

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова

Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию

МАТЕМАТИКА

Программа Национального экзамена бакалавриата

Кишинев, 2021

Aprobată la ședința Comisiei Naționale de Examine,
Proces verbal nr.1 din 04 noiembrie 2021,
Ordinul Ministerului Educației și Cercetării nr.1499 din 04 noiembrie 2021

Autori:

- **Costaș Ana**, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar, Universitatea Tehnică a Moldovei;
- **Rusu Galina**, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar, Universitatea de Stat din Moldova;
- **Ciubotaru Stanislav**, grad didactic I, Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare;
- **Spinei Ion**, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar, Institutul de Formare Continuă.

Экзаменационная программа по Математике была обсуждена и одобрена профильными кафедрами/департаментами высших учебных заведений: Тираспольский Государственный Университет, Технический Университет Молдовы, Государственный Педагогический Университет „Ион Крянгэ”, методическими комиссиями местных органов специализированных в области образования и специалистами (экспертами) в соответствующей области.

Структура программы

Программа содержит:

1. Введение.

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

2. Специфические компетенции дисциплины, оцениваемые в рамках национального экзамена бакалавриата.
3. Единицы компетенции, единицы содержания, результаты обучения, оцениваемые в рамках национального экзамена бакалавриата.
4. Примеры заданий.
5. Пример теста. Пример схемы оценивания теста.

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

2. Специфические компетенции дисциплины, оцениваемые в рамках национального экзамена бакалавриата.
3. Единицы компетенции, единицы содержания, результаты обучения, оцениваемые в рамках национального экзамена бакалавриата.
4. Примеры заданий.
5. Пример теста. Пример схемы оценивания теста.

1. Введение

Программа национального экзамена на степень бакалавра по Математике разработана в соответствии с Cadrul de referință al Curriculumului Național, aprobat prin ordinul MECC nr. 432/2017, Национальным куррикулума по Математике для X-ых – XII-ых классов, Ghidul de implementare la Matematică aprobate prin ordinul MECC nr.906/2019, а также в соответствии с положениями Регламента о государственном экзамене бакалавра, утвержденного приказом №.47/2018. Программа представляет собой нормативный документ, основной целью которого является обеспечение правильного и эффективного проведения экзамена.

Программа предназначена для авторов тестов, учителей, учеников, руководителей учебных заведений, родителей и др.

На экзамене на степень бакалавра Математика имеет статус обязательной дисциплины для реального профиля и статус дисциплины по выбору для гуманитарного профиля.

Для выполнения экзаменационного теста отводится 180 минут

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

2. Специфические компетенции дисциплины *Математика*, оцениваемые на национальном экзамене бакалавриата

1. *Использование действительных и комплексных чисел для выполнения вычислений в различных контекстах, проявляя интерес к строгости и точности в вычислениях.*
2. *Применение изученных математических понятий, методов, алгоритмов, свойств, теорем в различных контекстах, прибегая к математическим понятиям и методам при решении повседневных задач и/или задач из различных областей.*
3. *Применение математических рассуждений для идентификации и решения проблем в различных контекстах, проявляя ясность, правильность и краткость в рассуждениях.*
4. *Анализирование решения задачи, проблемной ситуации в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов, развивая дух объективности и беспристрастности.*
5. *Экстраполирование математических приобретений для выявления и описания процессов, явлений в различных областях, прибегая к математическим понятиям и методам при анализе и решении различных ситуаций.*
6. *Разрабатывание стратегий и проектирование деятельности для решения теоретических и/или практических задач, развивая способность оценивать строгость, порядок и элегантность в архитектуре решения проблемы.*
7. *Обоснование математического высказывания или результата, используя аргументы, поддерживая собственные идеи и мнения.*

3. Единицы компетенций, единицы содержания, результаты обучения

Единицы компетенций	Единицы содержания	Результаты обучения
Область АЛГЕБРА		
Х.1. Элементы теории множеств и математической логики		
<p>Х.1.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих элементам теории множеств и математической логики в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>Х.1.2. Распознавание в различных ситуациях изученных понятий, отношений, свойств, специфичных теории множеств.</p> <p>Х.1.3. Перевод проблемных ситуаций на математический язык, используя терминологию и обозначения, специфичные теории множеств.</p> <p>Х.1.4. Представление множества и операций с множествами. (объединение, пересечение, разность, декартово произведение) аналитическим, синтетическим и</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие множества. Числовые множества. Числовые множества $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$. Подмножества. - Операции с множествами: объединение, пересечение, разность, декартово произведение. Основные свойства. - Понятие высказывания. Истинностное значение высказывания. - Понятие <i>аксиома, теорема, обратная теорема, необходимые и достаточные условия</i>. - Квантор общности и квантор существования. - Метод от противного. 	<ul style="list-style-type: none"> - представление множества и операций с множествами аналитическим, синтетическим и графическим (диаграммы, таблицы) способами; - определение элементов множества, заданного различными способами; - применение терминологии и символики, адекватной теории множеств и математической логики в реальных и математических контекстах; - определение множества заданного посредством указанного свойства; - применение отношения принадлежности, отношения включения и равенства множеств; - выполнение операций с различными типами множеств; - сортирование и классифицирование объектов по различным критериям, определение критериев по которым отбираются соответствующие множества;

<p>графическим способами.</p> <p>X.1.5. Применение операций с численными множествами. (объединение, пересечение, разность, декартово произведение) в решении задач.</p> <p>X.1.6. Сортирование и классифицирование объектов по заданным или выявленным критериям.</p> <p>X.1.7. Анализирование и обоснование корректности решения задачи на теорию множеств и/или математическую логику.</p> <p>X.1.8. Применение метода от противного при доказательстве теорем, тождеств.</p> <p>X.1.9. Нахождение истинностного значения высказывания путем приведения аргументов, примеров, контрпримеров и/или доказательств.</p>		<ul style="list-style-type: none"> - внутрипредметную и межпредметную корреляцию относительно применения элементов теории множеств и математической логики; - решение задач с применением элементов теории множеств на практике и/или в других областях; - применение метода от противного при обосновании заданных математических высказываний; - нахождение истинностного значения заданного высказывания.
X.2. Степени. Корни. Логарифмы		
<p>X.2. 1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятиям <i>степень, корень, логарифм</i>, в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Степени. Свойства. - Корни. Свойства. - Логарифм положительного числа. Свойства. 	<ul style="list-style-type: none"> - применение терминологии и обозначений, соответствующих понятиям степень, корень, логарифм, в том числе при общении; - вычисления со степенями, корнями степени $n, n \in \{2,3\}$, логарифмами и применение соответствующих свойств;

<p>Х.2.2.Классифицирование действительных чисел по различным критериям.</p> <p>Х.2.3.Применение приближений и округлений для проверки истинности результатоввычислений с действительными числами, применяя степени, корни, логарифмы.</p> <p>Х.2.4. Применение действительных чисел при выполнении вычислений в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>Х.2.5.Применение в вычислениях свойств операций над действительными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень с рациональным и действительным показателем, корни n-ой степени, $n \in \{2,3\}$, логарифм положительного числа.</p> <p>Х.2.7.Обоснование и аргументирование полученных результатов при выполнении вычислений со степенями, корнями порядка $n, n \in \{2,3\}$, логарифмами.</p>		<ul style="list-style-type: none"> - выполнение приближений и округлений в вычислениях с действительными числами; - перенос и экстраполяцию решений задач для решения других задач; - решение задач с использованием степеней, корней степени $n, n \in \{2,3\}$, логарифмов; - обоснование и аргументирование полученных результатов и применённых вычислительных технологий;
Х.3. Одночлены. Многочлены. Алгебраические дроби		
<p>Х.3.1. Распознавание и использование терминологии и</p>	<p>- Понятие <i>одночлен от одной или нескольких переменных</i>. Операции с</p>	<p>- распознавание одночленов, многочленов и алгебраических дробей</p>

<p>обозначений, соответствующих понятиям <i>одночлен, многочлен, алгебраическая дробь</i>.</p> <p>Х.3.2. Распознавание и классифицирование одночленов, многочленов и алгебраических дробей по различным критериям.</p> <p>Х.3.3. Применение действий с одночленами, многочленами и алгебраическими дробями и свойств действий при решении задач.</p> <p>Х.3.4. Применение соответствующих алгоритмов для оптимизации вычислений с одночленами, многочленами и алгебраическими дробями..</p> <p>Х.3.5. Нахождение истинностного значения утверждения, высказывания относительно одночленов, многочленов и алгебраических дробей, в том числе с помощью примеров, контрпримеров.</p> <p>Х.3.6. Анализирование корректности решения задачи об одночленах, многочленах, алгебраических дробях.</p> <p>Х.3.7. Составление плана для решения задачи, используя теоремы, алгоритмы, понятия в контексте многочленов и решение задачи согласно составленному плану.</p>	<p>одночленами.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>многочлен от одной или нескольких переменных</i>. - Операции с многочленами: сложение, вычитание, умножение, возведение в степень с натуральным показателем. - Канонический вид многочлена от одной переменной. Степень многочлена от одной переменной. - Деление многочленов от одной переменной. Теорема деления с остатком для многочленов. - Деление на бином $X - a$. - Теорема Безу. - Разложение многочленов на неприводимые множители (метод общего множителя, метод группировки, использование формул сокращенного умножения, разложение квадратного трехчлена, комбинированные методы) - Понятие <i>корень многочлена с одной переменной</i>. - Кратные корни. - Понятие <i>алгебраическая дробь</i>. ОДЗ. - Основное свойство дроби. Сокращение дробей. - Операции с алгебраическими 	<p>в различных контекстах;</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение действий с одночленами, многочленами и алгебраическими дробями, применение свойств действий; - перевод проблемных ситуаций на математический язык, заменяя неизвестные данные буквами; - применение терминологии и обозначений, соответствующих одночленам, многочленам и алгебраическим дробям; - применение основного свойства дроби, сокращение алгебраических дробей; - нахождение ОДЗ алгебраических дробей; - применение теоремы деления с остатком теоремы Безу в различных контекстах; - нахождение корней многочлена от одной переменной и их кратность; - обоснование полученного или заданного результата или вывода путём приведения аргументов, доказательств; - нахождение истинностного значения утверждения, высказывания, в том числе с помощью доказательств, примеров, контрпримеров.
---	--	--

<p>Х.3.8. Обоснование полученного или заданного результата или вывода в контексте одночленов, многочленов и алгебраических дробей путём приведения аргументов, доказательств.</p>	<p>дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень с целым показателем.</p>	
<p>Х.5. Уравнения. Неравенства. Системы и совокупности</p>		
<p>Х.5.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятиям <i>уравнение, неравенство, система, совокупность в различных контекстах.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Уравнения I степени с одним неизвестным. - Понятие совокупность. Совокупности уравнений, неравенств, систем. - Системы двух уравнений I степени с одним неизвестным, с двумя неизвестными. Методы решения систем уравнений (метод подстановки, метод сложения, графический метод). 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и классифицирование изученных типов уравнений, неравенств, систем по различным критериям; - выявление метода/методов решения соответствующего класса уравнений, неравенств, систем;
<p>Х.5.4. Классифицирование изученных, уравнений, неравенств систем по различным критериям.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Уравнения I степени с одним неизвестным и с модулем и/или параметром. 	<ul style="list-style-type: none"> - моделирование ситуаций из повседневной жизни, в том числе из предпринимательской деятельности посредством изученных типов уравнений, неравенств, систем;
<p>Х.5.5. Применение графических методов при решении уравнений, неравенств, систем уравнений.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Неравенства I степени с одним неизвестным. 	<ul style="list-style-type: none"> - анализ решения уравнения, неравенства, системы в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов;
<p>Х.5.6. Решение изученных типов уравнений, неравенств, систем из двух уравнений, систем неравенств.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Неравенства I степени с одним неизвестным с модулем: $f(x) < g(x)$; $f(x) < g(x)$ (знак „<” может быть заменен на „>”, „≥”, „≤”). 	<ul style="list-style-type: none"> - решение указанных в kurikulumе типов уравнений, неравенств, систем адекватными методами;
<p>Х.5.7. Перевод некоторых реальных и/или смоделированных ситуаций на язык уравнений, неравенств, систем уравнений/неравенств, решение полученной задачи и интерпретирование результатов.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Системы неравенств I степени с одним неизвестным. - Уравнения II степени. Классификация уравнений II степени. - Решение уравнений II степени. Соотношения Виета. 	<ul style="list-style-type: none"> - решение задач на уравнения, неравенства, системы уравнений, системы неравенств из практической действительности и/или из других областей.
<p>Х.5.8. Анализирование решения</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Неравенства II степени. 	

<p>уравнения, неравенства, системы в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Геометрическая трактовка уравнений второй степени с двумя неизвестными: $x \cdot y = k, k \in \mathbb{R}^*$; $y = a x^2 + b x + c, a \neq 0$. - Системы двух алгебраических уравнений I, II степеней. - Системы симметрических уравнений, однородных уравнений II степени. - Уравнения II степени с модулем, с параметром. - Рациональные уравнения и неравенства с одним неизвестным. - Иррациональные уравнения типа: $\sqrt[n]{f(x)} = ax + b, a, b \in \mathbb{R}, n \in \{2,3\}$; $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$, $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}, a, b \in \mathbb{R}$, $g(x) \cdot \sqrt{f(x)} = 0$, где f, g и h – функции изученных типов. - Иррациональные неравенства типа: $\sqrt{f(x)} < g(x); g(x) \cdot \sqrt{f(x)} < 0$, где f и g – функции изученных типов (знак „<” может быть заменен на „>”, „≥”, „≤”). - Показательные уравнения типа: 1. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где f и g – функции изученных типов; 2. показательные уравнения, приводимые к изученным 	
--	---	--

	<p>алгебраическим уравнениям;</p> <p>3. уравнения типов 1-2 с параметром;</p> <p>4. показательные уравнения типа: $n \cdot a^{2x} + m \cdot a^x b^x + p \cdot b^{2x} = 0$</p> <p>5. уравнения типа 1-3 с модулем.</p> <p>- Показательные неравенства типа:</p> <p>1. $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, где f и g – функции изученных типов (знак "<" может быть заменен знаками ">", "≥", "≤");</p> <p>2. показательные неравенства, приводимые к изученным алгебраическим неравенствам.</p> <p>- Логарифмические уравнения типа:</p> <p>1. $\log_a f(x) = b$;</p> <p>2. $\log_a f(x) = \log_a g(x)$;</p> <p>3. $\log_a f(x) \pm \log_a g(x) = \log_a h(x)$, $a > 0$, $a \neq 1$, где f, g и h – функции изученных типов;</p> <p>4. логарифмические уравнения, приводимые к изученным алгебраическим уравнениям;</p> <p>5. логарифмические уравнения типа 1-4 с модулем</p> <p>- Логарифмические неравенства типа:</p> <p>1. $\log_a f(x) < b$;</p> <p>2. $\log_a f(x) < \log_a g(x)$;</p> <p>3. $\log_a f(x) \pm \log_a g(x) < \log_a h(x)$, где f, g и h – функции изученных типов, $a > 0$, $a \neq 1$;</p>	
--	--	--

