

Итем № 6

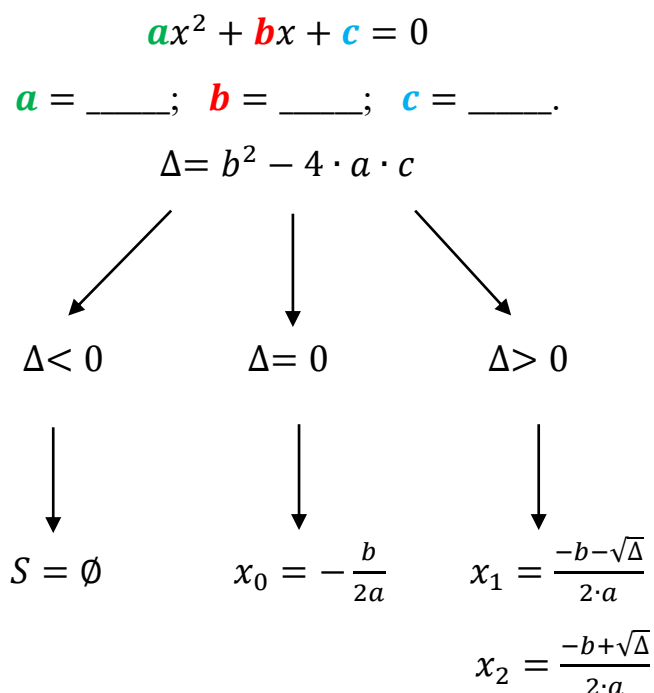
Уравнение II степени и его решение.

Определение. Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, называется уравнением II степени с одним неизвестным.

Решение уравнения II степени.

1. При необходимости приводим уравнение к стандартному виду.
2. Определяем коэффициенты уравнения: $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. Вычисляем дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.
4. Находим решение уравнения:
 - если $\Delta < 0$, то уравнение не имеет решений: $S = \emptyset$;
 - если $\Delta = 0$, то уравнение имеет два равных решения: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
или одно решение: $x_0 = -\frac{b}{2a}$;
 - если $\Delta > 0$, то уравнение имеет два решения: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$.

Схема решения уравнения II степени.



I. Коэффициенты уравнения II степени.

I. Запишем значения коэффициентов a , b и c для данного уравнения, предварительно записав уравнение в стандартном виде (при необходимости):

1. $x^2 + 2x - 3 = 0$

$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -3.$

2. $3x^2 - 5x - 8 = 0$

$a = 3, \quad b = -5, \quad c = -8.$

3. $-x^2 - 10x - 25 = 0$

$a = -1, \quad b = -10, \quad c = -25.$

4. $7x^2 - 5x + 3 = 0$

$a = 7, \quad b = -5, \quad c = 3.$

5. $-2x^2 + 18 = 0$

$a = -2, \quad b = 0, \quad c = 18.$

6. $12x^2 - 7x = 0$

$a = 12, \quad b = -7, \quad c = 0.$

7. $3x - 6x^2 + 9 = 0$

Стандартный вид: $-6x^2 + 3x + 9 = 0$

$a = -6, \quad b = 3, \quad c = 9.$

8. $15 - 6x + 2x^2 = 0$

Стандартный вид: $2x^2 - 6x + 15 = 0$

$a = 2, \quad b = -6, \quad c = 15.$

9. $4 - x^2 = 0$

Стандартный вид: $-x^2 + 4 = 0$

$a = -1, \quad b = 0, \quad c = 4.$

10. $-1,5x^2 = 0$

$a = -1,5, \quad b = 0, \quad c = 0.$

II. Заполните пустые ячейки недостающими коэффициентами a , b и c , предварительно записав уравнение в стандартном виде (при необходимости):

1. $x^2 - 10x - 24 = 0$

$a = 1, \quad b = -10, \quad c = \square.$

2. $2x^2 - 9x + 10 = 0$

$a = \square, \quad b = -9, \quad c = \square.$

3. $-10x^2 + 12x + 16 = 0$

$a = \square, \quad b = \square, \quad c = 16.$

4. $6 - x^2 - x = 0$

Стандартный вид:

$a = -1, \quad b = \square, \quad c = 6.$

5. $4x - 3 - 2x^2 = 0$

Стандартный вид:

$a = \square$, $b = 4$, $c = -3$.

