ГЕОМЕТРИЯ 7 класс

ФГОС

УМК

Ю.А. Глазков, П.М. Камаев

Рабочая тетрадь по геометрии

учени ____________ класса __________

____________ школы ______________

____

____

7 класс

ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Ю.А. Глазков, П.М. Камаев

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ по геометрии

К учебнику Л.С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы» (М. : Просвещение)

7 класс

Рекомендовано
Российской Академией Образования

Издание четвертое, переработанное и дополненное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2013

УДК 373:514
ББК 22.151я72
Г52

Глазков, Ю.А.

Г52 Рабочая тетрадь по геометрии: 7 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений» / Ю.А. Глазков, П.М. Камаев. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 77, [3] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05201-2

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие является необходимым дополнением к школьному учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» (издательство «Просвещение»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников.

Основное назначение тетради — обеспечение решения задач учащимися на уроке и дома после ознакомления с новым учебным материалом. Тетрадь окажется полезной и при самостоятельном изучении материала учебника, например, если ученик пропустил занятия из-за болезни.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Формат 70x100/16. Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 2,79. Усл. печ. л. 6,5. Тираж 10 000 экз. Заказ № 2755/12.

ISBN 978-5-377-05201-2

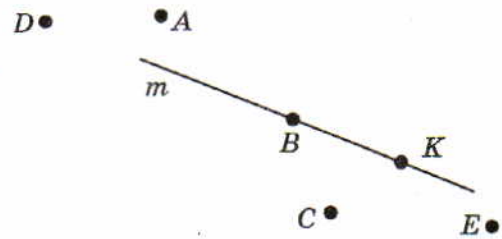
ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1
Начальные геометрические сведения

§ 1 Прямая и отрезок

1

Укажите, какие точки на рисунке лежат на прямой m, и какие точки не лежат на прямой m.

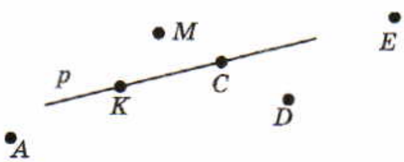


Ответ:

$A \notin m$; $B \in m$; D ___ m; __________.

2

Укажите точки, через которые проходит прямая p, и точки, через которые она не проходит.



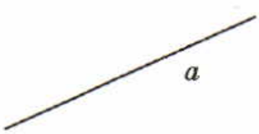
Ответ:

$C \in p$; $D \notin p$; E ___ p; K ___ p; A ___; __________.

3

Отметьте на рисунке точки H и K так, чтобы выполнялись условия $H \in a$, $K \notin a$.

Запишите, как читаются эти условия.



Ответ: $H \in a$: точка H ______________ на прямой a или прямая a ______________ через точку H.

$K \notin a$: точка K ______________ на прямой a или прямая a ______________ через ______________.

4

Отметьте на прямой BC точку T.

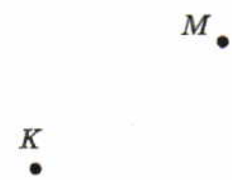
Как еще можно обозначить прямую BC?

Ответ: CB; BT; __________.

Через любые две точки ________ провести прямую, и притом ____________ ________.

5

Проведите прямые b и c так, чтобы выполнялись условия $K \in b$ и $M \in b$, $K \in c$ и $M \notin c$.
Каково взаимное расположение прямых b и c?



Ответ: прямые b и c ______________________ .

Две прямые могут иметь ______________________ общей точки.

6

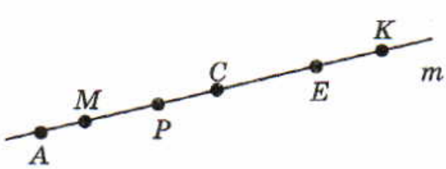
Прямые a и n пересекаются в точке O. Точка C лежит на прямой a. Проведите прямые a и n. Может ли точка C лежать на прямой n?

Решение. По условию общая точка прямых a и n — точка ____, а две прямые могут иметь ____________ одной общей точки. Поэтому точка C ____________ лежать на прямой n.

Ответ: точка C ____________ лежать на прямой n.

7

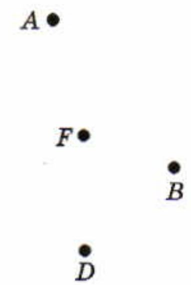
На прямой m отмечены точки A, C, E, K, M и P.
Укажите точки, которые
а) лежат между точками E и M;
б) принадлежат отрезку EM;
в) не лежат на отрезке EM.



Ответ: а) ______; б) ____________; в) ______.

8

На рисунке отмечены пять точек.
Пересекаются ли:
а) прямые AB и CD;
б) отрезки AB и CD;
в) отрезки AC и DB;
г) прямая AF и отрезок CB;
д) отрезок AF и прямая CD?

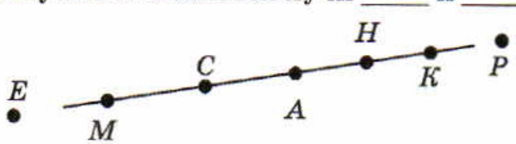


Ответ: а) ______; б) ______; в) ______; г) ______; д) ______.

§ 2 Луч и угол

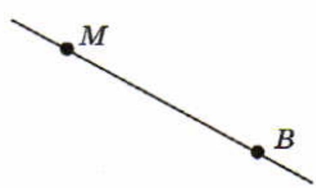
1

Заполните пропуски в предложениях:
а) на луче AC лежат точки __________;
б) луч AH совпадает с лучами ________;
в) продолжениями луча CA являются лучи _____ и _____ .



2

Предложение «точка A лежит между точками B и M» будем записывать так: $B—A—M$ или $M—A—B$.



а) Отметьте на прямой BM точки C; O и P так, чтобы выполнялись условия: $B—O—M$; $B—M—P$; $C—B—M$;
б) Какая точка — C, O или P — лежит между двумя другими?
Ответ: ___.
в) Какие лучи совпадают с лучом MB?
Ответ: лучи __________.
г) Какой луч является продолжением луча MB?
Ответ: луч ___.

3

Начертите луч q так, чтобы он являлся продолжением луча p.

Отметьте на луче p точку C, а на луче q точку N.

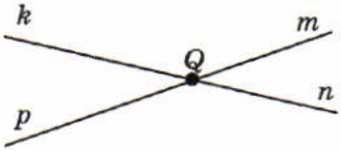
Опишите взаимное расположение точек O, C и N, используя форму записи, введенную в задании 2.

Ответ: __________ или __________.

4

а) Запишите обозначения всех углов, изображенных на рисунке.

б) Какие из углов являются развернутыми?



Ответ: а) $\angle km$; ____________________;

б) развернутыми углами являются $\angle$___ и $\angle$___ .

5

На рисунке изображен угол ab. Закрасьте внутреннюю область этого угла. Заполните пропуски в предложениях:

а) вершиной угла ab является точка ___;

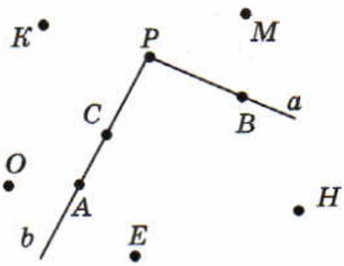
б) другие обозначения угла ab:

$\angle APB$; $\angle$________;

в) на сторонах угла лежат точки ____________;

г) внутри угла лежат точки __________;

д) вне угла лежат точки ________.



6

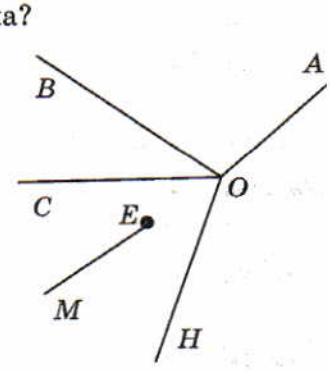
Какой луч на рисунке делит угол BOH на два угла?

Решение. Луч делит угол на два угла, если он

1) исходит ____________________ угла и

2) проходит ________________ угла.

Из вершины угла BOH, кроме лучей OB и OH, исходят лучи ___ и ___ . Из них внутри угла BOH проходит луч ___. Следовательно, луч ___ делит угол BOH на два угла.



Ответ: луч ___ делит угол BOH на два угла.

7

Проведите лучи m и n так, чтобы луч m делил угол ab на два угла, а луч n не делил угол ab на два угла. Закрасьте внутреннюю область угла ab. В какой области, внутренней или внешней, лежит луч m?

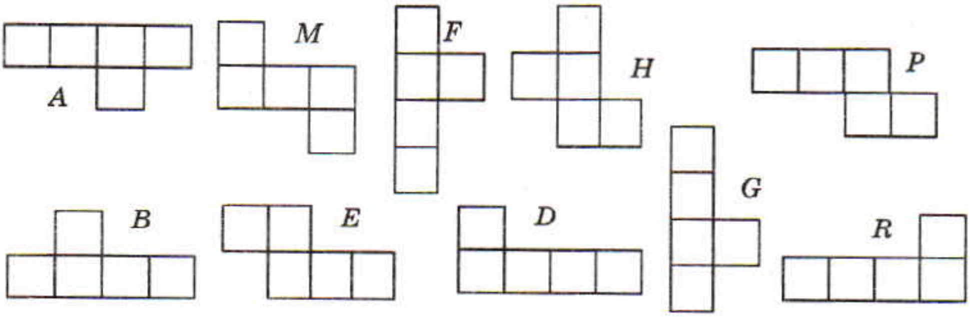
Ответ: луч m лежит ____________________ области угла ab.

§ 3 Сравнение отрезков и углов

А. Две геометрические фигуры называются равными, если их можно ______________________ наложением.

1

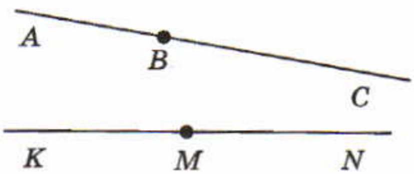
С помощью прозрачной пленки выясните, какие из фигур на рисунке равны фигуре A.



Ответ: фигуре A равны фигуры ________________.

2

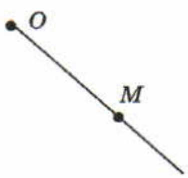
Объясните, почему любые два развернутых угла равны.



Решение. По условию $\angle ABC$ и $\angle KMN$ ____________________, значит, луч BC является продолжением луча BA, а луч MK является ________________________ луча ____. Луч BC __________ наложить на луч MK так, чтобы они совпали. Тогда совместятся лучи ____ и ____, так как они являются ________________________ лучей BC и ____. Получили, что углы ABC и KMN при наложении ________________________, поэтому они ___________.

3

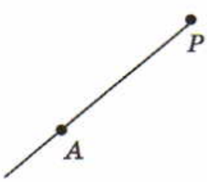
Отметьте на луче OM точки A и B так, чтобы выполнялись условия $OA < OM$ и $OB > OM$.



Зачеркните записи, которые не соответствуют полученному расположению точек: $A—B—M$, $B—M—A$, $M—A—B$, $A—M—B$.

4

На луче PA отмечены точки B и C так, что $P—A—B$ и $P—C—A$. Сравните отрезки PB и PC.



Решение. По условию $P—A—B$, поэтому точка ___ лежит между точками ___ и B, и отрезок PA является частью ____________ PB. По условию $P—C—A$, поэтому точка ___ лежит между точками ___ и A и отрезок PC является ______________ ______________________________.

Получили, что отрезок PC — ______________ отрезка PA, а отрезок PA — ________________ отрезка ____, значит, PC ____ PB.

Ответ: PC ____ PB.

5

Используя текст учебника, заполните пропуски в предложениях:

Б. Если точка M — середина отрезка CD, то ____ = ____;
Если точки D, F и K лежат на одной прямой и $FK = KD$, то точка ___ середина отрезка ____.

6

Отметьте точку N — середину отрезка AB. Можно ли совместить наложением отрезки:

а) AN и BN; б) AN и AB?

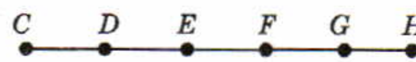
Решение. а) Так как точка N — ________________ отрезка AB, то AN = ____, а _________ отрезки _________ совместить наложением.

б) Так как точка N — середина отрезка AB, то AN __ AB, а неравные отрезки _________ совместить наложением.

Ответ: отрезки AN и BN совместить наложением _________, а отрезки AN и AB _________.

7

Известно, что $CD = DE = EF = FG = GH$.



Закончите предложения:

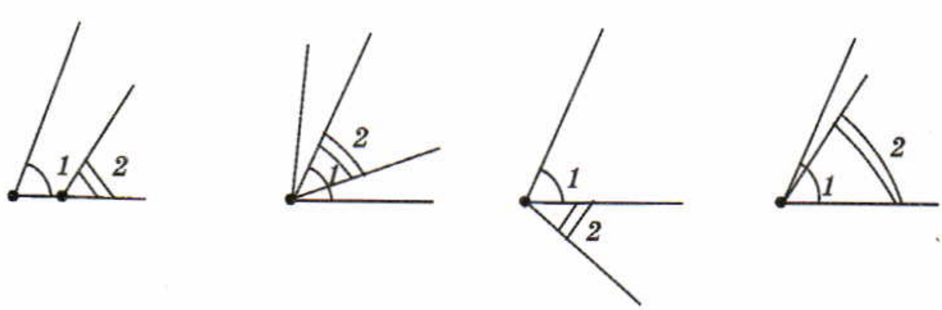
а) точка G является серединой отрезка ___;

б) серединой отрезка DH является точка __;

в) точка E является серединой отрезков ___ и ___.

8

На каком из рисунков неразвернутые углы 1 и 2 наложены друг на друга так, что можно установить, какой из них больше другого? Сравните эти углы.



а) б) в) г)

Решение. Сравнивая углы, надо наложить их друг на друга так, чтобы:

1) сторона одного из них __________________ со стороной другого;

2) две другие стороны оказались _____________ сторону от совместившихся сторон.

Первое условие выполняется на рисунках __________.

Второе условие выполняется на рисунках __________.

Оба условия выполняются только на рисунке ______.

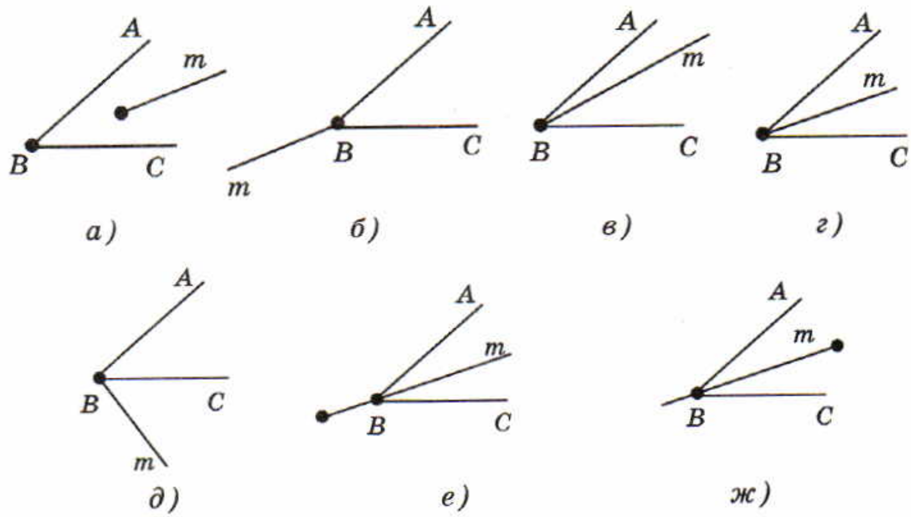
Ответ: $\angle 1$ __ $\angle 2$.

В. Определение.

Луч k называется биссектрисой угла со сторонами p и q, если он выходит из ____________ угла и делит его на ________________ угла.

9

На каком рисунке луч m является биссектрисой угла ABC?



Решение. Отметьте в таблице знаком « + » рисунки, на которых выполняется каждое из перечисленных условий:

	Рисунок						
	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)
1) луч m выходит из вершины угла ABC							
2) луч m делит угол ABC на два угла							
3) углы, на которые луч m разделил угол ABC, равны							

Ответ: луч m является биссектрисой угла ABC на рисунке ____.

10

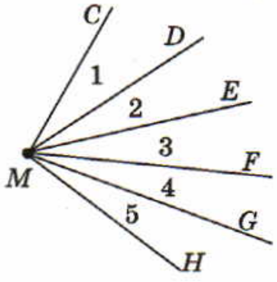
Известно, что $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5$.

Закончите предложения:

а) луч MD является биссектрисой угла _____;

б) биссектрисой угла DMH является луч ___;

в) луч ME является биссектрисой углов ____________.



11

Известно, что луч p является биссектрисой угла cd.

Зачеркните неверные утверждения.

