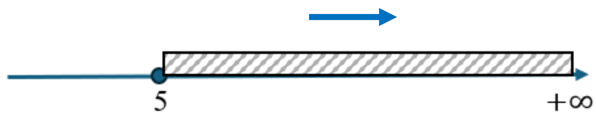
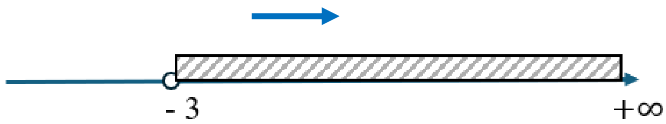
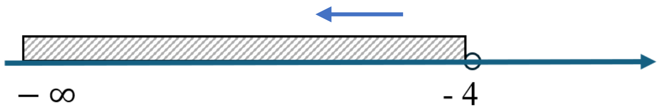
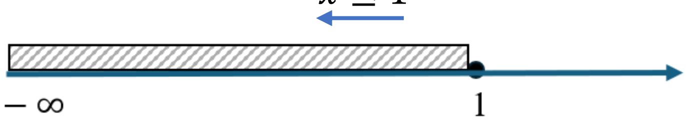
ITEMUL 9.

„TRANSLATOR”

Nr.	Expresii din enunțul problemei	Simboluri matematice
1	suma	$+$
2	diferența	$-$
3	produsul	$\cdot$
4	câtul/ raportul	$:$
5	este pozitivă / ia valori pozitive	> 0
6	este negativă / ia valori negative	< 0
7	ia valori **ne**negative	≥ 0
8	nu întrece -2	≤ -2
9	nu depășesc 5	≤ 5
10	nu sunt mai mari decât 8	≤ 8
11	este mai mică sau egală cu 13	≤ 13
12	este cel mult egală cu 7	≤ 7
13	nu sunt mai mici decât -4	≥ -4
14	cel puțin egal cu 2	≥ 2
15	este mai mare sau egală decât 6	≥ 6
16	valoarea funcției nu întrece valoarea argumentului	$f(x) \leq x$
17	valoarea funcției este mai mare decât dublul valorii argumentului	$f(x) > 2x$
18	valorile reale ale lui x, care sunt mai mici decât valorile corespunzătoare ale funcției f	$x < f(x)$

Intervale de numere reale

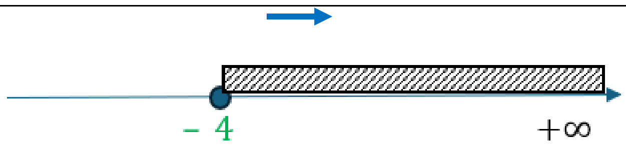
Exemplu rezolvat	**Reprezintă pe axă și scrie intervalul corespunzător**
$x \geq 5$  $S = [5;\ +\infty)$	$x \geq -2$
$x > -3$  $S = (-3;\ +\infty)$	$x > 7$
$x < -4$  $S = (-\infty;\ -4)$	$x < 2$
$x \leq 1$  $S = (-\infty; 1]$	$x \leq -6$

I. Rezolvarea inecuațiilor de forma $ax + b \le 0$ (sau $<, >, \ge$), $a \ne 0$.

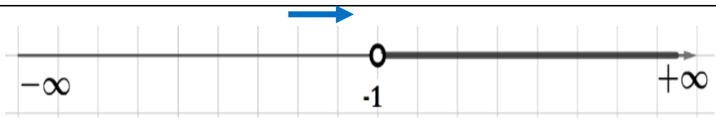
1. Rezolvă în $\mathbb{R}$ inecuația $2x + 6 \le 0$.

Rezolvare	Etapele rezolvării
$2x + 6 \le 0$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia. În cazul dat : $+6$.
$2x + 6 \le 0$ $-6 \quad -6$ $2x + 0 \le -6$ $2x \le -6$	Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenul $+6$ și respectiv sub 0, numărul -6. Apoi efectuăm calculele respective: $+6 - 6 = 0$ și $0 - 6 = -6$.
$\frac{2}{2}x \le \frac{-6}{2}$ $x \le -3$	Împărțim ambii membri ai inecuației la coeficientul lui x, adică la 2, care este **număr pozitiv!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta - $-6 : 2 = -3$. Semnul $\le$ al inegalității **nu se schimbă!** , deoarece am împărțit **la un număr pozitiv.**
 $S = (-\infty; -3]$.	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