6. $28x^2 - 7 = 0$

$a = 28$, $b = \square$, $c = -7$.

7. $30x - 5x^2 = 0$

Стандартный вид:

$a = -5$, $b = \square$, $c = \square$.

8. $-1 + x - x^2 = 0$

Стандартный вид:

$a = \square$, $b = \square$, $c = -1$.

9. $4x^2 = 0$

$a = \square$, $b = 0$, $c = \square$.

10. $-x - x^2 = 0$

Стандартный вид:

$a = -1$, $b = \square$, $c = \square$.

III. Определите значения коэффициентов a , b и c для данного уравнения, предварительно записав уравнение в стандартном виде (при необходимости):

1. $x^2 + 5x - 6 = 0$

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

2. $5x^2 - 6x + 1 = 0$

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

3. $x^2 + x - 20 = 0$

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

4. $-x^2 - 5x + 14 = 0$

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

5. $-3x^2 + 10x - 3 = 0$

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

6. $40 + x^2 - 10x = 0$

Стандартный вид:

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

7. $-6x + 9 + x^2 = 0$

Стандартный вид:

$a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

8. $28x + 49 + 4x^2 = 0$

Стандартный вид: _____

$$a = \underline{\quad}, \quad b = \underline{\quad}, \quad c = \underline{\quad}.$$

9. $16x^2 - 9x = 0$

$$a = \underline{\quad}, \quad b = \underline{\quad}, \quad c = \underline{\quad}.$$

10. $81 - x^2 = 0$

Стандартный вид: _____

$$a = \underline{\quad}, \quad b = \underline{\quad}, \quad c = \underline{\quad}.$$

II. Дискриминант уравнения II степени.

I. Вычислим дискриминант уравнения II степени.

1. $x^2 + 4x - 5 = 0$

- Выпишем коэффициенты уравнения: $a = 1, \quad b = 4, \quad c = -5$.

- Вычислим дискриминант:

- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$.

- Вычислим арифметический корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{36} = 6$.

2. $2x^2 - 9x + 10 = 0$

- Выпишем коэффициенты уравнения: $a = 2, \quad b = -9, \quad c = 10$.

- Вычислим дискриминант:

- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 81 - 80 = 1$.

- Вычислим арифметический корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$.

3. $-3x^2 + 8x - 5 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = -3, \quad b = 8, \quad c = -5$.

- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 8^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-5) = 64 - 60 = 4$.

- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{4} = 2$.

4. $49x^2 + 14x + 1 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 49, \quad b = 14, \quad c = 1$.

- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 14^2 - 4 \cdot 49 \cdot 1 = 196 - 196 = 0$.

- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{0} = 0$.

5. $-2x^2 + 7x - 9 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = -2$, $b = 7$, $c = -9$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 7^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-9) = 49 - 72 = -23$.
- Дискриминант получился отрицательный, а значит корень из дискриминанта не существует.

6. $22 - 9x - x^2 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $-x^2 - 9x + 22 = 0$
- Коэффициенты уравнения: $a = -1$, $b = -9$, $c = 22$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-9)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 22 = 81 + 88 = 169$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$.

7. $5x^2 - 4x = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 5$, $b = -4$, $c = 0$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0 = 16 - 0 = 16$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{16} = 4$.

8. $-4x^2 + 9 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = -4$, $b = 0$, $c = 9$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 9 = 0 + 144 = 144$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{144} = 12$.

9. $28 + 5x^2 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $5x^2 + 28 = 0$.
- Коэффициенты уравнения: $a = 5$, $b = 0$, $c = 28$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0^2 - 4 \cdot 5 \cdot 28 = 0 - 560 = -560$.
- Корень из дискриминанта не существует.

10. $x^2 - 4x - 8 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 1$, $b = -4$, $c = -8$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 16 + 32 = 48$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

II. Вычислите арифметический корень из дискриминанта.

1. $5x^2 - 6x + 1 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 5$, $b = -6$, $c = 1$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{\square} = \square$.

2. $14x^2 - 5x - 1 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 14$, $b = -5$, $c = -1$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-5)^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{\square} = \square$.

