

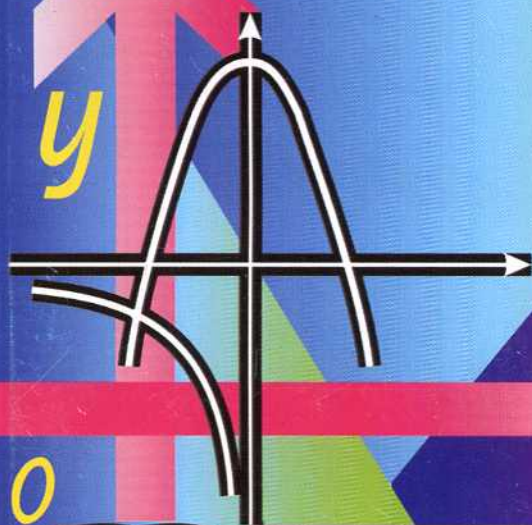
Для
преподавателей

АЛГЕБРА

ПОУРОЧНЫЕ ПЛАНЫ

по учебнику

Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк,
К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой



9
класс

1234567890 $\sqrt{\quad}$

Издательство «Учитель»

АЛГЕБРА

9 КЛАСС

ПОУРОЧНЫЕ ПЛАНЫ

**по учебнику Ю. Н. Макарычева,
Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой**

Автор-составитель С. П. Ковалева

2-е издание, стереотипное

Волгоград

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21
А45

Автор-составитель С. П. Ковалева

А45 **Алгебра. 9 кл.:** поурочные планы по учебнику Ю. Н. Макарычева и др. / авт.-сост. С. П. Ковалева. – 2-е изд., стереотип. – Волгоград: Учитель, 2008. – 316 с.
ISBN 978-5-7057-0666-2

В данном пособии представлено примерное поурочное планирование, составленное в соответствии с учебником: Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Суворова С. Б. Алгебра–9. М.: Просвещение, 2005. В разработках планов уроков содержится теоретический материал курса алгебры 9 класса, даются примеры, задачи и рассматриваются способы их решения, предлагаются задания для самостоятельной и индивидуальной работы учащихся, а также контрольные работы, тесты. Дополнительно приводятся начальные сведения из теории вероятностей, решения комбинаторных задач.

Пособие предназначено учителям-предметникам в помощь при подготовке и проведении уроков математики в 9 классе общеобразовательной школы. Может быть полезно студентам педагогических вузов, слушателям ИПК.

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-7057-0666-2

© Ковалева С. П., автор-составитель, 2005
© Издательство «Учитель», 2005
© Оформление. Издательство «Учитель», 2005
Последнее издание, 2008

ВВЕДЕНИЕ

В пособии представлены поурочные планы по курсу алгебры 9 класса, составленные в соответствии с программой Министерства образования (по учебнику «Алгебра–9» Ю. Н. Макарычева и др. М.: Просвещение, 2005).

Целью данного пособия является практическая помощь учителю, особенно начинающему, в выборе путей построения урока, отвечающего современным требованиям. Планирование дается из расчета 3 часа в неделю (всего 102 часа в год).

В пособии кратко излагается основной теоретический материал, даются примеры, задачи и разбираются способы их решения, предлагаются диктанты, самостоятельные и индивидуальные задания, контрольные работы и тесты, а также карточки для устного и письменного опросов. Используются задания для подготовки к итоговой аттестации.

Рассмотрен материал из комбинаторики и теории вероятности (изложены основные моменты теории, предложены тренировочные упражнения).

Пособие предназначено для учителей-предметников в помощь при планировании уроков.

Примерное поурочное планирование по алгебре в 9 классе

(3 часа в неделю – 102 часа за год)

• *Алгебра-9: учебник / авт.: Ю. Н. Макарычев и др. М.: Просвещение, 2003 [2]*.*

• *Алгебра: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 кл. / авт.: Л. В. Кузнецова и др. М.: Дрофа, 2002 [4]*.*

№ урока	Содержание учебного материала	Пунк- ты	Кол-во часов
1	2	3	4
I ЧЕТВЕРТЬ (27 уроков)			
Глава I. Квадратичная функция			25 ч
1–3	Функция. Область определения и область значений функции	п. 1	3
4–6	Свойства функций	п. 2	3
7	Квадратный трехчлен и его корни	п. 3	1
8–10	Разложение квадратного трехчлена на множители	п. 4	3
11–12	Функция $y = ax^2$, ее график и свойства	п. 5	2
13–14	Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$	п. 6	2
15–17	Построение графика квадратичной функции	п. 7	3
18	Контрольная работа № 1		1
19–21	Решение неравенств второй степени с одной переменной	п. 8	3
22–24	Решение неравенств методом интервалов	п. 9	3
25	Итоговый урок. Решение задач.		1
Глава II. Уравнения и системы уравнений			2 ч
26–27	Целое уравнение и его корни	п. 10	
II ЧЕТВЕРТЬ (21 урок)			
Глава II. Уравнения и системы уравнений			20 ч
28–30	Уравнения, приводимые к квадратным	п. 11	3
31	Контрольная работа № 2		1
32–35	Графический способ решения систем уравнений	п. 12	4
36–39	Решение систем уравнений второй степени	п. 13	4
40–43	Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	п. 14	4

* [2], [4] – см. по тексту: Литература, с. 312.

1	2	3	4
44	Контрольная работа № 3		1
45–47	Повторение учебного материала. Решение задач		3
Глава III. Арифметическая и геометрическая прогрессии			1 ч
48	Последовательности	п. 15	1
III ЧЕТВЕРТЬ (30 уроков)			
Глава III. Арифметическая и геометрическая прогрессии			13 ч
49–51	Определение арифметической прогрессии. Формула n -го члена арифметической прогрессии	п. 16	3
52–53	Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии	п. 17	2
54	Контрольная работа № 4		1
55–56	Определение геометрической прогрессии. Формула n -го члена геометрической прогрессии	п. 18	2
57–58	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии	п. 19	2
59–60	Сумма бесконечной геометрической прогрессии при $ q < 1$	п. 20	2
61	Контрольная работа № 5		1
Глава IV. Степень с рациональным показателем			6 ч
62–63	Четные и нечетные функции	п. 21	2
64	Функция $y = x^n$	п. 22	1
65–66	Определение корня n -й степени	п. 23	2
67	Контрольная работа № 6		1
Глава V. Тригонометрические выражения и их преобразования			12 ч
68–69	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса	п. 28	2
70–71	Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса	п. 29	2
72	Радийная мера угла	п. 30	1
73–76	Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла	п. 31	4
77–78	Применение основных тригонометрических формул к преобразованию выражений	п. 32	2
IV ЧЕТВЕРТЬ (24 урока)			
Глава V. Тригонометрические выражения и их преобразования			3 ч
79–80	Применение основных тригонометрических формул к преобразованию выражений	п. 32	2

1	2	3	4
81	Контрольная работа № 7		1
82	Повторение учебного материала. Решение задач		1
Итоговое повторение			20 ч
83–97	Повторение		15
98–99	Итоговая контрольная работа		2
100–102	Анализ контрольной работы. Повторение		3

Глава I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ (25 часов)

§ 1. ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА

Тема (п. 1): ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ (3 ч)

Цели: систематизировать и расширить представления о функциях; выработать умение находить значения функции по заданным значениям аргумента и значения аргумента по значениям функции; выработать умения находить область определения и область значений функции; отработать умения строить графики линейной функции, прямой и обратной пропорциональностей.

Урок 1

Ход урока

I. Объяснение нового материала.

1. Вводная беседа.

Слово «функция» в математике появилось сравнительно недавно. Впервые о функциях стал говорить великий немецкий математик и философ Г. В. Лейбниц в конце XVII века, а первое определение функции дал, вероятно, его ученик И. Бернулли в 1718 году. Впрочем, это было не то определение, которым мы пользуемся сегодня. Определение функций было дано позднее – в конце XIX века.

О функциях говорят не только в теоретических дисциплинах. Без них не обойтись ни финансисту, ни социологу, ни даже просто

читателю газет – в любой газете можно встретить диаграмму или график, и любой человек должен уметь их понимать без излишней траты умственных сил.

Понятие функции – это очень общее понятие, с которым мы встречаемся на каждом шагу, не всегда даже отдавая себе в этом отчет. Приведем примеры: 1) Каждому многоугольнику поставим в соответствие число, равное его площади. 2) Каждому слову русского языка поставим в соответствие его первую букву. Именно так поступают при составлении словарей. 3) Каждому человеку поставим в соответствие его группу крови.

Нас окружает множество изменяющихся величин. Изменяется скорость движущихся автомашин и летящих самолетов, меняется высота солнца над горизонтом и положение планет на их орбитах, изменяется температура воздуха, сила ветра и величина атмосферного давления и т. д. Многообразие меняющихся величин очень велико. Некоторые из этих величин очень тесно связаны между собой. В дальнейшем будем изучать только такие переменные величины, между которыми существуют зависимости, позволяющие определить единственное значение одной из них, как только станут известны значения остальных.

Современный человек живет в меняющемся мире, мире связей и зависимостей, а лучшего способа их выразить, чем функции и графики, нет.

2. Даются определения функции, независимой и зависимой переменных, области определения и области значений функции, графика функции.

3. Рассматривается пример: найти область определения функции $f(x) = \frac{1}{x^3 - 1} + \sqrt{x+1} - \sqrt{5-2x}$.

Решение:

$$1) x^3 - 1 \neq 0$$

$$x^3 \neq 1$$

$$x \neq 1$$

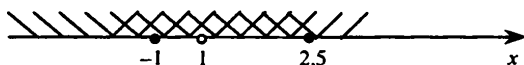
$$2) x + 1 \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$3) 5 - 2x \geq 0$$

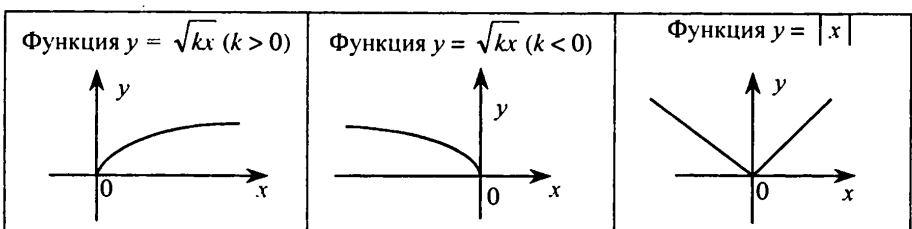
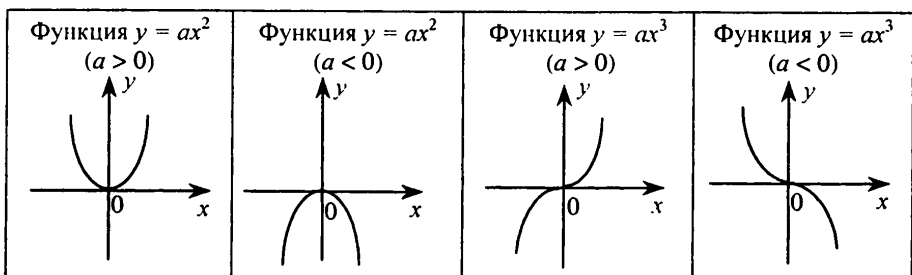
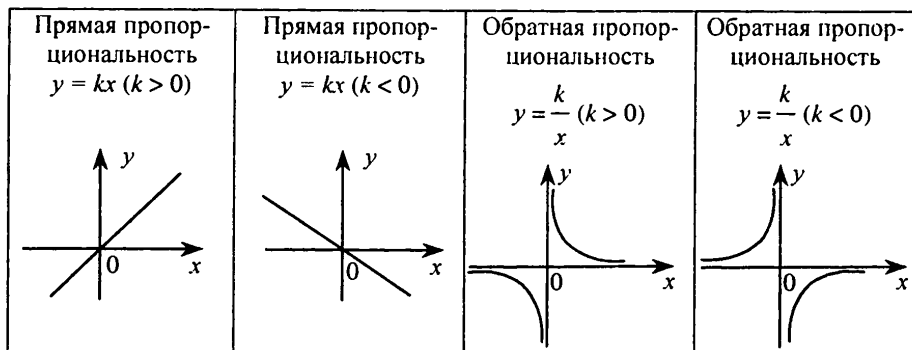
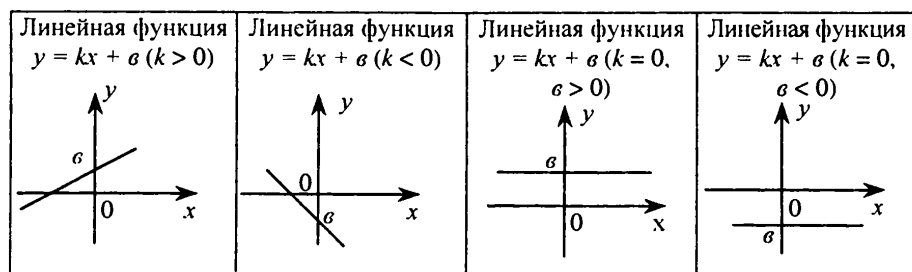
$$2x \leq 5$$

$$x \leq 2,5$$



Ответ: $D(f) = [-1; 1) \cup (1; 2,5]$.

4. Рассматривается та б л и ц а «Графики элементарных функций»:



II. Закрепление изучаемого материала.

1. № 1, 2, 5(а, в), 6, 7(а, в) [2].

2. Устные упражнения:

№ 1. Функция задана формулой $f(x) = -x^2 + 5$. Найдите значения функции при $x = -1; 1,5; 3$.

Ответ: 4; 2,75; -4.

№ 2. Найдите область определения функции:

а) $y = -x^2 + 5$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $y = \frac{3}{2x+4}$;

Ответ: а) $D(y) = R$, б) $D(y) = [0; +\infty)$;

в) $D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

III. Повторение.

Решить № 22 (б, в).

IV. Итоги урока.

Вопросы учащимся:

1) Что называется функцией?

2) Что называется областью определения функции?

3) Что называется областью значений функции?

Домашнее задание: п. 1, № 3, 8, 11, 22 (а) [2].

Урок 2

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Фронтальная устная проверка домашней работы.

II. Индивидуальные задания.

КАРТОЧКА 1

1. Найдите $f(0), f(5), f(-1,5)$ для функции, заданной формулой:

а) $f(x) = \frac{3x}{x+1}$; б) $f(x) = 2x^2 + x - 3$.

Ответ: а) $f(0) = 0$, $f(5) = 2,5$; $f(-1,5) = 9$;

б) $f(0) = -3$; $f(5) = 52$; $f(-1,5) = 0$.

2. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = 1,7x - 0,03$; б) $y = \frac{1,6+x}{0,8-2x}$; в) $y = \sqrt{3x-7}$.

Ответ: а) $D(y) = (-\infty; +\infty)$; б) $D(y) = (-\infty; 0,4) \cup (0,4; +\infty)$;

$$в) D(y) = \left[2\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

КАРТОЧКА 2

1. Функция задана формулой $f(x) = x^2 + x$. Найдите:

а) $f(0)$; б) $f(-1)$; в) $4 + f(-3)$.

Ответ: а) $f(0) = 0$; б) $f(-1) = 0$; в) $4 + f(-3) = 10$.

2. Найдите значения x , при которых $p(x) = 0$, если:

а) $p(x) = 2x + 4$; б) $p(x) = (2x + 4)(x^2 + 3)$; в) $p(x) = (2x + 4) \cdot \sqrt{x}$.

Ответ: а) -2 ; б) -2 ; в) $-2; 0$.

КАРТОЧКА 3

1. Функция задана формулой $f(x) = x^2 - 2$. Найдите:

а) $f(-0,1)$; б) $f\left(\frac{1}{7}\right) + f\left(-\frac{1}{7}\right)$.

Ответ: а) $f(-0,1) = -1,99$; б) $f\left(\frac{1}{7}\right) + f\left(-\frac{1}{7}\right) = -3\frac{47}{49}$.

2. Функция задана формулой $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Найдите значения x ,

при которых: а) $g(x) = 1$; б) $g(x) = 0$; в) $g(x) = -1$; г) $g(x) = 1,5$.

Ответ: а) нет таких значений x ; б) -1 ; в) 0 ; г) 5 .

III. Устный фронтальный опрос.

Вопросы учащимся:

1) Что называется функцией?

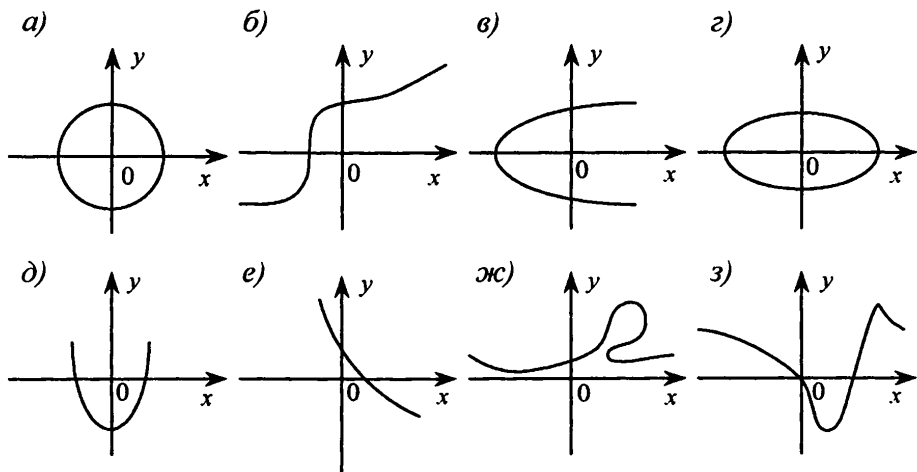
2) Какую переменную называют независимой, какую зависимой? Что называется аргументом функции?

3) Что называется областью определения, областью значений функции?

4) Определение графика функции.

IV. Устные упражнения по готовым рисункам.

На рисунках (см. рис. а-з, с. 11) приведены различные кривые. Какие из них являются графиками функций? Почему?



Ответ: б), д), е), з).

V. Решение упражнений. № 9, 13 (а, б, г).

VI. Итоги урока. Решить устно № 10, 16.

Домашнее задание: п. 1, № 13 (в), 14, 17 [2].

Урок 3

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Решение у доски № 17.
2. Устная проверка № 14.
3. Ответы на вопросы учащихся.

II. Устные упражнения.

Выполнить устно задания. Ответы записать в тетрадь.

№ 1. Функция задана формулой $f(x) = 2x \cdot (3 - x)$. Найдите значение функции, соответствующее значению аргумента, равному:

а) 0; б) -3; в) 1,5.

№ 2. Найдите область определения функции:

а) $y = 37x - 1$; б) $y = \frac{2}{5+x}$; в) $y = \frac{1}{-x^2-1}$; г) $y = \sqrt{6-x}$.

Проверка ответов:

№ 1: а) $f(0) = 0$; б) $f(-3) = -36$; в) $f(1,5) = 4,5$.

№ 2: а) $D(y) = (-\infty; +\infty)$; б) $D(y) = (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$;

в) $D(y) = (-\infty; +\infty)$; г) $D(y) = (-\infty; 6]$.

III. Решение упражнений. № 18 (а).

IV. Повторение.

1. Повторить формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения.

2. Решить № 23 (а, в).

V. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I	ВАРИАНТ II
№ 1. Найдите $f(10)$, $f(-2)$, $f(0)$, если $f(x) = x^2 - 8x$.	№ 1. Найдите $g(8)$, $g(-3)$, $g(0)$, если $g(x) = x^2 - 10x$.
№ 2. Найдите область определения функции: а) $f(x) = 19 - 2x$, б) $g(x) = \frac{10}{x}$; в) $\varphi(x) = x^2 - 4$; г) $y = \sqrt{x}$.	№ 2. Найдите область определения функции: а) $f(x) = 37 - 3x$; б) $g(x) = \frac{53}{x}$; в) $\varphi(x) = x^2 - 7$; г) $y = \sqrt{x}$.
№ 3. Постройте график функции: а) $y = -0,5x + 2$; б) $y = -\frac{6}{x}$; в) $y = \sqrt{x}$.	№ 3. Постройте график функции: а) $y = -0,5x - 2$; б) $y = -\frac{8}{x}$; в) $y = \sqrt{x}$.

Домашнее задание: п. 1, № 20, 23 (б, г) [2].

Тема (п. 2): СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ (3 ч)

Цели: расширить представления о функциях, ввести понятия нулей функции, возрастающей и убывающей функций в промежутке; сформировать умения находить по графику нули функции, промежутки возрастания и убывания функции, а также промежутки, в которых функция сохраняет свой знак.

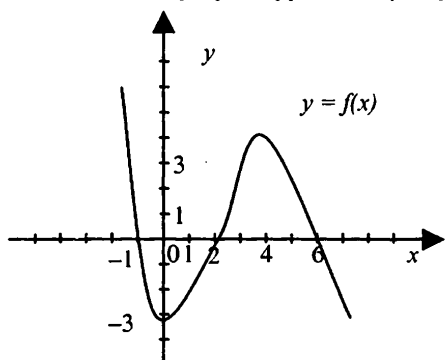
Урок 4

Ход урока

I. Анализ ошибок самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Учащимся предлагается ответить на вопросы (можно использовать график функции $y = f(x)$, изображенный на рисунке):



1) Что называется областью определения функции? Найдите область определения данной функции.

2) Что называется областью значений функции? Назовите область значений данной функции.

3) Назовите значения аргумента, при которых функция обращается в нуль.

4) Сформулируйте определение нулей функции.

5) Назовите промежутки, в которых функция принимает положительные, отрицательные значения.

6) Дайте понятие промежутков знакопостоянства.

7) Сформулируйте определения возрастающей, убывающей функций в некотором промежутке.

8) Используя рисунок, назовите промежутки возрастания и убывания функции.

2. Учащимся предлагается составить схему исследования функций.

С х е м а исследования функций:

1) Найти область определения функции.

2) Найти область значений функции.

3) Найти нули функции.

4) Найти промежутки знакопостоянства функции.

5) Найти промежутки возрастания и убывания функции.

3. Предложить учащимся назвать функции, которые возрастают, убывают на всей области определения (можно использовать таблицу «Графики элементарных функций» – см. урок I, с. 8).

4. Дать определение возрастающей, убывающей функций.

III. Закрепление изучаемого материала.

1. Решить № 24 (устно).

2. Решить № 26, 29, 31.

3. По схеме исследовать функцию, график которой изображен на рис. 10 [2, с. 11] – устно.

IV. Повторение. № 41 (а, б).

V. Итоги урока.

Самостоятельная работа обучающего характера с последующей проверкой. Двое учащихся выполняют задание на закрытых досках.

ВАРИАНТ I

Постройте график какой-либо функции, областью определения которой служит промежуток $[-2; 6]$, а областью значений – промежуток $[-4; 3]$. Опишите свойства этой функции.

ВАРИАНТ II

Постройте график какой-либо функции, областью определения которой служит промежуток $[-6; 6]$, а областью значений – промежуток $[-4; 4]$. Опишите свойства этой функции.

Домашнее задание: п. 2, № 25, 28, 30, 32, 41 (в) [2].

Урок 5

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

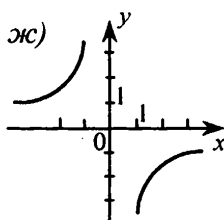
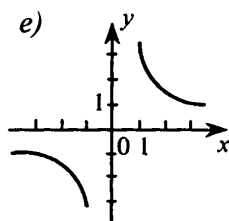
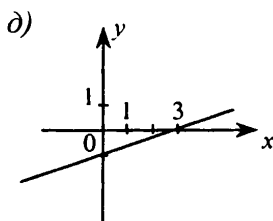
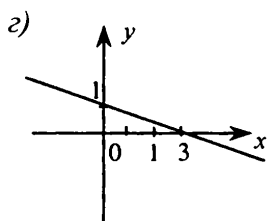
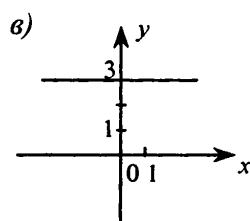
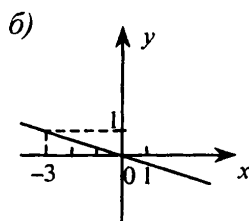
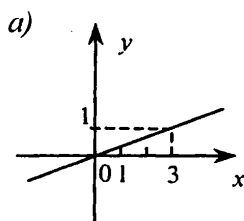
Ответы на вопросы учащихся.

II. Устные упражнения.

1. Решить № 27.

2. Какие из графиков функций, задаваемых формулами $y = \frac{3}{x}$,

$y = \frac{x}{3}$, $y = -\frac{3}{x}$, $y = -\frac{x}{3}$, $y = 3$, $y = 1 - \frac{x}{3}$, $y = \frac{x}{3} - 1$, изображены на рисунках (см. рис. а–ж, с. 15)?



3. Назовите возрастающие (убывающие) функции. Ответ объясните.

III. Изучение нового материала.

Диалог с учащимися.

1) Рассмотрим функцию $y = kx + b$ ($k > 0$).

2) Что называется областью определения функции? Какова область определения данной функции?

3) Что называется областью значений функции? Найдите область значений данной функции.

4) Дайте определение нулей функции. Как найти нуль данной функции? Объясните.

5) Как найти промежутки, в которых функция $y = kx + b$ ($k > 0$) принимает положительные, отрицательные значения?

6) Какая функция называется возрастающей (убывающей) в промежутке?

7) Докажем, что функция $y = kx + b$ ($k > 0$) является возрастающей.

Аналогично рассматриваются свойства функции $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$).

Можно предложить учащимся самостоятельно описать свойства функций $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$).

Конспект нового материала

Линейная функция

$$y = kx + b \quad (k > 0) \qquad y = kx + b \quad (k < 0)$$

$$1) D(y) = (-\infty; +\infty).$$

$$2) E(y) = (-\infty; +\infty).$$

$$3) y = 0$$

$$kx + b = 0$$

$$kx = -b$$

$$x = -\frac{b}{k} - \text{нуль функции.}$$

$$4) y > 0$$

$$kx + b > 0$$

$$kx > -b$$

$$x > -\frac{b}{k}$$

$$y > 0 \text{ при } x > -\frac{b}{k}$$

$$y < 0 \text{ при } x < -\frac{b}{k}.$$

$$4) y > 0$$

$$kx + b > 0$$

$$kx > -b$$

$$x < -\frac{b}{k}$$

$$y > 0 \text{ при } x < -\frac{b}{k}$$

$$y < 0 \text{ при } x > -\frac{b}{k}.$$

5) Дано: $y = kx + b$ ($k > 0$)

Доказать: $y = kx + b$ ($k > 0$) –
возрастающая функция.

Доказательство:

Пусть x_1 и x_2 – произвольные
значения аргумента и $x_2 > x_1$.

$$y_2 = kx_2 + b, y_1 = kx_1 + b$$

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= (kx_2 + b) - (kx_1 + b) = \\ &= kx_2 + b - kx_1 - b = kx_2 - kx_1 = \\ &= k(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

$k > 0$ (по условию)

$x_2 - x_1 > 0$ (т. к. $x_2 > x_1$).

5) Дано: $y = kx + b$ ($k < 0$)

Доказать: $y = kx + b$ ($k < 0$) –
убывающая функция.

Доказательство:

Пусть x_1 и x_2 – произвольные
значения аргумента и $x_2 > x_1$.

$$y_2 = kx_2 + b, y_1 = kx_1 + b$$

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= (kx_2 + b) - (kx_1 + b) = \\ &= kx_2 + b - kx_1 - b = kx_2 - kx_1 = \\ &= k(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

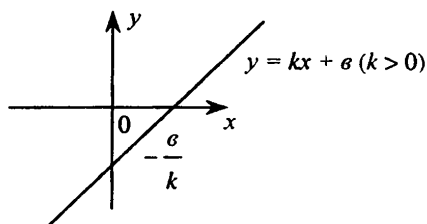
$k < 0$ (по условию)

$x_2 - x_1 > 0$ (т. к. $x_2 > x_1$).

Следовательно, $k(x_2 - x_1) > 0$.

Тогда $y_2 - y_1 > 0$. Значит, $y_2 > y_1$.

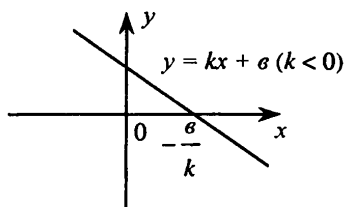
Тогда данная функция является возрастающей:



Следовательно, $k(x_2 - x_1) < 0$.

Тогда $y_2 - y_1 < 0$. Значит, $y_2 < y_1$.

Тогда данная функция является убывающей:



Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad (k > 0)$$

$$y = \frac{k}{x} \quad (k < 0)$$

$$1) D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

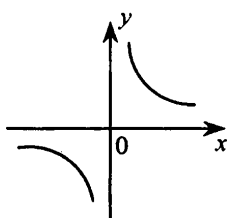
$$2) E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

3) $y \neq 0$, значит, функция нулей не имеет.

$$4) y > 0 \text{ при } x > 0$$

$$y < 0 \text{ при } x < 0.$$

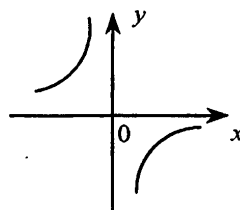
5) Функция убывающая



$$4) y > 0 \text{ при } x < 0$$

$$y < 0 \text{ при } x > 0.$$

5) Функция возрастающая



IV. Закрепление изученного материала. № 33, 34, 35.

V. Повторение. № 42.

VI. Итоги урока.

Привести примеры возрастающей и убывающей функций.

Домашнее задание: п. 2, контрольные вопросы [2, с. 16, 17], № 37, 152, 157.

Урок 6

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Решить № 152 устно.

$$a) y = \frac{2x+11}{10}$$

$$y = 0$$

$$\frac{2x+11}{10} = 0$$

$$2x + 11 = 0$$

$$2x = -11$$

$x = -5,5$ – нуль функции.

$$б) y = \frac{6}{8 - 0,5x}$$

При любом значении x из области определения функции $y \neq 0$. Следовательно, нули функции не существуют.

$$в) y = \frac{3x^2 - 12}{4}$$

$$y = 0$$

$$\frac{3x^2 - 12}{4} = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

$x = \pm 2$ – нули функции.

2. Решить № 157. Постройте график функции и опишите ее свойства.

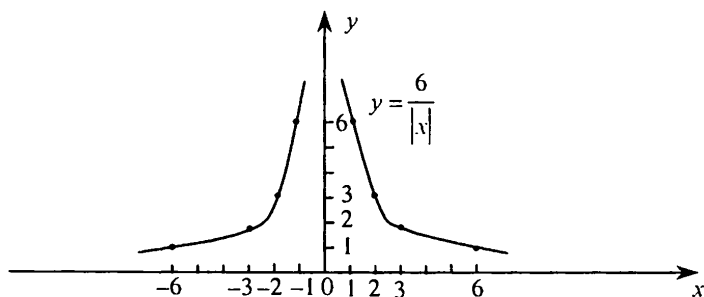
$$y = \frac{6}{|x|}$$

Если $x > 0$, то $y = \frac{6}{x}$

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Если $x < 0$, то $y = -\frac{6}{x}$

x	-1	-2	-3	-6
y	6	3	2	1



$$1) D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

$$2) E(y) = (0; +\infty).$$

- 3) Нулей функции нет.
 4) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
 5) Функция возрастает на $(-\infty; 0)$;
 функция убывает на $(0; +\infty)$.

II. Тренировочные упражнения.

Т е с т (с последующей проверкой, анализом ошибок).

ВАРИАНТ I (II)

1. Функция $y = 3 - 5x$ принимает отрицательные (положительные) значения, если x принадлежит промежутку:

1) $\left[\frac{3}{5}; +\infty\right)$; 2) $(-\infty; 0,6]$; 3) $(0,6; +\infty)$; 4) $\left(-\infty; \frac{3}{5}\right)$.

2. Функция $y = 3x - 5$ принимает положительные (отрицательные) значения, если x принадлежит промежутку:

1) $\left[-\infty; 1\frac{2}{3}\right)$; 2) $\left[1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 3) $\left[1\frac{1}{3}; +\infty\right)$; 4) $\left(-\infty; 1\frac{2}{3}\right]$.

3. Если функция возрастающая (убывающая), то:

1) $f(3) \geq f(5)$; 2) $f(2) > f(-3)$; 3) $f(3) \leq f(5)$; 4) $f(2) < f(-3)$.

4. Если $f(2) < f(1)$, $(f(3) > f(4))$, то функция:

1) возрастающая; 2) убывающая.

5. Какие из функций являются возрастающими (убывающими) на $(-\infty; 0)$:

1) $y = 7 - 8x$; 2) $y = \sqrt{x}$; 3) $y = x^3$; 4) $y = x^2$; 5) $y = 2x - 9$?

Ответы:

Вариант I

1. 3)
 2. 3)
 3. 2)
 4. 2)
 5. 3), 5)

Вариант II

1. 4)
 2. 1)
 3. 4)
 4. 2)
 5. 1), 4)

ВАРИАНТ III

1. Функция задана формулой $y = 3x^2 - 4$. Найдите $y(3)$.

1) 14; 2) 23; 3) 24; 4) 27.

2. Функция задана формулой $y = -3,5x + 7$. Найдите такое значение x , при котором $f(x) = 0$:

1) 2; 2) -2; 3) 0; 4) 0,2.

3. Найдите область определения функции, заданной формулой

$$y = \frac{x+4}{5-x}.$$

1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; 3) $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$;

4) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

4. Определите, при каких значениях x существует функция, заданная формулой $y = \sqrt{12+x}$.

1) $(-\infty; -12)$; 2) $[-12; +\infty)$; 3) $(-\infty; -12]$; 4) $[0; +\infty)$.

5. Найдите область значений функции $y = 2x^2 + 1$.

1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $[1; +\infty)$; 3) $(1; +\infty)$; 4) $[2; +\infty)$.

Ответы: 1. 2) 2. 1) 3. 2) 4. 2) 5. 2)

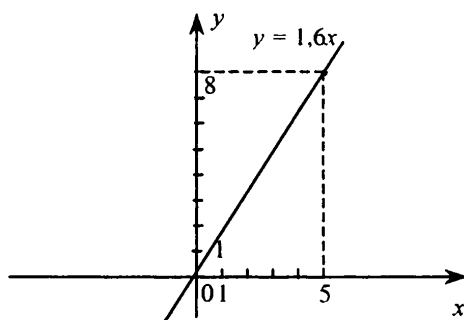
III. Закрепление изученного материала.

№ 36; 38 – устно.

№ 36.

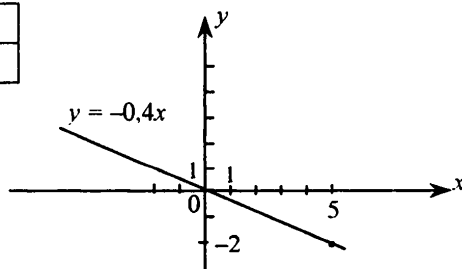
а) $y = 1,6x$ – прямая пропорциональность, график – прямая.

x	0	5
y	0	8



б) $y = -0,4x$ – прямая пропорциональность, график – прямая.

x	0	5
y	0	-2



$$y = kx, k > 0$$

$$1) D(y) = E(y) = R;$$

2) $x = 0$ – нуль функции;

3) $y > 0$ при $x > 0$;

$y < 0$ при $x < 0$;

4) функция возрастающая.

$$y = kx, k < 0$$

$$1) D(y) = E(y) = R;$$

2) $x = 0$ – нуль функции;

3) $y > 0$ при $x < 0$;

$y < 0$ при $x > 0$;

4) функция убывающая.

IV. Итоги урока.

1. Решить № 153 – устно.

2. Контрольные вопросы [2, с. 16, 17].

№ 153.

а) $y = -0,01x$ – убывающая функция, так как $k = -0,01 < 0$;

б) $y = 16x$ – возрастающая функция, так как $k = 16 > 0$;

в) $y = \frac{1}{7}x + 3$ – возрастающая функция, так как $k = \frac{1}{7} > 0$;

г) $y = 13 - x$ – убывающая функция, так как $k = -1 < 0$.

Домашнее задание: п. 2, № 39, 40, 155, 156 [2].

Тема (п. 3): КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН И ЕГО КОРНИ (1 ч)

Цели: ввести понятия квадратного трехчлена, корней квадратного трехчлена; закрепить умения находить дискриминант и корни квадратного трехчлена; особое внимание уделить задачам, связанным с выделением квадрата двучлена из квадратного трехчлена.

Урок 7

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Устная проверка решения № 155, 156.

2. Ответы на вопросы учащихся.

II. Проверка знаний учащихся. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

№ 1. Выясните свойства функции:

а) $y = 28x + 35$; б) $y = \frac{25}{x}$.

№ 2. Найдите нули функции (если они существуют):

- а) $y = -0,2x + 46$; б) $y = -24$; в) $y = 7x(x + 4)$; г) $y = \sqrt{x^2 - 1}$;
д) $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

ВАРИАНТ II

№ 1. Выясните свойства функции:

а) $y = 25x - 18$; б) $y = \frac{36}{x}$.

№ 2. Найдите нули функции (если они существуют):

- а) $y = -0,4x + 32$; б) $y = 47$; в) $y = 9x(x - 5)$; г) $y = \sqrt{x^2 - 4}$;
д) $y = \sqrt{x^2 + 4}$.

Решение:

Вариант I

№ 1.

а) $y = 28x + 35$.

б) $y = \frac{25}{x}$.

1) $D(y) = E(y) = (-\infty; +\infty)$;

1) $D(y) = E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

2) $y = 0$; $28x + 35 = 0$;

2) $y \neq 0$, нулей функции нет;

$28x = -35$

3) $y > 0$ при $x > 0$;

$x = -\frac{5}{4}$

$y < 0$ при $x < 0$;

4) функция убывающая.

$x = -1\frac{1}{4}$ – нуль функции;

3) $y > 0$ при $x > -1\frac{1}{4}$

$28x + 35 > 0$

$28x > -35$

$x > -\frac{35}{28}$

$x > -1\frac{1}{4}$

$y < 0$ при $x < -1\frac{1}{4}$;

4) так как $k = 28 > 0$, то функция возрастающая.

№ 2.

а) $y = -0,2x + 46, y = 0$

$$-0,2x + 46 = 0$$

$$-0,2x = -46$$

 $x = 230$ – нуль функции;б) $y = -24$ – нулей функции нет;

в) $y = 7x(x + 4)$

$$y = 0$$

$$7x(x + 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x + 4 = 0$$

 $x = 0$ или $x = -4$ – нули функции;

г) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

$$y = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

 $x = \pm 1$ – нули функции;

д) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

 $y \neq 0$, так как при любом значении x $x^2 + 1 > 0$, нулей функции нет.

Ответ: а) 230; б) нулей функции нет; в) -4; 0; г) -1; 1; д) нулей функции нет.

Вариант II**№ 1.**

а) $y = 25x - 18$.

1) $D(y) = E(y) = (-\infty; +\infty)$;

2) $y = 0; 25x - 18 = 0$

$$25x = 18$$

$$x = \frac{18}{25}$$
 – нуль функции;

3) $y > 0$ при $x > \frac{18}{25}$

$$25x - 18 > 0$$

$$25x > 18$$

$$x > \frac{18}{25}$$

$$y < 0 \text{ при } x < \frac{18}{25};$$

4) так как $k = 25 > 0$, то функция возрастающая.

б) $y = \frac{36}{x}$.

1) $D(y) = E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

2) $y \neq 0$, нулей функции нет;

3) $y > 0$ при $x > 0$;

$$y < 0 \text{ при } x < 0;$$

4) функция убывающая.

№ 2.

а) $y = -0,4x + 32$

$y = 0$

$-0,4x + 32 = 0$

$-0,4x = -32$

 $x = 80$ – нуль функции;

г) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

$y = 0$

$\sqrt{x^2 - 4} = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

 $x = \pm 2$ – нули функции;б) $y = 47$ – нулей функции нет;

в) $y = 9x(x - 5)$

$y = 0$

$9x(x - 5) = 0$

$x = 0$ или $x - 5 = 0$

 $x = 0$ или $x = 5$ – нули функции;

д) $y = \sqrt{x^2 + 4}$

 $y \neq 0$, так как при любом значении x $x^2 + 4 > 0$, нулей функции нет.

Ответ: а) 80; б) нулей функции нет; в) 0; 5; г) -2; 2; д) нулей функции нет.

После выполнения работы проверить решение и ответы заданий (можно использовать заранее приготовленные записи или ТСО).

III. Изучение нового материала.

1. Ввести понятия квадратного трехчлена, корня квадратного трехчлена, дискриминанта квадратного трехчлена.

2. Рассмотреть п р и м е р ы .

Выделить из трехчлена: а) $2x^2 - 4x + 6$; б) $3x^2 - 36x + 140$ квадрат двучлена (пример 2) [2, с. 18].

Решение:

$$\begin{aligned} \text{а) } 2x^2 - 4x + 6 &= 2(x^2 - 2x + 3) = 2(x^2 - 2x + 1 - 1 + 3) = \\ &= 2((x - 1)^2 - 1 + 3) = 2((x - 1)^2 + 2) = 2(x - 1)^2 + 4. \end{aligned}$$

IV. Закрепление нового материала.

Задания – по вариантам, проверка решения – у доски.

ВАРИАНТ I. № 43 (число $3 - \sqrt{2}$), № 44 (г, е), 48 (в).

ВАРИАНТ II. № 43 (число $-7 + \sqrt{2}$), № 44 (в, д), 48 (г).

Решение:

№ 43.

I. $x^2 - 6x + 7$.

$$x = 3 - \sqrt{2}$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 6(3 - \sqrt{2}) + 7 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 - 18 + 6\sqrt{2} + 7 = 0.$$

Число $3 - \sqrt{2}$ является корнем квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 7$.

$$x^2 - 6x + 7$$

$$x = -\sqrt{7} + 2$$

$$(-\sqrt{7} + 2)^2 - 6(-\sqrt{7} + 2) + 7 = 49 - 4\sqrt{7} + 4 + 6\sqrt{7} - 12 + 7 = 48 + 2\sqrt{7} \neq 0.$$

Число $-\sqrt{7} + 2$ не является корнем квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 7$.

II. Найдем корни квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 7$.

$$x^2 - 6x + 7$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0 \quad (k = -3)$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

$$D_1 = 9 - 7 = 2$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{2}$$

Числа $3 \pm \sqrt{2}$ являются корнями данного квадратного трехчлена.

Ответ: число $3 - \sqrt{2}$ – корень квадратного трехчлена;

число $-\sqrt{7} + 2$ не является корнем квадратного трехчлена.

№ 44 (в, г, д, е).

в) $0,2x^2 + 3x - 20$

$$0,2x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{0,4}$$

$$x_1 = 5, x_2 = -20;$$

г) $-2x^2 - x - 0,125$

$$-2x^2 - x - 0,125 = 0$$

$$2x^2 + x + 0,125 = 0$$

$$D = 1 - 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{4};$$

$$\text{д) } 0,1x^2 + 0,4$$

$$0,1x^2 + 0,4 = 0$$

$$0,1x^2 = -0,4$$

$$x^2 = -4$$

решения нет, квадратный
трехчлен не имеет корней;

$$\text{е) } -0,3x^2 + 1,5x$$

$$-0,3x^2 + 1,5x = 0$$

$$-0,3x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 5 = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = 5.$$

Ответ: в) -20 ; 5; г) $-\frac{1}{4}$; д) корней нет; е) 0; 5.

№ 48 (в, г).

$$\text{в) } 2x^2 - 4x + 10 = 2(x^2 - 2x + 5) = 2(x^2 - 2x + 1 - 1 + 5) = 2((x - 1)^2 - 1 + 5) = 2((x - 1)^2 + 4) = 2(x - 1)^2 + 8;$$

$$\text{г) } \frac{1}{2}x^2 + x - 6 = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 12) = \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1 - 1 - 12) = \frac{1}{2}((x + 1)^2 - 1 - 12) = \frac{1}{2}((x + 1)^2 - 13) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - \frac{13}{2}.$$

V. Итоги урока.

Устный опрос, устные упражнения.

1. Что называется квадратным трехчленом?

2. Назовите квадратные трехчлены:

$$1) 3x^2 + 2x + 1;$$

$$6) ax^2 + 6x + c, a \neq 0;$$

$$2) 2x - 1;$$

$$7) 10x^2 + 3;$$

$$3) 5x^2 - 7x;$$

$$8) 7x^2 + 5x + 3;$$

$$4) ax^2 + vx, a \neq 0;$$

$$9) ax^2 + vx;$$

$$5) vx + c, v \neq 0;$$

$$10) ax^2 + c, a \neq 0.$$

3. Дайте определение корня квадратного трехчлена.

Домашнее задание: п. 3, № 44 (а, б), 45, 47, 49 [2, с. 243, 244] (с. 17–20 – повторить).

Тема (п. 4): РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ (3 ч)

Цели: доказать теорему о разложении квадратного трехчлена на множители; сформировать умения раскладывать квадратный трехчлен на множители; выработать умения выделять квадрат двучлена при решении задач.

Урок 8

Ход урока

I. Организационный момент.

Итоги самостоятельной работы, вопросы по домашней работе.

II. Устные упражнения.

1. Найдите корни квадратного уравнения.

(Можно применить:

– теорему, обратную теореме Виета;

– если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$, $a + b + c = 0$, то

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a};$$

– если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$, $a - b + c = 0$, то

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

1) $x^2 + 2x - 15 = 0$

2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

3) $x^2 + 2x - 24 = 0$

4) $x^2 - 2x - 24 = 0$

5) $x^2 + 2x - 48 = 0$

6) $x^2 - 2x - 48 = 0$

7) $x^2 + 3x - 108 = 0$

8) $x^2 - 3x - 108 = 0$

9) $x^2 + x - 110 = 0$

10) $345x^2 + 137x - 208 = 0$

11) $132x^2 - 247x + 115 = 0$

12) $x^2 + (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

Ответы:

1) $x_1 = -5, x_2 = 3$

2) $x_1 = -3, x_2 = 5$

3) $x_1 = -6, x_2 = 4$

4) $x_1 = -4, x_2 = 6$

5) $x_1 = -8, x_2 = 6$

6) $x_1 = -6, x_2 = 8$

7) $x_1 = -12, x_2 = 9$

8) $x_1 = -9, x_2 = 12$

9) $x_1 = -11, x_2 = 10$

10) $x_1 = -1, x_2 = \frac{208}{345}$

11) $x_1 = 1, x_2 = \frac{115}{132}$

12) $x_1 = -1, x_2 = -\sqrt{2}$

2. Разложите квадратный трехчлен на множители:

1) $x^2 - 6x + 9$; 2) $x^2 - 5x + 6$; 3) $x^2 - 8x + 15$; 4) $2x^2 + 4x - 30$;

5) $3x^2 + 6x - 72$.

III. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть некоторые устные упражнения:

$$x^2 - 8x + 15; \quad 2x^2 + 4x - 30; \quad 3x^2 + 6x - 72.$$

Разложим данные многочлены на множители:

$$1) x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

$$[x^2 - 3x - 5x + 15 = (x^2 - 3x) - (5x - 15) = x(x - 3) - 5(x - 3) = (x - 3)(x - 5)].$$

– Чем являются числа 3 и 5 для квадратного трехчлена?

$$2) 2x^2 + 4x - 30 = 2(x^2 + 2x - 15) = 2(x^2 - 3)(x + 5)$$

$$[2(x^2 + 2x - 15) = 2(x^2 - 3x + 5x - 15) = 2((x^2 - 3x) + (5x - 15)) = 2(x(x - 3) + 5(x - 3)) = 2(x - 3)(x + 5)].$$

– Чему равен первый коэффициент данного многочлена?

$$- 15 \quad (2x^2 + 4x - 30)?$$

$$3) 3x^2 + 6x - 72 = 3(x^2 + 2x - 24) = 3(x - 4)(x + 6)$$

$$[3(x^2 + 2x - 24) = 3(x^2 + 6x - 4x - 24) = 3((x^2 + 6x) - (4x + 24)) = 3(x(x + 6) - 4(x + 6)) = 3(x - 4)(x + 6)].$$

– Чему равен первый коэффициент данного многочлена?

$$- 24 \quad (3x^2 + 6x - 72)?$$

Получили:

$$1) x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5);$$

$$2) 2x^2 + 4x - 30 = 2(x - 3)(x + 5);$$

$$3) 3x^2 + 6x - 72 = 3(x - 4)(x + 6).$$

2. Как разложить на множители квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$, если x_1 и x_2 – его корни?

3. Доказательство теоремы о корнях квадратного трехчлена.

Теорема:

Если x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Дано: x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$.

Доказать: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Доказательство:

$$ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{По теореме Виета: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$

$$\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2); \quad \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2.$$

$$ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2) =$$

$$= a(x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2) = a((x^2 - x_1x) - (x_2x - x_1x_2)) =$$

$$= a(x(x - x_1) - x_2(x - x_1)) = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Значит, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

4. Рассмотреть примеры 1, 2, 3 [2, с. 22, 23].

IV. Закрепление изучаемого материала.

№ 60 (а, в, д, ж, и), 61, 63 (а), 64 (а, б).

Решение:

№ 60 (а, в, д, ж, и).

а) $3x^2 - 24x + 21$	в) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$	д) $-y^2 + 16y - 15$
$3x^2 - 24x + 21 = 0$	$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 0$	$-y^2 + 16y - 15 = 0$
$x^2 - 8x + 7 = 0$	$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 0$	$y^2 - 16y + 15 = 0$
$x_1 = 1, x_2 = 7$	$x^2 + 3x + 2 = 0$	$y_1 = 1, y_2 = 15$
$3x^2 - 24x + 21 =$	$x_1 = -2, x_2 = -1$	$-y^2 + 16y - 15 =$
$= 3(x - 1)(x - 7)$	$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} =$	$= -(y - 1)(y - 15) =$
	$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} =$	$= (1 - y)(y - 15)$
	$= \frac{1}{6}(x + 2)(x + 1)$	
ж) $2x^2 - 5x + 3$	и) $-2x^2 + 5x + 7$	
$2x^2 - 5x + 3 = 0$	$-2x^2 + 5x + 7 = 0$	
$D = 25 - 24 = 1$	$2x^2 - 5x - 7 = 0$	
$x = \frac{5 \pm 1}{4}$	$D = 25 + 56 = 81$	
$x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{2}$	$x = \frac{5 \pm 9}{4}$	
$2x^2 - 5x + 3 =$	$x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{2}$	
$= 2(x - 1)\left(x - \frac{3}{2}\right) =$	$-2x^2 + 5x + 7 = -2(x + 1)\left(x - \frac{7}{2}\right) =$	
$= (x - 1)(2x - 3)$	$= (x + 1)(7 - 2x)$	

№ 61.

$$\text{а) } 2x^2 - 2x + \frac{1}{2}$$

$$2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = 0$$

$$D_1 = 1 - 1 = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$$

$$2x^2 - 2x + \frac{1}{2} =$$

$$= 2 \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= 2 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2;$$

$$\text{б) } -9x^2 + 12x - 4 = -(9x^2 - 12x + 4) = -(3x - 2)^2;$$

$$\text{в) } 16a^2 + 24a + 9 = (4a + 3)^2;$$

$$\text{г) } 0,25m^2 - 2m + 4 = (0,5m - 2)^2.$$

№ 63 (а).

$$10x^2 + 19x - 2 = 10(x - 0,1)(x + 2)$$

$$10x^2 + 19x - 2 = 0$$

$$D = 361 + 80 = 441 = 21^2$$

$$x = \frac{-19 \pm 21}{20}$$

$$x_1 = \frac{1}{10}, x_2 = -2$$

$$10x^2 + 19x - 2 = 10 \left(x - \frac{1}{10} \right) (x + 2) =$$

$$= 10(x - 0,1)(x + 2).$$

№ 64 (а, б).

$$-3y^2 + 3y + 11$$

$$-3y^2 + 3y + 11 = 0$$

$$3y^2 - 3y - 11 = 0$$

$$D = 9 + 132 = 141 > 0$$

Квадратный трехчлен

$-3y^2 + 3y + 11$ имеет два корня, его можно представить в виде произведения многочленов первой степени.

№ 64 (б).

$$4b^2 - 9b + 7$$

$$4b^2 - 9b + 7 = 0$$

$$D = 81 - 112 < 0.$$

Квадратный трехчлен

$4b^2 - 9b + 7$ не имеет корней, его нельзя представить в виде произведения многочленов первой степени.

V. Итоги урока.

Устные упражнения.

1) Является ли число 1; 0; $-\frac{1}{2}$ корнем квадратного трехчлена:

а) $2x^2 - 5x + 3$; б) $x^2 - \frac{1}{4}$; в) $x^2 - x$?

2) Имеет ли квадратный трехчлен корни, и если имеет, то сколько: а) $x^2 - 2x + 1$; б) $x^2 - 5$; в) $x^2 + 1$; г) $3x - x^2$?

3) Как (по какой формуле) разложить квадратный трехчлен на множители?

Разложите (если это возможно) квадратные трехчлены задания 2 на множители.

Домашнее задание: п. 4, № 62, 63 (б), 64 (в, г), № 167 (а) [2].

Урок 9

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Доказательство теоремы о разложении квадратного трехчлена на множители (у доски).

2. Решение № 167 (а) (у доски).

3. Вопросы по заданиям: № 62, 63 (б), 64 (в, г).

№ 167 (а).

$$0,8x^2 - 19,8x - 5$$

$$0,8x^2 - 19,8x - 5 = 0$$

$$8x^2 - 198x - 50 = 0$$

$$4x^2 - 99x - 25 = 0$$

$$D = 9801 + 400 = 10201 = 101^2$$

$$x = \frac{99 \pm 101}{8}$$

$$x_1 = 25, x_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} 0,8x^2 - 19,8x - 5 &= \frac{4}{5}(x - 25)\left(x + \frac{1}{4}\right) = \\ &= \frac{1}{5}(x - 25)(4x + 1) = \left(\frac{1}{5}x - 5\right)(4x + 1). \end{aligned}$$

II. Устные упражнения.

1) Разложите на множители многочлен:

а) $2x^2 - 18$; б) $4x^2 + 4x + 4$; в) $4x^3 - x^2$; г) $x^2 - 5x + 6$.

2) Сократите дробь: а) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$; б) $\frac{2x^2 - 10x}{(5 - x)^2}$.

Ответ:

1): а) $2(x-3)(x+3)$; б) нельзя разложить на множители, $D < 0$;
в) $x^2(4x-1)$; г) $(x-3)(x-2)$.

2): а) $x-2$; б) $\frac{2x}{x-5}$.

III. Решение упражнений.

№ 65 (а, в, д), 67 (а), 68, 50 (а, в), 54.

Решение:

№ 65 (а, в, д).

$$\text{а) } \frac{4x+4}{3x^2+2x-1} = \frac{4(x+1)}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+1)} = \frac{4}{3x-1}$$

$$3x^2+2x-1=0$$

$$D_1 = 1+3=4$$

$$x = \frac{-1 \pm 2}{3}$$

$$x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -1;$$

$$\text{в) } \frac{16-\vartheta^2}{\vartheta^2-\vartheta-12} = \frac{(4-\vartheta)(4+\vartheta)}{(\vartheta-4)(\vartheta+3)} = -\frac{\vartheta+4}{\vartheta+3};$$

$$\vartheta^2-\vartheta-12=0$$

$$x_1 = -3; x_2 = 4;$$

$$\text{д) } \frac{p^2-11p+10}{20+8p-p^2} = \frac{(p-10)(p-1)}{-(p-10)(p+2)} = \frac{1-p}{2+p}$$

$$-p^2+8p+20=0$$

$$p^2-8p-20=0$$

$$D_1 = 16+20=36$$

$$p = 4 \pm 6$$

$$p_1 = 10, p_2 = -2.$$

№ 67 (а).

$$\frac{36-x^2}{6-7x+x^2} = \frac{(6-x)(6+x)}{(x-1)(x-6)} = \frac{6+x}{1-x}$$

$$\text{Если } x = -9, \text{ то } \frac{6+x}{1-x} = \frac{6-9}{1+9} = -0,3;$$

если $x = -99$, то $\frac{6+x}{1-x} = \frac{6-99}{1+99} = -0,93$;

если $x = -999$, то $\frac{6+x}{1-x} = \frac{6-999}{1+999} = -0,993$.

№ 68:

$$y = x - 4, y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \frac{(x-4)(x-2)}{x-2} = x - 2.$$

$$y = x - 4 \qquad y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty) \qquad D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

Ответ: областью определения функции $y = x - 4$ является промежуток $(-\infty; +\infty)$, а областью определения функции $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$

является промежуток $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$, то есть график функции

$y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$ в отличие от графика функции $y = x - 4$ не проходит через точку с абсциссой 2.

№ 50 (а, в).

а) $x^2 - 6x + 10 > 0$ при любом значении x .

$$x^2 - 6x + 10 = x^2 - 2x \cdot 3 + 9 - 9 + 10 = (x - 3)^2 - 9 + 10 = (x - 3)^2 + 1.$$

При любом значении x $(x - 3)^2 \geq 0$, а $(x - 3)^2 + 1 > 0$.

Следовательно, $x^2 - 6x + 10 > 0$ при любом значении x ;

в) $-x^2 + 20x - 100 \leq 0$ при любом значении x .

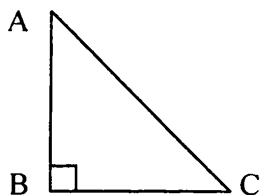
$$-x^2 + 20x - 100 = -(x^2 - 20x + 100) = -(x - 10)^2.$$

При любом значении x $(x - 10)^2 \geq 0$, а $-(x - 10)^2 \leq 0$.

Следовательно, $-x^2 + 20x - 100 \leq 0$ при любом значении x .

№ 54.

$\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$. Пусть $AB = x$ см. Тогда $BC = 6 - x$ см.



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC.$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot (6 - x) \text{ см}^2.$$

$$\frac{1}{2} x (6 - x) = -\frac{1}{2} x^2 + 3x = -\frac{1}{2} (x^2 - 6x) = -\frac{1}{2} (x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 9 - 9) = -\frac{1}{2} ((x - 3)^2 - 9) = -\frac{1}{2} (x - 3)^2 + \frac{9}{2}.$$

Так как выражение $-\frac{1}{2}(x - 3)^2$ при любом $x \neq 3$ отрицательно, то сумма $-\frac{1}{2}(x - 3)^2 + \frac{9}{2}$ принимает наибольшее значение при $x = 3$.

Значит, площадь будет наибольшей, если один из катетов прямоугольного треугольника равен 3 см. Тогда второй катет также равен 3 см, то есть треугольник равнобедренный.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: п. 4, № 66, 67 (б), 70 (б), повторить п. 1–3 [2].

Урок 10

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответы на вопросы учащихся.

II. Организационный момент.

III. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

№ 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- а) $x^2 - 7x + 12$; б) $5x^2 - 5x - 10$; в) $4x^2 - 144$; г) $10x^2 + 29x - 3$;
 д) $x^2 - 2x - 63$; е) $6x^2 + 5x - 4$; ж) $17x^2 - 425$; з) $5x^2 - 30x + 35$.

№ 2. Сократите дробь:

а) $\frac{a^2 - 4}{7a + 14}$; б) $\frac{a^2 - a - 6}{9a + 18}$; в) $\frac{7 + 6c - c^2}{21 - 3c}$; г) $\frac{x^3 + x^2 - 72x}{9x - 72}$.

№ 3*. Упростите выражение: $\frac{8a - 3}{a + 5} - \frac{40 - 27a}{a^2 + 2a - 15}$.

ВАРИАНТ II

№ 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- а) $x^2 - 7x + 10$; б) $3x^2 + 3x - 6$; в) $7x^2 - 63$; г) $5x^2 + 19x - 4$;
д) $x^2 + x - 72$; е) $7x^2 + 20x - 3$; ж) $12x^2 - 588$; з) $3x^2 - 12x + 3$.

№ 2. Сократите дробь:

а) $\frac{4b+12}{b^2-9}$; б) $\frac{c^2+c-6}{7c+21}$; в) $\frac{16-2x}{8+7x-x^2}$; г) $\frac{y^3+7y^2-60y}{10y-50}$.

№ 3*. Упростите выражение: $\frac{9b-4}{b+7} - \frac{44-16b}{b^2+5b-14}$.

Решение:

Вариант I

№ 1.

а) $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$;

б) $5x^2 - 5x - 10 = 5(x-2)(x+1)$;

$$5x^2 - 5x - 10 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 2, x_2 = -1;$$

в) $4x^2 - 144 = 4(x^2 - 36) = 4(x-6)(x+6)$;

г) $10x^2 + 29x - 3 = 10\left(x - \frac{1}{10}\right)(x+3) = (10x-1)(x+3)$;

$$10x^2 + 29x - 3 = 0$$

$$D = 841 + 120 = 961 = 31^2$$

$$x = \frac{-29 \pm 31}{20}$$

$$x_1 = \frac{1}{10}, x_2 = -3;$$

д) $x^2 - 2x - 63 = (x-9)(x+7)$;

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$D_1 = 1 + 63 = 64$$

$$x = 1 \pm 8$$

$$x_1 = 9, x_2 = -7;$$

е) $6x^2 + 5x - 4 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{4}{3}\right) = (2x-1)(3x+4)$;

$$6x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$D = 25 - 48 \cdot 2 = 25 + 96 = 121$$

$$x = \frac{-5 \pm 11}{12}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{4}{3};$$

$$\text{ж) } 17x^2 - 425 = 17(x^2 - 25) = 17(x-5)(x+5);$$

$$\text{з) } 5x^2 - 30x + 35 = 5(x^2 - 6x + 7) = 5(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2});$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$D_1 = 9 - 7 = 2$$

$$x = 3 \pm \sqrt{2}.$$

№ 2.

$$\text{а) } \frac{a^2 - 4}{7a + 14} = \frac{(a-2)(a+2)}{7(a+2)} = \frac{a-2}{7};$$

$$\text{б) } \frac{b^2 - b - 6}{9b + 18} = \frac{(b+2)(b-3)}{9(b+2)} = \frac{b-3}{9};$$

$$\text{в) } \frac{7 + 6c - c^2}{21 - 3c} = \frac{c^2 - 6c - 7}{3c - 21} = \frac{(c-7)(c+1)}{3(c-7)} = \frac{c+1}{3};$$

$$\text{г) } \frac{x^3 + x^2 - 72x}{9x - 72} = \frac{x(x^2 + x - 72)}{9(x-8)} = \frac{x(x-8)(x+9)}{9(x-8)} = \frac{x^2 + 9x}{9};$$

$$\begin{aligned} \text{№ 3*} \quad & \frac{8a-3}{a+5} - \frac{40-27a}{a^2+2a-15} = \frac{8a-3}{a+5} - \frac{40-27a}{(a+5)(a-3)} = \\ & = \frac{(8a-3)(a-3) - (40-27a)}{(a+5)(a-3)} = \frac{8a^2 - 24a - 3a + 9 - 40 + 27a}{(a+5)(a-3)} = \\ & = \frac{8a^2 - 31}{a^2 + 2a - 15}. \end{aligned}$$

Вариант II

№ 1.

$$\text{а) } x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2);$$

$$\text{б) } 3x^2 + 3x - 6 = 3(x^2 + x - 2) = 3(x+2)(x-1);$$

$$\text{в) } 7x^2 - 63 = 7(x^2 - 9) = 7(x-3)(x+3);$$

$$\text{г) } 5x^2 + 19x - 4 = 5\left(x - \frac{1}{5}\right)(x+4) = (5x-1)(x+4);$$

$$5x^2 + 19x - 4 = 0$$

$$D = 361 + 80 = 441 = 21^2$$

$$x = \frac{-19 \pm 21}{10}$$

$$x_1 = \frac{1}{5}, \quad x_2 = -4;$$

$$д) x^2 + x - 72 = (x - 8)(x + 9);$$

$$е) 7x^2 + 20x - 3 = 7\left(x - \frac{1}{7}\right)(x + 3) = (7x - 1)(x + 3);$$

$$7x^2 + 20x - 3 = 0$$

$$D_1 = 100 + 21 = 121$$

$$x = \frac{-10 \pm 11}{7}$$

$$x_1 = \frac{1}{7}, \quad x_2 = -3;$$

$$ж) 12x^2 - 588 = 12(x^2 - 49) = 12(x - 7)(x + 7);$$

$$з) 3x^2 - 12x + 3 = 3(x^2 - 4x + 1) = 3(x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 + \sqrt{3});$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D_1 = 4 - 1 = 3$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

№ 2.

$$а) \frac{4b+12}{b^2-9} = \frac{4(b+3)}{(b-3)(b+3)} = \frac{4}{b-3};$$

$$б) \frac{c^2+c-6}{7c+21} = \frac{(c-2)(c+3)}{7(c+3)} = \frac{c-2}{7};$$

$$в) \frac{16-2x}{8+7x-x^2} = \frac{2x-16}{x^2-7x-8} = \frac{2(x-8)}{(x-8)(x+1)} = \frac{2}{x+1};$$

$$г) \frac{y^3+7y^2-60y}{10y-50} = \frac{y(y^2+7y-60)}{10(y-5)} = \frac{y(y-5)(y+12)}{10(y-5)} = \frac{y^2+12y}{10};$$

№ 3*.

$$\begin{aligned} \frac{9g-4}{g+7} - \frac{44-16g}{g^2+5g-14} &= \frac{9g-4}{g+7} - \frac{44-16g}{(g+7)(g-2)} = \\ &= \frac{(9g-4)(g-2) - (44-16g)}{(g+7)(g-2)} = \frac{9g^2-18g-4g+8-44+16g}{(g+7)(g-2)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{9b^2 - 6b + 8}{b^2 + 5b - 14}.$$

Можно использовать тест:

1. Определите, имеет ли квадратный трехчлен $x^2 + 4x + 7$ корни, и если имеет, то сколько: 1) имеет один корень; 2) не имеет корней; 3) имеет два корня.

2. Установите, какие из чисел $-7; -1; 1; 2; 7$ являются корнями квадратного трехчлена $x^2 + 8x + 7$: 1) $-7; 1$; 2) $-1; 7$; 3) $-7; -1$; 4) никакие.

3. Найдите корни квадратного трехчлена $x^2 - 4x + 3$:

1) $-3; 1$; 2) $-1; 3$; 3) $-1; -3$; 4) $1; 3$.

4. Разложите на множители квадратный трехчлен $2x^2 + 4x - 6$:

1) $2(x - 2)(x + 3)$; 2) $2(x - 1)(x - 3)$;

3) $2(x - 1)(x + 3)$; 4) $2(x + 2)(x + 3)$.

5. Разложите на множители квадратный трехчлен $x^2 - 6x + 8$:

1) $(x - 4)(x - 2)$; 2) $(x + 4)(x - 2)$;

3) $(x + 4)(x - 2)$; 4) $(x - 4)(x + 2)$.

6. Сократите дробь $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$:

1) $\frac{x+3}{x+2}$; 2) $\frac{x-3}{x+2}$; 3) $\frac{x-3}{x-2}$; 4) $\frac{x+3}{x-2}$.

Ответы:

1. 2) 4. 3)

2. 3) 5. 1)

3. 4) 6. 2)

Можно использовать разноуровневые задания:

ВАРИАНТ I

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

а) $x^2 + 6x - 16$; б) $-x^2 + 2x + 99$; в) $2x^2 + 7x - 4$.

Ответ: а) $-8; 2$; б) $-9; 11$; в) $-4; \frac{1}{2}$.

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена. Запишите решение:

а) $x^2 - 18x + 14 = x^2 - 2 \cdot 9 \cdot x + 18 - 18 + 14 = \dots$

$$б) -x^2 - 24x + 25 = -(x^2 + 24x - 25) = -(x^2 + 2 \cdot 12 \cdot x + 144 - 144 - 25) = \dots$$

$$в) -x^2 + 6x = -(x^2 - 6x) = -(x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9 - 9) = \dots$$

3. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 4x - 96$; б) $2x^2 + 8x - 24$; в) $-x^2 + 3x + 18$.

У к а з а н и е . Воспользуйтесь тождеством $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена.

4. Сократите дробь: а) $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$; б) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{8x - 4}$.

5. Найдите значение выражения $\frac{3x^2 + 11x - 4}{6x - 2}$ при $x = -22$.

Ответ: -9 .

ВАРИАНТ II

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

а) $x^2 - 8x - 1$; б) $4x^2 - 20x + 25$; в) $3x^2 + x + 4$.

Ответ: в) корней нет.

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

а) $x^2 - 16x + 100$; б) $-x^2 - 2x - 4$; в) $2x^2 - 8x$.

3. Докажите, что при любом значении x : а) $x^2 - 20x + 140 > 0$;

б) $-x^2 - 6x + 11 < 0$.

4. Из всех прямоугольных треугольников, сумма катетов которых равна 16 см, выделите треугольник с наибольшей площадью.

Ответ: равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом 8 см.

5. Разложите на множители квадратный трехчлен: а) $x^2 - 8x - 9$;

б) $3x^2 + 17x - 6$; в) $4x^2 - 12x + 9$.

6. Найдите значение выражения $\frac{5x^2 - 37x + 14}{5x^2 + 3x - 2}$ при $x = 11$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

ВАРИАНТ III

1. Выделите квадратный двучлен из квадратного трехчлена:

а) $x^2 - 4x + 1$; б) $-x^2 + 3x - 2$; в) $4x^2 - 8x + 3$.

2. Докажите неравенство:

а) $x^2 + 12x + 44 > 0$; б) $-x^2 + 16x - 80 < 0$; в) $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$.

3. Периметр прямоугольника равен 24 см, а одна из его сторон на 2 см больше другой. Меньшую его сторону увеличили на a см, а большую – уменьшили на a см. При каком значении a площадь полученного прямоугольника будет наибольшей?

У к а з а н и е . Найдите сначала длины сторон данного прямоугольника.

4. Разложите на множители квадратный трехчлен: а) $x^2 + x - 56$;
б) $x^2 - 2x - 1$; в) $2x^2 - 108x + 1458$.

5. Найдите значение выражения $\frac{2x^2 + 13x - 24}{2x^2 - 25x + 33}$ при $x = 11,25$.

Ответ: 77.

Домашнее задание: № 168, 169 [2].

§ 3. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК

**Тема (п. 5): ФУНКЦИЯ $y = ax^2$,
ЕЕ ГРАФИК И СВОЙСТВА (2 ч)**

Цели: выработать умение строить график функции $y = ax^2$ и описывать свойства и особенности функции.

Урок 11

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Заранее написать решение заданий на доске и выполнить их проверку, корректировку и исправление, если необходимо.

№ 168.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{2m^2 - 8}{m^2 + 6m + 8} &= \frac{2(m^2 - 4)}{(m + 2)(m + 4)} = \frac{2(m - 2)(m + 2)}{(m + 2)(m + 4)} = \frac{2(m - 2)}{m + 4} = \\ &= \frac{2m - 4}{m + 4}; \end{aligned}$$

$$m^2 + 6m + 8 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 8 = 1, D > 0.$$

$$m_{1,2} = -3 \pm 1.$$

$$m_1 = -2; \quad m_2 = -4;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{2m^2 - 5m + 2}{mn - 2n - 3m + 6} &= \frac{2(m-2)\left(m - \frac{1}{2}\right)}{(n-3)(m-2)} = \frac{2\left(m - \frac{1}{2}\right)}{n-3} = \frac{2m-1}{n-3} \\ 2m^2 - 5m + 2 &= 0 & mn - 2n - 3m + 6 &= (mn - 3m) - \\ \Delta &= 25 - 16 = 9, \quad \Delta > 0. & -(2n - 6) &= m(n-3) - 2(n-3) = \\ & & &= (n-3)(m-2) \end{aligned}$$

$$m_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4};$$

$$m_1 = 2; \quad m_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{ОТВЕТ: а) } \frac{2m-4}{m+4}; \text{ б) } \frac{2m-1}{n-3}.$$

№ 169.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{4x^2-3x-1} &= \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{4(x-1)\left(x + \frac{1}{4}\right)} = \\ 4x^2 - 3x - 1 &= 0 & &= \frac{(x+4)(4x+1) - (37x-12)}{(x-1)(4x+1)} = \\ \Delta &= 9 + 16 = 25; \quad \Delta > 0. & &= \frac{4x^2 + 17x + 4 - 37x + 12}{(x-1)(4x+1)} = \\ x_{1,2} &= \frac{3 \pm 5}{8}; & &= \frac{4x^2 - 20x + 16}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{(x-1)(4x+1)} = \\ x_1 &= 1; \quad x_2 = -\frac{1}{4} & &= \frac{4(x-4)(x-1)}{4(x-1)\left(x + \frac{1}{4}\right)} = \frac{x-4}{x + \frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2} &= \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{(x+2)(x+1)} = \\ &= \frac{(x-1)(x+1) - 1+x}{(x+2)(x+1)} = \frac{x^2 - 1 - 1 + x}{(x+2)(x+1)} = \\ &= \frac{x^2 + x - 2}{(x+2)(x+1)} = \frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}. \end{aligned}$$

Ответ: а) $\frac{x-4}{x+\frac{1}{4}}$; б) $\frac{x-1}{x+1}$.

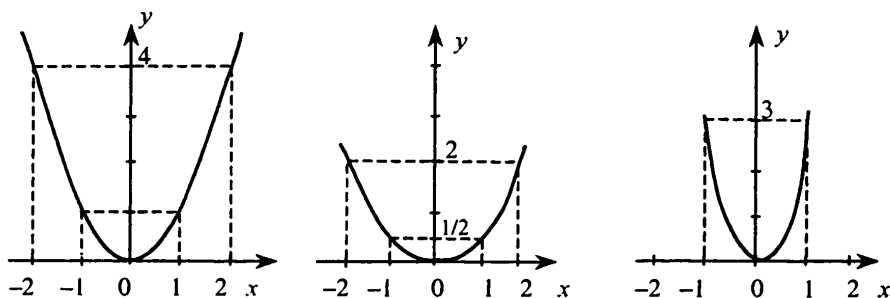
II. Анализ самостоятельной работы (теста, разноуровневых заданий).

1. Итоги работы.
2. Общий анализ работы.
3. Объяснение задания, с которым не справились большинство учащихся.

III. Изучение нового материала.

1. Построение графиков функций.

На доске изображены графики:



Вопросы учащимся:

- 1) Назовите общие свойства функций, графики которых вы видите.

Ответы:

- а) область определения – вся числовая прямая;
- б) область значений – промежуток $[0; +\infty)$;
- в) убывает на промежутке $(-\infty; 0]$;
- г) возрастает на промежутке $[0; +\infty)$;
- д) график каждой из них проходит через начало координат и симметричен относительно оси Oy .

- 2) Допустим, что на доске изображены графики функций $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \varphi(x)$ соответственно.

Изобразите графики функций $y = f(x)$ и $y = -f(x)$, $y = g(x)$ и $y = -g(x)$, $y = \varphi(x)$ и $y = -\varphi(x)$. (Учащиеся строят графики в тетрадях, учитель выполняет эту работу на доске.)

- 3) Назовите общие свойства функций $y = -f(x)$, $y = -g(x)$, $y = -\varphi(x)$.

- 4) Найдите различные свойства функций $y = f(x)$ и $y = -f(x)$.

2. Сообщение учителя:

- 1) все шесть графиков есть графики функций вида $y = ax^2$, $a \neq 0$;
 - 2) функция $y = ax^2$, $a \neq 0$ является частным случаем квадратичной функции;
 - 3) определение квадратичной функции;
 - 4) график функции $y = ax^2$, $a \neq 0$ называется параболой; определение вершины параболы.
3. Предлагаются вопросы и задания:

1) Как проще найти a для функции $y = ax^2$, если известен ее график? (Определить по графику значение функции при $x = 1$ или $x = -1$.)

2) Найдите формулы для каждой функции.

$$(y = x^2 \text{ и } y = -x^2; y = \frac{1}{2}x^2 \text{ и } y = -\frac{1}{2}x^2; y = 3x^2 \text{ и } y = -3x^2.)$$

3) Как расположен график функции $y = ax^2$ относительно оси x , если: а) $a > 0$; б) $a < 0$?

4) Какая точка является вершиной параболы $y = ax^2$, $a \neq 0$?

5) Как построить график функции $y = ax^2$ из графика функции $y = x^2$, если: а) $a > 1$; б) $0 < a < 1$?

6) Как построить график функции $y = -ax^2$ из графика функции $y = ax^2$, если $a > 0$?

IV. Закрепление изученного материала. № 73, 79 (а, б).

V. Итоги урока.

Перечислить свойства функции $y = ax^2$, если: а) $a > 0$; б) $a < 0$.

Домашнее задание: п. 5, контрольные вопросы 1 и 2 [2, с. 41]; построить график функции $y = x^2$; № 74, 79 (в, г) [2].

Урок 12

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Разобрать решение тех заданий, которые вызвали наибольшие затруднения.

II. Опрос учащихся.

1. Устный ответ у доски: изобразить график функции $y = x^2$; дать определение квадратичной функции; перечислить свойства функции $y = ax^2$ ($a > 0$ или $a < 0$).

2. Устная фронтальная работа с классом.

1) Какие из графиков следующих функций расположены только над осью x :

а) $y = 2x + 1$; б) $y = x^2$; в) $y = x + 1$; г) $y = |x| + 1$;

д) $y = x^2 - 2$; е) $y = 2x^2 + 2$?

Ответ: г); е).

2) Найти общее в расположении графиков функций: а) $y = x^2 + 2$;

б) $y = |x| + 3$; в) $y = |x| + x^2 + 1$; г) $y = \frac{1}{|x|}$.

Ответ: расположены над осью x ; не имеют точек пересечения с осью x , симметричны относительно оси y .

3) Как из графика функции $y = x^2$ построить график функций:

а) $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = 2x^2$; б) $y = 3x^2$; $y = \frac{1}{3}x^2$?

4) Как построить графики функций: $y = -x^2$; $y = -\frac{1}{2}x^2$; $y = -2x^2$;

$y = -3x^2$; $y = -\frac{1}{3}x^2$?

3. Ответ учащегося, с самоанализом.

III. Тренировочные упражнения.

№ 75, 77, 80 (б, в).

IV. Итоги урока.

1. Построены (заранее на доске) графики функций $y = 2x^2$; $y = x^2$; $y = \frac{1}{4}x^2$ (используется таблица).

Ответить на в о п р о с ы :

1) Найти значение каждой функции при $x = 2$; -2 ; 0 .

2) По графику функции $y = \frac{1}{4}x^2$ найти все значения x , при которых $1 \leq y \leq 4$.

3) Сравнить значение функций $y = \frac{1}{4}x^2$ и $y = x^2$ в точках $x = 0$; $x = 2$; $x = -5$; $x = -2$.

2. Д и к т а н т .

ВАРИАНТ I (ВАРИАНТ II)

1. Графику функции $y = ax^2$ принадлежит точка с координатами $(-2; 3)$ $((2; -3))$. Укажите координаты еще двух точек, принадлежащих этому графику.

2. Проходит ли график функции $y = -2x^2$ через точку $(-2; -8)$ $((2; -8))$?

3. Укажите промежуток возрастания (убывания) функции $y = -2x^2$.

4. Существуют ли значения x , при которых функция $y = -2x^2$ $(y = 2x^2)$ принимает положительные (отрицательные) значения? Ответьте «нет» или укажите такие значения.

5. Постройте график функции $y = -2x^2$ $(y = 2x^2)$.

Домашнее задание: п. 5, № 76, 78, 80 (а) [2]; изготовить шаблон параболы $y = x^2$ и параболы $y = \frac{1}{2}x^2$.

Тема (п. 6): ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

$$y = ax^2 + n \text{ и } y = a(x - m)^2 \text{ (2 ч)}$$

Цели: выработать умение строить графики функции $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ с помощью параллельных переносов вдоль осей координат.

Урок 13

Ход урока

I. Организационный момент.

Проверка наличия домашней работы; результаты выполнения диктанта.

II. Устные упражнения.

Решение заданий диктанта, выполнение соответствующих записей на доске.

ВАРИАНТ I

1. $y = ax^2$, $(-2; 3)$

$$a = \frac{y}{x^2}, a = \frac{3}{4}$$

ВАРИАНТ II

1. $y = ax^2$, $(2; -3)$

$$a = \frac{y}{x^2}, a = -\frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x^2$$

$$\left(-1; \frac{3}{4}\right)$$

2. $y = -2x^2$, $(-2; -8)$

$$-8 = -2 \cdot (-2)^2$$

$$-8 = -2 \cdot 4$$

$$-8 = -8$$

Да.

3. $y = -2x^2$, $(-\infty; 0]$

4. $y = -2x^2$, $y > 0$.

Нет.

5. $y = -2x^2$

$$y = -\frac{3}{4}x^2$$

$$\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$$

2. $y = -2x^2$, $(2; -8)$

$$-8 = -2 \cdot 2^2$$

$$-8 = -2 \cdot 4$$

$$-8 = -8$$

Да.

3. $y = -2x^2$, $[0; +\infty)$

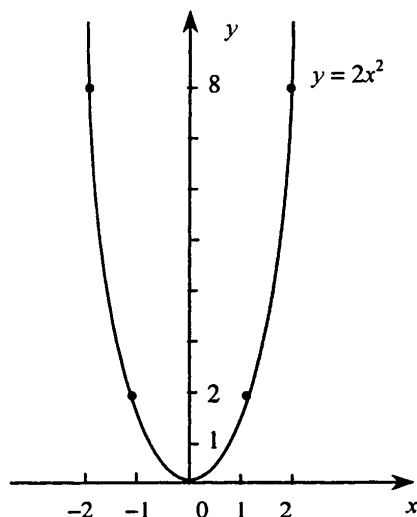
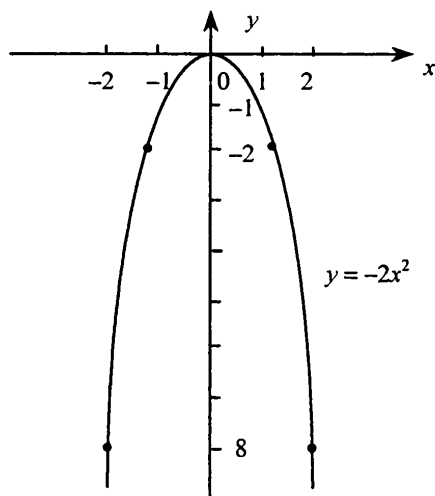
4. $y = 2x^2$,

$$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

5. $y = 2x^2$

x	± 2	± 1	0
y	-8	-2	0

x	± 2	± 1	0
y	8	2	0



III. Изучение нового материала.

На доске изображены графики функции (см. рис. а, б, с. 47).

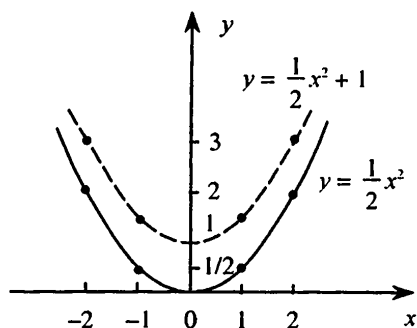


Рис. а

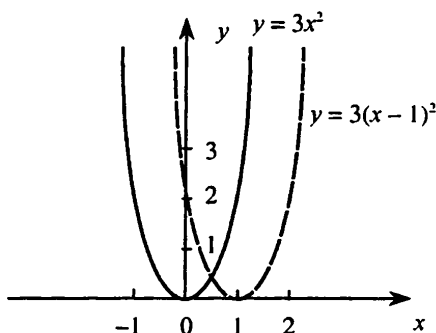


Рис. б

1. Вопросы учащимся:

1) Рис. а. Найдите значения функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$, если значения аргумента равны ± 2 ; ± 1 ; 0 (составляются соответствующие таблицы).

– Как связаны значения функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ и значения функции $y = \frac{1}{2}x^2$ при одних и тех же значениях аргумента?

– Как из графика функции $y = \frac{1}{2}x^2$ получить график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$?

2) Рис. б. Найдите значения аргумента функций $y = 3x^2$ и $y = 3(x-1)^2$, если значения функции равны 0; 1; 3 (составляются соответствующие таблицы).

– Как связаны аргументы функции $y = 3(x-1)^2$ и аргументы функции $y = 3x^2$ при одних и тех же значениях функции?

– Как из графика функции $y = 3x^2$ получить график функции $y = 3(x-1)^2$?

2. Задание учащимся: изобразить графики функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$; $y = 3x^2$ и $y = 3(x-1)^2$ в тетрадях.

3. Сформулировать выводы, ответив на вопросы:

– Как из графика функции $y = ax^2$ можно получить график функции $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$, $y = a(x - m)^2 + n$?

IV. Тренировочные упражнения.

№ 87 (а, г), 88; № 90 – самостоятельное решение с последующей проверкой и обоснованием решения.

V. Повторение.

№ 98 (б) – самостоятельное решение в тетрадях, один ученик выполняет его на откидной доске, затем открывает доску и объясняет решение.

VI. Итоги урока.

Устное решение с комментариями № 95.

Домашнее задание: п. 6, № 87 (б, в), 89, 98 (а), 99 (а, б) [2].

Урок 14

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Учащиеся выполняют № 87 (б), 87 (в), 89 у доски с последующим обоснованием и формулировкой соответствующих выводов.

2. Самостоятельное решение № 99 (в, г), 98 (а) в тетрадях, проверка выполнения заданий (на откидной доске заранее приготовлены решения).

№ 99 (в, г).

$$\text{в) } 2x + 4,2 \leq 4x + 7,8$$

$$4x - 2x \geq 4,2 - 7,8$$

$$2x \geq -3,6$$

$$x \geq -1,8$$

$$\text{Ответ: } [-1,8; +\infty).$$

$$\text{г) } 3x - 2,6 > 5,5x - 3,1$$

$$5,5x - 3x < 3,1 - 2,6$$

$$2,5x < 0,5$$

$$x < 0,2$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0,2).$$

№ 98 (а).

$$0,6a - (a + 0,3)^2 = 0,27$$

$$0,6a - a^2 - 0,6a - 0,09 = 0,27$$

$$-a^2 = 0,36$$

$$a^2 = -0,36$$

Нет решения.

Ответ: нет решения.

3. Устные ответы учащихся.

II. Тренировочные упражнения.

№ 91, 93 – ученики самостоятельно выполняют решения в тетрадях; на доске заранее изображены системы координат; ученик, первый выполнивший одно задание, выполняет его на доске и комментирует свое решение и т. д.

№ 96, 97 – решение у доски, с объяснением.

III. Итоги урока.

1. Самостоятельная работа (по вариантам):

ВАРИАНТ I

В одной и той же системе координат постройте графики функций: $y = -\frac{1}{2}x^2$; $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2$; $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$; $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 0,5$.

ВАРИАНТ II

В одной и той же системе координат постройте графики функций: $y = 2x^2$; $y = -2(x+1)^2$; $y = -2x^2 + 1,5$; $y = 2(x-2)^2 - 1$.

2. Собрать работы учащихся на проверку.

3. Разобрать решение самостоятельной работы.

4. Самоанализ. (В каких заданиях допущены ошибки? Почему? Формулировка соответствующих положений теории.)

Домашнее задание: п. 6, контрольные вопросы [2, с. 41], № 92, 94; из сборника № 857, 859, 867 [4, с. 175, 176].

Тема (п. 7): ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ (3 ч)

Цели: выработать умения указывать координаты вершины параболы, ее ось симметрии, направление ветвей параболы; выработать умение строить график квадратичной функции; довести до понимания учащихся, что график функции $y = ax^2 + bx + c$ может быть получен из графика функции $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов вдоль осей координат.

Урок 15

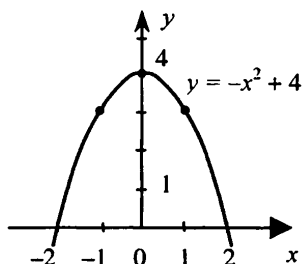
Ход урока

I. Проверка домашней работы.

- В о п р о с ы учащихся по заданиям № 92, 94.
- Заранее написать решения № 857, 859, 867 (из сборника), устно разобрать каждое решение (объяснения учащихся).

№ 857.

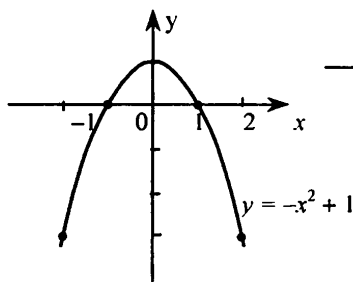
а)



б) функция принимает отрицательные значения при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

№ 859.

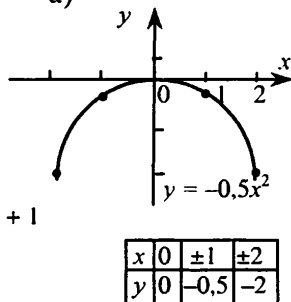
а)



б) функция принимает положительные значения при $x \in (-1; 1)$

№ 867.

а)



б) М (8; -32)
 $-32 = -0,5 \cdot 8^2$
 $-32 = -0,5 \cdot 64$
 $-32 = -32$
 График проходит через точку М

3. Устные вопросы:

№ 857.

- При каких значениях x функция принимает положительные значения?
- Укажите промежуток, в котором функция возрастает (убывает).
- Чему равно наибольшее значение функции?

№ 859.

- Укажите значения x , при которых $y < 0$.
- Укажите координаты вершины параболы.
- Чему равно наименьшее значение функции?
- Как из графика функции $y = -x^2$ построить график функции $y = -x^2 + 1$?

II. Изучение нового материала.

Объяснение учителя.

1. Поставить перед учениками задачу – построить график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, выяснить, что он собой представляет. Нужно воспользоваться умением строить график функции $y = a(x - m)^2 + n$ из графика функции $y = ax^2$ с помощью параллельных переносов вдоль осей координат.

2. Поэтому выделим из трехчлена $ax^2 + bx + c$ квадрат двучлена.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left(\left[x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a} \right] - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) = \\ &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ y &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}. \\ y &= a(x - m)^2 + n. \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } m = -\frac{b}{2a}, \quad n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}.$$

Следовательно, функция $y = ax^2 + bx + c$ является квадратичной, график – парабола, которую можно получить с помощью двух параллельных переносов: вдоль оси x на $\frac{b}{2a}$ влево и вдоль оси y на

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a} \text{ вниз.}$$

Точка $(m; n)$ – вершина параболы, прямая $x = m$ – ось симметрии. При $a > 0$ ($a < 0$) ветви параболы направлены вверх (вниз).

3. Разработка алгоритма построения графика квадратичной функции (записать его на доске).

Алгоритм построения графика квадратичной функции

1) Найти координаты вершины параболы (m ; n), где $m = -\frac{b}{2a}$,

и отметить ее в координатной плоскости.

2) Определить направление ветвей параболы.

3) Составить уравнение оси симметрии $x = m$ и изобразить ее в координатной плоскости.

4) Построить несколько точек, принадлежащих параболе (точки пересечения с осями координат).

5) Соединить отмеченные точки.

4. Рассмотреть примеры 1, 2, 3 [2, с. 37–39], оформить решение одного примера на доске и в тетрадь.

III. Закрепление изученного материала.

№ 101, 102 – решение у доски с объяснением.

IV. Итоги урока.

Повторить схему построения графика функции $y = ax^2 + bx + c$ и записать ее в тетрадь.

Домашнее задание: п. 7, № 103, 109, контрольные вопросы [2, с. 41].

Урок 16

Ход урока

I. Организационный момент.

Вопросы учащихся по домашней работе, выборочная проверка домашней работы.

II. Устные упражнения.

1. Определите координаты точки пересечения параболы с осью ординат: а) $y = 3x^2 - 8x + 9$; б) $y = -x^2 + 5$; в) $y = 3x - 2x^2$.

Ответ: а) (0; 9); б) (0; 5); в) (0; 0).

2. Найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 36$ с осями координат.

Ответ: (0; -36) – точка пересечения с осью y ,
(6; 0); (-6; 0) – точки пересечения с осью x .

3. Укажите координаты вершины параболы, направление ветвей, уравнение оси симметрии:

а) $y = x^2 - 1$; б) $y = -2x^2 + 5$; в) $y = (x - 2)^2$; г) $y = -3(x + 1)^2 - 4$.

- Ответ: а) $(0; -1)$; ветви направлены вверх; $x = 0$;
 б) $(0; 5)$; ветви направлены вниз; $x = 0$;
 в) $(2; 0)$; ветви направлены вверх; $x = 2$;
 г) $(-1; -4)$; ветви направлены вниз; $x = -1$.

III. Тренировочные упражнения. № 104 (а, б), 105.

№ 104 (а, б) – решение у доски с объяснением,

№ 105 (а, б) – самостоятельное решение в тетрадях, одновременно двое учеников решают на откидной доске или «за доской», проверка решения.

№ 105 (в) – самостоятельное решение, проверка правильности построения графика по заранее подготовленному рисунку.

Обратить внимание учащихся на построение графика: а) по алгоритму; б) с помощью параллельных переносов (№ 105 а, в). Построить графики функций $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ и $y = -x^2 + 6x - 9$ с помощью шаблонов $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = x^2$.

IV. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

№ 1. Найдите координаты вершины параболы:

а) $f(x) = x^2 - 6x + 4$; б) $f(x) = -x^2 - 4x + 1$; в) $f(x) = 3x^2 - 12x + 2$.

№ 2. Постройте график функции $y = x^2 - 6x + 4$. Найдите по графику: а) нули функции; промежутки, в которых $y < 0$, $y > 0$; б) промежутки убывания и возрастания функции, наименьшее ее значение.

ВАРИАНТ II

№ 1. Найдите координаты вершины параболы:

а) $f(x) = x^2 + 4x + 2$; б) $f(x) = -x^2 + 6x + 3$; в) $f(x) = 4x^2 - 8x - 1$.

№ 2. Постройте график функции $y = x^2 + 4x + 2$. Найдите по графику: а) нули функции; промежутки, в которых $y < 0$, $y > 0$; б) промежутки убывания и возрастания функции, наименьшее ее значение.

Решение:

Вариант I

№ 1.

а) $f(x) = x^2 - 6x + 4$.

$(m; n)$ – координаты вершины параболы.

Вариант II

№ 1.

а) $f(x) = x^2 + 4x + 2$.

$(m; n)$ – координаты вершины параболы.

$$m = -\frac{6}{2a}, \quad m = 3,$$

$$n = 3^2 - 6 \cdot 3 + 4 = 9 - 18 + 4 = -5$$

(3; -5) – координаты вершины параболы;

$$\text{б) } f(x) = -x^2 - 4x + 1$$

$$m = -\frac{6}{2a}, \quad m = -2,$$

$$n = -(-2)^2 + 4 \cdot 2 + 1 = -4 + 9 = 5$$

(-2; 5);

$$\text{в) } f(x) = 3x^2 - 12x + 2$$

$$m = -\frac{6}{2a}, \quad m = 2,$$

$$n = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 2 = 12 - 24 + 2 = -10$$

(2; -10).

№ 2.

$y = x^2 - 6x + 4$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$; (3; -5) – координаты вершины параболы. Прямая $x = 3$ – ось симметрии.

$$m = -\frac{6}{2a}, \quad m = -2,$$

$$n = (-2)^2 - 4 \cdot 2 + 2 = 4 - 8 + 2 = -2$$

(-2; -2) – координаты вершины параболы;

$$\text{б) } f(x) = -x^2 - 6x + 3$$

$$m = -\frac{6}{2a}, \quad m = -3,$$

$$n = -(-3)^2 + 6 \cdot 3 + 3 = -9 + 18 + 3 = 12$$

(-3; 12);

$$\text{в) } f(x) = 4x^2 - 8x - 1$$

$$m = -\frac{6}{2a}$$

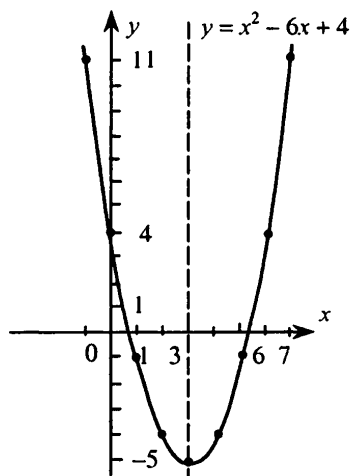
$$m = 1, \quad n = 4 - 8 - 1 = -5$$

(1; -5).

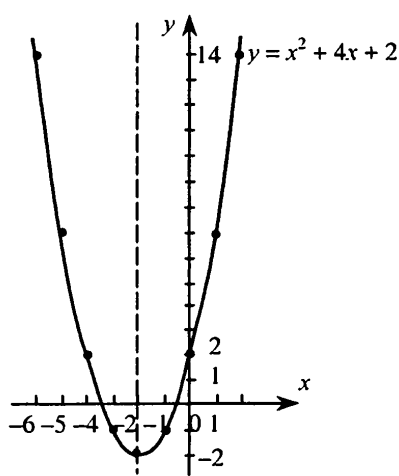
№ 2.

$y = x^2 + 4x + 2$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$; (-2; -2) – координаты вершины параболы. Прямая $x = -2$ – ось симметрии.

x	2	1	0	-1
y	-4	-1	0	11



x	-1	0	1	2
y	-1	2	7	14



а) 0,8 и 5,2 – нули функции,
 $y < 0$ при $0,8 < x < 5,2$,
 $y > 0$ при $x < 0,8, x > 5,2$;

а) –3,4 и –0,5 – нули функции,
 $y < 0$ при $-3,4 < x < -0,5$,
 $y > 0$ при $x < -3,4, x > -0,5$;

б) функция убывает на промежутке $(-\infty; 3]$, возрастает на промежутке $[3; +\infty)$; –5 – наименьшее значение функции.

б) функция убывает на промежутке $(-\infty; -2]$, возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$; –2 – наименьшее значение функции.

Домашнее задание: контрольные вопросы [2, с. 41], № 106; из сборника № 877, 880, 881, 894 [4, с. 176–178].

Урок 17

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Анализ самостоятельной работы.

Необходимые записи на доске приготовить заранее.

1. Итоги работы.

2. Разбор типичных ошибок.

3. Выполнение работы над ошибками.

III. Устные упражнения.

1. Разложите на множители:

а) $x^2 - 4$; б) $7x - 14x^2$; в) $25a^2 - 10a + 1$; г) $c^2 - 7c + c$.

Ответ: а) $(x - 2)(x + 2)$; б) $7x(1 - 2x)$; в) $(5a - 1)^2$; г) $c(c - 6)$.

2. Укажите координаты вершины параболы, направление ее ветвей, уравнение оси симметрии, координаты точки пересечения с осью y .

а) $y = -3x^2 - 5$; б) $y = x^2 + 2x + 1$.

Ответ: а) $(0; -5)$; ветви параболы направлены вниз, $x = 0$ – ось симметрии; б) $(-1; 0)$; ветви параболы направлены вверх, $x = -1$ – ось симметрии; $(0; 1)$.

IV. Тренировочные упражнения.

№ 165 (а), 167 (б, в), 168 (а, б), 183 (а, в, д).

V. Итоги урока.

Контрольные вопросы [2, с. 41, 25].

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе: § 1–3, № 165 (б), 167 (а, г), № 183 (б, г, е) [2].

Урок 18

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

ВАРИАНТ I

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:
а) $x^2 - 14x + 45$; б) $3y^2 + 7 - 6$.
2. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 8$. Найдите с помощью графика:
а) значения y при $x = -1,5$;
б) значения x , при которых $y = 3$;
в) нули функции; промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;
г) промежутков, в котором функция возрастает.
3. Сократите дробь $\frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2}$.
4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 11$.
5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y = \frac{1}{3}x^2$ и прямая $y = 6x - 15$. Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

ВАРИАНТ II

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:
а) $x^2 - 10x + 21$; б) $5y^2 + 9y - 2$.
2. Постройте график функции $y = x^2 - 4x - 5$. Найдите с помощью графика:
а) значения y при $x = 0,5$;
б) значения x , при которых $y = 3$;
в) нули функции; промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;
г) промежутков, в котором функция убывает.
3. Сократите дробь $\frac{4c^2 + 7c - 2}{1 - 16c^2}$.
4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 4x + 3$.
5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли пара-

бола $y = \frac{1}{2}x^2$ и прямая $y = 12 - x$. Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

ВАРИАНТ III

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:
а) $x^2 - 12x + 35$; б) $7y^2 + 19y - 6$.
2. Постройте график функции $y = x^2 - 6x + 5$. Найдите с помощью графика:
а) значения y при $x = 0,5$;
б) значения x , при которых $y = -1$;
в) нули функции; промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;
г) промежутков, в котором функция возрастает.
3. Сократите дробь $\frac{5a^2 + 19a - 4}{1 - 25a^2}$.
4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 8x + 7$.
5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y = \frac{1}{4}x^2$ и прямая $y = 5x - 16$. Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

ВАРИАНТ IV

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:
а) $x^2 - 18x + 45$; б) $9x^2 + 25x - 6$.
2. Постройте график функции $y = x^2 - 8x + 13$. Найдите с помощью графика:
а) значение y при $x = 1,5$;
б) значения x , при которых $y = 2$;
в) нули функции; промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$;
г) промежутков, в котором функция возрастает.
3. Сократите дробь $\frac{7\theta^2 + 11\theta - 6}{9 - 49\theta^2}$.
4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 6x - 4$.

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y = \frac{1}{5}x^2$ и прямая $y = 20 - 3x$. Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

Решение:

Вариант I

1.

а) $x^2 - 14x + 45 = (x - 5)(x - 9)$.

$$x^2 - 14x + 45 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 49 - 45 = 4 > 0$$

$$x_{1,2} = 7 \pm 2$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 9;$$

б) $3y^2 + 7y - 6 = 3\left(y - \frac{2}{3}\right)(y + 3) = (3y - 2)(y + 3)$.

$$3y^2 + 7y - 6 = 0$$

$$D = 49 + 72 = 121 > 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-7 \pm 11}{6}$$

$$y_1 = \frac{2}{3}, \quad y_2 = -3.$$

2. $y = x^2 - 2x - 8$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

Точка $(m; n)$ – вершина параболы, $m = -\frac{b}{2a}$, $m = 1$, $n = 1 - 2 - 8 = -9$. Точка $(1; -9)$ – вершина параболы.

Прямая $x = 1$ – ось симметрии.

x	0	-1	-2	-3
y	-8	-5	0	7

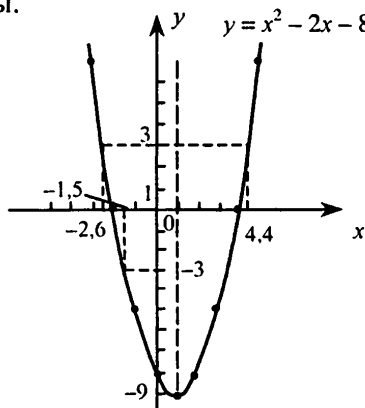
а) $y \approx -3$;

б) $x \approx -2,6; 4,4$;

в) -2 и 4 – нули функции,

$y > 0$ при $x < -2$, $x > 4$,

то есть $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$;



$y < 0$ при $-2 < x < 4$,

то есть $x \in (-2; 4)$;

г) $[1; +\infty)$.

$$3. \frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2} = \frac{3\left(p - \frac{2}{3}\right)(p+1)}{(2-3p)(2+3p)} = \frac{(3p-2)(p+1)}{-(3p-2)(3p+2)} = \frac{p+1}{3p+2}$$

$$3p^2 + p - 2 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25 > 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{6}$$

$$p_1 = \frac{2}{3}$$

$$p_2 = -1.$$

$$4. x^2 - 6x + 11.$$

$y = x^2 - 6x + 11$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх.

Наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 6x + 11$ – это ордината вершины параболы $y = x^2 - 6x + 11$

$$m = \frac{-b}{2a}, m = 3, n = 3^2 - 6 \cdot 3 + 11 = 9 - 18 + 11 = 2.$$

2 – наименьшее значение данного квадратного трехчлена.

$$5. y = \frac{1}{3}x^2, y = 6x - 15.$$

$$\frac{1}{3}x^2 = 6x - 15$$

$$\frac{1}{3}x^2 - 6x + 15 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 5 = 4 > 0; \text{ два корня.}$$

Точки пересечения параболы $y = \frac{1}{3}x^2$ и прямой $y = 6x - 15$ существуют:

$$x_1 = 15, x_2 = 3;$$

$$y_1 = \frac{15^2}{3} = 75, y_2 = \frac{3^2}{3} = 3.$$

$(15; 75)$ и $(3; 3)$ – точки пересечения параболы $y = \frac{1}{3}x^2$ и прямой $y = 6x - 15$.

Вариант II

1.

а) $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$.

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 21 = 4 > 0$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 2$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 7;$$

б) $5y^2 + 9y - 2 = 5\left(y - \frac{1}{5}\right)(y + 2) = (5y - 1)(y + 2)$.

$$5y^2 + 9y - 2 = 0$$

$$D = 81 + 40 = 121 > 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-9 \pm 4}{10}$$

$$y_1 = \frac{1}{5}, \quad y_2 = -2.$$

2. $y = x^2 - 4x - 5$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

Точка $(m; n)$ – вершина параболы, $m = -\frac{b}{2a}$, $m = 2$, $n = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$. Точка $(2; -9)$ – вершина параболы.

Прямая $x = 2$ – ось симметрии.

x	1	0	-1	-2
y	-8	-5	0	7

а) $y \approx -6$;

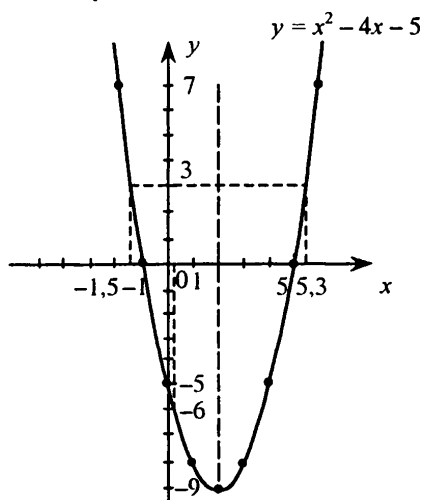
б) $x \approx -1,5; 5,3$;

в) -1 и 5 – нули функции,

$y > 0$, если $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$;

$y < 0$, если $x \in (-1; 5)$;

г) $(-\infty; 2]$.



$$3. \frac{4c^2 + 7c - 2}{1 - 16c^2} = \frac{4\left(c - \frac{1}{4}\right)(c + 2)}{(1 - 4c)(1 + 4c)} = \frac{(4c - 1)(c + 2)}{-(4c - 1)(4c + 1)} = -\frac{c + 2}{4c + 1}$$

$$4c^2 + 7c - 2 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81 > 0$$

$$c_{1,2} = \frac{-7 \pm 9}{8}$$

$$c_1 = \frac{1}{4}, c_2 = -2.$$

$$4. -x^2 + 4x + 3.$$

Наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 4x + 3$ – это ордината вершины параболы $y = -x^2 + 4x + 3$, ветви которой направлены вниз $m = -\frac{6}{2a}$, $m = 2$, $n = -2^2 + 4 \cdot 2 + 3 = -4 + 8 + 3 = 7$.

7 – наибольшее значение данного квадратного трехчлена $-x^2 + 4x + 3$.

$$5. y = \frac{1}{2}x^2, y = 12 - x.$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 12 - x$$

$$\frac{1}{2}x^2 + x - 12 = 0$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 24 = 25 > 0, \text{ два корня.}$$

Парабола $y = \frac{1}{2}x^2$ и прямая $y = 12 - x$ пересекаются в двух точках:

$$x_{1,2} = -1 \pm 5$$

$$x_1 = 4, x_2 = -6;$$

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8, y_2 = \frac{1}{2} \cdot 36 = 18.$$

(4; 8) и (-6; 18) – точки пересечения параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ и прямой $y = 12 - x$.

Вариант III

1.

а) $x^2 - 12x + 35 = (x - 5)(x - 7)$.

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 35 = 1 > 0$$

$$x_{1,2} = 6 \pm 1$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 7;$$

б) $7y^2 + 19y - 6 = 7\left(y - \frac{2}{7}\right)(y + 3) = (7y - 2)(y + 3)$.

$$7y^2 + 19y - 6 = 0$$

$$D = 361 + 168 = 529 = 23^2 > 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-19 \pm 23}{14}$$

$$y_1 = \frac{2}{7}, \quad y_2 = -3.$$

2. $y = x^2 - 6x + 5$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

Точка $(m; n)$ – вершина параболы, $m = -\frac{b}{2a}$, $m = 3$, $n = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$. Точка $(3; -4)$ – вершина параболы.

Прямая $x = 3$ – ось симметрии.

x	2	1	0	-1
y	-3	0	5	12

а) $y \approx 2,5$;

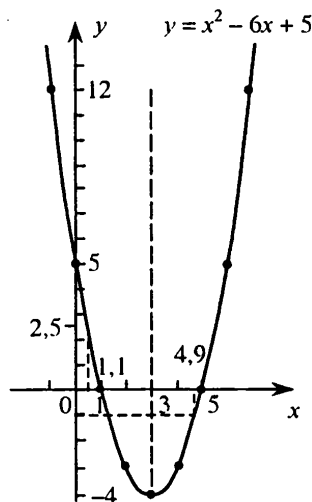
б) $x \approx 1,1; 4,9$;

в) 1 и 5 – нули функции,

$y > 0$, если $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$;

$y < 0$, если $x \in (1; 5)$;

г) $[3; +\infty)$.



$$3. \frac{5a^2 + 19a - 4}{1 - 25a^2} = \frac{5\left(a - \frac{1}{5}\right)(a + 4)}{(1 - 5a)(1 + 5a)} = \frac{(5a - 1)(a + 4)}{-(5a - 1)(5a + 1)} = -\frac{a + 4}{5a + 1}$$

$$5a^2 + 19a - 4 = 0$$

$$D = 361 + 80 = 441 = 21^2$$

$$a_{1,2} = \frac{-19 \pm 21}{10}$$

$$a_1 = \frac{1}{5}, \quad a_2 = -4.$$

$$4. x^2 - 8x + 7.$$

Наименьшее значение квадратного трехчлена $x^2 - 8x + 7$ – это ордината вершины параболы $y = x^2 - 8x + 7$, ветви которой направлены вверх.

$$m = -\frac{B}{2a}, \quad m = 4, \quad n = 4^2 - 8 \cdot 4 + 7 = 16 - 32 + 7 = -9.$$

-9 – наименьшее значение данного квадратного трехчлена $x^2 - 8x + 7$.

$$5. y = \frac{1}{4}x^2, \quad y = 5x - 16.$$

$$\frac{1}{4}x^2 = 5x - 16$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 5x + 16 = 0$$

$$x^2 - 20x + 64 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 100 - 64 = 36 > 0, \text{ два корня.}$$

Парабола $y = \frac{1}{4}x^2$ и прямая $y = 5x - 16$ пересекаются в двух точ-

ках:

$$x_{1,2} = 10 \pm 6$$

$$x_1 = 16, \quad x_2 = 4$$

$$y_1 = \frac{1}{4} \cdot 16^2 = 64, \quad y_2 = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4.$$

$(16; 64)$ и $(4; 4)$ – точки пересечения параболы $y = \frac{1}{4}x^2$ и прямой

$$y = 5x - 16.$$

Вариант IV

1.

а) $x^2 - 18x + 45 = (x - 15)(x - 3)$.

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 81 - 45 = 36 > 0$$

$$x_{1,2} = 9 \pm 6$$

$$x_1 = 15, \quad x_2 = 3;$$

б) $9x^2 + 25x - 6 = 9\left(x - \frac{2}{9}\right)(x + 3) = (9x - 2)(x + 3)$.

$$9x^2 + 25x - 6 = 0$$

$$D = 625 + 216 = 841 = 29^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-25 \pm 29}{18}$$

$$x_1 = \frac{2}{9}, \quad x_2 = -3.$$

2. $y = x^2 - 8x + 13$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

Точка $(m; n)$ – вершина параболы, $m = -\frac{b}{2a}$, $m = 4$, $n = 4^2 - 8 \cdot 4 + 13 = 16 - 32 + 13 = -3$. Точка $(4; -3)$ – вершина параболы.

Прямая $x = 4$ – ось симметрии.

x	3	2	1	0
y	-2	1	6	13

а) $y \approx 3,4$;

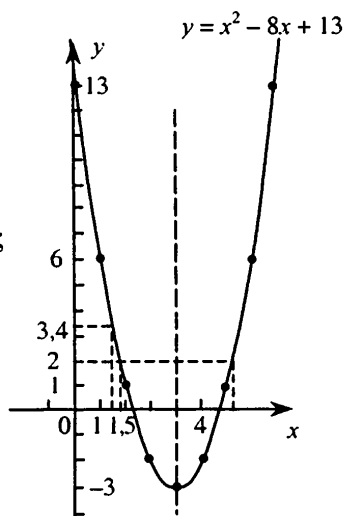
б) $x \approx 1,7$; $6,3$;

в) 2,3 и 5,7 – нули функции,

$$y > 0, \text{ если } x \in (-\infty; 2,3) \cup (5,7; +\infty);$$

$$y < 0, \text{ если } x \in (2,3; 5,7);$$

г) $[4; +\infty)$.



$$3. \frac{7\theta^2 + 11\theta - 6}{9 - 49\theta^2} = \frac{7\left(\theta - \frac{3}{7}\right)(\theta + 2)}{(3 - 7\theta)(3 + 7\theta)} = \frac{(7\theta - 3)(\theta + 2)}{-(7\theta - 3)(7\theta + 3)} = -\frac{\theta + 2}{7\theta + 3}$$

$$7\theta^2 + 11\theta - 6 = 0$$

$$D = 121 + 168 = 289 > 0$$

$$\theta_{1,2} = \frac{-11 \pm 17}{14}$$

$$\theta_1 = \frac{3}{7}, \quad \theta_2 = -2.$$

$$4. -x^2 + 6x - 4.$$

Наибольшее значение квадратного трехчлена $-x^2 + 6x - 4$ — это ордината вершины параболы $y = -x^2 + 6x - 4$, ветви которой направлены вниз, $m = -\frac{b}{2a} = 3$, $n = -3^2 + 6 \cdot 3 - 4 = -9 + 18 - 4 = 5$.

5 — наибольшее значение данного квадратного трехчлена $-x^2 + 6x - 4$.

$$5. y = \frac{1}{5}x^2, y = 20 - 3x.$$

$$\frac{1}{5}x^2 = 20 - 3x$$

$$\frac{1}{5}x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$x^2 + 15x - 100 = 0$$

$$D = 225 + 400 = 625 > 0, \text{ два корня.}$$

Парабола $y = \frac{1}{5}x^2$ и прямая $y = 20 - 3x$ пересекаются в двух точ-

ках:

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm 25}{2}$$

$$x_1 = 5, x_2 = -20;$$

$$y_1 = \frac{1}{5} \cdot 25 = 5, y_2 = \frac{1}{5} \cdot 400 = 80.$$

(5; 5) и (-20; 80) — точки пересечения параболы $y = \frac{1}{5}x^2$ и прямой $y = 20 - 3x$.

Ответы:

Вариант I. 1: а) $(x - 5)(x - 9)$; б) $(3y - 2)(y + 3)$. 2: а) -3 ; б) $-2,6$ и $4,4$; в) -2 и 4 ; $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-2; 4)$; г) $[1; +\infty)$. 3. $-\frac{p+1}{3p+2}$. 4. 2. 5. $(15; 75)$ и $(3; 3)$.

Вариант II. 1: а) $(x - 3)(x - 7)$; б) $(5y - 1)(y + 2)$. 2: а) -6 ; б) $-1,5$ и $5,3$; в) -1 и 5 ; $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-1; 5)$; г) $(-\infty; -2]$. 3. $-\frac{c+2}{4c+1}$. 4. 7. 5. $(4; 8)$ и $(-6; 18)$.

Вариант III. 1: а) $(x - 5)(x - 7)$; б) $(7y - 2)(y + 3)$. 2: а) $2,5$; б) $1,1$ и $4,9$; в) 1 и 5 ; $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (1; 5)$; г) $[3; +\infty)$. 3. $-\frac{a+4}{5a+1}$. 4. -9 . 5. $(16; 64)$ и $(4; 4)$.

Вариант IV. 1: а) $(x - 15)(x - 3)$; б) $(9x - 2)(x + 3)$. 2: а) $3,4$; б) $1,7$ и $6,3$; в) $2,3$ и $5,7$; $y > 0$ при $x \in (-\infty; 2,3) \cup (5,7; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (2,3; 5,7)$; г) $[4; +\infty)$. 3. $-\frac{b+2}{7b+3}$. 4. 5. 5. $(5; 5)$ и $(-20; 80)$.

§ 4. НЕРАВЕНСТВО С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема (п. 8): РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ (3 ч)

Цели: сформировать умения решать неравенства $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, где $a \neq 0$, с опорой на сведения о графике квадратичной функции (направление ветвей параболы, ее расположение относительно оси Ox).

Урок 19

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

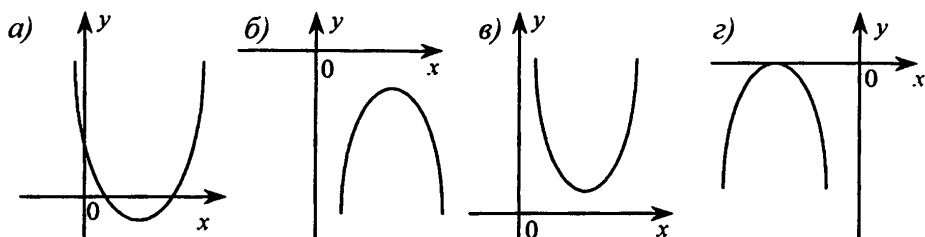
1. Общий анализ контрольной работы.
2. Объяснение заданий, с которыми не справились большинство учащихся.

3. Демонстрация лучших работ.

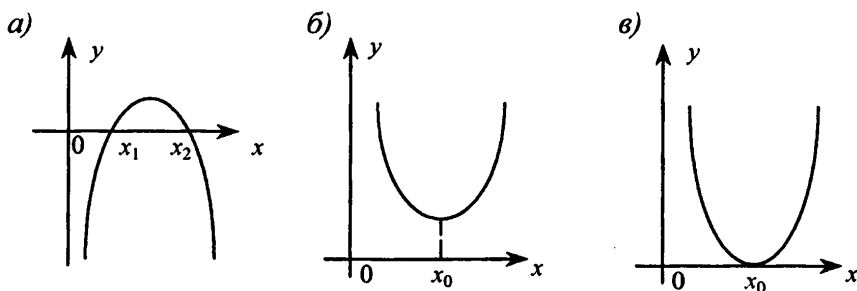
II. Актуализация знаний.

Решить устно:

1. Что можно сказать о количестве корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и знаке коэффициента a , если график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ расположен следующим образом:



2. Назовите промежутки знакопостоянства функции $y = ax^2 + bx + c$, если ее график расположен указанным способом:



Ответ:

1. Рис. а: два корня, $a > 0$; рис. б: нет корней, $a < 0$; рис. в: нет корней, $a > 0$; рис. г: один корень, $a < 0$.

2. Рис. а: $y > 0$ при $x \in (x_1; x_2)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; рис. б: $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$; рис. в: $y > 0$ при $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$.

III. Изучение нового материала.

1. Объяснение решения примеров 1–4 из п. 8 [2, с. 41–43].

2. Составление алгоритма решения неравенств вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $a \neq 0$.

IV. Закрепление изученного материала.

№ 114 (а–г), 115 (а, в).

Самостоятельное решение; ученик, первый выполнивший задание (решивший одно неравенство), записывает его решение на доске и комментирует

V. Повторение.

№ 129 (а) – решение у доски, с объяснением.

IV. Итоги урока.

Повторение алгоритма решения неравенств второй степени с одной переменной.

Домашнее задание: п. 8, № 116, 128, 129 (б) [2].

Урок 20

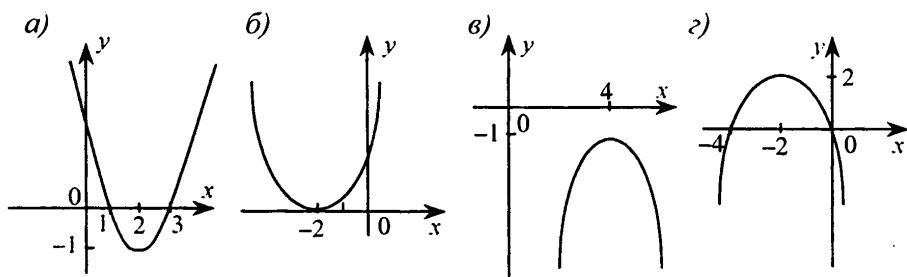
Ход урока

I. Проверка домашней работы.

II. Устные упражнения.

На рисунках изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$.

1. Определите знаки коэффициентов a и c и дискриминанта D .
2. Назовите значения переменной x , при которых данная функция: а) принимает значения, равные нулю, больше нуля, меньше нуля; б) возрастает, убывает; в) принимает наибольшее значение, наименьшее значение.
3. Решите неравенство: а) $ax^2 + bx + c > 0$; б) $ax^2 + bx + c \leq 0$.



Ответы:

1. Рис. а: $a > 0, c > 0, D > 0$; рис. б: $a > 0, c > 0, D = 0$; рис. в: $a < 0, c < 0, D < 0$; рис. г: $a < 0, c = 0, D > 0$.

2. Рис. а: а) $x = 1; 3; x < 1, x > 3; 1 < x < 3$; б) $[2; +\infty), (-\infty; 2]$; в) при $x = 2$ функция принимает наименьшее значение.

Рис. б: а) $x = -2, (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$; б) $[-2; +\infty), (-\infty; -2]$; в) при $x = -2$ функция принимает наименьшее значение.

Рис. в: а) $y \neq 0, (-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; 4]; [4; +\infty)$; в) при $x = 4$ функция принимает наибольшее значение.

Рис. г: а) $x = -4; 0; (-4; 0); (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$; б) $(-\infty; -2], [-2; +\infty)$; в) при $x = -2$ функция принимает наибольшее значение.

3. Рис. а: а) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; б) $(1; 3)$.

Рис. б: а) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$; б) нет решений.

Рис. в: а) нет решений; б) $(-\infty; +\infty)$.

Рис. г: а) $(-4; 0)$; б) $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

III. Тренировочные упражнения.

№ 114 (д, е, ж), 117, 118.

IV. Итоги урока.

Математический диктант.

ВАРИАНТ I (ВАРИАНТ II)

1. Корнями квадратичной функции $y = -3x^2 + 6x + 9$ ($y = -2x^2 + 2x + 12$) являются числа 3 и -1 (-2 и 3).

Укажите промежутки возрастания функции.

2. Корнями квадратичной функции $y = -3x^2 + 6x + 9$ ($y = -2x^2 + 2x + 12$) являются числа 3 и -1 (-2 и 3).

Укажите множество решений неравенства

$$-3x^2 + 6x + 9 < 0 \quad (-2x^2 + 2x + 12 > 0)$$

3. Наибольшее или наименьшее значение принимает функция $y = -3x^2 + 6x + 9$ ($y = -5x^2 + 2x + 3$)?

4. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = 2x^2 - 4x - 6 \quad (y = 3x^2 - 6x - 9).$$

5. Решите неравенство $2x^2 - 4x - 6 > 0$ ($3x^2 - 6x - 9 < 0$).

Взять на проверку тетради учащихся. Проверить решение заданий математического диктанта, провести самоанализ. (Какие задания вызвали наибольшее затруднение?)

Ответы:

Вариант I

1. $(-\infty; 1]$

Вариант II

$$\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$$

$$2. (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \quad (-2; 3)$$

3. Наибольшее значение

$$4. [1; +\infty) \quad [1; +\infty)$$

$$5. (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \quad (-1; 3)$$

Домашнее задание: п. 8, контрольный вопрос 1 [2, с. 50], № 115 (б), 119, 129 (в, г).

Урок 21

Ход урока

I. Организационный момент.

1. Вопросы учащихся по домашней работе.
2. Цели и задачи урока (закрепление навыков решения неравенств второй степени с одной переменной), сообщение хода урока.

II. Тренировочные упражнения.

Самостоятельная работа с последующими проверкой и самооценкой.

Учащимся предлагаются задания по вариантам.

ВАРИАНТ I. 1. № 189 (а). 2. № 123 (а). 3. 120 (в). 4. № 122 (а).

5. №191 (б).

ВАРИАНТ II(IV). 1. № 189 (б). 2. № 123 (б). 3. 121 (б).

4. № 191(а). 5. №191 (б).

ВАРИАНТ III. 1. № 189 (в). 2. № 123 (а). 3. 120 (в). 4. № 122 (а).

5. №191 (б).

Оценка выставляется по числу правильно решенных заданий. Ученик имеет право получить консультацию учителя по вопросам, касающимся заданий. Пятое задание лишено консультаций. За одну консультацию снимается 0,25 балла. Вопрос ученика – это поднятая рука. Чтобы не забыть о количестве консультаций, учитель на полях тетрадей делает отметку «к».

После выполнения работы ученики сами проверяют полученные результаты по контрольным карточкам или по записям, выполненным заранее на доске учителем.

Учащиеся сами оценивают результаты выполнения самостоятельной работы, выставляют себе оценку и сообщают ее учителю.

Контрольные карточки

ВАРИАНТ I (III)

1. № 189 (а) (№ 189 (в))

а) $x^2 - 5x - 50 < 0$.

$y = x^2 - 5x - 50$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$x^2 - 5x - 50 = 0$$

$$D = 25 + 200 = 225$$

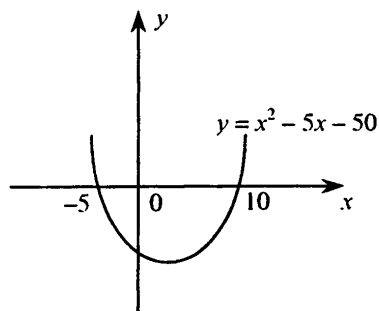
$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = 10, x_2 = -5.$$

-5 и 10 – нули функции

$$y = x^2 - 5x - 50$$

$$(-5; 10);$$



в) $3y^2 + 4y - 4 > 0$.

$y = 3x^2 + 4x - 4$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

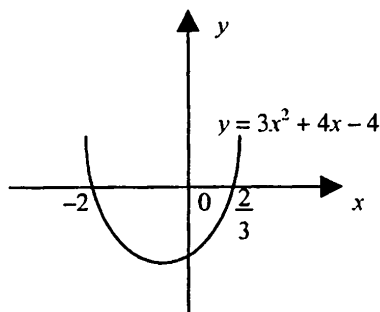
$$3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{3}$$

$$x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -2; \left(\frac{2}{3}; 0\right) \text{ и } (-2; 0).$$

$$(-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$$



Ответ. а) $(-5; 10)$; в) $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

2. № 123 (а).

$$7x^2 - 10x + 7 > 0$$

$y = 7x^2 - 10x + 7$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх.

$$7x^2 - 10x + 7 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 49 < 0$$

Парабола $y = 7x^2 - 10x + 7$ не пересекает ось Ox , значит, неравенство верно при любом значении x .

3. № 120 (в).

$$2x^2 + 8x - 111 < (3x - 5)(2x + 6)$$

$$2x^2 + 8x - 111 < 6x^2 + 8x - 30$$

$$4x^2 + 81 > 0.$$

При любом значении x $4x^2 \geq 0$, следовательно, $4x^2 + 81 > 0$.

Значит, $x \in (-\infty; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

4. № 122 (а).

$$y = \sqrt{12x - 3x^2}$$

$$12x - 3x^2 \geq 0$$

$$3x^2 - 12x \leq 0$$

$y = 3x^2 - 12x$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$(0; 0); (4; 0)$ – точки пересечения параболы $y = 3x^2 - 12x$ с осью Ox .

$x \in [0; 4]$.

Ответ: $D(y) = [0; 4]$.

5. № 191 (б).

$$y = \frac{\sqrt{16 - 24x + 9x^2}}{x + 2}$$

$$\begin{cases} 16 - 24x + 9x^2 \geq 0, \\ x \neq -2 \end{cases}$$

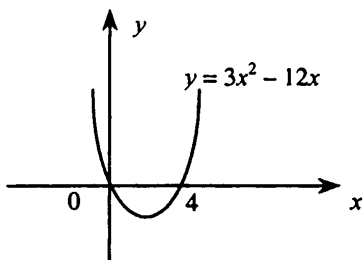
$$16 - 24x + 9x^2 \geq 0$$

$y = 9x^2 - 24x + 16$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх.

$$9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 144 - 144 = 0$$

$(3x - 4)^2 \geq 0$ – верно при любом значении x , кроме $1\frac{1}{3}$.



Ответ: $D(y) = \left(-\infty; 1\frac{1}{3}\right) \cup \left(1\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

ВАРИАНТ II(IV)

1. № 189 (б).

$$-m^2 - 8m + 9 \geq 0$$

$$m^2 + 8m - 9 \leq 0$$

$$m^2 + 8m - 9 = 0$$

при $m = -9$ и 1 .

$y = x^2 + 8x - 9$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх, $(-9; 0)$, $(1; 0)$ – точки пересечения параболы с осью Ox .

$$m \in [-9; 1].$$

Ответ: $[-9; 1]$.

2. № 123 (б).

$$-6y^2 + 11y - 10 < 0$$

$$6y^2 - 11y + 10 > 0$$

$y = 6x^2 - 11x + 10$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх.

$$6x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$D = 121 - 240 < 0.$$

Парабола $y = 6x^2 - 11x + 10$ не пересекает ось Ox , значит, неравенство $6y^2 - 11y + 10 > 0$, а следовательно, и неравенство $-6y^2 + 11y - 10 < 0$ верно.

3. № 121 (б).

$$(5x + 7)(x - 2) < 21x^2 - 11x - 13$$

$$5x^2 - 3x - 14 < 21x^2 - 11x - 13$$

$$16x^2 - 8x + 1 > 0.$$

$$(4x - 1)^2 > 0 \text{ – верно при любом значении } x, \text{ кроме } \frac{1}{4}.$$

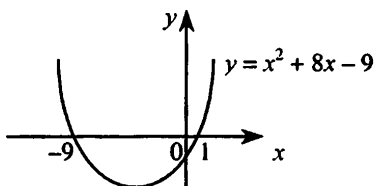
Ответ: $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

4. № 191 (а).

$$y = \frac{1}{\sqrt{144 - 9x^2}}$$

$$144 - 9x^2 > 0$$

$$9x^2 - 144 < 0$$

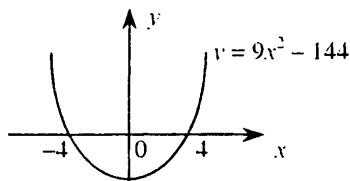


$y = 9x^2 - 144$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$9x^2 - 144 = 0$$

$$x^2 = \frac{144}{9}$$

$$x = \pm 4$$



$(\pm 4; 0)$ – точки пересечения параболы с осью Ox $x \in (-4; 4)$.

Ответ: $D(y) = (-4; 4)$.

5. № 191 (б) (с.м. вариант 1 (III)).

III. Решение.

№ 180 (г, д, е) – у доски, с объяснением.

IV. Итог урока.

Анализ урока.

–Чему научились на уроке? Что нового узнали на уроке?

Домашнее задание: п. 123 (в, г), № 124, 127 [2].

Тема (п. 9): РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ (3 ч)

Цели: выработать умение решать рациональные неравенства методом интервалов.

Урок 22

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Актуализация знаний.

1. Индивидуальные (разноуровневые) задания:

КАРТОЧКА 1	КАРТОЧКА 2	КАРТОЧКА 3
1	2	3
1. Найдите множество решений неравенства: а) $x^2 \leq 9$; б) $x^2 \geq 10x$; в) $3x^2 + 6 \leq 7x$.	1. Найдите множество решений неравенства: а) $x^2 \leq 49$; б) $12x \leq x^2$; в) $1 - 3x \geq 4x^2$.	1. Найдите множество решений неравенства: а) $x^2 \leq 3$; б) $1,7x \geq x^2$; в) $1 - 6x \geq 3x^2$.

1	2	3
Указание. Приведите неравенство к виду $ax^2 + bx + c \geq 0$ или $ax^2 + bx + c \leq 0$. Ответ: а) $[-3; 3]$; б) $(-\infty; 0] \cup [10; +\infty)$; в) $\left[1; 1\frac{1}{3}\right]$. 2. Найдите область определения функции: $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ Указание. Надо решить неравенство $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$, которое равносильно неравенству $x^2 - 6x + 8 \leq 0$. Ответ: $[2; 4]$	Ответ: а) $[-7; 7]$; б) $(-\infty; 0] \cup [12; +\infty)$; в) $\left[-1; \frac{1}{4}\right]$. 2. Найдите область определения функции: а) $y = \sqrt{-x^2 - x + 20}$; б) $y = \sqrt{\frac{15x - x^2}{x - 3}}$ Ответ: а) $[-5; 4]$; б) $[0; 3) \cup (3; 15]$	Ответ: в) $\left(\frac{-3 - \sqrt{12}}{3}; \frac{-3 + \sqrt{12}}{3}\right)$. 2. Найдите область определения функции: а) $y = \sqrt{\frac{30 - 17x + 2x^2}{2x - 8}}$; б) $y = \sqrt{2x^2 + 19x - 33} + \sqrt{4x - 3}$

2. Устные упражнения:

1) Разложите на множители выражение:

а) $x^2 - 144$; б) $7 - y^2$; в) $a^3 + 2a^2 + a$; г) $m^3 + 1$; д) $\epsilon^2 - 10\epsilon + 9$.

Ответ:

а) $(x - 12)(x + 12)$; б) $(\sqrt{7} - y)(\sqrt{7} + y)$; в) $a(a + 1)^2$;

г) $(m + 1)(m^2 - m + 1)$; д) $(\epsilon - 9)(\epsilon - 1)$.

2) Являются ли числа 0 ; $\sqrt{2}$; -3 решением неравенства:

а) $2x + 3 < 0$; б) $x^2 \leq 0$; в) $x^2 > 2$?

Ответ: а) решение неравенства -3 ;

б) решение неравенства 0 ;

в) решение неравенства -3 .

3) При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{1}{2x - 1}$; б) $\frac{1}{x^2 + 3}$; в) $\sqrt{x + 1}$; г) $\sqrt{-x}$?

Ответ: а) x — любое, кроме $\frac{1}{2}$; б) x — любое; в) $x \geq -1$; г) $x \leq 0$.

4) Решите неравенство: а) $x^2 - 144 \geq 0$; б) $7 - y^2 > 0$;

в) $a^2 + 2a + 1 > 0$; г) $a^2 - 10a + 9 < 0$.

Ответ: а) $(-\infty; -12] \cup [12; +\infty)$; б) $(-\sqrt{7}; \sqrt{7})$; в) a –любое, кроме -1 ; г) $(1; 9)$.

3. Ответ на контрольный вопрос № 1 на с. 50.

III. Изучение нового материала.

1. Объяснение учителя.

Рассмотрим функцию $f(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$, где x – переменная, числа $x_1, x_2, \dots, x_n$ – нули функции. Область определения функции разбивается нулями на промежутки, в каждом из которых функция сохраняет свой знак, а при переходе через нули ее знак меняется.

Это свойство используется для решения неравенств

$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) > 0$, $(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) < 0$.

2. Рассмотреть примеры 1–4 [2, с. 47–49].

IV. Тренировочные упражнения.

№ 131, 133, 134.

V. Повторение.

№ 142. Самостоятельное решение; ученик, первый выполнивший задание, записывает решение на доске.

VI. Итог урока.

Рассказать, как решают неравенства методом интервалов.

Домашнее задание: п. 9, контрольные вопросы [2, с. 50], № 132, 135, 143.

Урок 23

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Устно проверить ответы, разобрать возникшие вопросы.

II. Решение.

№ 136, 138, 140.

Устно разобрать методы решения каждого номера. Самостоятельное решение учащихся. Одновременно один ученик выполняет номер на откидной доске и затем комментирует решение.

III. Итог урока.

1. Ответы учащихся на контрольные вопросы [2, с. 50].
2. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Решить неравенство методом интервалов:

- а) $(x + 4)(x - 2)(x - 3) < 0$;
- б) $(x + 11)(x - 12) \leq 0$;
- в) $(x - 4)(x + 8) > 0$;
- г) $(x - 4)(x + 4)(x + 2) < 0$;
- д) $(x + 16)(x + 20)(x - 30) > 0$;
- е) $(x - 2)(x + 11)(x + 8) < 0$.

2. Найти область определения функции:

- а) $y = \sqrt{(x + 2)(x + 9)}$;
- б) $y = \sqrt{x(x - 4)(x - 13)}$

Ответы:

- 1: а) $(-\infty; -4) \cup (2; 3)$;
- б) $[-11; 12]$;
- в) $(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$;
- г) $(-\infty; -4) \cup (-2; 4)$;
- д) $(-20; -16) \cup (30; +\infty)$;
- е) $(-\infty; -11) \cup (-8; 2)$;

2: а) $D(y) = (-\infty; -9] \cup [2; +\infty)$;

б) $D(y) = [0; 4] \cup [13; +\infty)$.

ВАРИАНТ II

- а) $(x - 5)(x + 2)(x + 3) < 0$;
- б) $(x + 16)(x - 17) \geq 0$;
- в) $(x + 7)(x - 9) < 0$;
- г) $(x - 1)(x + 1)(x - 3) > 0$;
- д) $(x + 30)(x + 40)(x - 11) > 0$;
- е) $(x + 3)(x + 4)(x - 11) < 0$.

а) $y = \sqrt{(x - 2)(x - 9)}$

б) $y = \sqrt{x(x + 1)(x - 6)}$

Ответы:

- 1: а) $(-\infty; -3) \cup (-2; 5)$;
- б) $(-\infty; -16] \cup [17; +\infty)$;
- в) $(-7; 9)$;
- г) $(-1; 1) \cup (3; +\infty)$;
- д) $(-40; -30) \cup (11; +\infty)$;
- е) $(-\infty; -4) \cup (-3; 11)$;

2: а) $D(y) = (-\infty; 2] \cup [9; +\infty)$;

б) $D(y) = [-1; 0] \cup [6; +\infty)$.

Домашнее задание: п. 9, № 137, 139, 141 [2].

Урок 24

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

II. Проверка домашней работы.

Ответить на вопросы учащихся.

III. Устные упражнения.

1. Решить неравенство:

- а) $x^2 - \frac{1}{4} \geq 0$; б) $2x - x^2 > 0$; в) $z^2 - 2z + 1 \leq 0$;

$$г) x^2 + 10x + 25 > 0; \quad д) (x - 15)(x + 1) \leq 0.$$

$$\text{Ответ: а) } \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right); \quad б) (0; 2); \quad в) 1;$$

$$г) (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty); \quad д) [-1; 15].$$

IV. Тренировочные упражнения.

№ 195 (а, б, г), 198 (а, г), 199 (б, в), 200 (а).

Решение у доски, с объяснением.

V. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Решить неравенство:

$$а) x(x + 8)(x - 17) \leq 0;$$

$$б) (x + 3)(x - 8)(x - 20) > 0;$$

$$в) (x^2 - 1)(x + 5) \geq 0.$$

2. Найти множество решений неравенства:

$$-(x - 1)(5 - x)(x + 20) > 0$$

3. Решить неравенство:

$$а) \frac{x-3}{x+7} < 0; \quad б) \frac{2x-10}{x+8} < 0;$$

$$в) \frac{7x}{4x-10} \leq 0.$$

4. Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{(10-x)(x+21)}$$

ВАРИАНТ II

$$а) x(x + 11)(x - 15) \leq 0;$$

$$б) (x + 5)(x - 6)(x - 17) > 0;$$

$$в) (x^2 - 4)(x + 7) \leq 0.$$

2. Найти множество решений неравенства:

$$-(x - 2)(9 - x)(x + 10) > 0$$

$$а) \frac{x-4}{x+8} < 0; \quad б) \frac{3x-72}{x+7} < 0;$$

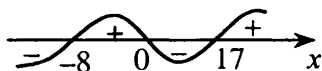
$$в) \frac{9x}{5x-12} \leq 0.$$

$$y = \sqrt{(x+34)(20-x)}$$

Решение:

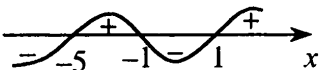
Вариант I

$$1. а) x(x + 8)(x - 17) \leq 0;$$

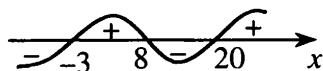


$$(-\infty; -8] \cup (0; -17]$$

$$в) (x - 1)(x + 1)(x + 5) \geq 0.$$



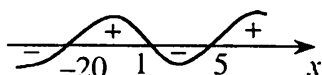
$$б) (x + 3)(x - 8)(x - 20) > 0;$$



$$(-3; 8) \cup (20; +\infty)$$

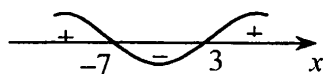
$$[-5; -1] \cup [1; +\infty)$$

2. $(x-1)(x-5)(x+20) > 0$



$$(-20; 1) \cup (5; +\infty)$$

3. а) $(x-3)(x+7) < 0$



$$(-7; 3)$$

б) $(2x-10)(x+8) < 0$

$$2(x-5)(x+8) < 0$$



$$(-8; 5)$$

в) $7x(4x-10) \leq 0$ и $x \neq 2,5$

$$28x(x-2,5) \leq 0 \text{ и } x \neq 2,5$$



$$[0; 2,5)$$

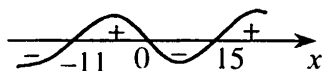
4. $(10-x)(x+21) \geq 0$; $(x-10)(x+21) \leq 0$



$$D(y) = [-21; 10]$$

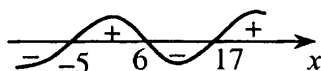
Вариант II

1. а) $x(x+11)(x-15) \leq 0$;



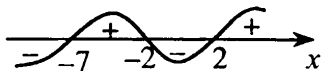
$$(-\infty; -11] \cup [0; 15]$$

б) $(x+5)(x-6)(x-17) > 0$;



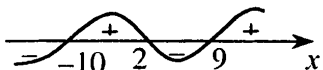
$$(-5; 6) \cup (17; +\infty)$$

в) $(x-2)(x+2)(x+7) \leq 0$.



$$(-\infty; -7] \cup [-2; 2]$$

2. $(x-2)(x-9)(x+10) > 0$



$$(-10; 2) \cup (9; +\infty)$$

3. а) $(x - 4)(x + 8) < 0$



$(-8; 4)$

б) $(3x - 12)(x + 7) < 0$

$3(x - 4)(x + 7) < 0$



$(-7; 4)$

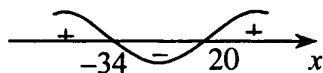
в) $9x(5x - 12) \leq 0$ и $x \neq 2,4$

$9x \cdot 5(x - 2,4) \leq 0$ и $x \neq 2,4$



$[0; 2,4)$

4. $(x + 34)(20 - x) \geq 0$; $(x + 34)(x - 20) \leq 0$



$D(y) = [-34; 20]$

После выполнения работы и сдачи работ учащимися проверить решения по заранее выполненным записям на доске или по контрольным карточкам. Провести самоанализ. Разобрать те задания, где было сделано больше всего ошибок.

Домашнее задание: п. 9, № 197, 200 (б) [2]; из сборника № 791, 792, 797, 798 [4, с. 173]; повторить п. 8 [2].

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (1 ч)

Урок 25 (итоговый)

Цель: проверить знания, умения и навыки учащихся по теме «Неравенства с одной переменной».

Ход урока

1. Организационный момент.

Используется тест. В начале урока ученики получают тест вместе с таблицей, в которую они заносят свои результаты. В тетради выполняются необходимые расчеты.

Если при проверке выявляются ошибки, то можно просмотреть записи учащихся и выявить причины ошибок.

В тесте представлены все типы квадратных неравенств: имеющие два корня, один или ни одного. При выборе аналитического или графического решения необходимо учитывать знак старшего коэффициента (направление ветвей параболы) и строгость неравенства (включение корней в число решений неравенства).

Обязательная часть теста (№ 1–7) представляет собой набор типичных неравенств, которые должны уметь решать все ученики. Вторая часть (№ 8–10) рассчитана на более высокий уровень подготовки учащихся. Также представлены задания еще более сложные (№ 11–16). Более важным в этих заданиях является отход от стандартного представления учениками решения неравенства как числового промежутка, потому что решениями неравенства являются единственное число или вся числовая ось без одного числа.

II. Т е с т «Квадратные неравенства».

З а д а н и я

Выберите из таблицы 1 графическую интерпретацию для каждого из неравенств 1–4:

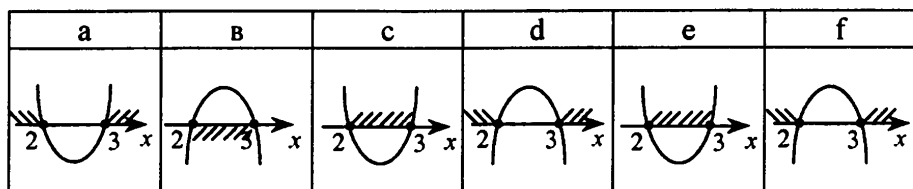
1. $-2x^2 + 10x - 12 > 0$.

2. $x^2 - 5x + 6 < 0$.

3. $-0,2x^2 + x - 1,2 \leq 0$.

4. $3x^2 - 15x + 18 \leq 0$.

Таблица 1



В таблице 2 найдите верное решение неравенства 5, в таблице 3 – решение неравенства 6:

5. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$.

6. $-x^2 + 3x + 10 > 0$.

Таблица 2

a	b
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup (4; +\infty)$
c	d
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

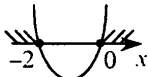
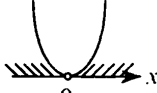
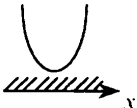
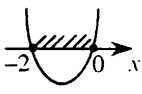
Таблица 3

a	b
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
c	d
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

Подберите графическую интерпретацию решения неравенства 7 по таблице 4:

7. $x^2 + 2x < 0$.

Таблица 4

а	в
	
с	d
	

Из таблицы 5 выберите графическую иллюстрацию неравенства 8, из таблицы 6 – графическую интерпретацию неравенства 9:

8. $2x < x^2$.

9. $4x^2 - 5x + 9 > 0$.

Таблица 5

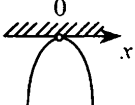
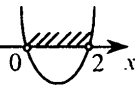
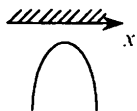
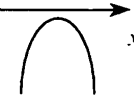
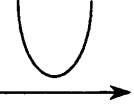
а	в
	
с	d
	

Таблица 6

а	в
	
с	d
	

Какое из множеств, указанных в таблице 7, является решением неравенства:

10. $-4x^2 + 5x - 9 \leq 0$?

Таблица 7

а	в	с	d
$\emptyset$	$(-\infty; -1) \cup [2; +\infty)$	$[-1; 2]$	R

В таблице 8 найдите графическую интерпретацию неравенств:

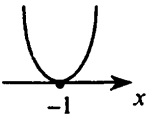
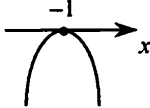
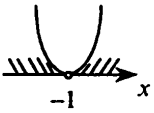
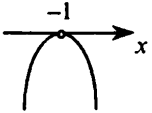
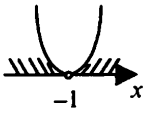
11. $x^2 + 2x + 1 > 0$.

13. $x^2 + 2x + 1 \leq 0$.

12. $-x^2 - 2x - 1 < 0$.

14. $-x^2 - 2x - 1 \geq 0$.

Таблица 8

a	в	с
		
d	e	f
		

В таблице 9 найдите решение неравенства 15, в таблице 10 – решение неравенства 16:

15. $x^2 - 6x + 9 > 0$.

16. $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$.

Таблица 9

a	в	с	d
$\emptyset$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	R	$(-3; 3)$

Таблица 10

a	в	с	d
R	$x = 3$	$\emptyset$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

Лист результатов:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
в	с	f	a	в	a	d	в	с	d	d,f	a	в	с	в	в

Домашнее задание: № 198 (д, е), 199 (а, г), 201 (а) [2].

Глава II. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

(22 часа)

§ 5. УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема (п. 10): ЦЕЛОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ (2 ч)

Цели: обобщить и углубить сведения об уравнениях, ввести понятие целого рационального уравнения и его степени; сформировать навыки решения рациональных уравнений с помощью разложения на множители.

Урок 26

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Осуществляется по записям, заранее выполненным на доске.

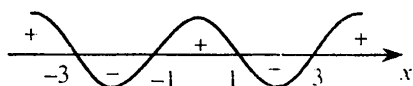
№ 198 (д, е).

д) $(x^2 - 9)(x^2 - 1) > 0$

$(x - 3)(x + 3)(x - 1)(x + 1) > 0$

$x = \pm 3$ и $x = \pm 1$ — нули функции

$y = (x - 3)(x + 3)(x - 1)(x + 1).$



$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$

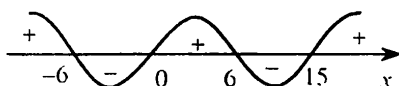
Ответ: д) $(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$; е) $(-6; 0) \cup (6; 15).$

е) $(x^2 - 15x)(x^2 - 36) < 0$

$x(x - 15)(x - 6)(x + 6) < 0$

$x = 0; 15; \pm 6$ — нули функции

$y = x(x - 15)(x - 6)(x + 6).$



$x \in (-6; 0) \cup (6; 15)$

№ 199 (а, г).

а) $(x^2 + 17)(x - 6)(x + 2) < 0$

При любом значении x

$x^2 + 17 > 0$. Значит,

$(x - 6)(x + 2) < 0$

$x = -2; 6$ — нули функции

$y = (x - 6)(x + 2).$



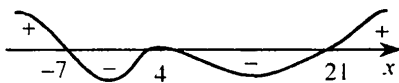
$x \in (-2; 6)$

Ответ: а) $(-2; 6)$; г) $(-\infty; -7) \cup (21; +\infty).$

г) $(x + 7)(x - 4)^2(x - 21) > 0$

$x = -7; 4; 21$ — нули функции

$y = (x + 7)(x - 4)^2(x - 21).$



$x \in (-\infty; -7) \cup (21; +\infty)$

№ 201 (а).

$$\frac{x-3}{x+1} \geq 0 \text{ и } (x-3)(x+1) \geq 0$$

$$1) \frac{x-3}{x+1} \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0 \text{ и } x \neq -1;$$

2) решения данных неравенств различны, значит, они не равносильны.

Ответ: неравенства $\frac{x-3}{x+1} \geq 0$ и $(x-3)(x+1) \geq 0$ не равносильны.

II. Анализ теста «Квадратные неравенства».

Рассмотреть типичные ошибки.

III. Изучение нового материала.

Учащиеся самостоятельно изучают п. 10 «Целое уравнение и его корни» и отвечают на в о п р о с ы (устно):

- 1) Какие уравнения называются целыми?
- 2) Приведите примеры целых уравнений.
- 3) Что называется степенью уравнения?
- 4) Сколько корней имеет уравнение n -й степени?
- 5) Назовите методы решения уравнений первой, второй, третьей и четвертой степеней.

IV. Тренировочные упражнения.

№ 203 – устное решение.

№ 204, 206, 208 – решение на доске, с объяснением.

№ 79 (1) из сборника [4, с. 103]. В ходе диалога с классом выяснить, какой метод решения уравнения применим. Учащиеся самостоятельно решают задание. Решение проверяется, необходимые записи выполняются учителем на доске.

V. Итог урока.

Устный опрос:

1) Какое уравнение с одной переменной называется целым? Приведите пример.

2) Как найти степень целого уравнения? Сколько корней может иметь уравнение с одной переменной первой степени, второй степени?

Домашнее задание: п. 10, контрольные вопросы 1, 2 [2, с. 66], № 205, 207, 209; из сборника № 79 (2) [4, с. 103].

Урок 27

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Индивидуальные задания:

КАРТОЧКА 1	КАРТОЧКА 2
Решить неравенства: 1) $(x-1)(x+5) \geq 0$; 2) $(x+3)(x-8)(x-20) > 0$; 3) $x(x+10)(x-3) \leq 0$; 4) $(4x+8)(10-x) > 0$; 5) $(4-x^2)(x+5) < 0$.	Решить неравенства: 1) $(x^2+1)(x+6)(x-5) \leq 0$; 2) $(4-x^2)(10x+35) < 0$; 3) $(4x^2-9)(25-x^2)(3x^2+2) > 0$; 4) $\frac{(x-1)(x^2-49)}{x^2+8} \leq 0$; 5) $(x+9)(x-5)^2(x+8) > 0$.

Ответы:

1) $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$;

2) $(-3; 8) \cup (20; +\infty)$;

3) $[-10; 0] \cup [3; +\infty)$;

4) $(-2; 10)$;

5) $(-5; -2) \cup (2; +\infty)$.

1) $[-6; 5]$;

2) $(-3,5; -2) \cup (2; +\infty)$;

3) $(-5; -1,5) \cup (1,5; 5)$;

4) $(-\infty; -7] \cup [1; 7)$;

5) $(-\infty; -9) \cup (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$.

2. Устные упражнения:

1) Какова степень уравнения:

а) $x^2 - 3x^5 + 2 = 0$; б) $4x - 8 = 2(3x + 6) + 21$;

в) $(x^2 - 3) + 5x(x + 1) = 15$?

2) Является ли число 0; -1; $\sqrt{2}$ корнем уравнения:

а) $x^2 - 1 = 0$; б) $x(x-1)(x+\sqrt{2}) = 0$; в) $x^4 + x^2 = -2$?

3. Самостоятельное изучение п. 10. Целое уравнение и его корни: пример 2 [2, с. 60, 61].

II. Тренировочные упражнения.

№ 210 (а, в), 212 (а, в) – самостоятельное выполнение заданий в тетрадях и одновременное решение каждого номера двумя учениками на откидных досках. Проверка решения.

№ 213 (а, в, д, ж) – решение у доски, с объяснениями.

№ 81 (1) из сборника [4, с. 103] – решение у доски, с объяснением.

III. Итог урока.

Тренировочные упражнения выполняются самостоятельно.
Устная проверка ответов.

1. Какие из чисел -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 являются корнями уравнения $x^3 - 4x = 0$?

2. Определите степень уравнения:

а) $x^5 + 3x^6 - x^3 + 1 = 0$; б) $(x + 4)(x - 7)(x + 8) = 0$;

в) $x^2(x + 4) - (x - 2)(x^2 + 1) = 3$; г) $(x^3 - 2)(3x^2 + 1) - 3(x^5 - 2) = 4$.

Домашнее задание: п. 10, № 210 (б, г), 212 (б, г), 214; из сборника № 81 (2) [4, с. 103].

Тема (п. 11): УРАВНЕНИЯ, ПРИВОДИМЫЕ К КВАДРАТНЫМ (3 ч)

Цели: сформировать умения решать уравнения, приводимые к квадратным, путем введения вспомогательной переменной.

Урок 28

Ход урока

I. Устные упражнения.

1. Разложить на множители:

а) $169 - 36x^2$; б) $1 - 6x + 9x^2$; в) $5x - x^2$; г) $x(x - 1) + x^2(x - 1)$.

2. Решить уравнение:

а) $x^4 = 16$; б) $2x^3 = 16$; в) $3x^2 + 7 = 0$.

II. Фронтальный опрос.

Ответить на контрольные вопросы 1, 2 [2, с. 66].

III. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Какие из чисел -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 являются корнями уравнения $x^3 - 4x = 0$?

2. Решить уравнение:

а) $(12x + 1)(3x - 1) - (6x + 2)^2 = 10$; б) $(3x + 7)(3x - 7) - 3x(3x + 1) = 5$;

в) $\frac{6x - 1}{4} - \frac{3x + 1}{3} = \frac{1}{4}$; г) $(6x - 1)(x + 1) = 20$.

ВАРИАНТ II

1. Какие из чисел -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 являются корнями уравнения $x^3 - 9x = 0$?

2. Решить уравнение:

а) $(8x + 1)(2x - 3) - (4x - 2)^2 = 1$;

б) $5x(5x - 1) - (5x + 3)(5x - 3) = x - 3$;

в) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x+1}{2} = 1$; г) $(2x - 3)(x + 1) = x^2 + 17$.

Ответы:

Вариант I

1. -2 ; 0 ; 2 .

2: а) $-\frac{5}{11}$; б) -18 ;

в) $1\frac{2}{3}$; г) $-2\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{2}$.

Вариант II

1. -3 ; 0 ; 3 .

2: а) $-1\frac{1}{3}$; б) 3 ;

в) -17 ; г) -4 ; 5 .

IV. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть решение уравнения из примера 1 [2, с. 63, 64].

2. Дать определение биквадратного уравнения.

3. Рассмотреть решение уравнения из примера 2 [2, с. 64, 65].

V. Закрепление.

№ 220 (а, б), 222 (а, б, в).

VI. Итог урока.

В ходе беседы с классом выяснить методы решения целых уравнений: $P(x) = 0$, где $P(x)$ – многочлен стандартного вида.

1. Разложение левой части уравнения на множители с помощью: а) вынесения общего множителя за скобки; б) использования формул сокращения умножения; в) метода группировки.

2. Введение новой переменной.

Домашнее задание: п. 11, № 220 (в, г), 221; из сборника № 73 [4, с. 102].

Урок 29

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

II. Устные упражнения.

1. Решите уравнение:

а) $x^2 + 7x + 6 = 0$; б) $y^4 + 7y^2 + 6 = 0$; в) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 2) = -1$.

2. Решите неравенство:

а) $5x - 1 \leq 0$; б) $3 - 2x > 0$; $(x - 4)(x + 3,5) < 0$; г) $(2 - x)(x + 1) > 0$.

Ответы:

1: а) -6 ; -1 ; б) нет решения; в) -1 .

2: а) $\left(-\infty; \frac{1}{5}\right]$; б) $\left(-\infty; 1\frac{1}{2}\right)$; в) $(-3,5; 4)$; г) $(-1; 2)$.

III. Тренировочные упражнения.

№ 222 (г, д, е), 223 (а-в), 226 (а); из сборника № 75 (1) [4, с. 102] – решение у доски с объяснением.

IV. Итог урока.

Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Решите уравнение: а) $9x^3 - 27x^2 = 0$; б) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$.

2. Решите уравнение, используя введение новой переменной:
 $(x^2 - 7)^2 - 4(x^2 - 7) - 45 = 0$.

3. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

ВАРИАНТ II

1. Решите уравнение: а) $18y^3 - 36y^2 = 0$; б) $16x^3 - 32x^2 - x + 2 = 0$.

2. Решите уравнение, используя введение новой переменной:
 $(x^2 - 10)^2 - 3(x^2 - 10) - 4 = 0$.

3. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

Решения:

Вариант I

1. а) $9x^3 - 27x^2 = 0$

$$9x^2(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = 3;$$

б) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$

$$(x^3 - 4x^2) - (9x - 36) = 0$$

$$x^2(x - 4) - 9(x - 4) = 0$$

$$(x - 4)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x - 4)(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

Вариант II

1. а) $18y^3 - 36y^2 = 0$

$$18y^2(y - 2) = 0$$

$$y = 0 \text{ или } y - 2 = 0$$

$$y = 0 \text{ или } y = 2;$$

б) $16x^3 - 32x^2 - x + 2 = 0$

$$(16x^3 - 32x^2) - (x - 2) = 0$$

$$16x^2(x - 2) - (x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(16x^2 - 1) = 0$$

$$(x - 2)(4x - 1)(4x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \pm \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2. (x^2 - 7)^2 - 4(x^2 - 7) - 45 = 0.$$

Пусть $x^2 - 7 = t$, тогда

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 45 = 49$$

$$t = 2 \pm 7$$

$$t_1 = 9, t_2 = -5$$

$$x^2 - 7 = 9 \text{ или } x^2 - 7 = -5$$

$$x^2 = 16 \text{ или } x^2 = 2$$

$$x = \pm 4 \text{ или } x = \sqrt{2}.$$

$$3. x^4 - 13x^2 + 36 = 0.$$

Пусть $x^2 = t$, тогда

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$D = 169 - 144 = 25$$

$$t = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 9, t_2 = 4$$

$$x^2 = 9 \text{ или } x^2 = 4$$

$$x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -2, x_4 = 2.$$

Ответ:

$$1. \text{ а) } 0; 3; \text{ б) } \pm 3; 4.$$

$$2. \pm \sqrt{2}; \pm 4.$$

$$3. \pm 3; \pm 2.$$

$$2. (x^2 - 10)^2 - 3(x^2 - 10) - 4 = 0.$$

Пусть $x^2 - 10 = t$, тогда

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$t = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 4, t_2 = -1$$

$$x^2 - 10 = 4 \text{ или } x^2 - 10 = -1$$

$$x^2 = 14 \text{ или } x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{14} \text{ или } x = \pm 3.$$

$$3. x^4 - 10x^2 + 9 = 0.$$

Пусть $x^2 = t$, тогда

$$t^2 - 10t + 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 9 = 16$$

$$t = 5 \pm 4$$

$$t_1 = 9, t_2 = 1$$

$$x^2 = 9 \text{ или } x^2 = 1$$

$$x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -1, x_4 = 1.$$

Ответ:

$$1. \text{ а) } 0; 2; \text{ б) } \pm \frac{1}{4}; 2.$$

$$2. \pm \sqrt{14}; \pm 3.$$

$$3. \pm 3; \pm 1.$$

Домашнее задание: п. 11, контрольные вопросы [2, с. 66],
№ 223 (г–е), 225, 226 (б); из сборника № 75 (2) [4, с. 102].

Урок 30

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответить на вопросы учащихся.

II. Анализ самостоятельной работы.

Разобрать типичные ошибки.

III. Устные упражнения.

1. Решите уравнение:

а) $x^4 - 625 = 0$; б) $y^3 + 2y^2 + y = 0$.

2. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{1}{x^2 - 3x}$; б) $y = \sqrt{x^2 - 3x}$.

О т в е т ы :

1: а) ± 5 ; б) 0 ; 1 .

2: а) $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$;

б) $D(y) = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

IV. Тренировочные упражнения.

№ 217 (а, б), 219 (а, б), 228, 289 (а, б), 297 (а, в).

Самостоятельное решение заданий. Ученик, первый правильно решивший одно неравенство (уравнение), записывает его на доске, комментирует решение (отвечает на вопросы одноклассников).

V. Итог урока.

Ответить на контрольные вопросы [2, с. 66].

Домашнее задание: § 4, 5 – подготовиться к контрольной работе, № 217 (в, г), 219 (в, г), 289 (в, г), 297 (б, г) [2].

Урок 31

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ВАРИАНТ I

1. Решите неравенство:

а) $2x^2 - 13x + 6 < 0$; б) $x^2 - 9 > 0$; в) $3x^2 - 6x + 32 > 0$.

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 8)(x - 4) > 0$; б) $\frac{x-5}{x+7} < 0$.

3. Решите уравнение: а) $x^3 - 81x = 0$; б) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{3x-1}{4} = 2$.

4. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$.

5. При каких значениях t уравнение $3x^2 + tx + 3 = 0$ имеет два корня?

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x - x^2}$.

ВАРИАНТ II

1. Решите неравенство:

а) $2x^2 - x - 15 > 0$; б) $x^2 - 16 < 0$; в) $x^2 + 12x + 80 < 0$.

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 11)(x - 9) < 0$; б) $\frac{x+3}{x-8} > 0$.

3. Решите уравнение: а) $x^3 - 25x = 0$; б) $\frac{x^2+6}{5} - \frac{8-x}{10} = 1$.

4. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 4x^2 - 45 = 0$.

5. При каких значениях t уравнение $2x^2 + tx + 8 = 0$ не имеет корней?

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3x - 2x^2}$.

ВАРИАНТ III

1. Решите неравенство:

а) $2x^2 + 5x - 7 < 0$; б) $x^2 - 25 > 0$; в) $5x^2 - 4x + 21 > 0$.

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 9)(x - 5) > 0$; б) $\frac{x-3}{x+6} < 0$.

3. Решите уравнение: а) $x^3 - 36x = 0$; б) $\frac{x^2-4}{3} - \frac{5x-2}{6} = 1$.

4. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

5. При каких значениях t уравнение $2x^2 + tx + 2 = 0$ имеет два корня?

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{2x - x^2}$.

ВАРИАНТ IV

1. Решите неравенство:

а) $5x^2 + 3x - 8 > 0$; б) $x^2 - 49 < 0$; в) $4x^2 - 2x + 13 < 0$.

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $(x + 12)(x - 7) < 0$; б) $\frac{x+5}{x-10} > 0$.

3. Решите уравнение: а) $x^3 - 49x = 0$; б) $\frac{x^2 + 3}{4} - \frac{17 - 3x}{8} = 2$.

4. Решите биквадратное уравнение $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$.

5. При каких значениях t уравнение $25x^2 + tx + 1 = 0$ не имеет корней?

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{5x - 2x^2}$.

Решение:

Вариант I

1.

а) $2x^2 - 13x + 6 < 0$.

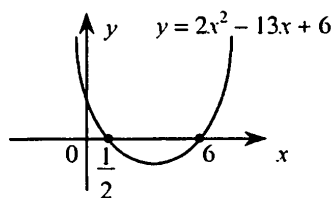
$y = 2x^2 - 13x + 6$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$2x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$D = 169 - 48 = 121$$

$$x = \frac{13 \pm 11}{4}$$

$$x_1 = 6, x_2 = \frac{1}{2}$$



Парабола пересекает ось x в двух точках,

$$\left(\frac{1}{2}; 6\right)$$

абсциссы которых равны 6 и $\frac{1}{2}$;

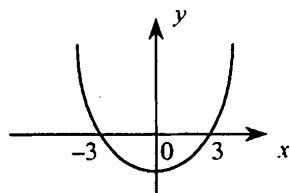
б) $x^2 - 9 > 0$.

$y = x^2 - 9$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3.$$

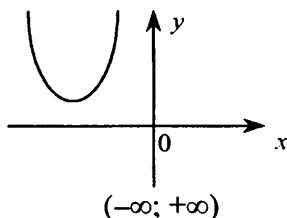


$$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

Парабола пересекает ось x в двух точках, абсциссы которых равны -3 ; 3 ;

в) $3x^2 + 6x + 32 > 0$.

$y = 3x^2 + 6x + 32$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:



$$(-\infty; +\infty)$$

$$3x^2 + 6x + 32 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 96 = -87 < 0$$

Парабола не пересекает ось x .

Ответ: а) $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$; б) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$.

2.

а) $(x+8)(x-4) > 0$.

$x = -8$; 4 – нули функции

$y = (x+8)(x-4)$.

б) $\frac{x-5}{x+7} < 0$.

$(x-5)(x+7) < 0$

$x = -7$; 5 – нули функции

$y = (x-5)(x+7)$.



$(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$



$(-7; 5)$

Ответ: а) $(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$; б) $(-7; 5)$.

3.

а) $x^3 - 81x = 0$.

$x(x^2 - 81) = 0$

$x(x-9)(x+9) = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ x = 9 \\ x = -9. \end{cases}$

б) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{3x-1}{4} = 2$.

$2x(x^2-1) - (3x-1) = 2 \cdot 4$

$2x^2 - 2 - 3x + 1 - 8 = 0$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$

$D = 9 + 72 = 81 > 0$.

$x = \frac{3 \pm 9}{4}$

$x_1 = 3; x_2 = -1,5$.

Ответ: а) -9; 0; 9; б) -1,5; 3.

4. $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$.

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 19t + 48 = 0$

$D = 361 - 192 = 169$

$t = \frac{19 \pm 13}{2}$

$t_1 = 16, t_2 = 3$

$x^2 = 16$ или $x^2 = 3$

$x_1 = -4; x_2 = 4; x_3 = -\sqrt{3}; x_4 = \sqrt{3}$.

Ответ: -4; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; 4.

$$5. 3x^2 + tx + 3 = 0.$$

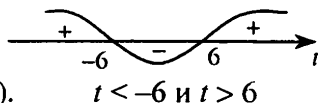
$$D = t^2 - 36.$$

Уравнение имеет два корня, если $D > 0$.

$$t^2 - 36 > 0$$

$$(t - 6)(t + 6) > 0$$

$t = \pm 6$ — нули функции $y = (t - 6)(t + 6)$.



Ответ: $t < -6$ и $t > 6$.

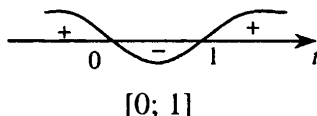
$$6. y = \sqrt{x - x^2}.$$

$$x - x^2 \geq 0$$

$$x(1 - x) \geq 0$$

$$x(x - 1) \leq 0$$

$x = 0$; 1 — нули функции $g = x(x - 1)$.



Ответ: $D(y) = [0; 1]$.

Вариант II

1.

$$a) 2x^2 - x - 15 < 0.$$

$y = 2x^2 - x - 15$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

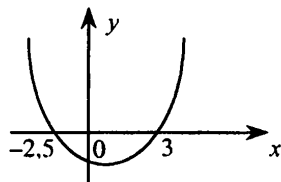
$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$D = 1 + 120 = 121$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{4}$$

$$x_1 = 3, x_2 = -2,5.$$

Парабола пересекает ось x в двух точках $(-2,5; 0)$ и $(3; 0)$;



$$(-\infty; -2,5) \cup (3; +\infty)$$

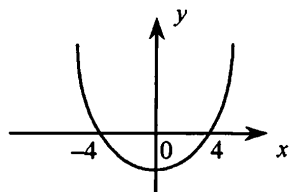
$$б) x^2 - 16 < 0.$$

$y = x^2 - 16$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4.$$



$$(-4; 4)$$

Парабола пересекает ось x в двух точках $(-4; 0)$ и $(4; 0)$;

$$в) x^2 + 12x + 80 < 0.$$

$y = x^2 + 12x + 80$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

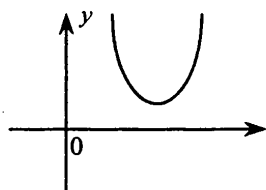
$$x^2 + 12x + 80 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 80 = -44 < 0.$$

Парабола не пересекает ось x .

Нет решений.

Ответ: а) $(-\infty; -2,5) \cup (3; +\infty)$; б) $(-4; 4)$; в) нет решений.



2.

$$а) (x + 11)(x - 9) < 0$$

$x = -11$; 9 – нули функции

$$y = (x + 11)(x - 9)$$



$$(-11; 9)$$

$$б) \frac{x+3}{x-8} > 0$$

$$(x+3)(x-8) > 0$$

$x = -3$; 8 – нули функции

$$y = (x+3)(x-8)$$



$$(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$$

Ответ: а) $(-11; 9)$; б) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$.

3.

$$а) x^3 - 25x = 0$$

$$x(x^2 - 25) = 0$$

$$x(x-5)(x+5) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 5; \end{cases}$$

$$б) \frac{x^2+6}{5} - \frac{8-x}{10} = 1$$

$$2(x^2+6) - (8-x) = 10$$

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = 1,5; x_2 = -2.$$

Ответ: а) $-5; 0; 5$; б) $-2; 1,5$.

$$4. x^4 - 4x^2 - 45 = 0.$$

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 4t - 45 = 0$.

$$\frac{D}{4} = 4 + 45 = 49$$

$$t = 2 \pm 7$$

$$t_1 = 9, t_2 = -5.$$

$$x^2 = 9 \text{ или } x^2 = -5$$

$x = \pm 3$, нет решений.

Ответ: ± 3 .

5. $2x^2 + tx + 8 = 0$.

$$D = t^2 - 64.$$

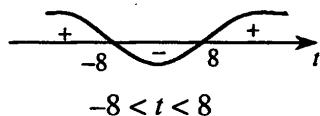
Уравнение не имеет корней, если $D < 0$.

$$t^2 - 64 < 0$$

$$(t - 8)(t + 8) < 0$$

$t = \pm 8$ — нули функции

$$y = (t - 8)(t + 8).$$



Ответ: $-8 < t < 8$.

6. $y = \sqrt{3x - 2x^2}$.

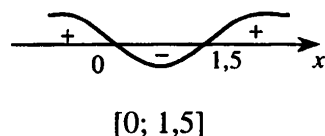
$$3x - 2x^2 \geq 0$$

$$x(3 - 2x) \geq 0$$

$$x(2x - 3) \leq 0$$

$x = 0; 1,5$ — нули

функции $g = x(2x - 3)$.



Ответ: $D(y) = [0; 1,5]$.

Вариант III

1.

а) $2x^2 + 5x - 7 < 0$.

$y = 2x^2 + 5x - 7$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

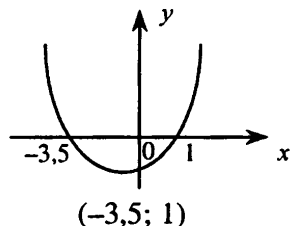
$$D = 25 + 56 = 81$$

$$x = \frac{-5 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -3,5.$$

Парабола пересекает ось абсцисс

в двух точках $(-3,5; 0)$ и $(1; 0)$;



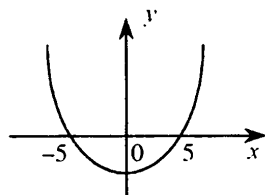
б) $x^2 - 25 > 0$.

$y = x^2 - 25$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5.$$



Парабола пересекает ось абсцисс
в двух точках $(-5; 0)$ и $(5; 0)$;

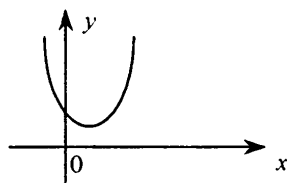
$$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$$

$$\text{в) } 5x^2 - 4x + 21 > 0.$$

$y = 5x^2 - 4x + 21$ — квадратичная функция,
график — парабола, ветви которой направле-
ны вверх:

$$5x^2 - 4x + 21 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 - 105 = -101 < 0.$$



Парабола не пересекает ось абсцисс.

$$(-\infty; +\infty)$$

Ответ: а) $(-3, 5; 1)$; б) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$.

2.

$$\text{а) } (x + 9)(x - 5) > 0.$$

$x = -9; 5$ — нули функции

$$y = (x + 9)(x - 5).$$



$$(-\infty; -9) \cup (5; +\infty)$$

$$\text{б) } \frac{x-3}{x+6} < 0.$$

$$(x-3)(x+6) < 0$$

$x = -6; 3$ — нули функции

$$y = (x-3)(x+6).$$



$$(-6; 3)$$

Ответ: а) $(-\infty; -9) \cup (5; +\infty)$; б) $(-6; 3)$.

3.

$$\text{а) } x^3 - 36x = 0.$$

$$x(x^2 - 36) = 0$$

$$x(x-6)(x+6) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \\ x = -6. \end{cases}$$

$$\text{б) } \frac{x^2-4}{3} - \frac{5x-2}{6} = 1.$$

$$2(x^2-4) - (5x-2) = 6$$

$$2x^2 - 8 - 5x + 2 - 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$D = 25 + 96 = 121.$$

$$x = \frac{5 \pm 11}{4}$$

$$x_1 = 4; x_2 = -1,5.$$

Ответ: а) $-6; 0; 6$; б) $-1,5; 4$.

$$4. x^4 - 13x^2 + 36 = 0.$$

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 13t + 36 = 0$.

$$D = 169 - 144 = 25$$

$$t = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 9, t_2 = 4.$$

$$x^2 = 9 \text{ или } x^2 = 4$$

$$x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -2, x_4 = 2.$$

Ответ: $-3; -2; 2; 3$.

$$5. 2x^2 + tx + 2 = 0.$$

$$D = t^2 - 16.$$

Уравнение имеет два корня, если $D > 0$.

$$t^2 - 16 > 0$$

$$(t - 4)(t + 4) > 0$$

$t = \pm 4$ — нули функции $y = (t - 4)(t + 4)$.

Ответ: $t < -4$ и $t > 4$.



$$t < -4 \text{ и } t > 4$$

$$6. y = \sqrt{2x - x^2}.$$

$$2x - x^2 \geq 0$$

$$x(2 - x) \geq 0$$

$$x(x - 2) \leq 0$$

$x = 0; 2$ — нули функции $g = x(x - 2)$.

Ответ: $D(y) = [0; 2]$.



$$[0; 2]$$

Вариант IV

1.

$$а) 5x^2 + 3x - 8 > 0.$$

$y = 5x^2 + 3x - 8$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

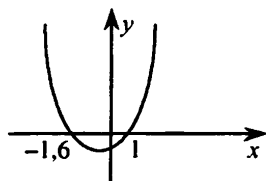
$$5x^2 + 3x - 8 = 0$$

$$D = 9 + 160 = 169$$

$$x = \frac{-3 \pm 13}{10}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -1,6.$$

Парабола пересекает ось абсцисс в двух точках $(-1,6; 0)$ и $(1; 0)$;



$$(-\infty; -1,6) \cup (1; +\infty)$$

$$б) x^2 - 49 < 0.$$

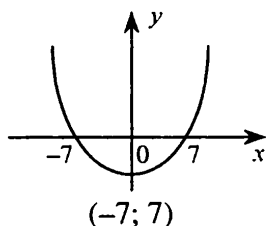
$y = x^2 - 49$ — квадратичная функция, график — парабола, ветви которой направлены вверх:

$$x^2 - 49 = 0$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm 7.$$

Парабола пересекает ось x в двух точках, абсциссы которых равны -7 ; 7 ;



$$\text{в) } 4x^2 - 2x + 13 < 0.$$

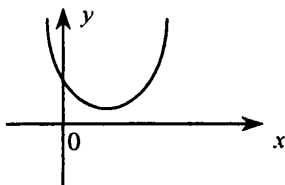
$y = 4x^2 - 2x + 13$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх:

$$4x^2 - 2x + 13 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 52 = -51 < 0.$$

Парабола не пересекает ось абсцисс.

Нет решений.



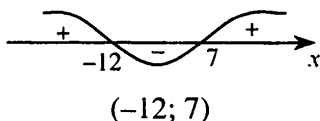
Ответ: а) $(-\infty; -1,6) \cup (1; +\infty)$; б) $(-7; 7)$; в) нет решений.

2.

$$\text{а) } (x + 12)(x - 7) < 0$$

$x = -12$; 7 – нули функции

$$y = (x + 12)(x - 7).$$



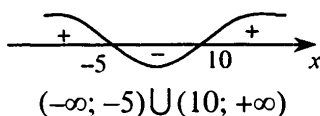
$$(-12; 7)$$

$$\text{б) } \frac{x+5}{x-10} > 0$$

$$(x + 5)(x - 10) > 0$$

$x = -5$; 10 – нули функции

$$y = (x + 5)(x - 10)$$



$$(-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$$

Ответ: а) $(-12; 7)$; б) $(-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$.

3.

$$\text{а) } x^3 - 49x = 0.$$

$$x(x^2 - 49) = 0$$

$$x(x - 7)(x + 7) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 7 \\ x = -7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \frac{x^2 + 3}{4} - \frac{17 - 3x}{8} = 2.$$

$$2(x^2 + 3) - (17 - 3x) = 2 \cdot 8$$

$$2x^2 + 6 - 17 + 3x - 16 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 27 = 0$$

$$D = 9 + 216 = 225$$

$$x = \frac{-3 \pm 15}{4}$$

$$x_1 = 3; x_2 = 4,5.$$

Ответ: а) -7 ; 0 ; 7 ; б) 3 ; $4,5$.

$$4. x^4 - 17x^2 + 16 = 0.$$

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 17t + 16 = 0$.

$$D = 289 - 64 = 225$$

$$t = \frac{17 \pm 15}{2}$$

$$t_1 = 16, t_2 = 1.$$

$$x^2 = 16 \text{ или } x^2 = 1$$

$$x_1 = -4, x_2 = 4, x_3 = -1, x_4 = 1.$$

Ответ: $-4; -1; 1; 4$.

5. $25x^2 + tx + 1 = 0$

$$D = t^2 - 100.$$

Уравнение не имеет корней, если $D < 0$.

$$t^2 - 100 < 0$$

$$(t - 10)(t + 10) < 0$$

$t = \pm 10$ – нули функции

$$y = (t - 10)(t + 10).$$



$$-10 < t < 10$$

Ответ: $-10 < t < 10$.

6. $y = \sqrt{5x - 2x^2}$.

$$5x - 2x^2 \geq 0$$

$$x(5 - 2x) \geq 0$$

$$x(2x - 5) \leq 0$$

$x = 0; 2,5$ – нули функции

$$g = x(2x - 5).$$



$$[0; 2,5]$$

Ответ: $D(y) = [0; 2,5]$.

§ 2. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

Тема (п. 12): ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ (4 ч)

Цели: завершить изучение уравнений с двумя переменными; сформировать умения графически решать системы уравнений, привлекая известные учащимся графики; дать наглядные представления, что система двух уравнений с двумя переменными второй степени может иметь одно, два, три, четыре решения, может не иметь решений.

Урок 32

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

Рассмотреть типичные ошибки, показать правильное решение, ответить на вопросы учащихся по контрольной работе.

II. Повторение.

ВАРИАНТ I – № 241 (а).

ВАРИАНТ II – № 242 (а).

Самостоятельное решение. Одновременно двое учеников решают задания на доске. Устный разбор решений.

III. Изучение нового материала.

1. П р и м е р ы уравнений с двумя переменными.

2. Определение графика уравнения с двумя переменными.

3. Напомнить изученные ранее графики:

а) графиком уравнения $ax + by = c$, где a, b, c – некоторые числа, является прямая;

б) графиком уравнения $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – некоторые числа, $a \neq 0$, является парабола;

в) графиков уравнения $y = \frac{1}{x}$ ($xy = 1$) является гипербола;

г) графиков уравнения $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ является окружность с центром в точке $(a; b)$ и радиусом R .

4. Понятие степени целого уравнения с двумя переменными.

П р и м е р: $(x^3 + y)^2 = x^6 - 1$.

$$x^6 + 2x^3y + y^2 - x^6 + 1 = 0$$

$$2x^3y + y^2 + 1 = 0$$

Степень уравнения равна 4.

5. Графическое решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -x^2 + 2x + 5. \end{cases}$$

6. Графический способ решения систем уравнений:

1) построить в одной системе координат графики уравнений системы;

2) найти приближенные значения координат точек пересечения графиков;

3) если возможно, с помощью проверки уточнить решения системы.

IV. Тренировочные упражнения.

№ 230 – устное решение.

№ 231 – у доски, по желанию.

№ 232 – устно.

№ 238 (б, в) – двое учащихся решают у доски, комментируют решения.

V. Итог урока.

Устные упражнения.

1) Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 1; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 4x - y = 4, \\ 2x - y = 2. \end{cases} \end{array}$$

2) Какая фигура является графиком уравнения:

$$\text{а)} y = kx + c; \quad \text{б)} x^2 + y^2 = R^2; \quad \text{в)} y + ax^2 + vx + c = 0; \quad \text{г)} xy = 1,$$

где a, c, k, R – некоторые числа, $a \neq 0$?

Домашнее задание: п. 12, контрольный вопрос 1 [2, с. 76], № 238 (а, г), 240 (а, б) – по желанию, № 241 (б), 242 (б); работа над ошибками контрольной работы.

Урок 33

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Индивидуальные задания для слабоуспевающих учеников:

1) Определите степень уравнения:

$$\text{а)} 2x + 3y = 6; \quad \text{б)} x^2 + 2y^2 = 0.$$

2) Изобразите схематически графики функций:

$$\text{а)} y = x^2 - 2; \quad \text{б)} y = (x - 2)^2; \quad \text{в)} xy = 6; \quad \text{г)} xy = -6.$$

2. Индивидуальные задания более высокого уровня:

1) Изобразив схематически графики уравнений, выясните, имеет ли решение система уравнений и если имеет, то сколько?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = 2x^2 - 6. \end{cases}$$

2) Покажите с помощью графиков, что система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 64, \\ xy = 6 \end{cases}$$

имеет четыре решения, и найдите их.

Индивидуальные задания выполняются учащимися во время решения устных упражнений.

3. Устные упражнения.

1) Определите степень уравнения:

а) $xy - 2y = 5$; б) $x^2 - y = 3$; в) $x^2 + 3y^2 = 0$.

2) Является ли пара чисел $(1; 0)$ решением уравнения:

а) $x^2 + y = 1$; б) $xy + 3 = x$; в) $y(x + 2) = 0$?

3) Что представляет собой график уравнения:

а) $x^2 + y^2 = 4$; б) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$; в) $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 0$?

4) Объясните, в чем состоит графический способ решения системы уравнений с двумя переменными.

II. Тренировочные упражнения.

№ 233, 234, 236.

Перед решением каждого номера в ходе фронтального опроса учащихся наметить план решения, выяснив, что представляет собой график каждого уравнения системы, как его построить, как определить число решений системы, как найти решение системы.

Самостоятельное решение заданий.

Проверка решения у доски; ученик, первым выполнивший решение, записывает его на доске.

III. Повторение.

№ 240 (в, г).

IV. Итог урока.

V. Разбор домашнего задания.

№ 243 – провести анализ решения текстовой задачи, необходимые записи, план решения записать в ходе диалога с классом на доске и в тетрадях.

Домашнее задание: п. 12, № 237, 243 [2].

Урок 34

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Устно проверить задание.

II. Устные упражнения.

1. Решите неравенство: а) $9 - x^2 > 0$; б) $16 - x^2 < 0$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - y = 5. \end{cases} \end{array}$$

3. Как из графика функции $y = x^2$ получить график функции:

а) $y = x^2 - 6$; б) $y = x^2 + 8$; в) $y = (x - 6)^2$;

г) $y = -(x + 8)^2$; д) $y = -x^2 - 2$?

4. Назовите центр и радиус окружности:

а) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$; б) $(x - 10)^2 + y^2 = 16$;

в) $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$.

III. Тренировочные упражнения (с проверкой).

Построить схематически график функции:

а) $y = -\frac{5}{x}$; б) $y - x^2 = 2$; в) $y = 3x + 1$; г) $y = 3$.

Одновременно с учащимися класса двое учеников выполняют задания за доской.

IV. Решение.

Из сборника № 203 (2), 204 (1), 205 (2), 206 (1), 207 (1) [4, с. 121].

1. Перед выполнением заданий учащиеся отвечают на вопросы:

1) Как построить графики функций:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = |x|$; в) $y = x^3$;

г) $y = kx + b$, где k и b – некоторые числа, $k \neq 0$;

д) $y = x^2 + a$ ($a > 0$, $a < 0$); е) $y = -x^2 + a$ ($a > 0$, $a < 0$)?

2) Как графически решить уравнение из № 207 (1)? (План решения.)

В ходе беседы с учащимися учитель делает соответствующие записи на доске.

2. Самостоятельное решение. Каждый ученик может обратиться к учителю за консультацией.

3. Проверка решений осуществляется с помощью:

а) контрольных карточек или

б) плакатов с изображением графиков.

Тогда необходимы комментарии к решению.

Контрольные карточки

№ 203 (2).

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ xy - 8 = 0. \end{cases}$$

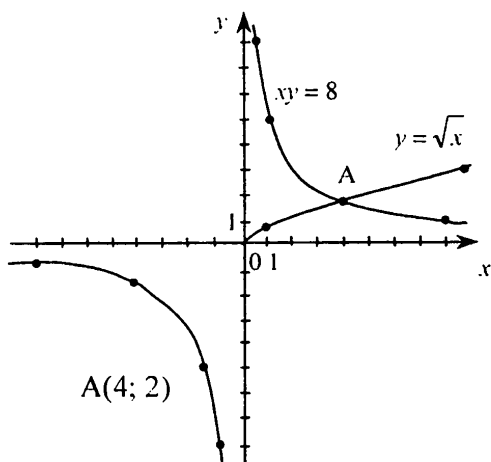
$$1) y = \sqrt{x}$$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

$$2) xy - 8 = 0$$

$xy = 8$, график уравнения – гипербола.

x	± 1	± 2	± 4	± 8
y	± 8	± 4	± 2	± 1



Ответ: (4; 2).

№ 204 (1).

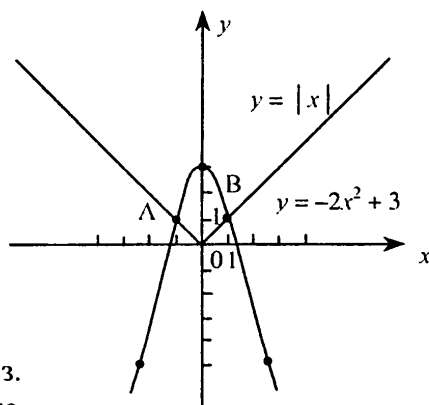
$$\begin{cases} y = |x|, \\ y + 2x^2 = 3. \end{cases}$$

$$1) y = |x|.$$

x	0	± 1
y	0	1

$$2) y + 2x^2 = 3.$$

$y = -2x^2 + 3$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вниз. (0; 3) – координаты вершины параболы. $x = 0$ – ось симметрии.



A (-1; 1), B (1; 1).

x	1	2
y	1	-5

Ответ: (-1; 1), (1; 1).

№ 205 (2).

$$\begin{cases} xy = 2, \\ y + x^2 = 4. \end{cases}$$

1) $xy = 2$, график уравнения – гипербола;

$$2) y + x^2 = 4.$$

$y = -x^2 + 4$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вниз.

График функции $y = -x^2 + 4$ получается из графика функции $y = -x^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси y на 4 единицы вверх.

$$x_1 \approx -2,2, \quad y_1 \approx -0,9;$$

$$x_2 \approx 0,5, \quad y_2 \approx 3,7;$$

$$x_3 \approx 1,8, \quad y_3 \approx 1,1.$$

Ответ: $(-2,2; -0,9)$, $(0,5; 3,7)$, $(1,8; 1,1)$.

№ 206 (1).

$$\begin{cases} y = x^3, \\ xy = 4. \end{cases}$$

$$1) y = x^3.$$

x	0	1	2	-1	-2
y	0	1	8	-1	-8

2) $xy = 4$, график уравнения – гипербола.

x	± 1	± 2	± 4
y	± 4	± 2	± 1

Графики функций пересекаются в двух точках. Значит, система уравнений имеет два решения.

Ответ: 2 решения.

№ 207 (1).

$$\sqrt{x} - 8 + 1,5x = 0$$

$$\sqrt{x} = -1,5x + 8$$

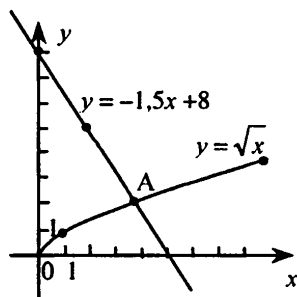
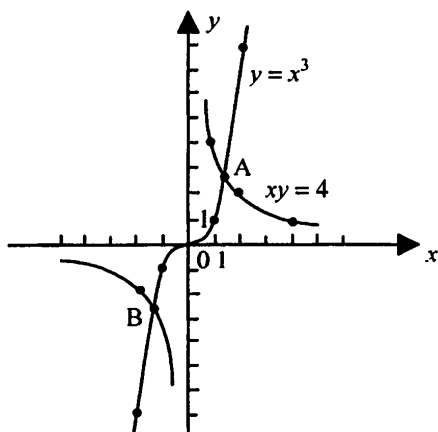
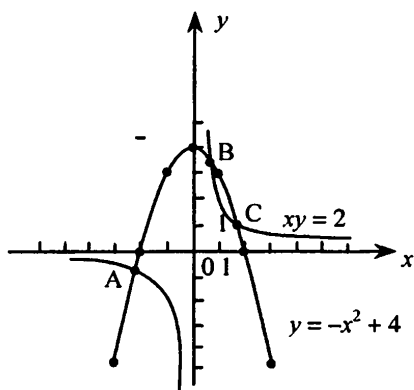
Рассмотрим функции $y = \sqrt{x}$ и

$y = -1,5x + 8$ и построим их графики.

$$1) y = \sqrt{x}.$$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

2) $y = -1,5x + 8$ – линейная функция, график – прямая.



$A(4; 2)$

x	0	2
y	8	5

$$x = 4$$

Ответ: 4.

V. Итог урока.

1. Учащиеся проводят самоанализ. (Какие задания вызвали затруднения?)

2. Повторить, в чем заключается графический способ решения системы уравнений с двумя переменными.

Домашнее задание: из сборника № 203 (1), 204 (2), 205 (1), 206 (2), 207 (2) [4, с. 121].

Урок 35

Ход урока

I. Актуализация знаний.

Сообщение учащимся цели урока. Проверка знаний по теме «Графический способ решения систем уравнений», хода урока.

II. Тренировочное упражнение.

Из сборника № 208 (1) [4, с. 121] (решение у доски, с объяснением).

III. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Решите графически уравнение $x^3 = -x + 2$.

2. Найдите с помощью графиков число корней уравнения $\sqrt{x} = -x^2 + 1$.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 4, \\ y = 4. \end{cases}$$

4. Найдите с помощью графиков число решений системы уравнений:

$$\begin{cases} y = -(x + 2)^2, \\ xy = 3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ II

1. Решите графически уравнение $x^3 = (x - 2)^2$.

2. Найдите с помощью графиков число корней уравнения $\sqrt{x} = -x^2 + 4x - 1$.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 2x = y, \\ x = 3. \end{cases}$$

4. Найдите с помощью графиков число решений системы уравнений:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ y = -\frac{4}{x}. \end{cases}$$

Ответы:

Вариант I

1. (1; 1).
2. Один корень.
3. (-2; 4), (4; 4).
4. Одно решение.

Вариант II

1. (1; 1).
2. Два корня.
3. (3; 3).
4. Три решения.

Другой вариант самостоятельной работы.

ВАРИАНТ I

1. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \begin{cases} xy = 8, \\ y - x = 2; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = -x^2 + 7; \end{cases} & \text{в)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y - 2x = 0. \end{cases} \end{array}$$

2. Изобразив схематически графики, выяснить, имеет ли решения система уравнений и если имеет, то сколько:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = -x^2 + 7. \end{cases}$$

ВАРИАНТ II

1. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \begin{cases} xy = 4, \\ y = x + 1; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} y = 0,5x^2, \\ y - x = 1; \end{cases} & \text{в)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y + x = 0. \end{cases} \end{array}$$

2. Изобразив схематически графики, выясните, имеет ли решения система уравнений и если имеет, то сколько:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 8, \\ y = x^2 + 4. \end{cases}$$

Ответы:

Вариант I

- 1: а) (2; 4), (–4; –2);
б) (2,1; 2,5);
в) (2,2; 4,4); (–2,2; –4,4);
2. Система имеет два решения.

Вариант II

- 1: а) (–2,6; –1,6); (1,6; 2,6);
б) (–0,8; 0,2); (2,2; 3,2);
в) (–2,8; 2,8); (2,8; –2,8);
2. Система имеет два решения.

Домашнее задание: из сборника № 208 (2), 209, 210, 211 (1), 212 (1) [4, с. 121, 122].

**Тема (п. 13): РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ
ВТОРОЙ СТЕПЕНИ (4 ч)**

Цели: сформировать умения решать системы уравнений второй степени с помощью способов подстановки и сложения, особое внимание уделить системам, в которых одно уравнение первой степени, а другое – второй.

Урок 36

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

1. Разобрать типичные ошибки.
2. Ответить на вопросы учащихся.
3. **З а д а н и е** ученикам: выполнить и сдать на проверку работу над ошибками.

II. Изучение нового материала.

Рассмотрим один из аналитических способов решения систем уравнений: способ подстановки.

1. Решим систему уравнений первой степени: из сборника № 525 [4, с. 159].

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9. \end{cases}$$

Действия	Решения
1	2
1. Из первого уравнения выразим переменную x через переменную y .	$x = -1,5y + 1,5$

1	2
2. Подставим полученное выражение вместо переменной x во второе уравнение.	$5(-1,5y + 1,5) + 6y = 9$
3. Решим полученное уравнение и найдем значение переменной y .	$-7,5y + 7,5 + 6y = 9$ $-1,5y = 9 - 7,5$ $-1,5y = 1,5$ $y = -1$
4. Найдем значение переменной x , подставив в одно из уравнений системы -1 вместо переменной y .	$2x - 3 = 3$ $2x = 6$ $x = 3$
5. Ответ	$(3; -1)$

2. Решим систему уравнений второй степени. Пример 1 из п. 13 [2, с. 70].

$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 2, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$$

Вопросы классу:

1) Какую переменную, из какого уравнения системы нужно выразить?

2) Каковы дальнейшие шаги?

Решение:

$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 2, \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 2, \\ x = 1 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 - 2y)^2 - 3y(1 - 2y) - 2y^2 = 2, \\ x = 1 - 2y. \end{cases}$$

$$1) (1 - 2y)^2 - 3y(1 - 2y) - 2y^2 = 2.$$

$$2) x = 1 - 2y.$$

$$1 - 4y + 4y^2 - 3y + 6y^2 - 2y^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 1 \frac{1}{4}.$$

$$8y^2 - 7y - 1 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$y = \frac{7 \pm 9}{16}$$

$$y_1 = 1, y_2 = -\frac{1}{8};$$

$$\text{Ответ: } (-1; 1), \left(1 \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}\right).$$

3. Составить алгоритм решения системы уравнений способом подстановки (с. 70).

III. Тренировочные упражнения.

1. Устное задание: выразить одну переменную через другую из уравнения:

а) $4x - 2y = 6$; б) $3x + 4y = 2$; в) $2x + 3y = -7$; г) $2x - 3y = -5$.

2. Решение у доски, с объяснением № 244 (а, в); 246 (а, в); 248 (а, г, д); из сборника № 104 (1) [4, с. 106].

IV. Самостоятельное решение на повторение, с проверкой.

№ 265 (а, б).

V. Итог урока.

Повторить алгоритм решения системы уравнений способом подстановки.

Домашнее задание: п. 13, контрольный вопрос 2 [2, с. 76], № 245 (а, г), 247 (г), 248 (е); из сборника № 104 (2) [4, с. 106].

Урок 37

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Устно проверить ответы к заданиям домашней работы, повторить алгоритм решения систем уравнений способом подстановки.

II. Решение.

№ 244 (б, г), 245 (б, в), 246 (б, г).

Трое учащихся решают задания у доски, с последующими устными комментариями после выполнения классом устных упражнений.

III. Устные упражнения.

1. Определите степень уравнения:

а) $5x - 3xy = 8$; б) $x - 6y^2 = 1$; в) $2y^2 + x^2y = 0$.

2. Имеет ли решения система уравнений

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = -3, \\ 3x + 10y = 17,5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x^2 + (y - 2)^2 = 0? \end{cases}$

3. Выразите одну переменную через другую:

а) $x^2 + y - 5 = 0$; б) $x + 2y + xy = 4$.

4. Найдите решения системы уравнений:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = 3x^2. \end{cases}$$

Ответы:

1: а) вторая; б) вторая; в) третья;

2. а) нет; б) нет;

3. а) $x = \pm \sqrt{-y + 5}$; $y = 5 - x^2$; б) $x = \frac{4 - 2y}{1 + y}$; $y = \frac{4 - x}{2 + x}$;

4. $(-1; 3)$, $(1; 3)$.

IV. Решение.

№ 249 (а, в, е), 250 (а), 252 (а), 253.

V. Итог урока.

Наметить план решения № 254, заданного на дом.

Домашнее задание: № 251, 254; из сборника № 105 [4, с. 106].

Урок 38

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Проверить ответы к заданиям № 251, 254.

Проверить решение № 105 (1) из сборника, по записям, заранее выполненным на доске.

$$\begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2, \\ x - 2y = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2, \\ x = 2y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2y + 6)^2 - y(2y + 6) = 12 - y^2, \\ x = 2y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 + 24y + 36 - 2y^2 - 6y - 12 + y^2 = 0, \\ x = 2y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 + 18y + 24 = 0, \\ x = 2y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 6y + 8 = 0, \\ x = 2y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 6, \\ y = -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ y = -4; \\ x = 2, \\ y = -2; \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -4), (2; -2)$.

II. Устные упражнения.

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x-2)(y-3) = 1, \\ \frac{x-2}{y-3} = 1. \end{cases}$$

2. При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{2x-x^2}$?

Ответы: 1. $(3; 4), (1; 2)$. 2. $[0; 2]$.

III. Тренировочные упражнения.

№ 255 (б), 257 (а, б), 259.

IV. Итог урока.

Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Является ли пара чисел $x = 6, y = -8$ решением системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ 3x + 2y - 2 = 0? \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ y = x - 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ x - 2y = 7; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (x-2)(y-1) = 30, \\ 2x - y = 10. \end{cases}$$

ВАРИАНТ II

1. Является ли пара чисел $x = 7, y = -6$ решением системы уравнений:

$$\begin{cases} xy + 42 = 0, \\ x^2 - 2y - 61 = 0? \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 2y = 54, \\ y = x - 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4y + x = 0, \\ x^2 + y^2 = 17; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (x-2)(y+1) = 24, \\ x - 2y = 6. \end{cases}$$

Ответы:

Вариант I

1. Да.

Вариант II

1. Да.

$$2: \text{ а) } (-4; -5), (2; 1);$$

$$\text{ б) } (5; -1), \left(-9\frac{2}{3}; -8\frac{1}{3}\right);$$

$$\text{ в) } (8; 6), \left(-\frac{1}{2}; -11\right).$$

$$2: \text{ а) } (8; 5), (-6; -9);$$

$$\text{ б) } (4; -1); (-4; 1);$$

$$\text{ в) } (10; 2); (-4; -5).$$

Домашнее задание: № 256 (а), 257 (в), 260 [2].

Урок 39

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть способ сложения, применяемый при решении систем уравнений.

1) Решим систему уравнений первой степени.

Из сборника № 525 [4, с. 159].

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9. \end{cases}$$

Действия	Решения
1) Умножим правую и левую части первого уравнения на -2	$-4x - 6y = -6$
2) Сложим почленно левые и правые части полученного и второго уравнений	$x = 3$
3) Подставим полученное значение переменной x в одно из уравнений исходной системы, найдем значение переменной y	$2x + 3y = 3$ $6 + 3y = 3$ $3y = -3$ $y = -1$
4) Ответ	$(3; -1)$

2) Решим систему уравнений второй степени.

$$\begin{cases} x + 3y = 11, \\ 2x + y^2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 6y = -22, \\ 2x + y^2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 11, \\ y^2 - 6y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 4; \\ x = 5, \\ y = 2; \end{cases}$$

Ответ: $(-1; 4), (5; 2)$.

2. Составить *алгоритм решения системы уравнений способом сложения*:

1) Умножить почленно уравнения системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами.

2) Сложить почленно правые и левые части уравнений системы.

3) Решить полученное уравнение.

4) Найти соответствующие значения второй переменной.

3. Рассмотреть п р и м е р 2 из п. 13 [2, с. 71].

III. Тренировочные упражнения.

№ 261, 262, 263 (б, г), 264 (а).

IV. Итог урока.

Решить устно.

1. Решить систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 9, \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5, \\ x + y = -1. \end{cases}$$

2. Разность двух чисел равна 1, а их произведение равно 42.

Найдите эти числа.

3. При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{1}{2x^2 - 8}}$?

Домашнее задание: № 263 (а, в), 264 (б); из сборника № 113 (по вариантам) [4, с. 107].

Тема (п. 14): РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ (4 ч)

Цель: закрепить методы решения систем уравнений второй степени при решении текстовых задач.

Урок 40

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Из сборника № 113 [4, с. 107].

Рассмотреть решение системы уравнений способом сложения и способом подстановки.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{x} = 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{6}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{6} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{6}, \\ \frac{2}{y} = \frac{2}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{6}, \\ y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}, \\ y = 3; \\ x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: (2; 3).

II. Решение.

1. Закончите решение задачи, заполнив пропуски.

Из пункта А в пункт В, удаленный на расстояние 90 км, выехали легковой и грузовой автомобили. Легковой автомобиль ехал со скоростью на 15 км/ч большей и прибыл в В на 30 мин раньше. Найдите скорость каждого автомобиля.

	S , км	v , км/ч	t , ч
Легковой автомобиль	90	?, на 15 км/ч больше	? на 0,5 ч меньше
Грузовой автомобиль	90	?	?

$$t = \frac{S}{v}.$$

Пусть скорость легкового автомобиля равна x км/ч, а скорость грузового автомобиля равна y км/ч. По условию, легковой автомо-

бил ехал со скоростью на 15 км/ч большей. Значит, ... на путь из А в В легковой автомобиль затратил ... ч, а грузовой ... ч. Легковой автомобиль прибыл на 30 мин раньше, т. е. затратил на ... ч меньше. Значит, ... Получаем систему уравнений

Проверить заполнение пропусков. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x - y = 15, \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 15, \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 15, \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{x-15} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$1) \frac{90}{x} - \frac{90}{x-15} = \frac{1}{2}.$$

$$180(x - 15) - 180 \cdot 15 - 180x = x^2 - 15x$$

$$x^2 - 15x - 2700 = 0$$

$$D = 225 + 10800 = 11025 = 105^2$$

$$x = \frac{15 \pm 105}{2}.$$

$x_1 = 60$, $x_2 = -45$ – не удовлетворяет условию задачи.

2) $y = 45$.

3) Скорость легкового автомобиля 60 км/ч, грузового – 45 км/ч.

Ответ: 60 км/ч; 45 км/ч.

2. Решить № 270, 273.

Учащиеся составляют план решения задач устно, самостоятельно записывают пояснения к ним. Проверяются пояснения; у доски ученики решают системы уравнений.

№ 270.

1) Обозначить через x см одну сторону прямоугольника, через y см – другую сторону прямоугольника.

2) Составить первое уравнение системы, учитывая, что периметр прямоугольника равен 28 см.

3) Составить второе уравнение системы, учитывая, что диагональ прямоугольника равна 10 см.

4) Записать систему уравнений и решить ее. Составить ответ к задаче.

№ 273.

1. Обозначить через x см один катет прямоугольного треугольника, через y см – другой катет.

2. Составить первое уравнение системы, учитывая, что периметр прямоугольного треугольника равен 84 см, а его гипотенуза равна 37 см.

3. Составить второе уравнение системы, учитывая, что катеты прямоугольного треугольника равны x см, y см, а гипотенуза – 37 см.

4. Записать систему уравнений и решить ее. Найти площадь треугольника.

III. Итог урока.

Наметить план решения задачи 271, заданной на дом.

Домашнее задание: п. 14, № 268, 269, 271 [2].

Урок 41

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Ответить на вопросы учащихся по домашней работе.

2. Устные упражнения.

1) Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 6; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} x - y = 7, \\ xy = -10. \end{cases} \end{array}$$

2) Решите неравенство:

$$\text{а)} \frac{1}{3}x^2 - 3 \geq 0; \quad \text{б)} \frac{1}{4}x^2 \geq 1; \quad \text{в)} x^2 < -2x.$$

Переформулируйте задание.

Ответы:

1: а) $[2; 3)$, $(3; 2)$; б) $(5; -2)$, $(2; -5)$.

2: а) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$; б) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$;

а) б) При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{1}{3}x^2 - 3}$,

$$\sqrt{\frac{1}{4}x^2 - 1}?$$

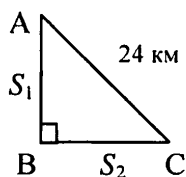
в) При каких значениях x не имеет смысл выражение $\sqrt{x^2 + 2x}$?

II. Тренировочные упражнения.

№ 274, 276, 279.

Перед тем как вызвать ученика к доске решать задачу, обсудить с классом решение (выполнить чертеж, проанализировать задачу, составить план решения).

№ 274.



	S , км	v , км/ч	t , ч
1	? на 4,8 км больше	x	4
2	?	y	4

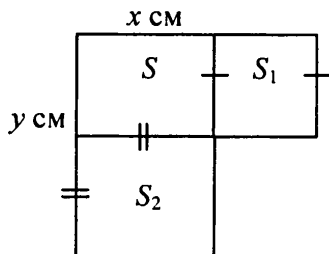
$$S = v t$$

$$S_1 = 4x$$

$$S_2 = 4y$$

S_1 больше S_2 на 4,8 км, $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

№ 276.



$$S_1 + S_2 = 122 \text{ см}^2$$

$$S = 30 \text{ см}^2$$

№ 279.

1) Обозначить через x ч (y ч) время, которое требуется первому (второму) экскаватору для выполнения одного и того же объема работ.

2) Составить первое уравнение, зная, что один (первый) экскаватор может выполнить этот объем работ на 4 ч быстрее, чем другой (второй).

3) Составить второе уравнение, зная, что два экскаватора, работая одновременно, выполняют этот объем работ за $3 \frac{3}{4}$ ч.

Домашнее задание: № 275, 277, 280 [2].

Урок 42

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Самостоятельное решение.

Во время выполнения работы двое учащихся решают задачи за доской.

ВАРИАНТ I

1. Разность двух чисел равна 5, а их произведение равно 84. Найдите эти числа.

2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 7 см больше другого.

ВАРИАНТ II

1. Сумма двух чисел равна 25, а их произведение равно 144. Найдите эти числа.

2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 см. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 4 см больше другого.

Ответы:

Вариант I

1. 12 и 7; -7 и -12 .

2. 5 см и 12 см.

Вариант II

1. 9 и 16.

2. 12 см и 16 см.

Проверить решения задач.

III. Тренировочные упражнения.

№ 283, 286 (а).

№ 283.

Вопросы учащимся:

1) Что нужно найти в задаче? Как обозначим скорости первого и второго пешеходов?

2) Сколько км прошел за 4 ч первый пешеход? второй пешеход? оба пешехода?

3) Составьте первое уравнение системы.

4) Если бы встреча произошла на середине пути, то сколько км прошел тогда бы каждый пешеход до встречи?

5) Чему равно время движения каждого пешехода до встречи?

6) Составьте второе уравнение системы, если известно, что из пункта А пешеход вышел на 1 ч раньше (то есть пешеход, вышедший из пункта А, был в пути на 1 ч дольше).

IV. Итог урока.

Наметить план решения № 285, заданного на дом.

Домашнее задание: контрольные вопросы [2, с. 76], № 285, 286 (б).

Урок 43

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

II. Тренировочные упражнения.

№ 323 – у доски, с объяснением.

№ 287 (а), 306 (а), 308 (а) – самостоятельное решение, ученик, первый правильно решивший задание, записывает его на доске и кратко комментирует.

III. Итог урока.

Ответить на контрольные вопросы [2, с. 76].

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе: § 6, № 272, 306 (б), 308 (б), 312 (а) [2].

Урок 44

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

ВАРИАНТ I

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1. \end{cases}$$

2. Периметр прямоугольника равен 28 м, а его площадь равна 40 м^2 . Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 + 4$ и прямой $x + y = 6$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29. \end{cases}$$

ВАРИАНТ II

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy + y = 6. \end{cases}$$

2. Одна из сторон прямоугольника на 2 см больше другой стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 120 см^2 .

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 10$ и прямой $x + 2y = 5$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y - 3x = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9. \end{cases}$$

ВАРИАНТ III

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 5y = 2, \\ x^2 - y = 10. \end{cases}$$

2. Периметр прямоугольника равен 26 см, а его площадь равна 42 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 8$ и прямой $x + y = 4$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 5y = 9, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3. \end{cases}$$

ВАРИАНТ IV

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - xy = 8. \end{cases}$$

2. Одна из сторон прямоугольника на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 45 м^2 .

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 17$ и прямой $5x - 3y = 17$.

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 1. \end{cases}$$

Решение:

Вариант I

$$\begin{aligned} 1. \begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 7, \\ y = x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + x^2 - 1 = 7, \\ y = x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 = 0, \\ y = x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -4, \\ x = 2, \end{cases} \\ y = x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -4, \\ x = 15, \\ x = 2, \end{cases} \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(-4; 15)$, $(2; 3)$.

2. Пусть x м – одна сторона, а y м – другая сторона прямоугольника. Так как периметр прямоугольника равен 28 м, то имеем уравнение $2(x + y) = 28$, а его площадь равно 40 м^2 , то имеем уравнение $xy = 40$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2(x + y) = 28, \\ xy = 40. \end{cases} \\ & \begin{cases} 2(x + y) = 28, \\ xy = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 14, \\ xy = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - y, \\ (14 - y)y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - y, \\ y^2 - 14y + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - y, \\ y = 4, \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ x = 4; \\ x = 4, \\ y = 10. \end{cases} \end{aligned}$$

Стороны прямоугольника 4 м и 10 м.

Ответ: 4 м, 10 м.

$$\begin{aligned} 3. \begin{cases} y = x^2 + 4, \\ x + y = 6 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + 4, \\ x + x^2 + 4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + 4, \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 + 4, \\ \begin{cases} x = -2, \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 8; \\ x = 1, \\ y = 5. \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$(-2; 8), (1; 5)$ – точки пересечения прямой $x + y = 6$ и параболы $y = x^2 + 4$.

Ответ: $(-2; 8), (1; 5)$.

$$\begin{aligned} 4. \begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 7, \\ (2y - 7)^2 - (2y - 7)y - y^2 - 29 = 0. \end{cases} \\ 1) (2y - 7)^2 - (2y - 7)y - y^2 - 29 &= 0. & 2) x_1 = 2 - 7 = -5. \\ 4y^2 - 28y + 49 - 2y^2 + 7y - y^2 - 29 &= 0 & x_2 = 40 - 7 = 33. \\ y^2 - 21y + 20 &= 0 \\ \begin{cases} y_1 + y_2 = 21, \\ y_1 \cdot y_2 = 20. \end{cases} & \\ y_1 = 1, y_2 = 20. & \end{aligned}$$

Ответ: $(-5; 1), (33; 20)$.

Вариант II

$$1. \begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 2, \\ (3y + 2)y + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 2, \\ y^2 + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 2, \\ y = -2, \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ y = -2; \\ x = 5, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: $(-4; -2), (5; 1)$.

2. Пусть x см – одна сторона, а y см – другая сторона прямоугольника. Так как одна из сторон прямоугольника на 2 см больше другой стороны, то имеем уравнение $x = y + 2$. Так как площадь прямоугольника равна 120 см^2 , то имеем уравнение $xy = 120$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = y + 2, \\ xy = 120. \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2, \\ (y + 2)y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 2y - 120 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2, \\ y = -12, \\ y = 10. \end{cases} \end{aligned}$$

$y = -12$ не удовлетворяет условию задачи. Тогда $x = 12, y = 10$, 12 см и 10 см – стороны прямоугольника.

Ответ: 12 см, 10 см.

$$\begin{aligned} 3. & \begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5 - 2y)^2 + y^2 = 10, \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 4y^2 - 20y + y^2 + 25 - 10 = 0, \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 3 = 0, \\ x = 5 - 2y \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, \\ y = 3, \\ x = 5 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 1; \\ x = -1, \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(3; 1), (-1; 3)$.

$$\begin{aligned} 4. & \begin{cases} y - 3x = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 1, \\ x^2 - 2 \cdot x(3x + 1) + (3x + 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x + 1, \\ 4x^2 + 4x - 8 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$1) x^2 + x - 2 = 0.$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = -2, x_2 = 1.$$

$$2) y = 3x + 1.$$

$$y_1 = -5; y_2 = 4.$$

Ответ: $(-2; -5), (1; 4)$.

Ответы:

Вариант III

1. $(-3; -1), (3,2; 0,24)$.
2. 6 см, 7 см.
3. $(-4; 8), (3; 1)$.
4. $(4; -1), (-1; -2)$.

Вариант IV

1. $(-2; 5); \left(1\frac{1}{3}; -5\right)$.
2. 5 м, 9 м.
3. $(1; -4), (4; 1)$.
4. $(1; 0), (-1,5; 1,25)$.

**ПОВТОРЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА.
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (3 ч)**

Цели: повторить и систематизировать материал, изученный в I полугодии; закрепить навыки решения задач.

Урок 45

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. На доске полностью записать выполненную одним из учеников контрольную работу. Задача учащихся класса: увидеть ошибки, записать на доске и объяснить верное решение.

Вопросы учащимся:

1) Почему допущена ошибка (то есть какого правила ученик не применил)?

2) Что нужно знать, чтобы ошибку не повторить?

2. Ученики выполняют работу над ошибками.

Учитель в ходе самостоятельного решения просматривает работы учеников, если необходимо, дает указания или делает замечания.

II. Повторение теоретического материала, изученного в I полугодии.

Повторить ответы на вопросы:

1) Что называется функцией? областью определения функции? областью значений функций? графиком функции? нулями функции?

2) Какие функции называются возрастающими в промежутке? убывающими в промежутке?

3) Сформулируйте свойства функций $y = kx + b$ ($k \neq 0$), $y = kx$ ($k \neq 0$), $y = \frac{k}{x}$.

4) Сформулируйте теорему о разложении на множители квадратного трехчлена.

5) Дайте определение квадратичной функции. Как называется график квадратичной функции?

6) Сформулируйте свойства функции $y = ax^2$ при $a > 0$; при $a < 0$.

7) Как из графика функции $y = ax^2$ получить графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$?

8) Как строится график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$?

9) Как решить неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$, используя свойства квадратичной функции?

10) Как решить неравенство методом интервалов?

11) Какое уравнение называется целым? Приведите пример целого уравнения.

12) Что называется степенью целого уравнения с одной переменной?

13) Назовите методы решения целого уравнения.

14) Какое уравнение называется биквадратным? Сколько корней может иметь биквадратное уравнение?

15) Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

16) Назовите методы решения системы уравнений с двумя переменными.

17) В чем заключается метод подстановки сложения решения системы уравнений?

III. Итог урока.

Домашнее задание: повторить п. 1–9 [2], из сборника: работа № 1 – № 5, работа № 2 – № 5, работа № 3 – № 4, работа № 4 – № 5, работа № 9 – № 6, работа № 10 – № 5 (по вариантам).

Урок 46

Ход урока

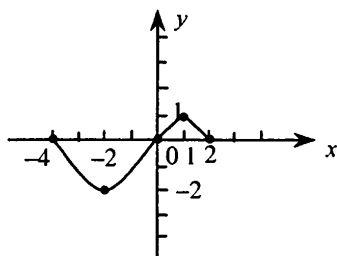
I. Организационный момент.

II. Тест по теме «Квадратичная функция».

Из предложенных вариантов ответов выбрать верный.

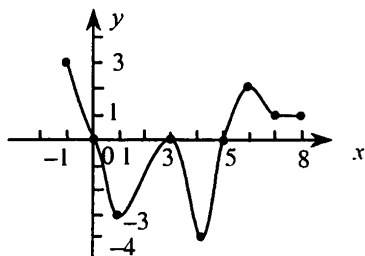
ВАРИАНТ I

1. Функция $y = p(x)$ задана графиком на рисунке. Найдите область ее значений.



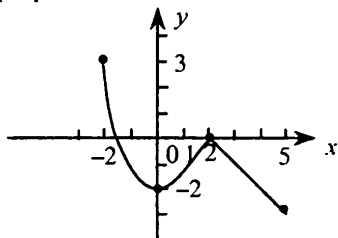
- 1) $[-4; 2]$;
- 2) $[-2; 0]$;
- 3) $[-2; 4]$;
- 4) $[-2; 1]$.

2. Функция $y = f(x)$ задана графиком на отрезке $[-1; 8]$. Укажите множество значений аргумента, при которых функция отрицательна.



- 1) $(0; 3) \cup (3; 5)$;
- 2) $[1; 4]$;
- 3) $(-1; 1) \cup (3; 4) \cup (6; 7)$;
- 4) $[-1; 0) \cup (5; 8]$.

3. Укажите промежуток возрастания функции $y = f(x)$, заданной графиком:



- 1) $(-2; 0)$;
- 2) $[-2; 2]$;
- 3) $(-2; -1)$;
- 4) $[0; 2]$.

4. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}}$.

1) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$; 2) $[-2; 1)$; 3) $(-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$; 4) $(-2; 1)$.

5. При каких значениях x значения функции $y = -x^2 - 2x + 8$ положительны?

1) $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$; 2) $(-4; 2)$; 3) $(-2; 4)$; 4) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

6. Найдите нули функции $y = -9x + 7x^2$.

1) 0; $-1\frac{2}{7}$; 2) 0; $\frac{7}{9}$; 3) 0; $1\frac{2}{7}$; 4) 0; $-\frac{7}{9}$.

7. Найдите множество значений функции $y = x^2 + 3x - 5$.

1) $(-\infty; -5]$; 2) $[-5; +\infty)$; 3) $(-\infty; -7,25]$; 4) $[-7,25; +\infty)$.

8. Решите неравенство $-x^2 + 9 > 0$.

1) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; 2) $(-\infty; 3)$; 3) $(-3; 3)$; 4) $(-3; +\infty)$.

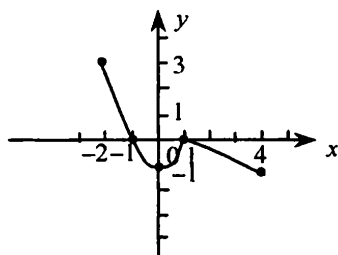
9. Решите неравенство: $\frac{5x(7-x)}{3+x} \leq 0$.

1) $(-\infty; -3) \cup (0; 7)$; 2) $(0; 3) \cup (7; 8)$;

3) $(-3; 0] \cup [7; +\infty)$; 4) $[0; 7]$.

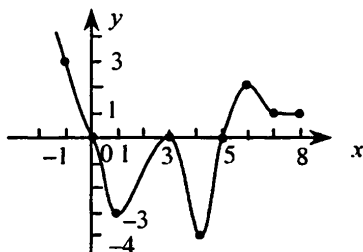
ВАРИАНТ II

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком на рисунке. Найдите область ее значений.



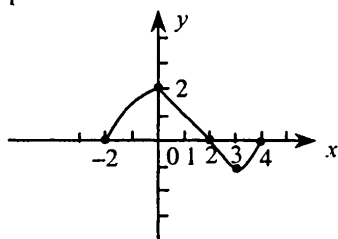
- 1) $[-2; 4]$;
- 2) $[-2; -1]$;
- 3) $[-1; 3]$;
- 4) $[-2; 4]$.

2. Функция $y = f(x)$ задана графиком на отрезке $[-1; 8]$. Укажите множество значений аргумента, при которых функция положительна.



- 1) $(0; 3) \cup (3; 5)$;
- 2) $[1; 4]$;
- 3) $(-1; 1) \cup (3; 4) \cup (6; 7)$;
- 4) $[-1; 0) \cup (5; 8]$.

3. Укажите промежуток убывания функции $y = f(x)$, заданной графиком:



- 1) $[2; 3]$;
- 2) $[0; 3]$;
- 3) $[2; 4]$;
- 4) $(-1; 2)$.

4. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{3+x}{x+1}}$.

- 1) $[-3; -1]$; 2) $[-3; -1)$; 3) $(-\infty; -3] \cup (-1; +\infty)$; 4) $(-\infty; 3] \cup (1; +\infty)$.

5. При каких значениях x значения функции $y = -x^2 - 3x + 4$ отрицательны?

- 1) $(-1; 4)$; 2) $(-4; 1)$; 3) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$; 4) $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

6. Найдите нули функции $y = 6x - 5x^2$.

- 1) 0; $-\frac{1}{2}$; 2) 0; $-\frac{5}{6}$; 3) 0; 1,2; 4) 0; $\frac{5}{6}$.

7. Найдите множество значений функции $y = -x^2 + 5x - 2$.

- 1) $(-\infty; 4,25]$; 2) $[4,25; +\infty)$; 3) $[-2; +\infty)$; 4) $(-\infty; -2]$.

8. Решите неравенство $16 - x^2 < 0$.

- 1) $(-4; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$; 3) $(-4; 4)$; 4) $(-\infty; 4)$.

9. Решите неравенство: $\frac{x(x+3)}{2-x} \geq 0$.

- 1) $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$; 2) $[-3; 2)$; 3) $(-\infty; -3) \cup [0; 2)$;
- 4) $(-\infty; -3] \cup [0; 2)$.

Ответы:

Вариант I

1. 4)
2. 1)
3. 4)
4. 3)
5. 2)
6. 3)
7. 4)
8. 3)
9. 3)

Вариант II

1. 3)
2. 4)
3. 2)
4. 3)
5. 2)
6. 3)
7. 1)
8. 2)
9. 4)

Домашнее задание: повторить п. 10–14 [2]; из сборника: работа № 3 – № 5, работа № 7 – № 4, работа № 16 – № 4, работа № 19 – № 5, работа № 20 – № 6.

Урок 47

Ход урока

I. Организационный момент.

Результаты выполнения теста.

II. Проверочная работа.

После выполнения работы проверяется решения каждого задания.

Работа не оценивается.

1. Решите уравнение:

а) $\frac{3x(x+1)}{4} - \frac{(x+1)(x-2)}{8} = 8\frac{1}{2}$; б) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 4) = 70$;

в) $x^4 - 11x^2 - 80 = 0$; г) $(2x^2 - 1)(2x^2 + 1) - 12(x^2 + 7) = 131$.

2. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 2 - x^2, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

3. Изобразив схематически графики уравнений, выясните, имеет ли решение система уравнений:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 25, \\ y = 2x - 1. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 23, \\ 2x^2 + y^2 = 41. \end{cases}$$

Ответы:

1: а) $-4, 4$; 3; б) -10 ; 7; в) -4 ; 4; г) нет решения.

2. $x_1 = 0$, $y_1 = 2$; $x_2 \approx -1,7$, $y_2 \approx -1$, $x_3 \approx 1,7$, $y_3 \approx -1$.

3. Да.

4. $(-4; 3)$, $(-4; 3)$.

III. Устный опрос.

Ответить на вопросы:

1) Какое уравнение называется целым? Приведите пример целого уравнения.

2) Что называется степенью целого уравнения?

3) Какое уравнение называется биквадратным? Сколько корней может иметь биквадратное уравнение?

4) Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

Глава III. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ (14 часов)

§ 7. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Тема (п. 15): ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (1 ч)

Цели: ввести понятие «последовательность», « n -й член последовательности»; выработать умения использовать индексные обозначения и находить n -й член последовательности по заданной формуле.

Урок 48

Ход урока

I. Изучение нового материала.

1. **Последовательность** – одно из основных понятий математики. Последовательность может быть составлена из чисел, точек, функций, векторов и т. д. Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому натуральному числу n ставится в соответствие элемент x_n некоторого множества.

Последовательность записывается в виде $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n; \dots$ или кратко (x_n) . Элементы $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n; \dots$ называются **членами последовательности**, x_1 – *первым*, ..., x_n – *общим (n -м) членом* последовательности.

Наиболее часто рассматриваются числовые последовательности, то есть последовательности, члены которых числа.

Аналитический способ задания последовательности самый простой. Это делают с помощью формулы, выражающей n -й член последовательности x_n через его номер n . Другой способ – *рекуррентный* (от лат. слова *recurrens* – «возвращающийся»), когда задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущий.

2. Примеры:

1) 2; 4; 6; 8; ... – последовательность четных положительных чисел, $x_n = 2n$;

$$2) \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots, x_n = \frac{1}{n+1};$$

$$3) -10; 10; -10; 10; \dots, x_n = (-1)^n \cdot 10;$$

$$4) 7; 7; 7; \dots, x_n = 7;$$

$$5) 3; 9; 81; \dots, x_1 = 3, x_{n+1} = x_n^2, n \in N.$$

II. Тренировочные упражнения.

№ 329 – самостоятельное решение, последующая проверка.

№ 330 – самостоятельное решение учащихся класса; одновременно ученик выполняет это задание на закрытой доске, проверка.

№ 334, 336 – решение у доски, с объяснением.

№ 337 – самостоятельное решение, последующая проверка.

№ 332, 333 – устное решение.

III. Итог урока.

Тренировочный диктант

ВАРИАНТ I(II)

1. Является ли конечной или бесконечной последовательность делителей числа 1200? (Кратных числа 8?)

2. Является ли конечной или бесконечной последовательность чисел, кратных числу 6? (Делителей числа 2400?)

3. Последовательность задана формулой $a_n = 5n + 2$ ($v_n = n^2 - 3$). Чему равен ее третий член?

4. Запишите последний член последовательности всех трехзначных (двузначных) чисел.

5. Дана рекуррентная формула последовательности $a_{n+1} = a_n - 4$, $a_1 = 5$ ($v_{n+1} = \frac{v_n}{4}$, $v_1 = 8$). Найдите a_2 (v_2).

Ответы:

Вариант I(II).

1. Конечной (бесконечной).

2. Бесконечной (конечной).

3. 17 (6).

4. 999 (99).

5. 1 (2).

Домашнее задание: п. 15, № 331, 335, 338 [2].

Тема (п. 16): ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ (3 ч)

Цели: ввести понятие об арифметической прогрессии как числовой последовательности особого вида; вывести формулу n -го члена арифметической прогрессии; выработать умения применять формулу n -го члена арифметической прогрессии.

Урок 49

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Изучение нового материала.

1. *Арифметической прогрессией* называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

(a_n) – арифметическая прогрессия, $n \in \mathbb{N}$;

$a_{n+1} = a_n + d$, где d – некоторое число;

$d = a_{n+1} - a_n$ – *разность арифметической прогрессии*, то есть разность между любым членом арифметической прогрессии, начиная со второго, и предыдущим членом.

2. П р и м е р ы арифметических прогрессий:

а) (a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 1, \quad d = 1$$

1; 2; 3; ... (последовательные натуральные числа);

б) (a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 2, \quad d = 2$$

2; 4; 6; 8; ... (последовательность положительных четных чисел);

в) (a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 7, \quad d = 0$$

7; 7; 7; ...

3. По определению арифметической прогрессии:

$$a_2 = a_1 + d,$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$$

$$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d.$$

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ – формула n -го члена арифметической прогрессии.

4. Примеры 1 и 2 [2, с. 86] (объяснить решение).

III. Тренировочные упражнения.

1. Решить устно:

1) Найти члены арифметической прогрессии, обозначенные буквами:

а) $-6; -4; a_3; a_4; a_5; a_6; \dots$

б) $-3,4; -1,4; a_3; a_4; \dots$

в) $14; a_2; 20; a_4; \dots$

2) Чему равен первый положительный член арифметической прогрессии $-22; -20; -18; \dots$?

3) (a_n) – арифметическая прогрессия, является ли арифметической прогрессией последовательность:

а) $12a_1; 12a_2; \dots, 12a_n; \dots$; б) $2a_1 + 1; 2a_2 + 1; \dots, 12a_n + 1; \dots$?

2: а) № 343 – самостоятельное решение, с последующей устной проверкой;

б) № 344, 345, 347 – решение у доски, с объяснением;

в) № 349 – самостоятельное решение, одновременно – решение на откидных досках, проверка;

г) из сборника № 163 (1) [4, с. 113] – решение у доски с объяснением.

IV. Итог урока.

Устный фронтальный опрос.

Вопросы учащимся:

1) Что называется арифметической прогрессией?

2) Какое число называют разностью арифметической прогрессии?

3) Приведите примеры арифметических прогрессий.

4) Назовите формулу n -го члена арифметической прогрессии.

Домашнее задание: п. 16, № 346, 348, 350; из сборника № 163 (2) [4, с. 113].

Урок 50

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Из сборника № 163 (2) [4, с. 113] – у доски, комментарии отвечающего ученика.

Решение:

12,5; 11,2; ... – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 12,5; a_2 = 11,2; d = a_2 - a_1; d = 11,2 - 12,5 = -1,3.$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad a_n < 0 \quad n = 11$$

$$a_n = 12,5 - 1,3(n - 1) \quad -1,3n + 13,8 < 0 \quad a_{11} = a_1 + 10d$$

$$a_n = 12,5 - 1,3n + 1,3 \quad -1,3n < -13,8 \quad a_{11} = 12,5 - 13 = -0,5$$

$$a_n = -1,3n + 13,8 \quad n > \frac{138}{13}$$

$$n > 10 \frac{8}{13}$$

Ответ: -0,5 – первый отрицательный член арифметической прогрессии 12,5; 11,2; ...

2. Ответы на вопросы учащихся по домашней работе.

3. Диктант:

ВАРИАНТ I (II)

1) У арифметической прогрессии первый член 4 (6), второй 6 (4). Найти разность d .

2) У арифметической прогрессии первый член 6 (4), второй 2 (6). Найти третий член.

3) Найти десятый (восьмой) член арифметической прогрессии, если ее первый член равен 1, а разность d равна 4 (5).

4) Является ли последовательность четных (нечетных) чисел арифметической прогрессией?

5) (v_n) – арифметическая прогрессия. Выразите через v_1 и d v_{10} ; v_{100} ; v_k ; v_{k+1} (v_{20} ; v_{200} ; v_{2k} ; v_{2k+2}).

6) Определение арифметической прогрессии. Понятие разности арифметической прогрессии. Вывод формулы n -го члена арифметической прогрессии.

4. Собрать работы учащихся. Проверить диктант по заранее подготовленным записям на откидных досках.

Ответы:

Вариант I

1) 2.

2) -4.

Вариант II

1) -2.

2) 2.

3) 37.

4) Да.

5) $a_{10} = a_1 + 9d$

$a_{100} = a_1 + 99d$

$a_k = a_1 + d(k - 1)$

$a_{k+1} = a_1 + dk.$

3) 36.

4) Да.

5) $a_{20} = a_1 + 19d$

$a_{200} = a_1 + 199d$

$a_{2k} = a_1 + d(2k - 1)$

$a_{2k+2} = a_1 + d(2k + 1).$

6. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_2 = a_1 + d,$

$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$

$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$ и т. д.

$a_n = a_1 + d(n - 1).$

II. Изучение нового материала.

1. $a_n = a_1 + d(n - 1)$ – формула n -го члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + dn - d; a_n = dn + (a_1 - d); a_n = kn + b, \text{ где } k = d, b = a_1 - d.$$

Значит, любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа.

2. (a_n) – последовательность, $a_n = kn + b$; k и b – некоторые числа.

$$a_{n+1} - a_n = (k(n + 1) + b) - (kn + b) = kn + k + b - kn - b = k.$$

При любом n верно: $a_{n+1} = a_n + k$.

По определению последовательность (a_n) является арифметической прогрессией, k – разность арифметической прогрессии.

Значит, последовательность (a_n) , заданная формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа, является арифметической прогрессией.

3. № 363 – устно, с объяснением.

III. Тренировочные упражнения.

№ 352 (а), 353 (а), 355 [2]; из сборника № 164 (1), 165 (1) [4, с. 113].

IV. Итог урока.

1. Устные упражнения:

1) (a_n) – арифметическая прогрессия. Составить формулы для нахождения a_7 , a_{19} , a_{89} . В каждом случае найти разность арифметической прогрессии d .

2) (a_n) – последовательность, является ли она арифметической прогрессией? Почему? Найти a_1 , a_{10} .

а) $a_n = 3n - 2$; б) $a_n = \frac{2}{3n}$; в) $a_n = 3n$;

г) $a_n = 1,5 + 7,5n$; д) $a_n = \frac{1}{n+2}$.

2. Провести самоанализ деятельности на уроке.

Домашнее задание: п. 16, № 352 (б), 353 (б), 354, 357 (а) [2].

Урок 51

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Опрос учащихся.

1. Подготовка учащихся к ответу на вопросы:

1) Доказать, что арифметическая прогрессия может быть задана формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа.

2) Доказать, что если последовательность задана формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b – некоторые числа, то она является арифметической прогрессией.

2. Задание классу:

ВАРИАНТ I – из сборника № 164 (2) [4, с. 113].

ВАРИАНТ II – из сборника № 165 (2) [4, с. 113]. Проверка решения № 164 (2).

№ 164 (2).

$-38,5; -35,8; \dots$ – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = -38,5; a_2 = -35,8; d = a_2 - a_1, d = -35,8 + 38,5 = 2,7.$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

$$a_n = -38,5 + 2,7(n - 1).$$

$$a_n < 0$$

$$-38,5 + 2,7(n - 1) < 0$$

$$2,7(n - 1) < 38,5$$

$$n - 1 < 14 \frac{7}{27}$$

$$n < 15 \frac{7}{27}$$

$$n = 15.$$

Ответ: в арифметической прогрессии $-38,5; -35,8; \dots$ пятнадцать отрицательных членов.

№ 165 (2).

$-15,1; -14,4; \dots$ – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = -15,1; \quad a_2 = -14,4; \quad d = a_2 - a_1, \quad d = -14,4 + 15,1 = 0,7.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1), \quad a_n = -15,1 + 0,7(n-1) = -15,1 + 0,7n - 0,7 = 0,7n - 15,8.$$

$$a_n > 0, \quad 0,7n - 15,8 > 0$$

$$0,7n > 15,8$$

$$n > 22\frac{4}{7}$$

$$n = 23, \quad a_{23} = a_1 + 22d, \quad a_{23} = -15,1 + 22 \cdot 0,7 = -15,1 + 15,4 = 0,3$$

$$n = 22, \quad a_{22} = a_{23} - d, \quad a_{22} = 0,3 - 0,7 = -0,4.$$

$$|a_{22}| > |a_{23}|, \text{ так как } 0,4 > 0,3.$$

Ответ: $a_{23} = 0,3$ – наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии $-15,1; -14,4; \dots$.

3. Устный ответ ученика.

III. Решение.

№ 359 – у доски, с комментариями.

IV. Итог урока.

Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. В арифметической прогрессии (v_n) известны $v_1 = -0,8$, $d = 4$. Найти: а) v_7 ; б) v_{24} .

2. Найти разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 0,5$, $a_{23} = -2,3$.

3. В арифметической прогрессии (x_n) $x_1 = 14$ и $d = 0,5$. Найти номер члена прогрессии, равного 34.

ВАРИАНТ II

1. В арифметической прогрессии (v_n) известны $v_1 = -1,2$, $d = 3$. Найти: а) v_8 ; б) v_{21} .

2. Найти разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -0,3$, $a_7 = 1,9$.

3. В арифметической прогрессии (x_n) $x_1 = 9$ и $d = 3$. Найти номер члена прогрессии, равного 12.

Решение:

Вариант I

1. (v_n) – арифметическая прогрессия.

$$v_1 = -0,8, d = 4.$$

а) $v_7 = v_1 + 6d, v_7 = -0,8 + 6 \cdot 4 = -0,8 + 24 = 23,2;$

б) $v_{21} = v_1 + 20d, v_{21} = -0,8 + 20 \cdot 4 = -0,8 + 80 = 79,2.$

Ответ: а) 23,2; б) 79,2.

2. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 0,5, a_{23} = -2,3$$

$$a_{23} = a_1 + 22d, d = \frac{a_{23} - a_1}{22}, d = \frac{-2,3 - 0,5}{22} = \frac{-2,8}{22} = -\frac{7}{55}.$$

Ответ: $-\frac{7}{55}.$

3. (x_n) – арифметическая прогрессия.

$$x_1 = 14, d = 0,5, x_n = 34$$

$$x_n = x_1 + d(n - 1)$$

$$x_n = 14 + 0,5(n - 1)$$

$$14 + 0,5(n - 1) = 34$$

$$0,5(n - 1) = 20$$

$$n - 1 = 40$$

$$n = 41.$$

Ответ: 41.

Вариант II

1. (v_n) – арифметическая прогрессия.

$$v_1 = -1,2, d = 3.$$

а) $v_8 = v_1 + 7d, v_8 = -1,2 + 7 \cdot 3 = -1,2 + 21 = 19,8;$

б) $v_{21} = v_1 + 20d, v_{21} = -1,2 + 20 \cdot 3 = -1,2 + 60 = 58,8.$

Ответ: а) 19,8; б) 58,8.

2. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = -0,3, a_7 = 1,9$$

$$a_7 = a_1 + 6d, d = \frac{a_7 - a_1}{6}, d = \frac{1,9 + 0,3}{6} = \frac{2,2}{6} = \frac{11}{30}.$$

Ответ: $\frac{11}{30}.$

3. (x_n) – арифметическая прогрессия.

$$x_1 = 9, d = 3, x_n = 12$$

$$x_n = x_1 + d(n - 1)$$

$$x_n = 9 + 3(n - 1)$$

$$9 + 3(n - 1) = 12$$

$$3(n - 1) = 3$$

$$n - 1 = 1$$

$$n = 2.$$

Ответ: 2.

Домашнее задание: № 358, 359 [2].

Тема (п. 17): ФОРМУЛА СУММЫ n ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ (2 ч)

Цели: вывести формулу суммы n -членов арифметической прогрессии; выработать навыки непосредственного применения

формулы $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Урок 52

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

Разобрать типичные ошибки, допущенные в работе (исправить их, выявить причины, по которым они были сделаны, повторить определение арифметической прогрессии, определение разности d арифметической прогрессии, формулу n -го члена арифметической прогрессии).

II. Изучение нового материала.

1. Из истории математики.

С формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии был связан эпизод из жизни немецкого математика К. Ф. Гаусса (1777–1855). Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу:

«Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 40 включительно: $1 + 2 + 3 + \dots + 40$. Каково же было удивление учителя, когда один

из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил...»

Большинство учеников после долгих подсчетов получили неверный результат. В тетради Гаусса было написано одно число и притом верное. Вот схема его рассуждений. Сумма чисел в каждой паре 41. Таких пар 20, поэтому искомая сумма равна $41 \cdot 20 = 820$.

2. Выведем формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

(a_n) – арифметическая прогрессия.

S_n – сумма n первых членов арифметической прогрессии.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n.$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + \dots + a_2 + a_1.$$

$$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n,$$

$$a_3 + a_{n-2} = (a_2 + d) + (a_{n-1} - d) = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n,$$

$$a_4 + a_{n-3} = (a_3 + d) + (a_{n-2} - d) = a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n \text{ и т. д.}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n.$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

 – формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

 – формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

3. Примеры:

1) (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 6, a_5 = 26$. Найти S_5 .

2) (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 12, d = -3$. Найти S_{16} .

3) (a_n) – последовательность, $a_n = 5n - 5$. Найти S_{40} .

Ответы: 1) 80. 2) -168. 3) 3900.

III. Тренировочные упражнения.

№ 369, 370, 372 – самостоятельное решение с последующей проверкой решения и записью его на доске.

Ответы:

№ 369: а) 1800; б) 1230.

№ 370: а) 0; б) $-15,2$.

№ 372: а) 5200; 20400; $4n + 2n^2$;

б) 2700; 10400; $4n + n^2$.

IV. Итог урока.

1. Повторить формулы суммы n -первых членов арифметической прогрессии.

2. Выяснить, в заданиях какого вида лучше использовать каждую из них (в качестве примеров можно воспользоваться номерами, решенными на уроке).

3. В заключение вспомним строки А. С. Пушкина из романа «Евгений Онегин», сказанные о его герое: «...не мог он ямба от хорея, как мы ни бились, отличить». Отличие ямба от хорея состоит в различных расположениях ударных слогов стиха. Ямб – стихотворный метр с ударениями на четных слогах стиха (*Мой дядя самых честных правил.*), то есть ударными являются 2-й, 4-й, 6-й, 8-й и так далее слоги. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и с разностью, равной двум: 2, 4, 6, 8, ... Хорей – стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. (*Буря мглою небо кроет.*) Номера ударных слогов также образуют арифметическую прогрессию, но ее первый член равен единице, а разность по-прежнему равна двум: 1, 3, 5, 7, ...

Домашнее задание: п. 17, контрольные вопросы [2, с. 93], № 371, 373, 375 (а); выполнить работу над ошибками самостоятельной работы.

Урок 53

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Опрос учащихся.

1. Индивидуальные задания.

ВАРИАНТ I

1) Найдите сумму первых шестнадцати членов арифметической прогрессии, в которой $a_1 = 6$, $d = 4$.

У к а з а н и е. По формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$ найдите сначала a_{16} .

Ответ: 576.

2) Найдите сумму первых n -членов арифметической прогрессии 1,6; 1,4; ..., если $n = 6$.

Ответ: 6,6.

3) Найдите сумму первых восьми членов арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1 = 6$, $a_7 = 26$.

Ответ: 160.

ВАРИАНТ II

1) Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, в которой $a_1 = 16,5$, $d = -1,5$.

2) Тело в первую секунду прошло 16 м, а в каждую следующую проходило на 3 м больше, чем в предыдущую. Какой путь прошло это тело за 7 секунд?

Ответ: 175 м.

3) Докажите, что последовательность, заданная формулой $a_n = 5 + 2n$, является арифметической прогрессией. Найдите сумму ее первых двенадцати членов.

Ответ: 216.

2. Устный ответ у доски.

Вывести формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

3. Задание классу: рассмотреть примеры 2–4 [2, с. 91], записать решение в тетрадь.

Во время самостоятельной работы прослушать ответ на вопрос «Вывод формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии»; оценить его. Взять на проверку решения индивидуальных заданий.

Ответить на вопросы учащихся по примерам 2–4 [2, с. 91].

III. Тренировочные упражнения.

№ 375 (в), 377, 383, 384 (а) – решение у доски, с комментариями.

№ 375 (в).

(a_n) – арифметическая прогрессия.

$$a_n = 4n, a_n \leq 300$$

$$4n \leq 300$$

$$n \leq 75, n = 75$$

$$a_1 = 4, a_{75} = 300$$

$$S_{75} = \frac{(a_1 + a_{75}) \cdot 75}{2}$$

$$S_{75} = \frac{4 + 300}{2} \cdot 75 = 152 \cdot 75 = 11400.$$

Ответ: 11400.

№ 377.

(a_n) – арифметическая прогрессия,

$$a_1 = 21, d = -0,5.$$

$$a_6 + a_7 + \dots + a_{25} = S_{25} - S_5$$

$$S_{25} = \frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25, S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5,$$

$$a_{25} = a_1 + 24d, a_{25} = 21 + 24 \cdot (-0,5) = 21 - 12 = 9.$$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_5 = 21 + 4 \cdot (-0,5) = 21 - 2 = 19.$$

$$S_{25} = \frac{21 + 9}{2} \cdot 25 = 15 \cdot 25 = 375, S_5 = \frac{21 + 19}{2} \cdot 5 = 20 \cdot 5 = 100.$$

$$a_6 + a_7 + \dots + a_{25} = 375 - 100 = 275.$$

Ответ: 275.

№ 383.

(a_n) – арифметическая прогрессия, $a_7 = 8, a_{11} = 12,8.$

$$\begin{cases} a_7 = a_1 + 6d, \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 8, \\ a_1 + 10d = 12,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 8, \\ 4d = 4,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 8 - 6d, \\ d = 1,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,8, \\ d = 1,2. \end{cases}$$

Ответ: $a = 0,8; d = 1,2.$

№ 384 (а).

20,7; 18,3; ... – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 20,7; a_2 = 18,3. \text{ Пусть } a_n = -1,3.$$

$$d = a_2 - a_1, d = 18,3 - 20,7 = -2,4.$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$20,7 - 2,4(n - 1) = -1,3$$

$$2,4(n - 1) = 22$$

$$n - 1 = \frac{55}{6}$$

$$n = 10\frac{1}{6}.$$

Так как $n \notin N$, то число $-1,3$ не является членом арифметической прогрессии $20,7; 18,3; \dots$.

IV. Итог урока.

Ответить на контрольные вопросы [2, с. 93].

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе по §7, № 375 (б, г), 381, 384 (б) [2].

Урок 54

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

ВАРИАНТ I

1. Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -15$ и $d = 3$.
2. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии: $8; 4; 0; \dots$.
3. Найдите сумму шестидесяти первых членов последовательности (v_n) , заданной формулой $v_n = 3n - 1$.
4. Является ли число $-54,5$ членом арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1 = 25,5$ и $a_9 = 5,5$?
5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 100.

ВАРИАНТ II

1. Найдите восемнадцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 70$ и $d = -3$.
2. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии: $-21; -18; -15; \dots$.
3. Найдите сумму сорока первых членов последовательности (v_n) , заданной формулой $v_n = 4n - 2$.
4. Является ли число $30,4$ членом арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1 = 11,6$ и $a_{15} = 17,2$?
5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 150.

ВАРИАНТ III

1. Найдите тридцать второй член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 65$ и $d = -2$.
2. Найдите сумму двадцати четырех первых членов арифметической прогрессии: 42; 34; 26; ...
3. Найдите сумму восьмидесяти первых членов последовательности (v_n) , заданной формулой $v_n = 2n - 5$.
4. Является ли число 6,5 членом арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1 = -2,25$ и $a_{11} = 10,25$?
5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 9 и не превосходящих 80.

ВАРИАНТ IV

1. Найдите сорок третий член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -9$ и $d = 4$.
2. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии: -63; -58; -53; ...
3. Найдите сумму ста двадцати первых членов последовательности (v_n) , заданной формулой $v_n = 3n - 2$.
4. Является ли число 35,8 членом арифметической прогрессии (a_n) , в которой $a_1 = -23,6$ и $a_{22} = 11$?
5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 6 и не превосходящих 150.

Решение:

Вариант I

1. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = -15$, $d = 3$.

$$a_{23} = a_1 + 22d, a_{23} = -15 + 22 \cdot 3 = -15 + 66 = 51.$$

Ответ: 51.

2. 8; 4; 0; ... – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 8; d = -4$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n,$$

$$S_{16} = \frac{2 \cdot 8 - 4 \cdot 15}{2} \cdot 16 = (16 - 60) \cdot 8 = -44 \cdot 8 = -352.$$

Ответ: -352.

$$3. v_n = 3n - 1.$$

Последовательность (v_n) является арифметической прогрессией, так как она задана формулой вида $v_n = kn + v$, где $k = 3$; $v = -1$.

$$v_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2, v_{60} = 3 \cdot 60 - 1 = 179.$$

$$S_n = \frac{v_1 + v_n}{2} \cdot n, S_{60} = \frac{2 + 179}{2} \cdot 60 = 181 \cdot 30 = 5430.$$

Ответ: 5430.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = 25,5$, $a_9 = 5,5$.

Пусть $a_n = -54,5$.

$$d = \frac{a_9 - a_1}{8}, d = \frac{5,5 - 25,5}{8} = -\frac{20}{8} = -2,5.$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$-54,5 = 25,5 - 2,5(n - 1)$$

$$2,5(n - 1) = 80$$

$$n - 1 = 32$$

$$n = 33$$

$$n \in \mathbb{N}.$$

Число $-54,5$ является членом арифметической прогрессии (a_n) .

Ответ: да.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_n = 3n$.

$$a_n \leq 100 \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$3n \leq 100 \quad S_{33} = \frac{3 + 99}{2} \cdot 33 = 51 \cdot 33 = 1683.$$

$$n \leq 33 \frac{1}{3}$$

$$n = 33$$

$$a_1 = 3, a_{33} = 99.$$

Ответ: 1683.

Вариант II

1. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = 70$, $d = -3$.

$$a_{18} = a_1 + 17d, a_{18} = 70 + 17 \cdot (-3) = 70 - 51 = 19.$$

Ответ: 19.

2. $-21; -18; -15; \dots$ – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = -21, d = 3$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n,$$

$$S_{20} = \frac{2 \cdot (-21) + 3 \cdot 19}{2} \cdot 20 = \frac{-42 + 57}{2} \cdot 20 = 15 \cdot 10 = 150.$$

Ответ: 150.

$$3. v_n = 4n - 2.$$

Последовательность (v_n) является арифметической прогрессией, так как она задана формулой вида $v_n = kn + v$, где $k = 4$; $v = -2$.

$$v_1 = 2, v_{40} = 4 \cdot 40 - 2 = 160 - 2 = 158.$$

$$S_n = \frac{v_1 + v_n}{2} \cdot n, S_{40} = \frac{2 + 158}{2} \cdot 40 = 160 \cdot 20 = 3200.$$

Ответ: 3200.

$$4. (a_n) - \text{арифметическая прогрессия, } a_1 = 11,6, a_{15} = 17,2.$$

$$\text{Пусть } a_n = 30,4, d = \frac{a_{15} - a_1}{14}, d = \frac{17,2 - 11,6}{14} = \frac{5,6}{14} = 0,4.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$30,4 = 11,6 + 0,4(n-1)$$

$$0,4(n-1) = 18,8$$

$$n-1 = 47$$

$$n = 48$$

$$n \in N.$$

Число 30,4 является членом арифметической прогрессии (a_n) .

Ответ: да.

$$5. (a_n) - \text{арифметическая прогрессия, } a_n = 7n.$$

$$a_n \leq 150 \quad a_1 = 7, a_{21} = 147.$$

$$7n \leq 150 \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$n \leq 21 \frac{3}{7} \quad S_{21} = \frac{7 + 147}{2} \cdot 21 = 77 \cdot 21 = 1617.$$

$$n = 21.$$

Ответ: 1617.

Вариант III

$$1. (a_n) - \text{арифметическая прогрессия, } a_1 = 65, d = -2.$$

$$a_{32} = a_1 + 31d, \quad a_{32} = 65 + 31 \cdot (-2) = 65 - 62 = 3.$$

Ответ: 3.

2. 42; 34; 26; ... – арифметическая прогрессия.

$$a_1 = 42; d = -8$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n,$$

$$S_{24} = \frac{2 \cdot 42 - 8 \cdot 23}{2} \cdot 24 = \frac{84 - 184}{2} \cdot 24 = 100 \cdot 12 = -1200.$$

Ответ: -1200.

3. $v_n = 2n - 5$.

Последовательность (v_n) является арифметической прогрессией, так как она задана формулой вида $v_n = kn + v$, где $k = 2$; $v = -5$.

$$v_1 = -3, v_{80} = 2 \cdot 80 - 5 = 160 - 5 = 155.$$

$$S_n = \frac{v_1 + v_n}{2} \cdot n, S_{30} = \frac{-3 + 155}{2} \cdot 80 = 152 \cdot 40 = 6080.$$

Ответ: 6080.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = -2,25$, $a_{11} = 10,25$.

$$\text{Пусть } a_n = 6,5, d = \frac{a_{11} - a_1}{10}, d = \frac{10,25 + 2,25}{10} = 1,25.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$6,5 = -2,25 + 1,25(n-1)$$

$$1,25(n-1) = 8,75$$

$$n-1 = 7$$

$$n = 8$$

$$n \in N.$$

Число 6,5 является членом арифметической прогрессии (a_n) .

Ответ: да.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_n = 9n$.

$$a_1 = 9, a_8 = 72 \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_n \leq 80 \quad S_8 = \frac{9 + 72}{2} \cdot 8 = 81 \cdot 4 = 324.$$

$$9n \leq 80$$

$$n \leq 8 \frac{8}{9}$$

$$n = 8.$$

Ответ: 324.

Вариант IV

1. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = -9$, $d = 4$.

$$a_{43} = a_1 + 42d, a_{43} = -9 + 42 \cdot 4 = -9 + 168 = 159.$$

Ответ: 159.

2. $-63; -58; -53; \dots$ – арифметическая прогрессия, $a_1 = -63$; $d = 5$.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n,$$

$$S_{14} = \frac{2 \cdot (-63) + 5 \cdot 13}{2} \cdot 14 = \frac{-126 + 65}{2} \cdot 14 = -61 \cdot 7 = -427.$$

Ответ: -427 .

3. $v_n = 3n - 2$.

Последовательность (v_n) является арифметической прогрессией, так как она задана формулой вида $v_n = kn + v$, где $k = 3$; $v = -2$.

$$v_1 = 1, v_{120} = 3 \cdot 120 - 2 = 358.$$

$$S_n = \frac{v_1 + v_n}{2} \cdot n, \quad S_{120} = \frac{1 + 358}{2} \cdot 120 = 359 \cdot 60 = 21540.$$

Ответ: 21540.

4. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_1 = -23,6$, $a_{22} = 11$.

$$\text{Пусть } a_n = 35,8, d = \frac{a_{22} - a_1}{21}, d = \frac{11 + 23,6}{21} = \frac{34,6}{21} = 1 \frac{68}{105}.$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$35,8 = -23,6 + \frac{173}{105}(n-1)$$

$$\frac{173}{105}(n-1) = 59,4$$

$$n-1 = \frac{59,4 \cdot 105}{173}$$

$$n-1 = 36 \frac{9}{173}$$

$$n = 37 \frac{9}{173}$$

$$n \in \mathbb{N}.$$

Число 35,8 не является членом арифметической прогрессии (a_n) .

Ответ: нет.

5. (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_n = 6n$.

$$a_1 = 6, a_{25} = 150. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_n \leq 150 \quad S_{25} = \frac{6 + 150}{2} \cdot 25 = 78 \cdot 25 = 1950.$$

$$6n \leq 150$$

$$n \leq 25$$

$$n = 25.$$

Ответ: 1950.

§ 8. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Тема (п. 18): ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ (2 ч)

Цели: дать понятие о геометрической прогрессии как числовой последовательности особого вида; вывести формулу n -го члена геометрической прогрессии; закрепить умения и навыки применять изучаемую формулу.

Урок 55

Ход урока

I. Организационный момент.

1. Разбор типичных ошибок, допущенных учащимися в контрольной работе.
2. Выполнение учащимися работы над ошибками, консультация учителя.

II. Изучение нового материала.

Объяснение учителя.

1. (v_n) – последовательность, $v_1 = 2$, $v_2 = 2^2$, $v_3 = 2^3$ и т. д.
 $2; 2^2; 2^3; 2^4; \dots$

Каждый член последовательности, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на 2.

Последовательность (v_n) является геометрической прогрессией.

2. Определение.

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

(v_n) – геометрическая прогрессия, $v_n \neq 0$, $v_{n+1} = v_n \cdot q$.

$$q = \frac{v_{n+1}}{v_n} \quad q - \text{знаменатель геометрической прогрессии.}$$

Знаменатель геометрической прогрессии – это отношение ее любого члена, начиная со второго, к предыдущему члену.

3. П р и м е р ы геометрической прогрессии:

а) если $v_1 = 1$ и $q = 0,1$, то 1; 0,1; 0,01; 0,001; ... – геометрическая прогрессия;

б) если $v_1 = -5$ и $q = 2$, то -5; -10; -20; -40; ... – геометрическая прогрессия;

в) если $v_1 = 2$ и $q = -3$, то 2; -6; 18; -54; 162; ... – геометрическая прогрессия;

г) если $v_1 = 8$ и $q = 1$, то 8; 8; 8; ... – геометрическая прогрессия.

4. Вывод формулы n -го члена геометрической прогрессии:

$$v_2 = v_1 q,$$

$$v_3 = v_2 q = (v_1 q) q = v_1 q^2.$$

$$v_4 = v_3 q = (v_1 q^2) q = v_1 q^3,$$

$$v_5 = v_4 q = (v_1 q^3) q = v_1 q^4 \text{ и т. д.}$$

$v_n = v_1 q^{n-1}$ – формула n -го члена геометрической прогрессии.

5. Решение п р и м е р о в :

а) пример 1 [2, с. 95].

В геометрической прогрессии $v_1 = 12,8$, $q = \frac{1}{4}$. Найдите v_7 .

Решение:

$$\begin{aligned} v_7 &= v_1 q^6, \quad v_7 = 12,8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{128}{10} \cdot \frac{1}{4^6} = \frac{2^7}{10} \cdot \frac{1}{2^{12}} = \frac{2^7}{10 \cdot 2^{12}} = \\ &= \frac{1}{10 \cdot 2^5} = \frac{1}{10 \cdot 32} = \frac{1}{320}. \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{320}$;

б) пример 2 [2, с. 95].

Найдите восьмой член геометрической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 162$, $a_3 = 18$.

Решение:

$$a_3 = a_1 q^2, \quad q^2 = \frac{a_3}{a_1}$$

$$q^2 = \frac{18}{162}$$

$$q^2 = \frac{1}{9}$$

$$q = \pm \frac{1}{3}$$

$$1) q = \frac{1}{3},$$

$$a_8 = a_1 q^7, \quad a_8 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{2 \cdot 3^4}{3^7} = \frac{2}{27}$$

$$2) q = -\frac{1}{3},$$

$$a_8 = a_1 q^7, \quad a_8 = 162 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^7 = -\frac{2 \cdot 3^4}{3^7} = -\frac{2}{27};$$

Ответ: $\pm \frac{2}{27}$.

III. Тренировочные упражнения.

№ 387 – самостоятельное решение с последующей проверкой.

№ 388 – самостоятельное решение; двое учащихся выполняют задания на откидных досках, проверка решения.

№ 389 – решение у доски, с комментариями.

№ 387.

$$а) a_1 = 6, q = 2$$

$$a_2 = a_1 q, \quad a_2 = 6 \cdot 2 = 12,$$

$$a_3 = a_2 q, \quad a_3 = 12 \cdot 2 = 24,$$

$$a_4 = a_3 q, \quad a_4 = 24 \cdot 2 = 48,$$

$$a_5 = a_4 q, \quad a_5 = 48 \cdot 2 = 96$$

$$6; 12; 24; 48; 96; \dots;$$

$$б) a_1 = -16, q = \frac{1}{2}$$

$$-16; -8; -4; -2; -1; \dots;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } a_1 = -24, q = -1,5 \\ -24; 36; -54; 81; -121,5; \dots; \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{г) } a_1 = 0,4, q = \sqrt{2} \\ 0,4; 0,4\sqrt{2}; 0,8; 0,8\sqrt{2}; 1,6; \dots \end{aligned}$$

Ответ:

$$\begin{aligned} \text{а) } 6; 12; 24; 48; 96; \quad \text{б) } -16; -8; -4; -2; -1; \\ \text{в) } -24; 36; -54; 81; -121,5; \text{ г) } 0,4; 0,4\sqrt{2}; 0,8; 0,8\sqrt{2}; 1,6. \end{aligned}$$

№ 388.

(c_n) – геометрическая прогрессия, $c_n = c_1 \cdot q^{n-1}$.

$$\begin{aligned} \text{а) } c_6 = c_1 \cdot q^5; \quad \text{б) } c_{20} = c_1 \cdot q^{19}; \quad \text{в) } c_{125} = c_1 \cdot q^{124}; \quad \text{г) } c_k = c_1 \cdot q^{k-1}; \\ \text{д) } c_{k+3} = c_1 \cdot q^{k+2}; \quad \text{е) } c_{2k} = c_1 \cdot q^{2k-1}. \end{aligned}$$

№ 389.

(x_n) – геометрическая прогрессия.

$$\text{а) } x_1 = 16, q = \frac{1}{2}; \quad x_7 = x_1 q^6; \quad x_7 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{б) } x_1 = -810, q = \frac{1}{3}; \quad x_8 = x_1 q^7;$$

$$x_8 = -810 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = -\frac{3^4 \cdot 10}{3^7} = -\frac{10}{3^3} = -\frac{10}{27};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } x_1 = \sqrt{2}, \quad q = -\sqrt{2}; \quad x_{10} = x_1 q^9; \quad x_{10} = \sqrt{2}(-\sqrt{2})^9 = -\left((\sqrt{2})^2\right)^5 = \\ = -2^5 = -32; \end{aligned}$$

$$\text{г) } x_1 = 125, \quad q = 0,2, \quad x_6 = x_1 q^5; \quad x_6 = 125 \cdot 0,2^5 = \frac{5^3}{15^5} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}.$$

$$\text{Ответ: а) } \frac{1}{4}; \text{ б) } -\frac{10}{27}; \text{ в) } -32; \text{ г) } \frac{1}{25}.$$

IV. Итог урока.

Повторить определение геометрической прогрессии, понятие знаменателя геометрической прогрессии, формулу n-го члена геометрической прогрессии.

Домашнее задание: п. 18, № 390, 391, 407 (а) [2].

Урок 56

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Опрос учащихся.

1. Проверка домашней работы (у доски):

№ 390; № 391 (найти седьмой член геометрической прогрессии)

№ 390.

(b_n) – геометрическая прогрессия.

$$а) b_1 = \frac{3}{4}; \quad q = \frac{2}{3}; \quad b_5 = b_1 q^4, \quad b_5 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{3 \cdot 2^4}{2^2 \cdot 3^4} = \frac{2^2}{3^3} = \frac{4}{27};$$

$$б) b_1 = 1,8, \quad q = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad b_4 = b_1 q^3, \quad b_4 = 1,8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{3^2 \cdot 3\sqrt{3}}{5 \cdot 3^3} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

Ответ: а) $\frac{4}{27}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

№ 391.

$$b_7 = b_1 q^6,$$

а) 2; -6; ... – геометрическая прогрессия,

$$q = b_2 : b_1; \quad q = -3; \quad b_7 = 2 \cdot (-3)^6 = 2 \cdot 729 = 1458;$$

б) -40; -20; ... – геометрическая прогрессия,

$$q = -20 : (-40) = \frac{1}{2}; \quad b_7 = -40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -\frac{2^2 \cdot 10}{2^6} = -\frac{5}{8};$$

в) -0,125; 0,25; ... – геометрическая прогрессия,

$$q = 0,25 : (-0,125) = -2; \quad b_7 = -0,125 \cdot (-2)^6 = -\frac{1}{2^3} \cdot 2^6 = -8;$$

г) -10; 10; ... – геометрическая прогрессия,

$$q = -1; \quad b_7 = -10 \cdot (-1)^6 = -10.$$

Ответ: а) 1458; б) $-\frac{5}{8}$; в) -8; г) -10.

2. Фронтальный опрос класса:

1) Определение геометрической прогрессии.

2) Определение знаменателя геометрической прогрессии.

3) Формула n -го члена геометрической прогрессии.

3. Самостоятельное решение заданий (последующая проверка):

1) Представить выражение в виде степени с основанием 5:

а) $5^n \cdot 25$; б) $125 \cdot 5^{n-3}$; в) $625 \cdot 25^n$.

2) № 405.

3) Является ли последовательность (x_n) геометрической прогрессией:

а) 3; 3; 3; ...; б) 2; 0; 0; 0; ...; в) 3; 6; 12; 24; 48; ...?

4) Найти x_1, x_3, x_5 , если $x_n = 81 \cdot 3^{1-n}$.

Ответы:

1: а) 5^{n+2} ; б) 5^n ; в) 5^{4+2n} .

2) 9; 64; 2^{2-n} .

3: а) да; б) нет; в) да.

4) $x_1 = 81, x_3 = 9, x_5 = 1$.

4. Проверка домашней работы (комментарии учащихся, отвечающих у доски).

III. Тренировочные упражнения.

№ 394 (а), 395 (а), 397 (а), 398; из сборника № 267 (1) [4, с. 140].

Решение у доски, с объяснением.

Ответы:

№ 394 (а). $\frac{1}{81}$.

№ 395 (а). ± 3 .

№ 397 (а). $\pm \frac{1}{25}$.

№ 398. 6; 18; 54. -6; 18; -54.

№ 267 (1) [4, с. 140]: $-2\sqrt{3}$; 6; $-6\sqrt{3}$; 18; $-18\sqrt{3}$.

IV. Итог урока.

Диктант

1. Определение геометрической прогрессии (вывод формулы n -го члена геометрической прогрессии).

2. У геометрической прогрессии первый член 8 (9), второй 4 (3). Найдите знаменатель q .

3. У геометрической прогрессии первый член 9 (8), второй 3 (4). Найдите третий член.

4. Найдите четвертый (шестой) член геометрической прогрессии, если ее первый член равен 1, а знаменатель $q = -2$.

5. Является ли последовательность четных (нечетных) чисел геометрической прогрессией?

6. Является ли последовательность степеней числа 2 (3) геометрической прогрессией?

7. Вывод формулы n -го члена геометрической прогрессии (определение геометрической прогрессии).

8. Определение знаменателя геометрической прогрессии (записать формулу для a_{11} , где (a_n) – геометрическая прогрессия).

9. Записать формулу для a_{22} , где (a_n) – геометрическая прогрессия. (Определение знаменателя геометрической прогрессии.)

Домашнее задание: № 394 (б), 397 (б), 400 [2]; из сборника № 267 (2) [4, с. 140].

Тема (п. 19): ФОРМУЛА СУММЫ n ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ (2 ч)

Цели: вывести формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии; выработать навыки непосредственного применения формулы $S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$.

Урок 57

Ход урока

I. Результаты выполнения диктанта.

II. Актуализация знаний.

Устные упражнения:

1) Упростить выражение: а) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2 \cdot \left(2^3\right)^3}$; б) $\frac{x^{n-1}}{x^n}$; в) $3^{n+1} - 3^{n-1}$.

2) Является ли последовательность, заданная формулой $a_n = 32 \cdot 2^{-2n}$, геометрической прогрессией? Если является, найти ее знаменатель и первый член и сумму ее первых трех членов.

III. Изучение нового материала.

Объяснение учителя.

1. (v_n) – геометрическая прогрессия.

$$S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{n-1} + v_n.$$

$$S_n q = v_1 q + v_2 q + v_3 q + \dots + v_{n-1} q + v_n q = v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_n + v_n q.$$

$$S_n q - S_n = (v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_n + v_n q) - (v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n) =$$
$$= v_n q - v_1.$$

$$S_n(q - 1) = v_n q - v_1.$$

$$S_n = \frac{v_n q - v_1}{q - 1} \text{ при } q \neq 1$$

$$v_n = v_1 q^{n-1}, S_n = \frac{v_1 q^n - v_1}{q - 1} = \frac{v_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{v_1 (q^n - 1)}{q - 1} \text{ при } q \neq 1$$

2. Задание классу:

ВАРИАНТ I – пример 1 [2, с. 99].

ВАРИАНТ II – пример 2 [2, с. 100].

ВАРИАНТ III – пример 3 [2, с. 100].

Учащиеся выполняют задание по этапам:

1) рассматривают примеры,

2) записывают решение;

3) один ученик объясняет решение примера своего варианта (у доски), другие ученики записывают решение.

IV. Тренировочные упражнения.

№ 408, 409 (а, б) [2]; из сборника № 269 (1) [4] (у доски, с комментариями).

V. Итог урока.

Повторить этапы вывода формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии.

Домашнее задание: п. 19, № 409 (в, г), 410 (а) [2]; из сборника № 269 (2) [4, с. 141]

Урок 58

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. № 269 (а) [4] – у доски.

2. Вопросы по заданию из № 409 (в, г), 410 (а).

Решение:

№ 269 (2).

a_n – геометрическая прогрессия,

$$S_3 = 39; q = -4.$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, S_3 = \frac{a_1(q^3 - 1)}{q - 1}; S_3 = a_1(q^2 + q + 1),$$

$$a_1 = \frac{S_3}{q^2 + q + 1}, a_1 = \frac{39}{16 - 4 + 1} = \frac{39}{13} = 3.$$

$$S_6 = \frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1}, S_6 = \frac{3((-4)^6 - 1)}{-4 - 1} = \frac{3 \cdot 4095}{-5} = -3 \cdot 819 = -2457.$$

Ответ: -2457.

II. Опрос класса.

1. Вывод формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии – у доски.

2. Самостоятельное решение № 405 с последующей проверкой.

Решение:

№ 405.

$$\text{а) } 3^{2n} : 9^{n-1} = 3^{2n} : 3^{2n-2} = 3^{2n-2n+2} = 3^2 = 9;$$

$$\text{б) } 4^n \cdot 2^{6-2n} = 2^{2n} \cdot 2^{6-2n} = 2^{2n+6-2n} = 2^6 = 64;$$

$$\text{в) } 16 : 4^{1+2n} \cdot 8^n = 2^4 : 2^{2+4n} \cdot 2^{3n} = 2^{4-2-4n+3n} = 2^{2-n}.$$

Ответ: а) 9; б) 64; в) 2^{2-n} .

3. О про с учащихся:

1) Проверка домашней работы.

2) Вывод формулы.

3) Проверка решения № 405.

III. Решение примеров.

№ 410 (б) – учащийся решает задание на закрытой доске, комментарию решения.

№ 412 (а) – у доски, с объяснением.

№ 414 (а) – у доски, с объяснением.

Решение:

№ 410 (б).

(c_n) – геометрическая прогрессия,

$$c_1 = 1, q = -2.$$

$$S_n = \frac{c_1(q^n - 1)}{q - 1}, S_9 = \frac{c_1(q^9 - 1)}{q - 1}; S_9 = \frac{(-2)^9 - 1}{-2 - 1} = \frac{-513}{-3} = 171.$$

Ответ: 171.

№ 412 (а).

1; 3; 3²; ... – геометрическая прогрессия,

$$b_1 = 1; q = 3.$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; S_n = \frac{3^n - 1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3^n - 1}{2}.$$

№ 414 (а).

(x_n) – геометрическая прогрессия,

$$x_5 = 1\frac{1}{9}; q = \frac{1}{3}.$$

$$x_n = x_1 q^{n-1}, x_5 = x_1 q^4, x_1 = \frac{x_5}{q^4}, x_1 = \frac{10}{9} : \frac{1}{3^4} = \frac{10 \cdot 3^4}{3^2} = 10 \cdot 3^2 = 90.$$

$$S_n = \frac{x_1(q^n - 1)}{q - 1}, S_5 = \frac{x_1(q^5 - 1)}{q - 1};$$

$$S_5 = \frac{90 \left(\left(\frac{1}{3} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{90 \left(\frac{1}{243} - 1 \right)}{-\frac{2}{3}} = 135 - \frac{5}{9} = 134\frac{4}{9}.$$

$$\text{Ответ: } 134\frac{4}{9}.$$

IV. Повторение.

№ 419 – самостоятельное решение, проверка.

№ 419.

а) $1,5x - x^2 \leq 0$

$$x^2 - 1,5x \geq 0$$

$$x(x - 1,5) \geq 0$$

$$y = x(x - 1,5)$$

$$x = 0; x = 1,5 -$$

нули функции:



$$x \in (-\infty; 0] \cup [1,5; +\infty)$$

б) $x^2 + x + 6 > 0$

$$x^2 + x + 6 = 0$$

$$D = 1 - 24 < 0.$$

Данное уравнение не имеет решений. График квадратичной функции $y = x^2 + x + 6$ – парабола, ветви которой направлены вверх, не пересекает ось Ox . Значит, неравенство $x^2 + x + 6 > 0$ верно для любого x .

Ответ: а) $(-\infty; 0] \cup [1,5; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$.

V. Итог урока.

Рефлексия.

Домашнее задание: № 412 (г), 414 (б), 416 [2].

Тема (п. 20): СУММА БЕСКОНЕЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ ПРИ $|q| < 1$ (2 ч)

Цели: ввести понятия бесконечной геометрической прогрессии, суммы бесконечной геометрической прогрессии; показать применение формулы суммы бесконечной убывающей прогрессии к решению.

Урок 59

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии: а) 3; 6; ...; б) 5; -2,5;

2. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_3 = \frac{1}{25}$, $b_4 = \frac{1}{125}$.

3. Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой $q = 2$, $S_5 = 93$.

ВАРИАНТ II

1. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии: а) 8; 4; ...; б) 1,5; -3;

2. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_4 = \frac{1}{16}$, $b_5 = \frac{1}{64}$.

3. Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой $q = \frac{2}{3}$, $S_4 = 65$.

Решение:

Вариант I

1.

а) 3; 6; ... – геометрическая прогрессия,

$$b_1 = 3, b_2 = 6, q = \frac{b_2}{b_1}; q = 2.$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1};$$

$$S_6 = \frac{3(2^6 - 1)}{2 - 1} = 3(2^6 - 1) = 3 \cdot 63 = 189;$$

б) 5; -2,5; ... – геометрическая прогрессия,

$$b_1 = 5, b_2 = -2,5; q = -0,5.$$

$$S_6 = \frac{5((-0,5)^6 - 1)}{-0,5 - 1} = -\frac{10\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^6 - 1\right)}{3} = -\frac{10 \cdot \left(-\frac{63}{64}\right)}{3} =$$

$$= \frac{10 \cdot 63}{64 \cdot 3} = 3 \frac{9}{32}.$$

Ответ: а) 189; б) $3 \frac{9}{32}$.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия,

$$b_3 = \frac{1}{25}, b_4 = \frac{1}{125}, q = \frac{b_4}{b_3}; q = \frac{1}{5}.$$

$$b_3 = b_1 q^2, b_1 = \frac{b_3}{q^2}; b_1 = \frac{1}{25} : \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 1.$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, S_4 = \frac{b_4 q - b_1}{q - 1};$$

$$S_4 = \frac{\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{5} - 1}{\frac{1}{5} - 1} = -\frac{5}{4} \left(\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{5} - 1 \right) = \frac{5}{4} - \frac{1}{500} = \frac{624}{500} = 1 \frac{31}{125}.$$

Ответ: $1 \frac{31}{125}$.

3. (b_n) – геометрическая прогрессия,

$$q = 2, S_5 = 93.$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, S_5 = \frac{b_1(q^5 - 1)}{q - 1}; b_1 = \frac{S_5(q - 1)}{q^5 - 1}$$

$$b_1 = \frac{93}{2^5 - 1} = \frac{93}{31} = 3.$$

Ответ: 3.

Вариант II

1.

а) 8; 4; ... – геометрическая прогрессия,

$$b_1 = 8, b_2 = 4, q = \frac{b_2}{b_1}; q = \frac{1}{2}.$$

$$S_5 = \frac{b_1(q^5 - 1)}{q - 1};$$

$$S_5 = \frac{8 \left(\left(\frac{1}{2} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = -16 \left(\left(\frac{1}{2} \right)^5 - 1 \right) = 16 - \frac{24}{25} = 16 - \frac{1}{2} = 15 \frac{1}{2};$$

б) 1,5; -3; ... – геометрическая прогрессия,

$$a_1 = 1,5, a_2 = -3; q = -2.$$

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1};$$

$$S_5 = \frac{1,5((-2)^5 - 1)}{-2 - 1} = -0,5 \left((-2)^5 - 1 \right) = 0,5 + 0,5 \cdot 32 = 0,5 + 16 =$$

$$= 16,5.$$

Ответ: а) $15 \frac{1}{2}$; б) 16,5.

2. (a_n) – геометрическая прогрессия,

$$a_3 = \frac{1}{16}, \quad a_5 = \frac{1}{64}, \quad q = \frac{a_5}{a_4}; \quad q = \frac{1}{4}.$$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}, \quad S_5 = \frac{a_5 q - a_1}{q - 1};$$

$$S_4 = \frac{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{4} - 1} = -\frac{4}{3} \left(\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = \frac{4}{3 \cdot 16} - \frac{4}{64 \cdot 4 \cdot 3} =$$

$$= \frac{4}{3 \cdot 16} - \frac{1}{64 \cdot 3} = \frac{1}{4 \cdot 3} - \frac{1}{64 \cdot 3} = \frac{15}{64 \cdot 3} = \frac{5}{64}.$$

Ответ: $\frac{5}{64}$.

3. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = \frac{2}{3}$, $S_4 = 65$.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1}; \quad a_1 = \frac{S_4(q - 1)}{q^4 - 1},$$

$$v_1 = \frac{65 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^4 - 1} = \frac{65 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)}{\frac{16}{81} - 1} = \frac{-\frac{65}{3}}{-\frac{65}{81}} = \frac{81}{3} = 27.$$

Ответ: 27.

III. Актуализация знаний.

Устные упражнения:

1) Представьте в виде бесконечной десятичной периодической дроби обыкновенную дробь: а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{11}$; в) $1\frac{7}{12}$.

2) Представьте данное число сначала в виде $a_0, a_1a_2a_3\dots$, а затем в виде суммы некоторого числа и дробей с числителем, равным периоду, по образцу:

$$2,8(3) = 2,8333\dots = 2,8 + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{3}{10000} + \dots$$

а) 1,(7); б) 3,2(5); в) -0,81(36).

Ответы:

1: а) 0,333...; б) 0,4545...; в) 1,58333...
 0,(3) 0,(45) 1,58(3)

$$2: \text{а) } 1,(7) = 1,777\dots = 1 + \frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \dots;$$

$$\text{б) } 3,2(5) = 3,2555\dots = 3,2 + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \dots;$$

$$\text{в) } -0,81(36) = -0,813636\dots = -0,81 - \frac{36}{10000} - \frac{36}{1000000} - \dots$$

IV. Изучение нового материала.

Объяснение учителя.

1. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$ – убывающая геометрическая прогрессия,

$$v_1 = 1, v_2 = \frac{1}{2}; q = v_2 : v_1, q = \frac{1}{2}, |q| < 1.$$

$$S_n = \frac{v_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad S_n = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{-\frac{1}{2}} = 2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}.$$

При $n \rightarrow \infty$, $2^{n-1} \rightarrow \infty$; $\frac{1}{2^{n-1}} \rightarrow 0$. Тогда $S_n \rightarrow 2$. $S_n = 2$.

2. $a_1; a_2; a_3; \dots$ – убывающая геометрическая прогрессия, $|q| < 1$.

$$S = S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q} = \frac{a_1}{1 - q} - \frac{a_1 q^n}{1 - q}.$$

При $n \rightarrow \infty$, $q^n \rightarrow 0$, $S \rightarrow \frac{a_1}{1 - q}$.

$$S = \frac{a_1}{1 - q} \text{ при } |q| < 1$$

3. Пример 3 [2, с. 104].

Представить бесконечную десятичную периодическую дробь $0,(18)$ в виде обыкновенной дроби.

Решение:

$$0,(18) = 0,18 + 0,0018 + 0,000018 + \dots$$

$0,18; 0,0018; 0,000018; \dots$ – убывающая геометрическая прогрессия,

$$q = \frac{0,0018}{0,18} = 0,01, \quad |q| = 0,01 < 1.$$

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q}, \quad S = \frac{0,18}{1 - 0,01} = \frac{0,18}{0,99} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}.$$

$$0,(18) = \frac{2}{11}.$$

Ответ: $\frac{2}{11}$.

V. Тренировочные упражнения.

№ 420 (а, е), 426 (а, б, в).

Решение:

№ 420 (а, е).

а) $9; 3; 1; \dots$ – убывающая геометрическая прогрессия,

$$q = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \quad |q| < 1.$$

$$S_n = \frac{a_n}{1-q}, S = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2};$$

б) $3\sqrt{5}; 3; \frac{3\sqrt{5}}{5}; \dots$ – убывающая геометрическая прогрессия,

$$q = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}; |q| < 1.$$

$$S_n = \frac{3\sqrt{5}}{1-\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{15}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{15(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{15(\sqrt{5}+1)}{4}.$$

Ответ: а) $13\frac{1}{2}$; е) $\frac{15(\sqrt{5}+1)}{4}$.

№ 426 (а, б, в).

а) $0,(5) = 0,5 + 0,05 + 0,005 + \dots$

$$S = \frac{0,5}{1-0,1} = \frac{0,5}{0,9} = \frac{5}{9}.$$

$$0,(5) = \frac{5}{9};$$

б) $1,(72) = 1 + 0,72 + 0,0072 + \dots$

$0,72; 0,0072; \dots$ – бесконечная геометрическая прогрессия,
 $q = 0,01; |q| < 1.$

$$S = \frac{0,72}{1-0,01} = \frac{0,72}{0,99} = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}.$$

$$1,(72) = \frac{8}{11};$$

в) $0,4(6) = 0,4 + 0,06 + 0,006 + \dots$

$0,06; 0,006; 0,0006; \dots$ – бесконечная геометрическая прогрессия, $|q| = |0,1| = 0,1 < 1.$

$$S = \frac{0,06}{1-0,1} = \frac{0,06}{0,9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}.$$

$$0,4(6) = 0,4 + \frac{1}{15} = \frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15}.$$

Ответ: а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{8}{11}$; в) $\frac{7}{15}$.

VI. Итог урока.

Повторить формулу бесконечной геометрической прогрессии.

Домашнее задание: п. 20, № 420 (б, в, г), 425 (а, г, д), 428 [2].

Урок 60

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Разбор заданий, которые вызвали наибольшее затруднение.

II. Анализ самостоятельной работы.

1. Разбор типичных ошибок.
2. Выяснение причин допущения ошибок.
3. Повторение формулы n -го члена геометрической прогрессии, знаменателя геометрической прогрессии, формул суммы n первых членов геометрической прогрессии.

III. Тренировочные упражнения.

№ 478, 467 (а), 472 (б, г).

Решение:

№ 478.

(v_n) – бесконечная геометрическая прогрессия,

$$q = \frac{2}{3}, \quad |q| < 1.$$

$$\text{а) } S = 4,5, \quad S = \frac{v_1}{1-q}, \quad v_1 = S(1-q), \quad v_1 = 4,5 \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 4,5 \cdot \frac{1}{3} = 1,5;$$

$$\text{б) } v_3 = 1\frac{2}{3}.$$

$$v_3 = v_1 q^2 \Rightarrow v_1 = \frac{v_3}{q} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{2}.$$

$$S = \frac{v_1}{1-q}, \quad S = \frac{\frac{5}{2}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

Ответ: а) 1,5; б) $7\frac{1}{2}$.

№ 467 (а).

(a_n) – геометрическая прогрессия,

$$a_1 = \frac{243}{256}; q = \frac{2}{3}, n = 8.$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}, \quad a_8 = a_1 q^7, \quad a_8 = \frac{243}{256} \cdot \frac{2^7}{3^7} = \frac{3^5 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 3^7} = \frac{1}{2 \cdot 9} = \frac{1}{18}.$$

Ответ: $\frac{1}{18}$.

№ 472 (б, г).

б) (x_n) – геометрическая прогрессия,

$$x_1 = 11, x_n = 88, S_n = 165.$$

$$x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$$

$$x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{x_n q - x_1}{q - 1},$$

$$88 = 11 \cdot 2^{n-1}$$

$$2^{n-1} = 8$$

$$2^{n-1} = 2^3$$

$$n - 1 = 3$$

$$n = 4;$$

$$165 = \frac{88q - 11}{q - 1}$$

$$165q - 165 = 88q - 11$$

$$77q = 154$$

$$q = 2;$$

г) $q = \sqrt{3}, x_n = 18\sqrt{3}, S_n = 26\sqrt{3} + 24$

$$x_n = x_1 q^{n-1}$$

$$x_1 = \frac{x_n}{q^{n-1}}, x_1 = \frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{3}^{n-1}} = 18\sqrt{3}^{2-n}$$

$$S_n = \frac{x_n q - x_1}{q - 1}, \quad 26\sqrt{3} + 24 = \frac{18\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 18\sqrt{3}^{2-n}}{\sqrt{3} - 1},$$

$$(26\sqrt{3} + 24)(\sqrt{3} - 1) = 54 - 18 \cdot \sqrt{3}^{2-n},$$

$$54 - 2\sqrt{3} = 54 - 18 \cdot \sqrt{3}^{2-n}, \quad 18 \cdot \sqrt{3}^{2-n} = 2\sqrt{3}, \quad \sqrt{3}^{2-n} = \frac{\sqrt{3}}{9};$$

$$3^{1 - \frac{1}{2}n} = 3^{-\frac{3}{2}};$$

$$1 - \frac{1}{2}n = -\frac{3}{2}, n = 5.$$

$$x_1 = 18\sqrt{3}^{-3} = \frac{18}{\sqrt{3}^3} = \frac{18}{3\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Ответ: б) 2; 4; г) $2\sqrt{3}$.

IV. Итог урока.

Домашнее задание: § 8 — подготовиться к контрольной работе, работа над ошибками самостоятельной работы, № 427, 467 (б), 472(а) [2].

Урок 61

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

ВАРИАНТ I

1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -32$, $q = \frac{1}{2}$.
2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 2, а знаменатель 3. Найдите сумму шести первых членов этой прогрессии.
3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: 24; -12; 6; ...
4. Найдите сумму девяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_2 = 0,04$ и $b_4 = 0,16$.
5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь: а) 0,(27); б) 0,5(6).

ВАРИАНТ II

1. Найдите шестой член геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 0,81$, $q = -\frac{1}{3}$.
2. Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 6, а знаменатель 2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.
3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: -40; 20; -10; ...
4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами, зная, что $b_2 = 1,2$ и $b_4 = 4,8$.

5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь:
а) $0,(153)$; б) $0,3(2)$.

ВАРИАНТ III

1. Найдите пятый член геометрической прогрессии (v_n) , если $v_1 = -125$, $q = \frac{1}{5}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (v_n) равен 4, а знаменатель 2. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.

3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:
 $36; -12; 4; \dots$

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (v_n) с положительными членами, зная, что $v_3 = 0,05$ и $v_5 = 0,45$.

5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь:
а) $0,(162)$; б) $0,8(4)$.

ВАРИАНТ IV

1. Найдите девятый член геометрической прогрессии (v_n) , если $v_1 = 100000$, $q = \frac{1}{5}$.

2. Первый член геометрической прогрессии (v_n) равен 6, а знаменатель 4. Найдите сумму пяти первых членов этой прогрессии.

3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:
 $-54; 18; -6; \dots$

4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (v_n) с положительными членами, зная, что $v_3 = 3,6$ и $v_5 = 32,4$.

5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь:
а) $0,(72)$; б) $0,7(4)$.

Ответы:

Вариант I. 1. $-0,5$. 2. 728. 3. 16. 4. 10,22. 5: а) $\frac{3}{11}$; б) $\frac{17}{30}$.

Вариант II. 1. $-\frac{1}{300}$. 2. 762. 3. $-26\frac{2}{3}$. 4. 153. 5: а) $\frac{17}{111}$; б) $\frac{29}{90}$.

Вариант III. 1. $-0,2$. 2. 1020. 3. 27. 4. $18\frac{2}{9}$. 5: а) $\frac{18}{111}$; б) $\frac{38}{45}$.

Вариант IV. 1. 0,256. 2. 2046. 3. $-40,5$. 4. $48,4$. 5: а) $\frac{8}{11}$; б) $\frac{67}{90}$.

Можно предложить следующий вариант контрольной работы № 5.

ВАРИАНТ I

1. Последовательность (a_n) – геометрическая прогрессия, в которой $a_1 = 3,5$, $q = -2$. Найдите a_6 .
2. Между числами 2 и 162 вставьте три числа, которые вместе с данными числами образуют геометрическую прогрессию.
3. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 6$, $q = 2$.
4. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_1 = \frac{1}{4}$ и $b_4 = 16$.
5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n) , в которой $q = 3$, $S_4 = 560$.

ВАРИАНТ II

1. Последовательность (a_n) – геометрическая прогрессия, в которой $a_1 = -243$, $q = -\frac{1}{3}$. Найдите a_7 .
2. Между числами $\frac{4}{49}$ и 196 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию.
3. Последовательность (a_n) – геометрическая прогрессия. Найдите S_6 , если $a_1 = 0,2$, $q = 2$.
4. Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой все члены положительны и $b_2 = 21$, $b_4 = 189$.
5. Найдите первый член геометрической прогрессии (a_n) , в которой $q = -2$, $S_5 = 330$.

ВАРИАНТ III

1. В геометрической прогрессии (b_n) найдите b_6 , если $b_1 = -1$, $q = 4$.
2. Между числами 48 и $\frac{1}{27}$ вставьте три числа так, чтобы вместе с данными числами они составили геометрическую прогрессию.

3. Последовательность (a_n) – геометрическая прогрессия. Найдите S_8 , если $a_1 = 12$, $q = \frac{1}{2}$.

4. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_2 = 12$, $b_4 = 432$.

5. Найдите сумму первых шести членов последовательности (x_n) , в которой $x_n = 5 \cdot 2^n$.

ВАРИАНТ IV

1. В геометрической прогрессии (b_n) найдите b_6 , если $b_1 = 729$, $q = \frac{1}{3}$.

2. Третий и шестой члены геометрической прогрессии соответственно равны 175 и 1,4. Найдите члены прогрессии, заключенные между ними.

3. Последовательность (a_n) – геометрическая прогрессия. Найдите S_5 , если $a_1 = 36$, $q = -2$.

4. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвертый равен 24.

5. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна -40 , знаменатель прогрессии равен -3 . Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

Решение:

Вариант I

1. (a_n) – геометрическая прогрессия, $a_1 = 3,5$, $q = -2$.

$$a_6 = a_1 q^5, \quad a_6 = 3,5 \cdot (-2)^5 = 3,5 \cdot (-32) = -112.$$

Ответ: -112 .

2. (a_n) – геометрическая прогрессия, $a_1 = 6$, $q = 2$.

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1}, \quad S_5 = \frac{6(2^5 - 1)}{2 - 1} = 6 \cdot 31 = 186.$$

Ответ: 186.

3. 2; a_2 ; a_3 ; a_4 ; 162; ... – геометрическая прогрессия,

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; \quad q^4 = 81; \quad q = \pm 3.$$

$$1) q = 3; a_2 = 6; a_3 = 18; a_4 = 54;$$

$$2) q = -3; a_2 = -6; a_3 = 18; a_4 = -54.$$

Ответ: 1) 6; 18; 54; 2) -6; 18; -54.

$$4. (a_n) - \text{геометрическая прогрессия, } a_1 = \frac{1}{4}, a_4 = 16.$$

$$q^3 = \frac{a_4}{a_1}; q^3 = 64; q = 4.$$

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1}, S_5 = \frac{\frac{1}{4}(4^5 - 1)}{4 - 1} = \frac{4^4 - \frac{1}{4}}{3} = \frac{256 - \frac{1}{4}}{3} = 85\frac{1}{3} - \frac{1}{12} =$$

$$= 85\frac{4}{12} - \frac{1}{12} = 85\frac{1}{4}.$$

$$\text{Ответ: } 85\frac{1}{4}.$$

$$5. (a_n) - \text{геометрическая прогрессия, } q = 3, S_4 = 560.$$

$$S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1}; a_1 = \frac{S_4(q - 1)}{q^4 - 1}, a_1 = \frac{560 \cdot 2}{3^4 - 1} = \frac{560 \cdot 2}{80} = 14.$$

Ответ: 14.

Вариант II

$$1. (a_n) - \text{геометрическая прогрессия, } a_1 = -243, q = -\frac{1}{3}.$$

$$a_7 = a_1 q^6, a_7 = -243 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^6 = -\frac{3^5}{3^6} = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{3}.$$

$$2. \frac{4}{49}; a_2; a_3; a_4; 196; \dots - \text{геометрическая прогрессия,}$$

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; q^4 = \frac{196 \cdot 49}{4}; q^4 = 49 \cdot 49; q = \pm 7.$$

$$1) q = 7; a_2 = \frac{4}{7}; a_3 = 4; a_4 = 28;$$

$$2) q = -7; a_2 = -\frac{4}{7}; a_3 = 4; a_4 = -28.$$

Ответ: 1) $\frac{4}{7}$; 4; 28; 2) $-\frac{4}{7}$; 4; -28.

3. (a_n) – геометрическая прогрессия, $a_2 = 0,2$; $q = 2$.

$$S_6 = \frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1}, S_6 = \frac{0,2(2^6 - 1)}{2 - 1} = 0,2 \cdot 63 = 12,6.$$

Ответ: 12,6.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_n > 0$; $b_2 = 21$, $b_4 = 189$.

$$q^2 = \frac{b_4}{b_2}; q^2 = \frac{189}{21}; q^2 = 9; q = \pm 3.$$

Так как $b_n > 0$, то $q = 3$; $b_1 = \frac{b_2}{q}$, $b_1 = 7$.

$$S_7 = \frac{b_1(q^7 - 1)}{q - 1}, S_7 = \frac{7(3^7 - 1)}{3 - 1} = \frac{7 \cdot 2186}{2} = 7 \cdot 1093 = 7651.$$

Ответ: 7651.

5. (a_n) – геометрическая прогрессия, $q = -2$, $S_5 = 330$.

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1}; a_1 = \frac{S_5(q - 1)}{q^5 - 1}, a_1 = \frac{330 \cdot (-2 - 1)}{-32 - 1} = \frac{330 \cdot (-3)}{-33} = 30.$$

Ответ: 30.

Вариант III

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = -1$, $q = 4$.

$$b_6 = b_1 q^5; b_6 = -4^5 = -1024.$$

Ответ: -1024.

2. 48; a_2 ; a_3 ; a_4 ; $\frac{1}{27}$; ... – геометрическая прогрессия.

$$q^4 = \frac{a_5}{a_1}; q^4 = \frac{1}{27} : 48 = \frac{1}{64}; q = \pm \frac{1}{6}.$$

$$1) q = \frac{1}{6}; a_2 = 8; a_3 = \frac{4}{3}; a_4 = \frac{2}{9};$$

$$2) q = -\frac{1}{6}; a_2 = -8; a_3 = \frac{4}{3}; a_4 = -\frac{2}{9}.$$

Ответ: 1) 8; $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{9}$; 2) -8; $\frac{4}{3}$; $-\frac{2}{9}$.

3. (a_n) – геометрическая прогрессия, $a_1 = 12$, $q = \frac{1}{2}$.

$$S_8 = \frac{a_1(q^8 - 1)}{q - 1}, \quad S_8 = \frac{12\left(\left(\frac{1}{2}\right)^8 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{12\left(\frac{1}{2^8} - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = 12 \cdot \left(2 - \frac{1}{27}\right) =$$

$$= 24 - \frac{2^2 \cdot 3}{2^7} = 24 - \frac{3}{2^5} = 24 - \frac{3}{32} = 23 \frac{29}{32}.$$

Ответ: $23 \frac{29}{32}$.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_2 = 12$, $b_4 = 432$.

$$q^2 = \frac{b_4}{b_2}; \quad q^2 = \frac{432}{12}; \quad q^2 = 36; \quad q = \pm 6.$$

$$1) \quad q = 6; \quad b_1 = \frac{b_2}{q}, \quad b_1 = 2; \quad S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1},$$

$$S_6 = \frac{2(6^6 - 1)}{6 - 1} = 0,4 \cdot 46655 = 18662;$$

$$2) \quad q = -6, \quad b_1 = -2;$$

$$S_6 = \frac{-2((-6)^6 - 1)}{-6 - 1} = \frac{-2 \cdot 46655}{-7} = \frac{93310}{7} = 13330.$$

Ответ: 1) 18662; 2) 13330.

5. (x_n) – последовательность, $x_n = 5 \cdot 2^n$.

$$x_{n+1} = 5 \cdot 2^{n+1}, \quad \frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{5 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 2^n} = 2.$$

(x_n) – геометрическая прогрессия,

$$a_1 = 10, \quad x_2 = 20, \quad q = 2.$$

$$S_6 = \frac{x_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{10 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1} = 10 \cdot 63 = 630.$$

Ответ: 630.

Вариант IV

1. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 729$, $q = \frac{1}{3}$.

$$b_6 = b_1 q^5; \quad b_6 = 729 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{3^6}{3^5} = 3.$$

Ответ: 3.

2. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_3 = 175$, $b_6 = 1,4$.

$$q^3 = \frac{b_6}{b_3}; \quad q^3 = \frac{1,4}{175}; \quad q^3 = \frac{1}{125}; \quad q = \frac{1}{5}.$$

$$b_4 = b_3 q; \quad b_4 = 175 \cdot \frac{1}{5} = 35; \quad b_5 = b_4 q, \quad b_5 = 35 \cdot \frac{1}{5} = 7.$$

Ответ: 35; 7.

3. (a_n) – геометрическая прогрессия, $a_1 = 36$; $q = -2$.

$$S_5 = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1}, \quad S_5 = \frac{36((-2)^5 - 1)}{-2 - 1} = -12(-32 - 1) = 396.$$

Ответ: 396.

4. (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_2 = 6$, $b_4 = 24$.

$$q^2 = \frac{b_4}{b_2}; \quad q^2 = 4; \quad q = \pm 2.$$

$$1) \quad q = 2; \quad b_1 = \frac{b_2}{q}, \quad b_1 = 3; \quad S_8 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q - 1},$$

$$S_8 = \frac{3(2^8 - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 255 = 765;$$

$$2) \quad q = -2, \quad b_1 = -3; \quad S_8 = \frac{-3((-2)^8 - 1)}{-2 - 1} = (-2)^8 - 1 = 255.$$

Ответ: 1) 765; 2) 255.

5. (b_n) – геометрическая прогрессия, $S_4 = -40$, $q = -3$.

$$S_4 = \frac{b_1(q^4 - 1)}{q - 1}, \quad b_1 = \frac{S_4 \cdot (q - 1)}{q^4 - 1} = \frac{-40 \cdot (-4)}{80} = 2.$$

$$S_4 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q - 1}; \quad S_8 = \frac{2 \cdot (-3)^8 - 1}{-3 - 1} = -\frac{6561 - 1}{2} = -3280.$$

Ответ: -3280.

Глава IV. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ (6 часов)

§ 9. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ (3 ч)

Тема (п. 21): ЧЕТНЫЕ И НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ (2 ч)

Цели: ввести определение четной и нечетной функций; рассмотреть особенности графиков четной и нечетной функций; закрепить навыки исследования функций на четность, нечетность.

Урок 62

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. Разбор типичных ошибок, допущенных учащимися в контрольной работе.

2. Ответы на вопросы учащихся по контрольной работе.

3. Выполнение работы над ошибками.

II. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть рис. 4, 5 в учебнике [2, с. 6]. Выяснить:

а) для каких функций противоположным значениям x соответствуют равные (противоположные) значения функции y ; для какой функции эти условия не выполняются;

б) особенности графиков функций, изображенных на рисунках 4 (а, б); 5;

в) ввести понятия четной и нечетной функций.

2. Определение четной и нечетной функций:

1) $y = f(x)$ – четная функция.

$x \in D(y)$, $-x \in D(y) \Rightarrow$ область определения симметрична относительно нуля.

Для любого $x_1 \ x \in D(y)$, $f(-x) = f(x)$;

2) $y = f(x)$ – нечетная функция.

$x \in D(y)$, $-x \in D(y) \Rightarrow$ область определения симметрична относительно нуля.

Для любого $x_1 \ x \in D(y)$, $f(-x) = -f(x)$.

3. Примеры:

1) $y = 2x^4 - x^2$.

Область определения симметрична относительно нуля.

$$y(-x) = 2 \cdot (-x)^4 - (-x)^2; y(-x) = 2x^4 - x^2; y(-x) = y(x)$$

$$y = 2x^4 - x^2 - \text{четная функция};$$

2) $y = 3x^5 - x^3$.

Область определения симметрична относительно нуля.

$$y(-x) = 3(-x)^5 - (-x)^3; y(-x) = -3x^5 + x^3; y(-x) = -y(x)$$

$$y = 3x^5 - x^3 - \text{нечетная функция}.$$

III. Закрепление.

1. Решение примеров.

№ 487, 483, 484.

№ 487 – самостоятельное решение, проверка.

№ 483, 484 – решение у доски, с комментариями.

2. Задание по вариантам:

1) изобразить график нечетной функции;

2) изобразить график четной функции;

3) изобразить график функции, которая не является ни четной, ни нечетной.

Просмотр заданий.

IV. Итог урока.

Повторить определения четной и нечетной функций.

Домашнее задание: п. 21, № 486, 489, 491 [2].

Урок 63

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

№ 489, 491 – у доски.

№ 486 – устно.

Решение:

№ 486.

а) $q(x) = 5x^3$ – нечетная функция;

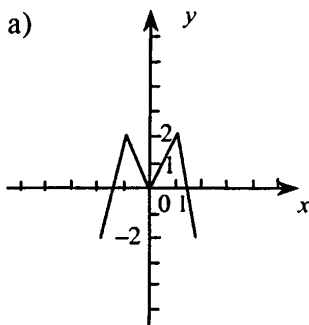
б) $q(x) = -x + 5$ – ни четная, ни нечетная функция;

в) $q(x) = \frac{8}{x^4 - 1}$ – четная функция;

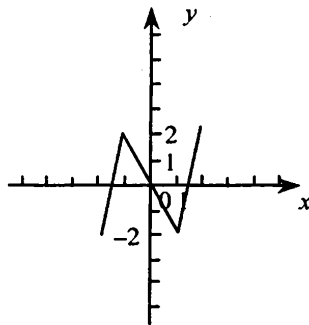
г) $q(x) = (x - 2)^2$ – ни четная, ни нечетная функция.

№ 489.

а)



б)



$x = \pm 1,5$ – нули функции

$y > 0$ при $-1,5 < x < 1,5, x \neq 0$

$y < 0$ при $-2 \leq x < -1,5;$

$1,5 < x \leq 2$

$x = \pm 1,5$ – нули функции

$y > 0$ при $-1,5 < x < 0,$

$1,5 < x \leq 2$

$y < 0$ при $-2 \leq x < -1,5;$

$0 < x < 1,5$

№ 491.

а) $18^5 < 12^6$

$(6 \cdot 3)^5 < (6 \cdot 2)^6$

$3^5 < 6 \cdot 2^6$

$3^4 < 2^7$

$81 < 128$

б) $54^4 < 36^5$

$(18 \cdot 3)^4 < (18 \cdot 2)^5$

$3^4 < 2^5 \cdot 18$

$81 < 32 \cdot 18$

в) $45^3 < 6^7$

$(3 \cdot 15)^3 < (3 \cdot 2)^7$

$15^3 < 3^4 \cdot 2^7$

$3^3 \cdot 5^3 < 3^4 \cdot 2^7$

$5^3 < 3 \cdot 2^7$

$125 < 3 \cdot 128$

II. Устные упражнения.

1. Доказать, что четной является функция:

а) $f(x) = x^6$; б) $f(x) = x^8 - 3x^4$; в) $f(x) = |x|$; г) $q(x) = -4x^4 + x^2$;

д) $q(x) = (x + 2)(x - 3) + x$; е) $q(x) = \frac{1}{x^4 - x^2 - 1}$.

2. Доказать, что нечетной является функция:

а) $f(x) = x^7$; б) $f(x) = \frac{12}{x}$; в) $f(x) = x^3 - x$; г) $q(x) = x^9 + \frac{1}{x^5}$;

д) $q(x) = (x + 2)^2 - (x - 2)^2$; е) $q(x) = \frac{1}{x^9 + x}$.

3. Решить № 488.

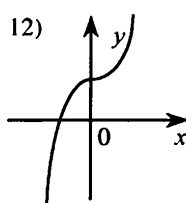
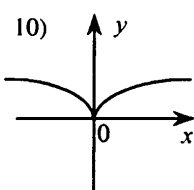
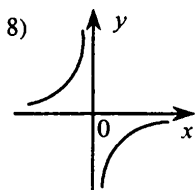
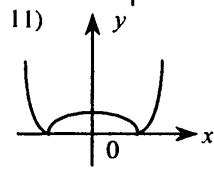
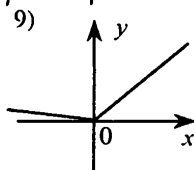
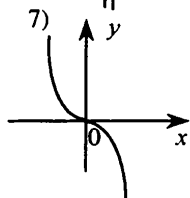
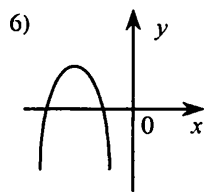
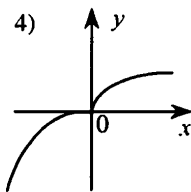
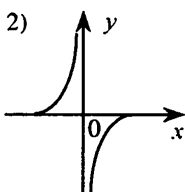
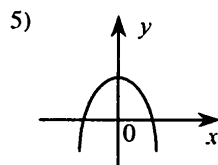
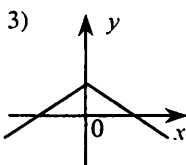
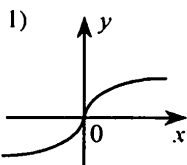
III. Тренировочные упражнения.

1. № 484 (б, г), 485 (е) – решение у доски и в тетрадях, проверка.

2. Тренировочный тест.

Выбрать правильный ответ. Функция является: а) четной; б) нечетной; в) ни четной, ни нечетной.

Использовать графики функций, изображенные на рисунках:



Ответы: 1) б; 2) б; 3) а; 4) в; 5) а; 6) в; 7) б; 8) б; 9) в; 10) а; 11) а; 12) в.

IV. Итог урока.

1. Повторить определения четной и нечетной функций.

2. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Известно, что $f(-8) = 13$. Найдите $f(8)$, зная, что: а) f – четная функция; б) f – нечетная функция.

2. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой: а) $y = \frac{x^4}{5x}$; б) $y = \frac{7x}{x^5}$; в) $y = \frac{x^3 - 2x^2}{3x - 6}$; г) $y = \frac{5x + 15}{x^2 + 3x}$?

3. Ломаная ABC, где A(5; 1), B(3; 5), C(0; 0) – часть графика некоторой функции f . Область определения этой функции – числовой промежуток $[-5; 5]$. Постройте ее график, зная, что: а) f – четная функция; б) f – нечетная функция.

ВАРИАНТ II

1. Известно, что $g(-5) = 27$. Найдите $g(5)$, зная, что: а) g – четная функция; б) g – нечетная функция.

2. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой: а) $y = \frac{x^5}{2x}$; б) $y = \frac{3x}{x^4}$; в) $y = \frac{3x^2 - x^3}{6 - 2x}$; г) $y = \frac{2x + 8}{x^2 + 4x}$?

3. Ломаная KLM, где K(-5; -2), L(-2; 4), M(0; 0) – часть графика некоторой функции g . Область определения этой функции – числовой промежуток $[-5; 5]$. Постройте ее график, зная, что: а) g – четная функция; б) g – нечетная функция.

Домашнее задание: № 484 (а, в), 485 (а–д), 490 [2].

Тема (п. 22): ФУНКЦИЯ $y = x^n$ (1 ч)

Цели: продолжить изучение свойств функций; рассмотреть свойства степенной функции с натуральным показателем.

Урок 64

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Изучение нового материала.

1. Самостоятельное изучение материала п. 22 [2].

2. Устно ответить на вопросы:

1) Определение степенной функции с натуральным показателем.

2) Область определения функции $y = x^n$ (n – четное, n – нечетное).

- 3) Область значений функции.
- 4) Промежутки знакопостоянства.
- 5) Исследование функции на четность, нечетность.
- 6) Исследование функции на возрастание, убывание.
- 7) Выявить одинаковые (различные) свойства функций $y = x^n$ (n – четное, n – нечетное).

3. Записи в тетради, на доске:

$y = x^n, n - \text{четное}$	$y = x^n, n - \text{нечетное}, n > 1$
$D(y) = R$ $E(y) = [0; +\infty)$ Функция четная, график симметричен относительно оси ординат. Если $x \neq 0$, то $y > 0$. Функция возрастает в промежутке $[0; +\infty)$ и убывает в промежутке $(-\infty; 0]$.	$D(y) = R$ $E(y) = R$ Функция нечетная, график симметричен относительно начала координат. Если $x > 0$, то $y > 0$; если $x < 0$, то $y < 0$. Функция возрастает на всей области определения.

III. Закрепление.

№ 494, 495, 505, 506, 507 – устное решение.

№ 498, 503, 500 – решение у доски, с объяснением.

IV. Итог урока.

Ответить на контрольные вопросы [2, с. 120].

Домашнее задание: п. 22, № 499, 501, 508 [2].

§ 10. КОРЕНЬ n -Й СТЕПЕНИ

Тема (п. 23): ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРНЯ n -Й СТЕПЕНИ (2 ч)

Цели: ввести понятие корня n -й степени; выработать навыки вычисления корней n -й степени, в частности кубических корней.

Урок 65

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.

II. Фронтальный опрос.

1. Определение четной и нечетной функции.
2. Решить № 515.
3. Определение степенной функции с натуральным показателем.
4. Свойства функции $y = x^n$ (n – четное; n – нечетное).
5. Решить № 504.

III. Индивидуальные разноуровневые задания.

ВАРИАНТ I

1. Зная, что $f(x) = x^{10}$, сравните: а) $f(17)$ и $f(20)$; б) $f\left(12\frac{1}{3}\right)$ и $f(12,25)$; в) $f(-3,5)$ и $f(3,5)$; г) $f(-4)$ и $f(20)$.

У к а з а н и е. Удобно воспользоваться схематическим графиком.

2. Принадлежит ли графику функции $y = x^5$ точка: а) $A(2; 32)$; б) $B(-3; -243)$; в) $C(-1; 1)$?

Ответ: а) да; б) да; в) нет.

3. Решите уравнение: а) $x^3 = 0,125$; б) $x^5 = -32$; в) $3x^6 - 192 = 0$; г) $7x^8 - 7 = 0$.

Ответ: а) 0,5; б) -2; в) -2,2; г) -1; 1.

ВАРИАНТ II

1. Зная, что $f(x) = x^{16}$, сравните: а) $f\left(\frac{5}{6}\right)$ и $f\left(\frac{7}{8}\right)$; б) $f(-1,2)$ и $f\left(-1\frac{1}{3}\right)$; в) $f\left(-\frac{3}{4}\right)$ и $f(-0,75)$; г) $f(-14)$ и $f(24)$.

2. Принадлежит ли графику функции $y = x^6$ точка: а) $A(3; 729)$; б) $B(-2; -64)$; в) $C(-1; 1)$?

3. Решите уравнение: а) $4x^6 - 1 = 255$; б) $\frac{1}{3}x^3 - 72 = 0$;

в) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$; г) $x^8 + x^4 - 2 = 0$.

У к а з а н и е. В заданиях в) и г) используйте введение вспомогательной переменной.

Ответ: а) $-2; 2$; б) 6 ; в) $1; 2$; г) $-1; 1$.

ВАРИАНТ III

1. Зная, что $f(x) = x^{26}$, сравните: а) $f\left(\frac{1}{17}\right)$ и $f(0,03)$; б) $f(-2)$ и $f(-\sqrt{5})$; в) $f(-1,4)$ и $f(4,4)$.

2. Найдите n , если известно, что график функции $y = x^n$ проходит через точку: а) $A(-2; 128)$; б) $B(0,5; 0,125)$; в) $C(-3; 729)$.

3. Решите уравнение: а) $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$; б) $2x^8 - 31x^4 - 16 = 0$; в) $3x^8 - 5x^4 - 2 = 0$; г) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$.

У к а з а н и е. Используйте введение вспомогательной переменной.

Ответ: а) $1; 3$; б) $-2; 2$; в) $-\sqrt[4]{2}; \sqrt[4]{2}$; г) $-1; 2$.

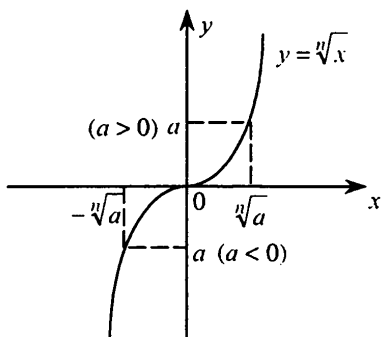
IV. Изучение нового материала.

1. Определение корня n -й степени. *Корнем n -й степени из числа a* называется такое число, n -я степень которого равна a .

$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$; n — показатель корня; a — подкоренное выражение.

2. Рассмотрим вычисление корней n -й степени:

а) n — нечетное число. Для любого значения a существует единственное значение x , n -я степень которого равна a .



$\sqrt[3]{-125} = -5$, так как $(-5)^3 = -125$.

Выражение $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при любом a .

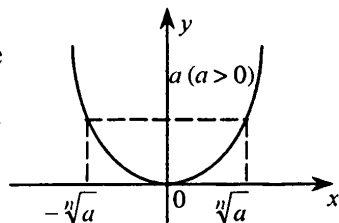
$$\begin{array}{lll} x^3 = 125 & x^3 = -125 & x^3 = 0 \\ x = 5 & x = -5 & x = 0 \end{array}$$

б) n — четное число. Для $a > 0$ существуют два значения x , n -я степень которых равна a : $\pm \sqrt[n]{a}$.

Для $a = 0$ существует единственное значение x , n -я степень которого равна a : 0 .

Для $a < 0$ нет такого значения x , n -я степень которого равна a .

$\sqrt[6]{64} = 2$, так как $2^6 = 64$.



$\sqrt[6]{0} = 0$, так как $0^6 = 0$.

Выражение $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при $a \geq 0$.

1) $x^6 = 64$

2) $x^6 = 0$

3) $x^6 = -64$

$x = \pm \sqrt[6]{64}$

$x = 0$

решения нет.

$x = \pm 2$.

3. Определение арифметического корня n -й степени. *Арифметическим корнем n -й степени из числа a* называется неотрицательное число, n -я степень которого равна a .

$$\sqrt[n]{a} = v \Leftrightarrow v \geq 0, v^n = a.$$

4. В ы в о д . Если выражение $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл, то $(\sqrt[n]{a})^n = a$.

V. Закрепление.

Решить № 518, № 529 – устно.

Решить № 520 – с комментированием.

Решить № 524 самостоятельно, проверка.

VI. Повторение.

№ 541 – у доски, с объяснением:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{a^3+125} \right) : \frac{3a-18}{2a^2-10a+50} = \\ & = \left(\frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{(a+5)(a^2-5a+25)} \right) : \frac{3(a-6)}{2(a^2-5a+25)} = \\ & = \frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)} \cdot \frac{2(a^2-5a+25)}{3(a-6)} = \frac{a^2-12a+36}{(a+5)} \cdot \frac{2}{3(a-6)} = \\ & = \frac{(a-6)^2 \cdot 2}{(a+5) \cdot 3(a-6)} = \frac{2(a-6)}{3(a+5)} = \frac{2a-12}{3a+15}. \end{aligned}$$

VII. Итог урока.

В о п р о с ы учащимся:

1) Какие из заданий, рассматриваемых на уроке, вызвали затруднения?

2) Что нужно знать для их успешного решения?

Повторить определение корня n -й степени, арифметического корня n -й степени.

Домашнее задание: п. 23, № 521, 525; из сборника № 12 (1) [4, с. 95].

Урок 66

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Из сборника № 12 (1) [4, с. 95] – у доски.

№ 521, 525 – устно.

Решение:

№ 12.

$$\begin{aligned} 1) & \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2} \right) : \left(\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x} \right) = \\ & = \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{(2x+y)^2} \right) : \left(\frac{2x}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{1}{2x-y} \right) = \\ & = \frac{2x(2x+y)-4x^2}{(2x+y)^2} : \left(\frac{2x}{(2x-y)(2x+y)} - \frac{1}{2x-y} \right) = \\ & = \frac{4x^2+2xy-4x^2}{(2x+y)^2} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{2x-(2x+y)} = \frac{2xy}{2x+y} \cdot \left(-\frac{2x-y}{y} \right) = \\ & = -\frac{2x(2x-y)}{2x+y} = \frac{2xy-4x^2}{2x+y}. \end{aligned}$$

№ 521.

а) 2; б) 11; в) 0; г) -2; д) $\frac{2}{5}$; е) $\frac{2}{3}$; ж) 0,1; з) $3\frac{1}{2}$; и) $1\frac{2}{3}$; к) $1\frac{1}{2}$.

№ 525.

Точки А(8; 2), В(216; 6), Д(-125; -5) принадлежат графику функции $y = \sqrt[3]{x}$. Точка С(27; -3) не принадлежит графику функции $y = \sqrt[3]{x}$.

II. Устные упражнения.

Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{4 \cdot 49}$; б) $\sqrt{16 \cdot 9}$; в) $\sqrt{25 \cdot 81}$; г) $\sqrt{49 \cdot 25}$; д) $\sqrt{36 \cdot 81}$;
е) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$; ж) $\sqrt[3]{27 \cdot 125}$; з) $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$; и) $\sqrt[4]{16 \cdot 256}$.

Ответы: а) 14; б) 12; в) 45; г) 35; д) 54; е) 6; ж) 15; з) 6; и) 8.

III. Тренировочные упражнения.

№ 530, 533, 536, 537 – у доски, с объяснением.

IV. Итог урока.

1. Определение четной и нечетной функций.
2. Определение корня n -й степени.
3. Свойства функции $y = x^n$.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе (п. 21–23), № 532, 534, 538 [2].

Урок 67

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

ВАРИАНТ I

1. Вычислите: а) $2\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1}$;
б) $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} - \sqrt[4]{0,0081} - \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{16}}}$.
2. Решите уравнение: а) $x^3 = 5$; б) $y^4 = 15$; в) $z^8 = -1$.
3. Вычислите: $\sqrt[4]{(6 + \sqrt{20})(6 - \sqrt{20})}$.
4. Является ли четной или нечетной функция: а) $f(x) = 7x^8$;
б) $f(x) = x^3 + x$?
5. Функция задана формулой $f(x) = x^{17}$. Сравните:
а) $f(3,7)$ и $f(4,1)$; б) $f(-7,2)$ и $f(-6,3)$.

ВАРИАНТ II

1. Вычислите: а) $5\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{16} - \sqrt{1}$;
б) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{0,027} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$.
2. Решите уравнение: а) $x^3 = 21$; б) $y^4 = 17$; в) $z^4 = -8$.
3. Вычислите: $\sqrt[3]{(12 - \sqrt{19})(12 + \sqrt{19})}$.
4. Является ли четной или нечетной функция: а) $f(x) = 3x^{17}$;
б) $f(x) = x^7 + x^4$?

5. Функция задана формулой $f(x) = x^{24}$. Сравните:
 а) $f(5,3)$ и $f(5,9)$; б) $f(-3,8)$ и $f(-2,9)$.

ВАРИАНТ III

1. Вычислите: а) $3\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[8]{1}$;

б) $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} - \sqrt[4]{0,0081} - \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{16}}}$.

2. Решите уравнение: а) $x^3 = 11$; б) $y^6 = 11$; в) $z^{12} = -4$.

3. Вычислите: $\sqrt[4]{11 - \sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{11 + \sqrt{40}}$.

4. Является ли четной или нечетной функция: а) $f(x) = 3x^5$;
 б) $f(x) = x^6 + x^3$?

5. Функция задана формулой $f(x) = x^{11}$. Сравните:
 а) $f(1,7)$ и $f(1,9)$; б) $f(-6,7)$ и $f(-4,7)$.

ВАРИАНТ IV

1. Вычислите: а) $7\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1}$;

б) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{0,027} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$.

2. Решите уравнение: а) $x^5 = 8$; б) $y^7 = 11$; в) $z^6 = -3$.

3. Вычислите: $\sqrt[5]{(7 - \sqrt{17})(7 + \sqrt{17})}$.

4. Является ли четной или нечетной функция: а) $f(x) = 15x^6$;
 б) $f(x) = x^4 + x^3$?

5. Функция задана формулой $y = x^9$. Сравните:
 а) $f(3,6)$ и $f(3,8)$; б) $f(-4,1)$ и $f(-3,7)$.

Решение:

Вариант I

1.

а) $2\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1} = 2 \cdot 3 - 5 + 1 = 6 - 5 + 1 = 2$;

б) $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} - \sqrt[4]{0,0081} - \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{16}}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} - 0,3 - \frac{2}{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2} - 0,3 - 8 =$

$= 2,5 - 0,3 - 8 = -5,8$.

Ответ: а) 2; б) -5,8.

$$\begin{array}{lll} 2: \text{ а) } x^3 = 5 & \text{ б) } y^4 = 15 & \text{ в) } z^8 = -1 \\ x = \sqrt[3]{5} & y = \pm \sqrt[4]{15} & \text{ корней нет.} \end{array}$$

Ответ: а) $\sqrt[3]{5}$; б) $\pm \sqrt[4]{15}$; в) корней нет.

$$3. \sqrt[4]{(6 + \sqrt{20})(6 - \sqrt{20})} = \sqrt[4]{36 - 20} = \sqrt[4]{16} = 2.$$

Ответ: 2.

4.

$$\text{а) } f(x) = 7x^8.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.
 $f(-x) = 7(-x)^8 = 7x^8 = f(x)$; $f(-x) = f(x)$. Функция $f(x) = 7x^8$ четная;

$$\text{б) } f(x) = x^3 + x.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.
 $f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -(x^3 + x) = -f(x)$; $f(-x) = -f(x)$.

Функция $f(x) = x^3 + x$ нечетная.

Ответ: а) четная функция; б) нечетная функция.

$$5. f(x) = x^{17}.$$

$$\text{а) } f(3,7) \text{ и } f(4,1).$$

Функция $f(x)$ возрастает на R .

$$3,7 < 4,1$$

$$f(3,7) < f(4,1);$$

$$\text{б) } f(-7,2) \text{ и } f(-6,3)$$

$$-7,2 < -6,3$$

$$f(-7,2) < f(-6,3).$$

Ответ: а) $f(3,7) < f(4,1)$; б) $f(-7,2) < f(-6,3)$.

Вариант II

1.

$$\text{а) } 5\sqrt{-8} + \sqrt[4]{16} - \sqrt{1} = 5 \cdot (-2) + 2 - 1 = -10 + 2 - 1 = -9;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{0,027} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}} &= \sqrt[4]{\frac{81}{16}} - 0,3 + \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - 0,3 + 4 = \\ &= 1,5 - 0,3 + 4 = 5,2. \end{aligned}$$

Ответ: а) -9; б) 5,2.

$$\begin{array}{lll} 2: \text{ а) } x^3 = 21 & \text{ б) } y^4 = 17 & \text{ в) } z^4 = -8 \\ x = \sqrt[3]{21} & y = \pm \sqrt[4]{17} & \text{ корней нет} \end{array}$$

Ответ: а) $\sqrt[3]{21}$; б) $\pm \sqrt[4]{17}$; в) корней нет.

$$3. \sqrt[3]{(12 - \sqrt{19})(12 + \sqrt{19})} = \sqrt[3]{144 - 19} = \sqrt[3]{125} = 5.$$

Ответ: 5.

4.

$$a) f(x) = 3x^{17}.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = 3(-x)^{17} = -3x^{17} = -f(x); f(-x) = -f(x).$$

Функция $f(x) = 3x^{17}$ нечетная;

$$б) f(x) = x^7 + x^4.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = (-x)^7 + (-x)^4 = -x^7 - x^4; f(-x) \neq f(x); f(-x) \neq -f(x).$$

Функция $f(x) = x^7 + x^4$ ни четная, ни нечетная.

Ответ: а) нечетная функция; б) ни четная, ни нечетная функция.

$$5. f(x) = x^{24}.$$

$$a) f(5,3) \text{ и } f(5,9).$$

Функция $f(x) = x^{24}$ возрастает на $[0; +\infty)$.

$$5,3 < 5,9$$

$$f(5,3) < f(5,9);$$

$$б) f(-3,8) \text{ и } f(-2,9).$$

Функция $f(x) = x^{24}$ убывает на $(-\infty; 0]$.

$$-3,8 < -2,9$$

$$f(-3,8) > f(-2,9).$$

Ответ: а) $f(5,3) < f(5,9)$; б) $f(-3,8) > f(-2,9)$.

Вариант III

1.

$$a) 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[8]{1} = 3 \cdot 2 - 3 + 1 = 6 - 3 + 1 = 4;$$

$$б) \sqrt[3]{15\frac{5}{8}} - \sqrt[4]{0,0081} - \frac{2}{\sqrt[4]{16}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} - 0,3 - \frac{2}{4} = \frac{5}{2} - 0,3 - 0,5 =$$

$$= 2,5 - 0,3 - 0,5 = -0,3.$$

Ответ: а) 4; б) -0,3.

$$2: a) x^3 = 11$$

$$б) y^6 = 7$$

$$в) z^{12} = -4$$

$$x = \sqrt[3]{11}$$

$$y = \pm \sqrt[6]{7}$$

корней нет

Ответ: а) $\sqrt[3]{11}$; б) $\pm \sqrt[6]{7}$; в) корней нет.

$$3. \sqrt[4]{11-\sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{11+\sqrt{40}} = \sqrt[4]{121-40} = \sqrt[4]{81} = 3.$$

Ответ: 3.

4.

а) $f(x) = 3x^5$.

Область определения функции $f(x) = 3x^5$ симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = 3(-x)^5 = -3x^5 = -f(x); \quad f(-x) = -f(x).$$

Функция $f(x) = 3x^5$ нечетная;

б) $f(x) = x^6 + x^3$.

Область определения функции $f(x) = x^6 + x^3$ симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = (-x)^6 + (-x)^3 = x^6 - x^3; \quad f(-x) \neq -f(x); \quad f(-x) \neq f(x).$$

Функция $f(x) = x^6 + x^3$ ни четная, ни нечетная.

Ответ: а) нечетная; б) ни четная, ни нечетная.

5. $f(x) = x^{11}$.

а) $f(1,7)$ и $f(1,9)$

Функция $f(x) = x^{11}$ возрастает на R .

$$1,7 < 1,9$$

$$f(1,7) < f(1,9);$$

б) $f(-6,7)$ и $f(-4,7)$

$$-6,7 < -4,7$$

$$f(-6,7) < f(-4,7).$$

Ответ: а) $f(1,7) < f(1,9)$; б) $f(-6,7) < f(-4,7)$.

Вариант IV

1.

а) $7\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1} = 7 \cdot 3 - 5 + 1 = 21 - 5 + 1 = 17;$

$$б) \sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{0,027} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} - 0,3 + \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} - 0,3 + 4 =$$

$$= 1,5 - 0,3 + 4 = 5,2.$$

Ответ: а) 17; б) 5,2.

2: а) $x^5 = 8$

$$x = \sqrt[5]{8}$$

б) $y^7 = 11$

$$y = \sqrt[7]{11}$$

в) $z^6 = -3$

корней нет

Ответ: а) $\sqrt[5]{8}$; б) $\sqrt[7]{11}$; в) корней нет.

$$3. \sqrt[5]{(7 - \sqrt{17})(7 + \sqrt{17})} = \sqrt[5]{49 - 17} = \sqrt[5]{32} = 2.$$

Ответ: 2.

4.

$$a) f(x) = 15x^6.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = 15(-x)^6 = 15x^6 = f(x); \quad f(-x) = f(x).$$

Функция $f(x) = 15x^6$ четная;

$$б) f(x) = x^4 + x^3.$$

Область определения функции симметрична относительно нуля.

$$f(-x) = (-x)^4 + (-x)^3 = x^4 - x^3; \quad f(-x) \neq f(x); \quad f(-x) \neq -f(x).$$

Функция $f(x) = x^4 + x^3$ ни четная, ни нечетная.

Ответ: а) четная; б) ни четная, ни нечетная.

$$5. f(x) = x^9.$$

$$a) f(3,6) \text{ и } f(3,8).$$

Функция $f(x) = x^9$ возрастает на $(-\infty; +\infty)$.

$$3,6 < 3,8$$

$$f(3,6) < f(3,8);$$

$$б) f(-4,1) \text{ и } f(-3,7)$$

$$-4,1 < -3,7$$

$$f(-4,1) < f(-3,7).$$

Ответ: а) $f(3,6) < f(3,8)$; б) $f(-4,1) < f(-3,7)$.

Глава V. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ (15 часов)

§ 12. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЛЮБОГО УГЛА (5 ч)

Тема (п. 28): ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА (2 ч)

Цели: ввести понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла; рассмотреть свойство сохранения значения при изменении угла на целое число оборотов; закрепить умения и навыки нахождения значений выражений, содержащих синусы, косинусы, тангенсы и котангенсы углов 0° , 30° , 45° , 60° , 90° .

Урок 68

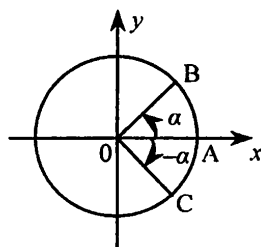
Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

Рассмотреть типичные ошибки, допущенные в контрольной работе. Повторить теоретический материал, который был использован в контрольной работе: определение четной и нечетной функций, свойства функции $y = x^n$ (n – четное, нечетное число), решение уравнений $x^n = a$, где n – четное (нечетное) число; $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$; определения корня n -й степени из числа a и арифметического корня n -й степени из числа a .

II. Изучение нового материала.

Объяснение учителя.



1. OA – начальный радиус, α – угол поворота, $\alpha \in (-\infty; +\infty)$.

Поворот начального радиуса OA около точки O против часовой стрелки: $\alpha > 0$, по часовой стрелке: $\alpha < 0$.

Существует бесконечно много углов поворота, при которых начальный радиус OA переходит в один и тот же радиус.

Например: $45^\circ, 405^\circ, 765^\circ, -315^\circ$ и т. д.

$\alpha = 45^\circ + 360^\circ \cdot n, n \in \mathbb{Z}$.

Если $n = 0$, то $\alpha = 45^\circ$.

Если $n = 1$, то $\alpha = 45^\circ + 360^\circ = 405^\circ$.

Если $n = 2$, то $\alpha = 45^\circ + 720^\circ = 765^\circ$.

Если $n = -1$, то $\alpha = 45^\circ - 360^\circ = -315^\circ$.

Если $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, то угол α – угол I четверти.

Если $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, то угол α – угол II четверти.

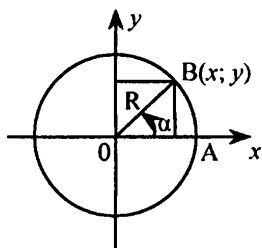
Если $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, то угол α – угол III четверти.

Если $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, то угол α – угол IV четверти.

Углы $0^\circ; \pm 90^\circ; \pm 180^\circ; \pm 270^\circ; \pm 360^\circ; \dots$ не относятся ни к какой четверти.

2. Пусть при повороте около точки O на угол α начальный радиус OA переходит в радиус OB .

Синусом угла α называется отношение ординаты точки B к длине радиуса: $\sin \alpha = \frac{y}{R}$.



Косинусом угла α называется отношение абсциссы точки В к длине радиуса: $\cos \alpha = \frac{x}{R}$.

Тангенсом угла α называется отношение ординаты точки В к ее абсциссе: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$.

Котангенсом угла α называется отношение абсциссы точки В к ее ординате: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$.

3. Тригонометрические функции.

1) $y = \sin x$, $D(y) = R$, $E(y) = [-1; 1]$.

2) $y = \cos x$, $D(y) = R$, $E(y) = [-1; 1]$.

3) $y = \operatorname{tg} x$, область определения: x – любое, кроме $\pm 90^\circ$; $\pm 270^\circ$; $\pm 450^\circ$; ..., $E(y) = R$.

4) $y = \operatorname{ctg} x$, область определения: x – любое, кроме 0° ; $\pm 180^\circ$; $\pm 360^\circ$; ..., $E(y) = R$.

4. Рассмотреть таблицу [2, с. 155].

5. Рассмотреть пример 1 [2, с. 154] и рис. 69 [2, с. 155].

III. Закрепление.

№ 699 – устно.

№ 701 – у доски, с комментариями.

№ 705, 713 – у доски.

Решение:

№ 699.

а) α – угол IV четверти; б) α – угол III четверти; в) α – угол II четверти; г) α – угол IV четверти; д) α – угол III четверти; е) α – угол III четверти. ($4200^\circ = 350^\circ \cdot 11 + 240^\circ$.)

№ 702.

а) $420^\circ = 360^\circ + 60^\circ$; 60° ;

б) $-210^\circ = 360^\circ \cdot (-1) + 150^\circ$; 150° ;

в) $-700^\circ = 360^\circ \cdot (-2) + 20^\circ$; 20° .

Ответ: а) 60° ; б) 150° ; в) 20° .

№ 705.

а) $2\cos 60^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{3}{2} = 2\frac{1}{2}$;

$$\text{б) } 5\sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ = 5 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 2,5 - 1 = 1,5;$$

$$\text{в) } 2\sin 30^\circ + 6\cos 60^\circ - 4\operatorname{tg} 45^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{2} - 4 = 1 + 3 - 4 = 0;$$

$$\text{г) } 3\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3};$$

$$\text{д) } 4\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6;$$

$$\text{е) } 12\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3\sqrt{3};$$

Ответ: а) $2\frac{1}{2}$; б) 1,5; в) 0; г) $3\sqrt{3}$; д) 6; е) $3\sqrt{3}$.

№ 713.

$$\text{а) } 2\cos 0^\circ - 4\sin 90^\circ + 5\operatorname{tg} 180^\circ = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 = -2;$$

$$\text{б) } 2\operatorname{ctg} 90^\circ - 3\cos 270^\circ + 5\sin 40^\circ = 2 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 0 = 3;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4}\sin 270^\circ - \frac{1}{4}\cos 180^\circ = 0 - \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{1}{4} \cdot (-1) = 1;$$

Ответ: а) -2; б) 3; в) 1.

IV. Итог урока.

Повторить определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α .

Домашнее задание: п. 28, № 700, 706, 714 [2]; работа над ошибками контрольной работы.

Урок 69

Ход урока

I. Устные упражнения.

№ 701, 703.

Решение:

№ 701.

$$770^\circ = 360^\circ \cdot 2 + 50^\circ; 480^\circ = 360^\circ + 120^\circ; 1560^\circ = 360^\circ \cdot 4 + 120^\circ; \\ -240^\circ = 360^\circ \cdot (-1) + 120^\circ; -310^\circ = 360^\circ \cdot (-1) + 50^\circ.$$

$$\text{а) } 770^\circ; -310^\circ; \text{ б) } 480^\circ; 1560^\circ; -240^\circ.$$

Ответ: а) $770^\circ; -310^\circ$; б) $480^\circ; 1560^\circ; -240^\circ$.

№ 703.

$$\sin 35^\circ \approx \frac{1,75}{3} \approx 0,58 \quad \sin 160^\circ \approx \frac{1,1}{3} \approx \frac{11}{30} \quad \sin 230^\circ \approx \frac{-2,35}{3} \approx -\frac{47}{60}$$

$$\cos 35^\circ \approx \frac{2,45}{3} \approx 0,82 \quad \cos 160^\circ \approx \frac{-2,8}{3} \approx -\frac{14}{15} \quad \cos 230^\circ \approx \frac{1,95}{3} \approx \frac{39}{60}$$

$$\operatorname{tg} 35^\circ \approx \frac{1,75}{2,45} \approx \frac{5}{7} \quad \operatorname{tg} 160^\circ \approx \frac{1,1}{-2,8} \approx -\frac{11}{28} \quad \operatorname{tg} 230^\circ \approx \frac{-2,35}{-1,95} \approx \frac{47}{39}$$

$$\sin(-75)^\circ \approx \frac{-2,9}{3} \approx -\frac{29}{30}$$

$$\cos(-75)^\circ \approx \frac{1,8}{3} \approx \frac{3}{5} \approx 0,6$$

$$\operatorname{tg}(-75)^\circ \approx -\frac{2,9}{1,8} \approx -\frac{29}{18}.$$

II. Тренировочные упражнения.

№ 715, 716 – двое учеников решают задания на закрытых досках; ученики класса решают самостоятельно; проверка (фронтально).

№ 710, 712 – анализ решения, самостоятельное решение, проверка:

а) найти приближенные значений $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$;

б) какие значения могут принимать $\sin \alpha$, $\cos \alpha$?

в) в чем заключаются свойства числовых неравенств?

№ 707, 711 – устное решение.

Решение:

№ 707.

а) $\sin \alpha = 1$, $\alpha = 90^\circ$; 450° ; -270° ;

б) $\cos \alpha = -1$, $\alpha = \pm 180^\circ$; $\pm 540^\circ$;

в) $\sin \alpha = 0$, $\alpha = 0^\circ$; $\pm 180^\circ$; $\pm 360^\circ$;

г) $\operatorname{tg} \alpha = 0$, $\alpha = 0^\circ$; $\pm 180^\circ$; $\pm 360^\circ$.

№ 710.

а) $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$

$-1 \leq -\sin \alpha \leq 1$

$0 \leq 1 - \sin \alpha \leq 2$

Наименьшее значение выражения 0, наибольшее 2.

б) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$

$1 \leq 2 + \cos \alpha \leq 3$

Наименьшее значение выражения 1, наибольшее 3.

№ 711.

а) Выражение $\operatorname{tg} \alpha$ не имеет смысла при $\alpha = \pm 90^\circ; \pm 270^\circ$.

б) Выражение $\operatorname{ctg} \alpha$ не имеет смысла при $\alpha = 0^\circ, \pm 180^\circ; \pm 360^\circ$.

№ 712.

а) $\sin \alpha \neq \sqrt{2}, \sqrt{2} > 1$;

б) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$;

в) $\sin \alpha \neq \frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2} > 1$;

г) $\sin \alpha = \frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2} > -1$.

№ 715.

а) Если $\alpha = 0^\circ$, то $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$;

б) если $\alpha = 45^\circ$, то $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$;

в) если $\alpha = 90^\circ$, то $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$;

г) если $\alpha = 180^\circ$, то $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

№ 716.

а) Если $\alpha = 15^\circ$, то $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 30^\circ + \cos 45^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$;

б) если $\alpha = 30^\circ$, то $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ = \frac{1}{2}$;

в) если $\alpha = 90^\circ$, то $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 180^\circ + \cos 270^\circ = -1$.

III. Итог урока.**Диктант****ВАРИАНТ I**

1. Углом какой четверти является угол α , если:

$$\alpha = 185^\circ,$$

$$\alpha = -185^\circ,$$

$$\alpha = 102^\circ,$$

$$\alpha = -102^\circ,$$

$$\alpha = 250^\circ,$$

$$\alpha = -250^\circ,$$

ВАРИАНТ II

$$\alpha = 145^\circ,$$

$$\alpha = -145^\circ,$$

$$\alpha = 225^\circ,$$

$$\alpha = -315^\circ,$$

$$\alpha = 210^\circ,$$

$$\alpha = 590^\circ,$$

$$\alpha = 375^\circ,$$

$$\alpha = -375^\circ.$$

$$\alpha = -15^\circ,$$

$$\alpha = -410^\circ.$$

2. Вычислите:

$$\begin{aligned} &\cos 180^\circ + 5\sin 90^\circ, \\ &\sin 180^\circ - 3\cos 0^\circ, \\ &5\operatorname{ctg} 90^\circ - 7\operatorname{tg} 180^\circ, \\ &\sin 60^\circ + \cos 30^\circ, \\ &\sin 30^\circ + \cos 60^\circ, \\ &\sin 45^\circ - \cos 45^\circ, \\ &\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ, \\ &\operatorname{tg} 360^\circ - 2\operatorname{ctg} 270^\circ + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cos 0^\circ + 3\sin 90^\circ, \\ &\sin 270^\circ - 2\cos 180^\circ, \\ &6\operatorname{tg} 180^\circ + 2\operatorname{ctg} 90^\circ, \\ &1 + \operatorname{ctg} 270^\circ - 5\operatorname{tg} 360^\circ, \\ &\sin 30^\circ + \cos 60^\circ, \\ &\sin 60^\circ + \cos 30^\circ, \\ &\sin 45^\circ + \cos 45^\circ, \\ &\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ. \end{aligned}$$

Ответы:

1. III

II

II

III

III

II

I

IV

2. 4

-3

0

$\sqrt{3}$

1

0

$1 + \sqrt{3}$

3

1. II

III

III

I

III

III

IV

IV

2. 4

1

0

1

1

$\sqrt{3}$

$\sqrt{2}$

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

3

Домашнее задание: № 708, 709, 717, 720 (а) [2].

Тема (п. 29): СВОЙСТВА СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА (2 ч)

Цели: рассмотреть свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса: знаки по четвертям, сохранение значения при изменении

угла на целое число оборотов, четность косинуса и нечетность синуса, тангенса и котангенса.

Урок 70

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

№ 708.

а) $\sin\beta = -1$, $\beta = 270^\circ$; 630° ; -90° ;

б) $\cos\beta = 1$, $\beta = 0^\circ$; 360° ; 720° ;

в) $\cos\beta = 0$, $\beta = \pm 90^\circ$; $\pm 450^\circ$;

г) $\operatorname{ctg}\beta = 0$, $\beta = \pm 90^\circ$; $\pm 450^\circ$.

№ 709.

а) $1 + \sin\alpha$

$$-1 \leq \sin\alpha \leq 1$$

$$0 \leq 1 + \sin\alpha \leq 2$$

Наибольшее значение 2,
наименьшее значение 0.

б) $2 - \cos\alpha$

$$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$$

$$-1 \leq -\cos\alpha \leq 1$$

$$1 \leq 2 - \cos\alpha \leq 3$$

Наибольшее значение 3,
наименьшее значение 1.

№ 717.

а) Если $\alpha = 30^\circ$, то $\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ =$
 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$;

б) если $\alpha = 90^\circ$, то $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$.

№ 720 (а).

$$\frac{27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{3}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}} = \frac{(3^3)^{\frac{2}{3}} - (2^4)^{\frac{3}{4}}}{(3^4)^{\frac{1}{4}}} = \frac{3^2 - 2^3}{3^{-1}} = \frac{9 - 8}{\frac{1}{3}} = 3.$$

II. Устные упражнения.

1. Может ли косинус быть равным:

а) 0,75; б) $\frac{5}{3}$; в) -0,35; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; д) $\frac{\pi}{3}$; е) $\frac{3}{\pi}$; ж) $\sqrt{3} - 2$?

Ответ: а) да; б) нет; в) да; г) да; д) нет; е) да; ж) да.

2. Может ли синус быть равным:

а) $-3,7$; б) $3,7$; в) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; г) $\frac{\sqrt{30}}{6}$; д) $\frac{3\pi}{4}$?

О т в е т : а) нет; б) нет; в) да; г) да; д) нет.

III. Изучение нового материала.

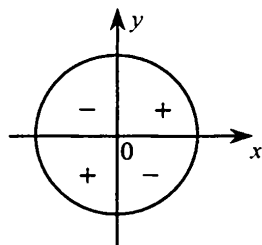
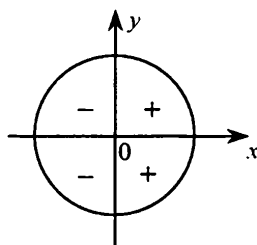
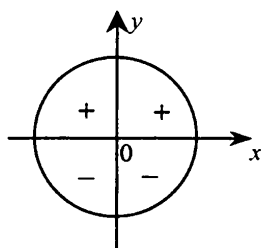
1. Диалог с классом.

- 1) Что называется синусом угла α ?
- 2) Определение знаков синуса по четвертям.
- 3) Что называется косинусом угла α ?
- 4) Определение знаков косинуса по четвертям.
- 5) Определение тангенса (котангенса) угла α .
- 6) Определение знаков тангенса (котангенса) по четвертям.

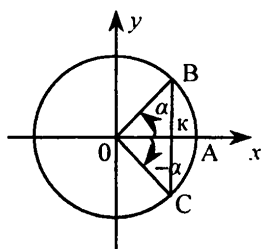
Знаки синуса

Знаки косинуса

**Знаки тангенса и
котангенса**



2. Объяснение свойства о четности косинуса, нечетности синуса, тангенса и котангенса.



OA – начальный радиус.

При повороте на угол α радиус OA переходит в радиус OB . При повороте на угол $-\alpha$ радиус OA переходит в радиус OC .

Пусть $B(x; y)$, тогда $C(x; -y)$.

$$\sin(-\alpha) = \frac{y_c}{R} = \frac{-y}{R} = -\frac{y}{R} = -\frac{y_a}{R} = -\sin\alpha.$$

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$. **Синус – нечетная функция.**

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = \frac{y_c}{x_c} = \frac{-y}{x} = -\frac{y}{x} = -\frac{y_a}{x_a} = -\operatorname{tg}\alpha.$$

$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$. **Тангенс – нечетная функция.**

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = \frac{x_c}{y_c} = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -\frac{x_a}{y_a} = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$. *Котангенс – нечетная функция.*

$$\cos(-\alpha) = \frac{x_c}{R} = \frac{x}{R} = \frac{x_a}{R} = \cos \alpha.$$

$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$. *Косинус – четная функция.*

3. Если при повороте радиуса OA на угол α получен радиус OB , то тот же радиус получится и при повороте OA на угол, отличающийся от α на целое число оборотов.

При изменении угла на целое число оборотов значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса не изменяются.

Например, $\sin 750^\circ = \sin(360^\circ \cdot 2 + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

IV. Закрепление.

№ 722 – у доски с объяснением; № 721 – самостоятельное решение с проверкой.

№ 727 – двое учеников решают на откидных досках, проверка.

№ 729, 730 – у доски, с объяснением.

№ 732 – самостоятельное решение, проверка.

Решение:

№ 722.

- а) $\sin 179^\circ > 0$, так как 179° – угол II четверти;
- б) $\cos 280^\circ > 0$, так как 280° – угол IV четверти;
- в) $\operatorname{tg} 175^\circ < 0$, так как 175° – угол II четверти;
- г) $\operatorname{ctg} 359^\circ < 0$, так как 359° – угол IV четверти;
- д) $\cos 410^\circ > 0$, так как $410^\circ = 360^\circ + 50^\circ$ – угол I четверти.

№ 721.

- а) $\alpha = 48^\circ$ – угол I четверти. $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $\operatorname{ctg} \alpha > 0$;
- б) $\alpha = 137^\circ$ – угол II четверти. $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\operatorname{ctg} \alpha < 0$;
- в) $\alpha = 200^\circ$ – угол III четверти. $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $\operatorname{ctg} \alpha > 0$;
- г) $\alpha = 306^\circ$ – угол IV четверти. $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\operatorname{ctg} \alpha < 0$.

№ 727.

а) $\sin(-30) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$;

$$\text{б) } \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3};$$

$$\text{д) } \cos(-90^\circ) = \cos 90^\circ = 0;$$

$$\text{е) } \sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

№ 729.

$$\text{а) } \alpha = 750^\circ; 750^\circ = 360^\circ \cdot 2 + 30^\circ.$$

$$\sin 750^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 750^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \operatorname{tg} 750^\circ = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}; \operatorname{ctg} 750^\circ = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3};$$

$$\text{б) } \alpha = 810^\circ, 810^\circ = 360^\circ \cdot 2 + 90^\circ.$$

$\sin 810^\circ = \sin 90^\circ = 1, \cos 810^\circ = \cos 90^\circ = 0, \operatorname{tg} 810^\circ = \operatorname{tg} 90^\circ$ не существует, $\operatorname{ctg} 810^\circ = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0$;

$$\text{в) } \alpha = 1260^\circ, 1260^\circ = 360^\circ \cdot 3 + 180^\circ.$$

$\sin 1260^\circ = \sin 180^\circ = 0, \cos 1260^\circ = \cos 180^\circ = -1, \operatorname{tg} 1260^\circ = \operatorname{tg} 180^\circ = 0, \operatorname{ctg} 1260^\circ = \operatorname{ctg} 180^\circ$ не существует.

№ 730.

$$\text{а) } \sin 390^\circ = \sin(360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \cos 420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 450^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0.$$

№ 732.

$$\text{а) } \sin(-720^\circ) = -\sin 720^\circ = -\sin(360^\circ \cdot 2 + 0^\circ) = -\sin 0^\circ = 0;$$

$$\text{б) } \cos(-405^\circ) = \cos 405^\circ = \cos(360^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } \cos(-780^\circ) = \cos 780^\circ = \cos(360^\circ \cdot 2 + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg}(-1110^\circ) = -\operatorname{ctg} 1110^\circ = -\operatorname{ctg}(360^\circ \cdot 3 + 30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}.$$

V. Итог урока.

Устные решения: № 724, 726.

№ 724.

Ответ: а) I; б) IV; в) III; г) I; д) IV; е) III.

№ 726.

Ответ: а) I и III; б) I, II, III, IV; в) I и II.

Домашнее задание: п. 29, № 723, 728, 731 [2].

Урок 71

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответить на вопросы учащихся по домашней работе.

II. Устные упражнения.

1. Углом какой четверти является угол β , если:

- а) $\sin\beta > 0$ и $\cos\beta > 0$; б) $\sin\beta > 0$ и $\cos\beta < 0$; в) $\sin\beta < 0$ и $\cos\beta > 0$;
г) $\sin\beta < 0$ и $\cos\beta < 0$; д) $\sin\beta > 0$ и $\operatorname{ctg}\beta < 0$; е) $\cos\beta > 0$ и $\operatorname{tg}\beta < 0$;
ж) $\sin\beta < 0$ и $\operatorname{tg}\beta > 0$?

Ответ: а) I; б) II; в) IV; г) III; д) II; е) IV; ж) III.

2. Углом какой четверти является угол α , если:

- а) $\sin\alpha \cos\alpha > 0$; б) $\sin\alpha \cos\alpha < 0$; в) $\operatorname{tg}\alpha \cos\alpha > 0$; г) $\operatorname{ctg}\alpha \sin\alpha < 0$?

Ответ: а) I или III; б) II или IV; в) I или II; г) II или III.

3. Определите знак выражения:

- а) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$; б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; в) $\operatorname{ctg}(\pi + \alpha)$; г) $\cos(2\pi + \alpha)$;

- д) $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$; е) $\sin(\pi + \alpha)$; если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: а) минус; б) плюс; в) плюс; г) плюс; д) плюс; е) минус.

III. Тренировочные упражнения.

№ 725 (а, в), 733, 909 (а, б).

Решение:

№ 725 (а, в).

- а) $\sin 100^\circ \cdot \cos 300^\circ > 0$.

$\sin 100^\circ > 0$, так как 100° – угол II четверти.

$\cos 300^\circ > 0$, так как 300° – угол IV четверти;

$$в) \cos 320^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ > 0.$$

$\cos 320^\circ > 0$, так как 320° – угол IV четверти.

$\operatorname{ctg} 17^\circ > 0$, так как 17° – угол I четверти.

№ 733.

$$а) \operatorname{tg}(-900^\circ) = -\operatorname{tg} 900^\circ = -\operatorname{tg}(360^\circ \cdot 2 + 180^\circ) = -\operatorname{tg} 180^\circ = 0;$$

$$б) \operatorname{ctg}(-780^\circ) = -\operatorname{ctg} 780^\circ = -\operatorname{ctg}(360^\circ \cdot 2 + 60^\circ) = -\operatorname{ctg} 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$в) \sin(-1125^\circ) = -\sin 1125^\circ = -\sin(360^\circ \cdot 3 + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

№ 909 (а, б).

а) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$, $\sin \alpha > 0$, α – угол I или II четверти;

б) $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$, $\cos \alpha < 0$, α – угол II или III четверти.

IV. Повторение.

Решение:

№ 735 (б, в).

$$б) 3x^2 - 29x - 10 > 0$$

$$y = 3x^2 - 29x - 10$$

$$3x^2 - 29x - 10 = 0$$

$$D = 841 + 120 = 961$$

$$x = \frac{29 \pm 31}{6}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = 10$$

$-\frac{1}{3}$ и 10 – нули функции

$$y = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 10)$$



$$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (10; +\infty)$$

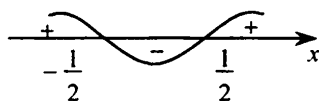
$$\text{Ответ: б) } \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (10; +\infty); \text{ в) } \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].$$

$$в) 4x^2 \leq 1$$

$$4x^2 - 1 \leq 0$$

$$(2x - 1)(2x + 1) \leq 0$$

$$4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$$



$$\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$$

V. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Какой знак имеет:

- а) $\sin 185^\circ$; б) $\operatorname{tg} 116^\circ$; в) $\cos 210^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 310^\circ$; д) $\sin 510^\circ$;
е) $\cos 388^\circ$; ж) $\operatorname{tg} 456^\circ$; з) $\operatorname{ctg} 373^\circ$; и) $\sin(-16^\circ)$; к) $\cos(-88^\circ)$;
л) $\operatorname{tg}(-110^\circ)$; м) $\operatorname{ctg}(-93^\circ)$?

2. Найдите значение выражения:

- а) $\sin(-60^\circ)$; б) $\cos(-90^\circ)$; в) $\operatorname{tg}(-45^\circ)$; г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$;
д) $\sin(-30^\circ) + \operatorname{tg}(45^\circ)$; е) $\sin(-90^\circ) - \cos 0^\circ$;
ж) $\cos(-180^\circ)\sin(-30^\circ)$; з) $\sin(-60^\circ) \cdot \operatorname{tg}(-30^\circ)$.

3. Вычислите:

- а) $\sin 390^\circ$; б) $\cos 405^\circ$; в) $\operatorname{tg} 420^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 750^\circ$; д) $\sin 780^\circ$; е) $\cos 390^\circ$.

ВАРИАНТ II

1. Какой знак имеет:

- а) $\sin 169^\circ$; б) $\cos 110^\circ$; в) $\operatorname{tg} 203^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 288^\circ$; д) $\sin 409^\circ$;
е) $\cos 372^\circ$; ж) $\operatorname{tg} 540^\circ$; з) $\operatorname{ctg} 364^\circ$; и) $\sin(-88^\circ)$; к) $\cos(-12^\circ)$;
л) $\operatorname{tg}(-72^\circ)$; м) $\operatorname{ctg}(-110^\circ)$?

2. Найдите значение выражения:

- а) $\sin(-45^\circ)$; б) $\cos(-60^\circ)$; в) $\operatorname{tg}(-30^\circ)$; г) $\operatorname{ctg}(-45^\circ)$;
д) $\sin(-60^\circ) + \sin 0^\circ$; е) $\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ)$;
ж) $\sin(-90^\circ) + \cos(-90^\circ)$; з) $\cos(-60^\circ) \cdot \operatorname{tg}(-45^\circ)$.

3. Вычислите:

- а) $\sin 420^\circ$; б) $\cos 390^\circ$; в) $\operatorname{tg} 405^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 390^\circ$; д) $\sin 720^\circ$; е) $\cos 720^\circ$.

Решение:

Вариант I

- 1: а) $\sin 185^\circ < 0$, так как 185° – угол III четверти;
б) $\operatorname{tg} 116^\circ < 0$, так как 116° – угол II четверти;
в) $\cos 210^\circ < 0$, так как 210° – угол III четверти;
г) $\operatorname{ctg} 310^\circ < 0$, так как 310° – угол IV четверти;
д) $\sin 510^\circ = \sin 150^\circ > 0$, так как 150° – угол II четверти;
е) $\cos 388^\circ > 0$, так как 388° – угол I четверти;
ж) $\operatorname{tg} 456^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 96^\circ) < 0$, так как 96° – угол II четверти;
з) $\operatorname{ctg} 373^\circ > 0$, так как 373° – угол I четверти;
и) $\sin(-16^\circ) < 0$, так как -16° – угол IV четверти;
к) $\cos(-88^\circ) > 0$, так как -88° – угол IV четверти;

л) $\operatorname{tg}(-110^\circ) > 0$, так как -110° – угол III четверти;

м) $\operatorname{ctg}(-93^\circ) > 0$, так как -93° – угол III четверти.

2: а) $\sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos(-90^\circ) = 0$;

в) $\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$;

г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$;

д) $\sin(-30^\circ) + \operatorname{tg} 45^\circ = -\sin 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$;

е) $\sin(-90^\circ) - \cos 0^\circ = -\sin 90^\circ - \cos 0^\circ = -1 - 1 = -2$;

ж) $\cos(-180^\circ)\sin(-30^\circ) = -\cos 180^\circ\sin 30^\circ = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

з) $\sin(-60^\circ)\operatorname{tg}(-30^\circ) = \sin 60^\circ\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$.

3: а) $\sin 390^\circ = \sin(360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

б) $\cos 405^\circ = \cos(360^\circ + 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 420^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 60^\circ) = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$;

г) $\operatorname{ctg} 750^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ \cdot 2 + 30^\circ) = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$;

д) $\sin 780^\circ = \sin(360^\circ \cdot 2 + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

е) $\cos 390^\circ = \cos(360^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант II

1: а) $\sin 169^\circ > 0$, так как 169° – угол II четверти;

б) $\cos 110^\circ < 0$, так как 110° – угол II четверти;

в) $\operatorname{tg} 203^\circ > 0$, так как 203° – угол III четверти;

г) $\operatorname{ctg} 288^\circ < 0$, так как 288° – угол IV четверти;

д) $\sin 409^\circ > 0$, так как 409° – угол I четверти;

е) $\cos 372^\circ > 0$, так как 372° – угол I четверти;

ж) $\operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0$;

з) $\operatorname{ctg} 364^\circ > 0$, так как 364° – угол I четверти;

- и) $\sin(-88^\circ) < 0$, так как -88° – угол IV четверти;
 к) $\cos(-12^\circ) > 0$, так как -12° – угол IV четверти;
 л) $\operatorname{tg}(-72^\circ) < 0$, так как -72° – угол IV четверти;
 м) $\operatorname{ctg}(-110^\circ) > 0$, так как -110° – угол III четверти.

2: а) $\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;

в) $\operatorname{tg}(-30^\circ) = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\operatorname{ctg}(-45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1$;

д) $\sin(-60^\circ) + \sin 0^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

е) $\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ) = -\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$;

ж) $\sin(-90^\circ) + \cos(-90^\circ) = -\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = -1$;

з) $\cos(-60^\circ)\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\cos 60^\circ\operatorname{tg} 45^\circ = -\frac{1}{2} \cdot 1 = -\frac{1}{2}$.

3: а) $\sin 420^\circ = \sin(360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos 390^\circ = \cos(360^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} 405^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ + 45^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$;

г) $\operatorname{ctg} 390^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ + 30^\circ) = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$;

д) $\sin 750^\circ = \sin(360^\circ \cdot 2 + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

е) $\cos 720^\circ = \cos 0^\circ = 1$.

Домашнее задание: № 725 (б, г), 735 (а, г), 909 (в, г) [2].

Тема (п. 30): РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА (1 ч)

Цели: рассмотреть связь между радианной и градусной мерами угла; закрепить умения выполнять переход от радиальной меры угла к градусной мере и наоборот.

Урок 72

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

Исправление типичных ошибок, допущенных в работе.

II. Устный опрос.

Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

III. Изучение нового материала.

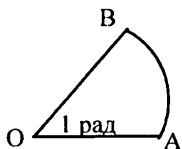
1. Объяснение учителя.

1) *Единицы измерения углов*: градус, минута, секунда, радиан.

$$1^\circ = 60', 1' = 60''.$$

$$1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ, 1'' = \left(\frac{1}{60}\right)'$$

2) *Углом в один радиан* называют центральный угол, которому соответствует длина дуги, равная длине радиуса окружности.



$$1 \text{ рад} \approx 57^\circ.$$

3) Углу, равному 180° , соответствует полуокружность, то есть дуга, длина l которой равна πR . $l = \pi R$, $\frac{l}{R} = \pi$ – радианная мера этого угла. Радианная мера угла в 180° равна π :

$$\pi \text{ рад} = 180^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

2. Рассмотреть примеры 1–2 [2, с. 163].

IV. Тренировочные упражнения.

№ 736, 738, 746 – у доски с объяснением.

№ 745, 744 – самостоятельное решение.

Решение:

№ 736.

№ 738.

$$\text{а) } 0,5 = 0,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ}{\pi} \approx 28,6^\circ;$$

$$\text{а) } 135^\circ = 135 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4};$$

$$б) 10 = 10 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{1800^\circ}{\pi} \approx 573^\circ;$$

$$б) 210^\circ = 210 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{6};$$

$$в) \frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ;$$

$$в) 36^\circ = 36 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{5};$$

$$г) \frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ;$$

$$г) 150^\circ = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6};$$

$$д) \frac{3}{4}\pi = \frac{3 \cdot 180^\circ}{4} = 135^\circ;$$

$$д) 240^\circ = 240 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{4\pi}{3};$$

$$е) -\frac{5}{6}\pi = -\frac{5 \cdot 180^\circ}{6} = -150^\circ;$$

$$е) 300^\circ = 300 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{3};$$

$$ж) -\frac{9}{2}\pi = -\frac{9 \cdot 180^\circ}{2} = -810^\circ;$$

$$ж) -120^\circ = -120 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{2\pi}{3};$$

$$з) 12\pi = 12 \cdot 180^\circ = 2160^\circ.$$

$$з) -225^\circ = -225 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{5\pi}{4}.$$

№ 746.

$$а) 2 \sin \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \sqrt{3} + 1;$$

$$б) \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2} = 0 + 1 = 1;$$

$$в) \cos \pi - 2 \sin \frac{\pi}{6} = -1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -2;$$

$$г) 2 \cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \pi = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1.$$

№ 744.

$$а) \left(0; \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right), \alpha - \text{угол I четверти.}$$

$$\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0, \operatorname{tg} \alpha > 0, \operatorname{ctg} \alpha > 0.$$

$$б) \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$$

$$\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right), \alpha - \text{угол II четверти.}$$

$$\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0, \operatorname{tg} \alpha < 0, \operatorname{ctg} \alpha < 0.$$

$$\text{в) } \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right), \alpha - \text{угол III четверти.}$$

$$\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0, \operatorname{tg} \alpha > 0, \operatorname{ctg} \alpha > 0.$$

$$\text{г) } \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$$

$$\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right), \alpha - \text{угол IV четверти.}$$

$$\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0, \operatorname{tg} \alpha < 0, \operatorname{ctg} \alpha < 0.$$

V. Итог урока.

Устные упражнения:

1) Выразите в радианной мере величины углов:

а) 30° ; б) 45° ; в) 60° ; г) 90° ; д) 120° ; е) 135° ; ж) 150° ; з) 75° ;
и) 180° ; к) 210° ; л) 225° ; м) 270° ; н) 300° ; о) 360° ; п) 7200° .

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{\pi}{2}$; д) $\frac{2\pi}{3}$; е) $\frac{3\pi}{4}$; ж) $\frac{5\pi}{6}$; з) $\frac{5\pi}{12}$;
и) π ; к) $\frac{7\pi}{6}$; л) $\frac{5\pi}{4}$; м) $\frac{3\pi}{2}$; н) $\frac{5\pi}{3}$; о) 2π ; п) 40π .

2) Выразите в градусной мере величины углов:

а) $\frac{\pi}{3}$; $-\frac{\pi}{2}$; π ; б) $-\frac{2\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{4}$; -3π ; в) $\frac{\pi}{18}$; $-\frac{5\pi}{6}$; $\frac{\pi}{36}$.

Ответ: а) 60° ; -90° ; 180° ; б) -120° ; 135° ; -540° ; в) 10° ; -150° ; 5° .

3) Для данных в радианной мере величин углов найдите градусную меру величин углов, смежных данным: $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{20}$; $\frac{3\pi}{4}$.

Ответ: 60° ; 81° ; 45° .

Домашняя работа: п. 30; контрольные вопросы [2, с. 166], № 737, 741, 751.

§ 13. ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ (8 ч)

Тема (п. 31): СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА (4 ч)

Цель: сформировать умения вычислять значения тригонометрических функций по известному значению одной из них.

Урок 73

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Ответить на контрольные вопросы [2, с. 166].

2. Устные упражнения:

1) Существует ли такой угол α , при котором верно равенство:

а) $\sin \alpha = -\sqrt{1,2}$; б) $\cos \alpha = \sqrt{3} - 2$; в) $\operatorname{tg} \alpha = 10^{100}$?

Ответ: а) нет; б) да; в) да.

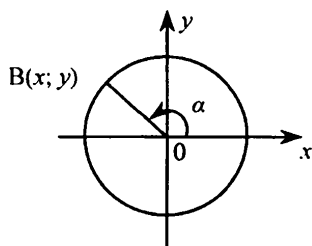
2) Докажите, что синус любого угла треугольника всегда положительный. Верно ли это для косинуса, тангенса, котангенса?

3) Найдите углы параллелограмма, если косинус одного из его углов равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: 30° ; 30° ; 150° ; 150° .

II. Изучение нового материала.

1. Вывод формулы основного тригонометрического тождества.



$$\sin \alpha = \frac{y}{R} \Rightarrow y = R \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cos \alpha$$

$x^2 + y^2 = R^2$ – уравнение данной окружности.

Так как точка В принадлежит данной окружности, то ее координаты удовлетворяют уравнению окружности: $(R \cos \alpha)^2 + (R \sin \alpha)^2 = R^2$

$$R^2 \cos^2 \alpha + R^2 \sin^2 \alpha = R^2$$

$$R^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = R^2$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ – основное тригонометрическое тождество.

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

2. Нахождение значений тригонометрических функций по известному значению одной из них:

$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cos \alpha \neq 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{R \cos \alpha}{R \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \sin \alpha \neq 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$2): \text{ а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{ б) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \cos \alpha \neq 0$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \sin \alpha \neq 0$$

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$$

$$\sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

3. Рассмотреть примеры 1, 2 [2, с. 168–169].

III. Тренировочные упражнения.

№ 755, 757 (а, б, в).

Решение:

№ 755.

а) $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$; б) $\sin^2 \alpha - 1 = -(1 - \sin^2 \alpha) = -\cos^2 \alpha$;

в) $\cos^2 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha$;

г) $\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha - 1 = -(1 - \sin^2 \alpha) + 2\cos^2 \alpha = -\cos^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha$

д) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$;

е) $(\cos \alpha - 1)(1 + \cos \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 = -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha$.

№ 757 (а, б, в).

а) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin^2 \alpha$;

б) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1 = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - 1 = \cos^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha$;

в) $\sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \sin^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha$.

IV. Повторение.

№ 771 (а).

Решение:

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{b^2-a^2} : \left(1 - \frac{1+b}{b}\right) =$$
$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \cdot \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(b-a)(b+a)} : \frac{b-1-b}{b} = \frac{a-b}{b-a} \cdot \frac{b}{-1} = \frac{a-b}{a-b} \cdot b = b.$$

Ответ: b .

V. Итог урока.

1. Повторить основные тригонометрические формулы.

2. Самостоятельное решение.

Упростите выражение:

а) $1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$; б) $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$; в) $2\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 1$;

г) $(1 - \cos x)(1 + \cos x)$.

Ответ: а) 2; б) 0; в) $\sin^2 \alpha$; г) $\sin^2 x$.

Домашнее задание: п. 31, № 756, 759, 771 [2].

Урок 74

Ход урока

I. Индивидуальные (разноуровневые) задания.

КАРТОЧКА 1

1. Упростите выражение:

- а) $1 - \sin^2 \alpha$; б) $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$;
в) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha$; г) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Ответ: б) $\sin^2 \alpha$; в) $\sin^2 \alpha$; г) $\sin^4 \alpha$.

2. Зная, что $\sin \alpha = 0,4$, найдите значение выражения: $1 - \cos^2 \alpha$.

Ответ: 0,16.

3. Упростите выражение: а) $5 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$; б) $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Ответ: а) 4; б) $2\cos^2 \alpha$.

КАРТОЧКА 2

1. Упростите выражение:

- а) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$; б) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$;

в) $\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$; г) $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha}$.

Ответ: б) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; в) $2\sin \alpha$; г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$.

2. Зная, что $\cos \alpha = 0,2$, найдите значение выражения:
 $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Ответ: 0,92.

3. Упростите выражение: $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$.

КАРТОЧКА 3

1. Упростите выражение:

- а) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$; б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + 1$;

в) $\frac{1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

2. Зная, что $\sin \alpha = -0,3$, найдите значение выражения: $1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

3. Упростите выражение: а) $\frac{\cos(-\alpha)}{1 + \sin \alpha} - \operatorname{tg}(-\alpha)$; б) $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

II. Устный опрос.

1. Вывод основных тригонометрических формул (устный ответ у доски).

2. Самостоятельное решение, проверка, самооценка.
Выбрать ответ.

1) Упростить выражение $7\cos^2\alpha + 7\sin^2\alpha - 5$.

а) $1 + \cos^2\alpha$; б) 2; в) -12; г) 12.

2) Упростить выражение $5 - 4\sin^2\alpha - 4\cos^2\alpha$.

а) 1; б) 9; в) $1 + 8\sin^2\alpha$; г) $1 + 8\cos^2\alpha$.

3) Упростить выражение $\frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha$.

а) $\operatorname{ctg}^2\alpha$; б) 0; в) $\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha$; г) $2\operatorname{tg}^2\alpha$.

4) Упростить выражение $1 - \sin\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha \cdot \cos\alpha$.

а) 0; б) $\sin^2\alpha$; в) $3\cos^2\alpha$; г) $1 - \sin 2\alpha$.

5) Упростить выражение $\cos^4 x + \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

а) $\cos 2x$; б) $2\sin^2 x$; в) $\cos^2 x$; г) $\cos^4 x$.

Ответ: 1) б; 2) а; 3) б; 4) б; 5) в.

III. Тренировочные упражнения.

№ 757 (г, д, е), 758, 760, 762 (а, б).

Решение:

№ 757 (г, д, е).

$$\text{г)} \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1; \text{ д)} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - 1} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha;$$

$$\text{е)} \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

№ 758.

$$\text{а)} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\text{б)} \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

№ 760.

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad (\alpha - \text{угол II четверти}).$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \cos \alpha &= -0,6 \\
 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha \\
 \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \\
 \sin \alpha &= \sqrt{1 - 0,36} = \\
 &= \sqrt{0,64} = 0,8;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \sin \alpha &= \frac{1}{3} \\
 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha \\
 \cos \alpha &= -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\
 \cos \alpha &= -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \\
 &= -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \cos \alpha &= -\frac{15}{17} \\
 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\
 \operatorname{tg}^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \\
 \operatorname{tg} \alpha &= -\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} \\
 \operatorname{tg} \alpha &= -\sqrt{\frac{289}{225} - 1} = \\
 &= -\sqrt{\frac{64}{225}} = -\frac{8}{15};
 \end{aligned}$$

$$\text{r) } \operatorname{ctg} \alpha = -2.$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}; \quad \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}};$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

№ 762 (а, б).

$$\text{а) } \sin \beta = \frac{9}{41}; \quad \cos \beta = \frac{40}{41};$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\left(\frac{9}{41}\right)^2 + \left(\frac{40}{41}\right)^2 = 1$$

$$\frac{81}{1681} + \frac{1600}{1681} = 1$$

$$\frac{1681}{1681} = 1$$

$$1 = 1$$

Для некоторого угла β данное условие может быть выполнено.

$$\text{б) } \sin \beta = \frac{3}{4}; \quad \cos \beta = \frac{1}{4};$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$\frac{9}{16} + \frac{1}{16} = 1$$

$$\frac{10}{16} = 1 \text{ (неверно)}$$

Не существует такого угла β , для которого может выполняться данное условие.

IV. Итог урока.

Решить устно.

1. Найдите: а) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 3$; б) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Могут ли одновременно выполняться равенства:

а) $\sin \alpha = \frac{1}{8}$, $\cos \alpha = \frac{7}{8}$; б) $\operatorname{tg} \alpha = 0$, $\operatorname{ctg} \alpha = -81$?

3. Выразите в радианах углы прямоугольного треугольника, у которого гипотенуза в 2 раза больше катета.

Ответы:

1: а) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$; б) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2: а) нет; б) нет.

3. $\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}$.

Домашнее задание: № 761, 762 (в, г), 771 (б) [2].

Урок 75

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

№ 771 (б) – у доски.

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{av^2 - a^2v}{a+v} \cdot \frac{a + \frac{av}{a-v}}{a - \frac{av}{a+v}} &= \frac{av(b-a)}{a+v} \cdot \frac{\frac{a^2 - av + av}{a-v}}{\frac{a^2 + av - av}{a+v}} = \\ &= \frac{-av(a-v)}{a+v} \cdot \frac{a^2}{a-v} \cdot \frac{a+v}{a^2} = -\frac{v}{a}. \end{aligned}$$

II. Устные упражнения.

1. Дано: $x = 2\operatorname{tg} \alpha$; $y = \frac{1}{4} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$. Найти: xy .

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.

2. Найдите $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 1$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. Дано: $\sin \alpha = 0,6$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найти: $\cos \alpha$.

Ответ: $\cos \alpha = -0,8$.

4. Дано: $\cos \alpha = 0,8$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найти: $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$.

Ответ: $\sin \alpha = -0,6$; $\operatorname{tg} \alpha = -0,75$.

III. Тренировочные упражнения.

№ 764, 766, 770.

IV. Итог урока.

Математический диктант с последующей проверкой и анализом ошибок.

ВАРИАНТ I

1. Чему равна сумма квадратов синуса 73° и косинуса 73° ?
2. Напишите выражение, тождественно равное единице, деленной на косинус квадрата β .

3. Вычислите синус острого угла, если его косинус равен $\frac{5}{13}$.

4. α – угол III четверти, $\sin \alpha = -0,3$. Чему равен $\cos \alpha$?

5. $\sin \alpha = 0,6$, $\cos \alpha = -0,4$. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

6. α – угол II четверти, $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

7. α – угол I четверти, $\sin \alpha = \frac{1}{9}$. Чему равен $\operatorname{ctg} \alpha$?

8. $\operatorname{tg} \alpha = 7$. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$.

Ответы: 1. 1. 2. $1 + \operatorname{tg}^2 \beta$. 3. $\frac{12}{13}$. 4. $-\sqrt{0,91}$. 5. $-\frac{3}{2}$. 6. $-2\sqrt{2}$.

7. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$. 8. $\frac{1}{7}$.

ВАРИАНТ II

1. Напишите выражение, тождественно равное единице, деленной на синус квадрата β .
2. Чему равна сумма квадратов косинуса 37° и синуса 37° ?

3. Вычислите косинус острого угла, если его синус равен $\frac{12}{13}$.

4. α – угол I четверти, $\cos \alpha = 0,2$. Чему равен $\sin \alpha$?

5. $\cos \alpha = 0,4$, $\sin \alpha = -0,6$. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$.

6. α – угол IV четверти, $\cos \alpha = \frac{2}{7}$. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

7. α – угол II четверти, $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Чему равен $\operatorname{ctg} \alpha$?

8. $\operatorname{ctg} \alpha = -3$. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$.

Ответы: 1. $1 + \operatorname{ctg}^2 \beta$. 2. 1. 3. $\frac{5}{13}$. 4. $\sqrt{0,96} = 0,4\sqrt{6}$. 5. $-\frac{2}{3}$.

6. $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$. 7. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$. 8. $-\frac{1}{3}$.

Домашнее задание: № 765, 767, 769 [2].

Урок 76

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

1. Разбор заданий, вызвавших затруднения при выполнении домашней работы.

Ответы:

№ 764: а) $-\frac{9}{40}$; б) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

№ 766: а) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$;

б) $\sin \alpha = \frac{15}{17}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{8}{15}$;

в) $\operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3}$; $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin \alpha = \frac{1}{2}$;

г) $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{5}$; $\cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29}$; $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{29}}{29}$.

№ 770.

а) $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$;

б) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$, $\operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$.

2. Повторить основные тригонометрические тождества.

II. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Вычислите:

а) $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

б) $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$;

в) $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{7}{24}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Вычислите значения тригонометрических функций угла β , зная, что:

а) $\cos \beta = \frac{40}{41}$ и $0 < \beta < \pi$; б) $\sin \beta = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{2}\pi$;

в) $\operatorname{tg} \beta = 2$ и $0 < \beta < \pi$.

ВАРИАНТ II

1. Вычислите:

а) $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

б) $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

в) $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Вычислите значения тригонометрических функций угла β , зная, что:

а) $\sin \beta = -\frac{40}{41}$ и $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{2}\pi$; б) $\cos \beta = \frac{4}{5}$ и $0 < \beta < \pi$;

в) $\operatorname{tg} \beta = -1$ и $\pi < \beta < 2\pi$.

III. Анализ выполнения самостоятельной работы.

Рассмотреть решения заданий, которые вызвали наибольшие затруднения.

Домашнее задание: п. 31, № 768 [2].

**Тема (п. 32): ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ
К ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ВЫРАЖЕНИЙ (4 ч)**

Цели: выработать умения и навыки выполнять несложные преобразования тригонометрических выражений.

Урок 77

Ход урока

I. Устный фронтальный опрос.

1. Повторить основные тригонометрические формулы

2. Устные упражнения:

1) Верно ли равенство $\cos^2 21^\circ + \sin^2 21^\circ = \sin^2 158^\circ + \cos^2 158^\circ$?

2) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha$ равен: -3 ; $\frac{1}{8}$; $0,6$; $\frac{a}{b}$.

3) Найдите наибольшее значение выражения:

а) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha$; б) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha$.

Ответы: 1) Да. 2) $-\frac{1}{3}$; 8 ; $\frac{5}{3}$; $\frac{b}{a}$; $\frac{1}{a+b}$. 3): а) 2; б) 1.

II. Изучение нового материала.

Самостоятельно изучить материал п. 32 [2, с. 172].

III. Тренировочные упражнения.

№ 773 (а, в, г); 774 (а, в, д), 776 (а, в), 778 (а, в, г), 781 (а, в).

Решение:

№ 773 (а, в, г).

$$\text{а) } 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg}^2 \alpha;$$

$$\text{в) } 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha;$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2}$$

№ 774 (а, в, д).

$$а) \operatorname{ctg} \beta - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta};$$

$$в) \frac{1 - \operatorname{ctg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma - 1} = \frac{1 - \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}}{\frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} - 1} = \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\sin \gamma} \cdot \frac{\sin \gamma - \cos \gamma}{\cos \gamma} =$$

$$= \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = \operatorname{ctg} \gamma;$$

$$д) \operatorname{tg}^2 \beta (\sin^2 \beta - 1) = -\frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \cdot \cos^2 \beta = -\sin^2 \beta.$$

№ 776 (а, в).

$$а) \frac{1 + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta}{(\sin \beta + \cos \beta)^2} = \frac{1 + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta}{\sin^2 \beta + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta + \cos^2 \beta} = \frac{1 + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta}{1 + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta} = 1;$$

$$в) \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \beta} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \beta}} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \beta}} = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1.$$

№ 778 (а, в, г).

$$а) \operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha = -\sin \alpha + \sin \alpha = 0;$$

$$в) \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha) - 1 = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1 = \sin^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha;$$

$$г) \frac{1 - \operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin \alpha + \cos(-\alpha)} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\sin \alpha + \cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

№ 781 (а, в).

$$а) 1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha.$$

Наибольшее значение выражения равно 2, так как $0 \leq \sin^2 \alpha \leq 1$,
 $0 \leq 2 \sin^2 \alpha \leq 2$;

$$\begin{aligned} \text{в) } \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - 1 &= \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 5 \cos^2 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha - 1 + \\ + 5 \cos^2 \alpha &= -\cos^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha = 4 \cos^2 \alpha. \end{aligned}$$

Наибольшее значение выражения равно 4, так как $0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1$, $0 \leq 4 \cos^2 \alpha \leq 4$.

IV. Итог урока.

Самостоятельное решение с последующей проверкой.

1. При каких значениях α разность $\sin \alpha - 1$ принимает наибольшее значение? Чему оно равно?

Ответ: 90° ; 450° ; -270° и т. д.; наибольшее значение разности $\sin \alpha - 1$ равно 0.

2. Найдите наименьшее и наибольшее значение суммы $2 \cos \alpha + 1$.

Ответ: -1 ; 3 .

3. В каких пределах изменяется числовое значение выражения $-5 + 4 \cos \alpha$?

Ответ: от -9 до -1 .

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{2}{2 - |\cos x|}.$$

Ответ: 2 ; 1 .

Домашнее задание: п. 32, № 775, 777, 780 [2]; подготовить сообщение о развитии теории тригонометрических функций (по желанию).

Урок 78

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Сообщения учащихся.

Можно использовать следующий материал.

Теорию тригонометрических функций, похожую на нашу, создал Леонард Эйлер (1707–1783), но сама тригонометрия – решение треугольников – насчитывает тысячелетнюю историю. Кое-что было известно уже вавилонянам, а древние греки знали большую часть соотношений, встречающихся в современных учебниках,

правда, выражали они их по-другому. Впрочем, и сами основные определения были у них не такие, как у нас, – вместо нашего синуса угла α они рассматривали хорду, стягивающую дугу, равную 2α . Без тригонометрии не могли обойтись астрономия и астрология – для их нужд приходилось решать треугольники, причем не только плоские, но и сферические, образованные окружностями большого круга. Астроном Птолемей (II в. н. э.), на труды которого до Коперника ссылалась вся Европа, и в тригонометрии долго пользовался авторитетом – он вел весьма сложные тригонометрические расчеты и составлял своего рода тригонометрические таблицы.

На востоке – в Индии, а позднее в арабских странах тригонометрия тоже развивалась. Средневековая Европа, подзабывшая греческую тригонометрию, вновь получила ее от арабских математиков. Воспринявший их уроки Иоганн Мюллер (1436–1476), по прозвищу Региомонтан, написал в 60-е гг. XV в. «Пять книг о треугольниках всех видов», появление которых можно считать временем выделения тригонометрии из астрономии (хотя сам Региомонтан был астрономом, и даже его специально приглашали в Рим для работ по усовершенствованию календаря). Тригонометрические вычисления вели и картографы, и навигаторы, и инженеры.

Большинство тригонометрических формул, вероятно, нужны немногим. Но тригонометрические функции, созданные для нужд практики, вошли в математическую теорию и обрели в ней новое значение и новые применения. Тригонометрические функции в некотором смысле простейшие периодические функции. В описании колебательных процессов в физике без них не обойтись. Но не зря и далекие от естествознания люди любят поминать поднимающийся вверх и падающий вниз, чтобы вновь подняться и вновь упасть, график синуса – периодичность, повторяемость, свойственна и истории, и обычной жизни: каждое утро встают и каждый вечер ложатся спать не одни астрономы и геодезисты.

Потому и приходится изучать тригонометрию, а пришедшие из Индии слова «синус» и «косинус» в настоящее время знакомы каждому школьнику.

III. Решение.

№ 782, 784 (а, в), 786 (а–д), 788.

Решение:

№ 782.

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,64$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} ((\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1)$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} (0,64 - 1) = \frac{1}{2} (-0,36) = -0,18.$$

№ 784 (а, в).

$$а) (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = 4$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = 4$$

$$4 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 4$$

$$4 = 4;$$

$$в) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

№ 786 (а-д).

$$а) \frac{\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$\frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$\frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} = \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \cos \alpha - \sin \alpha;$$

$$б) (1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha + 1 - 2\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$2(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) = \frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{2}{\cos^2\alpha} = \frac{2}{\cos^2\alpha};$$

$$\text{в) } \frac{\cos\beta}{1 - \sin\beta} - \frac{\cos\beta}{1 + \sin\beta} = 2\operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{\cos\beta + \sin\beta \cos\beta - \cos\beta + \sin\beta \cos\beta}{(1 - \sin\beta)(1 + \sin\beta)} = 2\operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{2\sin\beta \cos\beta}{1 - \sin^2\beta} = 2\operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{2\sin\beta \cos\beta}{\cos^2\beta} = 2\operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{2\sin\beta}{\cos\beta} = 2\operatorname{tg}\beta$$

$$2\operatorname{tg}\beta = 2\operatorname{tg}\beta;$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta;$$

$$\text{д) } \sin^2\alpha \cdot \cos^2\beta - \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$$

$$\sin^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - (1 - \sin^2\alpha) \sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$$

$$\sin^2\alpha - \sin^2\alpha \sin^2\beta - \sin^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$$

$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta.$$

№ 788.

$$\begin{aligned} \text{а) Если } \sin\alpha = 0,7, \text{ то } 1 - \sin\alpha \cos\alpha \operatorname{tg}\alpha &= 1 - \sin\alpha \cos\alpha \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \\ &= 1 - \sin^2\alpha = 1 - 0,49 = 0,51; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) если } \operatorname{tg} \alpha = 2, \text{ то } \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha &= \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \\ &= \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

IV. Итог урока.

Устное решение.

1. Дано: $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 10$. Найти: $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

Ответ: 98.

2. Дано: $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 2$. Найти: $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

Ответ: 2.

3. Дано: $x = 2 \operatorname{tg} \alpha$, $y = \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \alpha$. Найти: xy .

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Домашнее задание: № 783, 785, 789 [2].

Урок 79

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Фронтальный опрос.

Ответить на вопросы:

- 1) Назовите единицы измерения величины угла.
- 2) Что принимается за 1 радиан?
- 3) Выразите в радианах углы 180° , 270° , 360° .
- 4) Что называется синусом угла α ?
- 5) Что называется косинусом угла α ?
- 6) Какая формула выражает зависимость между $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$?
- 7) Укажите знаки $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если: а) α – угол I координатной четверти; б) α – угол II координатной четверти; в) α – угол III координатной четверти; г) α – угол IV координатной четверти.
- 8) Верно ли неравенство: а) $\sin \alpha > 1$; б) $\cos \alpha > 1$; в) $\sin \alpha < -1$; г) $\cos \alpha < -1$; д) $|\sin \alpha| \leq 1$; е) $|\cos \alpha| \leq 1$?
- 9) Дайте определение $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$.
- 10) Назовите какое-либо значение α , при котором формула

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ не имеет смысла. Поясните почему.

11) Назовите какое-либо значение α , при котором формула

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ не имеет смысла. Поясните почему.

12) Какие знаки имеют $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$ в каждой из координатных четвертей?

III. Тренировочные упражнения.

Самостоятельное решение, проверка, разбор ошибок.

1. Упростите: а) $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$; б) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 2$;

в) $(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y) : (\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y)$.

2. Вычислите: а) $\cos 60^\circ + 2 \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 60^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$;

б) $3 \cos 180^\circ + 5 \operatorname{ctg} 270^\circ - 2 \operatorname{tg} 0^\circ + 3 \operatorname{tg} 180^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ$.

3. Дано: $\sin \alpha + \cos \alpha = k$. Найти: а) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$; б) $\cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha$.

Ответы: 1: а) 1; б) 0; в) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y$. 2: а) 2; б) $-\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})$;

3: а) $\frac{k^2 - 1}{2}$; б) $\frac{k(3 - k^2)}{2}$.

IV. Итог урока.

Анализ деятельности на уроке.

Домашнее задание: № 787, 790 [2].

Урок 80

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

Упростите выражение:

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

2) $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$.

3) $1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

11) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$.

12) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$.

- 4) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1$.
- 5) $\sin^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta$.
- 6) $\cos^4 \beta + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta$.
- 7) $\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.
- 8) $\frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta - 1}$.
- 9) $\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha}$.
- 10) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$.

- 13) $\frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.
- 14) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha$.
- 15) $\frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.
- 16) $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.

ВАРИАНТ II

Упростите выражение:

- 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.
- 2) $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$.
- 3) $1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.
- 4) $4 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
- 5) $\cos^2 \beta - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta$.
- 6) $\sin^4 \beta + \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta$.
- 7) $\operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta - \sin^2 \beta$.
- 8) $\frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 1}$.
- 9) $\frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \sin \alpha}$.
- 10) $(1 - \cos^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$.
- 11) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.
- 12) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$.
- 13) $\frac{1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.
- 14) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha$.
- 15) $\frac{1 + \operatorname{ctg}^4 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}$.
- 16) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.

Решение:

Вариант I

- 1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
- 2) $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

$$3) 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = -\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$4) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1 = 1 + 1 = 2.$$

$$5) \sin^2 \beta - \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta = \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \beta) = \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \beta = \sin^4 \beta.$$

$$6) \cos^4 \beta + \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \beta (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = \cos^2 \beta.$$

$$7) \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha.$$

$$8) \frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta - 1} = \frac{\cos^2 \beta}{-\sin^2 \beta} = -\operatorname{ctg}^2 \beta.$$

$$9) \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha (1 + \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{\sin \alpha (\cos \alpha + 1)}{\cos \alpha (1 + \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$10) (1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$11) \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + 1 + 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} =$$

$$= \frac{2 + 2 \sin \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{2(1 + \sin \alpha)}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha}.$$

$$12) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{-2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

$$13) \frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} =$$

$$= \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \sin \alpha + \cos \alpha.$$

$$14) \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \sin^2 \alpha = \\ = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha - (1 - \sin^2 \alpha) = \\ = 2\sin^2 \alpha - 1 + \sin^2 \alpha = 3\sin^2 \alpha - 1.$$

$$15) \frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{(1 + \operatorname{tg}^4 \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^4 \alpha + 1} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$16) \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} + \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \\ = 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

Вариант II

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

$$2) \sin^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$3) 1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$4) 4 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 4 - 1 = 3.$$

$$5) \cos^2 \beta - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \beta (1 - \sin^2 \beta) = \cos^2 \beta \cdot \cos^2 \beta = \cos^4 \beta.$$

$$6) \sin^4 \beta + \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \beta = \sin^2 \beta (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = \sin^2 \beta.$$

$$7) \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta - \sin^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta.$$

$$8) \frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 1} = \frac{\sin^2 \beta}{-\cos^2 \beta} = -\operatorname{tg}^2 \beta.$$

$$9) \frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{1 + \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha (1 + \sin \alpha)} = \\ = \frac{\cos \alpha (\sin \alpha + 1)}{\sin \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$10) (1 - \cos^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$11) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 1 + 2\cos \alpha + \cos^2 \alpha}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha} =$$

$$= \frac{2 + 2\cos\alpha}{(1 + \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2(1 + \cos\alpha)}{(1 + \cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}.$$

$$\begin{aligned} 12) \quad & \frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} = \frac{\cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha - \cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha} = \\ & = \frac{-2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha} = -\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha} = -2\operatorname{tg}\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13) \quad & \frac{1 - 2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \\ & \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha)^2}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \sin\alpha - \cos\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14) \quad & \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha = (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + \cos^2\alpha = \\ & = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = \sin^2\alpha. \end{aligned}$$

$$15) \quad \frac{1 + \operatorname{ctg}^4\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1 + \operatorname{ctg}^4\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}} = \frac{(1 + \operatorname{ctg}^4\alpha)\operatorname{ctg}^2\alpha}{\operatorname{ctg}^4\alpha + 1} = \operatorname{ctg}^2\alpha.$$

$$\begin{aligned} 16) \quad & \frac{\cos^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\frac{1}{\cos^2\alpha}} - \frac{\sin^2\alpha}{\frac{1}{\sin^2\alpha}} = \cos^4\alpha - \sin^4\alpha = \\ & = (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \\ & = \cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1. \end{aligned}$$

После выполнения работы провести анализ, вспомнив основные тригонометрические формулы, формулы сокращенного умножения, методы разложения многочлена на множители.

Домашнее задание: п. 28–32 – подготовиться к контрольной работе, № 905, 921 [2].

Урок 81

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

ВАРИАНТ I

1. Вычислите: а) $5\sin 0^\circ + 3\cos 60^\circ$; б) $2\sin \frac{\pi}{2} - 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.

2. Упростите выражение: $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

3. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

4. Упростите выражение: $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

5. Докажите тождество: $\frac{1}{\sin x} - \sin x = \cos x \operatorname{ctg} x$.

ВАРИАНТ II

1. Вычислите: а) $\cos 180^\circ + 4 \operatorname{tg} 45^\circ$; б) $3 \cos \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{6}$.

2. Упростите выражение: $1 - \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha \sin \alpha$.

3. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

4. Упростите выражение: $\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

5. Докажите тождество: $\frac{1}{\cos \beta} - \cos \beta = \sin \beta \operatorname{tg} \beta$.

ВАРИАНТ III

1. Вычислите: а) $6 \sin 30^\circ - 2 \operatorname{tg} 45^\circ$; б) $4 \sin \pi + 2 \cos \frac{\pi}{3}$.

2. Упростите выражение: $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$.

3. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

4. Упростите выражение: $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$.

5. Докажите тождество:

$$\frac{(1 + \cos \alpha)^2 - (1 - \cos \alpha)^2}{4 \cos \alpha} - \sin^2 \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha \cos \alpha.$$

ВАРИАНТ IV

1. Вычислите: а) $3 \sin 180^\circ - 2 \cos 60^\circ$; б) $6 \sin \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.

2. Упростите выражение: $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$.

3. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

4. Упростите выражение: $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

5. Докажите тождество:

$$\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{2} - \cos^2 \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \sin \alpha.$$

Решение:

Вариант I

1: а) $5 \sin 0^\circ + 3 \cos 60^\circ = 5 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$;

б) $2 \sin \frac{\pi}{2} - 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = -1$.

2. $1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = 1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$.

3. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{12}.$$

4. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)} =$
 $= \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)} = \frac{1}{\sin \alpha}.$

5. $\frac{1}{\sin x} - \sin x = \cos x \operatorname{ctg} x$.

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} = \cos x \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \frac{\cos^2 x}{\sin x} \text{ (верно).}$$

Ответы: 1: а) $1 \frac{1}{2}$; б) -1 . 2. $\cos^2 \alpha$. 3. $-\frac{12}{13}$; $-\frac{5}{12}$. 4. $\frac{1}{\sin \alpha}$.

Вариант II

1: а) $\cos 180^\circ + 4 \operatorname{tg} 45^\circ = -1 + 4 \cdot 1 = 3$;

б) $3 \cos \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{6} = 3 \cdot 0 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -1$.

2. $1 - \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha \sin \alpha = 1 - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha \sin \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.

3. $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{64}{289}} = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = -\frac{15}{8}.$$

$$\begin{aligned} 4. \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} = \\ &= \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha}. \end{aligned}$$

5. $\frac{1}{\cos \beta} - \cos \beta = \sin \beta \operatorname{tg} \beta$.

$$\frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos \beta} = \sin \beta \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$\frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \text{ (верно).}$$

Ответы: 1: а) 3; б) -1. 2. $\sin^2 \alpha$. 3. $-\frac{15}{17}$; $-\frac{15}{8}$. 4. $\frac{1}{\cos \alpha}$.

Вариант III

1: а) $6 \sin 30^\circ - 2 \operatorname{tg} 45^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1$;

б) $4 \sin \pi + 2 \cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

2. $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$.

$$3. \sin \alpha = -\frac{3}{5} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}.$$

$$4. \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} =$$

$$= \frac{2 \sin \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

$$5. \frac{(1 + \cos \alpha)^2 - (1 - \cos \alpha)^2}{4 \cos \alpha} - \sin^2 \alpha = \operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{(1 + \cos \alpha)^2 - (1 - \cos \alpha)^2}{4 \cos \alpha} - \sin^2 \alpha =$$

$$= \frac{1 + 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1 + 2 \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{4 \cos \alpha} - \sin^2 \alpha = \frac{4 \cos \alpha}{4 \cos \alpha} - \sin^2 \alpha =$$

$$= 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha \cos \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{ОТВЕТЫ: 1. а) 1; б) 1. 2. } \cos^2 \alpha. \quad 3. -\frac{4}{5}; \frac{3}{4}. \quad 4. \frac{2}{\sin \alpha}.$$

Вариант IV

$$1. \text{ а) } 3 \sin 180^\circ - 2 \cos 60^\circ = 3 \cdot 0 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -1;$$

$$\text{б) } 6 \sin \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 6 \cdot 1 - 5 \cdot 1 = 1.$$

$$2. (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha.$$

$$3. \cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}.$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} &= \frac{\cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha - \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha}{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

$$5. \quad \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{2} - \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \sin \alpha.$$

$$\begin{aligned} &\frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{2} - \cos \alpha = \\ &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2} - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha.$$

Ответы: 1: а) -1; б) 1. 2. $\sin^2 \alpha$. 3. $\frac{3}{5}$; $-\frac{3}{4}$. 4. $2 \operatorname{tg} \alpha$.

ПОВТОРЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (1 ч)

Урок 82

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

1. Результаты контрольной работы.

2. Типичные ошибки, их исправление.

3. Повторение изученного материала:

1) связь между градусной и радианной мерами измерения углов;

2) знаки синуса и косинуса в каждой координатной четверти;

3) основные тригонометрические формулы:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

4. Устные упражнения:

1) Выразите в градусной мере углы в $\frac{\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{6}$; 3π радиан.

2) Выразите в радианной мере углы 45° ; 150° ; 720° .

3) Вычислите: а) $\sin 90^\circ + \cos 180^\circ$; б) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \cos 2\pi$.

4) Могут ли синус и косинус одного и того же аргумента быть равными соответственно: а) 0,4 и 0,7; б) $-\frac{2}{3}$ и $\frac{\sqrt{5}}{3}$?

Ответы: 1) 60° ; 150° ; 540° . 2) $\frac{\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{6}$; 4π . 3): а) 0; б) 0.

4): а) нет; б) да.

II. Тренировочные упражнения.

№ 812 (а), 905 (а), 917 (а), 922 (а), 923 (а), 924 (а) [2].

III. Итог урока.

Домашнее задание: № 812 (б), 905 (б), 917 (б), 922 (б), 923 (б), 924 (б) [2].

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ (20 часов)

Цели: систематизировать знания учащихся за курс алгебры 7–9 классов; обобщить их знания и умения.

Система упражнений делится: на упражнения для устной работы; письменные упражнения; задания для домашней работы.

Устные упражнения предназначены главным образом для фронтальной работы с учащимися. При выполнении многих упражнений желательно, чтобы учащиеся давали подробное обоснование ответа или решения.

На основе письменных упражнений можно организовать работу в группах.

Примерное тематическое планирование по урокам повторения

№ п/п	Тема	Количество уроков
1	Алгебраические выражения	4
2	Уравнения и системы уравнений	2
3	Задачи	3
4	Неравенства	3
5	Функции и графики	3
6	Итоговая контрольная работа	2
7	Анализ контрольной работы Решение примеров и задач на повторение Подведение итогов года	3

ПОВТОРЕНИЕ: АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ (4 ч)

Урок 83

Ход урока

I. Устные упражнения.

1. Представьте в виде десятичной дроби число:

а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{1}{8}$.

2. Вычислите $3\frac{1}{80} \cdot 5 + 2\frac{3}{8}$.

3. Какие из приведенных чисел являются рациональными:

$0,3$; $\sqrt{7}$; $\cos \frac{\pi}{3}$; $\sqrt{25}$; $1,(31)$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$; 0 ?

Чем отличается десятичная запись рационального и иррационального чисел?

II. Тренировочные упражнения.

№ 984 (б, г, е), 985 (б), 986 (а, в), 987 (б) [2]; из сборника № 44(1) [4, с. 99].

Решение:

№ 984 (б, г, е).

$$\begin{aligned}
 \text{б) } 2 \cdot 2\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{13}{15} &= 4\frac{4}{5} - 10 + \frac{13}{15} = 4\frac{12}{15} + \frac{13}{15} - 10 = \\
 &= 5\frac{2}{3} - 10 = -4\frac{1}{3};
 \end{aligned}$$

$$\text{г)} \left(3\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10} \right) : 1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + 2\frac{3}{4} = -\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} = -\frac{8}{20} + 2\frac{15}{20} = 2\frac{7}{20};$$

$$\text{е)} \left(2,125 \cdot 1\frac{15}{17} - 1\frac{7}{12} \right) : 7,25 = \left(\frac{17}{8} \cdot \frac{32}{17} - 1\frac{7}{12} \right) : 7\frac{1}{4} = \left(4 - 1\frac{7}{12} \right) : 7\frac{1}{4} = 2\frac{5}{15} : 7\frac{1}{4} = \frac{29}{12} \cdot \frac{4}{29} = \frac{1}{3}.$$

ОТВЕТ: б) $-4\frac{1}{3}$; г) $2\frac{7}{20}$; е) $\frac{1}{3}$.

№ 985 (б).

$$\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9} - \frac{1}{3}} = \frac{22,6 + 2}{\frac{1}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{24,6}{-\frac{1}{6}} = -147,6.$$

ОТВЕТ: $-147,6$.

№ 986 (а, в).

$$\text{а)} \left(1,6^2 - 2,2 \cdot \frac{3}{11} \right) : 1,4 = (2,56 - 0,6) : 1,4 = 1,96 : 1,4 = 1,4;$$

$$\text{в)} \left(\frac{3}{64} \cdot 5\frac{1}{3} - \frac{-1}{3} \right) : \left(-\frac{1}{3} \right)^3 + (-1)^5 = \left(\frac{3}{64} \cdot \frac{16}{3} + \frac{1}{3} \right) : \left(-\frac{1}{27} \right) - 1 = \frac{3+4}{12} \cdot (-27) - 1 = \frac{-7 \cdot 27}{12} - 1 = -\frac{189}{12} - 1 = -15\frac{3}{4} - 1 = -16\frac{3}{4}.$$

ОТВЕТ: а) 1,4; в) $-16\frac{3}{4}$.

№ 987 (б).

$$\begin{aligned} \text{б)} \text{ Если } m = \frac{2}{3}, \text{ то } \frac{1-m^2}{3m^2-m} &= \frac{(1-m)(1+m)}{m(3m-1)} = \\ &= \frac{\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1+\frac{2}{3}\right)}{\frac{2}{3} \cdot \left(3 \cdot \frac{2}{3} - 1\right)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

ОТВЕТ: $\frac{5}{6}$.

№ 44 (1) из сборника [4. с. 99].

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}, \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} \text{ и } \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

Так как функция $y = x^2$ возрастает на $[0; +\infty)$,

$$\frac{3}{5} < \frac{5}{3} \text{ то } \left(\frac{3}{5}\right)^2 < \left(\frac{5}{3}\right)^2.$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 > 0, \left(\frac{5}{3}\right)^2 > 0.$$

$$-\left(\frac{3}{5}\right)^3 < 0.$$

$$-\left(\frac{3}{5}\right)^3 < \left(\frac{3}{5}\right)^2 < \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} < \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} < \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}.$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}; \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}; \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}.$$

III. Итог урока.

Повторить ответы на вопросы:

1: а) Определения натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных чисел.

б) Как может быть представлено каждое рациональное число?

2: а) В чем заключается основное свойство дроби?

б) Правило изменения закона дроби.

в) Правила сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

г) Правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями.

д) Правило умножения дробей. Правило деления одной дроби на другую.

3. Чему равна разность квадратов двух выражений?

4: а) Определение степени с целым показателем.

б) Какому числу (положительному или отрицательному) равна четная (нечетная) степень отрицательного числа?

Домашнее задание: № 8–10 [2, с. 240], п. 41 [2, с. 248] – повторить, № 984 (а, в, д), 985 (а), 986 (б, г), 987 (а, в); из сборника № 44 (2) [4. с. 99].

Урок 84

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Повторение учебного материала по теме «Алгебраические выражения».

1. Определение квадратного корня из числа a . Определение арифметического корня из числа a .

2. Когда выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл и не имеет смысла?

3. Свойства арифметического квадратного корня:

а) Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

б) Если $a \geq 0$ и $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

в) При любом значении a верно равенство $\sqrt{a^2} = |a|$.

III. Решение.

№ 992 (а); из сборника № 54 (1), 56 (1), 57 (1), 58 (1), 60 (1), 148 (1), 150 (1) [4, с. 100–101, 112].

Решение:

№ 992 (а).

$$\begin{aligned} (\sqrt{15} + \sqrt{10}) \cdot 2\sqrt{5} - 5\sqrt{12} &= \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{5} - 5\sqrt{4 \cdot 3} = \\ &= 10(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 10\sqrt{3} = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{3} = 10\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Ответ: $10\sqrt{2}$.

№ 54 (1).

$$\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + 3 = |3-2\sqrt{3}| + 3$$

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

$$3,4 < 2\sqrt{3} < 3,6$$

$$-3,6 < -2\sqrt{3} < -3,4$$

$$-0,6 < 3 - 2\sqrt{3} < -0,4$$

Так как $3 - 2\sqrt{3} < 0$, то $|3 - 2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - 3$

$$\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + 3 = |3-2\sqrt{3}| + 3 = 2\sqrt{3} - 3 + 3 = 2\sqrt{3}.$$

Ответ: $2\sqrt{3}$.

№ 56 (1).

$$3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$$

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

$$-3 < -2\sqrt{2} < -2,8$$

$$0 < 3 - 2\sqrt{2} < 0,2$$

Так как $3 - 2\sqrt{2} > 0$, то $|3 - 2\sqrt{2}| = 3 - 2\sqrt{2}$; $(3 - 2\sqrt{2})^2 =$
 $= 9 - 12\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}.$

$$\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} = |3 - 2\sqrt{2}| = 3 - 2\sqrt{2}.$$

№ 57 (1).

$$\frac{3 - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$$

$$\frac{3 - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0, |\sqrt{3} - \sqrt{2}| = \sqrt{3} - \sqrt{2},$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}-\sqrt{2}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}-\sqrt{2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

№ 58 (1).

$$\sqrt{140} \text{ и } \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \frac{14}{49-48} = 14.$$

$$14 = \sqrt{196}$$

$$\sqrt{140} < \sqrt{196}$$

$$\sqrt{140} < 14$$

$$\sqrt{140} < \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{140} < \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}.$$

№ 60 (1).

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2}{\sqrt{2}}, 4\sqrt{0,5} \text{ и } 0,5$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$4\sqrt{0,5} = 4\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2} \text{ и } \frac{1}{2}$$

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5.$$

$$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \sqrt{2} < 2\sqrt{2}.$$

$$0,5 < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2}{\sqrt{2}} < 4\sqrt{0,5}.$$

$$\text{Ответ: } 0,5 < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2}{\sqrt{2}} < 4\sqrt{0,5}.$$

№ 148 (1).

$$\sqrt{6} + \sqrt{10} \text{ и } \sqrt{5} + \sqrt{11}$$

Так как $\sqrt{6} + \sqrt{10} > 0$ и $\sqrt{5} + \sqrt{11} > 0$, то возведем в квадрат данные суммы и сравним их.

$$(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 2\sqrt{60} + 10 = 16 + 2\sqrt{60}.$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2 = 5 + 2\sqrt{55} + 11 = 16 + 2\sqrt{55}.$$

Так как $\sqrt{60} > \sqrt{55}$, то $16 + 2\sqrt{60} > 16 + 2\sqrt{55}$.

Значит: $(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 > (\sqrt{5} + \sqrt{11})^2$.

Тогда $\sqrt{6} + \sqrt{10} > \sqrt{5} + \sqrt{11}$.

Ответ: $\sqrt{6} + \sqrt{10} > \sqrt{5} + \sqrt{11}$.

№ 150 (1).

$$\sqrt{26} + \sqrt{24} \text{ и } 10$$

$$(\sqrt{26} + \sqrt{24})^2 = 26 + 2\sqrt{26 \cdot 24} + 24 = 50 + 2\sqrt{624} = 50 + \sqrt{2496}$$

$$10^2 = 100 = 50 + 50 = 50 + \sqrt{2500}$$

$$50 + \sqrt{2496} < 50 + \sqrt{2500}$$

$$(\sqrt{26} + \sqrt{24})^2 < 10^2.$$

Так как $\sqrt{26} + \sqrt{24} > 0$ и $10 > 0$ и $(\sqrt{26} + \sqrt{24})^2 < 10^2$, то

$$\sqrt{26} + \sqrt{24} < 10.$$

Ответ: $\sqrt{26} + \sqrt{24} < 10$.

IV. Итог урока.

Устные упражнения.

1) Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)^0; \text{ б) } (-0,7)^2; \text{ в) } \left(8 - 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^0 \right)^{-2}; \text{ г) } 5 \cdot 10^{-2}.$$

2) Что больше: $\sqrt{17}$ или $3\sqrt{2}$?

3) При каких значениях a верно равенство:

$$\sqrt{16 - 8a + a^2} = a - 4?$$

Ответы: 1): а) 1; б) 0,49; в) $\frac{1}{4}$; г) 0,05. 2) $3\sqrt{2}$. 3) $a > 4$.

Домашнее задание: п. 12 [2, с. 242] – повторить, № 992 (б, в); из сборника № 54 (2), 56 (2), 57 (2), 58 (2), 60 (2), 148 (2), 150 (2) [4].

Урок 85

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответы:

№ 992: б) $\frac{\sqrt{10} - 2}{\sqrt{5} - 3}$; в) 3.

№ 54 (2): -4 .

№ 56 (2): $\frac{1}{5\sqrt{2} - 7} - \frac{1}{5\sqrt{2} + 7} < \sqrt{250}$.

№ 60 (2): $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $2\sqrt{0,5}$; $\frac{3}{\sqrt{3}}$; 1,5.

№ 148 (2): $\sqrt{3} + \sqrt{6} > \sqrt{2} + \sqrt{7}$.

№ 150 (2): $\sqrt{50} + \sqrt{48} < 14$.

II. Повторение учебного материала.

1. Правила раскрытия скобок, если перед ними стоит знак «плюс» («минус»).

2. Правило умножения одночлена на многочлен. Правило умножения многочлена на многочлен.

3. Формулы сокращенного умножения:

а) квадрат суммы (разности) двух выражений;

б) разность квадратов двух выражений;

в) сумма (разность) кубов двух выражений.

4. Что называют разложением многочлена на множители? Методы разложения многочлена на множители.

5. Действия над рациональными дробями.

III. Тренировочные упражнения.

№ 1000 (а, в, д, ж), 1004 (а, в, д); из сборника [4] № 6 (1), 15 (1), с. 94, 95, № 26 (1), с. 97, № 33 (1), с. 98.

Решение:

№ 1000 (а, в, д, ж).

а) $(x - 2y)(x + 2y) + 4y^2 = x^2 - 4y^2 + 4y^2 = x^2$;

в) $(5x - 1)^2 + 10x = 25x^2 - 10x + 1 + 10x = 25x^2 + 1$;

д) $(m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2) + 6n^3 = m^3 - 8n^3 + 6n^3 = m^3 - 2n^3$;

ж) $(3x - 4y)^2 - (2x - 7y)(4x + 2y) = 9x^2 - 24xy + 16y^2 - 8x^2 - 4xy + 28xy + 14y^2 = x^2 + 30y^2$;

Ответ: а) x^2 ; в) $25x^2 + 1$; д) $m^3 - 2n^3$; ж) $x^2 + 30y^2$.

№ 1004 (а, в, д).

а) $x^4 - 25y^2 = (x^2 - 5y)(x^2 + 5y)$;

в) $8a^3 + c^3 = (2a + c)(4a^2 - 2ac + c^2)$;

д) $9av^2 - 16ac^2 = a(9v^2 - 16c^2) = a(3v - 4c)(3v + 4c)$.

Ответ: а) $(x^2 - 5y)(x^2 + 5y)$; в) $(2a + c)(4a^2 - 2ac + c^2)$;

д) $a(3v - 4c)(3v + 4c)$.

№ 6 (1).

$$2x^2 - 20xy + 50y^2 - 2 = 2(x^2 - 10xy + 25y^2 - 1) = 2((x - 5y)^2 - 1) = 2(x - 5y - 1)(x - 5y + 1).$$

Ответ: $2(x - 5y - 1)(x - 5y + 1)$.

№ 15 (1).

$$\begin{aligned} & \frac{x-3}{4x^2+24x+36} : \left(\frac{x}{3x-9} - \frac{3}{x^2+3x} + \frac{x^2+9}{27-3x^2} \right) = \\ & = \frac{x-3}{4(x+3)^2} : \left(\frac{x}{3(x-3)} - \frac{3}{x(x+3)} - \frac{x^2+9}{3(x-3)(x+3)} \right) = \\ & = \frac{x-3}{4(x+3)^2} : \frac{x^2(x+3) - 9(x-3) - (x^2+9)x}{3x(x-3)(x+3)} = \\ & = \frac{x-3}{4(x+3)^2} : \frac{x^3+3x^2-9x+27-x^3-9x}{3x(x-3)(x+3)} = \\ & = \frac{x-3}{4(x+3)^2} \cdot \frac{3x(x-3)(x+3)}{3(x-3)^2} = \frac{x}{4(x+3)} = \frac{x}{4x+12}. \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{x}{4x+12}$.

№ 26 (1).

$$3x^2 + 11x - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 121 + 48 = 169$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-11 \pm 13}{6}$$

$$x_1 = -4, x_2 = \frac{1}{3}$$

$$3x^2 + 11x - 4 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 4) = (3x - 1)(x + 4).$$

$$\begin{aligned} & \frac{x+40}{x^3-16x} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2} \right) = \\ & = \frac{x+40}{x(x-4)(x+4)} : \left(\frac{x-4}{3(x-1)(x+4)} + \frac{16}{(x-4)(x+4)} \right) = \\ & = \frac{x+40}{x(x-4)(x+4)} : \frac{(x-4)^2 + 16(3x-1)}{(3x-1)(x-4)(x+4)} = \\ & = \frac{x+40}{x(x-4)(x+4)} : \frac{(3x-1)(x-4)(x+4)}{x^2-8x+16+48x-16} = \frac{x+40}{x} \cdot \frac{3x-1}{x(x+40)} = \\ & = \frac{3x-1}{x^2}. \end{aligned}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{3x-1}{x^2}.$$

№ 33 (1).

$$\begin{aligned} & \frac{16a^2 - 8a + 1}{1 - 4a + x - 4ax} = \frac{(4a-1)^2}{(1-4a)+x(1-4a)} = \frac{(1-4a)^2}{(1-4a)(1+x)} = \\ & = \frac{1-4a}{1+x}. \end{aligned}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{1-4a}{1+x}.$$

IV. Итог урока.

Устные упражнения:

1) Преобразуйте в многочлен:

а) $(5a - e)(5a + e)$; б) $(3a - 2e)(2e + 3a)$;

в) $(3a + e)^2$; г) $(3x^2 - 5y)^2$.

2) Вставьте вместо пропусков такие одночлены, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $(15a - \dots)^2 = \dots + 144x^2$;

б) $(\dots + 3xy)^2 = \dots + 24xy + \dots$;

в) $(\dots - e^2)(e^2 + \dots) = 25 - e^4$;

г) $(17 - \dots)(17 + \dots) = 289 - 9a^2$.

Ответы:

а) $(15a - 12x)^2 = 225a^2 - 360ax + 144x^2$;

б) $(4 + 3xy)^2 = 16 + 24xy + 9x^2y^2$;

в) $(5 - e^2)(e^2 + 5) = 25 - e^4$;

г) $(17 - 3a)(17 + 3a) = 289 - 9a^2$.

3) Сократите дробь:

а) $\frac{18a^3e^4}{12ae^2}$, б) $\frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 9}$, в) $\frac{x + y}{x^2 - y^2}$, г) $\frac{m^2 - 4m + 4}{m - 2}$,

д) $\frac{a^2 - 4}{3a + 6}$, е) $\frac{3c}{c^2 - c}$.

Ответы: а) $\frac{3a^2e^2}{2}$; б) $\frac{a+3}{a-3}$; в) $\frac{1}{x-y}$; г) $m-2$; д) $\frac{a-2}{3}$;

е) $\frac{3}{c-1}$.

4) Выполните действия:

а) $\frac{42x^4}{x^2} \cdot \frac{y^5}{x^3}$; б) $12x^2y^4 : \frac{4y^3}{x}$; в) $(a+x) \cdot \frac{ax}{a^3+x^3}$;

г) $\frac{2xy}{5(x-y)} : \frac{3x^2}{(y-x)^2}$; д) $\left(\frac{1}{2}a^2e\right)^{-3}$.

Ответы: а) $42y^3$; б) $3x^3$; в) $\frac{ax}{a^2-ax+x^2}$; г) $\frac{2y(x-y)}{15x}$; д) $\frac{8}{a^6e^3}$.

Домашнее задание: п. 1–9 [2, с. 238–241] – повторить, № 1000 (б, г, е, з), 1004 (б, г, е); из сборника № 6 (2), 15 (2), 26 (2), 33 (2) [4].

Урок 86

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Разбор заданий, вызвавших наибольшие затруднения.

Ответы:

№ 1000.

б) $a^2 - 9a^2$; г) $9y^2 + 32z^2$; е) $c^2 - 64d^3$; з) $24x^2 + 18x + 27$.

№ 1004.

б) $(2a - 0,1c^3)(2a + 0,1c^3)$; г) $(x^3 - 3)(x^6 + 3x^3 + 9)$;

е) $-5xy(2y - 3x) \cdot (2y + 3x)$.

№ 6 (2).

$3(a + 2a - 2)(a + 2a + 2)$.

№ 15 (2). $\frac{12 - 3y}{y}$.

№ 26 (2). $\frac{2x + 1}{x^2}$.

№ 33 (2). $\frac{1 + y}{1 - 6c}$.

II. Устные упражнения.

1. Разложите на множители:

а) $4a^2 + 12a + 9$; б) $a^2 - 2a + 1$; в) $125x^3 + 64$; г) $3^{n+1} - 3^{n-1}$.

2. Вычислите: а) $\sqrt{5^6 \cdot 64 \cdot 5^4}$; б) $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

Ответы: 1: а) $(2a + 3)^2$; б) $(a - 1)^2$; в) $(5x + 4)(25x^2 - 20x + 16)$; г) $8 \cdot 3^{n-1}$. 2: а) 25000; б) 10.

III. Решение.

Из сборника [4]: № 39 (1), 41 (1), 42 (1), с. 99; № 49 (1), с. 100, № 64 (1), с. 101.

Решение:

№ 39 (1).

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{a+1}}}$$

$$a+1 \neq 0 \text{ или } 1 - \frac{1}{a+1} \neq 0 \text{ или } 1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{a+1}} \neq 0$$

$$a \neq -1 \text{ или } \frac{a}{a+1} \neq 0 \text{ или } 1 - \frac{a}{\frac{a}{a+1}} \neq 0$$

$$a \neq 0, a \neq -1 \text{ или } a \neq 0.$$

Выражение имеет смысл при всех значениях переменной, кроме -1 и 0 .

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty).$$

№ 41 (1).

$$a - b = 4 \text{ и } ab = 1,5$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab, (a - b)^2 = 4^2 = 16, 2ab = 2 \cdot 1,5 = 3$$

$$a^2 + b^2 = 16 + 3 = 19.$$

Ответ: 19.

№ 42 (1).

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{-3}, \frac{7}{8}, \left(\frac{8}{7}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{7}\right)^3; \left(\frac{8}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{8}\right)^3$$

$$\frac{7}{8} < \left(\frac{7}{8}\right)^3, \left(\frac{7}{8}\right)^3 < \left(\frac{8}{7}\right)^3$$

$$\frac{7}{8} < \left(\frac{7}{8}\right)^3 < \left(\frac{8}{7}\right)^3$$

$$\frac{7}{8} < \left(\frac{8}{7}\right)^{-3} < \left(\frac{7}{8}\right)^{-3}$$

Ответ: $\frac{7}{8}, \left(\frac{8}{7}\right)^{-3}, \left(\frac{7}{8}\right)^{-3}$.

№ 49 (1).

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n \left(5 - \frac{1}{5}\right)}{2 \cdot 5^n} = \frac{4\frac{4}{5}}{2} = 2\frac{2}{5}.$$

Ответ: $2\frac{2}{5}$.

№ 64 (1).

$$\begin{aligned} \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a - b} &= \frac{ab}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} \\ \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} &= \frac{ab}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \\ \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} &= \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \end{aligned}$$

IV. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

ВАРИАНТ II

1. Упростите:

а) $2y(y + 5) - 3y(y - 3)$;

а) $(a - 3)(a + 3) - 2a(4 - a)$;

б) $(2a - b)^2 - (2a + b)^2$.

б) $(3x + 1)^2 - (3x - 1)^2$.

2. Разложите на множители:

а) $2ab - 2b^2$,

а) $5a^2 + 5ab$;

б) $6mn - 3m^2n + 3mn^2$;

б) $4ac^2 - 8ac + 4a^2c$;

в) $y^3 - 4y$;

в) $9n - n^3$;

г) $-15ax^2 - 15ay^2 - 30axy$;

г) $50ab - 25a^2 - 25b^2$;

д) $a^4 - 9x^2$;

д) $49x^2 - y^4$;

е) $81 - (x + 7)^2$.

е) $(a - 3)^2 - 25$.

3. Упростите:

$$\left(\frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x}{9+3x} \right) :$$

$$\left(\frac{9}{x^3-9x} + \frac{1}{x+3} \right)$$

$$\left(\frac{25}{a^3-25a} + \frac{1}{a+5} \right) :$$

$$\left(\frac{a-5}{a^2+5a} - \frac{a}{25+5a} \right)$$

Решение:

Вариант I

1: а) $2y^2 + 10y - 3y^2 + 9y =$

$$= -y^2 + 19y;$$

б) $4a^2 - 4ав + в^2 - 4a^2 - 4ав - в^2 = -8ав.$

2: а) $2в(а - в);$

б) $3mn(2 - m + n);$

в) $y(y - 2)(y + 2);$

г) $-15a(x^2 + y^2 + 2xy) =$
 $= -15a(x + y)^2;$

д) $(a^2 - 3x)(a^2 + 3x);$

е) $(9 - x - 7)(9 + x + 7) =$
 $= (2 - x) \cdot (16 + x).$

3. $\left(\frac{x-3}{x(x+3)} - \frac{x}{3(x+3)} \right) :$

$$\left(\frac{9}{x(x-3)(x+3)} + \frac{1}{x+3} \right) =$$

$$= \left(\frac{x-3}{x(x+3)} - \frac{x}{3(x+3)} \right) :$$

$$\frac{9+x^2-3x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{3x-9-x^2}{3x(x+3)}.$$

$$\frac{x(x-3)(x+3)}{9+x^2-3x} = -\frac{x-3}{3} =$$

$$= \frac{3-x}{3}.$$

Вариант II

1: а) $a^2 - 9 - 8a + 2a^2 = 3a^2 - 8a - 9;$

б) $9x^2 + 6x + 1 - 9x^2 + 6x - 1 = 12x.$

2: а) $5a(a + в);$

б) $4ac(c - 2 + a);$

в) $n(3 - n)(3 + n);$

г) $-25(a^2 - 2ав + в^2) =$
 $= -25(a - в)^2;$

д) $(7x - y^2)(7x + y^2);$

е) $(a - 3 - 5)(a - 3 + 5) =$
 $= (a - 8) \cdot (a + 2).$

3. $\left(\frac{25}{a(a-5)(a+5)} + \frac{1}{a+5} \right) :$

$$\left(\frac{a-5}{a(a+5)} - \frac{a}{5(5+a)} \right) =$$

$$= \frac{25+a^2-5a}{a(a-5)(a+5)} : \frac{5a-25-a^2}{5a(a+5)} =$$

$$= \frac{a^2-5a+25}{a(a-5)(a+5)} \cdot \left(\frac{5a(a+5)}{-a^2+5a-25} \right) =$$

$$= -\frac{5}{a-5} = \frac{5}{5-a}.$$

Домашнее задание: из сборника № 39 (2), 41 (2), 42 (2), 49 (2), 64 (2) [4].

ПОВТОРЕНИЕ: УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ (2 ч)

Урок 87

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

II. Устный опрос.

1. Определения и методы решений уравнений:

а) линейного; б) квадратного; в) биквадратного; г) дробного.

Можно использовать материал т а б л и ц :

Линейное уравнение	Квадратное уравнение
$ax = b$, x – переменная, a и b – числа. 1) $a \neq 0$, $x = \frac{b}{a}$; 2) $a = 0$, $b \neq 0$, корней нет; 3) $a = 0$, $b = 0$, x – любое	$ax^2 + bx + c = 0$, x – переменная, a, b, c – числа, $a \neq 0$. 1) $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$ $x(ax + b) = 0$ $x = 0$ или $x = -\frac{b}{a}$; 2) $b = 0$, $ax^2 + c = 0$ $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$, $-\frac{c}{a} > 0$ нет корней, $-\frac{c}{a} < 0$; 3) $D = b^2 - 4ac$. а) $D > 0$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; б) $D = 0$, $x = -\frac{b}{2a}$; в) $D < 0$, нет корней; г) $ax^2 + 2kx + c = 0$ $x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$, $D_1 = k^2 - ac$

Биквадратное уравнение	Дробное уравнение
$ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$. Метод введения новой переменной. Пусть $x^2 = y$, тогда $ay^2 + by + c = 0, a \neq 0$ – квадратное уравнение с переменной y	Алгоритм: 1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение; 2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель; 3) решить получившееся целое уравнение; 4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель

2. Устные упражнения:

1) Поясните смысл задания: решить уравнение $x(x + 1) = 6$.

2) Трем ученикам предложим следующее задание: решить уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$. Они дали следующие ответы: первый: $x = 4$; второй: $x = 4$; третий: «решений нет». Кто из них верно выполнил задание?

3) Трем ученикам предложили следующее задание: решить уравнение: $(x^2 + 4)(x^2 + 9) = 0$. Они дали ответы: первый: $x = 2$; $x = -2$; второй: $x = 3$, $x = -3$; третий: «решений нет». Кто из них верно решил уравнение?

4) Решите уравнение:

а) $-2x = 17$; б) $5 - 3x = 0$; в) $0,2x = -1$; г) $2x^2 - 18 = 0$;

д) $2x + 1 = 3x - x$; е) $x^2 - 6x + 9 = 0$; ж) $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$;

з) $(x + 5)(x - 1,5) = 0$.

III. Тренировочные упражнения.

Из сборника № 74 (1), 76 (1), 80 (1), 88 (1), 96 (1), 99 (1) [4, с. 101–105].

Решение:

№ 74 (1).

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0$$

Пусть $x^2 = t$, тогда $t^2 - 7t + 12 = 0$

$$t_1 = 3, t_2 = 4$$

$$x^2 = 3 \text{ или } x^2 = 4$$

$$x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}, x_3 = -2, x_4 = 2.$$

Ответ: $-2, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, 2$.

№ 76 (1).

$$(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) + 60 = 0$$

Пусть $x^2 + 4x = t$, тогда

$$t(t - 17) + 60 = 0$$

$$t^2 - 17t + 60 = 0$$

$$D = 289 - 240 = 49$$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{2}$$

$$t_1 = 12, t_2 = 5$$

Ответ: -6; -5; 1; 2.

$$1) x^2 + 4x = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x_1 = -6, x_2 = 2$$

$$2) x^2 + 4x = 5$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_3 = -5, x_4 = 1.$$

№ 80 (1).

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x^2(x - 3) - 4(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = 2; x_3 = 3.$$

Ответ: -2; 2; 3.

№ 88 (1).

$$\frac{6}{x^2 - 2x} - \frac{12}{x^2 + 2x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{6}{x(x - 2)} - \frac{12}{x(x + 2)} = \frac{1}{x}$$

$$x \neq 0, x \neq 2, x \neq -2.$$

$$6(x + 2) - 12(x - 2) = (x + 2)(x - 2)$$

$$6x + 12 - 12x + 24 - x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0.$$

$$x_1 = -10, x_2 = 4$$

Ответ: -10; 4.

№ 96 (1).

$$x^2 + kx + 9 = 0$$

Уравнение имеет корни, если $D \geq 0$.

$$D = k^2 - 36$$

$$k^2 - 36 \geq 0$$

$$k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty).$$

Так как $k = -10,5$; $-10,5 \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$, то при $k = -10,5$

уравнение имеет корни.

Так как $k = 0,7$; $0,7 \notin (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$, то при $k = 0,7$ уравнение не имеет корней.

Ответ: $k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$, уравнение имеет корни при $k = -10,5$, не имеет корней при $k = 0,7$.

№ 99 (1).

$$kx^2 - 6x + k = 0$$

Уравнение имеет корни, если $D > 0$.

$$D = 36 - 4k^2$$

$$36 - 4k^2 > 0$$

$$9 - k^2 > 0$$

$$k^2 - 9 < 0$$

$$k \in (-3; 3)$$

Если $k = 0$, то уравнение примет вид $6x = 0$. Оно имеет один корень. Следовательно, $k \in (-3; 0) \cup (0; 3)$.

Если $k = 1$, то уравнение примет вид $x^2 - 6x + 1 = 0$.

Ответ: $k \in (-3; 0) \cup (0; 3)$; $x^2 - 6x + 1 = 0$.

IV. Итог урока.

Домашнее задание: п. 13–24 [2, с. 242–245] – повторить; из сборника №74 (2), 76 (2), 80 (2), 88 (2), 96 (2), 99 (2) [4, с. 102–105].

Урок 88

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

II. Устные упражнения.

1. Выразите одну переменную через другую из уравнения:

а) $5x + 2y = -6$; б) $xy - 3 = 0$.

2. Решите уравнение:

а) $x^2 - 64 = 0$; б) $y^2 + 49 = 0$; в) $2p^2 - p = 0$;

г) $9x^2 + 6x + 1 = 0$; д) $x^2 - 4x + 3 = 0$.

3. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x - y = 4, \\ 2x - y = 2. \end{cases}$

4. При каких значениях a имеет смысл выражение:

а) $\frac{1}{a-2}$; б) $\frac{a-1}{a+1}$; в) $\frac{a+1}{a(a-3)}$?

Ответы:

1: а) $y = -2,5x - 3$; $x = -0,4y - 1,2$; б) $x = \frac{3}{y}$, $y = \frac{3}{x}$.

2: а) -8 ; 8 ; б) нет корней; в) 0 ; $0,5$; г) $-\frac{1}{3}$; д) 1 ; 3 .

3: а) $(1,5; 0,5)$; б) $(1; 0)$.

4: а) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$; б) $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$.

в) $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$.

III. Решение.

Из сборника № 102 (1), 105 (1), 112 (1), 118 (1), 120 (1) [4, с. 106–108].

Решение:

№ 102 (1).

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 5, \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 5, \\ x^2 + 2x(x - 5)^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 5 \\ x^2 + 2x^2 - 10x - x^2 + 10x - 25 + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 5, \\ x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = -8; \\ x = 3, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: $(-3; -8)$, $(3; -2)$.

№ 105 (1).

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2, \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2, \\ x = 2y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (2y + 6)^2 - y(2y + 6) - 12 + y^2 = 0, \\ x = 2y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4y^2 + 24y + 36 - 2y^2 - 6y - 12 + y^2 = 0, \\ x = 2y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 6y + 8 = 0, \\ x = 2y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y+4)(y+2) = 0, \\ x+2y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = -4; \\ x = 2, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -4), (2; -2)$.

№ 112 (1).

$$\begin{aligned} \begin{cases} x-y=7, \\ \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{7}{12} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ \frac{x^2-y^2}{xy}=\frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ \frac{(x-y)(x+y)}{xy}=\frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ \frac{x+y}{xy}=\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+7, \\ 12x+12y-xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+7, \\ 12(y+7)+12y-y(y+7)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+7, \\ 12y+84+12y-y^2-7y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+7, \\ y^2-17y-84=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=28, \\ y=21; \\ x=3, \\ y=-4. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(28; 21), (3; -4)$.

№ 118 (1).

$$k = kx + l, (18; 0); (0; 9).$$

Так как точки с координатами $(18; 0), (0; 9)$ принадлежат прямой $y = kx + l$, то их координаты удовлетворяют уравнению прямой, т. е.

$$\begin{cases} 18k + l = 0; \\ l = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} k = -0,5 \\ l = 9. \end{cases}$$

$$y = -0,5x + 9.$$

Ответ: $y = -0,5x + 9$.

№ 120 (1).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=-4, \\ x-y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=-4, \\ -2x+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=10, \\ x-y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-7, \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5, \\ y=2. \end{cases}$$

Точка $(-5; 2)$ – точка пересечения прямых $2x+3y=-4$ и $x-y=-7$.

$y = kx + b$ – уравнение прямой. Так как прямая проходит через точки $(0; 0)$, $(-5; 2)$, то их координаты удовлетворяют уравнению прямой, т. е.

$$\begin{cases} b = 0, \\ -5k = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, \\ k = -0,4. \end{cases}$$

$y = -0,4x$ – уравнение данной прямой.

Ответ: $y = -0,4x$.

IV. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

ВАРИАНТ II

1. Решите уравнение:

а) $x^3 - 25x = 0$;

а) $x^4 - 4x^2 = 0$;

б) $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$;

б) $\frac{x}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{50}{x^2-25}$;

в) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

в) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 2xy = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 3, \\ 3xy = 2. \end{cases}$$

Ответы:

1: а) $-5; 0; 5$;

1: а) $-2; 0; 2$;

б) 1 ;

б) $2,5$;

в) $-3; -1; 1; 3$.

в) $-2; -1; 1; 2$.

2. $(1,5; 1), (0,5; 3)$.

2. $\left(1; \frac{2}{3}\right); \left(2; \frac{1}{3}\right)$

V. Итог урока.

Домашнее задание: из сборника № 102 (2), 105 (2), 112 (2), 118 (2), 120 (2) [4, с. 102–105].

ПОВТОРЕНИЕ: ЗАДАЧИ

Урок 89

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

Разбор типичных ошибок самостоятельной работы.

II. Устные упражнения.

1. Составьте уравнение для решения задачи:

а) Одно число больше другого на 5, а их произведение равно 176. Найдите эти числа.

б) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см. Найдите катеты треугольника, если один из них на 2 см меньше другого.

2. Какую часть числа составляют 5 %, 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 %, a % этого числа?

Ответы:

1: а) $x^2 + 5x - 176 = 0$; б) $x^2 + 2x - 48 = 0$.

2. 0,05; 0,1; 0,2; 0,25; 0,5; 0,75; 0,01а.

III. Тренировочные упражнения.

Из сборника № 221 (1), 223 (1), 232 (1), 237 (1) [4, с. 128–133].

Решение:

№ 221 (1).

Пусть в коробке лежит x пачек печенья, а y пачек может поместиться. Если 7 пачек вынуть, то останется $(x - 7)$ пачек. Так как известно, что останется $\frac{1}{4}$ всего количества пачек, которое может

поместиться в коробке, то можно составить уравнение: $x - 7 = \frac{1}{4}y$.

Если же добавить $\frac{3}{4}$ от имеющегося в ней количества пачек, то в

коробке станет $x + \frac{3}{4}x = \frac{7}{4}x$ пачек. Так как известно, что при этом

одна пачка не поместится, то можно составить уравнение: $\frac{7}{4}x = y + 1$.

Решим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - 7 = \frac{1}{4}y, \\ \frac{7}{4}x = y + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}y + 7, \\ \frac{7}{4}x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}y + 7, \\ \frac{7}{4}\left(\frac{1}{4}y + 7\right) = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}y + 7, \\ \frac{7}{16}y + \frac{49}{4} = y + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}y + 7, \\ y - \frac{7}{16}y = \frac{49}{4} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4}y + 7, \\ \frac{9}{16}y = \frac{45}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 20. \end{cases} \end{aligned}$$

12 пачек печенья лежит в коробке.

Ответ: 12.

№ 223 (1).

	Количество деталей в день	Количество дней	Осталось деталей
Должна изготовить	x	20	—
Изготовила	$x + 70$	13	140

Пусть бригада должна была изготовить x деталей в день. Так как она должна была работать 20 дней, то бригада должна была изготовить $20x$ деталей. $(x + 70)$ деталей в день бригада изготавливала. Так как за 7 дней до срока ей осталось изготовить 140 деталей, то можно составить и решить уравнение:

$$20x = (x + 70) \cdot 13 + 140$$

$$20x = 13x + 910 + 140$$

$$7x = 1050$$

$$x = 150$$

$150 \cdot 20 = 3000$ (деталей) должна была изготовить бригада.

Ответ: 3000.

№ 232 (1).

Пусть за Алексеева было отдано x голосов, тогда за Володина было отдано $1,5x$ голосов, а за Борисова $10x$ голосов. Так как всего $12,5x$ голосов, а победитель – Борисов, то чтобы узнать, сколько процентов избирателей проголосовало за победителя, можно составить пропорцию: $12,5x : 10x = 100 : y$.

$$y = \frac{10x \cdot 100}{12,5x}, y = 80; \quad 80 \% \text{ голосов отдано за победителя.}$$

Ответ: 80%.

№ 237 (1).

Пусть x дней должна была работать бригада, тогда $\frac{216}{x}$ деталей в день бригада должна была изготавливать. За первые три дня бригада изготовила $\frac{648}{x}$ деталей. Так как бригада потом стала изготавливать на 8 деталей в день больше, то есть $\frac{216}{x} + 8$ деталей в день, и проработала $(x - 4)$ дня, то за этот срок она изготовила

$\frac{(216+8x)(x-4)}{x}$ деталей. По условию известно, что всего было изготовлено 232 детали. Можно составить и решить уравнение:

$$\frac{648}{x} + \frac{(216+8x)(x-4)}{x} = 232.$$

$$648 + 216x - 864 + 8x^2 - 32x = 232x$$

$$8x^2 - 48x - 216 = 0$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 27 = 36$$

$$x = 3 \pm 6$$

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = -3 \text{ не имеет смысла.}$$

9 дней должна была работать бригада.

$216 : 9 = 24$ (детали) в день должна была изготавливать бригада.

$24 + 8 = 32$ (детали) в день стала изготавливать бригада.

Ответ: 32.

IV. Итог урока.

Домашнее задание: из сборника № 221 (2), 223 (2), 232 (2), 237 (2) [4].

Урок 90

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответы: № 221 (2): 4; № 223 (2): 660; № 232 (2): 90 %;

№ 237 (2): 20.

II. Устные упражнения.

1. Решите уравнение:

а) $x^2 = 9$; б) $x^2 - 3 = 0$; в) $x^2 + \frac{1}{4} = 0$; г) $x^3 + 9x = 0$.

2. Составьте систему уравнений с двумя переменными для решения задачи:

а) Периметр прямоугольника равен 20 см, а сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, равна 104 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

б) Произведение двух чисел на 29 больше их суммы. Если к первому числу прибавить удвоенное второе число, то получится 19. Найдите эти числа.

Ответы:

1: а) ± 3 ; б) $\pm \sqrt{3}$; в) нет решений; г) 0;

2: а) $\begin{cases} x + y = 10, \\ x^2 + y^2 = 104; \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = x + y + 29, \\ x + 2y = 19. \end{cases}$

III. Тренировочные упражнения.

Из сборника № 229 (1), 230 (1), 251 (1), 253 (1) [4].

№ 229 (1).

Пусть первый мастер может выполнить заказ за x ч, второй за y ч. Тогда $\frac{1}{x}$ — часть заказа, которую выполнит первый мастер за 1 ч, $\frac{1}{y}$ — часть заказа, которую выполнит второй мастер за 1 ч.

Так как, работая вместе, они смогут выполнить заказ за 6 ч, и заказ будет выполнен, если первый мастер будет работать 9 ч, а второй 4 ч, в этом случае можно составить и решить систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1, \\ \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x} \\ \frac{9}{x} + \frac{2}{3} - \frac{4}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x}, \\ \frac{5}{x} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x}, \\ x = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 10. \end{cases} \end{aligned}$$

Первый может закончить заказ за 15 ч, второй за 10 ч.

Ответ: 15; 10.

№ 230 (1).

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 1500, \\ 1,1x + 1,2y = 1720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1,1x - 1,1y = -1650, \\ 1,1x + 1,2y = 1720 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1500 - y, \\ 0,1y = 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1500 - y, \\ y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800, \\ y = 700. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 800; 700.

№ 251 (1).

$$\frac{24}{x} + \frac{24}{x+4} = 5$$

$$24x + 96 + 24x = 5x^2 + 20x$$

$$5x^2 - 28x - 96 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 196 + 480 = 676.$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm 26}{5}$$

$$x_1 = ; x_2 = -\frac{12}{5} \text{ не имеет смысла.}$$

Первый завод может выполнить заказ за 8 дней, второй за 12 дней.

Ответ: 8; 12.

№ 253 (1).

Ответ: 6 и 12.

Домашнее задание: из сборника № 229 (2), 230 (2), 251 (2), 253 (2) [4].

Урок 91

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Тренировочные упражнения.

Из сборника № 255 (1), 258 (1), 260 (1), 265 (1) [4].

III. Устные упражнения.

1. Назовите формулу: а) четного числа; б) нечетного числа; в) числа, кратного 7.

2. Составьте уравнение по условию задачи:

а) Числитель дроби на 1 меньше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится $2\frac{1}{2}$. Найдите исходную дробь;

б) Моторная лодка прошла по течению реки и вернулась обратно, затратив на весь путь 7 ч 30 мин. Найдите собственную скорость, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

Домашнее задание: из сборника № 255 (2), 258 (2), 260 (2), 265 (2) [4].

ПОВТОРЕНИЕ: НЕРАВЕНСТВА (3 ч)

Урок 92

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Фронтальный опрос:

1) Сформулировать свойства числовых неравенств.

2) Ответить на вопросы:

а) Что называется решением неравенства с одной переменной?

б) Что значит «решить неравенство с одной переменной»?

в) Какие неравенства называются равносильными?

3) Сформулировать свойства неравенств с одной переменной.

4) Определение линейного неравенства с одной переменной.

2. Устные упражнения:

1) Известно, что $2 < v < 4$. Оцените $3v$; $\frac{v}{2}$; $\frac{v}{2} + 1$; $-v$.

2) Решите неравенство: а) $x + 3 < 2,5$; б) $3x < -8$; в) $-4x < 1,6$;

г) $\frac{x}{7} > 3$; д) $x^2 + 1 < 0$.

II. Решение.

Из сборника № 123 (1), 124 (1), 126 (1), 139 (1), 142 (1), 160 (1) [4, с. 108–113].

1. Одновременное решение у доски № 123 (1), 124 (1), проверка.

2. Комментирование решений остальных заданий; у доски.

Решение:

№ 123 (1)

$$\frac{16-3a}{3} - \frac{3a+7}{4} > 0$$

$$\frac{16-3a}{3} \cdot 12 - \frac{3a+7}{4} \cdot 12 > 0 \cdot 12$$

$$4(16 - 3a) - 3(3a + 7) > 0$$

$$64 - 12a - 9a - 21 > 0$$

№ 124 (1)

$$\frac{2-3x}{4} \leq \frac{6-5x}{8} + \frac{1}{5}; [-5; 0]$$

$$\frac{2-3x}{4} \cdot 40 \leq \frac{6-5x}{8} \cdot 40 + \frac{1}{5} \cdot 40$$

$$10(2 - 3x) \leq 5(6 - 5x) + 8$$

$$20 - 30x \leq 30 - 25x + 8$$

$$43 - 21a > 0$$

$$21a < 43$$

$$a < \frac{43}{21}$$

$$a < 2\frac{1}{21}$$

$$a = 2.$$

Ответ: 2.

№ 126 (1)

$$0 < 1 + \frac{2-3x}{2} < 3$$

$$-1 < \frac{2-3x}{2} < 2$$

$$-2 < 2 - 3x < 4$$

$$-4 < -3x < 2$$

$$-2 < 3x < 4$$

$$-\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$$

$$x \in \left(-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}\right)$$

Ответ: $\left(-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}\right)$.

$$5x \geq -18$$

$$x \geq -\frac{18}{5}$$

$$x \geq -3\frac{3}{5}$$

$$x \in \left[-3\frac{3}{5}; +\infty\right)$$

$$x = -3; -2; -1; 0.$$

Ответ: $-3; -2; -1; 0$.

№ 139 (1)

$$\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 3(1-x) < 24 - 2(5+5x), \\ 8 - x - 8 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 3 + 3x < 24 - 10 - 10x, \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x < 11, \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{11}{13}, \\ x < 0 \end{cases}$$

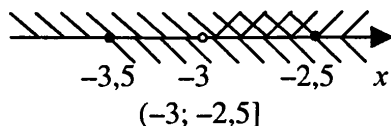
$$\begin{cases} x < 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$(-\infty; 0)$$

Ответ: $(-\infty; 0)$.

№ 142 (1).

$$\begin{cases} 5x + 12 \leq 3x + 7, \\ x < 2x + 3, \\ 2x + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq -5, \\ x > -3, \\ 2x \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2,5, \\ x > -3, \\ x \geq -3,5. \end{cases}$$



Ответ: $(-3; -2,5]$.

№ 160 (1).

$$y = \frac{\sqrt{3x^2 - x - 14}}{2x + 5}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 14 \geq 0, \\ 2x + 5 \neq 0. \end{cases}$$

$$1) 3x^2 - x - 14 \geq 0$$

$$3x^2 - x - 14 = 0$$

$$D = 1 + 168 = 169$$

$$x = \frac{1 \pm 13}{6}$$

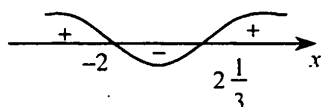
$$2) 2x + 5 \neq 0$$

$$2x \neq -5$$

$$x \neq -2,5$$

$$x_1 = 2\frac{1}{3}; x_2 = -2$$

$$3) x \in (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty \right)$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

$$\text{Ответ: } D(y) = (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

III. Итог урока.

Повторить «Решение неравенств методом интервалов» – п. 9 [2, с. 246].

Домашнее задание: п. 9 [2, с. 245–247], № 123 (2), 124 (2), 126 (2), 139 (2), 142 (2), 160 (2).

Урок 93**Ход урока****I. Фронтальный опрос.**

Вопросы учащимся:

- 1) Дайте определение неравенства.
- 2) Какие виды неравенств вы знаете?
- 3) Истинно ли высказывание: $11 \leq 12$; $11 \leq 11$; $x \geq y$?
- 4) Сформулируйте свойства неравенств.
- 5) Что значит «решить неравенство»?
- 6) Какие неравенства называются равносильными?

II. Устные упражнения.

1. Решите неравенство: а) $x^2 > 9$; б) $x^2 < 3$; в) $x^2 + 10x + 25 > 0$;
г) $(x-3)(x+2) < 0$.

2. При каких значениях x имеет смысл выражение:

а) $\frac{1}{x+1}$; б) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$; в) $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$?

Ответы:

1: а) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; б) $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$;

в) $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$; г) $(-2; 3)$.

2: а) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; б) $(-1; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$.

III. Тренировочные упражнения.

Из сборника № 131 (1), 138 (1), 147 (1), 152 (1) [4].

Решение:

№ 131 (1)

$$\frac{x^2}{2} \leq \frac{6x-2}{9}$$

$$18 \cdot \frac{x^2}{2} \leq 18 \cdot \frac{6x-2}{9}$$

$$9x^2 \leq 12x - 4$$

$$9x^2 - 12x + 4 \leq 0$$

$$y = 9x^2 - 12x + 4$$

$$9x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Функция $y = 9x^2 - 12x + 4$ квадратичная, график которой – парабола. Ветви параболы направлены вверх. $x = \frac{2}{3}$ – нуль функции. Значит, неравенство верно для любого x , кроме $\frac{2}{3}$.

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

№ 138 (1)

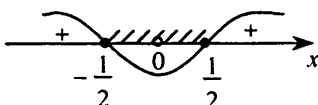
$$-x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} > 0$$

$$-9\left(-x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right) < 0$$

$$9x^2 - 6x + 1 < 0$$

$(3x-1)^2 < 0$ – неверно для любого значения x . Значит, не существует таких значений x , при которых $-x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} > 0$.

№ 147 (1).

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x^2 - 1 \leq 0, \\ x^2 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (2x-1)(2x+1) \leq 0, \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) \leq 0, \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) \leq 0, \\ x^2 > 0. \end{cases} \end{aligned}$$


$x^2 > 0$ при любом значении x , кроме 0.

Ответ: $\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

$x \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$

№ 152 (1).

$$\sqrt{3-2x-x^2}$$

Выражение $\sqrt{3-2x-x^2}$ имеет смысл, если

$$3-2x-x^2 \geq 0$$

$$x^2+2x-3 \leq 0$$

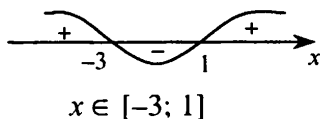
$$x^2+2x-3=0$$

$$\frac{D}{4} = 1+3=4$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 2;$$

$$x_1 = -3; x_2 = 1.$$

Ответ: $[-3; 1]$.



IV. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} 4x-15 > 8x+1, \\ 3x-2 > x-18; \end{cases} & \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{y+5}{4} - 2y > 0, \\ y - \frac{2y-4}{5} > 1-2y. \end{cases} \end{aligned}$$

2. Решите неравенство:

а) $x^2-3 < 0$; б) $x^2+4x+6 > 3$; в) $2x^2-3x+5 > 0$;

г) $(x-6)(x+4) < 0$.

ВАРИАНТ II

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} 3x+7 > 5x+10, \\ 4x-1 > x-16; \end{cases} & \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{y-5}{3} - 2y > 2y-8, \\ 3y - \frac{2y+10}{2} < 2. \end{cases} \end{aligned}$$

2. Решите неравенство:

а) $x^2 - 7 \leq 0$; б) $x^2 - 6x + 10 > 2$; в) $x^2 - 5x + 7 < 0$;

г) $(x - 5)(x + 1) > 0$.

Ответы:

Вариант I

1: а) $(-8; -4)$; б) нет решений.

2: а) $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$;

б) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-6; 4)$.

Вариант II

1: а) $(-5; -1,5)$; б) $\left(-\infty; 1\frac{8}{11}\right)$.

2: а) $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$;

б) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

Домашнее задание: из сборника № 131 (2), 138 (2), 147 (2), 152 (2) [4].

Урок 94

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работ 1.

Разбор типичных ошибок.

II. Решение.

Из сборника № 132 (1), 137 (1), 146 (1), 162 (1) [4, с. 109–113].

Решение:

№ 132 (1).

$$\frac{-20}{(x+4)(3-10x)} > 0$$

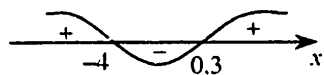
Так как $-20 < 0$ и $\frac{-20}{(x+4)(3-10x)} > 0$, то

$$(x+4)(3-10x) < 0$$

$$(x+4)(10x-3) > 0$$

$$10(x+4)(x-0,3) > 0$$

$$(x+4)(x-0,3) > 0.$$



$$x \in (-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$$

Ответ: $(-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$.

№ 137 (1).

$$x^2 > x - 2$$

$$x^2 - x + 2 = x^2 - x + \frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1\frac{3}{4}$$

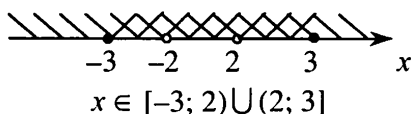
Так как при любом значении x $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$, тогда

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1\frac{3}{4} > 0.$$

Значит, $x^2 - x + 2 > 0$, тогда $x^2 > x - 2$.

№ 146 (1).

$$\begin{cases} \frac{1}{9}x^2 \leq 1, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 9, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+3) \leq 0, \\ (x-2)(x+2) > 0. \end{cases}$$



Ответ: $[-3; 2) \cup (2; 3]$.

№ 162 (1).

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1}$$

При любом значении x $x^2 + 1 > 0$.

Значит, $x^2 - 1 \neq 0$.

$$x^2 \neq 1$$

$$x \neq \pm 1$$

$$D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty).$$

III. Итог урока.

Провести устно или письменно с последующей проверкой решения.

1. Решить неравенства:

а) $x^2 + 4x \geq 0$ и $x^2 + 4x \leq 0$;

б) $x^2 - 4x - 5 > 0$ и $x^2 - 4x - 5 \leq 0$.

2. Решить систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - 18 \leq 0, \\ 4x - 12 \leq 0. \end{cases}$$

3. Указать допустимые значения переменной:

$$\text{а) } \sqrt{2x-4}; \text{ б) } \sqrt{4-6a}; \text{ в) } \sqrt{\frac{1+3x}{2}}; \text{ г) } \sqrt{-3(1-5x)}.$$

Домашнее задание: из сборника № 132 (2), 137 (2), 146 (2), 162 (2) [4].

ПОВТОРЕНИЕ: ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ (3 ч)

Урок 95

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Устный фронтальный опрос.

Вопросы учащимся:

1) Какая зависимость называется функцией? Что называется областью определения функции? Что называется областью значений функции?

2) Какая функция называется линейной (прямой пропорциональностью, обратной пропорциональностью, квадратичной)? Что представляет собой график функций?

III. Устные упражнения.

№ 1105, 1108, 1110 [2].

IV. Тренировочные упражнения.

№ 1103 (б, г, е), 1115; из сборника № 184 (1), 190 (1), 194 (1) [4, с. 116–119].

Решение:

№ 184 (1).

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

При $x \neq 2$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \frac{(x - 3)(x - 2)}{x - 2} = x - 3.$$

$y = x - 3$ – линейная функция,
график – прямая:

x	0	3
y	-3	0

№ 190 (1).

$y = 2x^2 + ax + 8$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх. Функция принимает положительные значения, если ее график не пересекает ось x . Тогда уравнение $2x^2 + ax + 8 = 0$ не должно иметь решения. Следовательно, $D < 0$.

$$D = a^2 - 64$$

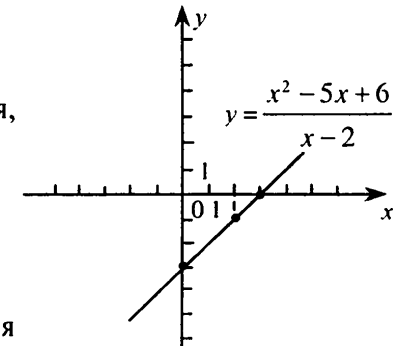
$$a^2 - 64 < 0$$

$$(a - 8)(a + 8) < 0$$

$$a \in (-8; 8).$$

При $a \in (-8; 8)$ функция $y = 2x^2 + a + 8$ принимает только положительные значения.

Ответ: $(-8; 8)$.



№ 194 (1).

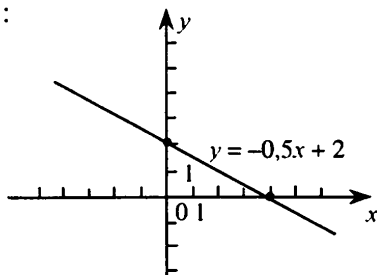
Так как график линейной функции $y = kx + b$ проходит через точки $A(10; -3)$ и $B(-20; 12)$, то

$$\begin{cases} 10k + b = -3, \\ -20k + b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20k + 2b = -6, \\ -20k + b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 6, \\ 10k + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2, \\ k = -0,5. \end{cases}$$

$$y = -0,5x + 2.$$

График этой функции – прямая:

x	0	4
y	2	0



V. Итог урока.

Из сборника № 217 (1) [4, с. 126] – устно.

Домашнее задание: повторить п. 33–40 [2, с. 247–248]; из сборника № 184 (2), 190 (2), 194 (2) [4].

Урок 96

Ход урока

I. Актуализация знаний.

1. Решить устно:

1) Найти область определения функции:

а) $y = \frac{x}{x-1}$; б) $y = \frac{1}{x+2}$; в) $y = \frac{1}{x^2}$; г) $y = 6$; д) $y = \frac{1}{x(x-1)}$;

е) $y = \frac{x}{(x^2+8)(x-3)^2}$; ж) $y = \sqrt{x}$.

2. № 1109, 1116, 1119 – устно.

II. Решение.

№ 1106 (а, в, д) [2] – самостоятельное решение, проверка.

№ 183 (1) [4] – самостоятельное решение, проверка.

№ 196 (1), 204 (1) [4] – решение у доски, комментарии.

№ 215 (1) [4] – устное решение.

III. Самостоятельная работа.

ВАРИАНТ I

1. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{2x-3}{x+4}$; б) $y = \sqrt{2x-4}$.

2. В одной системе координат постройте графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = 5x$. Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

3. Постройте график функции $y = -x^2 + 2x - 3$. Определите: а) принимает ли функция и при каких значениях x положительные значения; отрицательные значения; б) при каких значениях x функция возрастает; убывает; в) укажите наибольшее значение функции.

ВАРИАНТ II

1. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{x-1}{x+5}$; б) $y = \sqrt{3x+6}$.

2. В одной системе координат постройте графики функций $y = -\frac{4}{x}$ и $y = -\frac{1}{4}x$. Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

3. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 1$. Определите: а) при каких значениях x значения функция равны нулю; больше нуля; меньше нуля; б) при каких значениях x функция возрастает; убывает; в) укажите наименьшее значение функции.

Домашнее задание: из сборника № 182 (2), 196 (2), 204 (2), 215 (2) [4] – устно.

Урок 97

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

1. Выполнение работы над ошибками.
2. Разбор типичных ошибок.

II. Тренировочные упражнения.

№ 1055 (б), 1067 (б) [2]; из сборника № 206 (1), 208 (1), 209 (1), 214 (1) [4, с. 121–122].

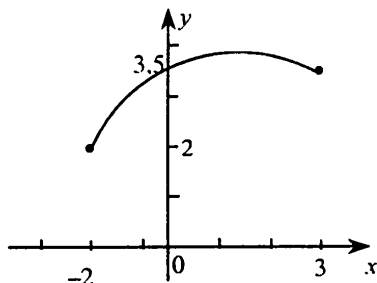
III. Устные упражнения.

№ 1103 (а, д), 1104, 1106 (б, г, е, з).

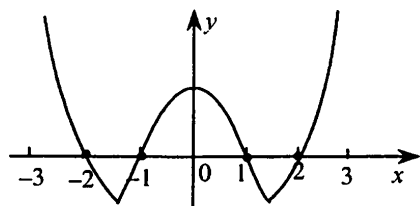
IV. Устный опрос.

Вопросы учащимся:

- 1) Дайте определение функции.
- 2) Что называется областью определения функции и множеством ее значений?
- 3) Функция f задана графически. Укажите $D(f)$ и $E(f)$.



4. Дайте определение возрастающей и убывающей функции.
5. Докажите, что функция, заданная формулой $f(x) = 2x + 3$, возрастающая.
6. Докажите, что функция, заданная формулой $f(x) = -0,5x + 5$, убывающая.
7. Укажите промежутки знакопостоянства функции, график которой изображен на рисунке.



Домашнее задание: из сборника № 206 (2), 208 (2), 209 (2) [4]; подготовится к итоговой контрольной работе; подготовить сообщения по темам:

- «Функции в математике».
- «Об уравнениях высших степеней».
- «Арифметическая и геометрическая прогрессии».
- «О тригонометрии».

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (2 ч)

Уроки 98–99

ВАРИАНТ I

1. Упростите выражение: $\left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a}{a+2} \right) \cdot \frac{a-2}{3a+2}$.
2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 6, \\ xy = 16. \end{cases}$$
3. Решите неравенство $5x - 1,5(2x + 3) < 4x + 1,5$.
4. Постройте график функции $y = x^2 - 4$. Укажите, при каких значениях x функция принимает положительные значения.
5. Бригада должна была изготовить 40 деталей к определенному сроку. Изготавливая в час на 8 деталей больше запланированного, бригада уже за 2 ч до срока перевыполнила план на 8 деталей. Сколько деталей в час должна была изготавливать бригада по плану?

ВАРИАНТ II

1. Упростите выражение: $\left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{x}{x+3}\right) \cdot \frac{x+1}{x+3}$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ xy = 15. \end{cases}$$

3. Решите неравенство $2x - 4,5 > 6x - 0,5(4x - 3)$.

4. Постройте график функции $y = -x^2 + 1$. Укажите, при каких значениях x функция принимает отрицательные значения.

5. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 45 км, выехал велосипедист. Через 30 мин вслед за ним выехал второй велосипедист, который прибыл в пункт В на 15 мин раньше первого. Какова скорость первого велосипедиста, если она на 3 км/ч больше скорости второго?

Ответы:

Вариант I

1. $\frac{2}{a+2}$.

2. (8; 2); (-2; -8).

3. $x > -3$.

4. $x < -2$, $x > 2$.

5. 8 деталей.

Вариант II

1. $\frac{9}{x-3}$.

2. (5; 3); (-3; -5).

3. $x < -3$.

4. $x < -1$, $x > 1$.

5. 9 км/ч.

Можно предложить также следующий вариант контрольной работы.

По сборнику [4]: Раздел I, работа № 25. Раздел II, работа № 43, 64, 224.

Решение:

Вариант I

1. $\frac{x-1}{2} = \frac{4+2x}{3}$.

$3(x-1) = 2(4+2x)$

$3x - 3 = 8 + 4x$

$x = -11$.

Ответ: -11.

2. $\frac{x^2 - a^2}{2ax^2} \cdot \frac{ax}{a+x} = \frac{(x-a)(x+a) \cdot ax}{2ax^2(a+x)} =$
 $= \frac{x-a}{2x}$

Ответ: $\frac{x-a}{2x}$.

$$3. 3 - x \leq 1 - 7(x + 1)$$

$$3 - x \leq 1 - 7x - 7$$

$$7x - x \leq -6 - 3$$

$$6x \leq -9$$

$$x \leq -\frac{3}{2}$$

$$(-\infty; -1,5]$$

Ответ: $(-\infty; -1,5]$.

$$4. 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 + 16 = 25 > 0, \text{ два корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

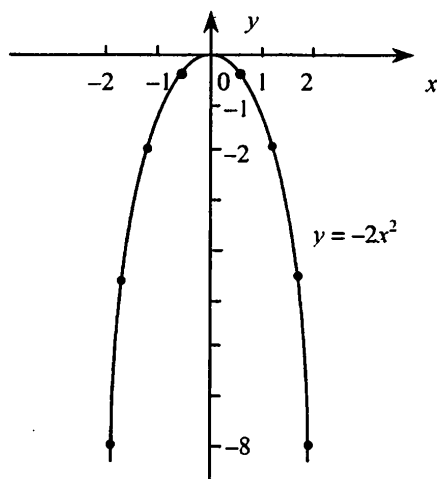
$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 2(x - 2) \left(x + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= (x - 2)(2x + 1).$$

5. График функции $y = -2x^2$ – парабола. Ветви параболы направлены вниз. Прямая $x = 0$ – ось симметрии.



x	0	1	2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
y	2	-2	-8	$-\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{2}$

6. Пусть пятикопеечных монет было x , а десятикопеечных монет было y . Так как было 15 монет на сумму 95 коп., то можно составить и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ 5x + 10y = 95; \\ -5x - 5y = -75, \\ 5x + 10y = 95; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ 5y = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ y = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11, \\ y = 4. \end{cases}$$

Пятикопеечных монет 11, десятикопеечных 4.

Ответ: 11; 4.

$$7. \text{ Если } x = \frac{3}{4}, \text{ то } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

Ответ: $\frac{3}{5}$.

8. Решить № 43 (1).

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}, (1,4)^{-2} \text{ и } 1,4.$$

$$1) \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = 1,4^2;$$

$$1,4^2 > 1,4;$$

$$2) (1,4)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1;$$

$$3) \left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1,4 < 1,4^2$$

$$(1,4)^{-2} < 1,4 < \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}.$$

Ответ: $(1,4)^{-2}$; 1,4; $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$.

9. Решить № 64.

$$\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a - b} = \frac{ab}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}$$

$$\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a - b} = \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$\frac{ab}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} = \frac{ab}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{a - b} = \frac{ab}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} - \text{верно.}$$

10. Решить № 224 (1).

Пусть x км/ч – скорость одного велосипедиста, тогда $(x + 5)$ км/ч – скорость другого велосипедиста. По условию задачи расстояние между пунктами 18 км, второй велосипедист прибыл в В, сразу повернул обратно и встретил первого велосипедиста через 1 ч 20 мин $\left(\frac{4}{3} \text{ ч}\right)$. Значит, каждый велосипедист был в пути $\frac{4}{3}$ ч и общее расстояние равно 36 км. Первый велосипедист до встречи проехал $\frac{4}{3}x$ км, второй $\frac{4}{3}(x + 5)$ км, можно составить и решить уравнение: $\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}(x + 5) = 36$.

$$\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}(x + 5) = 36$$

$$4x + 4(x + 5) = 108$$

$$4x + 4x + 20 = 108$$

$$8x = 88$$

$$x = 11$$

11 км/ч – скорость первого велосипедиста.

$11 \cdot \frac{4}{3} = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$ (км) проехал первый велосипедист до встречи.

$18 - 14\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ (км) – расстояние от пункта В до места встречи.

Ответ: $3\frac{1}{3}$ км.

Вариант II

$$1. \frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}.$$

$$3(3x-2) = 5(2+x)$$

$$9x-6 = 10+5x$$

$$4x = 16$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4.

$$3. 2 - 5(x-1) \leq 1 + 3x.$$

$$2 - 5x + 5 \leq 1 + 3x$$

$$7 - 5x \leq 1 + 3x$$

$$-8x \leq -6$$

$$x \geq \frac{3}{4}$$

$$\left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } \left[\frac{3}{4}; +\infty \right).$$

$$2. \frac{a+c}{ac} \cdot \frac{5ac^2}{c^2-a^2} = \frac{(a+c) \cdot 5ac^2}{ac(c-a)(c+a)} = \\ = \frac{5c}{c-a}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{5c}{c-a}.$$

$$4. 3x^2 + 8x - 3 = 0.$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

$$D_1 = 16 + 9 = 25 > 0, \text{ два корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 5}{3}$$

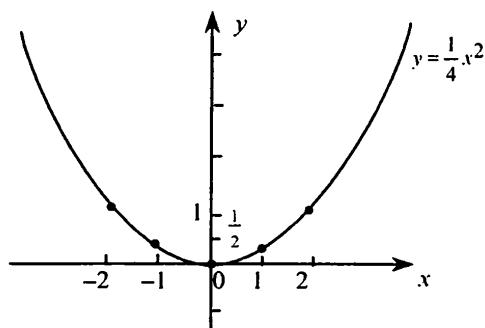
$$x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -3$$

$$3x^2 + 8x - 3 = 3 \left(x - \frac{1}{3} \right) (x + 3) = \\ = (3x - 1)(x + 3).$$

$$\text{Ответ: } (3x - 1)(x + 3).$$

$$5. y = \frac{1}{4}x^2, y = \frac{4}{x} \text{ и } y = \frac{x}{4}.$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ – квадратичная функция, график – парабола, ветви которой направлены вверх. Прямая $x = 0$ – ось симметрии.



x	0	1	2	4
y	0	$\frac{1}{4}$	1	4

6. Пусть пятирублевых монет было x , а двухрублевых y . Так как всего было 26 монет на 82 р., то можно составить решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 26, \\ 5x + 2y = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - x, \\ 5x + 2(26 - x) = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - x, \\ 5x - 2x = 82 - 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 26 - x, \\ 3x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ y = 16. \end{cases}$$

Пятирублевых монет 10, двухрублевых 16.

Ответ: 10; 16.

7. Если $y = \frac{4}{5}$, то $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3}$.

Ответ: $\frac{4}{3}$.

8. Решить № 43 (2).

$$0,75, (0,75)^{-3} \text{ и } \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}.$$

$$1) (0,75)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 > 1;$$

$$2) \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 < 1;$$

$$3) 0,75 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} < \left(\frac{3}{4}\right)^3.$$

$$0,75 < \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} < (0,75)^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } 0,75; \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}; (0,75)^{-3}.$$

9. Решить № 64 (2).

$$\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x - y} = \frac{xy}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}$$

$$\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x - y} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$\frac{xy}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} = \frac{xy}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \text{верно.}$$

10. Решить № 224 (2).

Пусть x км/ч – скорость пешехода, тогда $(x + 10)$ км/ч – скорость велосипедиста. По условию задачи известно, что велосипедист доезжает до пункта В, сразу поворачивает обратно и встречает пешехода через 36 мин после выхода из А; расстояние между пунктами А и В 6 км. Тогда пешеход прошел $\frac{3}{5}x$ км, велосипедист проехал $\frac{3}{5}(x + 10)$ км. Так как общее расстояние равно 12 км, то можно составить и решить уравнение: $\frac{3}{5}x + \frac{3}{5}(x + 10) = 12$.

$$\frac{3}{5}x + \frac{3}{5}(x + 10) = 12$$

$$3x + 3(x + 10) = 60$$

$$6x = 30$$

$$x = 5$$

5 км/ч – скорость пешехода.

$5 \cdot \frac{3}{5} = 3$ км прошел пешеход до встречи (расстояние от пункта

А до места встречи).

Ответ: 3 км.

АНАЛИЗ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Урок 100

I. Анализ контрольной работы.

1. Рассмотреть, проанализировать типичные ошибки, допущенные большинством учащихся.

2. Повторить теоретический материал, использованный в контрольной работе.

3. Проанализировать работу каждого ученика, оценив знания по следующим темам:

1) Решение линейного уравнения.

2) Разложение многочлена на множители с помощью вынесения общего множителя за скобки и использования разности квадратов.

3) Сокращение дроби.

4) Решение линейного неравенства.

5) Разложение квадратного трехчлена на множители.

6) Построение графика квадратичной функции $y = ax^2$.

7) Решение систем линейных уравнений с двумя переменными (метод подстановки, метод сложения).

8) Определение степени с целым отрицательным показателем.

9) Соотношения между расстоянием, скоростью и временем.

10) Вычисления.

4. Заполнить таблицу:

№	Ф. И. учащегося	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)

II. Итог урока.

Домашнее задание: выполнить работу над ошибками, работа № 60; 83, 118, 258.

ПОВТОРЕНИЕ: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (2 ч)

Урок 101

Ход урока

I. Проверка домашней работы.

Ответить на вопросы учащихся.

II. Тренировочные упражнения.

Из сборника [4]: № 68 (1), 69 (1), 70 (1) с. 102; № 82, с. 103; № 89, с. 104; № 98, с. 105.

Решение:

№ 68 (1).

(a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 1; d = 1, a_n \leq 200, a_n$ не делится на 20.

1) Найдем S_{200} .

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{200} = \frac{1 + 200}{2} \cdot 200$$

$$S_{200} = 201 \cdot 100 = 20100.$$

2) Найдем сумму натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 20.

$$a_n = 20n; n \in N.$$

$$a_n \leq 200; 20n \leq 200; n \leq 10$$

$$a_1 = 20; a_{10} = 200, d = 20.$$

$$S_{10} = \frac{20 + 200}{2} \cdot 10, S_{10} = 1100.$$

3) Найдем сумму натуральных чисел, не превосходящих 200, которые не делятся на 20.

$$S = S_{200} - S_{10}$$

$$S = 20100 - 1100 = 19000.$$

Ответ: 19000.

№ 69 (1).

Пусть $10x + y$ – двузначное число. Тогда $10y + x$ – число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

Найдем сумму этих чисел.

$$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y = 11(x + y)$$

Число $11(x + y)$ делится на 11, значит, и число $(10x + y) + (10y + x)$ делится на 11.

Следовательно, сумма двузначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 11.

№ 70 (1).

$n \in \mathbb{N}$; $2^n + 2^{n+1}$ – сумма двух последовательных натуральных степеней числа 2.

$$2^n + 2^{n+1} = 2^n(1 + 2) = 3 \cdot 2^n = 3 \cdot 2 \cdot 2^{n-1} = 6 \cdot 2^{n-1}.$$

Число $6 \cdot 2^{n-1}$ делится на 6. Значит, $2^n + 2^{n+1}$ делится на 6. Следовательно, сумма двух последовательных натуральных степеней числа 2 делится на 6.

№ 82 (1).

$$2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0$$

$$(2x^4 - 8x^2) + (3x^3 - 12x) = 0$$

$$2x^2(x^2 - 4) + 3x(x^2 - 4) = 0$$

$$(x^2 - 4)(2x^2 + 3x) = 0$$

$$x(x - 2)(x + 2)(2x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2, x_4 = -1,5.$$

Ответ: $-2; -1,5; 0; 2$.

№ 89 (1).

$$\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-3} = 2,5$$

$$\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{5}{2}$$

$$x \neq 2; x \neq 3$$

$$\frac{(x-3)^2 + (x-2)^2}{(x-2)(x-3)} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 9 + x^2 - 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2x^2 - 10x + 13}{x^2 - 5x + 6} = \frac{5}{2}$$

$$4x^2 - 20x + 26 = 5x^2 - 25 + 30$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 25 - 16 = 9 > 0, \text{ два корня}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 4; x_2 = 1.$$

Ответ: 1; 4.

№ 98 (1).

$$ax^2 + x + 2 = 0.$$

1) Уравнение $ax^2 + x + 2 = 0$ имеет два корня, если $D > 0$.

$$D = 1 - 8a$$

$$1 - 8a > 0$$

$$8a < 1$$

$$a < \frac{1}{8}$$

2) Если $a = 0$, то уравнение примет вид $x + 2 = 0$. Оно имеет один корень.

$$\text{Значит, } a \in (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right).$$

$$3) \frac{1}{3} \text{ и } \frac{1}{8} \quad \frac{1}{10} \text{ и } \frac{1}{8}$$

$$\frac{8}{24} > \frac{3}{24} \quad \frac{4}{40} < \frac{5}{40}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{8} \quad \frac{1}{10} < \frac{1}{8}.$$

$$4) -\frac{1}{3}; -\frac{1}{10}; \frac{1}{10} \in (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right); -\frac{1}{3}; -\frac{1}{10} \text{ и } \frac{1}{10}.$$

III. Итог урока.

Фронтальный устный опрос:

1) Определение арифметической прогрессии. Формула n -го члена арифметической прогрессии. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.

2) Методы решения уравнений. Решение квадратного уравнения. В каких случаях квадратное уравнение имеет 2, 1 корень, не имеет корней? Алгоритм решения дробно-рациональных уравнений.

Домашнее задание: из сборника № 68 (2), 69 (2), 70 (2), 82 (2), 89 (2), 98 (2) [4].

Урок 102 (заключительный)

Подведение итогов года

I. Организационный момент.

II. Подведение итогов четверти, года.

III. Выступления учащихся по темам:

«Функции в математике».

«Об уравнениях высших степеней».

«Арифметическая и геометрическая прогрессии».

«О тригонометрии».

Можно использовать материал из раздела «Исторические сведения» [2, с. 230–237].

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение I

ТЕСТЫ

Тесты можно использовать при организации повторения учебного материала в качестве тренировочных упражнений или упражнений, контролирующих уровень знаний учащихся.

ТЕСТ I

Алгебраические выражения

ВАРИАНТ I

ВАРИАНТ II

1. Вычислите:

$$\sqrt[4]{0,5} \cdot \sqrt[4]{0,125}$$

1) 0,25; 2) 0,5; 3) 0,15; 4) 5.

$$\sqrt[4]{(-3)^2} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 9}$$

1) $3\sqrt{2}$; 2) $-3\sqrt{2}$; 3) 6; 4) -6.

2. Упростите выражение:

$$\sqrt{125} \cdot \sqrt{5} - \sqrt[3]{216}$$

1) $25\sqrt{5} - 16$; 2) $25 - 4\sqrt[3]{4}$;

3) 19; 4) $5\sqrt{5} - 4\sqrt[3]{4}$.

$$\sqrt[3]{32} : \sqrt[3]{2^2} - \sqrt{121}$$

1) $4\sqrt[3]{2} - 11$; 2) $\sqrt[3]{4} - 11$;

3) $-7\sqrt[3]{4}$; 4) -9.

3. Вычислите:

$$0,1 \cdot \sqrt{20} : \sqrt{45} - 2 \frac{17}{30}$$

1) -2,5; 2) -51,5; 3) -10; 4) 0.

$$0,3\sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15} - 0,1$$

1) 9,1; 2) 2,9; 3) 89,9; 4) 8,9.

4. Вычислите:

$$\frac{-6 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2}}{9}$$

1) 0; 2) $16\frac{2}{3}$; 3) -10; 4) $\frac{2}{3}$.

$$\frac{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt{0,25}}{2,5}$$

1) 1; 2) 0; 3) 2,5; 4) 4.

5. Упростите:

$$4a(a-2) - (a-4)^2$$

1) $3a^2 - 16a + 16$; 2) $3a^2 + 16$;

3) $3a^2 - 16$; 4) $3a^2 - 16a - 16$.

$$3a(a+2) - (a+3)^2$$

1) $2a^2 - 9$; 2) $2a^2 + 9$;

3) $2a^2 + 12a + 9$; 4) $2a^2 + 12a - 9$.

6. Разложите на множители:

$$2x^2 - 3x - 2$$

1) $(x+2)(2x-1)$;

$$2) (x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right);$$

3) $(x-2)(2x+1)$;

4) $(2x-4)(2x+1)$.

$$3x^2 + 8x - 3$$

1) $(3x+1)(x-3)$;

2) $(3x-1)(x+3)$;

$$3) \left(x-\frac{1}{3}\right)(x+3);$$

4) $(3x-1)(3x+9)$.

7. Сократите дробь:

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$$

$$\frac{m^2 - 4}{m^2 - 2m}$$

$$1) -\frac{x}{y}; \quad 2) \frac{x}{x-y};$$

$$1) \frac{2}{m}; \quad 2) \frac{m-2}{m};$$

$$3) \frac{x+y}{x-y}; \quad 4) \frac{x}{x+y}.$$

$$3) \frac{m+2}{m-2}; \quad 4) \frac{m+2}{m}.$$

8. Представьте выражение в виде степени:

$$\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$$

$$\frac{a^7 \cdot a^{-3}}{a^6}$$

$$1) a^{-1}; 2) a^{-5}; 3) a^{1.5}; 4) a^6.$$

$$1) a^2; 2) a^{10}; 3) a^{-2}; 4) a^{1.5}.$$

Ответы:

Вариант I

1. 2)

2. 3)

3. 1)

4. 4)

5. 3)

6. 3)

7. 2)

8. 1)

Вариант II

1. 3)

2. 4)

3. 4)

4. 1)

5. 1)

6. 2)

7. 4)

8. 3)

ТЕСТ 2

Уравнения и системы уравнений

ВАРИАНТ I

ВАРИАНТ II

1. Решите уравнение:

$$2 - 3(x + 2) = 5 - 2x$$

$$3 - 5(x + 1) = 6 - 4x$$

$$1) 9; 2) -3; 3) 3; 4) -9.$$

$$1) -8; 2) 8; 3) 2; 4) -2.$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3}{2}$$

$$1) 15; 2) 9; 3) 3; 4) 5.$$

$$1) 1; 2) 12; 3) 4; 4) 3.$$

3. Решите уравнение:

$$10x^2 + 5x = 0$$

$$12x^2 + 3x = 0$$

$$1) -\frac{1}{2}; 0; 2) 0; \frac{1}{2};$$

$$1) 0; 4; 2) 0; \frac{1}{4};$$

$$3) 0; 2; 4) -2; 0.$$

$$3) -\frac{1}{4}; 0; 4) -4; 0.$$

4. Решите уравнение:

$$12 - x^2 = 11$$

$$18 - x^2 = 14$$

$$1) 1; 2) -1; 3) -1; 1; 4) 0; 1.$$

$$1) -2; 0; 2) -2; 2; 3) 2; 4) 0; 2.$$

5. Решите уравнение:

$$(x - 4)(2x + 3) = 0$$

$$(x + 1)(4x - 6) = 0$$

- 1) $-1,5$; 4; 2) $1,5$; 4;
3) $-1,5$; 4) 4.

- 1) -1 ; $\frac{2}{3}$; 2) 1 ; $-1,5$;
3) -1 ; 4) -1 ; $1,5$.

6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - y = 3, \\ 3x - 2y = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x + 2y = 0. \end{cases}$$

- 1) (3; 2); 2) (2; 3);
3) $(-3; 2)$; 4) (3; -2).

- 1) $(-2; 5)$; 2) (2; 5);
3) (5; -2); 4) $(-5; -2)$.

Ответы:

Вариант I

1. 4)
2. 2)
3. 1)
4. 3)
5. 1)
6. 2)

Вариант II

1. 1)
2. 3)
3. 3)
4. 2)
5. 4)
6. 1)

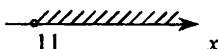
ТЕСТ 3

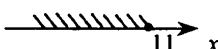
Неравенства

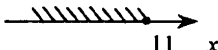
ВАРИАНТ I

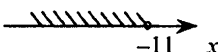
1. Решите неравенство и изобразите множество его решений на координатной прямой:

$$3(3x - 1) > 2(5x - 7)$$

1) $(11; +\infty)$ 

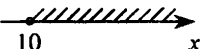
2) $(-\infty; 11)$ 

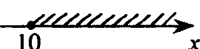
3) $(-\infty; 11]$ 

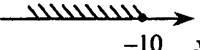
4) $(-\infty; -11)$ 

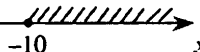
ВАРИАНТ II

$$5(x + 4) < 2(4x - 5)$$

1) $(10; +\infty)$ 

2) $[10; +\infty)$ 

3) $(-\infty; -10)$ 

4) $(-10; +\infty)$ 

2. Решите неравенство:

$$3(1 - x) - 2(1 - 0,5x) \leq 2$$

- 1) $(-\infty; -0,5]$
2) $[0,5; +\infty)$
3) $(-\infty; 0,5]$
4) $[-0,5; +\infty)$

$$4(x - 1) - 9\left(x - \frac{5}{9}\right) \geq 3$$

- 1) $[-0,4; +\infty)$
2) $(-\infty; 0,4]$
3) $(-\infty; -0,4]$
4) $[0,4; +\infty)$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x - 1 > 0, \\ 15 - 3x > 0. \end{cases}$$

- 1) $(0,5; +\infty)$
- 2) $(-\infty; 3)$
- 3) $(0,5; 3)$
- 4) $[0,5; 3]$.

$$\begin{cases} 6 - 3x > 0, \\ 5x - 3 > 0. \end{cases}$$

- 1) $(0,6; +\infty)$
- 2) $(-\infty; 2)$
- 3) $(0,6; 2)$
- 4) $[0,6; 2]$.

4. Решите неравенство:

$$-4 < 2x - 1 < 2$$

- 1) $(-1,5; 1,5)$
- 2) $(-\infty; 1,5)$
- 3) $(-1,5; +\infty)$
- 4) $[-1,5; 1,5]$.

$$-6 < 5x - 1 < 4$$

- 1) $[-1; 1]$
- 2) $(-1; 1)$
- 3) $(-1; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 1)$.

5. Решите неравенство:

$$\frac{(x-2) \cdot x}{x+1} \leq 0$$

- 1) $(-1; 0] \cup [2; +\infty)$;
- 2) $(-\infty; -2] \cup (-1; 0]$;
- 3) $(-\infty; -1) \cup [0; 2]$;
- 4) $(-2; -1] \cup [0; +\infty)$.

$$\frac{(1-x)(x-4)}{x+5} \geq 0$$

- 1) $(-\infty; -5] \cup [1; 4]$;
- 2) $(-\infty; -5] \cup [1; 4]$;
- 3) $(-5; 1] \cup [4; +\infty)$;
- 4) $(-5; 1) \cup (4; +\infty)$.

6. Решите неравенство:

$$\frac{2x+4}{(2-x)(x+3)} \geq 0$$

- 1) $(-3; -2] \cup (2; +\infty)$;
- 2) $[-3; -2) \cup [2; +\infty)$;
- 3) $(-\infty; -3) \cup [-2; 2]$;
- 4) $(-\infty; -3] \cup (-2; 2]$.

$$\frac{x+6}{(2x-3)(x+1)} \leq 0$$

- 1) $(-\infty; -6] \cup [-1; 1,5)$;
- 2) $(-\infty; -1) \cup (0; 1,5)$;
- 3) $(-\infty; -6] \cup (-1,5; 1)$;
- 4) $[-6; -1) \cup (1,5; +\infty)$.

Ответы:

Вариант I

1. 2)
2. 4)
3. 3)
4. 1)
5. 3)
6. 3)

Вариант II

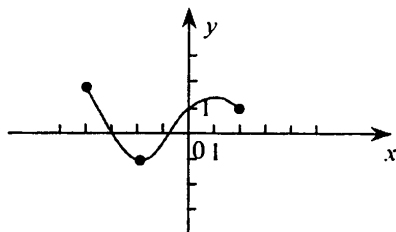
1. 1)
2. 3)
3. 3)
4. 2)
5. 1)
6. 1)

ТЕСТ 4
Функции и графики

ВАРИАНТ I

1. Функция задана графиком.

Укажите область определения этой функции:

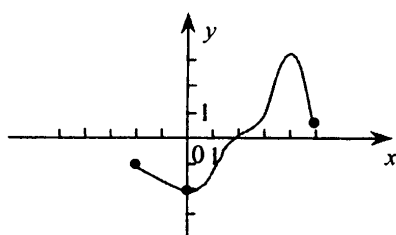


- 1) $[-4; -3] \cup (-1; 2]$;
- 2) $[-1; 2]$;
- 3) $(-3; -1)$;
- 4) $[-4; 2]$.

ВАРИАНТ II

1. Функция задана графиком.

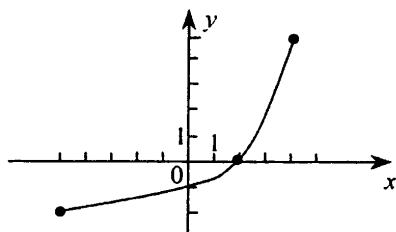
Укажите область определения этой функции:



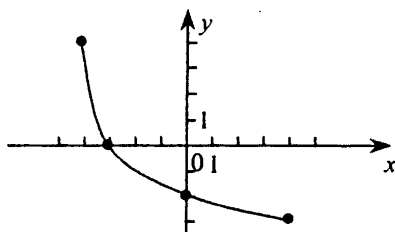
- 1) $(-2; 5)$;
- 2) $[-2; 3]$;
- 3) $(2; 5)$;
- 4) $(-2; 1]$.

2. Функция задана графиком.

Укажите область определения этой функции:

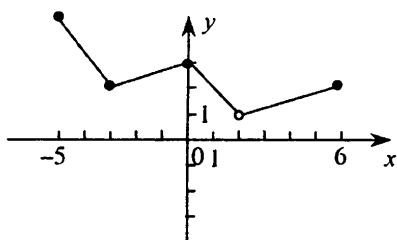


- 1) $[-5; 4]$;
- 2) $[-2; 5]$;
- 3) $[-5; 2) \cup (2; 4]$;
- 4) $(-5; 4)$.

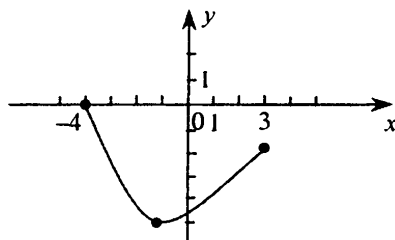


- 1) $[-3; 0]$;
- 2) $[-4; 4]$;
- 3) $(-4; -3]$;
- 4) $[-3; 4]$.

3. Функция $y = f(x)$ задана графиком на отрезке $[-5; 6]$. Укажите область ее значений.



3. Функция $y = f(x)$ задана графиком на отрезке $[-4; 3]$. Укажите область ее значений.



1) $[2; 5]$; 2) $(2; 5)$;

3) $(1; 5]$; 4) $[1; 5]$.

4. Какая из прямых $y = 4x$,

$y = 2x + 1$, $y = -\frac{1}{2}x$; $y = x$ не про-

ходит через начало координат?

1) $y = 4x$; 2) $y = 2x + 1$;

3) $y = -\frac{1}{2}x$; 4) $y = x$.

5. Функции заданы формулами

$y = -\frac{2}{x}$; $y = -2x$; $y = -2x^2$; $y = -2$.

Укажите ту из них, графиком которой является парабола.

1) $y = -\frac{2}{x}$; 2) $y = -2x$;

3) $y = -2x^2$; 4) $y = -2$.

6. Какая из парабол $y = x^2 - 2x$; $y = x^2 - 2$; $y = -x^2 - 2$; $y = (x - 2)^2$ проходит через начало координат?

1) $y = x^2 - 2x$; 2) $y = x^2 - 2$;

3) $y = -x^2 - 2$; 4) $y = (x - 2)^2$.

7. Какая из парабол $y = x^2 - 3$; $y = x^2 - 3x$; $y = x^2$; $y = -3x - x^2$ не проходит через начало координат?

1) $y = x^2 - 3$; 2) $y = x^2 - 3x$;

3) $y = x^2$; 4) $y = -3x - x^2$.

8. Графиком какой из функций

$y = -\frac{x}{6}$; $y = -\frac{6}{x}$; $y = -6x$;

$y = -6x^2$ является гипербола?

1) $y = -\frac{x}{6}$; 2) $y = -\frac{6}{x}$;

3) $y = -6x$; 4) $y = -6x^2$.

1) $(0; 2)$; 2) $[-5; 0]$;

3) $(-2; 0)$; 4) $[-4; -3]$.

4. Какая из прямых $y = 3x - 1$, $y = 2x + 4$, $y = -2x$; $y = -2$ проходит через начало координат?

1) $y = 2x + 4$; 2) $y = -2x$;

3) $y = -2$; 4) $y = 3x - 1$.

5. Функции заданы формулами

$y = \frac{1}{4}x^2$; $y = \frac{4}{x}$; $y = \frac{x}{4}$; $y = \frac{1}{4}$.

Укажите ту из них, графиком которой является парабола.

1) $y = \frac{1}{4}x^2$; 2) $y = \frac{4}{x}$;

3) $y = \frac{x}{4}$; 4) $y = \frac{1}{4}$.

6. Какая из парабол $y = x^2 + 2$; $y = x^2 + 2x$; $y = -x^2 + 2$; $y = (x + 2)^2$ проходит через начало координат?

1) $y = x^2 + 2$; 2) $y = x^2 + 2x$;

3) $y = -x^2 + 2$; 4) $y = (x + 2)^2$.

7. Какая из парабол $y = 5 - x^2$; $y = 5x - x^2$; $y = x^2 + 5x$; $y = x^2$ не проходит через начало координат?

1) $y = 5 - x^2$; 2) $y = 5x - x^2$;

3) $y = x^2 + 5x$; 4) $y = x^2$.

8. Графиком какой из функций

$y = 12x$; $y = \frac{x}{12}$; $y = \frac{12}{x}$; $y = 12x^2$

является гипербола?

1) $y = 12x$; 2) $y = \frac{x}{12}$;

3) $y = \frac{12}{x}$; 4) $y = 12x^2$.

Ответы:

Вариант I

1. 4)
2. 1)
3. 3)
4. 2)
5. 3)
6. 1)
7. 1)
8. 2)

Вариант II

1. 1)
2. 2)
3. 2)
4. 2)
5. 1)
6. 2)
7. 1)
8. 3)

Приложение 2

**Изучение вопросов
вероятностно-статистического блока**

Примерное распределение учебного материала вероятностно-статистической линии.

Тема: Элементы комбинаторики

1. Примеры комбинаторных задач (2 урока).
2. Размещения (2 урока).
3. Перестановки (2 урока).
4. Сочетания (2 урока).

Тема: Начальные сведения из теории вероятностей

1. Вероятность случайного события (3 урока).
- 2*. Сложение и умножение вероятностей (3 урока). (Можно не рассматривать.)

Для обеспечения изучения данных вопросов рекомендуется отказаться от изучения тригонометрии.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Примеры комбинаторных задач

При решении многих практических задач приходится выбирать из некоторой совокупности объектов элементы, обладающие тем или иным свойством, подсчитывать, сколько различных комбинаций можно составить из конечного числа элементов, принадлежа-

щих заданной совокупности, располагать эти элементы в определенном порядке и т. д. Так как в таких задачах речь идет о тех или иных комбинациях объектов, то их называют **комбинаторными задачами**, а область математики, в которой изучаются комбинаторные задачи, – **комбинаторикой**. Появление компьютеров резко увеличило возможности комбинаторики и расширило сферу ее применения. Комбинаторные методы применяются в физике, химии, биологии, экономике, лингвистике и многих других науках.

1. Если на одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (не таких, как на первой полке), то сколькими способами можно выбрать одну книгу из стоящих на этих полках?

Ответ: 70.

2. При формировании экипажа космического корабля имеется 10 претендентов на пост командира экипажа, 20 – на пост бортинженера и 25 – на пост космонавта-исследователя. Ни один кандидат не претендует одновременно на два поста. Сколькими способами можно выбрать одну из кандидатур или командира, или бортинженера, или космонавта-исследователя?

Решение. Если элемент a можно выбрать m способами, а элемент b – n способами, причем любой выбор элемента a отличен от любого выбора элемента b , то выбор « a » или « b » можно сделать $m + n$ способами.

A – множество кандидатов на пост командира корабля, B – множество кандидатов на пост бортинженера, C – множество кандидатов на пост инженера-исследователя.

$$n(A) = 10, n(B) = 20, n(C) = 25.$$

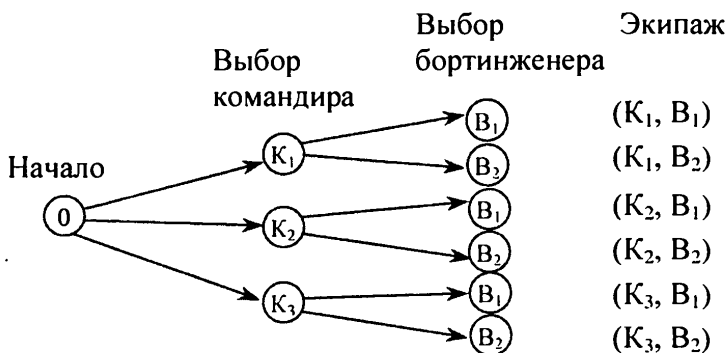
$$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset, B \cap C = \emptyset.$$

$$n(A) + n(B) + n(C) = 55 \text{ способов.}$$

Ответ: 55.

3. Пусть существует три кандидата K_1, K_2, K_3 на место командира корабля и два кандидата B_1 и B_2 на место бортинженера. Сколькими способами можно сформировать экипаж корабля, состоящий из командира и бортинженера?

Решение. Командира корабля можно выбрать тремя способами. После выбора командира еще двумя способами можно выбрать бортинженера. Поэтому общее число способов, которыми можно составить экипаж, находится произведением $3 \cdot 2 = 6$.



Схему, построенную на рисунке, называют деревом. Исходящую точку обозначим 0. Двигаясь возможными путями из точки 0 к правым крайним вершинам, мы получим 6 способов, которыми можно составить экипаж. Они перечислены в правом столбце.

Ответ: 6.

Обобщением этого примера является следующее утверждение, называемое правилом произведения. Пусть множество A состоит из элементов $a_1, a_2, \dots, a_m$, множество B – из элементов $b_1, b_2, \dots, b_k$. Из множества A выбирается любой из его m элементов и независимо от него из множества B выбирается любой из его k элементов. Выбранные элементы образуют пару (a_i, b_j) , где $a_i \in A, b_j \in B$. Множество этих пар можно записать в виде т а б л и ц ы :

$(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots, (a_1, b_k),$
 $(a_2, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_2, b_k),$
 $\dots\dots\dots$
 $(a_m, b_1), (a_m, b_2), \dots, (a_m, b_k),$

N – общее число всевозможных пар.

$$N = mk, N = n(A) \cdot n(B).$$

4. В столовой предлагают два различных первых блюда a_1 и a_2 , три различных вторых блюда b_1, b_2, b_3 и два вида десерта c_1 и c_2 . Сколько различных обедов из трех блюд может предложить столовая?

Решение.

A – множество первых блюд.

B – множество вторых блюд.

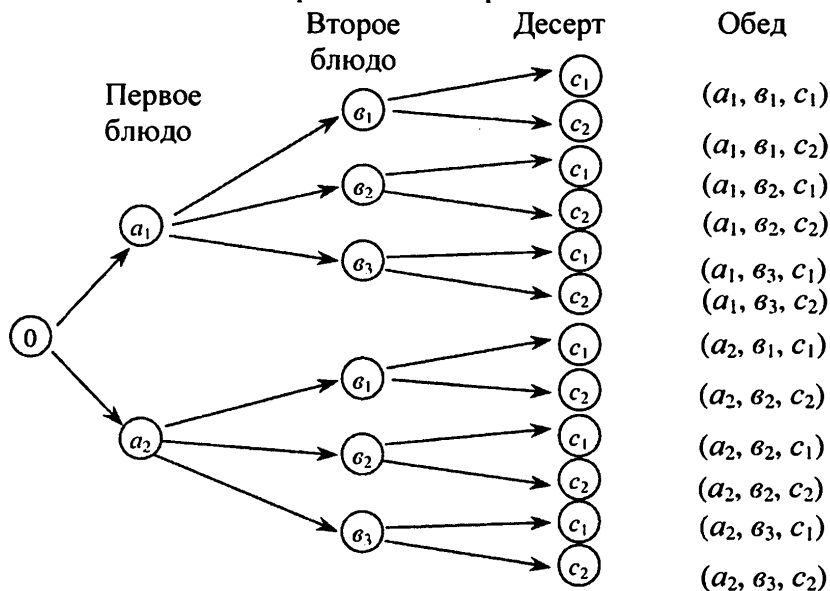
C – множество третьих блюд.

$$n(A) = 2, n(B) = 3, n(C) = 2.$$

Каждый обед определяется набором из трех блюд (a, b, c), где $a \in A, b \in B, c \in C$.

$$N = n(A) \cdot n(B) \cdot n(C) = 12.$$

Столовая может предложить 12 различных обедов.



Ответ: 12.

Размещения

При решении различных задач возникает вопрос: сколькими способами можно выбрать k объектов из множества, содержащего n таких объектов, причем k объектов должны выбираться в определенном порядке, то есть сколькими способами можно выбрать и разметить по k различным местам k из n различных предметов?

Пример 1. В конкурсе участвуют 20 человек. Сколькими способами можно присудить первую, вторую и третью премии?

Решение. Существует 20 способов выбора одного кандидата на первую премию. Далее имеется 19 кандидатов, одному из которых присуждают вторую премию. Одному из 18 оставшихся кандидатов присуждают третью премию. Для этого существует $20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$ способов.

Размещениями из n объектов по k называют любой выбор k объектов, взятых в определенном порядке из n объектов. Число размещений из n объектов по k обозначают A_n^k .

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1).$$

Пример 2. В классе 30 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из класса команду из 4 учащихся для участия в олимпиаде по истории, русскому и английскому языкам и литературе?

Решение. $A_{30}^4 = 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 = 657720$.

Существует 657720 способов выбора команды.

Ответ: 657720.

Пример 3. Сколько двухбуквенных комбинаций, не содержащих повторения букв, можно составить из 32 букв русского алфавита?

Решение. $A_{32}^2 = 32 \cdot 31 = 992$ двухбуквенные.

Ответ: 992.

Введем специальный символ.

Произведение всех натуральных чисел от 1 до n обозначается $n!$ и читается: «эн факториал».

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1) \cdot n.$$

$$A_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-k)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-k)} = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Тренировочные упражнения

1. Учащиеся 9 класса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день так, чтобы было 6 различных уроков?

2. Сколько нужно иметь различных словарей, чтобы непосредственно выполнять переводы с любого из 6 языков (русского, английского, немецкого, французского, итальянского и испанского) на любой другой из этих языков?

На сколько больше нужно иметь словарей, если к перечисленным языкам добавляется еще польский, португальский и шведский языки?

3. Сколько различных шестизначных чисел можно написать при помощи цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9? (Цифры в записи чисел не повторяются.)

4. Из 5 чайных чашек, 6 блюдец и 7 чайных ложек хотят накрыть на стол для трех человек, дав каждому из них одну чашку, одно блюдо и одну ложку. Сколькими способами можно это сделать?

Ответы:

1. $A_{10}^6 = 151200$.

2. $A_6^2 = 30$, $A_9^2 - A_6^2 = 42$.

3. 60480.

4. 1512000.

Перестановки

Если в размещениях рассмотреть случай $k = n$, то мы получим размещения, отличающиеся друг от друга только порядком элементов. Встает вопрос: сколькими способами можно переставить n различных предметов, расположенных на n различных местах?

Размещения из n элементов по n называются перестановками.

$$P_n = A_n^n = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Пример 1. Сколько трехсловных предложений можно составить из трех слов: *сегодня, дождь, идет*?

Решение. $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Ответ: 6.

Пример 2. Сколько перестановок можно получить из букв, составляющих слово «апельсин»?

Решение. $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$.

Только одно слово (*спаниель*) является осмысленным.

Ответ: 40320.

Тренировочные упражнения

1. Сколькими способами могут сесть в автомобиль 5 человек, каждый из которых может быть водителем?

2. Собрание сочинений Д. Лондона состоит из 7 томов. Сколькими способами можно разместить эти тома на книжной полке?

3. На книжной полке стоит собрание сочинений из 20 томов. Сколькими различными способами их можно переставить так, чтобы: а) тома 1 и 2 стояли рядом; б) тома 4 и 5 рядом не стояли?

4. Команда шахматистов состоит из 7 спортсменов. Перед игрой нужно выбрать шахматиста, выступающего на первой доске, и шахматиста, играющего на второй доске. Остальные 5 шахматистов произвольным образом играют на 3–7 досках. Сколько имеется различных вариантов выступления команды на 7 досках?

Ответы:

1. 120.

2. 5040.

3: а) $2! \cdot 18!$, 19; б) $18 \cdot 19!$.

4. $7 \cdot 6 \cdot P_5 = 5040$.

Сочетания

В размещениях из n элементов по k изучаемые комбинации отличаются друг от друга либо элементами, либо их порядком, либо тем и другим. Если мы не будем различать комбинации, отличающиеся друг от друга только порядком, то придем к комбинациям, различающимся только элементами.

Сочетаниями из n объектов по k называют любой выбор k объектов, взятых из n объектов.

Обозначение C_n^k . Из определения следует, что сочетания отличаются друг от друга только элементами, и поэтому их еще называют **выборками**.

Рассмотрим размещения из n элементов по k и объединим в отдельные группы такие комбинации, которые содержат k одинаковых элементов и отличаются друг от друга только порядком этих элементов. Каждая такая группа содержит $P_k = k!$ элементов.

Справедливо равенство:

$$A_n^k = C_n^k \cdot P_k$$

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = C_n^k, \quad C_n^k = C_n^{n-k}$$

Пример 1. В классе 25 учеников. Сколькими способами можно из них выбрать четырех учащихся для дежурства на вечере?

Решение. $C_{25}^4 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 15150$ способов.

Ответ: 15150.

Пример 2. У 6 взрослых и 11 детей обнаружены признаки инфекционного заболевания. Чтобы проверить заболевание, следует взять выборочный анализ у 2 взрослых и 3 детей. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Из 6 взрослых выбрать двух можно $C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$ способами. Из 11 детей выбрать трех можно $C_{11}^3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 165$ способами. $15 \cdot 165 = 2475$ способов выбора двух взрослых и трех детей.

Ответ: 2475.

Тренировочные упражнения

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани 6 цветов?
2. В забеге участвуют 12 спортсменов. Сколько существует способов занять на финише 1-е, 2-е или 3-е место?
3. Сколькими способами можно заполнить карточку «Спортлото» (зачеркнуть 6 номеров из 49)?
4. В первые три вагона поезда садятся 9 пассажиров по 3 человека в каждый вагон. Сколькими способами можно это сделать?
5. Сколько можно составить семизначных телефонных номеров из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы в каждом отдельно взятом номере все цифры были различны?
6. За столом рассаживаются n гостей. Сколько существует способов это сделать при условии, что два гостя А и Б сидеть рядом не должны?

7. На плоскости n параллельных прямых пересекаются m параллельными прямыми. Сколько параллелограммов можно выделить в образовавшейся сетке?

8. Из 10 роз и 8 георгинов нужно составить букет, содержащий 2 розы и 3 георгина. Сколько можно составить различных букетов?

9. В урне находится 10 белых и 7 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать из урны 5 шаров, из которых белыми будут 3 штуки?

10. На вершину горы ведут 10 дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое, но при условии, что спуск и подъем происходят по разным путям.

11. У некоторых народов принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если общее число имен 200, а дают ему не более трех имен?

Ответы:

1. 120.

8. 2520.

2. 1320.

9. 2520.

3. 13983816.

10. 100; 90.

4. $C^3_9 C^3_6 C^3_3 = 1680$.

11. 7920400.

5. 254940.

6. $(n-1)!(n-2)$.

7. $\frac{nm(n-1)(m-1)}{4}$.

НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность случайного события

В окружающей нас жизненной практике мы наблюдаем различные события, сталкиваемся с результатами многочисленных опытов и наблюдений. Одни события наступают тогда, когда выполнены некоторые условия. Например, увидев молнию, мы обязательно чуть позже услышим гром.

В других нередких случаях мы сталкиваемся с такими опытами, которые могут давать различные результаты в зависимости от обстоятельств, эти обстоятельства мы либо не знаем, либо не умеем учесть, либо не в состоянии устранить. Например, при бросании однородной монеты мы не можем заранее знать, какая сторона —

герб или цифра – окажется сверху. Это зависит от многих обстоятельств.

Таким образом, мы будем рассматривать различные опыты, испытания, результаты которых нельзя предсказать заранее.

Любое событие, которое связано с результатами опыта и которое в результате опыта может наступить или не наступить, называется случайным событием.

Возможные результаты опыта называются его **исходами**. Раздел математики, изучающий закономерности в случайных событиях, называется **теорией вероятностей**. Знаменитый французский ученый Блез Паскаль (1623–1662), один из создателей основ теории вероятностей, писал об этой науке: «Это учение, объединяющее точность математических доказательств с неопределенностью случая и примиряющее эти, казалось бы, противоречивые элементы, с полным правом может претендовать на титул «математики случайного».

Одним из вопросов, из которого родилась теория вероятностей, был вопрос о том, *как часто наступает то или иное случайное событие в длинной серии опытов, происходящих в одинаковых условиях.*

Рассмотрим опыт с бросанием монеты. Он имеет два исхода: V_1 – «выпал герб», V_2 – «выпала цифра». Исход бросания монеты случаен, и заранее сказать, выпадет герб или цифра, невозможно. Бросим нашу монету n раз и подсчитаем, сколько раз выпал герб.

Обозначим это число n (Γ). Отношение $\frac{n(\Gamma)}{n}$ называется частотой исхода «выпал герб» в данной серии опытов. Замечательная закономерность состоит в том, что $\frac{n(\Gamma)}{n} \approx \frac{1}{2}$. При увеличении числа испытаний частота исхода «выпал герб» приближается к числу $\frac{1}{2}$.

Это число в математике обозначается буквой P (от английского слова *probability* – *вероятность*), и оно является вероятностью исхода «выпал герб»: $P(\text{выпадение герба}) = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим общий случай. Пусть A – случайное событие, которые в результате опыта может наступить или не наступить.

n – число опытов, проходящих в одинаковых условиях. $n(A)$ – число тех опытов, в которых наступило событие A . Отношение $\frac{n(A)}{n}$

называется **частотой события** A в данной серии опытов. Как показывает практика, при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях частота наступления события A остается все время примерно одинаковой и очень редко значительно отклоняется от некоторого постоянного числа, которое называют **вероятностью рассматриваемого события** и обозначают $P(A)$. Отсюда следует, что вероятность случайного события A можно приближенно оценивать с помощью частот в длинной серии опытов: $P(A) \approx \frac{n(A)}{n}$.

Одним из первых понятий теории вероятностей является понятие *равновозможных исходов* некоторого опыта. Рассмотрим опыт: монета подбрасывается один раз. Возможен только один из двух исходов:

исход V_1 : монета упала вверх гербом (Γ);

исход V_2 : монета упала вверх цифрой ($\mathbb{C}$).

Множество исходов состоит из двух элементов ($V_1; V_2$). Существует одинаковая возможность упасть после подбрасывания вверх гербом или цифрой: ни одна из сторон монеты не имеет преимуществ перед другой. Исходы V_1 и V_2 равновозможные, то есть выпадение герба имеет такие же шансы осуществиться, как и выпадение цифры.

Для нахождения вероятности случайных событий, можно вычислить частоты появления события, но, чтобы частота была близка к вероятности, нужно сделать очень много опытов, что не всегда возможно или не всегда рационально. Вероятность события определяется без проведения опытов. Это можно сделать тогда, когда все исходы опыта равновозможны. Рассмотрим опыт, имеющий конечное число равновозможных исходов, которые обозначим $V_1, V_2, \dots, V_n$. Предположим, что в каждом опыте наступает один и только один исход. Про такие исходы говорят, что они не пересекаются. Пусть A – некоторое событие, связанное с данным опытом, оно в результате этого опыта может наступить или не наступить. V_k – исход, благоприятный событию A , его наступление в результате опыта приводит к наступлению события A . $n(A)$ – число исхо-

дов, благоприятных событию A . Вероятность определяется по формуле: $P(A) = \frac{n(A)}{n}$. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Если событию A благоприятствуют все исходы $V_1, V_2, \dots, V_n$, то $n(A) = n$ и $P(A) = \frac{n}{n} = 1$. Такое событие называется *достоверным*.

Если событию A не благоприятствует ни один исход, то $n(A) = 0$ и $P(A) = 0$. Такое событие A называют *невозможным*.

Пример 1. В опыте с подбрасыванием игрального кубика рассмотрим событие A : «на верхней грани кубика выпало не более 4 очков». Найти $P(A)$.

Решение. Этот опыт имеет 6 равновозможных исходов: $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$, где исход V_k означает выпадение k очков, $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. $n = 6$. Событие A наступает тогда, когда на верхней грани выпадает одно, два, три или четыре очка, поэтому событию A благоприятствуют исходы V_1, V_2, V_3, V_4 . $n(A) = 4$.

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Ответ: $\frac{2}{3}$.

Пример 2. Известно, что тексты, принадлежащие А. С. Пушкину, содержат 544777 словоупотреблений. Среди них 8771 раз употреблены различные формы слова «быть». Найти вероятность события A : «слово, выбранное наугад из произведений А. С. Пушкина окажется формой слова "быть"».

Решение. $n = 544777$, $n(A) = 8771$.

$$P(A) = \frac{8771}{544777} = 0,0161.$$

Пример 3. На книжной полке стоят 30 различных книг. Читатель, просмотрев их, обнаружил, что 10 книг уже прочитал раньше. После этого он попросил библиотекаря снять с полки наугад любые три книги. Какова вероятность события A : «все три предъявленные книги читатель уже прочитал раньше»?

Решение. Опыт состоит в выборе трех книг из 30 стоящих на книжной полке. Никакая тройка книг не имеет преимуществ перед

любой другой. Поэтому все его исходы равновозможны. Определим число исходов опыта. Из 30 книг 3 книги можно выбрать числом способов, равным числу сочетаний из 30 по 3.

$$n = C_{30}^3 = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4060.$$

Событие А наступает только тогда, когда 3 книги выбираются только из тех 10 книг, которые читатель уже прочитал, и поэтому число исходов опыта, благоприятствующих событию А, будет равно числу сочетаний из 10 по 3.

$$n(A) = C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120.$$

$$P(A) = \frac{C_{10}^3}{C_{30}^3} = \frac{120}{4060} = 0,03.$$

Ответ: 0,03.

Пример 4. На хоккейный матч заявлено 20 полевых хоккеистов и вратарь. Среди полевых хоккеистов 7 хоккеистов – мастера спорта. Какова вероятность того, что в случайно выбранной стартовой пятерке окажется 3 мастера спорта?

Решение. Опыт состоит в выборе 5 хоккеистов из 20. «Случайный выбор» означает, что все исходы опыта равновозможны. Подсчитаем их число n : 5 хоккеистов из 20 можно выбрать числом способов, равным числу сочетаний из 20 по 5:

$$n = C_{20}^5 = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 15648. \text{ А – событие: «в стартовой}$$

пятерке оказалось 3 мастера спорта». Трех мастеров спорта из 7 можно выбрать числом способов, равным числу сочетаний из 7 по 3:

$$C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35 \text{ способами. После того как выбраны 3 мастера}$$

спорта, следует выбрать еще двух хоккеистов, мастерами спорта не являющихся. Таких хоккеистов в команде $13 = 20 - 7$. Таким образом, двух хоккеистов нужно выбрать из 13. Это можно сделать числом способов, равным числу сочетаний из 13 по 2, то есть

$$C_{13}^2 = \frac{13 \cdot 12}{1 \cdot 2} = 78 \text{ способами. Так как каждый из 35 способов вы-}$$

бора трех мастеров спорта можно сочетать с каждым из 78 спосо-

бов выбора двух хоккеистов, мастерами спорта не являющихся, то получаем $n(A) = C^3_7 \cdot C^2_{13} = 35 \cdot 78 = 2730$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{2730}{15648} = 0,174.$$

Ответ: 0,174.

Тренировочные упражнения

1. В опыте с бросанием игрального кубика найдите вероятность события: а) А: «на верхней грани кубика выпало число очков больше, чем 1, но меньше 5»; б) В: «на верхней грани кубика выпало простое число или нечетное число очков».

2. В опыте с бросанием двух монет найдите вероятность события: а) А: «выпал один герб и одна цифра»; б) В: «выпало не менее одной цифры».

3. В шахматном турнире принимают участие 20 шахматистов, среди которых 6 мастеров спорта. Случайным образом с помощью жеребьевки они распределяются на 2 группы по 10 шахматистов в каждой. Рассмотрим взятое наугад разбиение шахматистов по группам:

а) Какова вероятность события А: «все 6 мастеров спорта оказались в одной группе»?

б) Какова вероятность события В: «2 мастера спорта попадут в одну группу, а 4 – в другую»?

4. Известно, что среди 100 книг имеется 15 бракованных, внешне не отличимых от доброкачественных. Наугад выбирается 5 книг. Найдите вероятность следующих событий: а) событие А: «все 5 книг доброкачественные»; б) событие В: «все 5 книг бракованные»; в) событие С: «среди выбранных книг ровно 2 бракованные».

5. В урне находится 9 одинаковых шаров, пронумерованных цифрами от 1 до 9. Шары тщательно перемешиваются и по одному извлекаются из урны. Найдите вероятность события А: «номера шаров извлекаются в порядке 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9».

6. В классе 10 учащихся изучают английский язык, 6 – французский и 8 – немецкий. Наугад составляется группа из 3 человек. Найдите вероятность событий: а) события А: «все 3 ученика изучают разные языки»; б) событие В: «все 3 ученика изучают английский язык».

7. Буквы, образующие слово «апельсин», написаны на карточках и тщательно перемешаны в урне. Извлекаем наугад карточки одну за другой. Какова вероятность события А: «извлеченные буквы образуют слово «спаниель»?»

Ответы: 1: а) $P(A) = 0,708$; б) $P(B) = \frac{2}{3}$.

2: а) $P(A) = \frac{1}{2}$; б) $P(B) = \frac{3}{4}$.

3: а) $P(A) = \frac{2C_{14}^4}{C_{20}^{10}}$; б) $2C_6^2 \frac{C_{14}^8}{C_{20}^{10}} = \frac{315}{586}$.

4: а) $n = C_{100}^5$, $P(A) = \frac{1}{n} C_{85}^5$; б) $P(B) = \frac{1}{n} C_{15}^5$; в) $P(C) = \frac{1}{n} C_{85}^3 C_{15}^2$.

5. $P(A) = \frac{1}{9!}$.

6: а) $P(A) = \frac{60}{253}$; б) $P(B) = \frac{15}{253}$.

7. $P(A) = \frac{1}{40320}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика. 5–11 классы: программы; тематическое планирование. – М.: Дрофа, 2002.

2. Алгебра: учебник для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2005.

3. Математика: учеб. пособие для 10 кл. гуманитарного профиля / А. Л. Вернер, А. П. Карп. – М.: Просвещение, 2001.

4. Алгебра: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 кл. / Л. В. Кузнецова, Е. А. Бунимович, Б. П. Иггарев, С. Б. Суворова. – М.: Дрофа, 2002.

5. Дидактические материалы по алгебре для 9 класса / Ю. Н. Макарычев и др. – М.: Просвещение, 2002.

6. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика / Л. О. Денищева, Ю. А. Глазкова, К. А. Краснянская и др. – М.: Интеллект-Центр, 2004.

7. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М.: Просвещение, 1990.
8. Уроки алгебры в 9 классе: пособие для учителей к учеб. «Алгебра–9» Б. Н. Макарычева. – М.: Вербум-М, 2000.
9. Тесты. Алгебра: классы 7–9: учеб.-метод. пособие / П. И. Алтынов. – М.: Дрофа, 1998.
10. Спасибо за урок, дети! Книга для учителя: из опыта работы / А. А. Окунев. – М.: Просвещение, 1988.
11. Разноуровневые дидактические материалы по алгебре. 9 кл. / М. Б. Миндюк, Н. Г. Миндюк. – М.: Генжер, 1997.
12. Устные упражнения по алгебре и началам анализа: книга для учителя / Р. Д. Лукин и др. – М.: Просвещение, 1989.
13. Алгебра для 9 класса: учеб. пособие для уч-ся школ и классов с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин и др. – М.: Просвещение, 1998.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Примерное поурочное планирование по алгебре в 9 классе	4
Глава I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ	6
§ 1. ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА	6
Тема (п. 1): Функция. Область определения и область значений функции	6
Урок 1	6
Урок 2	9
Урок 3	11
Тема (п. 2): Свойства функций.....	12
Урок 4	13
Урок 5	14
Урок 6	18
Тема (п. 3): Квадратный трехчлен и его корни	21
Урок 7	21
Тема (п. 4): Разложение квадратного трехчлена на множители	26
Урок 8	27
Урок 9	31
Урок 10	34
§ 3 КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК	40
Тема (п. 5): Функция $y = ax^2$, ее график и свойства	40
Урок 11	40
Урок 12	43
Тема (п. 6): Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$	45
Урок 13	45
Урок 14	48
Тема (п. 7): Построение графика квадратичной функции	49
Урок 15	50
Урок 16	52
Урок 17	55
Урок 18. Контрольная работа № 1	56
§ 4. НЕРАВЕНСТВО С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	66
Тема (п. 8): Решение неравенств второй степени с одной переменной	66
Урок 19	66
Урок 20	68
Урок 21	70
Тема (п. 9): Решение неравенств методом интервалов	74
Урок 22	74
Урок 23	76
Урок 24	77
Решение задач	80
Урок 25 (итоговый).....	80
Глава II. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ	84
§ 5. УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	84
Тема (п. 10): Целое уравнение и его корни	84
Урок 26	84
Урок 27	86
Тема (п. 11): Уравнения, приводимые к квадратным	87
Урок 28	87
Урок 29	88
Урок 30	90
Урок 31. Контрольная работа № 2.....	91
§ 2. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ	101
Тема (п. 12): Графический способ решения систем уравнений	102
Урок 32	103
Урок 33	104
Урок 34	104
Урок 35	108

Тема (п. 13): Решение систем уравнений второй степени	110
Урок 36	110
Урок 37	112
Урок 38	113
Урок 39	115
Тема (п. 14): Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	116
Урок 40	116
Урок 41	119
Урок 42	120
Урок 43	122
Урок 44. Контрольная работа № 3	122
ПОВТОРЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	126
Урок 45	126
Урок 46	128
Урок 47	131
Глава III. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ	132
§ 7. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ	
Тема (п. 15): Последовательности	132
Урок 48	132
Тема (п. 16): Определение арифметической прогрессии. Формула n-го члена арифметической прогрессии	134
Урок 49	134
Урок 50	135
Урок 51	138
Тема (п. 17): Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии	141
Урок 52	141
Урок 53	143
Урок 54. Контрольная работа № 4	146
§ 8. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ	
Тема (п. 18): Определение геометрической прогрессии. Формула n-го члена геометрической прогрессии	152
Урок 55	152
Урок 56	156
Тема (п. 19): Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии	158
Урок 57	158
Урок 58	160
Тема (п. 20): Сумма бесконечной геометрической прогрессии при $q < 1$	162
Урок 59	162
Урок 60	169
Урок 61. Контрольная работа № 5	171
Глава IV. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ	179
§ 9. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ	
Тема (п. 21): Четные и нечетные функции	179
Урок 62	179
Урок 63	180
Тема (п. 22): Функция $y = x^n$	183
Урок 64	183
§ 10. КОРЕНЬ n -Й СТЕПЕНИ	
Тема (п. 23): Определение корня n-й степени	184
Урок 65	185
Урок 66	188
Урок 67. Контрольная работа № 6	189
Глава V. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ	194
§ 12. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЛЮБОГО УГЛА	
Тема (п. 28): Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса	194
Урок 68	195
Урок 69	197

Тема (п. 29): Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса	200
Урок 70	201
Урок 71	205
Тема (п. 30): Радианная мера угла	209
Урок 72	210
§ 13. ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	
Тема (п. 31): Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла	213
Урок 73	213
Урок 74	216
Урок 75	219
Урок 76	221
Тема (п. 32): Применение основных тригонометрических формул к преобразованию выражений	223
Урок 77	223
Урок 78	225
Урок 79	229
Урок 80	230
Урок 81. Контрольная работа № 7	234
ПОВТОРЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	239
Урок 82	239
ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ	240
ПОВТОРЕНИЕ: АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ	241
Урок 83	241
Урок 84	244
Урок 85	248
Урок 86	252
ПОВТОРЕНИЕ: УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ	256
Урок 87	256
Урок 88	259
ПОВТОРЕНИЕ: ЗАДАЧИ	262
Урок 89	262
Урок 90	265
Урок 91	267
ПОВТОРЕНИЕ: НЕРАВЕНСТВА	268
Урок 92	268
Урок 93	270
Урок 94	273
ПОВТОРЕНИЕ: ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ	275
Урок 95	275
Урок 96	277
Урок 97	278
Итоговая контрольная работа	
Уроки 98–99	279
Анализ контрольной работы	
Урок 100	287
ПОВТОРЕНИЕ: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	288
Урок 101	288
Урок 102 (заключительный). Подведение итогов года	291
Приложения	291
Литература	312

Охраняется законом об авторском праве. Воспроизведение всего пособия или любой его части, а также реализация тиража запрещаются без письменного разрешения издателя. Любые попытки нарушения закона будут преследоваться в судебном порядке.

АЛГЕБРА

9 класс

Поурочные планы

**по учебнику Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк,
К. Н. Пешкова, С. Б. Суворовой**

Автор-составитель Светлана Петровна Ковалева

Ответственные за выпуск

Л. Е. Гринин, А. В. Перепёлкина

Редактор **А. В. Перепёлкина**

Редактор-методист **Л. В. Голубева**

Технический редактор **Л. В. Иванова**

Корректор **С. В. Бакунина**

Верстка **О. Г. Быковской**

Издательство «Учитель»

400067, г. Волгоград, п/о 67, а/я 32

Подписано в печать 27.08.07. Формат 60×90/16.

Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,00. Доп. тир. 12 000 экз. Заказ № 19826.

Диапозитивы предоставлены издательством.

ОАО «Саратовский полиграфкомбинат»

410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59

www.sarpk.ru

УВАЖАЕМЫЙ ПОКУПАТЕЛЬ!

Наше издательство успешно работает на российском книжном рынке уже семнадцатый год. За это время миллионы учащихся, родителей, учителей и людей самых разных возрастов и профессий воспользовались нашими услугами. Мы предоставляем возможность заказать книги по почте. Оплата заказанных книг производится только после их получения на почте (наложенный платеж), поэтому наши клиенты нам доверяют.

Наш каталог включает в себя более тысячи названий книг и брошюр нашего и целого ряда московских издательств. Помимо методической литературы (в т. ч. на компакт-дисках) для учителей и учебных пособий для школьников всех классов и абитуриентов, есть также пособия для малышей, студентов, родителей.

Ниже мы помещаем содержание нашего информационного проспекта (каталога) и отдельные темы из него.

Серия «Весь школьный курс в вопросах и ответах»

Серия «Тренажеры. Тесты. Самоучители»

Серия «Готовимся к Единому Государственному Экзамену»

Пособия по всем предметам для уч-ся 5–11 кл. и поступающих в вузы

Серия «Дошкольник»

Пособия для начальной школы

Серия «В помощь администрации школы»

Серия «Воспитание в школе»

Серия «Новое в преподавании в школе»

Серия «Профильное образование»

Серия «Общешкольные мероприятия»

Серия «Внеклассная работа в школе»

Серия «В помощь воспитателям и вожатым»

Серия «Летний отдых»

Пособия для преподавателей 1–11 кл.

Пособия для студентов вузов

Серия «Сам себе репетитор»

Серия «Как поступить в вуз»

Решение задач и выполнение заданий из школьных учебников

Медицина: серия «Если ты заболел»

Тема «Школа развития памяти и воображения»

Серия «Домашние хлопоты»

Тема «Родители и дети»

Тема «Мир занятий и увлечений»

Цена пособий указана без почтовых расходов. Почтовые расходы составляют от 34 до 45% от суммы заказа. Цена в связи с инфляцией может меняться.

Н О В И Н К И

В ПОМОЩЬ АДМИНИСТРАЦИИ ШКОЛЫ

12016. Справочник заместителя директора по начальной школе. 156 с. Цена 49 р.

1215а. Справочник заместителя директора по воспитательной работе. 144 с. Цена 43 р.

1201а. Справочник заместителя директора по учебной работе. 186 с. Цена 48 р. 50 к.

1111а. Патриотическое воспитание (система работы, планирование, разработки занятий) (для организаторов и классных руководителей). 170 с. Цена 46 р.

Б-СД-1к. Книга «Управление школой: документация и отчетность» (содержит те же разделы, что и компьютерный вариант, но в сокращённом виде). Цена 54 р. б/ск.

1215в. Система работы администрации школы по профилактике наркомании (планирование, комплекс административных и внеклассных мероприятий, координация действий различных структур). 159 с. Цена 48 р.

1268. Техника педагогического общения. Практикум для учителей и классных руководителей. 74 с. Цена 33 р. 50 к.

1250. Взаимодействие школы и семьи (педагогический всеобуч). 91 с. Цена 37 р. 50 к.

1255. Деловое совещание в школе. 75 с. Цена 35 р. 50 к.

1253. Профориентация в профильном обучении старшеклассников (учебно-методические материалы для разработки элективных курсов). 120 с. Цена 45 р.

12056. Педагогические советы. Вып. 1 (разработки, подготовка и технологические схемы). 157 с. Цена 47 р. 50 к.

1284. Пожарная безопасность в общеобразовательном учреждении (нормативные документы, инструкции). 153 с. Цена 45 р.