	<p>4. логарифмические неравенства, приводимые к изученным алгебраическим неравенствам;</p> <p>5. логарифмические неравенства типа $\log_{mx+n} a < b; a > 0, b \in \{1,2\}, m, n \in \mathbb{R}$.</p>	
Х.6. Элементы тригонометрии		
<p>Х.6.1. Распознавание и применение терминологии и обозначений, относящихся к элементам тригонометрии, в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>Х.6.2. Распознавание элементов тригонометрии в различных контекстах.</p> <p>Х.6.3. Применение элементов тригонометрии при распознавании и описании явлений/процессов из различных областей.</p> <p>Х.6.4. Выявление некоторых свойств тригонометрических функций посредством чтения графиков и/или соответствующих формул.</p> <p>Х.6.5. Выполнение тригонометрических вычислений в различных контекстах, используя таблицы значений, формулы.</p> <p>Х.6.6. Перевод на тригонометрический и геометрический языки реальной</p>	<p>- Тригонометрическая окружность. Преобразование единиц измерения углов из градусов в радианы и обратно.</p> <p>- Тригонометрические функции синус, косинус, тангенс, котангенс.</p> <p>- Графики тригонометрических функций синус, косинус, тангенс, котангенс. Свойства.</p> <p>- Основные тригонометрические тождества.</p> <p>- Формулы приведения.</p> <p>- Формулы суммы.</p> <p>- Формулы двойного угла.</p> <p>- Формулы универсальной подстановки.</p> <p>- Вычисление значений синуса, косинуса, тангенса, котангенса часто используемых углов.</p> <p>- Понятия <i>арксинус</i>, <i>арккосинус</i>, <i>арктангенс</i>, <i>арккотангенс</i>.</p> <p>- Свойства: $\arcsin(-a) = -\arcsin a$; $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$; $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$;</p>	<p>- распознавание изученных элементов тригонометрии в различных контекстах;</p> <p>- преобразование единиц измерения углов из градусов в радианы и обратно;</p> <p>- изображение на тригонометрической окружности углов различных величин;</p> <p>- применение элементов тригонометрии при решении прямоугольного треугольника;</p> <p>- выполнение тригонометрических вычислений в различных контекстах;</p> <p>- описание геометрических конфигураций посредством изученных элементов тригонометрии;</p> <p>- выявление некоторых свойств тригонометрических функций посредством чтения графиков и/или соответствующих формул;</p> <p>- оптимизирование тригонометрических вычислений, используя адекватные тригонометрические формулы и тождества;</p> <p>- классифицирование изученных типов</p>

<p>и/или смоделированной ситуации, решение полученной задачи и интерпретирование результатов.</p> <p>X.6.7. Классифицирование изученных типов тригонометрических уравнений по различным критериям и решение этих уравнений.</p> <p>X.6.8. Обоснование и аргументирование полученных или заданных результатов с элементами тригонометрии.</p>	$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg}a.$ <ul style="list-style-type: none"> - Вычисление значений <i>арксинус</i>, <i>арккосинус</i>, <i>арктангенс</i>, <i>арккотангенс</i> часто используемых чисел. - Простейшие тригонометрические уравнения. - Тригонометрические уравнения, приводимые к изученным алгебраическим уравнениям I, II степеней. - Однородные тригонометрические уравнения I, II степеней. - Тригонометрические уравнения вида: $a \sin x + b \cos x = c, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$ 	<p>тригонометрических уравнений по различным критериям;</p> <ul style="list-style-type: none"> - решение соответствующего класса тригонометрических уравнений; - решение задач с применением тригонометрии из практической действительности и/или из других областей.
XI.4. Комплексные числа		
<p>XI.4.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, адекватных понятию <i>комплексное число</i>, в различных контекстах.</p> <p>XI.4.2. Применение комплексных чисел, записанных в алгебраической и тригонометрической формах, операций с ними при решении задач.</p> <p>XI.4.4. Преобразование комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую форму и обратно.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>комплексное число</i>. Множество \mathbb{C}. Алгебраическая форма комплексного числа. - Арифметические операции с комплексными числами, записанными в алгебраической форме. - Модуль комплексного числа. - Тригонометрическая форма комплексного числа. - Операции с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень с натуральным показателем). 	<ul style="list-style-type: none"> - использование терминологии, адекватной понятию <i>комплексное число</i>, в различных контекстах; - распознавание действительной и мнимой частей комплексного числа; - выполнение операций с комплексными числами, записанными в разных формах; - применение комплексных чисел, записанных в алгебраической и тригонометрической формах, операций с ними при решении задач; - преобразование комплексных чисел из алгебраической формы в

<p>XI.4.5. Применение комплексных чисел и подборание формы представления комплексного числа в зависимости от выполнения вычислений и решения задач.</p> <p>XI.4.6. Отбор и применение адекватных алгоритмов для выполнения вычислений с комплексными числами.</p> <p>XI.4.7. Решение на множестве C уравнений II степени, биквадратных уравнений.</p> <p>XI.4.8. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода, относящихся к комплексным числам, путём приведения аргументов, доказательств.</p>	<p>- Уравнения II степени, биквадратные уравнения на множестве C.</p>	<p>тригонометрическую форму и обратно;</p> <ul style="list-style-type: none"> - подборание адекватной формы записи комплексного числа в зависимости от конкретного случая с целью решения соответствующей задачи; - решение уравнений II степени, биквадратных уравнений; - обоснование и аргументирование применённых математических рассуждений и полученных результатов при решении задач.
<p>XI.5. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений</p>		
<p>XI.5.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, адекватных понятиям <i>матрица, определитель</i>, в различных контекстах.</p> <p>XI.5.2. Распознавание в различных ситуациях изученных типов матриц, определителей, систем линейных уравнений.</p> <p>XI.5.3. Применение правил матричного</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>матрица. Частные случаи</i>. - Действия с матрицами. Свойства. - Понятие определитель второго порядка, третьего порядка, n-го порядка. - Основные свойства, необходимые для вычисления определителей. - Вычисление определителей второго и третьего порядков. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание в различных ситуациях изученных типов матриц, определителей, систем линейных уравнений; - применение в различных контекстах терминологии, адекватной понятию матрица; - выполнение операций с матрицами; - вычисление определителей второго и

<p>исчисления, правил вычисления определителей при решении задач.</p> <p>XI.5.4. Решение уравнений и систем уравнений, используя алгоритмы, специфичные вычислению матриц и/или определителей.</p> <p>XI.5.5. Определение условий совместности и/или несовместности систем линейных уравнений и применение адекватных методов их решения.</p> <p>XI.5.6. Моделирование практических ситуаций, реальных процессов, в том числе из техники и экономики, включая данные в таблицы матричного типа.</p> <p>XI.5.7. Анализирование решения задач на вычисление матриц, определителей и систем линейных уравнений в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>XI.5.8. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода, относящихся к матрицам, определителям, системам уравнений, путём приведения аргументов, доказательств.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Обратимая матрица. - Вычисление обратной матрицы для матрицы второго порядка. - Матричные уравнения $AX = B; YA = B$, где A и B матрицы второго порядка. - Системы линейных уравнений типа $m \times n$, $m, n \in \mathbb{N}^*$, $m \leq 3, n \leq 3$. - Правило Крамера, метод Гаусса. - Однородные системы линейных уравнений типа $m \times n$, $m, n \in \mathbb{N}^*$, $m \leq 3, n \leq 3$. 	<p>третьего порядков;</p> <ul style="list-style-type: none"> - нахождение обратной матрицы для матрицы второго порядка; - решение уравнений и систем уравнений, используя алгоритмы, специфичные вычислению матриц и/или определителей; - определение условий совместности и/или несовместности систем линейных уравнений и применение адекватных методов их решения; - моделирование практических ситуаций, реальных процессов, в том числе из техники и экономики, включая данные в таблицы матричного типа; - обоснование и аргументирование применённых математических рассуждений и полученных результатов при решении задач.
--	--	---

Область ГЕОМЕТРИЯ

X.7. Геометрические фигуры на плоскости

<p>X.7.1. Распознавание и применение в различных контекстах терминологии и обозначений, относящихся к изученным геометрическим фигурам.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Основные геометрические понятия (точка, прямая, плоскость, расстояние, величина угла). - Окружность. Хорды. Дуги. Круг. Метрические соотношения в окружности. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных геометрических фигур и их свойств;
<p>X.7.2. Распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных геометрических фигур.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Взаимные расположения прямой и окружности. - Центральный угол. Вписанный угол. - Треугольники. Классификация треугольников. 	<ul style="list-style-type: none"> - определение взаимных расположений изученных геометрических фигур в реальных и/или смоделированных ситуациях; - изображение на плоскости изученных геометрических фигур, в том числе используя адекватные чертежные инструменты;
<p>X.7.3. Определение взаимных расположений изученных геометрических фигур в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Конгруэнтные треугольники. - Замечательные линии в треугольнике. Свойства. - Подобие треугольников. Признаки. Теорема Фалеса. Основная теорема подобия. 	<ul style="list-style-type: none"> - решение задач, проблемных ситуаций и анализ решения в контексте корректности, простоты, четкости и значимости полученных результатов;
<p>X.7.4. Изображение на плоскости изученных геометрических фигур, в том числе используя адекватные чертежные инструменты.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Теорема о биссектрисе внутреннего угла треугольника. - Метрические соотношения в треугольнике. Теорема синусов, теорема косинусов. 	<ul style="list-style-type: none"> - применение терминологии и изученной геометрической символики, в том числе в процессе общения; - анализ и интерпретирование полученных результатов при решении практических задач с использованием изученных элементов геометрии;
<p>X.7.5. Применение в различных контекстах свойств изученных геометрических фигур.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Вписанный треугольник в окружность. Описанный треугольник окружности. 	<ul style="list-style-type: none"> - определение истинностного значения математического высказывания, используя аргументы и/или доказательства;
<p>X.7.6. Применение изученных геометрических фигур при распознавании и описании явлений/процессов из различных</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Выпуклые четырехугольники: параллелограмм, частные параллелограммы, трапеция. Свойства. 	

<p>областей.</p> <p>X.7.7. Перевод на геометрический язык реальной и/или смоделированной ситуации, решение полученной задачи и интерпретирование результатов.</p> <p>X.7.8. Составление плана для решения задачи по геометрии и решение задачи согласно составленному плану.</p> <p>X.7.9. Вычисление длин отрезков, величин углов, периметров, площадей в реальных и/или смоделированных ситуациях, используя адекватные инструменты и единицы измерения.</p> <p>X.7.10. Определение истинностного значения высказывания, вывода об изученных геометрических фигурах, используя аргументы и/или доказательства.</p>	<p>Признаки.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Четырехугольники, вписанные в окружность. Четырехугольники, описанные окружности. - Выпуклые многоугольники. Понятие правильный многоугольник. - Правильные многоугольники (равносторонний треугольник, квадрат, правильный шестиугольник), вписанные в окружность. - Правильные многоугольники (равносторонний треугольник, квадрат, правильный шестиугольник), описанные окружности. - Площади многоугольных поверхностей для: треугольника $(A = \frac{1}{2} a h_a, \text{ формула Герона, } A = \frac{1}{2} ab \sin \alpha, A = \frac{abc}{4R}, A = pr, p = \frac{a+b+c}{2})$ <p>квадрата, прямоугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, правильного многоугольника.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Длина окружности. Площадь круга. 	<ul style="list-style-type: none"> - решение геометрических задач из практической действительности и/или из других областей.
XI.6. Параллельность в пространстве		
<p>XI.6.1. Распознавание и описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости, плоскостей и тел в пространстве в реальных и/или</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Аксиомы планиметрии. - Аксиомы стереометрии. Свойства плоскости. - Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя 	<ul style="list-style-type: none"> - описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости, плоскостей и тел в пространстве; - моделирование, используя адекватные инструменты взаимных расположений

<p>смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.6.2. Распознавание и использование в различных контекстах терминологии и обозначений, адекватных отношению параллельности в пространстве.</p> <p>XI.6.3. Построение, используя адекватные материалы, моделей взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей и тел в пространстве.</p> <p>XI.6.4. Изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций, используя адекватные инструменты.</p> <p>XI.6.5. Применение признаков параллельности прямых, прямых и плоскостей, плоскостей при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.6.6. Распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения</p>	<p>некомпланарными прямыми.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Параллельные прямые в пространстве. - Взаимное расположение прямой и плоскости. Прямая, параллельная плоскости, свойства, признак. - Взаимное расположение двух плоскостей. Параллельные плоскости, свойства, признак. 	<p>точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей и тел в пространстве;</p> <ul style="list-style-type: none"> - изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций, используя адекватные инструменты; - доказательство параллельности прямых, прямой и плоскости, плоскостей; - применение признаков параллельности прямых, прямых и плоскостей, плоскостей при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях; - распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения параллельности; - применение свойств плоских геометрических фигур относительно их взаимного расположения и отношения параллельности в пространстве; - решение задач на взаимное расположение и отношение параллельности в пространстве из действительности и/или из других областей.
--	--	---

<p>параллельности в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.6.7. Применение свойств плоских геометрических фигур относительно взаимного расположения и отношения параллельности в пространстве в различных контекстах.</p> <p>XI.6.8. Извлечение значимых элементов и информации из пространственных геометрических конфигураций и их плоскостных изображений для решения реальных и/или смоделированных задач.</p> <p>XI.6.9. Обоснование заданного или полученного геометрического результата посредством аргументирования, доказательства.</p> <p>XI.6.10. Определение истинностного значения высказывания, вывода о параллельности в пространстве.</p>		
XI.7. Перпендикулярность в пространстве		
<p>XI.7.1. Распознавание и описание взаимных расположений в</p>	<p>- Перпендикулярные прямые в пространстве, свойства, признак.</p> <p>- Прямая, перпендикулярная плоскости,</p>	<p>- распознавание и описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на</p>

<p>контексте отношения перпендикулярности, точек, прямых, фигур на плоскости, плоскостей и тел в пространстве в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p>	<p>свойства, признак.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ортогональные проекции точек, отрезков, прямых на плоскость. - Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, от прямой до плоскости. 	<p>плоскости и в пространстве, плоскостей в пространстве в контексте отношения перпендикулярности в пространстве;</p>
<p>XI.7.2. Распознавание и использование в различных контекстах терминологии и обозначений, адекватных отношению перпендикулярности в пространстве.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Угол между прямой и плоскостью. - Теорема о трех перпендикулярах. Обратная теорема. - Двугранный угол. - Перпендикулярные плоскости, свойства, признак. 	<ul style="list-style-type: none"> - моделирование, используя адекватные материалы, различных взаиморасположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей в пространстве в контексте отношения перпендикулярности в пространстве;
<p>XI.7.3. Построение, используя адекватные материалы, моделей взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей и тел в пространстве в контексте отношения перпендикулярности.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Длина ортогональной проекции отрезка на плоскость. 	<ul style="list-style-type: none"> - изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций в контексте отношения перпендикулярности в пространстве; - доказательство перпендикулярности прямых, прямой и плоскости, плоскостей;
<p>XI.7.4. Изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций, используя адекватные инструменты в контексте отношения перпендикулярности</p>		<ul style="list-style-type: none"> - применение признаков перпендикулярности прямых, прямых и плоскостей, плоскостей; - распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения перпендикулярности в пространстве;
<p>XI.7.5. Применение признаков перпендикулярности прямых, прямых и плоскостей,</p>		<ul style="list-style-type: none"> - выявление аналогий между свойствами геометрических фигур на плоскости и в пространстве в контексте отношения перпендикулярности и их использование при решении задач;

<p>плоскостей при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.7.6. Распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения перпендикулярности в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.7.7. Извлечение значимых элементов и информации из пространственных геометрических конфигураций и их плоскостных изображений для решения реальных и/или смоделированных задач.</p> <p>XI.7.8. Вычисление длин отрезков и величин углов на плоскости и в пространстве (угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, двугранный угол) в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.7.9. Обоснование заданного или полученного геометрического результата посредством аргументирования, доказательства.</p> <p>XI.7.10. Определение истинностного</p>		<ul style="list-style-type: none"> - применение свойств плоских геометрических фигур в контексте отношения перпендикулярности в пространстве в различных контекстах; - вычисление длин отрезков и величин углов на плоскости и в пространстве (угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, двугранный угол); - решение задач на отношение перпендикулярности в пространстве из действительности и/или из других областей; - обоснование заданного или полученного геометрического результата посредством аргументирования, доказательства; - определение истинностного значения высказывания, вывода о перпендикулярности в пространстве.
--	--	--

<p>значения высказывания, вывода о перпендикулярности в пространстве.</p>		
<p>ХП.5. Многогранники</p>		
<p>ХП.5.1. Распознавание и классифицирование многогранников по различным критериям в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.5.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных многогранникам в различных контекстах.</p> <p>ХП.5.4. Применение свойств многогранников при решении задач.</p> <p>ХП.5.5. Вычисление площадей поверхностей и объёмов многогранников в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.5.6. Извлечение информации, содержащихся в данной геометрической конфигурации, для доказательства её свойств и вычисления длин, площадей, объёмов.</p> <p>ХП.5.7. Анализирование решения задач на многогранники в контексте</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие многогранник. Элементы. Классификация. - Правильные многогранники. - Прямая призма. Элементы. - Диагональные сечения. Сечения, содержащие высоту. - Площади поверхностей призмы. - Объем призмы. - Пирамида. Элементы. Классификация. - Сечения, параллельные основанию. Сечения, содержащие высоту и диагональ основания. - Площади поверхностей пирамиды - Объем пирамиды. - Правильная усеченная пирамида. Элементы. Классификация. - Сечения, содержащие высоту и диагональ основания. - Площади поверхностей правильной усеченной пирамиды. - Объем правильной усеченной пирамиды. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание в различных контекстах изученных многогранников и/или их элементов; - классификации многогранников по разным критериям; - распознавание и использование в различных контекстах терминологии и символики, адекватных многогранникам; - изображение на плоскости изученных геометрических тел, используя чертежные инструменты, и применение полученных представлений при решении задач на вычисление площадей и/или объёмов; - вычисление площадей поверхностей и объёмов изученных многогранников в реальных и/или смоделированных ситуациях; - решение простых задач на основании заданной геометрической модели; - вычисление площадей сечений многогранников; - анализ и интерпретирование полученных результатов при решении практических задач с применением

<p>корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.5.8. Применение многогранников и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.</p> <p>ХП.5.9.Обоснование вывода, результата, относящегося к многогранникам, посредством аргументирования, доказательства.</p>		<p>изученных многогранников и единиц измерений, адекватных площадям и объемам;</p> <ul style="list-style-type: none"> - обоснование полученного или данного математического результата относительно многогранников посредством аргументирования, доказательства; - построение фрагментов дедуктивных рассуждений, решение задач на доказательство; - анализирование решения задач на многогранники в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов; - применение многогранников и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.
ХП.6. Тела вращения		
<p>ХП.6.1. Распознавание и классифицирование тел вращения по различным критериям в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.6.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных телам вращения в различных контекстах</p> <p>ХП.6.3. Обобщение понятия теловращения</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Прямой круговой цилиндр. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей прямого кругового цилиндра. - Объём прямого кругового цилиндра. - Прямой круговой конус. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей прямого 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание изученных тел вращения и/или их элементов; - распознавание и использование в разных контекстах терминологии и символики, адекватных телам вращения; - изображение на плоскости изученных геометрических тел, используя чертёжные инструменты, и применение полученных представлений

<p>ХП.6.4. Применение свойств тел вращения при решении задач</p> <p>ХП.6.5. Применение свойств тел вращения при решении задач</p> <p>ХП.6.6. Анализирование решения задач на тела вращения в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов</p> <p>ХП.6.7. Применение тел вращения и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.</p> <p>ХП.6.8. Обоснование вывода, результата, относящегося к телам вращения, посредством аргументирования, доказательства.</p>	<p>кругового конуса.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Объём прямого кругового конуса. - Усечённый прямой круговой конус. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей усечённого прямого кругового конуса. - Объём усечённого прямого кругового конуса. - Сфера. Элементы (центр, радиус, диаметр). Сечение сферы плоскостью. - Площадь сферы. - Шар. Объём шара. 	<p>при решении задач на вычисление площадей и/или объёмов;</p> <ul style="list-style-type: none"> - вычисление площадей поверхностей и объёмов изученных тел вращения при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях; - анализ и интерпретирование полученных результатов при решении практических задач с применением изученных тел вращения и единиц измерений, адекватных площадям и объёмам; - обоснование полученного или данного математического результата относительно тел вращения посредством аргументирования, доказательства; - построение фрагментов дедуктивных рассуждений, решение задач на доказательство; - анализирование решения задач на тела вращения в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов; - применение тел вращения и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.
---	--	---

Область МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Х.4. Функции

<p>Х.4.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятию функция.</p> <p>Х.4.2. Распознавание функциональных зависимостей в реальных и/или смоделированных ситуациях и представление их различными способами (аналитическим, синтетическим и графическим, диаграммами, таблицами).</p> <p>Х.4.3. Выведение свойств числовых функций (монотонность, чётность, периодичность, ограниченность, нули, экстремумы) посредством чтения графиков и/или соответствующих формул.</p> <p>Х.4.4. Применение функций при изучении некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических процессов.</p> <p>Х.4.5. Использование свойств функций и операции с функциями при решении задач из различных областей.</p> <p>Х.4.6. Обоснование полученного/ заданного результата или вывода в контексте функций путём приведения аргументов,</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>функция</i>. Способы задания функции. График функции. - Свойства функций: монотонность, чётность, периодичность, ограниченность, нули, экстремумы. - Операции с функциями (сумма, произведение, деление, композиция двух функций). Сложные функции. - Обратимые функции. Обратная функция. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание функциональных зависимостей в различных контекстах; - представление функциональных зависимостей, в том числе из окружающей действительности, различными способами (аналитическим, синтетическим и графическим, диаграммами, таблицами); - чтение графиков функций и/или аналитических формул для выведения свойств этих функций; - применение алгоритма исследования функции в различных контекстах; - использование свойств функций в различных контекстах; - применение терминологии и символики, адекватной понятию <i>функция</i>, в том числе при общении; - перевод проблемы, проблемных ситуаций из различных областей на язык функций; - применение функций для идентифицирования и описания физических, химических, биологических, социальных, экономических явлений и процессов; - обоснование и аргументирование
--	--	---

доказательств.		полученных результатов и использованных технологий.
Х.5. Числовые функции.		
<p>Х.5.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятиям <i>числовая функция, уравнение, неравенство, система, совокупность в различных контекстах.</i></p> <p>Х.5.2. Распознавание в различных ситуациях функциональных зависимостей вида функций I, II степеней, степенной функции, функции радикал, показательной степени, логарифмической функции, функции модуль, прямая пропорциональность, обратная пропорциональность.</p> <p>Х.5.3. Перевод на математический язык конкретных ситуаций из реальных и/или смоделированных ситуаций, которые описываются функциями I, II степеней, степенной функцией, функцией радикал, прямой пропорциональности, обратной пропорциональности, показательной, логарифмической функциями.</p> <p>Х.5.4. Классифицирование изученных числовых функций, уравнений, неравенств, систем по различным критериям.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие функция I степени. График функции I степени. Свойства функции I степени. Угловой коэффициент прямой. - Понятие функция II степени. График функции II степени. Свойства функции II степени. - Понятие степенная функция. График степенной функции. Свойства степенной функции. - Понятие функция радикал. График функции радикал. Свойства функции радикал. - Понятие <i>показательная функция.</i> График показательной функции. Свойства показательной функции. - Понятие <i>логарифмическая функция.</i> График логарифмической функции. Свойства логарифмической функции. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание изученной функции по заданному графику и/или аналитическому способу задания; - классифицирование изученных функций и их свойств по различным критериям; - исследование свойств функций, имеющих локальный или глобальный характер, в реальных и/или смоделированных ситуациях; - перевод на математический язык конкретных ситуаций из различных областей, которые описываются функциями I, II степеней, степенной функцией, функцией радикал, прямой пропорциональностью, обратной пропорциональностью, показательной, логарифмической функциями; - решение задач на функции из практической действительности и/или из других областей.

XI.1. Последовательности действительных чисел

<p>XI.1.1. Распознавание последовательностей, арифметических и геометрических прогрессий в различных контекстах.</p> <p>XI.1.2. Распознавание и применение в различных контекстах терминологии и обозначений, относящихся к последовательностям и прогрессиям.</p> <p>XI.1.3. Классифицирование последовательностей по критериям: конечные, бесконечные, монотонные, ограниченные, сходящиеся, расходящиеся последовательности.</p> <p>XI.1.4. Охарактеризирование последовательностей, используя различные представления (формулы, графики) и/или их свойства.</p> <p>XI.1.5. Анализирование и интерпретирование результатов, полученных при решении задач на применение последовательностей, прогрессий.</p> <p>XI.1.6. Применение последовательностей, прогрессий в различных областях.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>последовательность действительных чисел</i>. Конечные и бесконечные последовательности. - Ограниченные последовательности. - Монотонные последовательности. - Арифметическая прогрессия. Свойства. Приложение. - Геометрическая прогрессия. Свойства. Приложение. - Предел последовательности. - Понятие сходящейся последовательности. Понятие расходящейся последовательности. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и приведение примеров последовательностей, арифметических и геометрических прогрессий в различных контекстах; - применение терминологии и обозначений, относящихся к понятиям последовательность, арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия в различных контекстах; - определение элементов последовательности, заданной формулой, рекуррентно; - определение монотонности, ограниченности, сходимости последовательностей; - классифицирование и описание последовательностей по различным критериям; - построение примеров конечных, бесконечных, ограниченных, монотонных последовательностей; - анализирование и интерпретирование результатов, полученных при решении задач на применение последовательностей, прогрессий; - применение последовательностей, прогрессий в различных областях, в том числе при реализации простых проектов; - решение задач на последовательности,
--	---	--

<p>XI.1.7. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода в контексте последовательностей и прогрессий путём приведения аргументов, доказательств.</p>		<p>прогрессии из практической действительности и/или из других областей.</p>
<p>XI.2. Пределы функций. Непрерывные функции</p>		
<p>XI.2.1. Описание функций и интерпретирование свойств функций посредством чтения графиков и/или соответствующих аналитических формул.</p> <p>XI.2.2. Применение алгоритма вычисления предела функции в точке и изученных алгоритмов исключения неопределенностей при решении задач.</p> <p>XI.2.3. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватной понятиям предел, непрерывность функции в различных контекстах.</p> <p>XI.2.4. Распознавание непрерывности, точек непрерывности функции на основании аналитических формул.</p> <p>XI.2.5. Применение свойств непрерывных на множестве функций в различных контекстах.</p> <p>XI.2.7. Анализирование решения задач на применение непрерывных функций в контексте корректности, простоты,</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>предел функции в точке</i>. - Понятие предел функции на $\pm\infty$. - Односторонние пределы. - Пределы Элементарных функций. - Операции над пределами функций. Вычисление пределов функций. - Неопределенности в операциях над пределами функций. - Замечательные пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e;$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e; \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$ - Асимптоты графиков числовых функций. - Понятие <i>непрерывная функция в точке</i>. Точка разрыва. - Функция непрерывная на множестве. - Критерии непрерывности. - Непрерывность элементарных функций. - Теорема Больцано-Коши об аннулировании функции. 	<ul style="list-style-type: none"> - чтение графиков и/или аналитических формул в контексте охарактеризования функции и интерпретирования ее свойств; - вычисление пределов функций, используя пределы элементарных функций и операции с пределами функций; - вычисление пределов функций в точке, применяя специфические алгоритмы для исключения неопределенностей при решении задач; - определение асимптот графиков функций; - распознавание непрерывности, точек непрерывности функции на основании аналитических формул и/или чтения графиков; - применение свойств непрерывных на промежутке функций в различных контекстах; - использование терминологии и символики, адекватной понятиям

<p>чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>XI.2.8. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода на пределы и непрерывность путём приведения аргументов, доказательств.</p>		<p>предел, непрерывность функции, в различных контекстах;</p> <ul style="list-style-type: none"> - обоснование и аргументирование примененных математических рассуждений и полученных результатов при решении задач.
<p>XI.3. Дифференцируемые функции. Применение производной</p>		
<p>XI.3.1. Распознавание в различных контекстах дифференцированных функций и/или недифференцированных функций в точке.</p> <p>XI.3.2. Применение алгоритмов дифференцирования при решении задач и исследовании реальных и/или смоделированных процессов.</p> <p>XI.3.3. Изучение функции, используя алгоритм исследования функции.</p> <p>XI.3.4. Использование свойств дифференцируемых функций, имеющих локальный и/или глобальный характер, при решении задач на максимум и минимум из различных областей.</p> <p>XI.3.5. Применение методов, основанных на применении производной, дифференциала как качественно новые методы исследования функции, решения теоретических и/или практических задач.</p> <p>XI.3.6. Использование механического и геометрического смыслов производной при решении задач из</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>производная функции в точке</i>. - Функции, дифференцируемые на множестве. - Таблица производных элементарных функций. - Вычисление производных. Правила вычисления производных. - Производная сложной функции (не более трех функций). - Производная n-го порядка $n, n \in \{2,3\}$ - Физический смысл производной. Приложения производной в физике - Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции в точке. - Понятие <i>дифференциал функции</i>. Правила вычисления дифференциалов. - Свойства дифференцируемых функций. Теорема Ферма. - Критические точки. Точки экстремума, экстремумы функции. - Приложения производной 1 и 2 	<ul style="list-style-type: none"> - приведение примеров дифференцированных функций и/или недифференцированных функций в точке, на промежутке; - вычисление производных функций, используя таблицу производных; - вычисление значений производных функций в специфических точках; - построение касательной к графику функции и нахождение ее углового коэффициента; - нахождение мгновенной скорости, ускорения тела; - написание уравнения касательной к графику функции в различных контекстах; - нахождение дифференциала заданной функции; - применение производных при изучении физических, социальных, экономических процессов посредством решения задач на максимум и/или на минимум; - применение теоремы Ферма при

<p>различных областей.</p> <p>XI.3.7. Анализирование решения проблем, проблемных ситуаций на применение производных, дифференциалов функций в контексте корректности, простоты, четкости и значимости полученных результатов.</p> <p>XI.3.8. Применение производных при изучении физических, социальных, экономических процессов посредством решения задач на максимум и/или на минимум</p> <p>XI.3.9. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода на дифференциальное исчисление путём приведения аргументов, доказательств.</p>	<p>порядка в исследовании элементарной функции и/или сложной функции, состоящей из не более 2-х элементарных функций.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Графическое изображение функции. - Вычисление пределов функции с помощью производной. Правила Лопиталья. - Задачи на максимум и минимум. 	<p>решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> - нахождение интервалов монотонности, критических точек, точек локального экстремума и локальных экстремумов функции; - нахождение интервалов выпуклости и/или вогнутости, точек перегиба графика функции; - определение глобальных экстремумов функции; - качественное и количественное изучение функций, используя алгоритм исследования функции и её представление; - применение методов, основанных на применении производной, дифференциала как качественно новые методы исследования функции, решения теоретических и/или практических задач; - вычисление пределов функций с помощью производной, используя правила Лопиталья; - решение задач на максимум и минимум из разных областей, в том числе из геометрии, физики, экономики и т. п., используя производную; - обоснование и аргументирование применённых математических рассуждений и полученных результатов
--	--	---

		при решении задач.
ХП.1. Первообразная. Неопределенный интеграл		
<p>ХП.1.1. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватной понятиям <i>первообразная, неопределенный интеграл</i>, в различных контекстах.</p> <p>ХП.1.2. Распознавание и применение первообразной функции в различных контекстах.</p> <p>ХП.1.3. Обобщение понятия <i>первообразная функция</i>.</p> <p>ХП.1.4. Вычисление неопределенных интегралов, используя свойства и таблицу неопределенных интегралов, методы интегрирования (интегрирование по частям, замена переменной).</p> <p>ХП.1.5. Нахождение первообразной заданной функции или функции, первообразная которой удовлетворяет заданным условиям.</p> <p>ХП.1.6. Анализирование решения задач на первообразные, неопределенные интегралы в контексте корректности, простоты, чёткости и</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>первообразная</i>. - Неопределенный интеграл. Свойства. - Таблица неопределенных интегралов изученных элементарных функций. - Методы интегрирования: метод замены переменной $\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx;$ <p>интегрирование по частям.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и определение первообразной функции и/или неопределенного интеграла; - распознавание и использование терминологии и символики, адекватной понятиям <i>первообразная, неопределенный интеграл</i>, в различных контекстах; - вычисление неопределенных интегралов, используя свойства и таблицу неопределенных интегралов, методы интегрирования (интегрирование по частям, замена переменной); - определение первообразной заданной функции или функции, первообразная которой удовлетворяет заданным условиям; - анализирование решения проблем, проблемных ситуаций на определение первообразных, неопределенных интегралов в контексте корректности, простоты, четкости и значимости полученных результатов; - обоснование результата, относящегося к первообразным, неопределенным интегралам посредством аргументирования, доказательства.

<p>значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.1.7. Обоснование вывода, результата, относящегося к первообразным, неопределённым интегралам, посредством аргументирования, доказательства.</p>		
ХП.2. Определённый интеграл. Приложения.		
<p>ХП.2.1. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватной понятию <i>определённый интеграл</i>, в различных контекстах.</p> <p>ХП.2.3. Вычисление определённых интегралов, используя свойства, формулу Ньютона-Лейбница.</p> <p>ХП.2.4. Распознавание в различных контекстах и применение подграфика функции при решении задач.</p> <p>ХП.2.5. Вычисление площади фигуры и объёма тела вращения, используя определённый интеграл.</p> <p>ХП.2.6. Применение определённых интегралов при решении повседневных ситуаций и/или при решении задач из различных областей.</p> <p>ХП.2.7. Анализирование решения задач на определённые интегралы в</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>определённый интеграл</i>. - Свойства. - Формула Ньютона-Лейбница. - Вычисление площадей фигур, описанных с использованием не более двух изученных функций, используя определённый интеграл. - Объём тела вращения. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и использование терминологии и символики, адекватной понятию <i>определённый интеграл</i>, в различных контекстах; - распознавание определённого интеграла; - вычисление определённых интегралов, используя свойства и таблицу неопределённых интегралов, методы интегрирования (интегрирование по частям, замена переменной); - применение формулы Ньютона-Лейбница при вычислении определённых интегралов; - обоснование полученного результата относительно определённых интегралов посредством аргументирования, доказательства; - применение определённых интегралов в различных областях;

<p>контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.2.8. Обоснование вывода, результата, относящегося к определенным интегралам, посредством аргументирования, доказательства.</p>		<p>- геометрическую трактовку определённого интеграла неотрицательной непрерывной функции.</p>
<p>Область ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ</p>		
<p>ХП.3. Элементы комбинаторики. Бином Ньютона</p>		
<p>ХП.3.1. Распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных типов комбинаторных задач.</p> <p>ХП.3.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам комбинаторики и биному Ньютона в различных контекстах.</p> <p>ХП.3.3. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам комбинаторики и биному Ньютона в различных контекстах.</p> <p>ХП.3.4. Применение бинома Ньютона и/или формулы общего члена разложения при решении задач.</p> <p>ХП.3.5. Использование свойств биномиальных коэффициентов</p>	<p>- Понятие <i>упорядоченное множество</i>. Понятие <i>факториал</i>.</p> <p>- Основные законы (правила) комбинаторики.</p> <p>- Перестановки (без повторений).</p> <p>- Размещения (без повторений).</p> <p>- Сочетания (без повторений).</p> <p>- Свойства сочетаний.</p> <p>- Уравнения, неравенства, содержащие элементы комбинаторики.</p> <p>- Бином Ньютона.</p> <p>- Формула общего члена разложения бинома.</p> <p>- Основные свойства биномиальных коэффициентов.</p> <p>- Свойства разложения бинома.</p>	<p>- распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных типов множеств и комбинаторных задач;</p> <p>- распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам комбинаторики и биному Ньютона, в различных контекстах;</p> <p>- решение текстовых и практических задач из различных областей, содержащих элементы комбинаторики;</p> <p>- решение уравнений и неравенств, содержащих элементы комбинаторики;</p> <p>- применение бинома Ньютона и/или формулы общего члена разложения в различных областях;</p> <p>- анализирование решения комбинаторных задач, проблемных ситуаций или задач на применение бинома Ньютона в</p>

<p>и разложения бинома при решении задач.</p> <p>ХП.3.6. Анализ решения комбинаторных задач или задач на применение бинома Ньютона в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.3.7. Обоснование вывода, результата, относящегося к элементам комбинаторики и биному Ньютона посредством аргументирования, доказательства.</p>		<p>контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов;</p> <ul style="list-style-type: none"> - обоснование результата, относящегося к элементам комбинаторики и биному Ньютона, посредством аргументирования, доказательства; - решение комбинаторных задач из практической действительности и/или из других областей.
<p>ХП.4. Элементы математической статистики и теории вероятностей</p>		
<p>ХП.4.1. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам теории вероятностей, математической статистики и финансового исчисления, в различных контекстах.</p> <p>ХП.4.2. Распознавание и применение изученных элементов математической статистики и финансового исчисления для выявления и описания процессов, феноменов из различных областей.</p> <p>ХП.4.3. Представление результатов наблюдений, физических, экономических, социальных явлений посредством рисунков,</p>	<p style="text-align: center;"><i>Элементы математической статистики</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Основные понятия. - Отбор, учёт и группировка данных. - Графическое изображение статистических данных (диаграмма в виде вертикальных отрезков, диаграммы с решётками, структурные диаграммы). - Средние величины статистических рядов (среднее арифметическое, взвешенное среднее арифметическое, медиана, мода) <p style="text-align: center;"><i>Элементы теории вероятностей</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Событие. Классификация событий 	<ul style="list-style-type: none"> - классификацию данных по различным критериям; - извлечение информации из статистических таблиц, списков, диаграмм; - распознавание и классификации событий; - выполнение операций с событиями; - сравнение событий по признаку шансов их реализации; - вычисление вероятности события в реальных и/или смоделированных ситуациях, используя отношение: <i>количество благоприятных событию случаев/количество всех возможных</i>

<p>таблиц, графиков, диаграмм и извлечение информации из статистических таблиц, списков, диаграмм.</p> <p>ХП.4.4. Интерпретирование и транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством статистических и вероятностных понятий.</p> <p>ХП.4.6. Распознавание и классифицирование событий по различным критериям.</p> <p>ХП.4.7. Вычисление вероятности события в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.4.9. Определение среднего значения дискретной случайной величины.</p> <p>ХП.4.10. Обоснование вывода, результата, относящегося к элементам теории вероятностей, математической статистики, посредством аргументирования, доказательства.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Классическое определение вероятности события - Случайные события. Операции со случайными событиями - Независимые случайные события - Случайная величина - Математическое ожидание случайной величины 	<p><i>случаев;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - истолкование и транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством статистических и вероятностных понятий; - обоснование вывода, результата, относящегося к элементам теории вероятностей и математической статистики, посредством аргументирования, доказательства; - применение алгоритмов, адекватных статистике или вероятности, при исследовании конкретных случаев и решении задач.
--	--	--

4. Примеры заданий

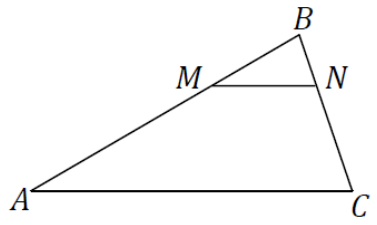
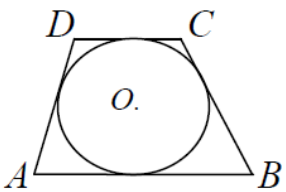
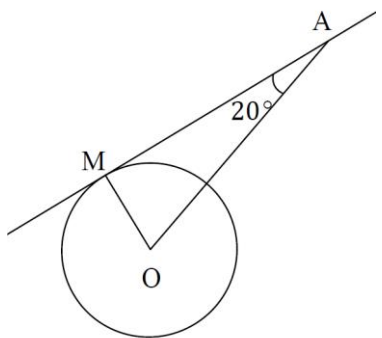
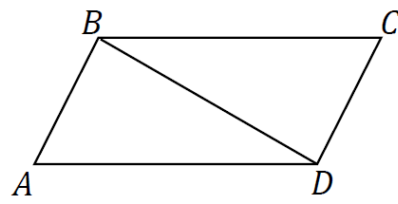
№	Задание
Область АЛГЕБРА	
1.	Найдите $\text{card}(A \cap B)$, если $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{5}{6}\right)^{x^2-x} = \left(\frac{36}{25}\right)^{x-6}\right\}$ и $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 9 > 0\}$.
2.	Вычислите значение выражения $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + 8^{\frac{2}{3}}$.
3.	Вычислите значение выражения $4^{\log_2 3} - \log_5 25$.
4.	Вычислите значение выражения $\sqrt{27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}$.
5.	Покажите, что значение выражения $9^{1+\log_3 2}$ является полным квадратом.
6.	Вычислите среднее арифметическое значение чисел $\log_3 18$ и $\log_9 \frac{1}{4}$.
7.	Вычислите значение выражения $E(a) = \frac{4}{5} \operatorname{tga} + \frac{5}{12} \sin(2a)$, если $\cos a = -\frac{4}{5}$ и $a \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.
8.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\sqrt{2x+3} = x$.
9.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\sqrt{-x^2+6} = \sqrt{5x+10}$.
10.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\sqrt{4-x} \cdot (x^2 - 3x - 10) = 0$.
11.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $4^{-3x-6} = 2^{-x} \cdot 8$
12.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $10^x - 2 \cdot 25^x + 4^x = 0$.
13.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\log_2(x^2 - 4) = \log_2 x + \log_2 3$.
14.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\frac{4^{2x+1} - 17 \cdot 4^x + 4}{x-1} = 0$.
15.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\frac{\log_3^2 x - \log_{\frac{1}{3}}(9x) - 4}{ x-2 - 1} = 0$.
16.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $2 \sin^2 x - 2 \sin x + \operatorname{tg} x \cdot \cos x - 1 = 0$.
17.	Пусть α градусная величина одного угла прямоугольного треугольника, удовлетворяющее уравнение $3 - 2 \cos^2 \alpha - 2\sqrt{2} \sin \alpha = 0$. Найдите градусные величины остальных углов треугольника.
18.	Найдите действительные решения уравнения $\sqrt{3} \cos x - \sin(2x) = 0$, при которых $ x < 2$.

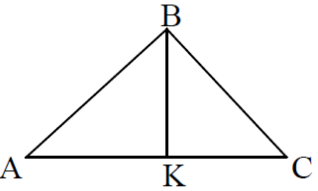
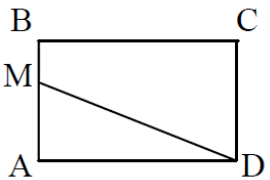
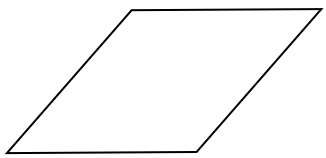
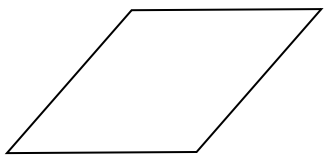
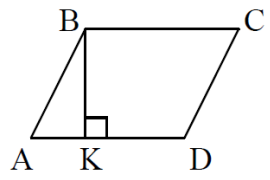
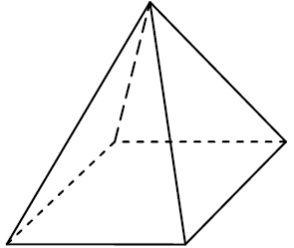
19.	Найдите действительные решения уравнения $\cos x - \cos(2x) + \cos(3x) = 0,$ принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
20.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\frac{\sin x + \sin(3x)}{\sqrt{-x^2 - 4x}} = 0$.
21.	Найдите действительные значения параметра a , при которых уравнение $ x^2 - 5x + 6 = a$ имеет 2 действительных решения.
22.	Решите на множестве \mathbb{R} систему однородных уравнений: $\begin{cases} 3x^2 + xy = 1 \\ x^2 - y^2 = -3 \end{cases}$
23.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\frac{1+x}{x} \geq 2$.
24.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\sqrt{1 + 3x^2} \leq 2x - 1$.
25.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2 + 10} \leq \frac{25}{4}$.
26.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(1 + x) > 1$.
27.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\log_{x-3}\left(\frac{1}{2}\right) \geq 1$.
28.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $(2x^2 + 11x - 6) \cdot \sqrt{\log_{0,7}(x + 6)^2} \geq 0$.
29.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $ x \log_3(3 - x) \leq 0$.
30.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $(x - 3) \log_2^2(x - 1) \geq 0$.
31.	Пусть $\bar{z} = (1 + i)(2 + i) - 2 - 5i$, где \bar{z} - комплексно сопряжённое числу z . Найдите комплексное число z .
32.	Пусть $z = \frac{12+9i}{3-4i}$. Найдите модуль комплексного числа z .
33.	Найдите комплексное число $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, при котором $3 + i \bar{z} = 2z$, где \bar{z} - комплексно сопряжённое числу z .
34.	Покажите, что произведение действительной и мнимой части комплексного числа $z = \sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ есть натуральное число.
35.	Найдите действительные значения a и b так, чтобы $\left[2\left(\cos \frac{3\pi}{7} + i \sin \frac{3\pi}{7}\right)\right]^7 = a + bi$.
36.	Найдите действительные значения m , при которых комплексные числа $z_1 = m^2 - i \cos m$ и $z_2 = 3m - (m - 1)i$ сопряжённые.
37.	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислите определитель матрицы X , где $X + 2A = B$.

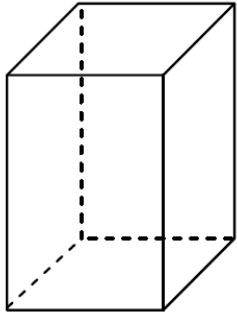
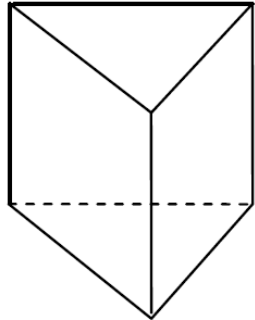
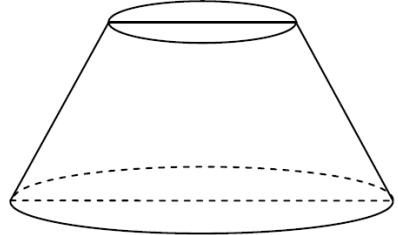
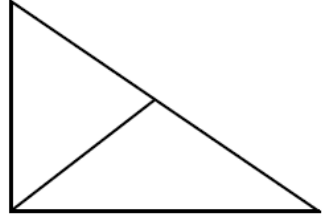
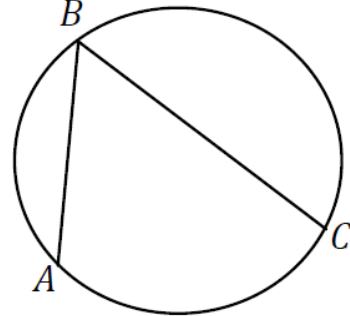
38.	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $X = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, где $a \in \mathbb{R}$. Найдите действительные значения a , при которых $A \cdot X = X \cdot A$.
39.	Пусть $D(\alpha) = \begin{vmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha + 4 \cos \alpha \end{vmatrix}$. Покажите, что значение выражения $D\left(\frac{\pi}{12}\right)$ есть целое число.
40.	Найдите комплексное число $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, при котором $\begin{vmatrix} 2z + \bar{z} & i \\ 1 - 3i & 1 \end{vmatrix} = i$, где $i^2 = -1$, а \bar{z} есть комплексно сопряжённое числу z .
41.	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} \lg(12 - x) & 2 \\ \lg x & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $D(x) = 0$.
42.	Пусть $d = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{C} уравнение $z^2 + 2z + d = 0$.
43.	Пусть $d = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\frac{x+1}{x+d} \leq 0$.
44.	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} \sqrt{x} - 1 & 3 \\ 1 - \sqrt{x} & 2 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $D(x) < 5$.
45.	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} 3x^2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $D(x) \leq 0$.
46.	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} iz & 2i - 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите комплексные числа z , при которых матрица A необратима.
47.	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} \log_2 m & 2 \log_2 m - 1 \\ 2 & \log_2 2m \end{pmatrix}$. Найдите действительные значения m , при которых матрица A обратима.
48.	Решите матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 15 \end{pmatrix}$.
49.	Используя метод Крамера, решите на множестве $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$
50.	Найдите действительные значения m , при которых система уравнений $\begin{cases} mx + 2y - z = 1, \\ 4x + my - 3z = 3, \\ mx + 3y - 2z = m - 2 \end{cases}$ несовместна.
51.	Найдите действительные значения параметров a, b, c при которых многочлен $P(X) = 2X(aX + b) + X(bX + 2c) + c(X^2 - X) + a - b$ имеет канонический вид $P(X) = 6X^2 + X + 2$.