3. $-35x^2 - 2x + 1 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = -35$, $b = -2$, $c = 1$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-2)^2 - 4 \cdot \square \cdot \square = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

4. $9x^2 - 30x + 25 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 9$, $b = -30$, $c = 25$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (\square)^2 - \square = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

5. $-x^2 - 7x - 10 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = -1$, $b = \square$, $c = \square$.
- Дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

6. $x^2 + 10x + 100 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = \square$, $b = 10$, $c = \square$.
- Дискриминант: $\Delta = \square$.
- Корень из дискриминанта: \square .

7. $23x^2 - 11x = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 23$, $b = \square$, $c = \square$.
- Дискриминант: $\Delta = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

8. $12x^2 - 3 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 12$, $b = \square$, $c = \square$.
- Дискриминант: $\Delta = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

9. $4 - x - 5x^2 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $-5x^2 - \square = 0$
- Коэффициенты уравнения: $a = \square$, $b = \square$, $c = 4$.
- Дискриминант: $\Delta = \square$.
- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \square$.

10. $9x - 25 - x^2 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $-x^2 + \square = 0$
- Коэффициенты уравнения: $a = \square$, $b = 9$, $c = \square$.
- Дискриминант: $\Delta = \square$.
- Корень из дискриминанта: \square .

III. Вычислите арифметический корень из дискриминанта по следующей схеме:

- 1) Запишите уравнение в стандартном виде, если это необходимо.
- 2) Запишите коэффициенты уравнения: $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$.
- 3) Вычислите дискриминант: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = \underline{\hspace{3cm}}$.
- 4) Вычислите арифметический корень из дискриминанта (если он существует): $\sqrt{\Delta} = \underline{\hspace{3cm}}$.

1. $3x^2 - 7x + 4 = 0$,

2. $x^2 - 10x - 24 = 0$,

3. $-3x^2 + 13x - 14 = 0$,

4. $7x^2 + x - 11 = 0$,

5. $100x^2 - 60x + 9 = 0$,

6. $-15x^2 + 9x = 0$,

7. $49 - 4x^2 = 0,$

8. $1 - 4x + 4x^2 = 0,$

9. $11x - 2 - 5x^2 = 0,$

10. $x - 6x^2 + 1 = 0.$

III. Решения уравнения II степени.

I. Решим уравнение II степени на множестве \mathbb{R} :

1. $x^2 + x - 20 = 0$

- Выпишем коэффициенты уравнения: $a = 1, \quad b = 1, \quad c = -20.$

- Вычислим дискриминант:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 1 + 80 = 81.$$

- Вычислим арифметический корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9.$

- Вычислим решения уравнения:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 - 9}{2 \cdot 1} = \frac{-10}{2} = -5, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 + 9}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4.$$

Ответ: $S = \{-5; 4\}.$

2. $-3x^2 - 8x + 3 = 0$

- Выпишем коэффициенты уравнения: $a = -3, \quad b = -8, \quad c = 3.$

- Вычислим дискриминант:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-8)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 3 = 64 + 36 = 100.$$

- Вычислим арифметический корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{100} = 10.$

- Вычислим решения уравнения:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-8) - 10}{2 \cdot (-3)} = \frac{8 - 10}{-6} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3},$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-8) + 10}{2 \cdot (-3)} = \frac{8 + 10}{-6} = \frac{18}{-6} = -3.$$

Ответ: $S = \left\{-3; \frac{1}{3}\right\}.$

3. $36x^2 - 60x + 25 = 0$

- Коэффициенты уравнения: $a = 36, \quad b = -60, \quad c = 25.$

- Дискриминант:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-60)^2 - 4 \cdot 36 \cdot 25 = 3600 - 3600 = 0.$$

- Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{0} = 0$.
- Решения уравнения: $x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-60)}{2 \cdot 36} = \frac{60}{72} = \frac{5}{6}$.

Ответ: $S = \left\{ \frac{5}{6} \right\}$.

4. $10x^2 + 3x = 0$

- $a = 10, \quad b = 3, \quad c = 0$.
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 3^2 - 4 \cdot 10 \cdot 0 = 9 + 0 = 9, \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$.
- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-3 - 3}{2 \cdot 10} = \frac{-6}{20} = -\frac{3}{10}$,
- $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-3 + 3}{2 \cdot 10} = \frac{0}{20} = 0$.