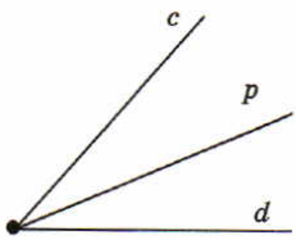
а) $\angle cp < \angle pd$;

б) луч p делит угол cd на два угла;

в) $\angle cd > \angle pd$;

г) луч p проходит через середину любого отрезка, концы которого лежат на сторонах угла cd;

д) $\angle dp = \angle pc$?



§ 4 Измерение отрезков

Основные свойства.

А. Чтобы измерить длину отрезка, нужно выбрать ____________ ____________ отрезок.

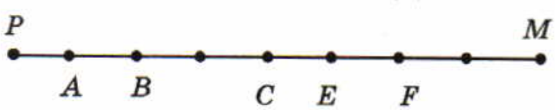
Б. Длина отрезка выражается __________________________ числом.

В. Если отрезки равны, то их длины ____________.

Г. Если M—N—K, то ___ $= MN +$ ___.

1

Отрезок PM разделен на восемь равных частей.

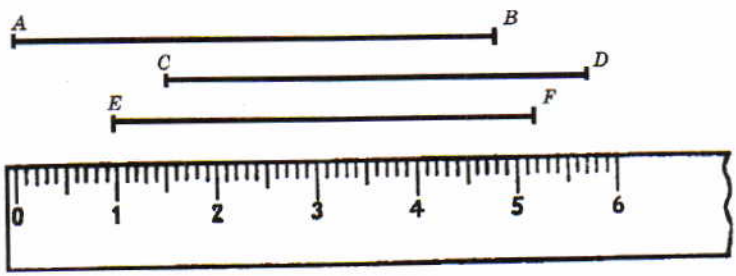


Найдите длины указанных отрезков при различных единичных отрезках.

Измеряемый отрезок	Единичный отрезок			
	PC	*PB*	*PA*	*BM*
PC	1	2		
BF	1		4	
PM	2		8	
PB	0,5			1/3

2

Найдите длину отрезка в сантиметрах.



Ответ: $AB =$ ____________; $CD =$ ____________; $EF =$ ____________.

3

Точки A, B и C лежат на одной прямой. $AB = 7$ см, $BC = 3$ см.
Найдите длину отрезка AC. Сделайте чертеж.

Решение.

1) Если $A—B—C$, то $AC = AB +$ ____.
Подставив известные значения длин отрезков, получим $AC =$ __ $+ 3 =$ ___.

2) Если $B—A—C$, то $BC = BA +$ ____.
Подставив известные значения длин отрезков, получим __ $=$ __ $+ AC$, откуда $AC =$ ____ $7 =$ ____, что противоречит свойству Б.

Значит точка A ______________ между точками B и C.
3) Если $A—C—B$, то рассуждая аналогично, получим $AB =$ ____ $+$ ____; __ $=$ $AC +$ __; $AC =$ ______ $=$ __.

Ответ: $AC =$ ____ см или $AC =$ __ см.

4

Лежат ли на одной прямой точки M, P и K, если $MP = 2$ см, $PK = 3$ см, а $KM = 4$ см?

Решение. Если точки M, P и K лежат на одной прямой, то больший отрезок KM равен ____________________ двух других, то есть $KM =$ ____________. Подставив значения, получим $4 =$ ________, что неверно. Поэтому точки M, P и K ________________ на одной прямой.

5

Точка E делит отрезок CH на два отрезка, $CE = 3{,}2$ см, а $EH = 2{,}9$ см. Найдите длину отрезка CH. Сделайте чертеж.

Решение. По свойству **В** имеем $CH = CE +$ ____ $=$ __________ $=$ ____.

Ответ: $CH =$ _____ см.

6

Точка K лежит на отрезке MP, $MP = 4{,}5$ см, а $KP = 2{,}8$ см. Найдите длину отрезка MK. Сделайте чертеж.

Решение. По свойству __ имеем $MP = MK +$ ____.

Подставив значения, получим $4{,}5 = MK +$ _____, откуда $MK =$ ____ $-$ $- 2{,}8 =$ _____.

Ответ: $MK =$ _____ см.

7

Точки M и P — середины отрезков AB и BC соответственно. Найдите длину отрезка MP, если длина отрезка AC равна m.

Решение.

1) По условию задачи точка M — _______________ отрезка AB. Поэтому $BM = 0{,}5$____.

2) По условию задачи точка P — ______________ отрезка ____, поэтому $BP =$ ____BC.

3) По свойству __ имеем $MP = MB +$ ____ $= 0{,}5$____ $+$ ____$BC =$ $= 0{,}5($____ $+$ ____$) = 0{,}5$____ $=$ _____.

§ 5 Измерение углов

Основные свойства измерения углов.

А. Единица измерения углов — ______________.

1° равен ____ части ______________________ угла.

$\frac{1}{60}$ часть градуса называется _________________. $1' = \frac{1}{60}\cdot 1°$;

$\frac{1}{60}$ часть минуты называется _________________. $1'' = \frac{1}{60}\cdot 1'$.

Б. Развернутый угол равен _____.

Неразвернутый угол _________________ 180°.

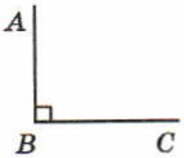
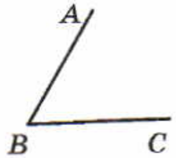
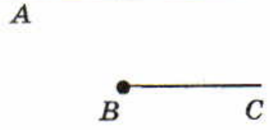
В. Если углы равны, то их градусные меры ______________.

Г. Если луч делит угол на два угла, то градусная мера всего угла равна _______________ градусных мер _____________ углов.

1 ....

Используя учебник, дополните таблицу.

Виды углов

Прямой угол	Острый угол	____________ угол
		
$\angle ABC$ __ 90°	$\angle ABC$ __ 90°	____ $< \angle ABC < 180°$

2

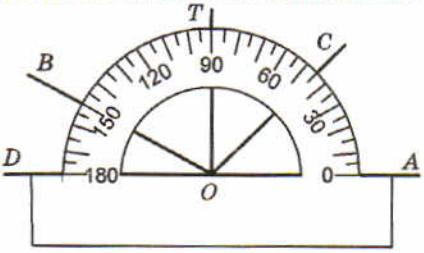
Укажите величины углов:

$\angle AOC =$ ______ $\angle DOA =$ ______

$\angle AOT =$ ______ $\angle DOB =$ ______

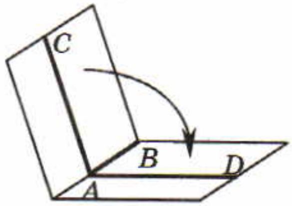
$\angle AOB =$ ______ $\angle DOT =$ ______

$\angle AOD =$ ______ $\angle DOC =$ ______



3

Лист бумаги согнули по лучу AB так, что луч AC совместился с его продолжением — лучом AD. Найдите градусные меры углов BAC и BAD?



Решение.

1) Из условия задачи следует, что углы BAC и BAD при наложении ______________________, поэтому они ____________. По свойству **В** их градусные меры ____________.

2) Луч AB делит угол CAD на углы BAC и BAD. По свойству __ $\angle CAD = \angle BAC + \angle$ ____.

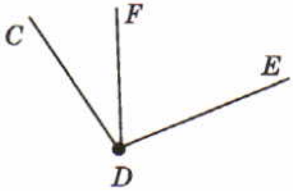
3) Угол CAD — ____________________________ и по свойству __ его градусная мера равна 180°.

4) Следовательно, $180° = \angle CAB + \angle$ ______, $180° =$ __ $\angle CAB$.

Ответ: $\angle CAB = \angle BAD =$ ___.

4

Сравните градусные меры углов CDE и EDF, изображенных на рисунке.



Решение. Угол EDF составляет __________ угла CDE. Поэтому градусная мера угла EDF ____________ градусной меры угла CDE, что можно записать в виде неравенства $\angle EDF$ __ $\angle CDE$.

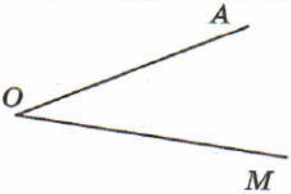
Ответ: $\angle CDE$ __ $\angle EDF$.

5

На рисунке угол AOM равен 30°.

Отложите с помощью транспортира от луча OM угол MOK, равный 40°.

Найдите величину угла AOK.



Решение. От луча OM можно отложить ________ угла, равных $40°$.
Если луч OM делит угол AOK на два угла,
то по свойству Г $\angle AOK = \angle\_\_\_ + \angle\_\_\_ = \_\_ + 40° = \_\_$.
Если луч OA делит угол MOK на два угла, то по свойству ____
$\angle MOK = \angle MOA + \angle\_\_\_\_$, откуда
$\angle AOK = \angle MOK \_\_ \angle\_\_\_\_ = 40° - \_\_\_ = \_\_\_\_$.

Ответ: угол AOK равен _____ или _____.

6

Луч OC делит угол KOM на два угла. Найдите угол KOM, если
а) $\angle KOC = 25°17'$, $\angle COM = 12°43'$;
б) $\angle KOC = 72°34'$, $\angle COM = 21°39'$.

Решение. Так как луч OC делит угол KOM на два угла, то по свойству __
$\angle KOM = \angle KOC + \angle\_\_\_\_$.
а) $\angle KOM = 25°17' +$ ________ = ________ = ________;
б) $\angle KOM = 72°34' +$ ________ = ________ = ________.

Ответ: а) $\angle KOM =$ _____; б) $\angle KOM =$ ______.

7

Луч CF делит угол ECD на два угла. Известно, что $\angle FCD = 90°$.
Какой может быть градусная мера угла ECD?

Решение. Так как луч ___ делит угол ____ на два угла, то по свойству
___ $\angle ECD = \angle ECF + \angle\_\_\_\_$.

Пусть $\angle ECF$ — острый, то есть $\angle ECF$ __ $90°$.

Тогда $90°$ __ $\angle ECD$ __ $180°$, то есть $\angle ECD$ — ____________.

Пусть $\angle ECF$ — прямой, то есть $\angle ECF$ __ $90°$.
Тогда $\angle ECD = 90° +$ ______ = _______, то есть
$\angle ECD$ — ________________________.

Пусть $\angle ECF$ — тупой, то есть $90°$ __ $\angle ECF$ __ $180°$.

Тогда $\angle ECD$ __ $180°$, что невозможно по свойству __.

Ответ: $\angle ECD$ может быть __________ или ____________________.

8

Луч DF — биссектриса угла CDE, равного 45°.
Найдите градусную меру угла CDF.

Решение. Так как луч DF — ____________________ угла CDE, то $\angle CDE =$ $=$ __ $\cdot \angle CDF$, то есть $45° = 2 \cdot \angle$ ____, откуда $\angle CDF =$ ________.

Ответ: $\angle CDF =$ ________.

9

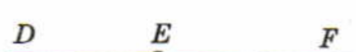
Луч DF — биссектриса угла CDE. $\angle FDE = 63°43'$.
Найдите градусную меру угла CDE.

Решение. Так как луч DF — ____________________ угла CDE, то $\angle CDF$ $= \angle$ ______ $=$ ________.
По свойству __ $\angle CDE = \angle CDF$ __ $\angle$ ____ $=$ __ $\cdot \angle FDE = 2 \cdot$ ______ $=$ ________ $=$ $=$ ________.

Ответ: $\angle CDE =$ ________.

10

Угол DEF—развернутый. Луч EC делит его на два угла. Постройте биссектрисы EH и EK углов DEC и CEF. Измерьте угол, образованный биссектрисами построенных углов. Результат измерения проверьте с помощью вычислений.



Решение. Так как EH и EK — биссектрисы углов DEC и ___, то $\angle HEC = 0{,}5 \cdot \angle$ _____, а $\angle CEK =$ _____ $\angle CEF$.
По свойству __ $\angle HEK = \angle HEC + \angle$ _____ $=$ ___ $\cdot \angle DEC + 0{,}5 \cdot \angle$ _____ $=$ $= 0{,}5 \cdot \angle$ _____ $=$ _____.

Ответ: угол, образованный биссектрисами смежных углов, равен _____.

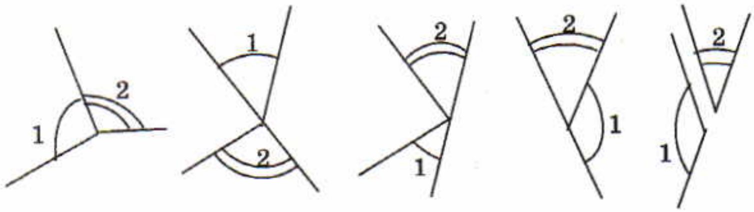
§ 6 Перпендикулярные прямые

А. Определение.

Смежными называются ________ угла, у которых ________ сторона ________, а две другие являются ____________________ одна другой.

1

На каком из рисунков углы 1 и 2 смежные?



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Решение.

1) Смежными называются два угла, у которых __________ сторона __________, а две другие являются ____________________ одна другой.

2) ____________ сторону углы 1 и 2 имеют на рисунках ________.

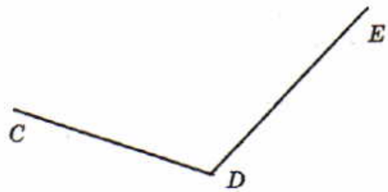
3) Стороны углов 1 и 2 являются ____________________ друг друга на рисунках ___________.

4) Оба условия выполняются на рисунке __.

Ответ: смежные углы изображены на рисунке __.

2

Проведите луч DF, являющийся продолжением луча DC. Измерьте градусные меры углов CDE и EDF и найдите их сумму.



Решение. $\angle CDE =$ ______; $\angle EDF =$ ______;
$\angle CDE + \angle EDF =$ ______ + ______.

Б. Свойство смежных углов.

Сумма смежных углов равна ____.

Действительно, если углы CDE и EDF смежные, то лучи DC и ___ являются ______________________ друг друга.

Поэтому угол ____ — развернутый,

и по свойству измерения углов $\angle CDE + \angle EDF = \angle$____ $=$ _____.

3

Сумма градусных мер углов CDE и EDF равна 170°.

Могут ли эти углы быть смежными? Ответ объясните.

Ответ: если бы углы CDE и EDF были смежными, то по свойству смежных углов $\angle CDE + \angle$____ $=$ ____, что противоречит условию задачи.

4

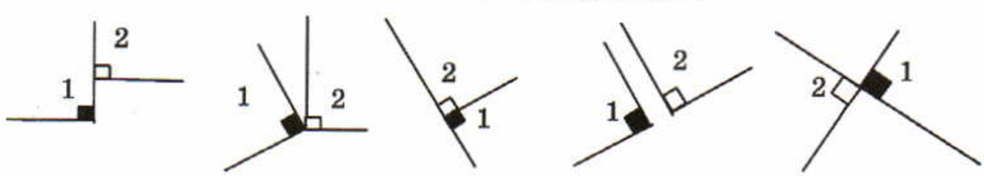
Сумма градусных мер двух углов равна 180°.

Обязательно ли эти углы смежные? Ответ объясните.

Ответ: Рассмотрим два прямых угла 1 и 2.

Сумма их градусных ______ равна ______.

Но они являются смежными только на рисунке __.



а) б) в) г) д)

Поэтому утверждать, что «если сумма градусных мер двух углов равна 180°, то они смежные» — ______________.

5

Найдите смежные углы ab и bc, если:

а) $\angle ab$ в пять раз меньше $\angle bc$;

б) $\angle ab$ больше $\angle bc$ на 24°;

в) $\angle ab : \angle bc = 2:7$.

Решение.

а) Пусть меньший угол ___ равен x, тогда $\angle bc =$ ___.

По свойству смежных углов $\angle ab +$ ___ $=$ ___.

Составим уравнение $x +$ ___ $=$ ___, откуда

$x = 180$:__ или $x =$ ___, то есть

$\angle ab =$ __ и $\angle bc = 5\cdot$___ $=$ ___.

б) Пусть меньший угол ___ равен x, тогда $\angle ab = x$ ______.

По свойству смежных углов $\angle ab +$ ___ $=$ ___.

Составим уравнение $(x + 24) +$ __ $=$ ___, откуда

$2x = 180$ _______ или $x =$ ______,

то есть $\angle bc =$ ___ и $\angle ab =$ _________ $=$ ____.

в) $\angle ab : \angle bc = 2:7$ — это равенство называется _________________.

Переставив в этой пропорции _______________ члены, получим пропорцию $\angle ab$:__ $= \angle bc$:__.

Пусть каждое из этих отношений равно x, тогда

$\angle ab =$ ___, а $\angle bc =$ ___.

По свойству смежных углов составим уравнение __x + __x = ____, откуда

$x = 180$: __ или $x =$ ___. Значит, $\angle ab =$ ___, $\angle bc =$ ____.

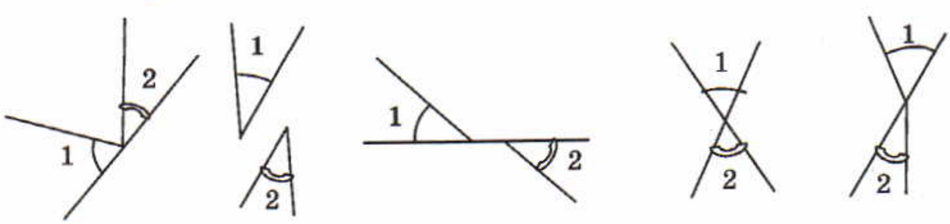
Ответ: а) $\angle ab =$ ____, $\angle bc =$ ____; б) $\angle ab =$ ____, $\angle bc =$ ____; в) $\angle ab =$ ____, $\angle bc =$ ____.

В. Определение.

Вертикальными углами называются два угла, стороны которых являются ______________________________ друг друга.

6

На каком из рисунков углы 1 и 2 — вертикальные?



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

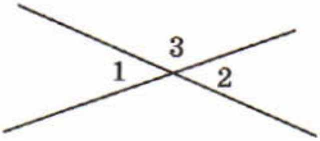
Решение. Два угла называются вертикальными, если ____________ одного угла являются ________________________________ сторон другого. Это условие выполняется на рисунке ___.

Ответ: вертикальные углы изображены на рисунке ___ .

Г. Свойство вертикальных углов.

Вертикальные углы ______________.

Действительно, если углы 1 и 2 вертикальные, то угол 3 является ________________ с углом 1 и углом ___ .

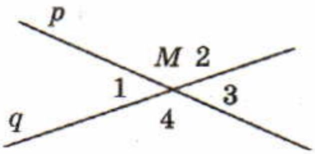


По свойству ________________________ углов:

$\angle 1 + \angle 3 =$ _____ и $\angle 2 + \angle 3 =$ _____. Отсюда следует, что $\angle 1$ ___ $\angle 2$.

7

Прямые p и q пересекаются в точке M и $\angle 1 = 38°$. Найдите остальные углы.



Решение.

1) Углы 1 и 3 вертикальные. По свойству вертикальных углов они ______________ поэтому $\angle 3 =$ ______.

2) Углы 1 и 2 ______________________ и по свойству смежных углов $\angle 1 + \angle 2 =$ = ______. Отсюда $\angle 2 = 180° -$ _____ = ______.

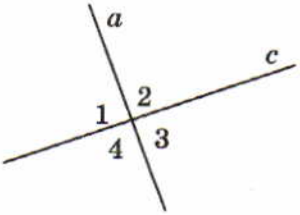
3) Углы 2 и 4 ______________________________ и по свойству вертикальных углов они _____________ поэтому $\angle 4$ ___ $\angle 2 =$ _____.

Ответ: $\angle 1 = \angle 3 =$ _____; $\angle 4 = \angle 2 =$ _____.

8

При пересечении двух прямых один из образовавшихся углов равен 90°.

Найдите остальные углы.



Решение. Пусть $\angle 1 = 90°$. Тогда

1) $\angle 3 = \angle 1 =$ _____, как _____________________ углы.

2) $\angle 2 = 180° - \angle 1 =$ _____, как _____________________ углы.

3) $\angle 4 = \angle 2 =$ _____, как __________________________ углы.

Ответ: все углы равны ____.

Д. Определение.

Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют ____________ ____________ угла.

Е. Теорема.

Две прямые, ________________________________ к третьей, не пересекаются.

9

Из точки M провели две прямые MP и MO, пересекающие прямую a в точках P и O. Оказалось, что угол MPO прямой. Может ли угол POM равняться 90°? Сделайте чертеж.

Решение. 1) Так как $\angle MPO = 90°$, то $MP \perp a$.

2) Предположим, что $\angle MOP = 90°$, тогда MO _ a.

3) Так как прямые MO и MP ____________________ к прямой a, то они пересекаться ________________.

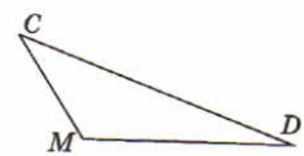
Ответ: угол POM равняться 90° ____________.

Глава 2
Треугольники

§ 1 Первый признак равенства треугольников

1

Заполните пропуски:



а) треугольник CDM можно обозначить так: $\Delta\, CMD$, а можно и так ____________________;

б) против стороны CD лежит угол __, который можно обозначить также и тремя буквами _____ или _____;

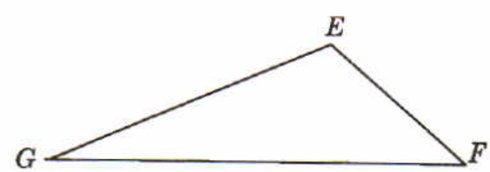
в) против угла C лежит сторона ___;

г) углы M и D прилежат к стороне ___;

д) к стороне MC прилежат углы ________.

2

а) Измерьте сторону GF и противолежащий ей угол.



Ответ: GF = ___ см; ____ = _____.

б) Найдите периметр треугольника GEF.

Решение. Периметром треугольника называется __________ длин всех его ____________. Так как GF = ______ см, FE = _____ см, EG = _____ см, то P_{GEF} = _____ + _____ + _____ = _____ см.

Ответ: P_{GEF} = _____ см.

3

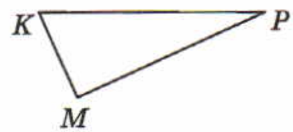
На рисунке изображены равные треугольники ABC и PKM.

а) Укажите соответственно равные элементы этих треугольников:

AB = ___; BC = ___; CA = ___;

$\angle A$ = ___; $\angle B$ = ___; $\angle C$ = ___;

б) Измерьте длины сторон и градусные меры углов треугольника PKM:

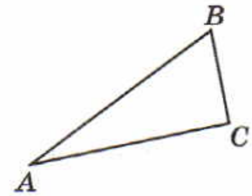


PM = ______; $\angle K$ = _____;

MK = ______; $\angle P$ = _____;

KP = _______; $\angle M$ = _____;

в) Не измеряя сторон и углов треугольника ABC, укажите:



длину стороны, противолежащей углу B;

градусную меру угла, лежащего против стороны BC;

длину стороны, к которой прилежат углы A и B.

Решение. В треугольнике ABC против угла B лежит сторона ____, которой в треугольнике PKM соответствует сторона PM, поэтому ____ = ____ = ______.

Против стороны BC в треугольнике ABC лежит угол ___, которому в треугольнике PKM соответствует угол P, равный _____.

Углы A и B прилежат к стороне ____, которой в треугольнике PKM соответствует сторона PK, равная ______, поэтому AB = ____ = ______.

г) Найдите периметр треугольника ABC.

Нужно ли для этого измерять длины его сторон?

Решение. Так как $\Delta ABC = \Delta$_____, то

AB = ____ = _____; BC = ____ = _____; CA = ____ = _____.

Поэтому $P_{ABC} = AB$ + ____ + ____ = PK + ____ + ____ = ____.

Ответ: P_{ABC} = ________ см.

Измерять длины сторон треугольника ABC ________________.

4

При наложении треугольника ABC на треугольник ORT сторона AB совместилась со стороной OR, а сторона BC со стороной RT.

Совместятся ли при этом наложении стороны AC и OT?

Решение. По условию задачи при наложении треугольника ABC на треугольник ____ сторона AB совместилась со стороной ___, а сторона BC со стороной ___ . Поэтому точка B совместилась с точкой ___, точка A — с точкой ___, точка C — с точкой ___. Тем самым совместились концы отрезков AC и ___, значит, совместились и сами отрезки.

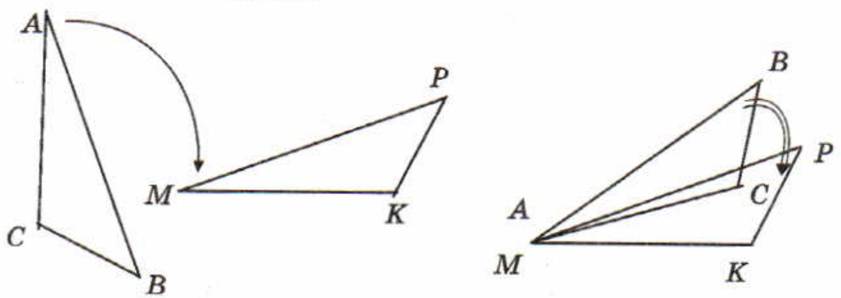
Ответ: ___, стороны AC и OT ________________________________.

А. **Теорема. Первый признак равенства треугольников.**

Если две стороны и ______________________________ одного треугольника соответственно равны ____________________________ и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники __________________.

Дано: ΔABC и ΔMPK; $AB = MP$; $AC = MK$; $\angle A = \angle$__.

Доказать: $\Delta ABC =$ ______.



Доказательство.

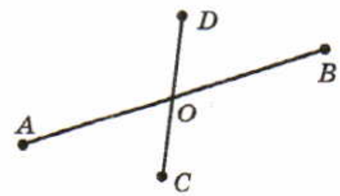
1) По условию $\angle A = \angle$_____, поэтому треугольник ABC _________________ наложить на треугольник MPK так, что
(можно; нельзя)
вершина A совместится с вершиной __, а стороны AB и ____ наложатся на лучи MP и ____ соответственно.

2) По условию $AB =$ ____, $AC =$ ____, поэтому вершина B треугольника ABC совместится с вершиной __ треугольника MKP, а вершина C — с вершиной ___. Значит, совместятся и стороны BC и ____.

3) Итак, треугольники ABC и MPK полностью ________________ ________, а потому они __________. Что и требовалось доказать.

5

Точка O — середина отрезков AB и CD.
Докажите, что $\Delta AOC = \Delta BOD$.



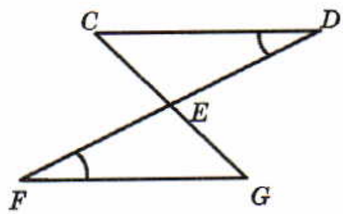
Доказательство.

По условию задачи

1) точка O — середина отрезка AB, поэтому $AO =$ ____;

2) точка O — середина отрезка CD, поэтому CO = ____;
3) углы AOC и BOD вертикальные, поэтому $\angle AOC$ = ____.
Поэтому $\Delta AOC = \Delta BOD$ по двум ______________________ и углу ______________________.

6

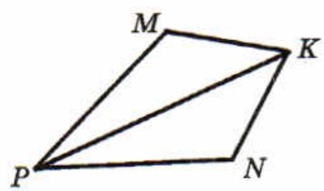


На рисунке $CD = FG$, $DE = EF$ и $\angle CDE = \angle EFG$.
Докажите, что точка E — середина отрезка CG.

Доказательство.
1) Рассмотрим треугольники CDE и GFE.
Они ______________ по двум сторонам и углу между ними, так как по условию CD = _____, DE = _____ и $\angle CDE$ = ______.
2) Из равенства треугольников следует ____________ их соответствующих сторон. Поэтому CE = ___.
3) Точка E ____________ на отрезке CG и CE = ____.
Поэтому точка E — __________________ отрезка EG.

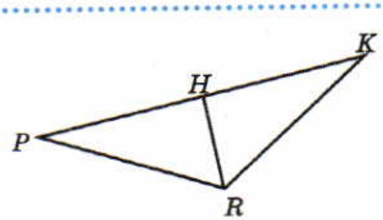
7

На рисунке $MP = NP$ и $\angle MPK = \angle NPK$. Докажите, что $MK = NK$.



Доказательство.
1) $\Delta MPK = \Delta NPK$ по ______________________________, так как
MP = ____ по условию;
PK — ____________ сторона;
$\angle MPK$ = ______ по условию.
2) Соответственные стороны равных треугольников ____________, то есть MK = ___.

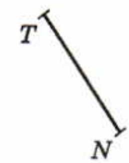
8



Дано: ΔKPR, $PR = RK$;
$\angle PRH = \angle KRH$.
Докажите: а) $\angle PHR = 90°$;
б) точка H — середина отрезка PK.

Доказательство. Рассмотрим треугольники PRH и KRH.
Они равны по ________________________________, так как по условию $PR =$ ____; $\angle PRH =$ _____ и RH — __________ сторона.
В равных треугольниках соответственные стороны и углы ________, поэтому $PH =$ ____ и $\angle PHR =$ _____.
Так как $\angle PHR =$ ____ и они ______________, то $\angle PHR =$ _____
Так как $H \in PK$ и $PH =$ ____, то точка H — ________________ PK.

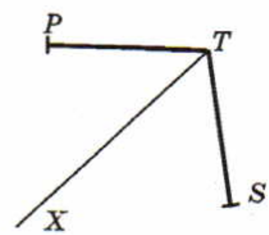
9



Дано: точка O — середина отрезка TN; $OP \perp TN$.
Сделайте чертеж и докажите, что $\angle NPO = \angle TPO$.

Доказательство.
Рассмотрим треугольники NOP и TOP.
$TO =$ ____, так как по условию точка O — ________________ отрезка TN;
OP — ____________ сторона;
$\angle TOP =$ _____ $=$ _____, так как по условию OP __ TN.
В равных треугольниках соответственные стороны и углы ______________, поэтому ________________.

10

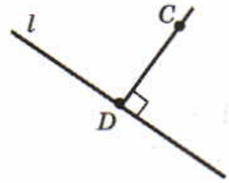


Луч TX — биссектриса угла PTS; $PT = TS$; точка V лежит на продолжении луча TX.
Сделайте чертеж и докажите, что отрезки VP и VS равны.

Доказательство. Рассмотрим треугольники VTP и VTS.
По условию $PT =$ ____ ; сторона TV — ____________;
$\angle VTP = \angle VTS$, так как равны смежные с ними углы _____ и _____.
Поэтому треугольники VTP и _____ равны по ______________________
__________ ________________________________.
$VP =$ ____, так как они являются _______ ________________ сторонами __________ треугольников.

§ 2 Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

А. Прямая CD перпендикулярна ____________ l;
отрезок CD ________________________ прямой l;
точка D — ____________ перпендикуляра.



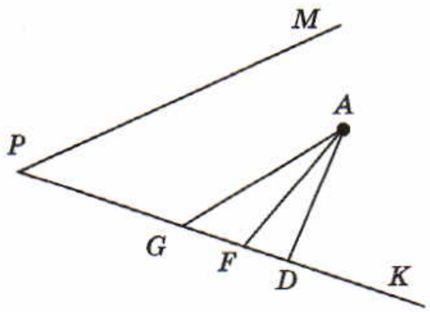
Б. Теорема.

Из точки, ______________________ на прямой, можно провести ______________________ к этой прямой, и притом только ______.

1

а) Установите с помощью чертежного треугольника, какой из отрезков AD, AF или AG является перпендикуляром к прямой PK, проведенным из точки A.

б) Проведите из точки A перпендикуляр к прямой PM.



Ответ: а) ___ $\perp PK$, б) A___ $\perp PM$.

2

Точка M не лежит на прямой m, а точки B и C лежат на прямой m. Известно, что $\angle MBC = 80°$, а $\angle MCB = 90°$. Какой из отрезков MB или MC является перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой m?

Решение.

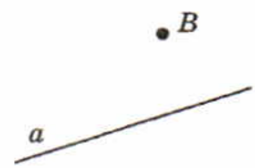
1) По условию задачи $M \notin$ ____, B ____ m, $\angle MBC =$ _____, значит, отрезок MB __________________ перпендикуляром, проведенным из точки ____ к __________________.

2) По ______________ задачи M ____ m, $C \in$ ____, $\angle MCB =$ _____, значит, отрезок MC ______________ перпендикуляром, проведенным к ____________ m из ______________.

3

Дано: $B \notin a$, $C, D \in a$, $BD \perp a$.

Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BCD \neq 90°$.



Доказательство.

1) По условию точка B__a, BD___ a и точка D__a, поэтому отрезок BD является ______________________, проведенным из точки B к прямой ___.

2) Из точки B, ________________ на прямой a, можно провести перпендикуляр к этой ____________, и притом только _____, поэтому $\angle BCD$__$90°$.

В. Определение.

Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной _________________, называется ___________________ треугольника.

Г. Определение.

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой ___________________________ стороны, называется _________________________ треугольника.

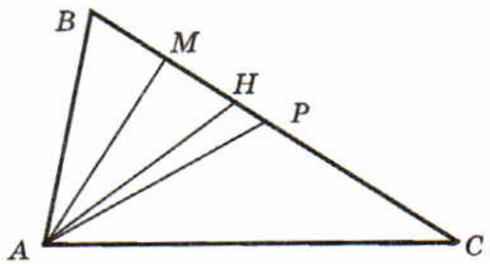
Д. Определение.

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к ______________, содержащей противоположную ______________, называется ____________ треугольника.

Е. В любом треугольнике
медианы пересекаются в __________ точке.
биссектрисы _________________ в одной точке;
высоты или _______________________ пересекаются в __________ точке.

4

Какой из отрезков AM, AH и AP является медианой, какой — биссектрисой, а какой — высотой треугольника ABC?



Решение.

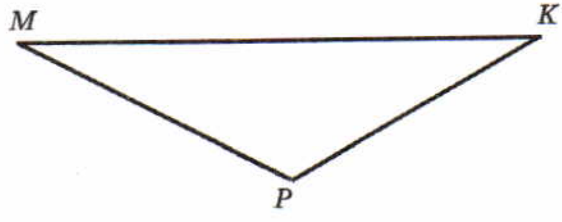
1) Медианой треугольника ABC является отрезок ___, так как точка ___ является _________________ стороны BC.

2) Биссектрисой треугольника ABC является отрезок ___, так как _______ AH является биссектрисой угла ____ треугольника ABC.

3) Высотой треугольника ABC является отрезок ____, так как он является ________________ к стороне BC.

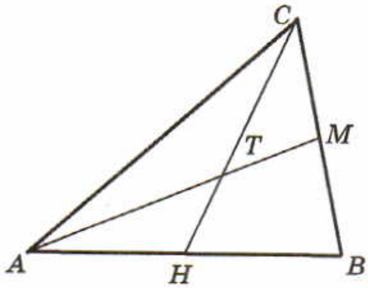
5

С помощью чертежных инструментов проведите в треугольнике MPK а) биссектрису из вершины P; б) высоту из вершины K; в) медиану из вершины M.



6

В треугольнике ABC медианы AM и CH пересекаются в точке T. Докажите, что прямая BT пересекает сторону AC в ее середине.

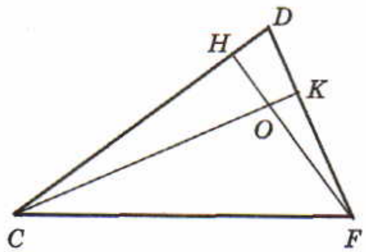


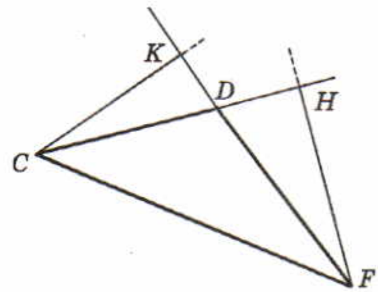
Доказательство.

Так как медианы любого треугольника ________________ в одной точке, то третья медиана лежит на прямой _____, то есть прямая BT ______________ сторону AC в ее ______________.

7

В треугольнике CDF провели высоты CK и FH. С помощью только одной линейки постройте третью высоту треугольника CDF.





Решение. Высоты треугольника или их ________________________ пересекаются в __________ точке.

а) Пусть высоты CK и FH пересекаются в точке O. Проведем прямую DO и обозначим точку пересечения прямой и __________ CF буквой M. Отрезок DM — ______________ треугольника CDF.

б) Пусть продолжения высот CK и FH пересекаются в точке O. Проведем прямую DO и обозначим точку пересечения прямой и ______________ CF буквой M. Отрезок DM — третья ___________ треугольника _____.

Ж. Треугольник называется равнобедренным, если _______ его стороны ____________.

Равные стороны называются _______________ сторонами, а третья сторона — _________________ равнобедренного треугольника.

8

Является ли треугольник DEF равнобедренным, если $DE = 17$, $EF = 6$, а периметр треугольника равен 40?

Решение. Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны ________________.

$P_{DEF} = DE + EF +$ ____, то есть $40 = 17 +$ __ $+$ _____, отсюда $FD =$ ____.
Значит, треугольник DEF ____________ равнобедренным.

Ответ: треугольник DEF ___________________ равнобедренным.

9

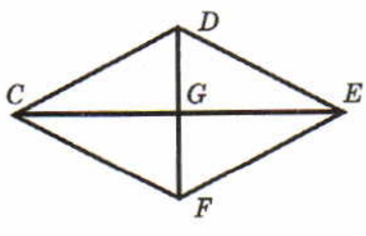
Найдите периметр равнобедренного треугольника MKP, если$MP = 7$, $PK = 4$.

Решение. Треугольник называется равнобедренным, если ____, но в условии задачи не сказано, какие стороны треугольника являются ______________________.
Поэтому рассмотрим два случая.
а) Пусть стороны MP и MK являются боковыми сторонами треугольника MKP, тогда $P_{MPK} = 7 + 4 +$ ____ $=$ ____.
б) Пусть стороны PK и ____ являются боковыми сторонами треугольника MKP, тогда $P_{MPK} = 7 + 4 +$ ____ $=$ ____.

Ответ: периметр равнобедренного треугольника MKP равен ____ или ____ см.

10

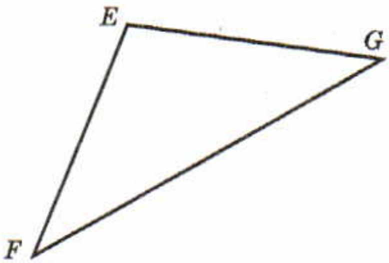
Сколько равнобедренных треугольников изображено на рисунке?
Сколько из них равносторонних?



Ответ: на рисунке изображено __ равнобедренных треугольника: ______, ______, ______, ______.
Равносторонними из них являются __ треугольника: ______, ______.

3. Теорема.

В равнобедренном треугольнике углы ______________________ равны.



Дано: ΔFEG; $FE =$ _____.

Доказать: $\angle F = \angle$ __.

Доказательство.

1) Проведем биссектрису EH угла _____. (Проведите ее на чертеже).

2) ΔFEH __ ΔGEH по двум сторонам и _______________ ___________________________:

EH — ___________________ сторона; $\angle FEH = \angle$ _____, потому что EH — __________________ угла _____, $FE =$ ___ по условию.

3) В равных треугольниках соответствующие углы ___________, поэтому $\angle F = \angle$ __.

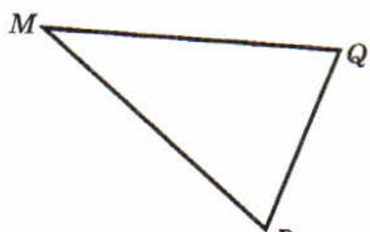
11

Является ли треугольник HKN равнобедренным, если $\angle H = 32°$, $\angle K = 48°$, $\angle N = 100°$? Ответ обоснуйте.

Ответ: ______, в равнобедренном треугольнике углы при _____________ равны, а в треугольнике HKN равных углов ______.

12

Докажите, что медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, делит его на два равных треугольника.



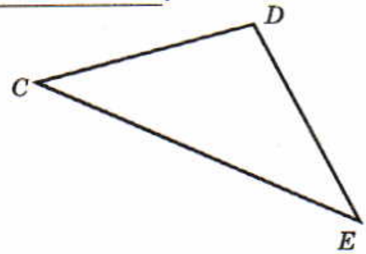
Дано: ΔMPQ; $MP = MQ$; MT — медиана.

Доказать: $\Delta MPT = \Delta MQT$.

Доказательство. $\Delta MPT = \Delta$ _____ по двум сторонам и углу между ними: $MP =$ ___ по условию; $PT =$ ____, так как MT— ___________________; $\angle P = \angle$ __ как углы при _____________________ равнобедренного треугольника.

И. Теорема.

В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к ______________, является медианой и _______________.



Дано: ΔCDE; $DC = DE$;

DH — биссектриса.

Доказать: DH — медиана и высота.

Доказательство.

1) $\Delta CDH = \Delta EDH$ по двум сторонам и ____________ ________________________;

$CD =$ ____ по условию; DH— ________________ сторона; $\angle CDH =$ $= \angle$____, так как DH — ________________.

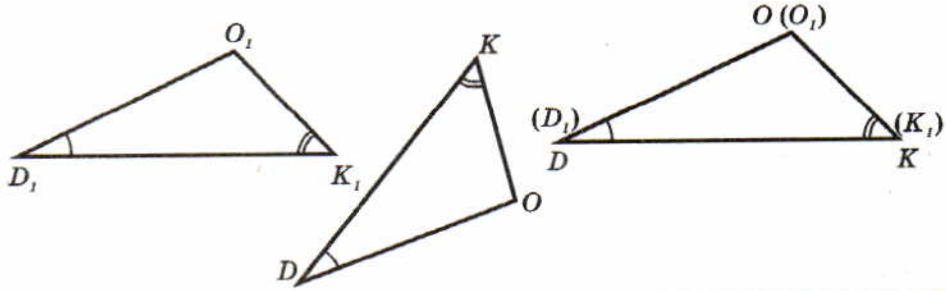
2) В равных треугольниках ________________________ стороны и углы равны. Поэтому $CH =$ ____, то есть DH — ______________.

$\angle CHD = \angle$____ и они являются _______________, поэтому $\angle CHD =$ $=$ ____, то есть DH — ____________.

§ 3 Второй и третий признаки равенства треугольников

А. Теорема. Второй признак равенства треугольников.

Если сторона и два ______________________ к ней ________ одного треугольника соответственно равны ________________ и двум ____________________ к ней углам другого треугольника, то такие треугольники ____________.



Доказательство.

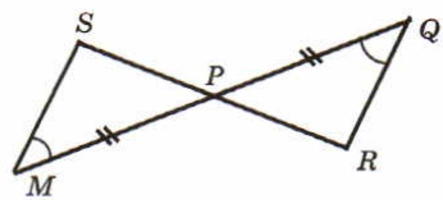
1) Пусть $\angle D = \angle D_1$, $\angle K = \angle K_1$, $DK = D_1K_1$.

2) Наложим треугольник $D_1K_1O_1$ на треугольник _____ так, чтобы вершина D_1 совместилась с вершиной ___, вершина K_1 — с вершиной ___, а вершины O и ____ оказались по одну сторону от прямой ____.

3) Так как $\angle D_1 = \angle$___, $\angle K_1 = \angle$___, то сторона D_1O_1 наложится на луч ____, а сторона K_1O_1 — на луч _____. Поэтому общая точка сторон D_1O_1 и K_1O_1 треугольника ______ окажется лежащей на лучах DO и ____, то есть совместится с вершиной __ треугольника DKO.

4) Итак, вершины треугольников ________________________ при наложении, поэтому треугольники ____________.

1



Докажите, что $MS = QR$.

Доказательство.

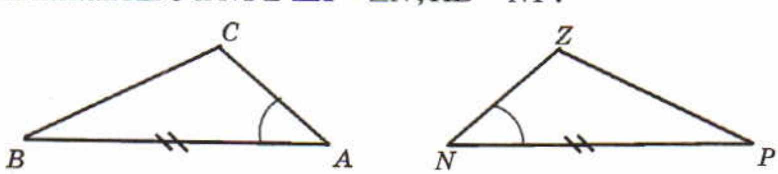
Для доказательства равенства отрезков докажем, что треугольники MSP и QRP ___________.

По условию задачи $\angle M = \angle$___ и $MP =$ ____, $\angle MPS = \angle$____, как вертикальные.

Поэтому треугольники MSP и _____ равны по _________________ признаку равенства треугольников. Значит, $MS =$ ___ как соответственные _________________ равных треугольников.

2

В треугольниках ABC и NPZ $\angle A = \angle N$, $AB = NP$.



Какое условие надо добавить, чтобы можно было утверждать, что треугольники равны

а) по первому признаку равенства треугольников;

б) по второму признаку равенства треугольников?

Ответ: а) ____ = ____ ; б) ____ = ____.

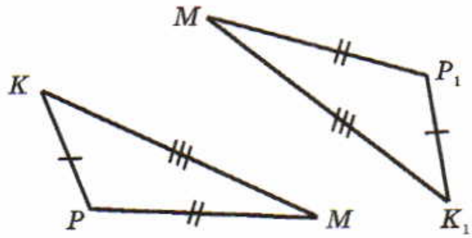
3

Для каждого условия, стоящего в левом столбце, подберите заключение из правого столбца так, чтобы получилось верное предложение. Соедините эти высказывания стрелками.

Если в треугольниках ABC и MPQ $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle P$ и $AC = MQ$,		
Если в треугольниках ABC и MPQ $\angle A = \angle M$, $\angle C = \angle Q$ и $AC = MQ$,		то треугольники равны по первому признаку равенства треугольников.
Если в треугольниках ABC и MPQ $\angle A = \angle M$, $AB = MP$ и $AC = MQ$,		
Если в треугольниках ABC и MPQ $\angle A = \angle Q$, $AB = MP$ и $AC = MQ$,		то треугольники равны по второму признаку равенства треугольников.
Если треугольники ABC и MPQ равнобедренные и $\angle A = \angle C = \angle M$, $AB = MP$,		
Если треугольники ABC и MPQ равнобедренные с равными основаниями AB и MP и $\angle A = \angle Q$,		то для утверждения о равенстве треугольников не хватает данных.
Если треугольники ABC и MPQ равносторонние и $AB = MP$,		

Б. Теорема. Третий признак равенства треугольников.

Если три стороны одного треугольника соответственно равны __________ сторонам другого треугольника, то такие треугольники __________.



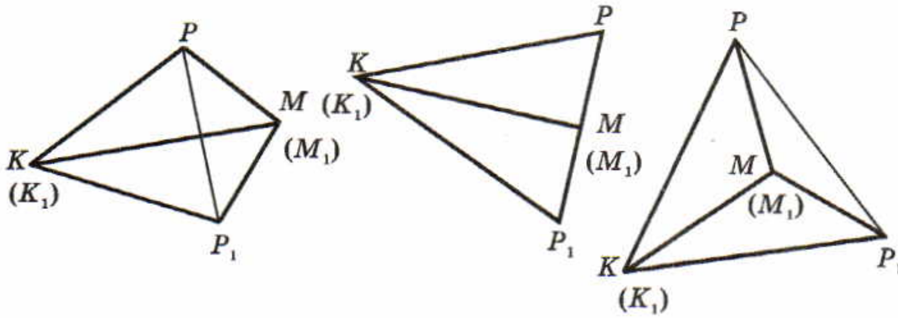
Доказательство. Пусть у треугольников MPK и $M_1P_1K_1$ $MP = M_1P_1$, $PK = P_1K_1$ и $KM =$ ______.
Приложим треугольник $M_1P_1K_1$ к треугольнику MPK так, чтобы сторона K_1M_1 совместилась со стороной KM, а вершины P_1 и ___ оказались __________________ стороны от прямой ____ .

Возможны три случая:

а) прямая PP_1 делит отрезок KM;

б) прямая PP_1 проходит через один из концов отрезка ____;

в) прямая PP_1 не пересекает отрезок ____.



Рассмотрим третий случай.

По условию PK = _____ и MP = _____ поэтому треугольники P_1KP и P_1MP — ______________________. Поэтому

$\angle KP_1P = \angle$___ и $\angle MP_1P = \angle$___

по свойству углов при ____________________ равнобедренного треугольника.

$\angle KP_1M = \angle KP_1P - \angle$_____, а $\angle KPM = \angle MPP_1$, поэтому они _____________.

Значит, треугольники MPK и $M_1P_1K_1$ равны по _____________ признаку равенства треугольников.

4

Периметры двух треугольников равны 52 см, а их стороны равны 18 и 12 см и 22 и 12 см. Равны ли эти треугольники?

Решение.

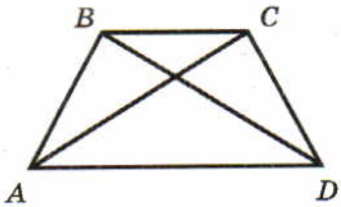
Обозначим третьи стороны этих треугольников буквами m и m_1. Найдем их длины: m = 52 – (__ + 18) = __ см;

m_1 = __ – (12 + __) = __ см.

Итак, стороны треугольников попарно __________.

Значит, эти треугольники ___________ по __________________________ признаку равенства треугольников.

5

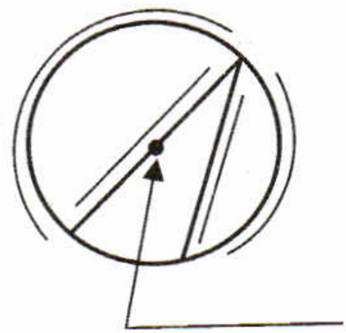


Дано: $AB = CD$; $AC = DB$.
Доказать: $\angle BAD = \angle CDA$.

Доказательство.
$\Delta ABD = \Delta DCA$ по ______________ признаку равенства треугольников, так как AB = ____ и BD = ____ по ______________, а сторона AD — ______________.
Поэтому $\angle BAD = \angle$____ как ______________________ углы ______________ треугольников.

§ 4 Задачи на построение

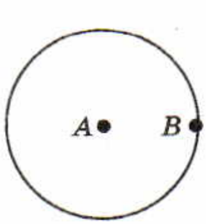
1



а) Надпишите отмеченные на рисунке фигуры.
б) Сколько хорд изображено на рисунке?
Ответ:
на рисунке изображено _______ хорды.
в) Сколько дуг изображено на рисунке?
Ответ: на рисунке изображено _________ дуг.
г) Закончите предложения:
Если диаметр окружности равен 13 см, то радиус равен _____ см.
Если радиус окружности равен 15 см, то ее диаметр равен _______ см.
Будем обозначать окружность с центром в точке A так: окрA.

2

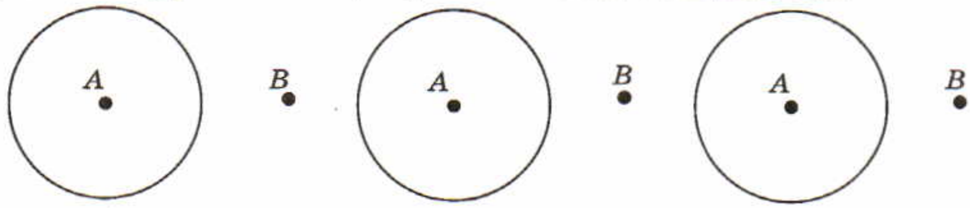
Дано: $A \in$ окрB; $B \in$ окрA; окрB пересекает окрA в точках C и D.
Сделайте чертеж и докажите, что треугольники ABC и ABD равны и они равносторонние.



Доказательство.
1) $AB = AC$ = ____ как _________ окрA.
2) BA = ____ $= BD$ как __________ окрB.
3) $\Delta ABC = \Delta ABD$ по ______________ признаку равенства треугольников. ΔABC и ΔABD равносторонние, так как их стороны __________.

3

Постройте окружность с центром в точке B так, чтобы она
а) не пересекала окружность с центром в точке A;
б) имела с окружностью с центром в точке A одну общую точку;
в) имела с окружностью с центром в точке A две общие точки.



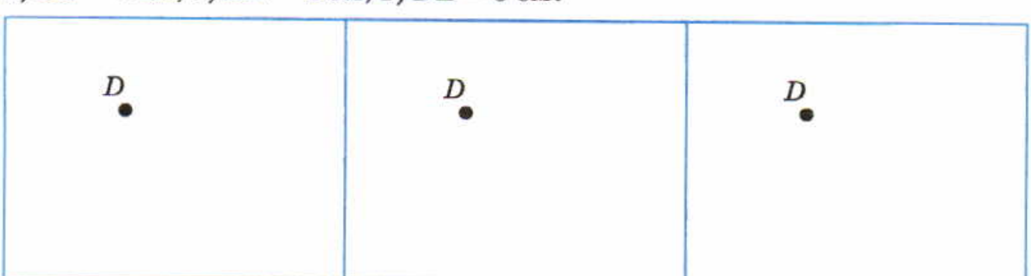
а) *б)* *в)*

Что можно утверждать о величине радиуса окружности с центром в точке B, если радиус окружности с центром в точке A равен 1 см, а $AB = 3$ см?

Ответ: а) $R_B <$ ____ или R_B________;
б) $R_B =$ _____ или $R_B =$ _____;
в) _____ $< R_B <$ _____.

4

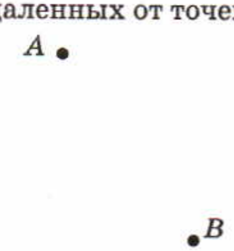
Постройте точку C, удаленную от точки D на 2 см и от точки E на 3 см. Сколько решений имеет задача, если
а) $DE = 1$ см; б) $DE = 4$ см; в) $DE = 5$ см?



а) *б)* *в)*

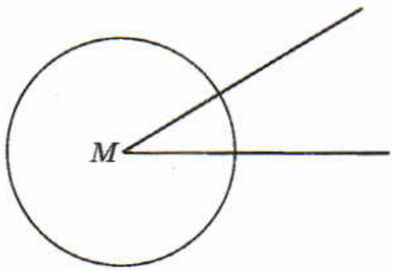
5

Постройте 5 точек, равноудаленных от точек A и B.



6

Постройте угол, величина которого в два раза больше величины данного угла M.



7

Постройте угол, равный четверти развернутого угла H, если построения можно проводить только в нижней полуплоскости относительно прямой m.

Глава 3
Параллельные прямые

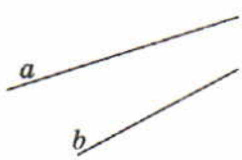
§ 1 Признаки параллельности двух прямых

А. Определение.

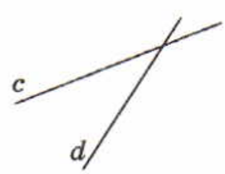
Две прямые ______________ называются параллельными, если они __________________.

1

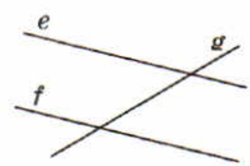
Заполните пропуски, используя знаки ∥ (параллельны) или ∦ (не параллельны).



a__b



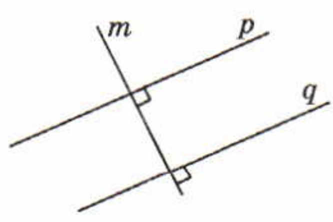
c__d



e__f; e__g; f__g

2

На рисунке прямая m перпендикулярна к прямым p и q. Параллельны ли прямые p и q? Ответ объясните.

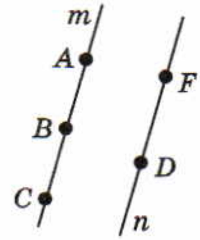


Ответ: p__q, так как две прямые, перпендикулярные к ____________________ прямой ______________________.

3

Точки $A, B, C \in m$; $D, F \in n$. Прямые m и n параллельны. Какие из отрезков и лучей параллельны? Рассмотрите рисунок и заполните таблицу, используя знаки $\parallel$ или $\nparallel$.

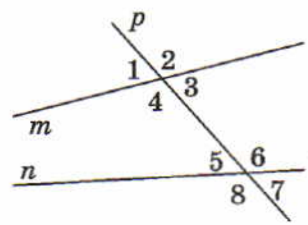
Лучи	AB	BC	DF
AB	$\nparallel$		$\parallel$
BC			
DF			



отрезки	AB	BC	DF
AB		$\nparallel$	$\parallel$
BC			
DF			

Б.

Прямая p — секущая для прямых m и n.



Накрест лежащими углами являются углы 3 и ___; 4 и ___.

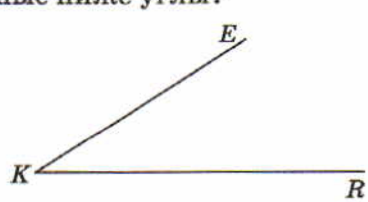
Односторонними углами являются углы 3 и ___; 4 и ___.

Соответственными углами являются углы 1 и ___; 2 и ___; 3 и ___; 4 и ___.

4

Прямые EK и RK пересекаются прямой DN в точках M и P, причем $D–P–M$. Сделайте чертеж.

Как называются указанные ниже углы?

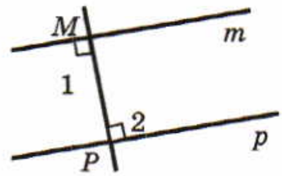


Ответ: углы MPK и PMK — ______________________;

углы MPK и EMP — ______________________;

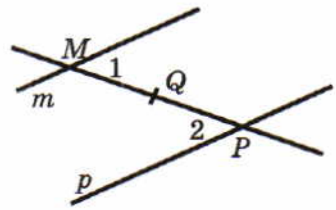
углы MPK и NMK — ______________________.

В. Если при пересечении двух прямых секущей ____________ ________________ углы равны, то прямые ________________.



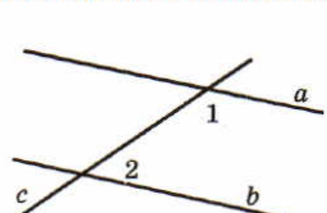
Дано: прямые m и p и секущая MP.
$\angle 1 = \angle 2$ и они ______________________.
Доказать: $m \parallel p$.

Доказательство.
<u>1-й случай</u>. Если $\angle 1 = 90°$, то m___MP.
Тогда и $\angle 2$ = _______, то есть и p___MP, а две прямые ________________________ к третьей прямой __________________, то есть они ________________.



<u>2-й случай</u>. Пусть $\angle 1 \neq 90°$.
Тогда $\angle 2$___$90°$.
Отметим точку Q — _____________ отрезка MP.
Проведем QC__m и отложим на прямой p отрезок PD, равный _____ (см. рисунок).
В треугольниках QMC и QPD:
QM = _____, так как точка Q середина ____________ MP;
MC = ___ по __________________; $\angle QMC = \angle$___ по условию.
Поэтому треугольники QMC и _____ равны по ______________ признаку ______________________________________.
Из равенства треугольников следует, что $\angle MQC = \angle$_____ и $\angle C = \angle$____, поэтому точка D лежит на продолжении ___________, то есть точки C, Q и D лежат на одной прямой _____.
$m \perp$ __ и p__CD. Следовательно, $m \parallel p$.

5

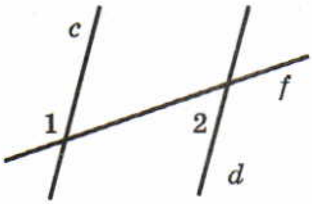


Дано: прямые a и b и секущая c.
$\angle 1 = 117°$; $\angle 2 = 63°$.
Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство. Для доказательства параллельности прямых a и __ докажем, что накрест лежащие углы 1 и 3 равны (отметьте угол 3 на рисунке).
Действительно, так как углы 3 и 2 являются _______________________, то $\angle 3$ = _____ − 63° = _____. Итак, $\angle 1 = \angle 3$ поэтому a_b.

6

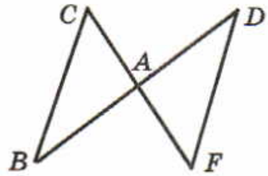
На рисунке $\angle 1 = 132°$, а $\angle 2 = 48°$.
Докажите, что $c \parallel d$.



Доказательство. Рассмотрим накрест лежащие углы 2 и 3 (отметьте угол 3 на рисунке). Углы 1 и 3 являются ______________________, поэтому $\angle 3 =$ _____ $- 132° =$ ____. Так, $\angle 3 =$ $= \angle$ __, а они накрест лежащие, значит c___d.

7

Дано: точка A — середина отрезков BD и CF.
Доказать: $BC \parallel DF$.



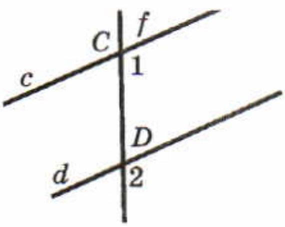
Доказательство.

1) Из того, что точка A — середина отрезков BD и CF, следует, что $AC =$ ____, $AB =$ ____. $\angle BAC =$ $\angle$____, так как они ____________________. Поэтому $\Delta ABC = \Delta$ ________ по ______________ признаку равенства треугольников.

2) Из ________________ треугольников следует, что $\angle C = \angle$__, но эти углы ____________________________, поэтому BC__DF.

Г. Если при ____________________ двух прямых ______________ соответственные углы ____________, то прямые ________________.

Дано: прямая f пересекает прямые c и d в точках C и D; $\angle 1$ и $\angle 2$ соответственные и $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: c__d.



Доказательство.

1) Рассмотрим вертикальные углы 2 и 3 (отметьте угол 3 на рисунке).

2) Тогда $\angle 2 = \angle 3$ ____;

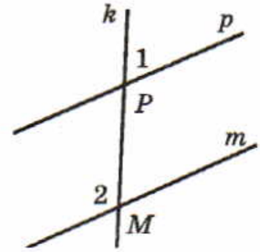
$\angle 1 = \angle$__ ______________________, следовательно, $\angle 3 = \angle$__.

3) $\angle 3$ и $\angle$__ накрест лежащие, поэтому прямые c и d ____________________.

8

Дано: прямая k пересекает прямые p и m в точках P и M. $\angle 1 = 43°$; $\angle 2 = 137°$.

Доказать: $p \parallel m$.



Доказательство.

1) Рассмотрим соответственные углы 1 и 3 (отметьте угол 3 на рисунке).

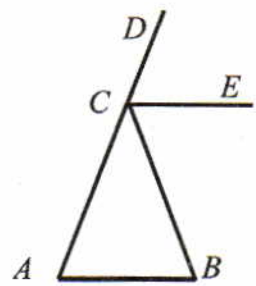
2) $\angle 3$ и $\angle 2$ — ______________, следовательно,
$\angle 3 =$ _____ $- \angle 2 = 180° -$ _____ $=$ ____.

3) Итак, $\angle 3 = \angle$ __, и они являются ______________________, поэтому p __ m.

9

Дано: $AC = CB$; $\angle B = 80°$; $\angle DCB = 160°$, CE — биссектриса угла DCB.

Доказать: $CE \parallel AB$.



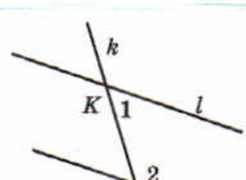
Доказательство.

1) $\angle DCE = \angle DCB :$ __ $=$ _____ $: 2 =$ _____,
так как CE — ____________________ угла DCB.

2) $\angle A = \angle B =$ ____, так как треугольник ABC
____________________.

3) $\angle DCE = \angle A =$ ____ и они являются соответственными, поэтому CE ___ AB.

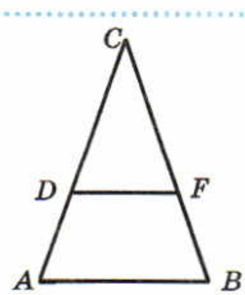
Д. Если при _____________ двух прямых секущей __________ односторонних углов равна _____, то прямые ______________.



10

Дано: ΔABC; $AC = BC$; $\angle B = 70°$; $\angle BAF = 35°$; $AD = DF$.

Доказать: $DF \parallel AB$.



Доказательство.

1) Чтобы доказать параллельность прямых, докажем равенство ____________ ______________________ или соответственных углов.

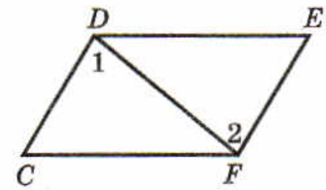
2) Для угла BAF накрест лежащим углом при пересечении прямых DF и AB секущей ___ является угол ______.

3) ΔDFA является ________________________. Поэтому $\angle DFA = \angle$___.

4) $\angle DAF = \angle BAC - \angle$_____ $= 70° -$ _____ $=$ _____.

5) Итак, $\angle DFA = \angle BAF =$ ______ и они ______________________ ______________________________ при пересечении прямых DF и ___ секущей ___, поэтому DF ______.

11



Дано: $CD = EF$; $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $CF \parallel DE$.

Доказательство.

1) В треугольниках CDF и ______:

$CD =$ _____ по ___________;

$\angle 1 = \angle$__ по ___________;

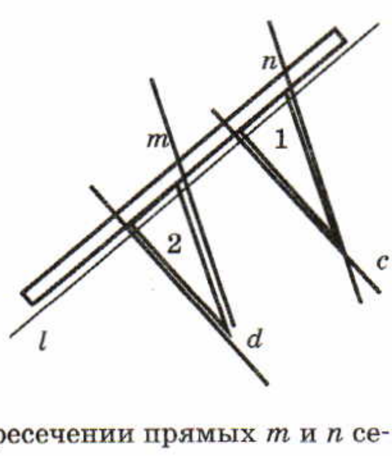
сторона DF — ___________.

Следовательно, $\Delta CDF = \Delta EFD$ по ______________ признаку равенства треугольников.

Поэтому $\angle CFD = \angle$_____ (отметьте их на рисунке).

2) Углы CFD и EDF являются накрест лежащими при пересечении прямых CF и _____ секущей _____, а так как они __________, то прямые CF и ________________________.

12



Почему, перемещая прямоугольный треугольник вдоль неподвижной линейки и проводя прямые по свободному катету или гипотенузе, мы получаем параллельные между собой прямые?

Объяснение.

1) Треугольники 1 и 2 равны, поэтому прямые c и d ___________________________ прямой l, поэтому c__d.

2) Треугольники 1 и 2 ___________, поэтому равны и __________________ углы при пересечении прямых m и n секущей l. Следовательно, m __ n.

§ 2 Аксиома параллельных прямых

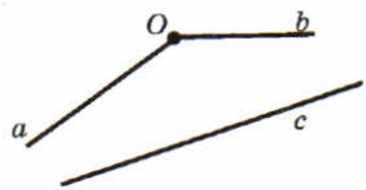
А. Аксиома.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит ______________ прямая, параллельная данной прямой.

1

Дано: $\angle ab$ и прямая c.

Доказать, что, хотя бы одна из прямых a или b пересекает прямую c.



Доказательство. Пусть вершина угла находится в точке O.

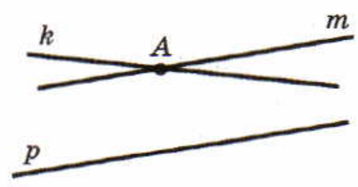
Допустим, что каждая из прямых a и b ____________________________ прямую c.

Тогда по определению параллельных прямых a __ c и b __ c, следовательно, через точку O проходят ______ прямые, _________________ прямой c. Но это противоречит аксиоме __________________прямых.

Поэтому прямая c пересекает или прямую a или прямую __.

Б. Следствие 1.

Если прямая пересекает одну из ______ параллельных прямых, то она ____________________ и другую.



Дано: $m \parallel p$; прямая k пересекает прямую p.

Доказать, что прямая k пересекает прямую p.

Доказательство.

По условию прямые k и m ______________________, значит имеют только одну общую __________. Обозначим ее буквой A.

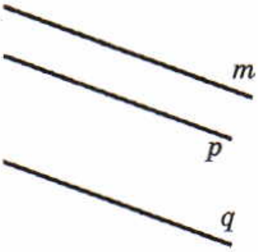
Допустим, что прямая k не пересекает _________ p.

Тогда прямые k и p ______________ и через точку A проходят _____ прямые (k и __) _________________ прямой p.

Но это противоречит _____________ параллельных прямых, и поэтому прямая k _______________ прямую p.

В. Следствие 2.

Если две прямые параллельны ______________ прямой, то они ________________________.

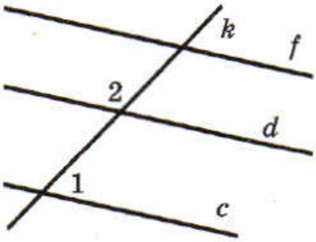


Дано: $m \parallel q$; $p \parallel q$.

Доказать: $m \parallel p$.

Доказательство. Допустим, что прямая m не параллельна ___________ p. Тогда прямые m и p _________________ в некоторой точке A. То есть через точку A проходят _____ прямые, параллельные прямой ___. Но это противоречит ___________ параллельных прямых. Поэтому прямые m и p не пересекаются, то есть они ______________________.

2



Дано: $f \parallel d$; $\angle 1 = 61°$; $\angle 2 = 119°$.

Доказать: $f \parallel c$.

Доказательство.

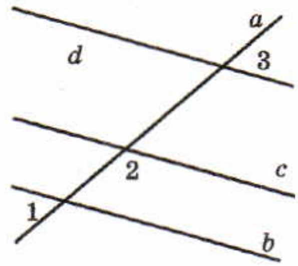
1) Пусть углы 1 и 3 — соответственные углы при пересечении прямых c и d секущей ___. (Отметьте угол 3 на чертеже).

2) Углы 3 и 2 ____________, поэтому $\angle 3 =$ ___ $- \angle 2 =$ ___ $-$ ___ $=$ __.

3) Получили, что $\angle 3 = \angle$__, но они _____________, поэтому d __ c.

4) Имеем $f \parallel d$ и $d \parallel c$, значит, по следствию 2 f __ c.

3



Дано: $\angle 1 = \angle 3 = 52°$; $\angle 2 = 128°$.

Определить: взаимное расположение прямых b, c и d.

Решение.

1) Рассмотрим взаимное расположение прямых b и с. Углы 1 и 4 —вертикальные. (Отметьте угол 4 на чертеже). Следовательно,

$\angle 4$ _ $\angle 1$ = __ и $\angle 4 + \angle$_ = __ + ___ = ___,

но углы 4 и 2 являются ______________________________ углами при пересечении прямых __ и __ секущей __, поэтому b__c.

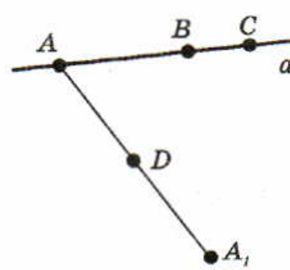
2) Рассмотрим взаимное расположение прямых b и d.

$\angle 4 = \angle 3$ = ___, а эти углы являются __________________ при пересечении прямых __ и __ секущей __. Следовательно, b__d.

3) Итак, b__c и b__d, поэтому по _________________ c__d.

Ответ: прямые b, c и d попарно _________________________.

4



Дано: $A, B, C \in$ a; $D \notin a$;

D — середина отрезков AA_1, BB_1, CC_1.

Доказать: точки A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой.

Доказательство.

1) Допустим, что точки A_1, B_1 и C_1 не лежат на одной прямой, следовательно, прямые A_1B_1 и B_1C_1 — ______________.

2) Рассмотрим взаимное расположение прямых A_1B_1 и a.

A_1D = ___; B_1D = __ по ____________;

$\angle A_1DB_1 = \angle$___ как ______________, следовательно,

ΔA_1B_1D = ________ по ________ признаку равенства треугольников. Поэтому $\angle B_1A_1D = \angle$___ и они ____________________ при пересечении прямых a и ____ секущей __ . Поэтому A_1B_1__a.

3) Так же можно доказать, что B_1C_1__a.

4) Получили, что через точку B_1 проходят ___ прямые A_1B_1 и ____ ________________ прямой a, что противоречит ____________ параллельных прямых. Поэтому прямые A_1B_1 и ____ совпадают, то есть точки A_1, B_1 и C_1 лежат на ________________.

Г. Во всякой теореме различают ______ части:

______________ и __________________.

Условие теоремы — это то, что известно, дано.

Оно, как правило, начинается со слова «если».

То, что требуется доказать — ______________, оно, как правило, записывается после слова «то».

5

Заполните пропуски и подчеркните условие теоремы одной чертой, а заключение теоремы — волнистой линией.

а) «Если прямая пересекает одну из двух __________________ прямых, то она ________________ и другую прямую».

б) «Сумма смежных углов равна ______».

Решение. Чтобы выделить условие и _______________ в этой теореме, ее формулировку нужно записать в форме «Если ..., то ... ».

Что известно (дано) в этой теореме? — То, что углы ___________.

Что надо доказать? — Нужно доказать, что их _______ равна ______.

Значит, теорему можно записать так:

«Если углы ___________, то их ____________________».

в) «В равнобедренном треугольнике углы ______ __________________ равны».

Решение. Запишем теорему в форме «Если ..., то ... ».

«Если треугольник ______________________, то ________________________ равны».

г) «Медиана равнобедренного треугольника, ____________________ к его ______________, является высотой и ____________________».

Решение. Запишем теорему в форме «Если ..., то ... ».

«Если в равнобедренном треугольнике проведена медиана ____ _______________, то она является _____________ и ____________________».

Д. Определение.

Теоремой, обратной данной, называют теорему, в которой условием является ________________ данной теоремы, а заключением — ________________ данной теоремы.

6

Заполните пропуски и подчеркните условие теоремы одной чертой, а заключение теоремы — волнистой линией.
Запишите теоремы, обратные данным.

а) *Теорема*: «Если две прямые параллельны третьей прямой, то они ________________».

Обратная теорема: «Если две прямые ________________, то они параллельны ____________________________».

б) *Теорема*: «Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы _________, то прямые ________________».

Обратная теорема: «Если ________________________________, ________________________________ секущей соответственные углы ________».

в) *Теорема*: «В равнобедренном треугольнике углы ______________ равны».

Решение. Запишем теорему в форме «Если ..., то... ».

Теорема: «Если треугольник ______________________________, то ____________________________ равны».

Обратная теорема: «Если ____________________________________ равны, то треугольник ____________________________».

г) «Вертикальные углы ________».

Решение. Запишем теорему в форме «Если ..., то... ».

Теорема: «Если ________________________, то ________________».

Обратная теорема: «Если ______________________, то ________________________».

В каких случаях обратная теорема также верна?

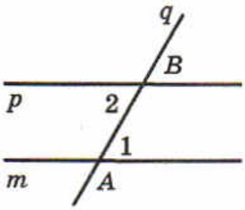
Ответ: обратная теорема верна в случаях б) и ___.

Е. Свойства углов, образованных двумя параллельными прямыми и секущей.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то

накрест лежащие углы ________	соответственные углы ________	сумма односторонних углов ______________.

Дано: $m \parallel p$, q — секущая;
$\angle 1$ и $\angle 2$ — накрест лежащие.
Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.



Доказательство.

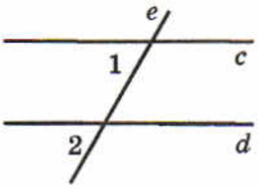
1) Допустим, что $\angle 1 \neq \angle$__.

2) Отложим от луча BA угол ABC, накрест лежащий с углом 1 и равный ему. Постройте этот угол на рисунке.

3) Получим, что BC__m, так как $\angle ABC$__$\angle 1$ и они накрест лежащие при пересечении прямых BC и __ секущей q.

4) BC__m и p__m, но это противоречит ______________________ ______________________ прямых. Значит, допущение ______________ и $\angle 1$ __$\angle 2$.

Дано: $c \parallel d$; e — секущая;
$\angle 1$ и $\angle 2$ — соответственные.
Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.



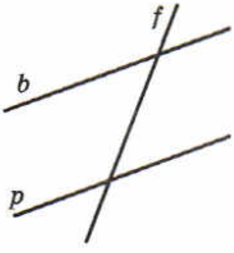
Доказательство.

1) Рассмотрим угол 3, вертикальный углу 2.
Тогда $\angle 3$__$\angle 2$. Отметьте этот угол на чертеже.

2) Углы 1 и 3 ______________________ углы при параллельных прямых __ и ___ и секущей __, поэтому $\angle 1$__$\angle 3$.

3) Получили $\angle 1$__$\angle 3$ и $\angle 3$__$\angle 2$, а значит, $\angle 1$__$\angle 2$.

Дано: $b \parallel p$ и f — секущая;
$\angle 1$ и $\angle 2$ — односторонние.
Докажите, что $\angle 1$__$\angle 2 = 180°$.



Доказательство.

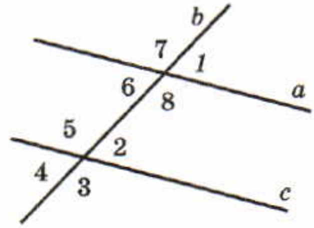
1) Рассмотрим угол 3, смежный с углом 2.
Отметьте углы 1, 2 и 3 на чертеже.
Тогда $\angle 3$__$\angle 2$_______.

2) Углы 3 и 1 являются ____________________________ углами при параллельных прямых __ и __ и секущей __, следовательно, $\angle 3$__$\angle 1$.

3) Получили, что $\angle 3 + \angle 2 =$ ___ и $\angle 3$__$\angle 1$, поэтому $\angle 1$__$\angle 2 =$ ___.

7

Прямые a и c на рисунке параллельны, а сумма двух соответственных углов равна 110°. Найдите величины всех отмеченных углов.



Решение.

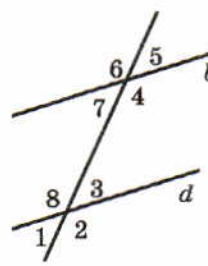
1) Так как $a \parallel c$, то соответственные углы __________ и величина каждого из них равна ____:2 = ____, то есть они __________. Поэтому можно считать, что в условии задачи говорится об углах 1 и __ или о вертикальных им углах __ и __.

2) Остальные углы являются ______________ с углами 1 или __, поэтому их величины равны ____ – ____ = ____.

Ответ: $\angle 1 = \angle$__ $= \angle$__ $= \angle$__ = __; $\angle 3 = \angle$__ $= \angle$__ $= \angle$__ = ____.

8

На рисунке изображены параллельные прямые b и d, известно, что $\angle 3 : \angle 4 = 1:3$. Найдите величины всех отмеченных углов.



Решение.

1) Равенство $\angle 3 : \angle 4 = 1:3$ является ____________.
Воспользуемся ________________________ пропорции и запишем ее так: $\angle 3$:_ = $\angle 4$:_ = x. Отсюда получим, что $\angle 3 = x$ и $\angle 4$ = __x.

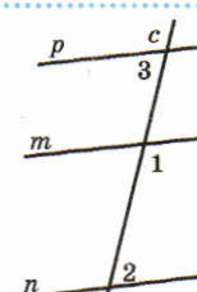
2) По условию b__d, а $\angle 3$ и $\angle 4$ — ____________________ углы, поэтому $\angle 3$____$\angle 4$ = ____.

3) Составим уравнение x + __ = 180. Откуда x = __

Ответ: $\angle 3 = \angle$_ $= \angle$_ $= \angle$_ = __ и $\angle 4 = \angle$_ $= \angle$_ $= \angle$_ = ____.

9

На рисунке $\angle 1 = 127°$, $m \parallel n$ и $p \parallel m$. Найдите величину $\angle 3$.



Решение.

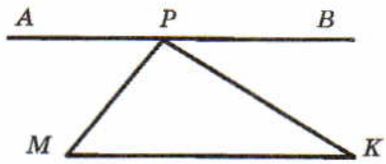
1) $m \parallel n$, а углы 1 и 2 — ____________________ при пересечении прямых __ и __ секущей __. Поэтому $\angle 1$____$\angle 2$ = ____.
Откуда $\angle 2 = 180$_$\angle 1$ = ____ – ____ = __

2) $m \parallel n$ и $p \parallel m$, поэтому p __ n по следствию ___.

3) $p \parallel n$, а углы 2 и 3 ________________ при пересечении прямых __ и __ секущей __, поэтому $\angle 3$ __ $\angle 2 =$ __.

Ответ: $\angle 3 =$ __.

10



На рисунке прямые AB и MK параллельны, $\angle M = 48°$ и $\angle K = 32°$.
Найдите величину угла MPK.

Решение.

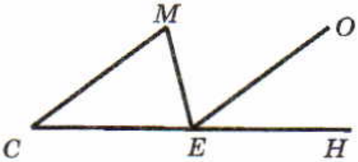
1) $\angle APM = \angle$ __ как __________ ____________________ углы при параллельных прямых AB и __ и секущей __.
Поэтому $\angle APM = \angle$ __ $=$ __.

2) $\angle BPK = \angle$ __ как ________________ углы при параллельных прямых __ и __ и секущей PK. Поэтому $\angle BPK = \angle$ __ $=$ __.

3) $\angle APB =$ ___, так как это __________________________ угол,
$\angle APB = = \angle APM + \angle$ ___ $+ \angle$ ___,
$180° =$ __ $+ \angle MPK +$ __, $\angle MPK = 180° -$ __ $=$ ___.

Ответ: $\angle MPK =$ ___.

11



На рисунке $\angle C = 42°$, $\angle M = 54°$, прямые CM и EO параллельны.
Найдите величину угла CEM.

Решение.

1) $\angle OEH = \angle$ __ $=$ __, так как это соответственные углы при параллельных прямых __ и __ и секущей __.

2) $\angle MEO = \angle$ __ $=$ __, так как это ________________ углы при параллельных прямых ___ и ___ и секущей __.

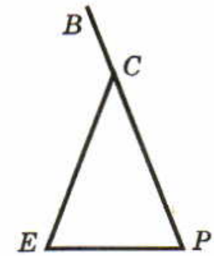
3) $\angle CEH =$ ___, так как это ___________ угол,
$\angle CEH = \angle CEM + \angle$ ___ $+ \angle$ ___.
Отсюда $\angle CEM =$ ___ $- \angle$ ___ $- \angle$ ___ $= 180° -$ __ $-$ __ $=$ __.

Ответ: $\angle CEM =$ __.

12

На рисунке биссектриса угла BCE параллельна стороне PE треугольника CPE.

Докажите, что треугольник CPE — равнобедренный.



Доказательство.

1) Проведем биссектрису CA угла BCE.

2) $\angle BCA = \angle$________, так как

CA — ____________________________.

3) $\angle BCA = \angle$__ как соответственные углы, а $\angle ECA = \angle$_ как накрест лежащие углы при параллельных прямых __ и __ и секущих __ и __.

Отсюда следует, что $\angle P$__$\angle E$.

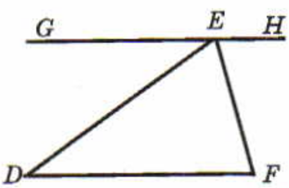
Поэтому треугольник CPE — ________________.

Глава 4
Соотношения между сторонами и углами треугольника

§ 1 Сумма углов треугольника

А. Теорема.

Сумма углов треугольника равна 180°.



Дано: ΔDEF.

Доказать: $\angle D + \angle E + \angle F =$ _____.

Доказательство.

1) Проведем через точку E прямую GH параллельно прямой ___.
Обозначим: $\angle 1$ — угол, накрест лежащий с углом D,
$\angle 2$ — угол, накрест лежащий с углом F при пересечении параллельных прямых GH и ___ секущими DE и ___. (Отметьте их на чертеже).
2) Получим $\angle D = \angle$ _, $\angle F = \angle$ _ и $\angle 1 + \angle E + \angle 2 =$ _____.
Следовательно, $\angle D + \angle E + \angle F =$ _____.

1

Найдите угол P треугольника HPM, если:
а) $\angle H = 33^\circ$, $\angle M = 115^\circ$;
б) $\angle H$ в 2 раза больше $\angle M$, а $\angle P$ в 3 раза меньше $\angle M$;
в) $\angle H : \angle P : \angle M = 2:3:1$.

Решение.

а) По теореме ______________________________ треугольника
$\angle H + \angle P + \angle M =$ _____.
$\angle P = 180^\circ - (\angle H + \angle M) = 180^\circ -$ (____ + _____) = ____.

б) Пусть $\angle M = x$, тогда $\angle H =$ _ x, а $\angle P = \frac{1}{3}x$.

По теореме ______________________________ треугольника, составим уравнение:
____ + _____ $+ x = 180$,

__$x = 180$, $x =$ _____. $\angle P = \frac{1}{3}$ __ = ____.

в) Запишем условие в виде $\angle H:2 = \angle P:$__ $= \angle M:$__.

Каждое из отношений равно некоторому числу a.

Тогда: $\angle H =$ __a, $\angle P = 3$__, $\angle M =$ __.

По теореме _______________ ___________ треугольника, составим уравнение:

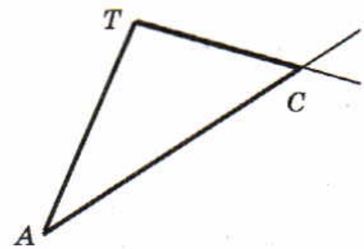
$2a +$ __ + _ $= 180$, _$a =$ _____, $a =$ ____.

$\angle P = 3$ _ = ____.

Ответ: а) ____; б) ____; в) ____.

Б. Внешний угол треугольника — угол, _________________________ с каким-нибудь углом этого треугольника.

Построим внешние углы треугольника ACT.



При каждой вершине можно построить ________ внешних угла — всего _________ углов.

Но внешние углы, построенные при одной вершине, являются _________________________, а потому __________ друг другу.

2

Один из углов равнобедренного треугольника равен 110°. Найдите внешние углы этого треугольника.

Решение.

1) Внешний угол, смежный с углом 110°, равен ____ − 110° = ____.

2) По теореме о ________________ треугольника, сумма двух других углов этого треугольника равна 180 − ____ = ____.

3) В равнобедренном треугольнике углы при основании _________.

Угол 110° __________ быть углом при основании равнобедренного треугольника, так как этот угол ___________.

Значит, углы при основании равны 70°:____ = ____.

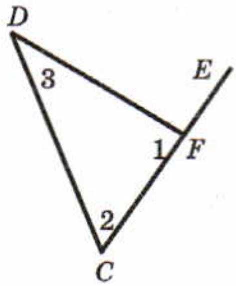
4) Найдем внешние углы при основании равнобедренного треугольника.

По свойству ________ углов они равны 180° − ____ = ____.

Ответ: ____; _____; _____.

Б. Теорема.

Внешний угол треугольника равен ____________________ углов треугольника, ________________ с ним.



Дано: $\triangle CDF$; $\angle DFE$ — внешний угол.

Доказать: $\angle DFE = \angle C + \angle$ ___.

Доказательство.

1) $\angle DFE + \angle 1 =$ ___, так как они ________.

2) $\angle 1 + (\angle 2 + \angle 3) =$ ___, по теореме о ______ ____________________________________.

3) Сравнивая эти равенства, видим, что $\angle DFE = \angle$ __ $+ \angle$ __.

3

Докажите, что, если один из углов треугольника — прямой, то сумма двух других его углов равна 90°.

Доказательство.

1) Пусть в треугольнике ABC угол A — прямой, а угол 1 — внешний угол треугольника ABC, смежный с углом A. (Сделайте чертеж.)

2) Тогда, по свойству ____________ углов $\angle 1 =$ ___ $- \angle A =$ ___.

По теореме о ________________ угле треугольника $\angle 1 = \angle$ _ $+ \angle$ _.

3) Следовательно, $\angle B + \angle C =$ ___.

4

Найдите, чему равна сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине.

Решение. Пусть дан треугольник ABC. Обозначим внешние углы при его вершинах A, B, C буквами A_1, B_1, C_1 соответственно.

Так как углы A и A_1, B и B_1, C и C_1 — ______________________, то $\angle A_1 =$ ___ $- \angle A$, $\angle B_1 = 180° - \angle$ ___, $\angle C_1 =$ ___ $- \angle$ ___. Тогда

$\angle A_1 + \angle B_1 + \angle C_1 = (180° - \angle A) + (180° - \angle\_\_) + (\_\_\_ - \angle\_\_) = 3 \cdot 180° -$
$- (\angle A + \angle\_\_ + \angle\_\_)$.

По теореме о __________ углов треугольника, $\angle A + \angle B + \angle\_ = \_\_\_$, поэтому $\angle A_1 + \angle B_1 + \angle C_1 = 3 \cdot 180° - \_\_\_ = \_\_\_$.

5

Могут ли два внешних угла треугольника, взятых при разных вершинах, быть оба: а) прямыми; б) острыми? Ответ обоснуйте.

Ответ

а) ____, так как, если бы два внешних угла треугольника были прямыми, то по предыдущей задаче третий внешний угол был бы равен $360° - 2 \cdot \_\_ =$ $= \_\_\_$, что невозможно.

б) _____, так как тогда _______ внешний угол треугольника был бы ____________ 180°.

Г. Следствие из теоремы о сумме углов треугольника.

В треугольнике может быть только _____ прямой или ______ угол. Действительно, если бы в треугольнике было два прямых или ______ угла, то сумма углов треугольника была бы _______ 180°, что ___________.

Д. Виды треугольников.

Треугольники различают по длинам сторон:

а) две стороны равны — __________________________ треугольник;

б) все стороны равны — __________________________ треугольник.

в) все стороны разной длины — ______________________

Треугольники различают по углам:

а) все углы острые — _______________________треугольник;

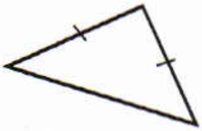
б) один из углов прямой — ____________________ треугольник;

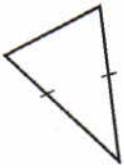
в) один из углов _____________ — тупоугольный треугольник.

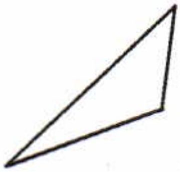
6

Под каждым рисунком напишите вид треугольника.

В прямоугольных треугольниках подпишите названия сторон.





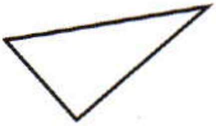


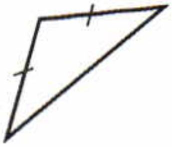
прямоугольный

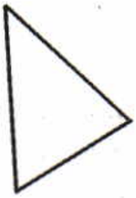
______________________ ______________________ ______________________

____

неравнобедренный







______________________ ______________________ ______________________

______________________ ______________________ ______________________

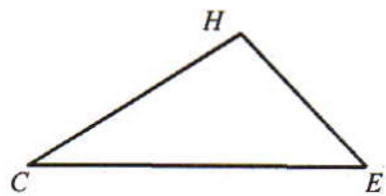
§ 2 Соотношения между сторонами и углами треугольника

А. Теорема.

В треугольнике против большей стороны лежит ________ угол.

Дано: $\triangle CEH$; $CE > EH$.

Доказать: $\angle H > \angle C$.



Доказательство.

1) Отметьте, на луче EC, точку M, так чтобы $EM = EH$. Так как CE___ EH, то точка _ лежит между точками _ и _. Поэтому угол EHM часть угла _, то есть $\angle H$___$\angle EHM$.

2) Угол HME — ____________________ угол треугольника CMH, поэтому $\angle HME$___$\angle C$.

3) Треугольник EMH — равнобедренный, поэтому $\angle EHM$__$\angle HME$.

4) Итак, $\angle H$__$\angle EHM$, $\angle EHM$__$\angle HME$, $\angle HME$__$\angle C$.

Отсюда: $\angle H$__$\angle C$.

1

Известно, что для сторон тупоугольного треугольника CAE выполняются неравенства $AC < AE < EC$. Какой из углов треугольника CAE может быть тупым? Ответ объясните.

Ответ: угол __. Из доказанной теоремы следует: чем больше сторона треугольника, тем ______________ противолежащий ей угол. Поэтому для углов треугольника выполняются неравенства $\angle$__ $<\angle$___ $<\angle$___ и только больший угол может быть ________________.

А. Обратная теорема.

Против большего угла треугольника лежит __________ сторона.

Дано: ΔMPE; $\angle P > \angle M$.

Доказать: $ME > PE$.

Доказательство.

Допустим, что ME **не больше** PE, то есть $ME < PE$ или ME___PE.

Рассмотрим каждую из этих возможностей.

1) Пусть ME = ____, тогда треугольник MPE — __________ ____________________ и $\angle P = \angle M$, что противоречит ____________________ теоремы.

2) Пусть $ME < PE$, тогда по предыдущей теореме $\angle P$__$\angle M$, что ______________ условию теоремы.

Следовательно, оба допущения _______, поэтому ME__PE.

2

Докажите, что сторона треугольника, лежащая против тупого угла, больше каждой из двух других сторон треугольника.

Доказательство.

Пусть угол M треугольника CEM — тупой, тогда углы C и E — ____________. Поэтому $\angle C$__$\angle M$ и $\angle E$__$\angle M$.

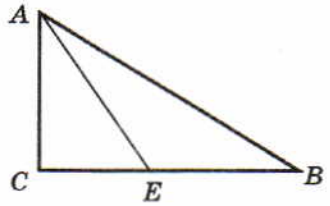
Против угла C лежит сторона __, против угла M — сторона ___, $\angle C$__$\angle M$.

Следовательно, EM___CE и CM___CE, так как в треугольнике против большего угла лежит ___________ сторона.

3

Докажите, что любой отрезок, соединяющий вершину острого угла прямоугольного треугольника с точкой противолежащего катета, меньше гипотенузы, но больше другого катета.

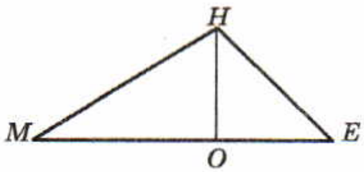
Дано: ΔABC; $\angle C = 90°$; $E \in CB$.
Доказать: $AC < AE < AB$.



Доказательство.
1) ΔACE — ______________ и AE — __________________, поэтому AC___ AE.
2) $\angle BEA$ — ____________ угол треугольника ACE и поэтому $\angle BEA$__90°.
По предыдущей задаче в треугольнике BEA имеем: AE__AB.

4

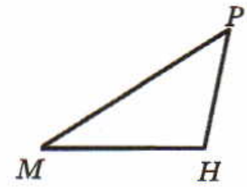
Дано: ΔMEH; $MH > HE$;
HO — высота.
Доказать: $MO > OE$.



Доказательство.
1) Так как HE___MH, то $\angle M < \angle E$ (В треугольнике против меньшей стороны лежит ___________ угол.)
2) HO — высота, следовательно, треугольники MHO и ____ —прямоугольные.
Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна ___.
Поэтому $\angle MHO$ = __ – $\angle M$ и $\angle EHO$ = __ – $\angle$__, а так как $\angle M$__$\angle E$, то $\angle MHO$__$\angle EHO$.
3) Проведем луч HE_1 внутри угла MHO так, чтобы $\angle E_1HO = \angle EHO$.
$\Delta EHO = \Delta E_1HO$ по _______________ признаку равенства треугольников (HO — __________ сторона; $\angle EOH = \angle$___ = 90°, $\angle E_1HO = \angle EHO$ по ___________________).
Следовательно, $E_1O = OE$, но отрезок E_1O _________ отрезка MO, то есть MO__E_1O, значит, и MO__OE.

В. Теорема. Неравенство треугольника.

Каждая сторона треугольника ________________ суммы двух других сторон.



Дано: ΔMPH.

Доказать: $MP < MH + HP$.

Доказательство.

1) Отложим на продолжении стороны MH отрезок HT, равный стороне HP.

2) Треугольник HPT — ____________________, следовательно, $\angle T$ __ $\angle TPH$.

3) В треугольнике MPT $\angle T$___$\angle MPT$, а против меньшего угла треугольника лежит _______ сторона, то есть MP___MT.

4) $MT = MH +$ __ $= MH +$ __ и MP___MT, следовательно, MP___$MH + HP$.

5

Можно ли построить треугольник, если длины его сторон равны а) 3; 6 и 5 см; б) 5; 9 и 14 см?

Решение. Треугольник можно построить, если для его сторон выполнена теорема __________________ треугольника.

Если неравенство будет выполнено для самой большой стороны, то и остальные неравенства будут ________________. Поэтому проверять три неравенства ______________.

а) $6 < 3 + 5$ неравенство _________, значит, треугольник построить _________.

б) $14 < 5 + 9$ неравенство _____________, значит, треугольник построить _________.

Ответ: а) _________; б) _________.

6

Две стороны равнобедренного треугольника равны 6 см и 13 см. Найдите длину третьей стороны треугольника.

Решение. Пусть длина боковой стороны равна 6 см, а __________ равно 13 см, тогда длина _____________ боковой стороны равна __ см.

Проверим, выполняется ли ______________________________:
$13 < 6 +$ _, что ___________. Значит, такой равнобедренный треугольник ____________________.

Пусть длина основания — 6 см, тогда длины _____________ сторон равны __ см.

Проверим, выполняется ли неравенство треугольника: $13 < 6 +$ __, что ____________. Значит, такой равнобедренный треугольник ________________.

Ответ: третья сторона треугольника равна __ см.

7

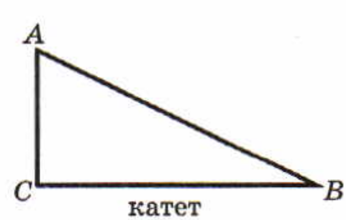
В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 17 см, а другая равна 8 см. Какова длина основания этого равнобедренного треугольника? Ответ объясните.

Ответ: основание треугольника равно __ см, так как предположив, что основание равнобедренного треугольника равно 17 см, получим, что сумма боковых сторон будет равна ____ см, что _____________ третьей стороны, а это ____________________ неравенству треугольника.

§ 3 Прямоугольные треугольники

А. Основные сведения.

В прямоугольном треугольнике:



1) сумма острых углов равна ___;
2) катет _______ гипотенузы;
3) катет, лежащий против угла в 30°, равен ________ гипотенузы;
4) если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен ____.

(Подпишите на чертеже названия сторон прямоугольного треугольника.)

1

Один из углов прямоугольного треугольника на 18° больше другого. Найдите величины всех углов треугольника.

Решение.

1) Пусть больший из двух данных углов — прямой, тогда второй угол – ________ и он равен 90°–____ = ____. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна ____, поэтому третий угол равен 90°–____ = ____.

2) Пусть оба угла – острые. Обозначим меньший из них буквой x, другой будет равен (x + ___). Сумма ____________ углов прямоугольного треугольника равна 90°, составим уравнение:

x + (_ + 18) = ___. Отсюда _x = ___, x = ___.

Ответ: 90°; ____; ____ или ____; ____; ____.

2

Один из острых углов прямоугольного треугольника в 5 раз больше другого. Найдите острые углы этого треугольника.

Решение. Пусть в прямоугольном треугольнике углы M и P — острые и $\angle M < \angle P$. Обозначим градусную меру угла M буквой x.

Тогда $\angle P$ = 5·_, $\angle M + \angle P$ = _ + _·x = ____.

Отсюда получим 6·_ = ____, x = 15°.

Итак, $\angle M$ = ____, $\angle P$ = ____.

Ответ: ____, ____.

3

Докажите, что в неравнобедренном прямоугольном треугольнике один острый угол меньше 45°, а другой – больше 45°.

Доказательство.

1) Если в прямоугольном треугольнике CEH один из острых углов C или E равен 45°, то и второй угол __________ 45°.

Тогда $HE = HC$, что ___________________________ условию, следовательно, $\angle C$__$\angle E$.

2) Пусть в прямоугольном треугольнике CEH оба острых угла C и E больше 45°. Тогда $\angle C + \angle E$__90°, но сумма острых углов прямоугольного треугольника __________ 90°.

Поэтому наше предположение ______________, следовательно, оба острых угла __________________ быть больше 45°.

3) Пусть в прямоугольном треугольнике CEH оба острых угла C и E меньше 45°. Тогда $\angle C + \angle E$ __ 90°, но сумма острых углов прямоугольного треугольника ________ 90°.

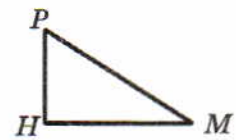
Поэтому наше предположение _____________, следовательно, оба острых угла не могут быть _________ 45°.

Значит, один из них больше 45°, а другой – __________ 45°.

4

Дано: ΔMPH; $\angle H = 90°$; $\angle M = 30°$.

Доказать: $HP = \frac{1}{2}MP$.



Доказательство.

1) На луче PH отложим отрезок HO, равный отрезку HP.

2) В треугольниках MPH и MOH сторона HM – __________;

PH = ___ по __________________;

$\angle PHM = \angle OHM$, так как они ______________ и $\angle PHM$ = ___.

Значит, треугольники равны по ______________ признаку равенства треугольников, следовательно, OM __ PM, $\angle OMH = \angle$ ___ = __.

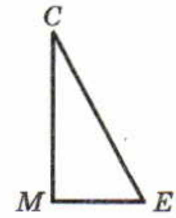
3) Треугольник PMO – равнобедренный, так как PM = __.

$\angle PMO = \angle PMH + \angle$ ___ = 30° + ___ = ___. Поэтому треугольник PMO – __________________ и $PM = PO = PH$ + __ = __HP, значит, HP = ____.

5

В треугольнике CME гипотенуза CE равна 24 см, а внешний угол при вершине E равен 120°.

Найдите длину катета ME.



Решение.

1) По свойству внешнего угла треугольника имеем $\angle E_{\text{внеш.}} = \angle C + \angle$ ___, то есть 120° = $\angle C$ + ___. Отсюда $\angle C$ = ___.

2) Катет ME лежит против угла ___, поэтому $ME = \frac{1}{2}$__ $= \frac{1}{2}$__ = __.

Ответ: __ см.

6

В треугольнике ABC меньшая сторона равна 7 см, а углы A, B и C пропорциональны числам 1, 2 и 3.
Найдите наибольшую сторону треугольника.

Решение:

1) По условию задачи $\angle A:1 = \angle B$:___ $= \angle C$:___ $= x$, поэтому
$\angle A = x$, $\angle B = 2$___, $\angle C =$ ___, а так как $\angle A + \angle B + \angle C =$ _____,
то $x +$ ___$x + 3$___ $= 180$, откуда $x =$ ____.
Значит, $\angle A =$ ____, $\angle B = 2 \cdot$ ___ $=$ ____, $\angle C = 3 \cdot$ ____ $=$ ____.
2) Меньшая сторона треугольника лежит против ________________ угла.
Меньшим углом треугольника является угол ___, поэтому ___ = 7 см.
3) Большая сторона треугольника лежит против ________________________ угла.
Значит, надо найти сторону AB, лежащую против угла ___ и являющуюся ________________________ треугольника ABC.
4) Сторона BC лежит против угла в ____, поэтому $BC =$ ____ AB.
Отсюда $AB =$ ___$\cdot BC = 2 \cdot$___ $=$ ____.

Ответ: наибольшая сторона треугольника равна ___ см.

Б. Признаки равенства прямоугольных треугольников.

Если в прямоугольных треугольниках равны выделенные элементы

(1)

_____

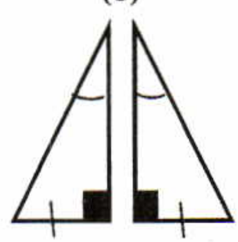
____

(2)

________________ и прилежащий к нему

________________ угол

(3)

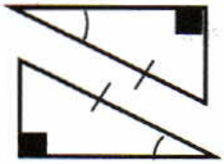


катет и

____

________________ ему угол

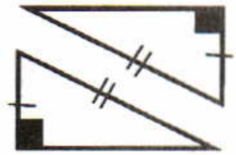
(4)



____

и острый угол

(5)



гипотенуза и

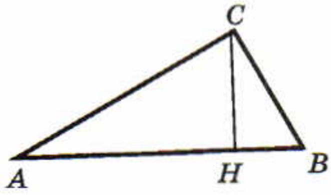
____

то треугольники ____________ .

7

В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 60°, а прилежащий к нему катет равен 12 см. Найдите длины отрезков, на которые высота, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу.

Дано: ΔABC; $\angle C = 90°$; $\angle B = 60°$;
$BC = 12$ см; CH — высота.
Найти: длины отрезков AH и HB.



Решение.

1) $\angle A$ = ____ $- \angle B = 90° -$ ____ = ____ по свойству ______________ углов прямоугольного треугольника.

2) Катет BC лежит против угла в ____, поэтому BC = ____$\cdot AB$, откуда AB = ___$\cdot BC = 2 \cdot$ ___ = ___.

3) ΔBCH — прямоугольный, так как CH — ______________ и $\angle BCH = 90°$ $- \angle$___ $= 90° -$ ____ = ____. BH — катет, лежащий ______________ угла в ____, поэтому $BH = \frac{1}{2} \cdot$ ___ $= \frac{1}{2} \cdot$ ___ = ___.

4) $AB = AH +$ ___, откуда $AH = AB$_HB = ___ − _ = ___.

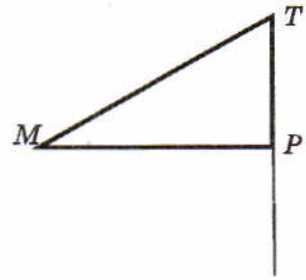
Ответ: 6 и 18 см.

8

В прямоугольном треугольнике один из катетов равен половине гипотенузы. Докажите, что угол, противолежащий этому катету, равен 30°.

Доказательство.

Пусть в треугольнике MPT $\angle P = 90°$ и $PT = \frac{1}{2}MT$.



1) Отложим на луче TP отрезок PE, равный отрезку TP (выполните построение).

2) Рассмотрим треугольники MPT и MPE.

$PE =$ ___ по ______________________;

MP — ______________ сторона;

$\angle MPE = \angle$ ___ $=$ ___, так как они ______________.

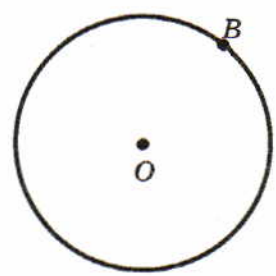
Значит, ΔMPE __ ΔMPT по ____________ признаку равенства треугольников и поэтому ME __ MT.

3) Итак, $ME = MT =$ __ PT __ TE и ΔMTE — ________________, а MP его высота и ________________.

Поэтому $\angle TMP = \frac{1}{2}\angle TME = \frac{1}{2}$ ___ $=$ ___.

9

Из точки B окружности проведены диаметр AB и хорда BC, равная радиусу окружности. Найдите величины углов треугольника ABC.



Решение.

1) Сделайте чертеж и проведите радиус OC.

2) ΔOCB — ______________, поэтому

$\angle B = \angle OCB$ ___ $\angle BOC$ ______.

3) $\angle COB$ по отношению к ΔAOC — ______________, поэтому

$\angle COB = \angle$ __ $+ \angle$ ___ $=$ ___.

4) ΔACO — ______________________, так как $AO =$ __ $=$ __, поэтому

$\angle ACO$ ___ $\angle A$.

5) Из п. 3) и 4) получим $2\angle A =$ ___, откуда $\angle A =$ ___.

6) $\angle C =$ ____ $- (\angle$ _ $+ \angle$ _$) = 180° - ($___ $+$ ___$) =$ ___.

Ответ: ___; ___; ___.

10

Докажите, что, если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник — прямоугольный.

Дано: ΔABC; CM — медиана; $CM = 0{,}5AB$.

Доказать: ΔABC — прямоугольный.

Доказательство.

1) По условию задачи $CM =$ _____ $\cdot AB$, поэтому CM __ $BM =$ ___ и ΔBMC и ΔACM — __________________________.

2) Так как ΔBMC и ΔACM равнобедренные, то углы при основаниях BC и __ равны.

Значит, $\angle B = \angle$ ___; $\angle A = \angle$ ___.

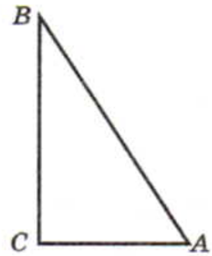
3) $\angle BCA = \angle BCM + \angle$ ___ $= \angle$ __ $+ \angle$ __.

4) По теореме о ________________________ треугольника

$\angle C + \angle$ _ $+ \angle$ _ $=$ _____. Откуда _$\angle C =$ _____, $\angle C =$ ___.

11

Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.



Дано: ΔABC; $\angle C = 90°$; CM — ________________.

Доказать: $CM =$ _____ $\cdot AB$.

Доказательство.

1) Отложим на продолжении медианы CM за точку M отрезок MH, равный отрезку CM. Соединим точки A и H. Выполните указанные построения на чертеже.

2) Рассмотрим треугольники BCM и AHM.

$CM =$ __ по ___________________;

$BM =$ ____, так как CM — _________________;

$\angle CMB = \angle$ ___, так как они ______________.

Поэтому треугольники BCM и AHM равны по _________________ признаку равенства треугольников.

3) $\angle B = \angle MAH$ как соответственные углы _____________ треугольников и они являются ___________________________________ при прямых BC и __ и секущей __, потому BC __ AH.

4) $BC \parallel AH$, значит, сумма односторонних ___________ равна _____. Отсюда $\angle CAH = 180° - \angle$ ___ $= 180° -$ ___ $=$ ___.

5) Рассмотрим треугольники ABC и CAH.
CA — __________ сторона, $\angle C = \angle CAH =$ ___, $BC =$ __ как соответственные стороны _________ треугольников BCM и AHM.
Поэтому треугольники ABC и _____ равны по ______________ признаку равенства треугольников, и $CH =$ __ как соответственные стороны _______ треугольников.
6) Имеем $CH =$ __ $=$ _CM, откуда $CM =$ ___AB.

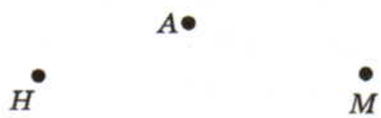
§ 4 Построение треугольника по трем элементам

А. Определение.

Расстояние между точками — это _____________, соединяющего эти точки.

1

Найдите расстояние между точками A, H и M, отмеченными на рисунке.



Ответ: $AH =$ _____ см, $HM =$ _____ см, $AM =$ _____ см.

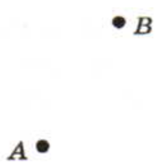
2

Постройте точку B на расстоянии 2 см от точки A.
Сколько таких точек можно построить?

Ответ: точек, удаленных от точки A на расстояние ___ см, можно построить _________________________.
Все эти точки лежат на окружности с центром в точке __ и радиусом, равным __ см.

3

Даны точки A и B так, что $AB = 2$ см.
Найдите точку C такую, что $AC = 3$ см, а $BC = 1$ см.
Сколько таких точек можно найти?



Решение.

1) По условию AC = _, поэтому точка C лежит на окружности с ______________ в точке __ и __________________ равным __ см.

2) Так как BC = __, то точка C лежит на ____________________ с центром в точке _ и _________________ равным __ см.

3) Оба условия выполняются для ____________ точек этих окружностей или точек их _____________________. Поэтому задача имеет __ решения.

Б. Определение.

Расстоянием от точки M до прямой a называется длина _______________________, проведенного из точки __ к ___________ a.

4

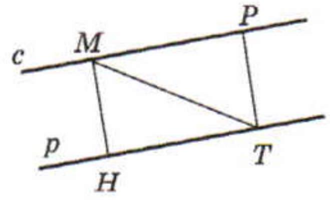
Из точки P проведены два отрезка PM и PO, концы которых лежат на прямой c, причем $PM = 4$ см, а $PO = 6$ см. Может ли расстояние от точки P до прямой c быть равным 3, 4, 5, 6 или 7 см?

Ответ: расстояние от точки до прямой — это длина _________________, опущенного из _________ на прямую, а перпендикуляр ____________ наклонной, поэтому расстояние от точки P до прямой c не должно быть _______________ __ см и может равняться только __ или __ см.

В. Теорема.

Все точки каждой из двух ________________________ прямых __________________________ от другой прямой.

Доказательство.



Пусть $p \parallel c$, $M, P \in c$, $H, T \in p$ и $MH \perp p$, $PT \perp p$.

Так как $p \parallel c$ и $PT \perp p$, то PT __ c.

У треугольников MHT и TPM MT — ________________ гипотенуза.

$\angle MTH = \angle$___ как ____ углы при параллельных прямых __ и __ и секущей ___.

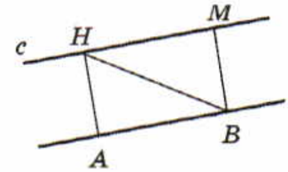
Поэтому треугольники MHT и _____ равны по _________________ и ____________ углу. Отсюда MH = __.

Определение.

Расстоянием между параллельными прямыми называется расстояние от ____________________ точки одной из прямых до другой ______________.

5

Докажите, что, если расстояния от точек A и B, лежащих по одну сторону от прямой c, до этой прямой равны, то $AB \parallel c$.



Доказательство.

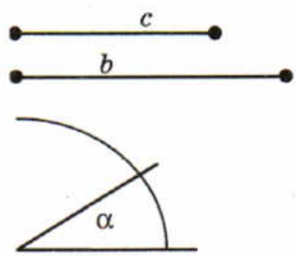
1) Пусть $AH \perp c$ и $BM \perp c$, тогда AH __ BM.

2) Из п. 1 следует, что $\angle AHB = \angle$___ как ________ ________________________________ углы при параллельных прямых AH и __ и секущей __.

3) ΔAHB __ ΔMBH по ____________ признаку равенства треугольников, следовательно, $\angle ABH = \angle$___, а они являются ______________ ______________________ углами при прямых c и __ и секущей __ и поэтому ___ __ ___.

Г. Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Постройте ΔABC, если $AB = c$; $AC = b$; $\angle A = \alpha$.

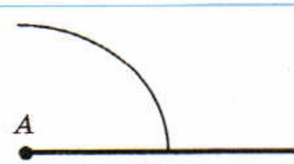


Построение

1) Построим $\angle A = \alpha$.

2) Отложим на его сторонах отрезки $AB = c$ и $AC = b$.

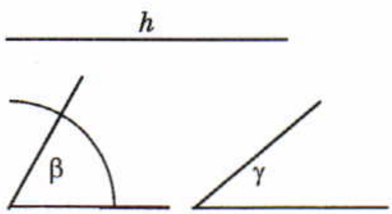
3) ΔABC — искомый.



Действительно, в построенном треугольнике ABC $\angle A = \alpha$; $AB = c$; $AC = b$ и все треугольники, построенные таким образом, будут равны по __________________ признаку равенства треугольников. Поэтому считают, что данная задача имеет __________________ решение.

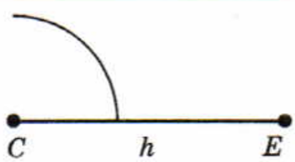
Д. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим углам.

Постройте ΔCEH, если $CE = h$; $\angle C = \beta$; $\angle E = \gamma$.



Построение

1) Построим отрезок $CE = h$.
2) Построим $\angle ECX = \beta$.
3) Построим $\angle CEY =$ ___.
4) Найдем точку пересечения лучей CX и EY — точку ___.
5) ΔCEH — искомый.



Действительно, в построенном треугольнике CEH $CE =$ ___; $\angle C =$ ___; $\angle E = \gamma$. Любые два треугольника, построенные таким образом, будут равны по __________________ признаку равенства треугольников.

Поэтому считается, что задача имеет ___________ решение.

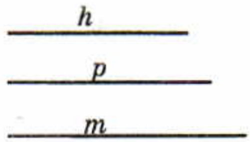
Всегда ли можно построить треугольник, зная его сторону и два угла, прилежащие к ней?

_______. Если треугольник можно построить, то по теореме о ____________________________ треугольника должно выполняться неравенство $\beta + \gamma$ ___ $180°$. Следовательно, если неравенство $\beta +$ ___ $<180°$ не выполняется, то треугольник построить

________________________________.

Е. Построение треугольника по трем сторонам.

Постройте $\triangle MPH$, если $MP = h$, $PH = m$; $HM = p$.



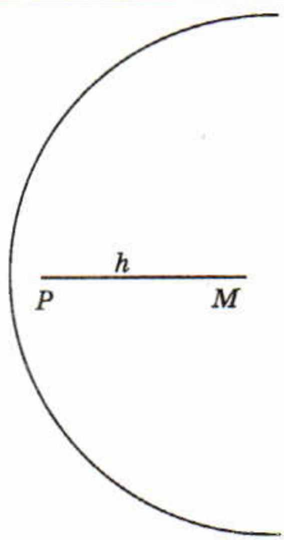
Построение

1) Построим отрезок $MP = h$.

2) Расстояние от вершины M до вершины H равно MH = __, значит, точка H лежит на ________________________ с центром в точке M и радиусом, равным ____. Аналогично рассуждая, получим, что точка H лежит на _____________________ с _________________ в точке __, радиуса ___.

3) Найдем точки пересечения окружностей — точки H и H_1.

$\triangle MPH = \triangle$___ — искомые.



Действительно, MP = __, $MH = MH_1$ = __, так как точки H и H_1 лежат на окружности с центром в точке __, радиуса __, $PH = PH_1$ = __, так как точки H и H_1 лежат на ___________ _______________ с центром в точке __, _____________________. $\triangle MPH$ __ $\triangle$___ по _________________ признаку равенства треугольников.

Поэтому говорят, что задача имеет ____________ решение.

Всегда ли можно построить треугольник с данными сторонами? _______. Если треугольник можно построить, то по теореме о ______________________ треугольника для _________________ стороны треугольника должно выполняться неравенство m___p___h. Следовательно, если неравенство $m <$ __ $+ h$ не выполняется, то треугольник построить ___________________________.

Учебное издание

Глазков Юрий Александрович
Камаев Петр Михайлович

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ

7 класс

К учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева и др.
«Геометрия. 7–9 классы»

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *И.М. Бокова*
Художественный редактор *Л.В. Демьянова*
Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *И.В. Русанова*
Дизайн обложки *А.М. Позднякова*
Компьютерная верстка *А.П. Юскова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь, www.pareto-print.ru