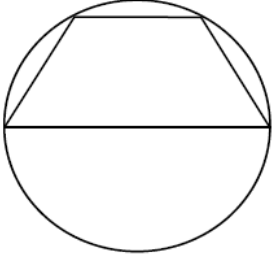
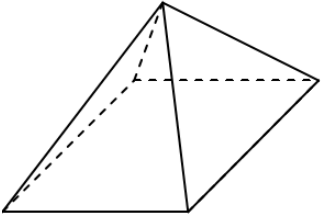
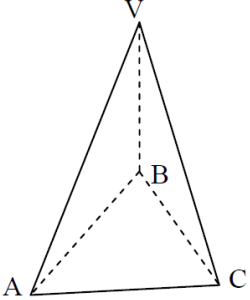
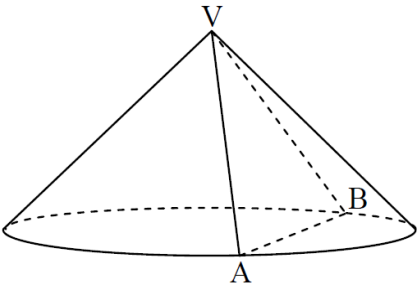
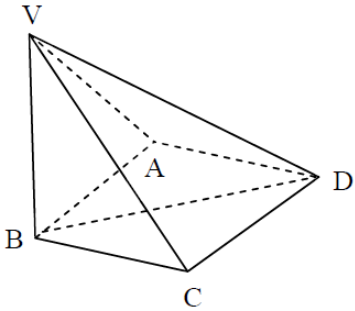
52.	Найдите остаток деления многочлена $P(X) = 3X^3 + aX^2 - 2aX + 8$ на бином $X - 2$, если известно, что остаток деления многочлена $P(X)$ на бином $X + 1$ равен 2.
53.	Найдите многочлен $P(X) = mX^4 - 3X^3 + nX^2 - X + 1$, если известно, что многочлен $P(X)$ делится на $X - 1$, а остаток деления многочлена $P(X)$ на бином $X + 2$ равен 51.
54.	Дан многочлен $P(X) = X^3 - X^2 - aX + 3$, где $a \in \mathbb{R}$. Разложить на множители многочлен $P(X)$, если известно, что $X = \sqrt{3}$ есть корень этого многочлена.
55.	Дан многочлен $P(X) = X^4 + aX^3 - 4x + b$, где $a, b \in \mathbb{R}$. Найдите действительные числа a и b , при которых многочлен $P(X)$ имеет двойной корень $X = 1$.

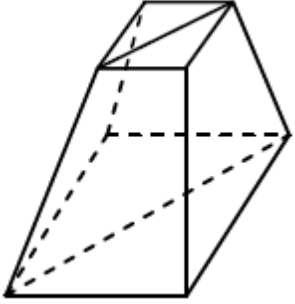
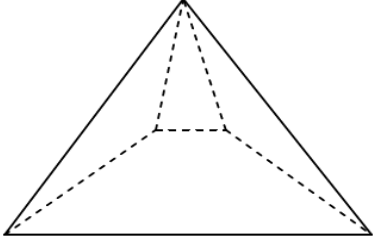
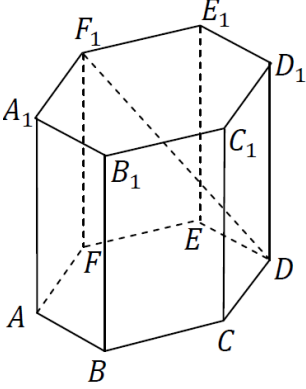
Область ГЕОМЕТРИЯ

1.	<p>Дан треугольник ABC, в котором $MN \parallel AC$, $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $BN = 1$ см, $NC = 2$ см, $AM = 4$ см. Найдите длину отрезка AB.</p>	
2.	<p>В равнобедренном прямоугольном треугольнике, медиана соответствующая гипотенузе имеет длину $2\sqrt{2}$ см. Найдите длину катета.</p>	
3.	<p>На рисунке изображена окружность с центром в точке O, вписанная в трапецию $ABCD$, в которой $AB + CD = 7$ см. Найдите периметр трапеции $ABCD$.</p>	
4.	<p>Прямая AM является касательной в точке M к окружности с центром O так, что $m(\angle OAM) = 20^\circ$. Впишите в рамку градусную величину угла AOM.</p>	
5.	<p>Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $m(\angle A) = 60^\circ$, $AB = 4$ см, $BD = 2\sqrt{7}$ см. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.</p>	

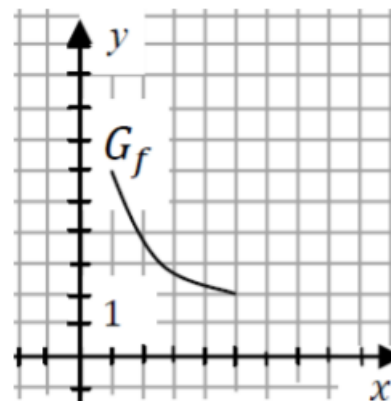
6.	<p>Дан остроугольный треугольник ABC, в котором $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Основание K высоты BK делит сторону AC на отрезки $AK = 4$ см и $CK = 3$ см. Найдите периметр треугольника ABC.</p>	
7.	<p>Дан прямоугольник $ABCD$, в котором $AD = 12$ см. Точка M принадлежит стороне AB так, чтобы $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{3}$, а $m(\sphericalangle ADM) = 30^\circ$. Найдите площадь четырёхугольника $MBCD$.</p>	
8.	<p>Дан равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 6$ см. На сторонах AB и BC взяты соответственно точки M и N так, чтобы $MN \parallel AC$, $MN = 3$ см, $BN = 2$ см. Найдите площадь трапеции $AMNC$.</p>	
9.	<p>Длина стороны ромба равна 10 см, а длина его высоты равна 8 см. Найдите длину меньшей диагонали ромба.</p>	
10.	<p>Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 12$ см, $m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$ и BK - высота. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $\frac{AK}{KD} = \frac{2}{3}$.</p>	
11.	<p>В остроугольном равнобедренном треугольнике ABC, где $AB = BC$, длина высоты AK равна 6 см. Найдите периметр треугольника ABC, если его площадь равна 30 см².</p>	
12.	<p>Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса равна $16\sqrt{10}\pi$ см². Длина высоты конуса в три раза больше длины радиуса его основания. Найдите объем конуса.</p>	
13.	<p>В правильной четырёхугольной пирамиде площадь основания равна 64 см², а длина бокового ребра равна $\sqrt{41}$ см. Найдите объем пирамиды.</p>	

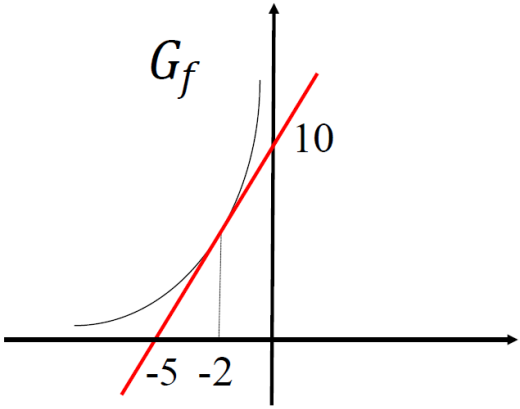
14.	<p>Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной призмы равна площади основания, а объем призмы равен 16 см^3. Найдите косинус угла между диагональю призмы и плоскостью основания.</p>	
15.	<p>В правильной треугольной призме боковая грань есть квадрат с диагональю $6\sqrt{2}$ см. Найдите объем призмы.</p>	
16.	<p>Осевым сечением усечённого прямого кругового конуса служит трапеция с основаниями 12 см и 6 см и с углом при большем основании 30°. Найдите площадь боковой поверхности усечённого конуса.</p>	
17.	<p>Найдите длину биссектрисы прямого угла прямоугольного треугольника с катетами 21 см и 28 см.</p>	
18.	<p>В окружности с радиусом 6 см, вписанный угол ABC опирается на дугу 120°. Найдите длины хорд AB и BC, если $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$.</p>	

19.	<p>Центр окружности, описанной около равнобедренной трапеции, лежит на её большем основании. Найдите длину радиуса окружности, если известно, что длина меньшего основания трапеции равна 14 см, а длина боковой стороны равна 30 см.</p>	
20.	<p>Основанием пирамиды есть прямоугольный треугольник с катетами длиной 6 см и 8 см. Боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.</p>	
21.	<p>Основанием четырёхугольной пирамиды служит ромб с углом 60°. Все боковые грани образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы 45°. Длина высоты пирамиды равна $\sqrt{3}$ см. Найдите объём пирамиды.</p>	
22.	<p>Основанием пирамиды $VABC$ служит равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = AC = 10$ см, $BC = 12$ см. Боковые рёбра пирамиды конгруэнтны. Найдите величину угла, образованного боковым ребром и плоскостью основания, если объём пирамиды равен $100\sqrt{3}$ см³.</p>	
23.	<p>Дан прямой круговой конус с вершиной V и радиусом основания $2\sqrt{6}$ см. Длина хорды AB из основания конуса равна $5\sqrt{3}$ см и $m(\sphericalangle AVB) = 120^\circ$. Найдите объём конуса.</p>	
24.	<p>В основании пирамиды $VABCD$ лежит ромб $ABCD$ с площадью $18\sqrt{3}$ см² и $m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ$. Ребро VB перпендикулярно плоскости основания и имеет длину $6\sqrt{3}$ см. Найдите величину угла, образованного ребром VD с плоскостью основания пирамиды.</p>	

25.	<p>В правильной четырехугольной усеченной пирамиде, длины сторон оснований равны 3 см и 1 см, а величина двугранного угла при большем основании равна 60°. Найдите площадь диагонального сечения усеченной пирамиды.</p>	
26.	<p>Основанием пирамиды служит равнобедренная трапеция с углом 60°. Высота пирамиды имеет длину $\sqrt{3}$ см и конгруэнтна радиусу вписанной в трапецию окружности. Найдите объем пирамиды.</p>	
27.	<p>В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ диагональ $F_1 D$ имеет длину 6 см и образует с плоскостью основания угол 30°. Найдите площадь боковой поверхности призмы.</p>	
Область МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ		
1.	<p>Числа 4, -2, 1 есть первые три члена геометрической прогрессии. Найдите шестой член геометрической прогрессии.</p>	
2.	<p>Найдите 10-тый член арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$, если $a_{n+1} = a_n - 3$ и $a_1 = 5$.</p>	
3.	<p>Дана арифметическая прогрессия $(a_n)_{n \geq 1}$, $n \in \mathbb{N}$. Найдите значение a_{17}, если $a_3 = 2$ и $a_9 = -4$.</p>	
4.	<p>Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$, если $\begin{cases} b_3 - b_1 = 3, \\ b_5 - b_1 = 15. \end{cases}$</p>	
5.	<p>Дана последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = 2 - \frac{1}{n}$. Исследуйте на монотонность и на ограниченность данную последовательность.</p>	
6.	<p>Дана последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = \frac{3n-2}{2n+1}$. Исследуйте на монотонность данную последовательность.</p>	
7.	<p>Дана последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$. Исследуйте на монотонность и на</p>	

	ограниченность данную последовательность.
8.	Найдите множество значений функции $f: [-1; 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2$.
9.	Найдите множество значений функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 + 2\sin x$.
10.	Найдите множество значений функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x - 4$.
11.	Исследуйте на чётность функцию $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{x^2}$.
12.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}.$
13.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 2x + 1}.$
14.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)}.$
15.	Вычислите: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^{4x+3}.$
16.	Найдите действительные значения a , при которых: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a^2x)}{\sin 6x - \sin 4x} = 2.$
17.	Найдите действительные значения a и b , при которых: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{ax^2 + bx + 1}{x + 1} + x \right) = 2.$
18.	Дана функция $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+1}{2x^2-8}$. Найдите асимптоты графика функции f .
19.	Дана функция $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{9x-5}$. Найдите асимптоты графика функции f .
20.	На рисунке изображён график дифференцируемой функции $f: (1; 5) \rightarrow \mathbb{R}$. Определите знак производной функции f .



21.	<p>На рисунке изображён график дифференцируемой функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Найдите: $f'(-2)$.</p>	
22.	<p>Найдите величину угла, образованного касательной к графику функции $f: [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$, с положительным направлением оси Ox.</p>	
23.	<p>Дана функция $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+ax-9}{x^2+b}$. Найдите действительные значения параметров a и b, при которых прямая $x = -2$ является вертикальной асимптотой графика функции f, а касательная, проведённая к графику функции f в точке с абсциссой $x_0 = 1$, параллельна оси абсцисс.</p>	
24.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^x$. Найдите точки локального экстремума функции f.</p>	
25.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x^4 - 7x^3)$. Найдите точки локального экстремума функции f.</p>	
26.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 1$. Найдите промежутки монотонности функции f.</p>	
27.	<p>Дана функция $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Найдите промежутки монотонности функции f. Используя монотонность функции f, сравните $f(e)$ и $f(\pi)$.</p>	
28.	<p>Дана функция $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln^2 x$. Найдите точки перегиба функции f.</p>	
29.	<p>Дана функция $f: \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x + 1$. Найдите глобальные экстремумы функции f.</p>	
30.	<p>Дана функция $f: \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x$. Найдите действительные значения x, при которых $f'(x) = 2\sqrt{3} f(x)$.</p>	
31.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{4x^2+1}$. Найдите первообразную F функции f, график которой пересекает ось Oy в точке с ординатой равной 3.</p>	
32.	<p>Дана функция $f: [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4}{3} \sqrt[3]{5x+2}$. Найдите первообразную F функции f, график которой проходит через точку $A\left(5; \frac{1}{5}\right)$.</p>	
33.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$. Найдите первообразную F функции f так,</p>	

	чтобы ось абсцисс была касательной к графику функции F .	
34.	<p>На рисунке изображён график непрерывной чётной функции $f: [-3; 3] \rightarrow [0; 4]$, для которой $\int_0^3 f(x) dx = 7$. Найдите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции f и осью абсцисс.</p>	
35.	Вычислите: $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$.	
36.	Покажите, что: $\int_1^9 \frac{dx}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \ln 2$.	
37.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 3} dx$.	
38.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1$. Найдите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции f , прямой $x = 1$ и осью Ox .	
39.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$. Найдите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции f , осью Oy и касательной к графику функции f , проходящей через начало координат.	
40.	Даны функции $f, g: [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = 2 - x$. Найдите числовое значение площади фигуры, ограниченной графиками функций f, g и осью абсцисс.	
41.	Дана функция $f: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} + 1$. Найдите числовое значение объема тела, полученного при вращении вокруг оси Ox подграфика функции f .	
42.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x^2$. Найдите действительные значения $a \in (0; 1)$, при которых прямая $y = a$ делит фигуру, ограниченную графиком функции f и прямой $y = 0$, на две фигуры одинаковой площади.	
43.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 4x^3$. Найдите:</p> <p>а) точки локального экстремума функции f;</p> <p>б) числовое значение площади фигуры, ограниченной графиком функции f, прямыми $x = -1$, $x = 1$ и осью Ox.</p>	
44.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - e^{2x}$.</p> <p>а) Найдите промежутки монотонности функции f.</p> <p>б) Вычислите</p> $\int_0^{\ln 2} x(2x - f(x)) dx.$	

45.	<p>Дана функция $f: \left[-\frac{\pi}{3}, \pi\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(2x)$.</p> <p>а) Вычислите</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$ <p>б) Вычислите угловой коэффициент касательной к графику функции f в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$ и величину угла, образованного касательной к графику функции с положительным направлением оси Ox.</p> <p>в) Пусть $F: \left[-\frac{\pi}{3}, \pi\right] \rightarrow \mathbb{R}$ - первообразная функции f, график которой пересекает ось Oy в точке с ординатой равной -1. Найдите координаты точек пересечения графика функции F с осью Ox.</p>
46.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$.</p> <p>а) Найдите промежутки монотонности функции f.</p> <p>б) Найдите наклонную асимптоту графика функции f.</p> <p>в) Сравните $\int_1^e f(x)dx$ и 5.</p>
Область ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	
1.	Определите, сколько шестизначных кодов можно составить с цифрами $0, 1, 2, 3, 4, 5$, если известно, что цифры не повторяются.
2.	Определите, сколько шестизначных кодов можно составить с цифрами $0, 1, 2, 3, 4, 5$.
3.	Определите, сколько трёхзначных чисел можно составить с цифрами $0, 1, 2, 3, 4, 5$, если известно, что цифры не повторяются.
4.	<p>В лифт одиннадцатизэтажного дома, на первом этаже вошли 4 человека. Определите, сколькими способами они могут выйти из лифта, если известно, что:</p> <p>а) каждый из них может выйти на любом этаже, начиная со второго;</p> <p>б) все 4 человека выйдут на разных этажах, начиная со второго;</p> <p>в) на втором этаже выйдут 2 человека.</p>
5.	<p>В классе - 10 мальчиков и 12 девочек. Формируют группу из 4 учеников для наряжения Рождественной ёлки. Определите:</p> <p>а) сколькими способами могут сформировать группу;</p> <p>б) сколькими способами могут сформировать группу из 2 мальчиков и 2 девочек;</p> <p>в) сколькими способами могут сформировать группу, если в группе по крайней мере 2 мальчиков.</p>
6.	Решите на множестве \mathbb{N} уравнение $C_n^1 + 2C_n^2 = 100$.
7.	<p>Решите на множестве \mathbb{N} уравнение</p> $\frac{A_n^4 \cdot P_{n-4}}{P_{n-2}} = 42.$
8.	Решите на множестве \mathbb{N} неравенство $C_n^3 > C_n^5$.
9.	Найдите восьмой член разложения бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$.