Ответ: $S = \left\{ -\frac{3}{10}; 0 \right\}$.

5. $9x^2 - 25 = 0$

- $a = 9, \quad b = 0, \quad c = -25$.
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-25) = 0 + 900 = 900$,
- $\sqrt{\Delta} = \sqrt{900} = 30$.
- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{0 - 30}{2 \cdot 9} = \frac{-30}{18} = -\frac{30}{18} = -\frac{5}{3}$,
- $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{0 + 30}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$.

Ответ: $S = \left\{ -\frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right\}$.

6. $-12x^2 + 5x - 3 = 0$

- $a = -12, \quad b = 5, \quad c = -3$.
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 5^2 - 4 \cdot (-12) \cdot (-3) = 25 - 144 = -119$
- Корень из дискриминанта не существует, так как он отрицательный, а, значит, уравнение не имеет решений.

Ответ: $S = \emptyset$.

7. $22x - x^2 + 23 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $-x^2 + 22x + 23 = 0$.

- $a = -1, \quad b = 22, \quad c = 23.$
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 22^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 23 = 484 + 92 = 576,$
- $\sqrt{\Delta} = \sqrt{576} = 24.$
- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-22 - 24}{2 \cdot (-1)} = \frac{-46}{-2} = 23, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-22 + 24}{2 \cdot (-1)} = \frac{2}{-2} = -1.$

Ответ: $S = \{-1; 23\}.$

8. $70x - 49 - 25x^2 = 0$

- Запишем уравнение в стандартном виде: $-25x^2 + 70x - 49 = 0$
- $a = -25, \quad b = 70, \quad c = -49.$
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 70^2 - 4 \cdot (-25) \cdot (-49) = 4900 - 4900 = 0,$
- $\sqrt{\Delta} = \sqrt{0} = 0.$
- $x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-70}{2 \cdot (-25)} = \frac{-70}{-50} = \frac{7}{5},$

Ответ: $S = \left\{ \frac{7}{5} \right\}.$

9. $x^2 - x - 3 = 0$

- $a = 1, \quad b = -1, \quad c = -3.$
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 1 + 12 = 13, \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{13}.$
- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-1) - \sqrt{13}}{2 \cdot 1} = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-1) + \sqrt{13}}{2 \cdot 1} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}.$

Ответ: $S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right\}.$

10. Решите уравнение на множестве \mathbb{N} : $2x^2 - x - 15 = 0$

- $a = 2, \quad b = -1, \quad c = -15.$
- $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 1 + 120 = 121,$
- $\sqrt{\Delta} = \sqrt{121} = 11.$
- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-1) - 11}{2 \cdot 2} = \frac{1 - 11}{4} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \notin \mathbb{N},$
- $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-1) + 11}{2 \cdot 2} = \frac{1 + 11}{4} = \frac{12}{4} = 3 \in \mathbb{N}.$

Ответ: $S = \{3\}.$

• Решения уравнения: .

Ответ: $S =$.

7. $19x + 14 = 3x^2$

• Запишем уравнение в стандартном виде: $-3x^2 + 19x + 14 = 0$

• Коэффициенты уравнения: $a = -3$, $b =$, $c =$.

• Дискриминант:

• $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c =$.

• Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{\text{}}$ = .

• Решения уравнения:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{\text{}}{2 \cdot (-3)} = \text{},$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{\text{}}{2 \cdot (-3)} = \text{}.$$

Ответ: $S = \{\text{}; \text{}\}$.

8. $5 - 9x = 2x^2$

• Запишем уравнение в стандартном виде: = 0

• Коэффициенты уравнения: $a =$, $b =$, $c =$.

• Дискриминант:

• $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c =$.

• Корень из дискриминанта: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{\text{}}$ = .

• Решения уравнения:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{\text{}}{2 \cdot \text{}} = \text{},$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{\text{}}{2 \cdot \text{}} = \text{}.$$

Ответ: $S = \{\text{}; \text{}\}$.

9. Решите уравнение на множестве \mathbb{N} : $3x^2 - 13x - 10 = 0$.

• Коэффициенты уравнения: $a = 3$, $b = -13$, $c = -10$.

• Дискриминант:

