125$ | Ц) $93 : 0,002$ |

5.64. Вычислите:

- | | | | | |
|----------------|----------------|------------------|------------------|-------------------|
| А) $1,6 : 0,8$ | Б) $3,2 : 0,4$ | В) $3,3 : 0,3$ | Г) $0,48 : 0,08$ | Д) $1 : 0,1$ |
| Е) $2 : 0,2$ | Ё) $2 : 0,4$ | Ж) $2 : 0,5$ | З) $2 : 0,05$ | И) $3 : 0,5$ |
| Й) $3 : 0,06$ | К) $5,1 : 1,7$ | Л) $0,01 : 0,02$ | М) $7 : 0,007$ | Н) $0,09 : 0,001$ |

5.65. Выполните деление в столбик:

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|-------------------|
| А) $25,96:11$ | Б) $41,625:37$ | В) $0,21012:17$ | Г) $1240,8308:31$ |
| Д) $9:25$ | Е) $0,78:8$ | Ё) $3,56:5$ | Ж) $233,7:19$ |
| З) $420,378:42$ | И) $1416,02:101$ | Й) $53,4:1,5$ | К) $16,94:2,8$ |
| Л) $72:1,125$ | М) $3,6:0,08$ | Н) $48,192:0,12$ | О) $34,3:1,4$ |
| П) $14,76:3,6$ | Р) $72:2,25$ | С) $2,7:0,06$ | Т) $48,768:0,16$ |

5.66. Переведите в бесконечную десятичную периодическую дробь:

- | | | | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| А) $\frac{1}{3}$ | Б) $\frac{17}{22}$ | В) $\frac{19}{24}$ | Г) $\frac{12}{31}$ | Д) $\frac{1}{57}$ | Е) $\frac{2}{13}$ | Ё) $\frac{8}{17}$ |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

Объясните, почему любую обыкновенную дробь можно записать в виде бесконечной периодической дроби? То есть почему при делении в столбик начиная с какого-то момента цифра всегда будут повторяться?

5.67. Запишите в виде обыкновенной дроби:

- | | | | | |
|------------|-------------|--------------|--------------|----------------|
| А) $0,(2)$ | Б) $0,(34)$ | В) $0,(389)$ | Г) $0,5(7)$ | Д) $0,123(45)$ |
| Е) $0,(7)$ | Ё) $0,0(5)$ | Ж) $0,(12)$ | З) $0,1(12)$ | И) $0,83(57)$ |

5.68. Переводя обыкновенные дроби в десятичные, сравните:

- | | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| А) $\frac{4}{11}$ и $0,4$ | Б) $2\frac{4}{11}$ и $2,36$ | В) $0,07$ и $\frac{7}{101}$ | Г) $3\frac{13}{24}$ и $3,54167$ |
| Д) $0,3$ и $\frac{1}{3}$ | Е) $\frac{1}{3}$ и $0,33$ | Ё) $0,6$ и $\frac{2}{3}$ | Ж) $\frac{2}{3}$ и $0,67$ |

5.69. Вычислите:

- | | |
|---|--|
| А) $1,24:3,1+12:0,25-2:25+18:0,45$ | Б) $12,34\cdot567,89-123,4\cdot56,789$ |
| В) $(33,77:1,1+1,242:0,27)\cdot1,4-4,1$ | Г) $12,34:567,89-123,4:5678,9$ |
| Д) $19-(2,0088:0,062-17,82)$ | Е) $(1,87+1,955):0,85-(3\cdot1,75-2,5)\cdot1,62$ |
| Ё) $14,7-3\cdot(0,008+0,992)\cdot(5\cdot0,6-1,4)$ | Ж) $(5,7^2:0,009+12,34:0,25):0,4-14,84:0,1$ |

- 5.70. Сумма двух чисел равна 1,9, а их разность равна 1,27. Найдите эти числа.
- 5.71. Сумма двух чисел равна 2,4, а их разность равна 1,63. Найдите эти числа.
- 5.72. Сумма двух чисел равна $11\frac{1}{12}$, а их разность равна $\frac{7}{30}$. Найдите эти числа.
- 5.73. Сумма двух чисел равна $\frac{7}{18}$, а их разность равна $\frac{5}{27}$. Найдите эти числа.
- 5.74. Первое число на $1\frac{2}{3}$ больше второго и на 2,2 меньше третьего. Найдите эти числа, если их сумма равна 15.
- 5.75. Первое число на $2\frac{1}{7}$ меньше второго и на 3,1 больше третьего. Найдите эти числа, если их сумма равна 18.
- 5.76. Сумма двух чисел равна $24\frac{4}{15}$, причем одно число составляет $\frac{1}{3}$ другого. Найдите эти числа.
- 5.77. Сумма двух чисел равна 52,5, причем одно число составляет 0,75 другого. Найдите эти числа.
- 5.78. Сумма двух чисел равна 1. Найдите эти числа, если 0,5 первого числа равны $\frac{1}{7}$ второго.
- 5.79. Сумма двух чисел равна 1. Найдите эти числа, если $\frac{1}{3}$ первого числа равна 0,4 второго.
- 5.80. В двух коробках 7,8 кг конфет. Когда из одной коробки взяли 1,25 кг конфет, то в обеих коробках конфет стало поровну. Сколько конфет было в каждой коробке?
- 5.81. В двух ящиках было 38,25 кг гвоздей. Если из одного ящика переложить в другой 4,75 кг гвоздей, то в обоих ящиках гвоздей станет поровну. Сколько кг гвоздей было в каждом ящике?
- 5.82. Проволоку длиной $31\frac{1}{2}$ м разрезали на три части так, что вторая часть больше третьей на $3\frac{1}{5}$ м, а первая больше второй на $1\frac{3}{4}$ м. Найдите длину каждой части.
- 5.83. В трех канистрах было $43\frac{3}{4}$ л бензина. Сколько бензина было в каждой канистре, если известно, что после того, как из первой канистры перелили во вторую $2\frac{1}{2}$ л и в третью $1\frac{3}{5}$ л, во всех трех канистрах бензина оказалось поровну?
- 5.84. В первом ящике на 3 кг яблок меньше, чем во втором, а в третьем – в 1,2 больше, чем во втором. Сколько кг яблок в каждом ящике, если в трех ящиках 125 кг яблок?
- 5.85. Длина первого отрезка в 1,4 раза больше длины второго, а длина третьего – на 6 см больше длины второго. Найдите длину каждого отрезка, если сумма их длин 125 см.
- 5.86. Мастер и его ученик должны были сделать некоторое количество деталей. По окончании работы выяснилось, что мастер сделал $\frac{2}{3}$ всего задания и еще 8 деталей, а его ученик – 0,25 того, что выполнил мастер. Сколько деталей сделали ученик и мастер?
- 5.87. Двое рабочих должны были сделать некоторое количество деталей. По окончании работы выяснилось, что первый рабочий сделал $\frac{4}{5}$ всего задания и еще 40 деталей, а второй рабочий -- 0,15 того, что выполнил первый. Сколько деталей сделали двое рабочих?

- 5.88. Пароход проплыл 74,58 км по течению реки и 131,85 км против течения реки. Сколько времени пароход был в пути, если его собственная скорость равна 31,6 км/ч, а скорость течения 2,3 км/ч?
- 5.89. Площадь прямоугольника равна $5,12 \text{ м}^2$, а одна из его сторон равна 3,2 м. Найдите периметр прямоугольника.
- 5.90. Измерения прямоугольного параллелепипеда 5,2 см; 3,4 см и 2,6 см. Найдите общую длину всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, сумму площадей всех его граней и его объём.
- 5.91. Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. Через какое время и на каком расстоянии от А второй автомобиль догонит первый?
- 5.92. Собственная скорость катера 25,5 км/ч, скорость течения 2,5 км/ч. Какой путь пройдёт катер за полтора часа по течению и 2 часа против течения?
- 5.93. Собственная скорость лодки 8,5 км/ч, а скорость течения 3,5 км/ч. Расстояние между пристанями 15 км. Сколько времени затратит лодка на путь между пристанями туда и обратно?
- 5.94. Плот и лодка движутся навстречу друг другу по реке. Они находятся на расстоянии 20 км друг другу по реке. Через какое время они встретятся, если собственная скорость лодки 8 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?
- 5.95. Два велосипедиста одновременно выехали из лагеря в противоположных направлениях со скоростями 10 км/ч и 12 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч? Через 3 ч 6 минут? Через какое время расстояние между ними будет равно 33 км?
- 5.96. Два велосипедиста выехали одновременно из двух сёл навстречу друг другу и встретились через 1,6 ч. Скорость первого 10 км/ч, а второго – 12 км/ч. Найдите расстояние между сёлами?
- 5.97. Два поезда одновременно вышли с одной станции в одном направлении. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1,5 часа? через 2 часа 25 мин? Через сколько часов расстояние между ними будет равно 35 км?
- 5.98. Города А и В расположены на реке, причём В ниже по течению. Расстояние между ними равно 30 км. Моторная лодка проходит путь от А до В за 2 ч, а обратно за 3 ч. За какое время проплывёт от А до В плот?
- 5.99. Пассажир метро, стоя на ступеньке эскалатора, поднимается вверх за 3 мин. За сколько минут он поднимется вверх по движущемуся эскалатору, если будет идти со скоростью 25 м/мин? Длина эскалатора 150 м.
- 5.100. Расстояние между станциями 350 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Они встретились через 2,5 часа. Определите скорость первого поезда, если скорость второго равна 65 км/ч.
- 5.101. Расстояние между станциями А и В равно 165 км. От этих станций одновременно навстречу друг другу выходят два поезда и встречаются через 1,5 ч на разъезде, который находится в 90 км от станции А. С какой скоростью идут поезда?
- 5.102. Из двух городов, расстояние между которыми 45 км, одновременно в одном направлении вышли поезда со скоростями 70 км/ч и 60 км/ч, причём первый поезд догоняет второй. Через сколько времени расстояние между поездами будет равно 10 км? Сколько решений имеет задача?
- 5.103. Два поезда выехали одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу. Расстояние между пунктами А и В равно 350 км. Скорость первого 65 км/ч, второго – 75 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами составит 70 км? Сколько решений имеет задача?

- 5.104. Из двух сел одновременно выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них $19,5$ км/ч, а скорость второго составляет $\frac{2}{3}$ скорости первого. Какое расстояние между селами, если велосипедисты встретились через 48 мин? На каком расстоянии друг от друга они были через 0,5 ч после выезда? Через полтора часа?
- 5.105. Города A и B расположены на одном шоссе. Из этих городов одновременно в одном направлении выехали два автобуса. Первый автобус двигался со скоростью 54 км/ч, что составляет $0,6$ скорости второго автобуса. Второй автобус догнал первый через 1 ч 30 мин после выезда. Каково расстояние между городами A и B ? На каком расстоянии друг от друга были автобусы через 24 мин после выезда? Через 2 ч после выезда?
- 5.106. Из двух городов одновременно выехали навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного из них $122,5$ км/ч, а скорость второго составляет $\frac{5}{7}$ скорости первого. Какое расстояние между городами, если автомобили встретились через 40 мин? На каком расстоянии друг от друга они были через 0,5 ч после выезда? Через полтора часа?
- 5.107. Города A и B расположены на одной железной дороге. Из этих городов одновременно в одном направлении вышли два поезда. Скорость первого поезда 35 км/ч, что составляет $0,7$ скорости второго поезда. Второй поезд догнал первый через 1 ч 30 мин после выезда. Каково расстояние между городами A и B ? На каком расстоянии друг от друга были поезда через 36 мин после выезда? Через 2 ч после выезда?
- 5.108. Из двух городов, расстояние между которыми $206,15$ км, одновременно навстречу друг другу выехали электричка и товарный поезд. Скорость электрички равна $31,5$ км/ч, а скорость товарного поезда составляет $\frac{13}{18}$ скорости электрички. Какое расстояние проедет товарный поезд до его встречи с электричкой?
- 5.109. Из двух городов, расстояние между которыми $400,4$ км, одновременно навстречу друг другу выехали автомобиль и автобус. Скорость автомобиля равна $82,5$ км/ч, а скорость автобуса составляет $\frac{11}{15}$ скорости автомобиля. Какое расстояние проедет автобус до его встречи с автомобилем?
- 5.110. Два лыжника, находясь друг от друга на расстоянии 6 км, вышли одновременно навстречу друг другу и через 15 мин встретились. Когда же они вышли из одного пункта в одном направлении, то через 50 мин один отстал от другого на 5 км. Какова скорость каждого лыжника?
- 5.111. Два велосипедиста, находясь друг от друга на расстоянии 9 км, выехали одновременно навстречу друг другу и через 20 мин встретились. Когда же они выехали из одного пункта в одном направлении, то через 1 ч 40 мин один отстал от другого на 5 км. Какова скорость каждого велосипедиста?
- 5.112. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B . При встрече оказалось, что первый пешеход прошел $\frac{1}{4}$ всего пути и еще $3,2$ км, а второй – в 2 раза больше первого. Чему равно расстояние от A до B ?
- 5.113. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B . При встрече оказалось, что первый пешеход прошел $\frac{1}{5}$ всего пути и еще $1,3$ км, а второй – в 3 раза больше первого. Чему равно расстояние от A до B ?
- 5.114. Из города A в город B , расстояние между которыми 620 км выехала легковая машина со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа из города B в город A выехал грузовик со скоростью 40 км/ч. А) Через какое время после выезда грузовика автомобили встретились? Б) На каком расстоянии от города A произошла встреча? В) Какое расстояние будет между автомобилями через 7 часов после выезда грузовика?

- 5.115. Из города A в 8 часов утра выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч. Через 4 часа велосипедист сделал часовой привал, а в этот момент вслед за ним из города A выехал мотоциклист со скоростью 50 км/ч. В какое время мотоциклист догонит велосипедиста? На каком расстоянии от города A это произойдёт? Какое расстояние будет между велосипедистом и мотоциклистом в 6 часов вечера?
- 5.116. Расстояние между городами A и B равно 720 км. Из города A в город B выезжает товарный поезд со скоростью 60 км/ч. Через 2 часа навстречу ему из города B в город A выезжает скорый поезд со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от города A поезда встретятся?
- 5.117. Расстояние между городами A и B равно 760 км. Из города A в город B выезжает пассажирский поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 часа навстречу ему из города B в город A выезжает товарный поезд со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от города B поезда встретятся?
- 5.118. Из города A в 8 часов утра выехал велосипедист со скоростью 20 км/ч. Через 4 часа велосипедист сделал часовой привал, а в этот момент вслед за ним из города A выехал мотоциклист со скоростью 50 км/ч. В какое время мотоциклист догонит велосипедиста? На каком расстоянии от города A это произойдёт? Какое расстояние будет между велосипедистом и мотоциклистом в 6 часов вечера?
- 5.119. Из пункта A в пункт B , отстоящий от пункта A на 27 км, отправился пешеход со скоростью 5 км/ч. Через 36 минут после этого навстречу ему из B вышел другой пешеход со скоростью 3 км/ч. Через какое время после выхода второго пешехода они встретятся? Найдите расстояние от пункта B до места их встречи.
- 5.120. Из пункта A в пункт B , отстоящий от пункта A на 11 км, отправился пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 15 минут после этого навстречу ему из B вышел другой пешеход со скоростью 6 км/ч. Найдите расстояние от пункта B до места их встречи.
- 5.121. Из пункта A круговой трассы, длина которой равна 80 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого автомобилиста равна 92 км/ч, скорость второго – 68 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на один круг? На два круга?
- 5.122. Из пункта A круговой трассы, длина которой равна 57 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого автомобилиста равна 81 км/ч, скорость второго – 63 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на три круга? На три круга?
- 5.123. А) Из двух городов, расстояние между которыми равно 490 км, выехали одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 3,5 ч. Найдите скорости поездов, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого.
Б) Из двух городов, расстояние между которыми равно 490 км, выехали навстречу друг другу два поезда и встретились через 3,5 ч. С какой скоростью они идут, если первый поезд, скорость которого на 12 км/ч больше второго, вышел на час раньше второго?
В) Из двух городов, расстояние между которыми равно 490 км, выехали навстречу друг другу два поезда и встретились через 3,5 ч. С какой скоростью они идут, если первый поезд, скорость которого на 12 км/ч меньше второго, вышел на час раньше второго?
Г) Из двух городов, расстояние между которыми равно 490 км, выехали одновременно в одном направлении два поезда. Первый поезд догнал второй через 10 ч после выхода. С какой скоростью они идут, если скорость первого в 1,5 раза больше скорости второго.

- 5.124. А) Из двух городов, расстояние между которыми равно 855 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля и встретились через 4,5 ч. Найдите скорости автомобилей, если скорость одного из них на 8 км/ч больше скорости другого.
- Б) Из двух городов, расстояние между которыми равно 855 км, выехали навстречу друг другу два автомобиля и встретились через 4,5 ч. С какой скоростью они идут, если первый автомобиль, скорость которого на 8 км/ч больше второго, вышел на час раньше второго?
- В) Из двух городов, расстояние между которыми равно 855 км, выехали навстречу друг другу два автомобиля и встретились через 4,5 ч. С какой скоростью они идут, если первый автомобиль, скорость которого на 8 км/ч меньше второго, вышел на час раньше второго?
- Г) Из двух городов, расстояние между которыми равно 855 км, выехали одновременно в одном направлении два автомобиля. Первый автомобиль догнал второй через 10 ч после выезда. Найдите скорости автомобилей, если скорость первого в 1,5 раза больше скорости второго.
- 5.125. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу с двух станций. Один поезд проходит все расстояние между станциями за $3\frac{1}{3}$ часа, а другой – за $2\frac{4}{5}$ часа. Какую часть пути им останется пройти до встречи спустя $1\frac{2}{5}$ часа после выхода?
- 5.126. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов.. Один автомобиль проезжает все расстояние между городами за $3\frac{1}{3}$ часа, а другой – за $4\frac{2}{3}$ часа. Какую часть пути им останется проехать до встречи спустя $1\frac{5}{9}$ часа после выезда?
- 5.127. Расстояние от А до В первый автомобиль проезжает в $1\frac{2}{7}$ раза быстрее второго автомобиля. Найдите скорости автомобилей, если известно, что скорость первого на 18 км/ч больше скорости второго.
- 5.128. Расстояние от А до В первый автомобиль проезжает в $1\frac{2}{5}$ раза медленнее второго автомобиля. Найдите скорости автомобилей, если известно, что скорость первого на 22 км/ч меньше скорости второго.
- 5.129. Велосипедист отъехал от станции в тот момент, когда пешеход отошел от нее на 1,6 км, и через 15 мин догнал пешехода. С какой скоростью шел пешеход, если велосипедист ехал в $2\frac{1}{3}$ раза быстрее?
- 5.130. Мотоциклист отъехал от станции в тот момент, когда велосипедист находился от нее на расстоянии 2,3 км, и через 12 мин догнал велосипедиста. С какой скоростью ехал мотоциклист, если он ехал в $1\frac{5}{6}$ раза быстрее?
- 5.131. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 2,7 км/ч, а другой – со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?
- 5.132. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4 км от места отправления. Один идет со скоростью 3,3 км/ч, а другой – со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?
- 5.133. Катер по течению реки прошел 87,5 км за 5 ч, а против течения это же расстояние он прошел за 7 ч. Какова собственная скорость катера и скорость течения реки?
- 5.134. Теплоход по течению реки прошел 330 км за 12 ч, а против течения 240,5 км он прошел за 13 ч. Какова собственная скорость теплохода и скорость течения реки?

- 5.135. Моторная лодка прошла 90 км по течению реки за 6 ч, а против течения реки – за 10 ч. За сколько времени проплывет это же расстояние: А) плот по реке; Б) моторная лодка по озеру?
- 5.136. Моторная лодка прошла 80 км по течению реки за 4 ч, а против течения реки – за 5 ч. За сколько времени проплывет это же расстояние: А) плот по реке; Б) моторная лодка по озеру?
- 5.137. Собственная скорость теплохода равна 32,5 км, а его скорость по течению реки 35 км/ч. С какой скоростью течет река? Какова скорость теплохода против течения реки? Какое расстояние проплывет теплоход, если будет двигаться 2,6 ч по течению реки и 0,8 ч против течения?
- 5.138. Собственная скорость катера равна 14,7 км, а его скорость против течения реки 10,2 км/ч. С какой скоростью течет река? Какова скорость катера по течению реки? Какое расстояние проплывет катер, если будет двигаться 2 ч по течению реки и 4,5 ч против течения?
- 5.139. Расстояние между двумя пристанями равно 12,3 км. За сколько времени моторная лодка проплывет путь от одной пристани до другой и обратно, если собственная скорость лодки 7,2 км/ч, а скорость течения реки составляет $\frac{1}{6}$ скорости лодки?
- 5.140. Расстояние между двумя пристанями равно 12,6 км. За сколько времени моторная лодка проплывет путь от одной пристани до другой и обратно, если собственная скорость лодки 5,6 км/ч, а скорость течения реки составляет $\frac{1}{7}$ скорости лодки?
- 5.141. Плот проплывает путь от А до В за 40 ч, а катер – за 4 ч. За сколько часов проплывет катер путь от В до А?
- 5.142. Плот проплывает путь от А до В за 30 ч, а катер – за 5 ч. За сколько часов проплывет катер путь от В до А?
- 5.143. Катер проплывает одинаковое расстояние по озеру за 7 ч, а по течению реки – за 6 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по этой реке?
- 5.144. Катер проплывает одинаковое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки – за 5 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по этой реке?
- 5.145. Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 4 ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 12 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь: А) по течению реки; Б) против течения реки?
- 5.146. Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 5 ч. Такое же расстояние плот проплывает по реке за 20 ч. Сколько времени затратит лодка на тот же путь: А) по течению реки; Б) против течения реки?
- 5.147. Из пункта А в пункт В по реке отплыл плот. Одновременно с ним из пункта В в пункт А вышел катер. Через сколько часов после выхода катер встретил плот, если катер прошел все расстояние между А и В за 6 ч, а плот – за 30 ч?
- 5.148. Из пункта А в пункт В по реке отплыл плот. Одновременно с ним из пункта В в пункт А вышел катер. Через сколько часов после выхода катер встретил плот, если катер прошел все расстояние между А и В за 15 ч, а плот – за 60 ч?
- 5.149. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу вышли плот и катер. Катер встретил плот через 4 ч после выхода, а еще через 20 мин прибыл в пункт В. Сколько времени плыл плот из В в А?
- 5.150. Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу вышли плот и катер. Катер встретил плот через 6 ч после выхода, а еще через 40 мин прибыл в пункт В. Сколько времени плыл плот из В в А?

- 5.151. Собственная скорость лодки вчетверо больше скорости течения реки. Найдите собственную скорость лодки и скорость лодки по течению, если, двигаясь против течения, она прошла 10,8 км за 1,5 ч.
- 5.152. Собственная скорость лодки впятеро больше скорости течения реки. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки, если, двигаясь против течения, она прошла 31,08 км за 3,7 ч.
- 5.153. Лодка может пройти расстояние между двумя пристанями за 1 ч 36 мин против течения реки и за 1 ч 20 мин по течению реки. Скорость течения реки 1,5 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и расстояние между пристанями.
- 5.154. Лодка может пройти расстояние между двумя пристанями за 1 ч 30 мин против течения реки и за 1 ч 12 мин по течению реки. Скорость течения реки 1,2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и расстояние между пристанями.
- 5.155. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 5.156. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 5.157. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
- 5.158. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.
- 5.159. Человек в купе идущего со скоростью 60 км/ч пассажирского поезда, увидев идущий навстречу по параллельной колее товарный состав, засекает время, за которое тот прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 20 секундам, а скорость товарного состава равна 30 км/ч. Ответ дайте в метрах.
- 5.160. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.
- 5.161. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй – длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстаёт от первого и в некоторый момент расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 м. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстаёт от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?
- 5.162. Баржа проплыла по реке от пристани *A* до пристани *B* и вернулась обратно, затратив на путь по течению в два раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?
- 5.163. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Первый идёт со скоростью 4,5 км/ч, а второй – со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места их встречи?

5.164. Вычислите:

А) $\left(1,5 : \frac{1}{3} - \frac{3}{8} : 0,25\right) \cdot 3,2 - 3,2 \cdot \frac{5}{8}$

Б) $20 : 33\frac{1}{3} - \left(4\frac{7}{25} - 1,28\right) : \left(0,75 + 3\frac{1}{4}\right) \cdot 0,2$

В) $4,5 + 0,5 \cdot (2,4 \cdot 1,375 - 1,64 : 0,8) : 2\frac{1}{12} - 1\frac{2}{7} \cdot 1,4$

Г) $\left(1\frac{3}{8} + 1\frac{3}{4} - 0,411\right) : 0,59$

Д) $\left(6\frac{8}{15} - 1,35\right) : \left(2\frac{4}{5} + 0,2\right)$

Е) $12,8 \cdot 0,25 : \left(\frac{3}{4} - 0,125\right)$

Ё) $\left(\frac{1}{2} + 0,8 - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(3 + 5\frac{8}{25} - 0,12\right)$

Ж) $\left(2\frac{3}{4} + 0,15 - 1\frac{8}{25}\right) : \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} + 0,04\right)$

З) $\left(2,314 - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{50} + \left(1\frac{11}{16} + 0,7125\right) : 3$

И) $1,456 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 4\frac{1}{2} \cdot 0,8$

Й) $\left(4\frac{1}{8} - 0,004 \cdot 300\right) : 0,0015 + \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2}\right) : 10$

К) $\left(3,625 + 0,25 + 2\frac{3}{4}\right) : \left(28,75 + 92\frac{1}{4} - 15\right) : 0,0625$

CLXXVIII. Из карточек составлено равенство:

$$\boxed{5} \boxed{\times} \boxed{8} \boxed{+} \boxed{8} \boxed{9} \boxed{=} \boxed{2} \boxed{6} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{7} \boxed{2}$$

Уберите из исходного равенства А) 2 карточки; Б) 3 карточки; В) 4 карточки так, чтобы равенство стало верным.

CLXXIX. Начертите 5 прямых так, чтобы у них в общей сложности было ровно 10 точек пересечений.

CLXXX. У двух медвежат был килограммовый кусок сыра. Они разломали его на два неравных кусочка. Лиса решила помочь им сделать кусочки равными. Сначала она откусила от большего кусочка. Потом она откусила от меньшего кусочка половину того, что откусила от большего. Затем она откусила от большего кусочка столько же, сколько от меньшего, а от меньшего опять в два раза меньше, чем от большего. И наконец, она опять откусила от большего кусочка столько же, сколько от меньшего, а от меньшего в два раза меньше, чем от большего. После этого кусочки стали равными, а масса меньшего из первоначальных кусочков уменьшилась вдвое. Сколько сыра съела лиса?

Устные вычисления с десятичными дробями.

5.165. Вычислите устно:

А) $0,2 + 0,4$

Б) $0,3 + 0,6$

В) $0,13 + 0,65$

Г) $0,123 - 0,057$

Д) $0,34 + 0,26$

Е) $0,45 + 0,35$

Ё) $0,13 - 0,07$

Ж) $0,7 + 0,4$

З) $0,8 + 0,9$

И) $0,23 + 0,85$

Й) $0,234 + 0,813$

К) $1,2 + 2,4$

Л) $2,34 + 2,43$

М) $0,15 + 1,14$

Н) $1,23 + 2,27$

О) $1,45 - 0,23$

П) $1,17 - 0,16$

Р) $1,56 - 0,57$

С) $0,1 + 0,14$

Т) $0,12 + 0,044$

У) $0,4 - 0,03$

Ф) $0,5 - 0,13$

Х) $0,57 - 0,057$

Ц) $0,1 - 0,01$

5.166. Вычислите устно:

А) $0,2 \cdot 0,3$

Б) $0,7 \cdot 0,8$

В) $0,12 \cdot 0,3$

Г) $0,17 \cdot 0,3$

Д) $0,12 \cdot 1,1$

Е) $0,3^2$

Ё) $1,1^2$

Ж) $0,2 \cdot 0,55$

З) $3 \cdot 0,13$

И) $4 \cdot 0,15$

Й) $0,2 \cdot 0,05$

К) $0,02^2$

Л) $0,19 \cdot 0,3$

М) $0,37 \cdot 0,3$

Н) $12,3 \cdot 0,2$

О) $3,03 \cdot 0,3$

П) $1,1 \cdot 2,5$

Р) $0,34 \cdot 0,3$

С) $10,4 \cdot 0,3$

Т) $0,03^3$

У) $0,89 \cdot 2$

Ф) $0,25 \cdot 0,6$

Х) $0,14 \cdot 0,5$

Ц) $0,7 \cdot 0,07$

5.167. Вычислите устно:

А) $0,13+0,12$

Б) $0,15+0,07$

В) $1,2+1,9$

Г) $2,3+2,7$

Д) $2,8-1,3$

Е) $1,01-0,1$

Ё) $4,56-3,76$

Ж) $10,1-0,01$

З) $101-0,1$

И) $2,6+3,4$

Й) $0,78+0,3$

К) $0,23+0,078$

Л) $0,8-0,08$

М) $8-0,18$

Н) $0,2+0,5+0,05$

О) $2,57+4,43$

П) $0,13+0,3-0,18$

Р) $0,5-0,007$

С) $0,44-0,0008$

Т) $0,1+0,18-0,002$

У) $0,057-0,0007$

Ф) $0,13+1,3$

Х) $3,47-2,17$

Ц) $0,2+0,7+0,6+0,9$

5.168. Вычислите устно:

А) $0,12 \cdot 5$

Б) $0,14 \cdot 0,03$

В) $0,1^2$

Г) $0,24 \cdot 0,2$

Д) $2,24 \cdot 3$

Е) $0,151 \cdot 4$

Ё) $0,13 \cdot 0,05$

Ж) $34,05 \cdot 3$

З) $0,8 \cdot 0,4$

И) $0,5^3$

Й) $0,9 \cdot 0,009$

К) $0,36 \cdot 0,3$

Л) $12,5 \cdot 2$

М) $1,7 \cdot 0,4$

Н) $0,125 \cdot 0,4$

О) $1,5^2$

П) $0,6 \cdot 0,5$

Р) $6,1 \cdot 0,3$

С) $13,3 \cdot 2$

Т) $0,651 \cdot 0,2$

У) $7,7 \cdot 2$

Ф) $0,56 \cdot 2$

Х) $13,3 \cdot 4$

Ц) $1,2^2$

5.169. Вычислите устно:

А) $0,34 + 0,2$

Б) $0,17 \cdot 0,3$

В) $6,7 + 0,67$

Г) $0,45 \cdot 0,2$

Д) $1,2 - 0,08$

Е) $0,96 + 0,04$

Ё) $0,34 \cdot 0,2$

Ж) $0,67 \cdot 0,2$

З) $0,17 - 0,03$

И) $10 - 0,2$

Й) $0,9 - 0,07$

К) $0,15 \cdot 0,07$

Л) $0,15 \cdot 0,3$

М) $1,2 \cdot 0,08$

Н) $0,15 - 0,07$

О) $0,178 - 0,009$

П) $0,25 \cdot 4$

Р) $8,1 - 0,6$

С) $0,9 \cdot 0,07$

Т) $6 \cdot 0,81$

У) $4 - 0,75$

5.170. Вычислите устно:

А) $0,12 : 2$

Б) $0,18 : 3$

В) $0,75 : 3$

Г) $0,5 : 5$

Д) $0,24 : 8$

Е) $0,2 : 4$

Ё) $0,3 : 6$

Ж) $0,4 : 8$

З) $0,1 : 2$

И) $0,51 : 3$

Й) $0,81 : 9$

К) $0,104 : 2$

Л) $0,014 : 2$

М) $1,2 : 3$

Н) $2,5 : 5$

О) $2,6 : 2$

П) $3,9 : 13$

Р) $2,5 : 2$

С) $0,5 : 2$

Т) $0,02 : 4$

У) $1,1 : 2$

5.171. Вычислите устно:

А) $0,24:2$

Б) $0,36:6$

В) $4,8:4$

Г) $3,4:17$

Д) $0,046:23$

Е) $10,7:107$

Ё) $0,1:20$

Ж) $0,13:2$

З) $0,0012:3$

И) $0,49:7$

Й) $5,5:11$

К) $4,5:2$

Л) $10,1:2$

М) $1,5:3$

Н) $0,01:2$

О) $0,3:5$

П) $4,05:2$

Р) $0,1:50$

С) $0,15:2$

Т) $0,02:5$

У) $0,1:500$

Ф) $19:2$

Х) $9:5$

Ц) $0,1:4$

5.172. Вычислите устно:

А) $0,9 \cdot 1,1$

Б) $9,09:3$

В) $3-0,99$

Г) $0,99 \cdot 0,2$

Д) $0,25 \cdot 1,6$

Е) $2,3+2,75$

Ё) $1,1:2$

Ж) $1,1 \cdot 0,06$

З) $0,04:5$

И) $0,3-0,015$

Й) $0,99-0,2$

К) $12,5:5$

Л) $0,45+0,65$

М) $0,04^2$

Н) $4,5:2$

О) $0,3:15$

П) $0,13-0,014$

Р) $5,6:7$

С) $1,2:5$

Т) $2,7-1,17$

У) $0,3 \cdot 0,015$

Ф) $4:5$

Х) $7:2$

Ц) $0,2:40$

1.173. Вычислите:

А) $7,6:2$

Б) $6,3:3$

В) $0,8:4$

Г) $1,8:6$

Д) $1,4:7$

Е) $3,5:0,7 = 35:7 = 5$

Ё) $8:0,4 = 80:4 = 20$

Ж) $10:0,5$

З) $18:0,9$

И) $64:3,2$

Й) $49:0,7$

К) $8,2:4,1$

Л) $17,5:3,5$

М) $90:4,5$

Н) $7,7:0,11$

О) $0,64:0,08$

П) $6,6:0,06$

Р) $10,05:0,5$

С) $35:0,05$

Т) $1,64:0,004$

У) $10:0,25$

Ф) $20:0,05$

5.174. Вычислите:

А) $48:0,5 = 48 \cdot \frac{1}{2} = 48:2 = 24$

Б) $48:0,25 = 48 \cdot \frac{1}{4} = 48:4 = 12$

В) $116:0,5$

Г) $38:0,5$

Д) $84:0,25$

Е) $64:0,25$

Ё) $284:0,5$

Ж) $158:0,5$

З) $84:0,25$

И) $264:0,25$

Й) $1008:0,25$

К) $0,2:0,25$

Л) $2,3:20$

М) $3,4:300$

Н) $1,12:200$

О) $0,4:8$

П) $0,15:50$

Р) $0,012:3$

С) $0,17:2$

Т) $0,11:55$

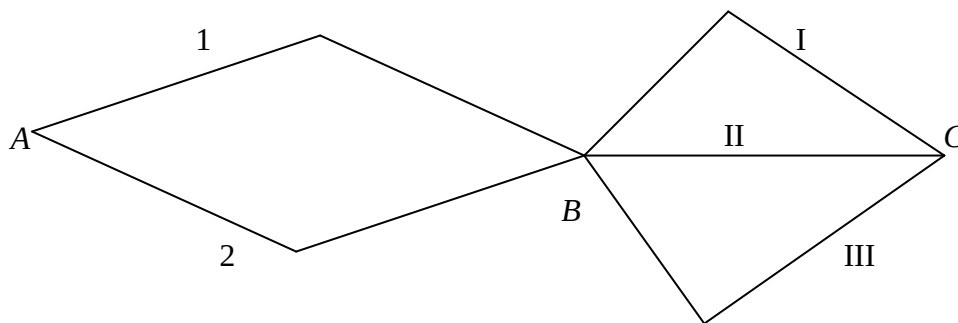
У) $0,9:1,5$

Глава 6. Комбинаторика.

6.1. У куста 4 больших ветки, на каждой большой ветке по 7 маленьких веточек, а на каждой маленькой веточке по 9 листочков, а на каждом листочке сидят 3 божьи коровки. Сколько божьих коровок сидит на кусте?

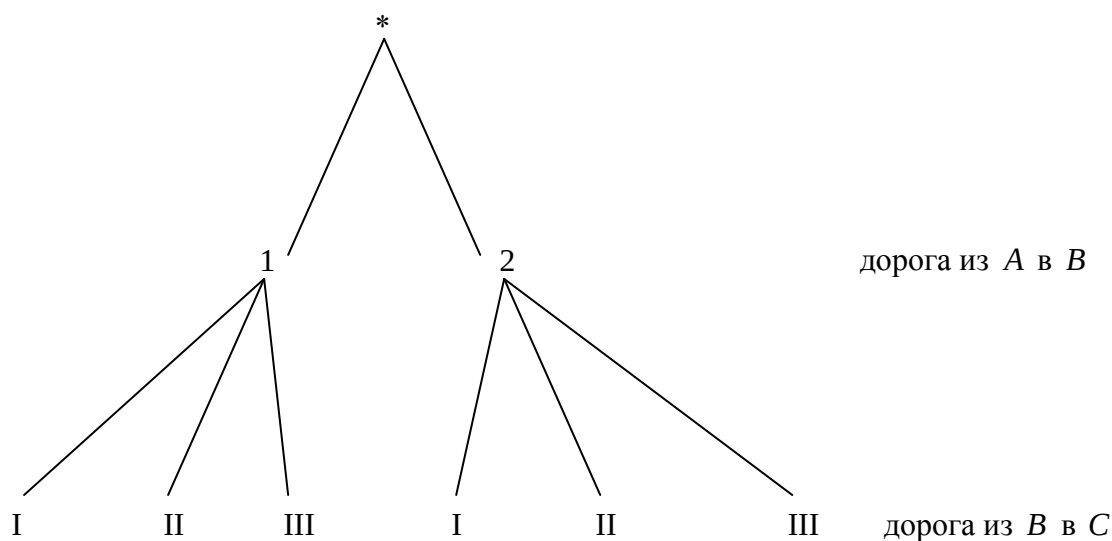
Комбинаторика – это раздел математики, в котором решают задачи с вопросом «сколько существует способов?». В принципе, любую комбинаторную задачу можно решить перебором. Мы рассмотрим несколько простых задач и выведем основные законы комбинаторики.

Задача I. Из города A в город B ведут две дороги, а из города B в город C – три дороги. Ехать можно только «слева направо» (см. рис.). Сколько существует способов проехать из города A в город C ?

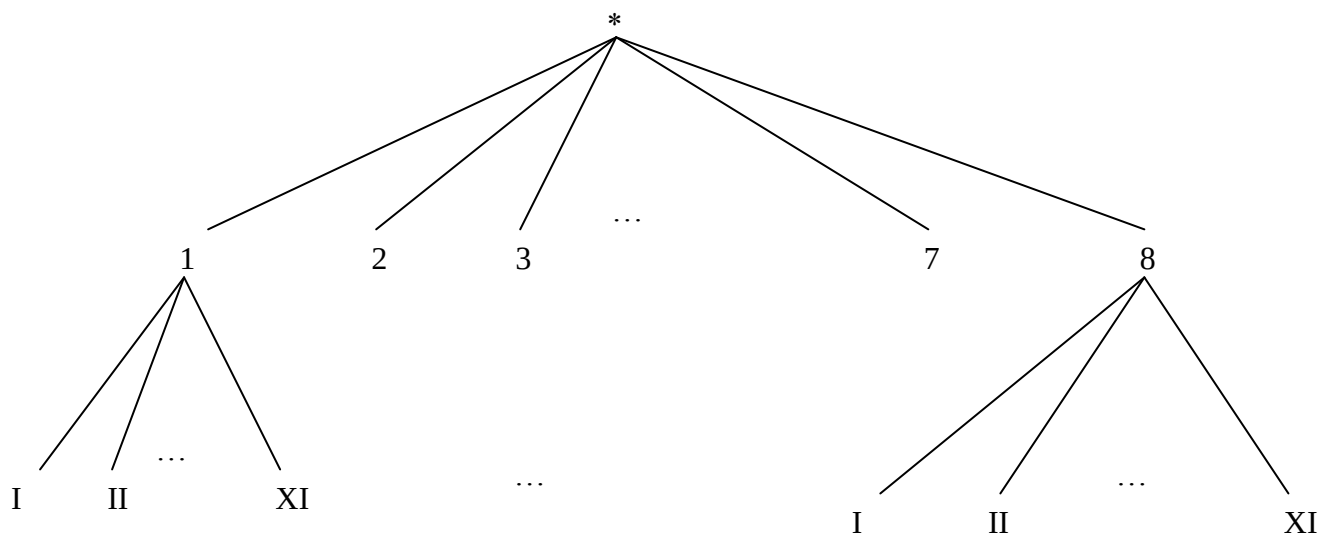


Решение. Сначала решим эту задачу перебором: перечислим все возможные маршруты движения из A в C . Для этого обозначим дороги, например, так, как показано на рисунке: дороги из A в B пронумеруем арабскими цифрами, а дороги из B в C – римскими. Если мы едем из A в B по дороге 1, то далее из B в C мы можем проехать по любой из дорог I, II или III. Таким образом, мы получаем маршруты 1-I, 1-II, 1-III. Аналогично, если из A в B мы поедem по дороге 2, то получим маршруты 2-I, 2-II, 2-III. Итак, всего получается 6 способов проехать из города A в город C .

Перебор в подобных задачах можно оформить в виде так называемого дерева возможных вариантов. В данной задаче это дерево будет выглядеть так:

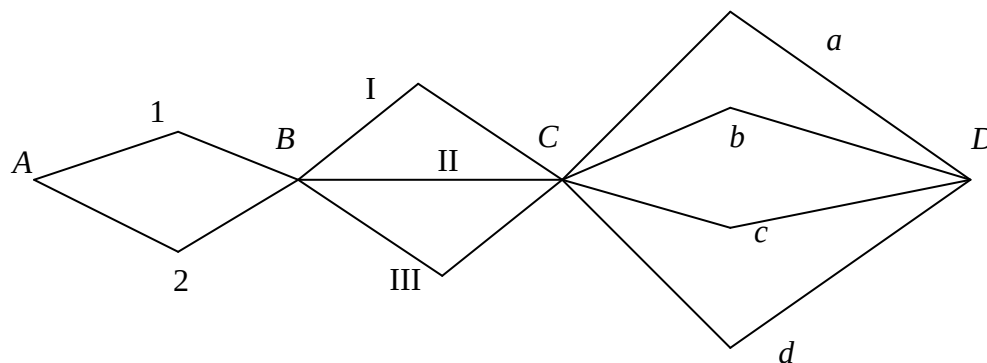


А теперь решим ту же самую задачу при условии, что из A в B ведут 8 дорог, а из B в C – 11 дорог (изобразите схему дорог!). Ясно, что эту задачу тоже можно решить перебором, но перечислять здесь все варианты будет долго и скучно. Схематично изобразим дерево возможных вариантов:

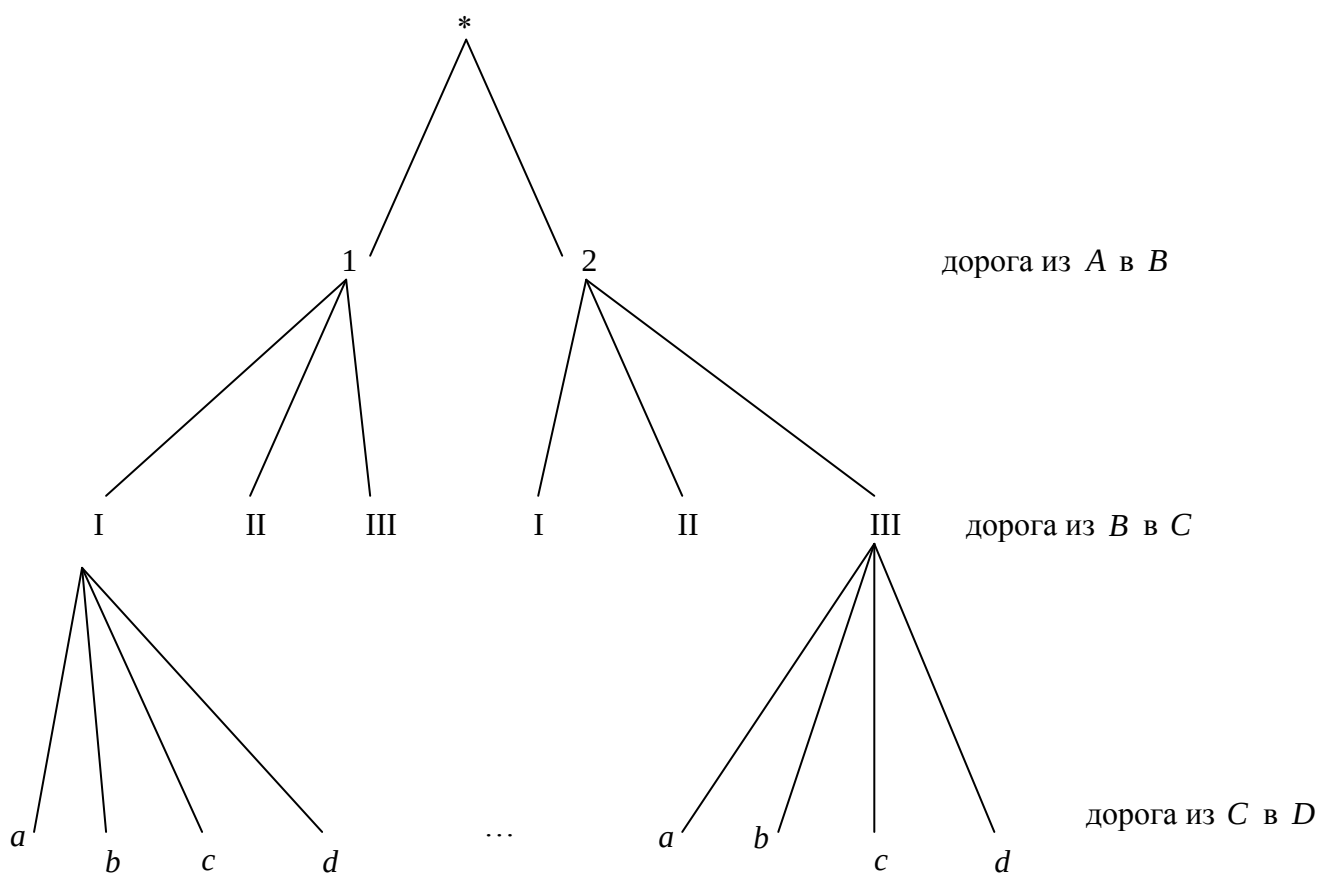


Нетрудно видеть, что для каждого из 8-ми вариантов пути из A в B существует 11 вариантов пути из B в C , то есть всего $8 \cdot 11 = 88$ способов проехать из A в C . Отметим, что ответ мы получили **умножением**.

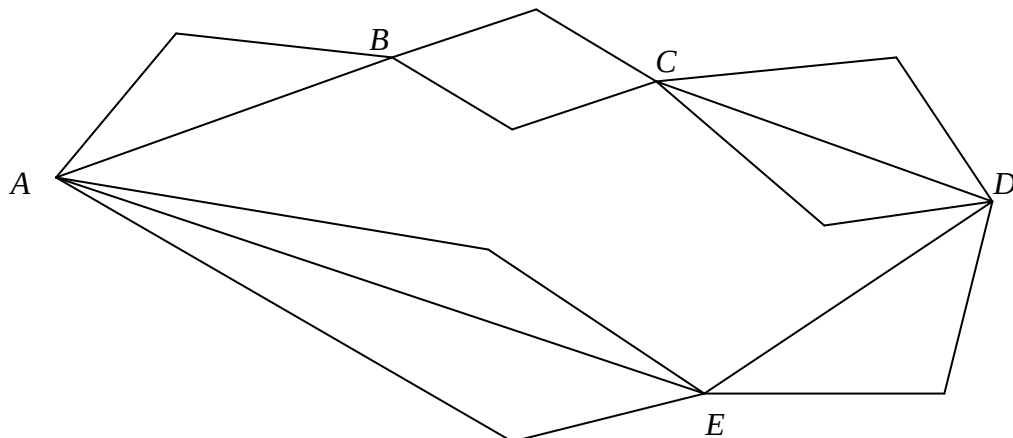
Ещё раз модифицируем задачу: пусть из города A в город B ведут две дороги, а из города B в город C – три дороги, а из города C в город D – 4 дороги. Ехать можно только «слева направо». Посчитаем, сколько существует способов проехать из A в D .



Как и раньше, обозначим дороги как показано на рисунке. Составим дерево возможных вариантов. Нетрудно видеть, что существует два способа проехать из A в B ; для каждого из этих способов существует три способа проехать из B в C . Таким образом, существует уже $2 \cdot 3 = 6$ способов проехать из A в C . А для каждого из этих 6-ти способов существует 4 способа проехать из C в D . Всего $6 \cdot 4 = 24$ способа проехать из A в D . Отметим, что ответ мы снова получили с помощью **умножения**: $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.



И ещё раз изменим условие задачи: пусть теперь схема дорог имеет следующий вид.



Ехать, как обычно, можно только «слева направо». Посчитаем, сколько существует способов проехать из A в D . Здесь все маршруты разделятся на два непересекающихся случая: либо маршрут проходит через B и C , либо – через E . Число маршрутов, проходящих через B и C , равно $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ (почему? объясните!); число маршрутов, проходящих через E , равно $2 \cdot 3 = 6$ (почему? объясните!). Так как проехать из A в D можно либо только через B и C , либо только через E , то число маршрутов равно $12 + 6 = 18$.

Задача II. Сколько существует трёхзначных чисел, у которых все цифры чётные?

Решение. Чётных цифр всего пять – это 0, 2, 4, 6, 8. Из этих цифр надо выбрать сначала первую цифру трёхзначного числа. Это можно сделать 4-мя способами, так как на первом месте не может стоять цифра 0. Теперь для каждого выбора первой цифры вторую цифру можно выбрать 5-ю способами, и для каждого выбора второй цифры третью цифру тоже можно выбрать 5-ю способами. Следовательно, записать трёхзначное число чётными цифрами можно $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ способами. Покажите, как выглядит дерево возможностей для этой задачи.

Задача III. Туристическая фирма планирует посещение в Италии четырёх городов: Венеции, Рима, Флоренции и Неаполя. Сколько существует вариантов такого маршрута?

Решение. Обозначим города по их первым буквам. Тогда каждый маршрут можно «закодировать» четырьмя буквами. Например, последовательность РНФВ обозначает маршрут Рим – Неаполь – Флоренция – Венеция. Таким образом, нам надо описать все последовательности из четырёх букв В, Р, Ф и Н. На первом букве может стоять любая из четырёх букв, то есть существует четыре варианта заполнения первого места. Так как одну букву мы уже использовали, то для второго места существует уже три варианта. Теперь мы уже использовали две буквы, так что для третьего места существует только два варианта. И наконец, для четвёртого места остаётся только один вариант. Поясним наши рассуждения на конкретном примере. Пусть, например, первый город Рим, то есть на первом месте стоит Р. Тогда второй город мы выбираем уже только из трёх городов – Венеции, Флоренции и Неаполя. Предположим, что мы выбрали Венецию, то есть на втором месте в нашей последовательности стоит буква В. Тогда третий город мы выбираем уже только из двух городов – Флоренции и Неаполя. Если мы, например, выбрали Флоренцию, то четвёртым городом уже однозначно будет Неаполь. Таким образом, мы получаем последовательность РВФН. Построив дерево возможных вариантов (обязательно сделайте это!), нетрудно видеть, что всего существует $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ варианта маршрута.

- 6.2. Шифр для сейфа составляется из четырёх разных цифр. Запишите все шифры, которые можно составить, используя цифры 1, 2, 3 и 4.
- 6.3. На обед в школьной столовой предлагается 2 супа, 3 вторых блюда и 4 разных сока. Сколько различных вариантов обеда из трёх блюд можно составить по предложенному меню?
- 6.4. Имеется 3 вида конвертов и 4 вида марок. Сколько существует вариантов выбора конверта с маркой?
- 6.5. У Портоса есть сапоги со шпорами и без шпор, четыре разных шляпы и три разных плаща. Сколько у Портоса вариантов одеться по-разному?
- 6.6. Сколько существует чётных трёхзначных чисел?
- 6.7. В алфавите племени УАУА имеются только две буквы – «а» и «у». Сколько различных слов по пять букв в каждом можно составить, используя алфавит этого племени?
- 6.8. Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету. Цвета могут быть такие: белый, синий, красный, фиолетовый и оранжевый. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других флаг?
- 6.9. А) Сколько четырёхзначных чисел можно составить, используя цифры 5, 6, 7? Б) Сколько пятизначных чисел можно составить, используя цифры 0, 1, 2, 3? В) Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз? Г) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, если каждую цифру можно использовать только один раз?
- 6.10. А) Сколько существует четырёхзначных чисел, которые делятся на 5? Б) Сколько существует пятизначных чисел, которые делятся на 25?
- 6.11. Сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых не используется цифра 7? А сколько существует трёхзначных чисел, в записи которых присутствует хотя бы одна цифра 7?
- 6.12. Концерт состоит из пяти номеров. Сколько имеется вариантов программы этого концерта?
- 6.13. Вася и Лёва готовят пиццу для Отцов. При приготовлении пиццы к сыру добавляются разные компоненты, обеспечивающие тот или иной вкус. В распоряжении Васи и Лёвы имеются перец, лук, грибы, помидоры, морковь и анчоусы, причём всё это можно, по мнению Васи и Лёвы, добавлять к сыру. Сколько типов пиццы для Отцов могут приготовить Вася и Лёва?
- 6.14. Сколькими способами Георгий, Петя, Федя, Митя Посицельский и Митя Шаховской могут занять очередь в школьный буфет?
- 6.15. Имеются ручки четырех цветов: красные, синие, зеленые, черные – и два вида записных книжек. Сколько различных наборов из ручки и записной книжки можно составить из этих предметов?
- 6.16. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белую и чёрную ладьи, чтобы они не били друг друга?
- 6.17. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белого и чёрного короля, чтобы получилась допустимая правилами игры позиция?

6.18. Сколько существует шестизначных чисел, у которых А) третья цифра – 5? Б) последняя цифра – чётная? В) на нечётных местах стоят нечётные цифры? Г) на нечётных местах стоят чётные цифры?

6.19. Сколько существует вариантов выставления годовых оценок по математике в Вашем классе?

6.20. Посчитайте число предметов, которые Вы изучаете. Сколько существует вариантов расписания на один день, если: А) должно быть 5 уроков? Б) должно быть 6 уроков? В) должно быть 5 разных уроков? Г) должно быть 6 разных уроков?

6.21. Поэт-модернист написал стихотворение, в котором первая строка «Хочу пойти гулять куда-нибудь», а остальные строки все разные и получены из первой перестановкой слов. Какое наибольшее количество строк может быть в этом стихотворении?

6.22. Азбука Морзе кодирует буквы и цифры последовательностями сигналов двух типов (точка и тире), при этом самые длинные последовательности состоят из пяти сигналов. Можно ли обойтись более короткими последовательностями? Почему?

6.23. Сколько существует семизначных телефонных номеров (последовательностей цифр от 0 до 9), в которых А) не встречаются цифры 5 и 7? Б) две одинаковые цифры не идут подряд? В) есть хотя бы две одинаковые цифры?

Задача IV. А) Сколькими способами в классе из 30 человек можно выбрать старосту и его заместителя? Б) Сколькими способами в классе из тридцати человек можно выбрать двух дежурных?

Решение. А) Старосту можно выбрать 30-ю способами. После выбора старосты его заместителя мы выбираем уже из 29-ти человек, так что для каждого выбора старосты существует 29 способов выбрать его заместителя. Итак (изобразите дерево возможных вариантов!), мы получаем $29 \cdot 30 = 870$ способов.

Б) На первый взгляд, это такая же задача: первого дежурного можно выбрать 30-ю способами, второго уже 29-ю способами, так что вроде бы существует $29 \cdot 30 = 870$ способов выбрать двух дежурных. Оказывается, что это неверное решение и неправильный ответ. И не зря говорили древние греки: всё познается в сравнении!

Предположим, что в классе есть мальчик Лёва и мальчик Вася. Если мы выбираем старосту и его заместителя, то мы можем выбрать старостой Лёву, а его заместителем Васю, а можем наоборот – старостой выбрать Васю, а его заместителем – Лёву. И это разные случаи! А если мы выбираем двух дежурных, то нам всё равно, в каком порядке мы их называем – Вася и Лёва или Лёва и Вася. Таким образом, эту пару дежурных мы посчитали два раза – а должны были один раз. И так каждую пару дежурных вместо одного раза мы посчитали два раза. Следовательно, чтобы получить правильный ответ, мы должны поделить 870 пополам. Итак, ответ: $29 \cdot 30 : 2 = 435$.

Замечание. Введём некоторую терминологию, удобную при решении комбинаторных задач. А именно, мы будем говорить, что в задаче А) мы выбираем **упорядоченную** пару: на первом месте стоит староста, а на втором – его заместитель. И нам важно, кто на каком месте стоит. И если мы в этой паре поменяем первое и второе места, то мы получим другой случай выбора старосты и его заместителя. А пункте Б) мы выбираем **неупорядоченную** пару: нам нужно выбрать двух человек, но при этом нам неважно, кто стоит на первом месте, а кто на втором. И если мы в этой паре поменяем первое и второе места, то мы получим ту же самую пару. При этом из каждой неупорядоченной пары мы можем получить две упорядоченные пары, так что число упорядоченных пар в два раза больше, чем число неупорядоченных пар.

Отметим, что в задачах по комбинаторике рассматриваются не только пары, но и упорядоченные и неупорядоченные наборы из большего числа элементов. В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача V. А) Дядька Черномор выбирает трёх богатырей для ночного дежурства. Дежурство организовано следующим образом: первый богатырь заступает на дежурство в полночь, второй – в 2 часа ночи, а третий – в 4 часа. Сколькими способами дядька Черномор может организовать дежурство? Б) В связи с осложнением внешнеполитической ситуации график дежурства изменился: теперь все три богатыря вместе охраняют остров Буян всю ночь. Сколькими способами дядька Черномор может организовать дежурство теперь?

Решение. А) Первого богатыря можно выбрать 33 способами. После этого второго богатыря мы выбираем уже из 32 богатырей, так что этот выбор мы можем осуществить 32 способами. Для третьего богатыря теперь остаётся только 31 вариант. Итак, число способов организовать дежурство равно $33 \cdot 32 \cdot 31 = 32736$. Заметим, что в этой задаче нам важно, в каком порядке богатыри выходят на дежурство, то есть здесь мы рассматриваем **упорядоченные тройки** богатырей. Б) А в этой задаче богатыри дежурят не по очереди, а все вместе. И когда дядька Черномор назначает богатырей на дежурство, не важно, в каком порядке он их называет. Таким образом, нам надо найти число **неупорядоченных троек** богатырей. Воспользуемся результатом задачи А). Число упорядоченных троек равно $33 \cdot 32 \cdot 31$. Однако при таком подсчёте каждую тройку богатырей мы посчитали несколько раз. В самом деле, обозначим трёх богатырей как A , B и C . Просто перебором можно увидеть, что упорядочить их можно 6 различными способами (обязательно выпишите все варианты!). Итак, мы каждую неупорядоченную тройку богатырей мы посчитали 6 раз. Следовательно, чтобы получить правильный ответ мы должны поделить число $33 \cdot 32 \cdot 31$ на 6. Итак, число способов организовать дежурство равно $33 \cdot 32 \cdot 31 : 6 = 5456$.

При решении комбинаторных задач очень важно определить какие наборы – упорядоченные или неупорядоченные – нужно посчитать!

6.24. В классе 30 человек. А) Сколько существует способов выбрать старосту, замстаросты и замзамстаросты? (Замстаросты и замзамстаросты – это разные должности.) Б) Сколько существует способов выбрать старосту и двух его заместителей? В) Сколько существует способов выбрать трёх дежурных?

6.25. В классе 8 человек имеют лучшие результаты по бегу. Сколькими способами можно составить из них команду для участия в эстафете из трёх этапов: 60 м, 100 м, 200м?

6.26. Федя выбрал в библиотеке пять очень толстых книг. Но книги оказались настолько тяжёлые и большие, что одновременно можно унести только две книги. Сколько вариантов выбора двух книг из пяти есть у Феде?

6.27. Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде четырёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету. Цвета могут быть такие: белый, синий, красный, фиолетовый, оранжевый и жёлтый. Сколько стран могут использовать такую символику? У разных стран флаги должны быть разные.

6.28. Федя готовится к учебному году. Он запланировал купить: карандаш, линейку, циркуль, блокнот, тетрадь, дневник. Сегодня Федя купил только два разных предмета из данного списка. Сколько вариантов покупки? Тот же вопрос, если известно, что Федя купил три предмета? четыре предмета?

6.29. Сколькими способами можно составить патруль из двух милиционеров, если на дежурство вышли четверо: Быстров, Свистунов, Умнов и Дубов?

6.30. Сколькими способами 8 человек могут встать в очередь в театральной кассе?

6.31. В магазине продаются розы пяти разных цветов. А) Сколько существует способов купить три розы разных цветов? Б) Сколько существует способов купить три розы?

6.32. Сколько разных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы слова:

А) КРОТ Б) ПУШКИН В) КРУЖОК Г) МАМА Д) МАТЕМАТИКА

6.33. В нашем распоряжении есть четыре разных флага. На флагштоке поднимается сигнал, состоящий из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается? А если порядок не учитывается?

6.34. Мальчик Вася выбрал в библиотеке 7 книг. Однако по правилам библиотеки можно одновременно взять только 2 книги. Сколько у Васи вариантов выбора двух книг из семи?

6.35. В связи с ещё большим осложнением внешнеполитической ситуации дядька Черномор выбирает для ночного дежурства четырёх богатырей. Сколько существует способов организовать дежурство если А) богатыри заступают на дежурство по очереди? Б) богатыри дежурят все вместе?

6.36. В подчинение у капитана Флинта 20 пиратов. Он хочет отправить троих пиратов в разведку на Остров сокровищ. Сколькими способами это можно сделать?

6.37. Маг Гэндальф хочет отправить в разведку к Одинокой горе двух гномов. Сколькими способами может он выбрать двух разведчиков?

Задача VI. В стране 10 аэропортов. Между любыми двумя аэропортами установлена постоянная авиалиния. Сколько всего авиалиний в стране?

Решение. Из каждого аэропорта выходит 9 авиалиний – во все остальные аэропорты. Всего аэропортов 10, из каждого выходит 9 авиалиний, получается всего $9 \cdot 10 = 90$ авиалиний. Но при таком способе подсчёта каждую авиалинию мы посчитали два раза. В самом деле, авиалинию между городом A и городом B мы посчитали два раза: когда считали авиалинии, выходящие из A , и когда считали авиалинии, выходящие из B . Следовательно, число авиалиний равно $9 \cdot 10 : 2 = 45$. Такой способ решения называется **двойной подсчёт**.

6.38. При встрече 8 приятелей обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

6.39. Сколько диагоналей у 5-угольника? у 7-угольника? у 20-угольника? у 57-угольника? А сколько диагоналей у n – угольника?

6.40. В футбольном чемпионате принимают участие 15 команд. Чемпионат проходит по круговой схеме (каждая команда играет с каждой). Сколько матчей будет сыграно?

6.41. Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?

6.42. На прямой даны 6 точек, а на параллельной ей прямой – 8 точек. Сколько существует треугольников с вершинами в данных точках?

6.43. В шахматном турнире участвовало семь человек. Каждый с каждым сыграл по одной партии. Сколько партий они сыграли?

6.44. В розыгрыше по футболу участвуют 17 команд. Каждая команда с каждой из остальных должна сыграть два раза: на своем и на чужом поле. Сколько матчей будет проведено в турнире?

6.45. В обыкновенном наборе домино 28 косточек. Сколько косточек содержал бы набор домино, если бы значения, указанные на косточках, изменялись не от 0 до 6, а от 0 до 12?

Глава 7. Признаки делимости.

Дополнительные страницы.

Приведённое в главе 2 доказательство признака делимости на 9 на примере двух трёхзначных чисел не является доказательством в строгом смысле этого слова, так как мы рассмотрели только два частных случая и сделали обобщение на все числа. Для того чтобы провести доказательство для любого трёхзначного числа, введём буквенное обозначение трёхзначных чисел. Мы будем обозначать трёхзначное число как $\overline{abc}$, где a, b, c – цифры (то есть они могут принимать значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 или 9), а черта сверху означает, что мы используем десятичную запись числа. Таким образом, $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c \cdot 1$. А теперь повторим те же рассуждения, которые мы проводили для конкретных чисел. А именно, представим число $\overline{abc}$ в следующем виде:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = a \cdot (99 + 1) + b \cdot (9 + 1) + c = a \cdot 99 + a + b \cdot 9 + b + c = \underbrace{(a \cdot 99 + b \cdot 9)}_{\text{делится на 9}} + \underbrace{(a + b + c)}_{\text{сумма цифр}}$$

Таким образом, любое трёхзначное число можно представить в виде суммы двух слагаемых, первое из которых всегда делится на 9, а второе есть сумма цифр исходного числа. Следовательно, когда сумма цифр исходного числа делится на 9, то и само число делится на 9. Если же сумма цифр числа не делится на 9, то и само число на 9 не делится.

7.1. Докажите в общем виде признак делимости на 9 для четырёхзначных чисел.

7.2. Докажите в общем виде для трёхзначных чисел, что число и сумма его цифр дают одинаковые остатки при делении на 9.

7.3. Докажите в общем виде, что разность между трёхзначным числом и числом, записанным в обратном порядке, делится на 99.

7.4. В десятичной записи четырёхзначного числа первая цифра совпадает с последней, а вторая – с третьей. Докажите в общем виде, что это число делится на 11.

7.5. Докажите в общем виде, что разность между пятизначным числом и суммой его цифр делится на 9.

7.6. В четырёхзначном числе первая цифра совпадает с третьей, а вторая – с четвёртой. Докажите в общем виде, что это число делится на 101.

7.7. Докажите в общем виде, что сумма четырёхзначного числа и числа, записанного в обратном порядке, делится на 11.

Экзотические признаки делимости.

Рассмотрим также несколько экзотических признаков делимости. Сначала докажем признак делимости на 11. Для этого заметим, что числа 99, 9999, 999999, 99999999 и т.д. -- числа, в десятичной записи которых используется чётное число девяток -- делятся на 11 (почему? проверьте!). Мы докажем признак делимости на 11 на примере шестизначных чисел. Произвольное шестизначное число запишем в виде $\overline{abcdef}$, где a, b, c, d, e и f – цифры, а черта сверху означает, что мы используем десятичную запись числа. Представим число $\overline{abcdef}$ в следующем виде:

$$\begin{aligned}\overline{abcdef} &= a \cdot 100000 + b \cdot 10000 + c \cdot 1000 + d \cdot 100 + e \cdot 10 + f = \\ &= (a \cdot 100000 + b \cdot 10000) + (c \cdot 1000 + d \cdot 100) + (e \cdot 10 + f \cdot 1) = \\ &= \underbrace{(a \cdot 10 + b)}_{\overline{ab}} \cdot 10000 + \underbrace{(c \cdot 10 + d)}_{\overline{cd}} \cdot 100 + \underbrace{(e \cdot 10 + f)}_{\overline{ef}} = \overline{ab} \cdot (9999 + 1) + \overline{cd} \cdot (99 + 1) + \overline{ef} = \\ &= \overline{ab} \cdot 9999 + \overline{ab} + \overline{cd} \cdot 99 + \overline{cd} + \overline{ef} = \underbrace{(\overline{ab} \cdot 9999 + \overline{cd} \cdot 99)}_{\text{делится на 11}} + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef})\end{aligned}$$

Таким образом, мы представили любое шестизначное число в виде суммы двух слагаемых, первое из которых всегда делится на 11, а второе получено из исходного числа следующим образом: мы разбили десятичную запись исходного числа на двузначные числа, идя справа налево, и сложили полученные двузначные числа. Если полученное число делится на 11, то и исходное число делится на 11, и наоборот: если полученное число не делится на 11, то и исходное число не делится. В общем случае правило то же самое. Отметим только, что если исходное число имеет в десятичной записи нечётное число знаков, то самое левое число при указанном разбиении будет однозначным. Рассмотрим, как действует признак делимости на 11 на конкретном примере. Возьмём число 135795. Разобьём его десятичную запись на блоки по две цифры, идя справа налево: 13|57|95. Сложим полученные двузначные числа: $13 + 57 + 95 = 165$. К числу 165 снова применим признак делимости на 11. Разобьём его десятичную запись на блоки – 1|65 – и найдём сумму: $1 + 65 = 66 = 6 \cdot 11$. Итак, 66 делится на 11. Значит, 165 также делится на 11. Следовательно, 135795 тоже делится на 11.

7.8. Докажите данный признак делимости на 11 для трёхзначных и пятизначных чисел.

Для тех кто знаком с отрицательными числами, докажем другой признак делимости на 11. Он основывается на том, что числа 11, 1001, 100001 и т.д. и числа 99, 9999, 999999 и т.д. делятся на 11 (почему? проверьте!). Произвольное шестизначное число $\overline{abcdef}$ представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\overline{abcdef} &= a \cdot 100000 + b \cdot 10000 + c \cdot 1000 + d \cdot 100 + e \cdot 10 + f \cdot 1 = \\ &= a \cdot (100001 - 1) + b \cdot (9999 + 1) + c \cdot (1001 - 1) + d \cdot (99 + 1) + e \cdot (11 - 1) + f = \\ &= a \cdot 100001 - a + b \cdot 9999 + b + c \cdot 1001 - c + d \cdot 99 + d + e \cdot 11 - e + f = \\ &= \underbrace{(a \cdot 100001 + b \cdot 9999 + c \cdot 1001 + d \cdot 99 + e \cdot 11)}_{\text{делится на 11}} + \underbrace{(f - e + d - c + b - a)}_{\text{знакопеременная сумма цифр}}\end{aligned}$$

Таким образом, мы можем представить любое шестизначное число в виде двух слагаемых, первое из которых всегда делится на 11, а второе мы назовём знакопеременной суммой цифр числа: цифры стоящие на нечётных местах (считая справа) входят в эту сумму со знаком «+», а цифры, стоящие на чётных местах (считая справа) – со знаком «-». Следовательно, число делится на 11 в том и только в том случае, когда знакопеременная сумма его цифр делится на 11. Рассмотрим пример. Возьмём два числа: 847095 и 135795. Знакопеременные суммы цифр для этих чисел равны $5 - 9 + 0 - 7 + 4 - 8 = -15$ и $5 - 9 + 7 - 5 + 3 - 1 = 0$ соответственно. -15 не делится на 11, так что 847095 не делится на 11. А число 0 делится на 11, откуда следует, что 135795 делится на 11.

7.9. Докажите оба признака делимости на 11 для четырёхзначных чисел.

Докажем признак делимости на 7. Для этого заметим, что число 1001 делится на 7: $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. Рассмотрим произвольное шестизначное число $\overline{abcdef}$ и представим его в следующем виде:

$$\begin{aligned}\overline{abcdef} &= a \cdot 100000 + b \cdot 10000 + c \cdot 1000 + d \cdot 100 + e \cdot 10 + f \cdot 1 = \\ &= (a \cdot 100000 + b \cdot 10000 + c \cdot 1000) + (d \cdot 100 + e \cdot 10 + f \cdot 1) = \\ &= \underbrace{(a \cdot 100 + b \cdot 10 + c)}_{\overline{abc}} \cdot 1000 + \underbrace{(d \cdot 100 + e \cdot 10 + f \cdot 1)}_{\overline{def}} = \overline{abc} \cdot (1001 - 1) + \overline{def} = \overline{abc} \cdot 1001 + \overline{def} - \overline{abc},\end{aligned}$$

где число $\overline{abc} \cdot 1001$ делится на 7. Следовательно, число $\overline{abcdef}$ делится на 7 в том и только в том случае, когда $\overline{def} - \overline{abc}$ делится на 7. Таким образом, чтобы проверить, делится ли не более чем шестизначное число на 7, надо разделить его на блоки по три цифры, идя справа налево, и составить разность полученных чисел. Заметим, что второе число может быть двузначным или однозначным. Например, исследуем число 87318. Разделим его на блоки: 87|318. Их разность $318 - 87 = 231 = 33 \cdot 7$ делится на 7. Значит, 87318 также делится на 7.

7.10. Сформулируйте и докажите признак делимости на 7 для девятизначных чисел. Указание: 999999 делится на 7.

7.11. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 27 и на 37. Проиллюстрируйте эти признаки примерами. Указание: $27 \cdot 37 = 999 = 1000 - 1$.

Алгоритм Евклида для нахождения НОД.

Пусть число d является общим делителем чисел a и b . Тогда разность этих чисел также делится на d . Следовательно, d является общим делителем чисел $a - b$ и b . Обратно: пусть d является общим делителем чисел $a - b$ и b . Тогда сумма этих чисел $(a - b) + b = a$ также делится на d , то есть d является общим делителем чисел a и b . Итак, общие делители пары чисел a , b и пары чисел $a - b$, b одинаковые. В частности, $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a - b, b)$. На этом простом соображении основан другой метод нахождения НОД. Это метод не использует разложение на множители и называется алгоритм Евклида. Найдём, например, $\text{НОД}(765, 136)$. Как мы показали выше, мы можем заменить пару чисел 765, 136 на пару чисел $765 - 136$, 136. Такую операцию мы можем повторять до тех пор, пока возможно вычитание. Нетрудно проверить, что $765 = 136 \cdot 5 + 85$. Следовательно,

$$\begin{aligned}\text{НОД}(765, 136) &= \text{НОД}(765 - 136, 136) = \text{НОД}(765 - 2 \cdot 136, 136) = \dots \\ &\dots = \text{НОД}(765 - 5 \cdot 136, 136) = \text{НОД}(85, 136)\end{aligned}$$

Таким образом, мы заменили число 765 на остаток от деления этого числа на 136. Теперь поделим 136 на 85 с остатком: $136 = 85 \cdot 1 + 51$. Следовательно, $\text{НОД}(765, 136) = \text{НОД}(85, 136) = \text{НОД}(85, 51)$. Далее, $85 = 51 \cdot 1 + 34$, откуда $\text{НОД}(765, 136) = \text{НОД}(85, 136) = \text{НОД}(85, 51) = \text{НОД}(34, 51)$. Далее, $51 = 34 \cdot 1 + 17$, так что $\text{НОД}(765, 136) = \text{НОД}(85, 136) = \text{НОД}(85, 51) = \text{НОД}(34, 51) = \text{НОД}(34, 17)$. Снова поделим 34 на 17 с остатком: $34 = 17 \cdot 2 + 0$. Итак, остаток равен нулю, то есть 34 делится на 17 и $\text{НОД}(34, 17) = 17$. Записывают алгоритм Евклида следующим образом:

$$\begin{aligned}765 &= 136 \cdot 5 + 85 \\ 136 &= 85 \cdot 1 + 51 \\ 85 &= 51 \cdot 1 + 34 \\ 51 &= 34 \cdot 1 + 17 \\ 34 &= 17 \cdot 2 + 0\end{aligned}$$

Итак, **наибольший общий делитель двух чисел равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.**

7.12. С помощью алгоритма Евклида найдите НОД следующих чисел:

А) 6457 и 658

Б) 65864 и 5758

В) 2435 и 2436

Г) 674585 и 71

Д) 8417479 и 457

Е) 1943 и 13479

Ё) 5589 и 2452

Ж) 8693 и 16101