10.	Найдите порядок члена содержащего x^3 в разложении бинома $(\sqrt{x} + y)^9$.
11.	Найдите порядок члена не содержащего x в разложении бинома $(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{25}$.
12.	В разложении бинома $(\sqrt[3]{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})^n$ сумма биномиальных коэффициентов чётного порядка равна 128. Найдите член содержащий a .
13.	Найдите количество рациональных членов из разложения бинома $(\sqrt{5} + \sqrt[3]{3})^{100}$.
14.	Найдите n , $n \in \mathbb{N}$, если известно, что сумма биномиальных коэффициентов первых 3 членов из разложения бинома $(x^2 - \frac{2}{x})^n$ равна 211.
15.	В лотерее разыгрываются 100 билетов, среди которых 10 выигрышей по 200 лей и 20 выигрышей по 100 лей. Остальные билеты безвыигрышные. Найдите вероятность выигрыша общей суммы в размере 200 лей при покупке 2 билетов.
16.	С цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 образуют случайным образом код из трёх неповторяющихся цифр. Найдите вероятность того, что код содержит цифры 4 и 5.
17.	С правой стороны числа 2021 произвольно записывают одну цифру. Найдите вероятность того, что полученное число делится на 3.
18.	В классе - 12 мальчиков и 18 девочек. Составляют делегацию из 2 человек. Найдите вероятность того, что делегация будет состоять из: а) двух мальчиков; б) двух девочек; в) одной девочки и одним мальчиком.
19.	Подбрасывают 2 игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7.
20.	На 31 декабря 2020 года магазин объявил о продаже 8 телевизоров по промоциональной цене в 3000 лей и 10 мобильных телефонов по промоциональной цене в 1500 лей. Продавец получает премию, если объем продаж промоциональной продукции превышает 5000 лей. Найдите вероятность того, что продавец получил премию, если известно, что он продал ровно 3 единицы промоциональной продукции.
21.	В классе 25 учеников. Для участия в опросе берут наугад 2 учеников. Вероятность того, что в опросе будут участвовать 2 девочки, равна $\frac{11}{50}$. Найдите количество девочек в классе.
22.	На полке расположено 8 учебников, среди которых один учебник по <i>математике</i> и один учебник по <i>химии</i> . Найдите вероятность того, что учебник по <i>математике</i> и учебник по <i>химии</i> окажутся рядом.
23.	На 10 одинаковых карточках написаны буквы: <i>М, А, Т, Е, М, А, Т, И, К, А</i> - по одной букве на каждой карточке. Карточки перемешали, затем наугад последовательно извлекают четыре карточки. Найдите вероятность того, что в извлечённом порядке получится слово <i>ТЕМА</i> .
24.	Найдите вероятность того, что произвольно взятое шестизначное натуральное число делится на 25.
25.	Монету бросают 5 раз. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.

26.	В поисках работы Пётр отправил своё резюме двум предприятиям. Вероятность того, что его возьмут на работу на первом предприятии равна 0,3, а вероятность того, что его возьмут на работу на втором предприятии равна 0,6. Найдите вероятность того, что Петра возьмут на работу по крайней мере на одном предприятии.																										
27.	Вероятность несвоевременной выплаты кредита, предоставляемого банком, равна 0,1. Банк предоставляет три кредита. Вычислить вероятность, что один из этих кредитов будет несвоевременно выплачен.																										
28.	На тесте по математике ученики некоторого класса получили следующие оценки: 7, 9, 5, 6, 7, 5, 7, 4, 8, 7, 10, 7, 6, 7, 8, 6, 8, 5, 9, 6. Найдите среднюю арифметическую, моду и медиану данного ряда.																										
29.	<p>В таблице приведены доходы предприятия за 2020 год, за исключением февраля месяца. Определите доход предприятия за февраль, если известно, что среднемесячный доход в 2020 году составил 123 тысячи лей.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Месяц</th> <th>Январь.</th> <th>Февраль</th> <th>Март</th> <th>Апрель</th> <th>Май</th> <th>Июнь</th> <th>Июль</th> <th>Август</th> <th>Сентябрь</th> <th>Октябрь</th> <th>Ноябрь</th> <th>Декабрь</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Доход, тыс. лей</td> <td>131</td> <td>x</td> <td>110</td> <td>126</td> <td>145</td> <td>132</td> <td>144</td> <td>132</td> <td>111</td> <td>100</td> <td>134</td> <td>99</td> </tr> </tbody> </table>	Месяц	Январь.	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Доход, тыс. лей	131	x	110	126	145	132	144	132	111	100	134	99
Месяц	Январь.	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь															
Доход, тыс. лей	131	x	110	126	145	132	144	132	111	100	134	99															
30.	<p>В таблице приведены данные про высоту учеников одного класса. Известно, что средняя высота учеников из этого класса равна 171 см. Используя данные из таблицы, найдите количество учеников с высотой 170 см.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td>Высота, см</td> <td>165</td> <td>168</td> <td>170</td> <td>175</td> <td>177</td> </tr> <tr> <td>Количество учеников</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>x</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Высота, см	165	168	170	175	177	Количество учеников	2	6	x	5	3														
Высота, см	165	168	170	175	177																						
Количество учеников	2	6	x	5	3																						

Примечание. Примеры заданий предназначены для ознакомления кандидатов на экзамен национального бакалавриата, учителей, авторов тестов со структурой и типологией заданий. Эти примеры не охватывают весь спектр возможных формулировок заданий / задач, которые можно использовать для разработки тестов, которые будут предложены кандидатам.

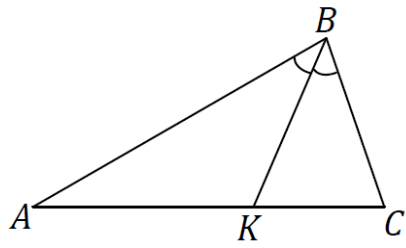
5. Пример теста. Пример схемы проверки теста

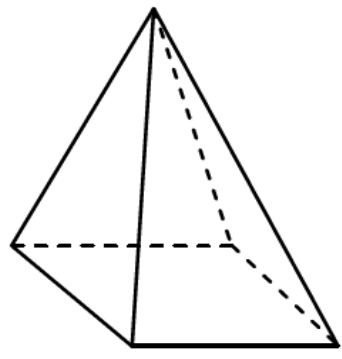
Этот пример теста позволяет любому кандидату на национальный экзамен на степень бакалавра и широкой общественности составить представление о структуре теста на степень бакалавра, количестве заданий / элементов, их формате и уровне сложности. Шкала оценивания, соответствующая тесту, дает представление о требованиях к полноте и правильности изложения развернутого ответа и обеспечивает унификацию на национальном уровне оценивания и оценки работ кандидатов.

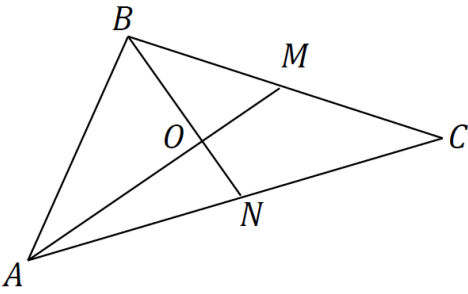
№	Задание	Баллы	
АЛГЕБРА			
1.	Найдите значение выражения: $0,5 - \log_9 27$. <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____.	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
2.	Найдите алгебраическую форму комплексного числа $z = \frac{3-i}{1+i}$, где $i^2 = -1$. <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____.	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
3.	Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\left \begin{matrix} 1 & -2 \\ -1 & \sqrt{1-x} \end{matrix} \right < 0$. <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____.	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
4.	Найдите остаток от деления многочлена $P(X) = X^3 - aX^2 + 2$ на $X + 2$, если известно, что $X = 1$ есть корень многочлена $P(X)$. <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____.	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

5.	Решите на множестве \mathbb{R} уравнение $\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)\sqrt{3x-x^2} = 0$. <i>Решение:</i> <i>Ответ:</i> _____	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
----	--	--	--

ГЕОМЕТРИЯ

6.	Биссектриса BK треугольника ABC делит сторону AC на отрезки $AK = 4$ см и $KC = 2$ см. Найдите периметр треугольника ABC , если известно, что $BC = 3$ см. <i>Решение:</i>  <i>Ответ:</i> _____	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
----	---	---------------------------------	---------------------------------

7.	Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 36 см ² . Найдите длину высоты пирамиды, если известно, что площадь боковой поверхности равна 60 см ² . <i>Решение:</i>  <i>Ответ:</i> _____	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
----	---	--	--

8.	<p>Дан треугольник ABC, в котором медианы AM и AN взаимно перпендикулярны, $AM = 9$ см, $BN = 10$ см. Найдите косинус угла ABC. Решение:</p>  <p style="text-align: right;">Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ			
9.	<p>Числа $2, -1, -4, -7$ есть первые четыре члена арифметической прогрессии. Найдите седьмой член арифметической прогрессии. Решение:</p> <p style="text-align: right;">Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
10.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$.</p> <p>а) Найдите точки локального экстремума функции f. Решение:</p> <p style="text-align: right;">Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

	<p>б) Дана функция $h: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{3f(x)+2}{x^3-8}$. Найдите горизонтальную асимптоту на $+\infty$ к графику функции h.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
	<p>с) Найдите числовое значение площади фигуры ограниченной графиком функции f, прямыми $x = 1, x = -1$ и осью Ox.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ. БИНОМ НЬЮТОНА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ			
11.	<p>В урне находятся 4 красных и 3 зелёных шара. Из урны наугад одновременно вынимают 2 шара. Найдите вероятность того, что взятые шары окажутся разных цветов.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
12.	<p>Найдите член который не содержит x в разложении бинома $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^9$.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Приложение

$$\log_a b^c = c \log_a b, \quad a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \quad b \in \mathbb{R}_+^*, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\log_a^c b = \frac{1}{c} \log_a b, \quad a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \quad b \in \mathbb{R}_+^*, \quad c \neq 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$$

$$\mathcal{A}_\Delta = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}, \quad 0 \leq m \leq n$$

Пример схемы проверки теста

- В случае, когда в условии не указан метод решения задания, любой метод, приводящий к правильному ответу, следует считать верным, и выставять максимальное количество баллов.
- Не требуйте вычислений и объяснений, если они не предусмотрены в условии.
- Выставляйте только целое количество баллов.
- Не выставляйте дополнительные баллы.

№	Максимальное количество баллов	Верный ответ	Этапы решения	Баллы за каждый этап
1.	5 б.	-1	$\log_9 27 = \frac{3}{2} \log_3 3$	3 б.
			$\log_3 3 = 1$	1 б.
			Нахождение значения выражения, равного -1	1 б.
2.	5 б.	$1 - 2i$	Умножение числителя и знаменателя дроби $\frac{3-i}{1+i}$ на $1 - i$	2 б.
			$(1 + i)(1 - i) = 2$	1 б.
			Получение $z = 1 - 2i$	2 б.
3.	8 б.	$S = (-3; 1]$	Получение неравенства $\sqrt{1-x} - 2 < 0$	2 б.
			Получение системы $\begin{cases} 1 - x < 4 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases}$ (по 2 б. за каждое неравенство)	4 б.
			Решение системы $\begin{cases} 1 - x < 4 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases}$	2 б.
4.	8 б.	-18	Получение уравнения $3 - a = 0$	2 б.
			Получение $a = 3$	2 б.
			$P(-2)$ – остаток деления многочлена $P(X)$ на $X + 2$	2 б.
			Нахождение $P(-2) = -18$	2 б.
5.	8 б.	$S = \{0, 2, 3\}$	Получение системы $\begin{cases} 3x - x^2 \geq 0 \\ 3x - x^2 = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right) = 0 \end{cases}$ (по 1 б. за каждое условие)	3 б.
			Решение неравенства $3x - x^2 \geq 0$	2 б.
			Решение на $[0, 3]$ уравнения $\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right) = 0$	2 б.
			Получение правильного ответа	1 б.
6.	5 б.	15 см	Применение теоремы биссектрисы и получение $AB = 6$ см	3 б.

			Вычисление периметра треугольника ABC	2 б.
7.	8 б.	4 см	Нахождение длины стороны квадрата из основания пирамиды	2 б.
			Выражение площади боковой поверхности пирамиды через длину апофемы пирамиды	2 б.
			Нахождение длины апофемы пирамиды	2 б.
			Нахождение длины высоты пирамиды	2 б.
8.	8 б.	$-\frac{\sqrt{13}}{65}$	$AO = 6$ см, $OM = 3$ см	2 б.
			$AB = 2\sqrt{13}$ см	2 б.
			$BO = 4$ см	2 б.
			Применение теоремы косинусов в треугольнике ABM и получение значения косинуса, равного $-\frac{\sqrt{13}}{65}$	2 б.
9.	5 б.	-16	$r = -3$	2 б.
			Получение членов $-10, -13, -16$	2 б.
			Запись правильного ответа	1 б.
10. а)	8 б.	$x = -1$ – точка локального максимума, $x = 1$ – точка локального минимума	Нахождение производной функции f	2 б.
			Решение уравнения $f'(x) = 0$	2 б.
			Кривая знаков	2 б.
			Запись правильного ответа	2 б.
10. б)	8 б.	$y = 1$	$y = l$ – горизонтальная асимптота, где $l = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$	2 б.
			$l = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - 8}$	2 б.
			$l = 1$	2 б.
			Запись правильного ответа	2 б.
10. в)	8 б.	$\frac{5}{6}$	Нули и знаки функции f	2 б.
			$A_{\text{фигуры}} =$ $= \int_{-1}^0 \left(\frac{x^3}{3} - x \right) dx + \int_0^1 \left(x - \frac{x^3}{3} \right) dx$	2 б.
			Нахождение одной первообразной функции f	2 б.
			Применение формулы Ньютона - Лейбница и получение значения интеграла	2 б.
11.	8 б.	$\frac{4}{7}$	$n = C_7^2$	3 б.
			$m = C_4^1 \cdot C_3^1$	3 б.
			$p = \frac{m}{n} = \frac{4}{7}$	2 б.

12.	8 б.	-84	$T_{k+1} = C_9^k \cdot x^{9-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k$	2 б.
			Получение уравнения $9 - 3k = 0$	2 б.
			Получение $k = 3$	2 б.
			Вычисление члена $T_4 = -84$	2 б.
	100 б.			

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

2. Специфические компетенции дисциплины *Математика*, оцениваемые на национальном экзамене бакалавриата

- 1. Использование действительных чисел для выполнения вычислений в различных контекстах, проявляя интерес к строгости и точности в вычислениях.*
- 2. Изложение на математическом языке высказывания, ситуации, решения, формулируя ясно и кратко высказывание.*
- 3. Применение математических рассуждений для идентифицирования и решения проблем, проявляя ясность, правильность и краткость в рассуждениях.*
- 4. Исследование совокупности данных, используя адекватные инструменты, в том числе цифровые, и математические модели для изучения/описания отношений и процессов, демонстрируя настойчивость и аналитический дух.*
- 5. Применение геометрических понятий, отношений и инструментов для решения проблем, проявляя последовательность и дедуктивный подход.*
- 6. Экстраполирование математических приобретений для выявления и описания процессов, явлений в различных областях, прибегая к математическим понятиям и методам при анализе и решении различных ситуаций.*
- 7. Обоснование математического высказывания или результата, используя аргументы, поддерживая собственные идеи и мнения.*

3. Единицы компетенций, единицы содержания, результаты обучения

Единицы компетенций	Единицы содержания	Результаты обучения
Область АЛГЕБРА		
Х. 1. Элементы теории множеств и математической логики		
<p>Х.1.1. Распознавание и использование терминологии, адекватной понятию <i>действительное число</i>, в различных контекстах.</p> <p>Х.1.2. Распознавание в различных высказываниях изученных числовых множеств $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ и их элементов.</p> <p>Х.1.3. Осуществление перехода от одной формы записи действительных чисел к другой.</p> <p>Х.1.4. Применение в вычислениях свойств операций над действительными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень с рациональным и действительным показателем, корни 2 и 3 степеней, логарифм положительного числа</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Множества $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$. - Операции над действительными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень с целым показателем. Свойства. - Степень с рациональным показателем. Корни 2 и 3 степеней. Свойства. - Логарифм положительного числа. Свойства. - Пропорции. Проценты. - Приложения действительных чисел, включая пропорции и проценты, корни и логарифмы в различных областях: в повседневной жизни, физике, химии, биологии, литературе, искусстве, финансах, экономике, истории, предпринимательстве. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и использование терминологии, адекватной понятию действительное число, в различных контекстах, включительно при общении; - распознавание натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных чисел; - упорядочивание, сравнение и изображение на координатной прямой действительных чисел; - записывание действительных чисел в различных формах; - выявление, какому множеству чисел, объектов принадлежит заданное число, заданный объект; - вычисление с числами и применение в вычислениях соответствующих алгоритмов и свойств; - выполнение приблизительных оценок и аппроксимаций; - применение свойств действий с

<p>X.1.5. Аргументирование полученных результатов при выполнении вычислений с действительными числами в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости этих результатов.</p> <p>X.1.6. Применение действительных чисел в разных контекстах и областях для изучения/ описания отношений и процессов.</p> <p>X.1.7. Использование чисел в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>X.1.8. Нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о числах.</p>		<p>действительными числами;</p> <ul style="list-style-type: none"> - аргументирование полученных результатов при выполнении вычислений с действительными числами в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости этих результатов; - использование чисел в реальных и/или смоделированных ситуациях; - нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о числах.
X.2. Множества		
<p>X.2.1. Распознавание и применение терминологии и символики, адекватной теории множеств, в различных контекстах.</p> <p>X.2.2. Выполнение операций над множествами: объединение, пересечение, разность, декартово произведение в различных контекстах.</p> <p>X.2.3. Представление множества и операций с множествами</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>множество</i>. Числовые множества. - Операции с множествами: объединение, пересечение, разность, декартово произведение двух конечных множеств. - Приложения множеств и операций с множествами в различных областях: в повседневной жизни, физике, химии, биологии, спорте, искусстве, 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и применение терминологии и символики, адекватной теории множеств, в различных контекстах; - представление множества и операций с множествами аналитическим, синтетическим и графическим (диаграммы, таблицы) способами; - определение элементов множества, заданного различными способами; - определение множества, заданного

<p>аналитическим, синтетическим и графическим (диаграммы, таблицы) способами.</p> <p>Х.2.4. Использование элементов теории множеств для идентификации и описания процессов, феноменов из различных областей.</p> <p>Х.2.5. Сортирование и классифицирование объектов по некоторым критериям, <i>определение</i> критерия, по которому отбирается множество объектов, в различных ситуациях.</p> <p>Х.2.6. Обоснование вывода или результата, относящегося к множествам, посредством аргументирования.</p>	<p>финансах, экономике, истории, технике.</p>	<p>посредством указанного свойства;</p> <ul style="list-style-type: none"> - применение отношения принадлежности, отношения включения и равенства множеств в реальных ситуациях, при решении задач; - выполнение операций с различными типами множеств; - сортирование и классифицирование объектов по различным критериям, определение критериев, по которым отбираются соответствующие множества; - выявление межпредметных и внутрипредметных связей в контексте применения элементов теории множеств; - применение множеств и операций над множествами для идентификации и описания процессов, феноменов из различных областей; - обоснование полученного/заданного вывода или результата, относящегося к множествам, посредством аргументирования.
<p>Х.3. Уравнения. Неравенства. Системы</p>		
<p>Х.3.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих уравнениям, неравенствам,</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Уравнения I степени с одним неизвестным. - Неравенства I степени с одним неизвестным. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятиям уравнение, неравенство, система в различных

<p>системам, в различных контекстах.</p> <p>Х.3.8. Решение изученных типов уравнений, неравенств, систем.</p> <p>Х.3.9. Применение изученных типов уравнений, неравенств, систем при изучении и описании некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических и др. процессов.</p> <p>Х.3.10. Моделирование некоторых простых повседневных ситуаций посредством функций, уравнений, неравенств, систем и решение полученных уравнений, неравенств, систем.</p> <p>Х.3.11. Обоснование полученного или заданного результата или вывода в контексте функций, уравнений, неравенств, систем путём приведения аргументов.</p> <p>Х.3.12. Нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о функциях, уравнениях, неравенствах, системах.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Системы двух уравнений I степени с двумя неизвестными. Методы решения систем уравнений (метод подстановки, метод сложения). - Системы двух неравенств I степени с одним неизвестным. - Приложения уравнений, неравенств, систем в разных областях. - Уравнения II степени. Классификация уравнений II степени. - Решение уравнений II степени. - Соотношения Виета. - Неравенства II степени с одним неизвестным. - Системы двух алгебраических уравнений с одним уравнением I степени и одним уравнением II степени с двумя неизвестными. 	<p>контекстах;</p> <ul style="list-style-type: none"> - распознавание и классифицирование по различным критериям изученных типов уравнений, неравенств, систем; - моделирование простых ситуаций из повседневной жизни посредством изученных типов уравнений, неравенств, систем; - решение указанных в kurikulumе типов уравнений, неравенств, систем адекватными методами; - применение изученных типов уравнений, неравенств, систем при изучении и описании некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических и др. процессов; - обоснование полученного/заданного результата или вывода в контексте уравнений, неравенств, систем путём приведения аргументов; - нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о уравнениях, неравенствах, системах.
---	---	--

XI.2 Комплексные числа

<p>XI.2.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, адекватных понятию <i>комплексное число</i>, в различных контекстах.</p> <p>XI.2.2. Применение комплексных чисел, записанных в алгебраической форме, операций с ними при решении задач, в том числе при решении уравнений II степени с действительными коэффициентами.</p> <p>XI.2.3. Применение действительных и/или комплексных чисел при выполнении вычислений в различных ситуациях.</p> <p>XI.2.4. Выполнение арифметических действий с комплексными числами в алгебраической форме.</p> <p>XI.2.5. Нахождение модуля комплексного числа.</p> <p>XI.2.6. Обоснование вывода или результата, относящегося к комплексным числам, посредством аргументирования.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>комплексное число</i>. Множество \mathbb{C}. - Алгебраическая форма комплексного числа. - Арифметические операции с комплексными числами, записанными в алгебраической форме. - Модуль комплексного числа. - Решение уравнений II степени с действительными коэффициентами на множестве \mathbb{C}. 	<ul style="list-style-type: none"> - выявление необходимости расширения понятия числа; - использование терминологии, адекватной понятию комплексное число, в различных контекстах; - распознавание действительной и мнимой частей комплексного числа; - применение комплексных чисел, записанных в алгебраической форме, операций с ними при решении задач; - выполнение вычислений с комплексными числами; - решение уравнений II степени с действительными коэффициентами на множестве \mathbb{C}; - обоснование вывода или результата, относящегося к комплексным числам, посредством аргументирования.
---	--	--

XI.3. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений

<p>XI.3.1. Распознавание в различных ситуациях изученных типов матриц, определителей, систем линейных уравнений.</p> <p>XI.3.2. Вычисление определителей второго и третьего порядков.</p> <p>XI.3.3. Моделирование практических ситуаций, реальных процессов, в том числе из экономики, предпринимательства, техники, для которых необходимо ассоциировать таблицы матричного типа.</p> <p>XI.3.4. Решение уравнений и систем уравнений, используя алгоритмы, специфичные вычислению матриц и/или определителей.</p> <p>XI.3.5. Определение условий совместности и/или несовместности систем линейных уравнений и применение адекватных методов их решения.</p> <p>XI.3.6. Применение матриц, определителей и систем линейных уравнений для изучения и описания социальных, экономических и предпринимательских процессов.</p> <p>XI.3.7. Обоснование вывода или результата, относящегося к</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>матрица</i>. <i>Частные случаи</i>. - Действия с матрицами. Свойства. - Понятие <i>определитель второго порядка, третьего порядка</i>. - Основные свойства, необходимые для вычисления определителей. - Вычисление определителей второго, третьего порядков. - Системы линейных уравнений типа $n \times n$, $n \in \mathbb{N}^*$, $n \in \{2, 3\}$. - Правило Крамера. - Приложения матриц, определителей и систем уравнений в разных областях: экономике, предпринимательстве, транспорте. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание в различных ситуациях изученных типов матриц, определителей, систем линейных уравнений; - моделирование практических ситуаций, реальных процессов, в том числе из техники и экономики, для которых необходимо ассоциировать таблицы матричного типа; - вычисление определителей второго и третьего порядков; - решение уравнений и систем уравнений, используя алгоритмы, специфичные вычислению матриц и/или определителей; - определение условий совместности и/или несовместности систем линейных уравнений и применение адекватных методов их решения; - обоснование вывода или результата, относящегося к матрицам определителям, системам уравнений, посредством аргументирования.
--	---	---

матрицам системам определителям, уравнений, посредством аргументирования.		
Область ГЕОМЕТРИЯ		
Х.4. Геометрические фигуры на плоскости		
Х.4.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих изученным геометрическим фигурам, в различных контекстах.	<ul style="list-style-type: none"> - Основные геометрические понятия (точка, прямая, плоскость, расстояние между двумя точками, величина угла). - Прямая. Полупрямая. Коллинеарные точки. Отрезок. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих изученным геометрическим фигурам, в различных контекстах; - распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных геометрических фигур и их свойств;
Х.4.2. Распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных геометрических фигур и их свойств.	<ul style="list-style-type: none"> - Треугольники. Классификация треугольников. - Конгруэнтные треугольники. Признаки. Метод конгруэнтных треугольников. Приложения, в том числе в повседневной жизни. 	<ul style="list-style-type: none"> - определение взаимных расположений изученных геометрических фигур в реальных и/или смоделированных ситуациях; - выполнение приблизительных оценок и аппроксимаций, используя изученные элементы метрической геометрии;
Х.4.3. Определение взаимных расположений изученных геометрических фигур в реальных и/или смоделированных ситуациях.	<ul style="list-style-type: none"> - Замечательные линии в треугольнике. - Подобные треугольники. Признаки. Метод подобных треугольников. Приложения, в том числе в повседневной жизни. 	<ul style="list-style-type: none"> - изображение на плоскости изученных геометрических фигур, в том числе используя адекватные чертёжные инструменты; - анализирование и интерпретирование полученных результатов при решении практических задач с использованием изученных элементов геометрии;
Х.4.4. Изображение на плоскости изученных геометрических фигур, в том числе используя чертежные инструменты.	<ul style="list-style-type: none"> - Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Приложения, в том числе в повседневной жизни. 	
Х.4.5. Применение в различных контекстах изученных геометрических фигур и их	<ul style="list-style-type: none"> - Выпуклые четырехугольники: квадрат, прямоугольник, 	

<p>свойств для изучения и описания реальных феноменов и процессов.</p> <p>X.4.6. Моделирование, в геометрическом смысле, ситуаций из окружающей действительности и/или из других областей.</p> <p>X.4.7. Составление плана по решению геометрической задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>X.4.8. Анализирование и интерпретирование полученных результатов при решении некоторых практических задач, используя изученные геометрические элементы.</p> <p>X.4.9. Вычисление длин отрезков, величин углов, периметров, площадей в реальных и/или смоделированных ситуациях, используя адекватные инструменты и единицы измерения.</p> <p>X.4.10. Обоснование вывода или результата, относящегося к геометрическим фигурам и отношениям, посредством аргументирования.</p>	<p>параллелограмм, ромб, трапеция. Свойства. Приложения четырехугольников в повседневной жизни, химии, физике, искусстве, в технологиях, в строительстве. Образцы моделей тротуаров.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Правильные многоугольники: равносторонний треугольник, квадрат, правильный шестиугольник. Приложения в повседневной жизни, химии, физике, искусстве, в технологиях, в строительстве. Образцы тротуаров. - Окружность. Хорды. Дуги. Круг. Приложения в повседневной жизни, химии, физике, искусстве, в технологиях, в строительстве. Образцы тротуаров. - Взаимные расположения прямой и окружности. - Центральный угол. Вписанный угол. - Вписанный треугольник в окружность. Описанный треугольник окружности. Приложения в повседневной жизни, искусстве, в технологиях, в строительстве. - Площади многоугольных поверхностей для: треугольника ($A = \frac{1}{2} a h_a$, $A = \frac{abc}{4R}$, $A = pr$, $p = \frac{a+b+c}{2}$, 	<ul style="list-style-type: none"> - классифицирование изученных геометрических фигур по различным критериям; - определение истинностного значения утверждений, высказываний, используя аргументы.
--	---	--

<p>X.4.11. Нахождение истинностного значения утверждения, высказывания об изученных геометрических фигурах и отношениях.</p>	<p>формула Герона), квадрата, прямоугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Приложения в повседневной жизни, химии, физике, искусстве, в технологиях, в строительстве. Образцы тротуаров. - Длина окружности. Площадь круга. Приложения в повседневной жизни, физике, биологии, медицине, искусстве, в технологиях, в строительстве. 	
<p>XI.4. Параллельность в пространстве</p>		
<p>XI.4.1. Описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости, плоскостей и тел в пространстве в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.4.2. Распознавание и использование терминологии и обозначений, адекватных понятию <i>отношение параллельности в пространстве</i>, в различных контекстах.</p> <p>XI.4.3. Изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций, используя адекватные инструменты</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельные прямые в пространстве. Приложения. - Взаимное расположение прямой и плоскости. Прямая параллельная плоскости. Критерии, свойства. Приложения. - Взаимное расположение двух плоскостей. Приложения. - Параллельные плоскости. Критерии, свойства. Приложения. - Приложения отношения параллельности в пространстве в реальных ситуациях, в технике, строительстве, искусстве, в технологиях. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости, плоскостей и тел в пространстве; - моделирование, используя адекватные материалы, взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей и тел в пространстве; - изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций, используя адекватные инструменты; - применение признаков параллельности прямых, прямых и плоскостей, плоскостей при решении задач, в

<p>XI.4.4. Применение признаков параллельности прямых, прямых и плоскостей, плоскостей при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.4.5. Распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения параллельности в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.4.6. Применение отношения параллельности в пространстве для изучения и описания социальных, физических, экономических, химических, предпринимательских процессов.</p> <p>XI.4.7. Обоснование вывода или результата, относящегося к параллельности в пространстве, посредством аргументирования.</p>		<p>реальных и/ или смоделированных ситуациях;</p> <ul style="list-style-type: none"> - распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения параллельности; - применение в различных ситуациях свойств плоских геометрических фигур относительно их взаимного расположения и отношения параллельности в пространстве; - обоснование заданного или полученного геометрического результата посредством аргументирования, доказательства.
XI.5. Перпендикулярность в пространстве		
<p>XI.5.1. Распознавание и описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей в пространстве в контексте отношения перпендикулярности в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Перпендикулярные прямые в пространстве: свойства, признак. Приложения. - Прямая, перпендикулярная плоскости: свойства, признак. Приложения. - Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости. Приложения. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и описание взаимных расположений точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей в пространстве в контексте отношения перпендикулярности в пространстве; - моделирование, используя адекватные материалы, различные