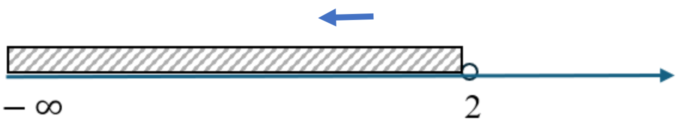
2. Rezolvă în $\mathbb{R}$ inecuația $-2x - 8 \le 0$

Rezolvarea	Etapele rezolvării
$-2x - 8 \le 0$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat : -8
$-2x - 8 \le 0$ $+\mathbf{8} \quad +\mathbf{8}$ $-2x + 0 \le \mathbf{8}$ $-2x \le 8$	Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenul -8 și respectiv sub 0, numărul $+8$. Apoi efectuăm calculele respective: $-\mathbf{8} + \mathbf{8} = 0$ și $0 + \mathbf{8} = 8$
$\frac{-2}{-2}x \le \frac{8}{-2}$ $x \ge -4$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -2, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta - $8 : (-2) = -4$. Semnul $\le$ al inegalității **se schimbă!** în $\ge$, deoarece am împărțit **la un număr negativ.**
 $S = [-4; +\infty)$.	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

3. Rezolvă în $\mathbb{R}$ inecuația $5x + 1 > 3x - 1$. (*Inecuație, ce conține necunoscuta x în ambii membri*).

Rezolvarea	Etapele rezolvării
Vom aduce inecuația la forma $ax > b$	
$5x + 1 > 3x - 1$	Identificăm termenul ce-l conține pe x **în membrul drept al** inegalității, împreună cu semnul acestuia: $+3x$
$5x + 1 > 3x - 1$ $-\mathbf{3x} \qquad -\mathbf{3x}$ $2x + 1 > 0 - 1$ $2x + 1 > -1$	Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii care conțin x opusul lui $+3x$, adică $-\mathbf{3x}$ și efectuăm calculele respective: $5x - \mathbf{3x} = 2x$ și $3x - \mathbf{3x} = \mathbf{0}$
$2x + 1 > -1$ $\mathbf{-1} \qquad \mathbf{-1}$ $2x + 0 > -\mathbf{2}$ $2x > -2$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat : $+1.$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+1$, adică $-\mathbf{1}$ și efectuăm calculele respective: $+1 - \mathbf{1} = 0$ și $-\mathbf{1} - \mathbf{1} = -\mathbf{2}$
$\frac{2}{2}x > \frac{-2}{2}$ $x > -1$	Împărțim ambii membri ai inecuației la coeficientul lui x, adică la 2, care este **număr pozitiv!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta - $-2 : 2 = -1$. . Semnul $>$ al inegalității **nu se schimbă !**, deoarece am împărțit la **un număr pozitiv.**
 $S = (-1; +\infty)$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

4. Rezolvă în $\mathbb{R}$ inecuația $-10x+8>-2x-8$.

Rezolvarea	Etapele rezolvării
Vom aduce inecuația la forma $ax>b$	
$-10x+8>-2x-8$	Identificăm termenul ce-l conține pe x **în membrul drept al** inegalității, împreună cu semnul acestuia : $-2x$.
$-10x+8>-2x-8$ $+2x \qquad +2x$ $-8x+8>0-8$ $-8x+8>-8$	Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii care conțin x opusul lui $-2x$, adică $+2x$ și efectuăm calculele respective: $-10x+2x=-8x$ și $-2x+2x=0$
$-8x+8>-8$ $-8 \quad -8$ $-8x+0>-16$ $-8x>-16$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat : $+8$. Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+8$, adică -8 și efectuăm calculele respective: $+8-8=0$ și $-8-8=-16$
$\frac{-8}{-8}x>\frac{-16}{-8}$ $x<2$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -8 , care **este număr negativ:** în stânga rămâne doar x, în dreapta - $-16:(-8)=2$. Semnul $>$ al inegalității **se schimbă!** în $<$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
$x<2$  $S=(-\infty;2)$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

Exersează:

Rezolvă în $\mathbb{R}$ inecuațiile:

a) $3x-12<0$

b) $-6x+18\leq 0$

c) $8-4x>0$

d) $6x+7\leq x-8$

e) $2x-3\geq 5x-6$

f) $-x-3\leq 5x+6$

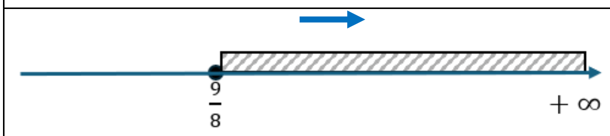
g) $3x-10<-9x+6$

h) $8-4x>x+4$.

II. Sarcini care vizează alcătuirea inecuațiilor cu funcție dată de gradul I.

Exemple rezolvate:

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$. Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $4f(x)\geq f(3)$.

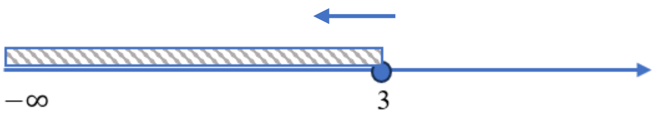
$4f(x)\geq f(3)$	
Calculăm $f(3)$	$f(3)=2\cdot 3-1=5.$
Din condiție:	$f(x)=2x-1$
Substituim în inecuație:	$4f(x)\geq f(3)$ $4(2x-1)\geq 5$
Rezolvăm în $\mathbb{R}$ inecuația $4(2x-1)\geq 5$	
$4(2x-1)=8x-4$ $8x-4\geq 5$	Deschidem parantezele după regula: $a(b+c)=ab+ac$
$8x-4\geq 5$ $\quad +4 \quad +4$ $8x+0\geq 9$ $8x\geq 9$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat : -4. Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui -4, adică $+4$. Apoi efectuăm calculele respective $-4+4=0$ și $5+4=9$
$\frac{8}{8}x\geq\frac{9}{8}$ $x\geq\frac{9}{8}$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la 8, care este **număr pozitiv!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta - 9 : $8=\frac{9}{8}$. Semnul $\geq$ al inegalității **nu se schimbă!**, deoarece am împărțit la **un număr pozitiv.**
 $x\in\left[\frac{9}{8};+\infty\right).$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - 3x$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care **valoarea respectivă a funcției nu este mai mare decât valoarea argumentului.**

<table>
<tr><td>Valoarea respectivă a funcției
↓
$f(x) = 4 - 3x$</td><td>nu este mai mare decât
↓
$\leq$</td><td>valoarea argumentului.
↓
x</td></tr>
<tr><td colspan="3">Deci, rezolvăm în $\mathbb{R}$ inecuația $4 - 3x \leq x$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Vom aduce inecuația la forma $ax > b$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$\begin{array}{r} 4 - 3x \leq x \\ \underline{\quad - x \quad - x} \\ 4 - 4x \leq 0 \end{array}$$</td><td>Identificăm termenul ce-l conține pe x în membrul drept al inegalității, împreună cu semnul acestuia: $+x$.
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii care conțin x opusul lui $+x$, adică $-x$ și efectuăm calculele respective:
$-3x - x = -4x$ și $x - x = 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$\begin{array}{r} 4 - 4x \leq 0 \\ \underline{-4 \qquad -4} \\ 0 - 4x \leq -4 \\ -4x \leq -4 \end{array}$$</td><td>Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+4$
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii liberi opusul lui $+4$, adică -4 și efectuăm calculele respective:
$4 - 4 = 0$ și $0 - 4 = -4$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$\frac{-4}{-4}x \leq \frac{-4}{-4}$$
$$x \geq 1$$</td><td>Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -4, care este număr negativ!: în stânga rămâne doar x, în dreapta $-4 : (-4) = 1.$
Semnul $\leq$ al inegalității se schimbă! în $\geq$, deoarece am împărțit la un număr negativ.</td></tr>
<tr><td colspan="2">
$x \in [1; +\infty)$.</td><td>Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.</td></tr>
</table>

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 18 - 6x$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care valoarea funcției **este** negativă.

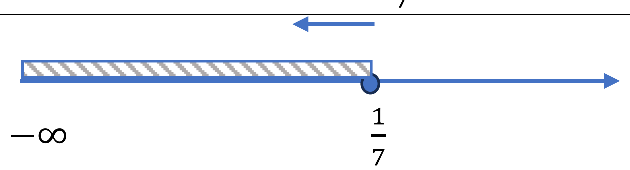
Valoarea funcției	**este** nenegativă.
$f(x) = 18 - 6x$	≥ 0

Deci, rezolvăm în $\mathbb{R}$ inecuația $18 - 6x \geq 0$	
$18 - 6x \geq 0$ $-\mathbf{18} \qquad -18$ $0 - 6x \geq -18$ $-6x \geq -18$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+18$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+18$, adică -18 și efectuăm calculele respective: $18 - 18 = 0$ și $0 - \mathbf{18} = -18$
$\frac{-6}{-6}x \geq \frac{-18}{-6}$ $x \leq 3$	Împărțim ambii membri ai inecuației la coeficientul lui x, adică la -6, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta $-18 : (-6) = 3$. Semnul $\geq$ al inegalității **se schimbă!** în $\leq$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in (-\infty; 3]$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

4. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = -4x + 1$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care valorile respective ale funcției **sunt cel puțin egale** cu triplul valorilor respective ale argumentului.

Valorile respective ale funcției	**sunt cel puțin egale**	Cu triplul valoarilor respective ale argumentului.
$\downarrow$ $f(x) = -4x + 1$	$\downarrow$ $\geq$	$\downarrow$ $3x$

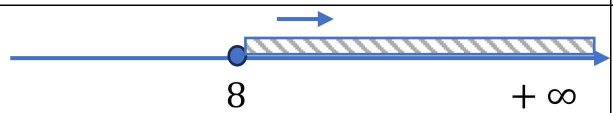
Deci, rezolvăm în $\mathbb{R}$ inecuația $-4x + 1 \leq x$
Vom aduce inecuația la forma $ax \geq b$

$\begin{array}{r} -4x + 1 \geq 3x \\ -3x \qquad -3x \\ \hline -7x + 1 \geq 0 \end{array}$	Identificăm termenul ce-l conține pe x **în membrul drept al** inegalității, împreună cu semnul acestuia: $+3x$. Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii care conțin x opusul lui $+3x$, adică $-3x$ și efectuăm calculele respective: $-4x - 3x = -7x$ și $3x - 3x = \mathbf{0}$
$\begin{array}{r} -7x + 1 \geq 0 \\ -\mathbf{1} \quad -1 \\ \hline -7x + 0 \geq -1 \\ -7x \geq -1 \end{array}$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+1$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+1$, adică $-\mathbf{1}$ și efectuăm calculele respective: $+1 - 1 = 0$ și $0 - \mathbf{1} = -1$
$\begin{array}{c} \frac{-7}{-7}x \geq \frac{-1}{-7} \\ \hline x \leq \frac{1}{7} \end{array}$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -7, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta $-1 : (-7) = \frac{1}{7}$. Semnul $\geq$ al inegalității **se schimbă!** în $\leq$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in \left(-\infty; \frac{1}{7}\right]$.	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 8$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care **expresia $f(x) + f(-2)$ nu întrece 10.**

expresia $f(x)$	+	$f(-2)$	nu întrece	10
		$f(-2) = -(-2) + 8 = 10$		
$-x + 8$	+	10	$\leq$	10

Deci, rezolvăm în $\mathbb{R}$ inecuația $-x + 18 \leq 10$

$-x + 18 \leq 10$ $\quad - 18 \quad - 18$ $-x + 0 \leq -8$ $-x \leq -8$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+18$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+18$, adică $-$ **18** și efectuăm calculele respective: $+18 - 18 = 0$ și $10 - 18 = -8$
$\frac{-1}{-1}x \leq \frac{-8}{-1}$ $x \geq 8$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -1, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta $-8 : (-1) = 8$. Semnul $\leq$ al inegalității **se schimbă!** în $\geq$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in [8; +\infty)$.	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.

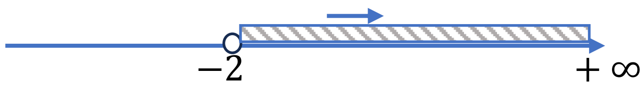
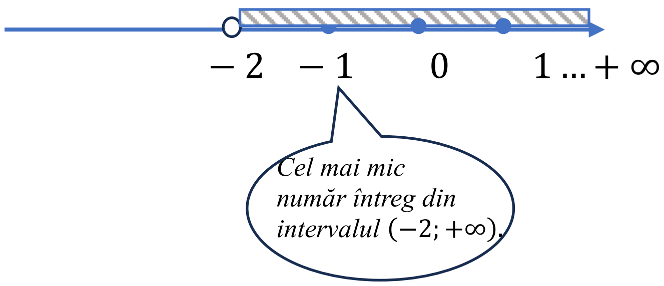
Exersează:

1) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 11 - x$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care expresia $-f(x) + f(-1)$ ia valori mai mici sau egal cu 0.
2) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -6x + 8$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care valoarea funcției nu este mai mică decât dublul valorii argumentului.
3) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9x - 5$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care valorile respective ale funcției sunt cel mult egale cu valoarea argumentului.
4) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 8$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care expresia $-2f(x) + f(-1)$ este cel puțin egală cu 1.
5) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x - 4$. Determină valorile reale ale lui x, pentru care valoarea funcției nu este mai mare decât valoarea expresiei $3x$.

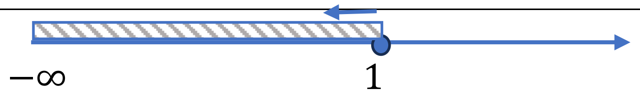
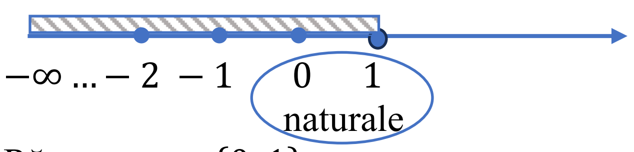
III. Sarcini care vizează alcătuirea inecuațiilor și selectarea soluțiilor

Exemple rezolvate:

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - 2x$. Determină **cea mai mică valoare întreagă a lui x**, pentru care $f(x) < x + f(-3)$.

$f(-3) = 4 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$	Calculăm $f(-3)$.
$f(x) < x + f(-3)$ $4 - 2x < x + 10$	Substituim în inecuația din enunț: $f(x) = 4 - 2x$ și $f(-3) = 10$
Deci, rezolvăm inecuația $4 - 2x < x + 10$	
Vom aduce inecuația la forma $ax < b$	
$4 - 2x < x + 10$ $-x \quad -x$ $4 - 3x < 0 + 10$ $4 - 3x < 10$	Identificăm termenul ce-l conține pe x **în membrul drept al** inegalității, împreună cu semnul acestuia: $+x$. Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii care conțin x opusul lui $+x$, adică $-x$ și efectuăm calculele respective: $-2x - x = -3x$ și $x - x = 0$
$4 - 3x < 10$ $-4 \quad -4$ $0 - 3x < 6$ $-3x < 6$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+4$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+4$, adică -4 și efectuăm calculele respective: $+4 - 4 = 0$ și $10 - 4 = 6$
$\frac{-3}{-3}x < \frac{6}{-3}$ $x > -2$	Împărțim ambii membri ai inecuației la coeficientul lui x, adică la -3, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta -6 : $(-3) = -2$. Semnul $<$ al inegalității **se schimbă!** în $>$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in (-2; +\infty)$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.
 Răspuns: $x = -1$	Selectăm, conform cerinței, **cea mai mică soluție întreagă** din intervalul $(-2; +\infty)$.

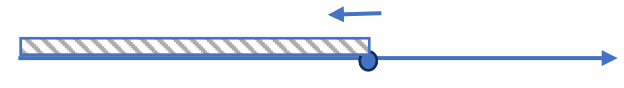
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 1$. Determină **valorile naturale ale lui x**, pentru care $2f(x) - f(2) \geq x$.

$f(2) = -3 \cdot 2 + 1 = -6 + 1 = -5$	Calculăm $f(-2)$.
$2f(x) - f(2) \geq x$ $2(-3x + 1) - (-5) \geq x$	Substituim în inecuația din enunț: $f(x) = -3x + 1$ și $f(2) = -5$
Deci, rezolvăm inecuația $2 \cdot (-3x + 1) - (-5) \geq x$	
Vom aduce inecuația la forma $ax \geq b$	
$2 \cdot (-3x + 1) = -6x + 2$ $-6x + 2 + 5 \geq x$ $-6x + 7 \geq x$	Deschidem parantezele după regula: $a(b + c) = ab + ac$
$-6x + 7 \geq x$ $-x \quad\quad -x$ $-7x + 7 \geq 0$	Identificăm termenul ce-l conține pe x **în membrul drept al** inegalității, împreună cu semnul acestuia: $+x$. Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii care conțin x opusul lui $+x$, adică $-x$ și efectuăm calculele respective: $-6x - x = -7x$ și $x - x = 0$
$-7x + 7 \geq 0$ $-7 \quad -7$ $-7x + 0 \geq -7$ $-7x \geq -7$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+7$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+7$, adică -7 și efectuăm calculele respective: $+7 - 7 = 0$ și $0 - 7 = -7$
$\frac{-7}{-7}x \geq \frac{-7}{-7}$ $x \leq 1$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -7, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta $-7 : (-7) = 1$. Semnul $\geq$ al inegalității **se schimbă!** în $\leq$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in (-\infty; 1]$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.
 Răspuns: $x \in \{0; 1\}$	Selectăm, conform cerinței, **valorile naturale ale lui x** din intervalul $(-\infty; 1]$.

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 11$. Determină **valorile pozitive ale lui x,** pentru care valorile respective ale funcției **sunt cel puțin egale cu** 5.

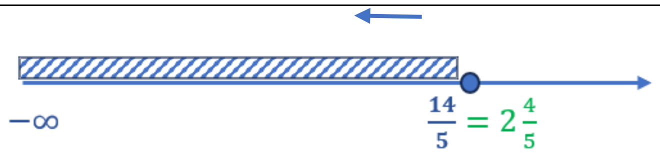
valorile respective ale funcției	**sunt cel puțin egale cu**	5
$f(x) = -2x + 11$	$\geq$	5

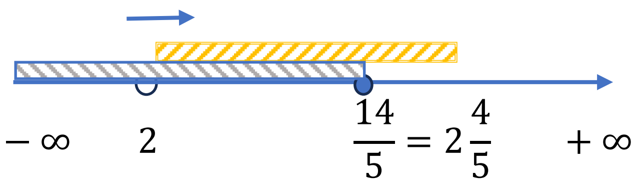
Deci, rezolvăm inecuația $-2x + 11 \geq 5$

$-2x + 11 \geq 5$ $-11 \quad -11$ $-2x + 0 \geq -6$ $-2x \geq -6$	Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+11$ Scriem **în ambele părți ale inecuației** sub termenii liberi opusul lui $+11$, adică -11 și efectuăm calculele respective: $+11 - 11 = 0$ și $5 - 11 = -6$
$\frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2}$ $x \leq 3$	Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -2, care **este număr negativ!:** în stânga rămâne doar x, în dreapta $-6 : (-2) = -3.$ Semnul $\geq$ al inegalității **se schimbă!** în $\leq$, deoarece am împărțit la **un număr negativ.**
 $x \in (-\infty; 3]$	Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.
valorile pozitive ale lui x înseamnă: $x > 0$  Răspuns: $x \in (0; 3]$.	Selectăm, conform cerinței, **valorile pozitive ale lui x** din intervalul $(-\infty; 3]$.

4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -5x + 14$. Determină **valorile lui $x > 2$**, pentru care valorile respective ale funcției **sunt nenegative**.

<table>
<tr><td>valorile respective ale funcției
↓</td><td>sunt nenegative
↓</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x) = -5x + 14$</td><td>$\geq$</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Deci, rezolvăm inecuația $-5x + 14 \geq 0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$$\begin{array}{r} -5x + 14 \geq 0 \\ -14 \quad -14 \\ \hline -5x + 0 \geq -14 \\ -5x \geq -14 \end{array}$$</td><td>Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+14$
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii liberi opusul lui $+14$, adică -14 și efectuăm calculele respective:
$+14 - 11 = 0$ și $0 - 14 = -14$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{c} \frac{-5}{-5}x \geq \frac{14}{-5} \\ \hline x \leq \frac{14}{5} \end{array}$$</td><td>Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -5, care este număr negativ!: în stânga rămâne doar x, în dreapta $-14 : (-5) = \frac{14}{5}$.
Semnul $\geq$ al inegalității se schimbă! în $\leq$, deoarece am împărțit la un număr negativ.</td></tr>
<tr><td>

$x \in \left(-\infty; \frac{14}{5}\right]$</td><td>Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.</td></tr>
<tr><td>$x > 2$


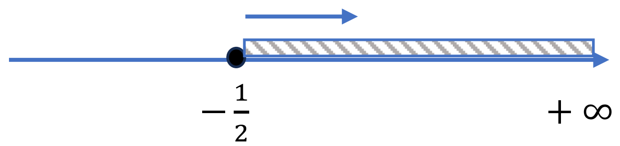
Răspuns: $x \in \left(2; \frac{14}{5}\right]$.</td><td>Selectăm, conform cerinței, reprezentând pe axă, valorile lui $x > 2$ din intervalul $\left(-\infty; \frac{14}{5}\right]$.</td></tr>
</table>

Exersează:

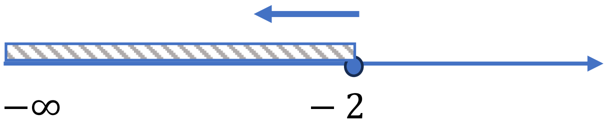
1) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3 + 2x$. Determină cea mai mare valoare naturală pară a lui x, pentru care $f(x) < x + f(4)$.
2) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 8$. Determină valorile naturale impare ale lui x, pentru care $f(x) - f(2) \geq x - 1$.
3) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - 3x$. Determină valorile negative ale lui x, pentru care valorile respective ale funcției sunt mai mici ca 14.
4) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 10$. Determină valorile nenegative ale lui x, pentru care valorile respective ale funcției sunt pozitive.
5) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 8$. Determină valorile lui x, care sunt pătrate perfecte și pentru care $f(x) - f(-2) \geq 6x - 27$.

IV. Sarcini care vizează determinarea domeniului de definiție al unei funcții

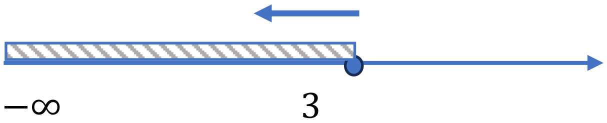
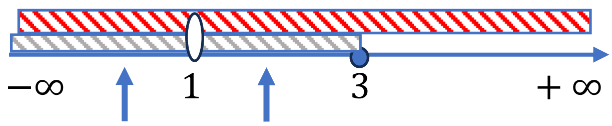
1) Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x + 1}$. Determină domeniul de definiție al funcției.

<table>
<tr><td colspan="2">Rădăcina pătrată este definită doar pentru numere reale nenegative</td></tr>
<tr><td colspan="2">$f(x) = \sqrt{\mathbf{2x + 1}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Deci, rezolvăm inecuația $\mathbf{2x + 1} \geq 0$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r} 2x + 1 \geq 0 \\ -\mathbf{1} \quad -1 \\ \hline 2x + 0 \geq -1 \\ 2x \geq -1 \end{array}$$</td><td>Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+1$
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii liberi opusul lui $+1$, adică -1 și efectuăm calculele respective:
$+1 - 1 = 0$ și $0 - \mathbf{1} = -1$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{l} \frac{2}{2}x \geq \frac{-1}{2} \\ \hline x \geq -\frac{1}{2} \end{array}$$</td><td>Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la 2, care este număr pozitiv!: în stânga rămâne doar x, în dreapta $-1 : 2 = -\frac{1}{2}$.
Semnul $\geq$ al inegalității nu se schimbă!, deoarece am împărțit la un număr pozitiv.</td></tr>
<tr><td>
Răspuns: $D = \left[-\frac{1}{2};\ +\infty\right)$.</td><td>Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.</td></tr>
</table>

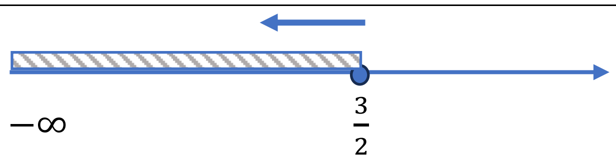
2) Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{-3x-6}$. Determină domeniul de definiție al funcției.

<table>
<tr><td colspan="2">Rădăcina pătrată este definită doar pentru numere reale nenegative</td></tr>
<tr><td colspan="2">$f(x) = \sqrt{\mathbf{-3x-6}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Deci, rezolvăm inecuația $\mathbf{-3x-6} \geq 0$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r} \mathbf{-3x-6} \geq 0 \\ \mathbf{+6} \quad +6 \\ \hline -3x+0 \geq 6 \\ -3x \geq 6 \end{array}$$</td><td>Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: -6
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii liberi opusul lui -6, adică $+6$ și efectuăm calculele respective:
$-6 \ +6 \ = 0$ și $0+6=+6$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r} \frac{-3}{-3}x \geq \frac{6}{-3} \\ \hline x \leq -2 \end{array}$$</td><td>Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -3, care este număr negativ!: în stânga rămâne doar x, în dreapta $6:(-3) = -2$.
Semnul $\geq$ al inegalității se schimbă! în $\leq$, deoarece am împărțit la un număr negativ.</td></tr>
<tr><td>
Răspuns: $D = (-\infty; -2]$</td><td>Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.</td></tr>
</table>

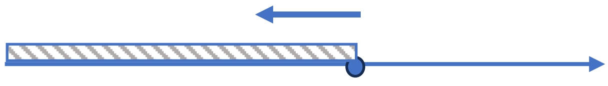
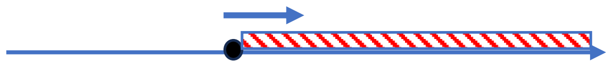
3) Fie funcțiile $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{6-2x}$ și $g: B \to \mathbb{R},\ g(x) = \frac{3}{x-1}$, unde A și B sunt domeniile de definiție ale funcțiilor f și g, respectiv. Determină mulțimea $A \cap B$.

<table>
<tr><td>Rădăcina pătrată este definită doar pentru numere reale nenegative
$f(x) = \sqrt{\mathbf{6-2x}}$</td><td>O fracție este definită dacă numitorul este nenul: $g(x) = \frac{3}{\mathbf{x-1}}$</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{6-2x} \geq 0$</td><td>$\mathbf{x-1} \neq 0$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{array}{r} \mathbf{6-2x} \geq\ 0 \\ \mathbf{-6} \qquad -6 \\ \hline 0-2x \geq -6 \\ -2x \geq -6 \end{array}$$
$$\begin{array}{c} \frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2} \\ \hline x \leq\ 3 \end{array}$$</td><td>$$\begin{array}{r} \mathbf{x-1} \neq 0 \\ +1 \quad +1 \\ \hline x \qquad \neq 1 \end{array}$$</td></tr>
<tr><td>
$A = (-\infty; 3]$</td><td>$B = \mathbb{R} \backslash \{1\}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Calculăm intersecția mulțimilor A și B:

Răspuns: $A \cap B = (-\infty; 1) \cup (1; 3]$.</td></tr>
</table>

4) Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{8 - 2(2x + 1)}$. Determinați domeniul de definiție al funcției.

<table>
<tr><td colspan="2">Rădăcina pătrată este definită doar pentru numere reale nenegative</td></tr>
<tr><td colspan="2">$f(x) = \sqrt{\mathbf{8 - 2(2x + 1)}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Deci, rezolvăm inecuația $\mathbf{8 - 2(2x + 1)} \geq 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vom aduce inecuația la forma $\boldsymbol{ax \geq b}$</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{2(2x + 1) = 4x + 2}$</td><td>Deschidem parantezele după regula:
$a(b + c) = ab + ac$</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{8 - (4x + 2) = 8 - 4x - 2}$
$\mathbf{8 - 4x - 2} \geq 0$
$\mathbf{8 - 2 - 4x} \geq 0$
$\mathbf{6 - 4x} \geq 0$</td><td>Deschidem parantezele după regula:
$\boldsymbol{-(b + c) = -b - c}$</td></tr>
<tr><td>$6 - 4x \geq 0$
$-6 \qquad - 6$
$0 - 4x \geq -6$
$-4x \geq -6$</td><td>Identificăm în membrul stâng al inecuației termenul liber (termen care nu-l conține pe x) împreună cu semnul acestuia, în cazul dat: $+6$
Scriem în ambele părți ale inecuației sub termenii liberi opusul lui $+6$, adică -6 și efectuăm calculele respective:
$6 - 6 = 0$ și $0 - 6 = -6$</td></tr>
<tr><td>$\frac{-4}{-4}x \geq \frac{-6}{-4}$
$x \leq \frac{3}{2}$</td><td>Împărțim ambii termeni al inecuației la coeficientul lui x, adică la -4, care este număr negativ!: în stânga rămâne doar x, în dreapta
$-6 : (-4) = {}^{(:2}\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.
Semnul $\geq$ al inegalității se schimbă! în $\leq$, deoarece am împărțit la un număr negativ.</td></tr>
<tr><td>
Răspuns: $D = (-\infty; \frac{3}{2}]$</td><td>Reprezentăm pe axa numerelor mulțimea soluțiilor obținute și scriem intervalul corespunzător.</td></tr>
</table>

5) Fie funcțiile $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6-2x}$ și $g: B \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x-1}$, unde A și B sunt domeniile de definiție ale funcțiilor f și g, respectiv. Determină mulțimea $A \cap B$.

Rădăcina pătrată este definită doar pentru **numere reale nenegative**	
$f(x) = \sqrt{\mathbf{6-2x}}$	$g(x) = \sqrt{\mathbf{x-1}}$
$\mathbf{6-2x} \geq 0$	$\mathbf{x-1} \geq 0$
$\begin{array}{l} \mathbf{6-2x} \geq 0 \\ \underline{-6 \qquad -6} \\ 0 - 2x \geq -6 \\ -2x \geq -6 \\ \underline{\frac{-2}{-2}x \geq \frac{-6}{-2}} \\ x \leq 3 \end{array}$	$\begin{array}{l} \mathbf{x-1} \geq 0 \\ \underline{\quad +1 \;\; +1} \\ x \geq 1 \end{array}$
 $-\infty$ 3 $A = (-\infty; 3]$	 1 $+\infty$ $B = [1; +\infty)$.
Calculăm intersecția mulțimilor A și B:  $-\infty$ 1 3 $+\infty$ Răspuns: $A \cap B = [1; 3]$.	

Exersează:

1. Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{-2x-3}$. Determină domeniul de definiție al funcției.

2. Fie funcția $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{7-(-4x+3)}$. Determină cea mai mică valoare întreagă a lui x care aparține domeniului de definiție al funcției.

3. Fie funcția $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{15-5x}$ și $g: B \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x+3}$, unde A și B sunt domeniile de definiție ale funcțiilor f și g , respectiv. Determină mulțimea $A \cap B$.

4. Fie funcțiile $f: A \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{15 - 3x}$ și $g: B \to \mathbb{R},\ g(x) = \frac{12}{x+1}$, unde A și B sunt domeniile de definiție ale funcțiilor f și g, respectiv. Determină mulțimea $A \cap B$.