<p>XI.5.2. Распознавание и использование терминологии и обозначений, адекватных понятию <i>отношение перпендикулярности</i> в пространстве, в различных контекстах.</p> <p>XI.5.3. Изображение на плоскости плоских и/или пространственных конфигураций в контексте отношения перпендикулярности в пространстве.</p> <p>XI.5.4. Применение свойств и признаков перпендикулярности прямых, плоскостей при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.5.5. Вычисление длин отрезков и величин углов на плоскости и в пространстве (угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, двугранный угол) в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XI.5.6. Применение отношения перпендикулярности в пространстве для изучения и описания социальных,</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ортогональные проекции точек, отрезков, прямых на плоскость. Приложения. - Угол между прямой и плоскостью. - Двугранный угол. Приложения. - Перпендикулярные плоскости, свойства, признак. Приложения. - Приложения отношения перпендикулярности в пространстве в реальных ситуациях, в технике, строительстве, искусстве, в технологиях. 	<p>взаиморасположения точек, прямых, фигур на плоскости и в пространстве, плоскостей в пространстве в контексте отношения перпендикулярности в пространстве;</p> <ul style="list-style-type: none"> - изображение на плоскости плоских и/или пространственных геометрических конфигураций в контексте отношения перпендикулярности в пространстве; - применение признаков перпендикулярности прямых, плоскостей, плоскостей; - распознавание плоских фигур в составе пространственных фигур в контексте отношения перпендикулярности в пространстве; - выявление аналогий между свойствами геометрических фигур на плоскости и в пространстве в контексте отношения перпендикулярности и их использование при решении задач; - применение свойств плоских геометрических фигур в контексте отношения перпендикулярности в пространстве в различных контекстах; - вычисление длин отрезков и величин углов на плоскости и в пространстве (угол между двумя прямыми, угол
---	---	---

<p>физических, экономических, химических, предпринимательских процессов.</p> <p>XI.5.7. Обоснование вывода или результата, относящегося к перпендикулярности в пространстве, посредством аргументирования.</p>		<p>между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, двугранный угол);</p> <p>- аргументирование вывода или результата, относящегося к перпендикулярности в пространстве.</p>
XII.4. Многогранники		
<p>XII.4.1. Распознавание и классифицирование многогранников по различным критериям в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XII.4.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных многогранникам в различных контекстах.</p> <p>XII.4.3. Применение свойств многогранников при решении задач.</p> <p>XII.4.4. Вычисление площадей поверхностей и объёмов многогранников в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XII.4.5. Составление плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Призма. Элементы. Классификация. - Прямые призмы: сечения параллельные основанию, диагональные сечения. - Площади поверхности прямой призмы. - Объём прямой призмы. - Пирамида. Элементы. Классификация. - Правильная пирамида (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Площади поверхностей правильной пирамиды (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Объём правильной пирамиды (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Усечённая пирамида. Элементы. Классификация. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание изученных многогранников и/или их элементов; - распознавание и использование терминологии и символики, адекватных многогранникам, в различных контекстах; - изображение на плоскости изученных геометрических тел, используя чертёжные инструменты, и применение полученных представлений при решении задач на вычисление площадей и/или объёмов; - вычисление площадей поверхностей и объёмов многогранников при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях; - вычисление площадей сечений многогранников; - анализирование и интерпретирование полученных результатов при решении

<p>разработанным планом.</p> <p>ХП.4.6. Анализирование решения задач на многогранники в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.4.7. Применение многогранников и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.</p> <p>ХП.4.8. Обоснование вывода, результата, относящегося к многогранникам, посредством аргументирования.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Правильная усечённая пирамида (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Площади поверхностей правильной усечённой пирамиды (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Объём правильной усечённой пирамиды (треугольная, четырехугольная, шестиугольная). - Приложения многогранников в повседневной жизни, физике, химии, искусстве, в технологиях, в строительстве. 	<p>практических задач с применением изученных многогранников и единиц измерений, адекватных площадям и объёмам;</p> <ul style="list-style-type: none"> - обоснование полученного или заданного результата относительно многогранников посредством аргументирования; - разрабатывание плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом; - анализирование решения задач на многогранники в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов; - применение многогранников и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.
<p>ХП.5. Тела вращения</p>		
<p>ХП.5.1. Распознавание и классифицирование тел вращения по различным критериям в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.5.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных телам вращения в различных контекстах</p> <p>ХП.5.3. Применение свойств тел</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Прямой круговой цилиндр. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей прямого кругового цилиндра. - Объём прямого кругового цилиндра. - Прямой круговой конус. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей прямого 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание изученных тел вращения и/или их элементов; - распознавание и использование терминологии и символики, адекватных телам вращения, в различных контекстах; - изображение на плоскости изученных геометрических тел, используя чертёжные инструменты, и применение полученных представлений при решении

<p>вращения при решении задач</p> <p>XII.5.4. Вычисление площадей поверхностей и объёмов тел вращения в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>XII.5.5. Составление плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>XII.5.6. Анализирование решения задач на тела вращения в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов</p> <p>XII.5.7. Применение тел вращения и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.</p> <p>XII.5.8. Обоснование вывода, результата, относящегося к телам вращения, посредством аргументирования.</p>	<p>кругового конуса.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Объём прямого кругового конуса. - Прямой круговой усечённый конус. Элементы. - Сечения, параллельные основанию. Осевые сечения. - Площади поверхностей усечённого прямого кругового конуса. - Объём усечённого прямого кругового конуса. - Сфера. Элементы (центр, радиус, диаметр). Сечение сферы плоскостью. - Площадь сферы. - Шар. Объём шара. - Приложения тел вращения в повседневной жизни, физике, химии, искусстве, в технологиях, в строительстве и т. п. 	<p>задач на вычисление площадей и/или объёмов;</p> <ul style="list-style-type: none"> - вычисление площадей поверхностей и/или объёмов изученных тел вращения при решении задач в реальных и/или смоделированных ситуациях; - анализирование и интерпретирование полученных результатов при решении практических задач с применением изученных тел вращения и единиц измерений, адекватных площадям и объёмам; - обоснование полученного или данного результата относительно тел вращения посредством аргументирования; - анализирование решения задач на тела вращения в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов; - применение тел вращения и их свойств для выявления и описания ситуаций, феноменов, процессов из различных областей.
Область ФУНКЦИИ		
X.3. Функции		
<p>X.3.1. Распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих изученным функциям в</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>функция</i>. - Понятие <i>функция I степени</i>. - График функции I степени. - Свойства функции I степени. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и использование терминологии и обозначений, соответствующих понятию функция, в различных контекстах;

<p>различных контекстах.</p> <p>Х.3.2. Распознавание функциональных зависимостей в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>Х.3.3. Представление функциональных зависимостей, в том числе из повседневной жизни различными способами (аналитическим, графическим, диаграммами, таблицами).</p> <p>Х.3.4. Выведение свойств числовых функций посредством чтения графиков и/или соответствующих формул.</p> <p>Х.3.5. Применение изученных функций при решении проблем, проблемных ситуаций, при изучении и описании некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических процессов, представленных функциями.</p> <p>Х.3.6. Перевод на математический язык некоторых реальных и/или смоделированных ситуаций, которые описываются функциями I, II степеней, степенной функцией, функцией</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Прямая пропорциональность. - Приложения функции I степени и прямой пропорциональности в различных областях: в повседневной жизни, физике, химии, биологии, литературе, технике, географии, истории, искусстве и в технологиях. - Понятие <i>функция II степени</i>. График функции II степени. - Свойства функции II степени (нули, монотонность, знак, экстремумы). - Приложения функции II степени в различных областях: в повседневной жизни, физике, технике, строительстве, искусстве, технологиях, литературе. - Понятие <i>степенная функция</i>. - График степенной функции. - Свойства степенной функции. - Обратная пропорциональность. Свойства. - Понятие <i>функция радикал</i>. - График функции радикал. Свойства функции радикал. - Приложения степенной функции, функции радикал и обратной пропорциональности в различных областях: в повседневной жизни, 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание функциональных зависимостей в различных ситуациях; - представление функциональных зависимостей, в том числе из повседневной жизни различными способами (аналитическим, графическим, диаграммами, таблицами); - распознавание изученной функции по заданному графику и/или аналитическому способу задания; - чтение графиков и/или формул с целью выведения некоторых свойств функций; - классифицирование изученных функций и их свойств по различным критериям; - перевод на математический язык конкретных ситуаций из различных областей, которые описываются функциями I, II степеней, степенной функцией, функцией радикал, прямой пропорциональностью, обратной пропорциональностью, показательной, логарифмической функциями; - моделирование простых ситуаций из повседневной жизни посредством изученных типов функций; - исследование свойств функций, имеющих локальный или глобальный характер, в реальных и/или смоделированных ситуациях;
--	--	--

<p>радикал, показательной, логарифмической функциями, прямой пропорциональностью, обратной пропорциональностью и решение полученной задачи.</p> <p>Х.3.7. Классифицирование изученных функций по различным критериям.</p> <p>Х.3.9. Применение функций при изучении и описании некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических и др. процессов.</p> <p>Х.3.10. Моделирование некоторых простых повседневных ситуаций посредством функций.</p> <p>Х.3.11. Обоснование полученного или заданного результата или вывода в контексте функций систем путём приведения аргументов.</p> <p>Х.3.12. Нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о функциях</p>	<p>физике, технике, химии, биологии, искусстве, в технологиях, в строительстве.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>показательная функция</i>. - График показательной функции. - Свойства показательной функции. - Понятие <i>логарифмическая функция</i>. График логарифмической функции. - Свойства логарифмической функции. - Приложения показательной функции, логарифмической функции в повседневной жизни, физике, технике, в строительстве, искусстве, в технологиях, биологии, медицине, социологии. 	<ul style="list-style-type: none"> - применение функций при изучении и описании некоторых физических, химических, биологических, социальных, экономических и др. процессов; - обоснование полученного/заданного результата или вывода в контексте функций путём приведения аргументов; - нахождение истинностного значения утверждения, высказывания о функциях.
XI.1. Последовательности действительных чисел		
<p>XI.1.1. Распознавание и применение терминологии и обозначений, соответствующих изученных последовательностей и прогрессий в различных</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие <i>последовательность действительных чисел</i>. - Конечные, бесконечные последовательности. Монотонные 	<ul style="list-style-type: none"> - применение терминологии и обозначений, относящихся к понятиям <i>последовательность, арифметическая прогрессия и арифметическая</i>

<p>контекстах.</p> <p>XI.1.2. Распознавание последовательностей, арифметических и геометрических прогрессий в различных контекстах.</p> <p>XI.1.3. Классифицирование последовательностей по критериям: конечные, бесконечные, монотонные.</p> <p>XI.1.4. Описание последовательностей, используя различные представления (формулы, графики) и/или их свойства.</p> <p>XI.1.5. Анализирование и интерпретирование результатов, полученных при решении задач на применение последовательностей, прогрессий.</p> <p>XI.1.6. Применение последовательностей, прогрессий при изучении и описании физических, химических, биологических, социальных, экономических, предпринимательских процессов.</p> <p>XI.1.7. Составление плана для решения задачи на последовательности и прогрессии и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>XI.1.8. Обоснование полученного и/или заданного результата или вывода в контексте последовательностей</p>	<p>последовательности.</p> <p>- Арифметическая прогрессия. Свойства. Приложения в повседневной жизни, биологии, экономике, финансах, искусстве, технике, в технологиях.</p> <p>- Геометрическая прогрессия. Свойства. Приложения в повседневной жизни, биологии, экономике, финансах, искусстве, технике, в технологиях.</p>	<p><i>прогрессия</i>, в различных контекстах;</p> <p>- распознавание и приведение примеров последовательностей, арифметических и геометрических прогрессий в различных контекстах;</p> <p>- классифицирование и охарактеризование последовательностей по различным критериям;</p> <p>- построение примеров последовательностей, арифметических прогрессий, геометрических прогрессий;</p> <p>- анализирование и интерпретирование результатов, полученных при решении задач на применение последовательностей, прогрессий;</p> <p>- применение последовательностей, прогрессий в различных областях для изучения и описания физических, химических, биологических, социальных, экономических, и др. процессов;</p> <p>- разработывание плана для решения задачи на последовательности и прогрессии и решение задачи в соответствии с разработанным планом;</p> <p>- обоснование вывода или результата, относящегося к последовательностей и прогрессий, посредством</p>
--	--	---

и прогрессий путём приведения аргументирования.		аргументирования.
Область ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ, ФИНАНСОВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ		
ХП.1. Элементы комбинаторики		
<p>ХП.1.1. Распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных типов комбинаторных задач.</p> <p>ХП.1.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам комбинаторики в различных контекстах.</p> <p>ХП.1.3. Применение перестановок, размещений, сочетаний и их свойств при выявлении и описании феноменов, процессов из различных областей.</p> <p>ХП.1.4. Составление плана для решения комбинаторной задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>ХП.1.5. Анализирование решения комбинаторных задач в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов.</p> <p>ХП.1.6. Обоснование вывода, результата, относящегося к элементам комбинаторики, посредством аргументирования.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Понятие упорядоченное множество. Понятие факториал. - Основные законы (правила) комбинаторики. - Перестановки (без повторов). - Размещения (без повторов). - Сочетания (без повторов). - Свойства сочетаний. - Приложения комбинаторики в повседневной жизни, в экономике, финансах, социологии, искусстве, в технологиях, предпринимательстве. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание в различных контекстах и классифицирование по разным критериям изученных типов множеств и комбинаторных задач; - распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам комбинаторики, в различных контекстах; - решение текстовых и практических задач из различных областей, содержащих элементы комбинаторики; - решение задач, содержащих элементы комбинаторики; - анализирование решения комбинаторных задач, проблемных ситуаций в контексте корректности, простоты, чёткости и значимости полученных результатов; - применение элементов комбинаторики при выявлении и описании феноменов, процессов из различных областей; - применение разработанного плана решения комбинаторной задачи и её решение согласно составленному плану;

		- обоснование результата, относящегося к элементам комбинаторики, посредством аргументирования.
ХП.2. Элементы математической статистики и и финансового исчисления		
ХП.2.1. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам теории вероятностей, математической статистики и финансового исчисления, в различных контекстах.	- Основные понятия. Отбор, учёт и группировка данных. - Графическое изображение статистических данных (диаграмма в виде вертикальных отрезков, диаграммы с решётками, структурные диаграммы). Приложения.	- классификацию данных по различным критериям; - извлечение информации из статистических таблиц, списков, диаграмм; - интерпретирование и транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством статистических понятий;
ХП.2.2. Применение изученных элементов математической статистики и финансового исчисления для выявления и описания процессов, феноменов из различных областей.	- Средние величины статистических рядов (среднее арифметическое, взвешенное среднее арифметическое, медиана, мода). Приложения.	- обоснование вывода, результата, относящегося к элементам математической статистики и финансового исчисления, посредством аргументирования;
ХП.2.3. Представление результатов наблюдений, физических, экономических, социальных явлений посредством рисунков, таблиц, графиков, диаграмм и извлечение информации из статистических таблиц, списков, диаграмм.	- Приложения элементов математической статистики в повседневной жизни, экономике, финансах, предпринимательстве, истории, социологии, искусстве, в технологиях и т. п. - Элементы финансового исчисления: проценты, доходы.	- идентифицирование и применение изученных элементов математической статистики и финансового исчисления для выявления и описания процессов, феноменов из различных областей;
ХП.2.4. Интерпретирование и транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством статистических понятий и понятий финансового	- Приложения элементов финансового исчисления в повседневной жизни, экономике, финансах, предпринимательстве, истории,	- составление плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом; - применение алгоритмов, адекватных финансовому исчислению, статистике или вероятности, при исследовании

<p>исчисления.</p> <p>ХП.2.5. Отбор, учёт и интерпретирование количественных, качественных данных, используя статистические инструменты.</p> <p>ХП.2.6. Составление плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>ХП.2.7. Обоснование вывода, результата, относящегося к элементам математической статистики и финансового исчисления, посредством аргументирования.</p>	<p>социологии, искусстве, в технологиях и т. п.</p>	<p>конкретных случаев и решении задач.</p>
<p>ХП.3. Элементы теории вероятностей</p>		
<p>ХП.3.1. Распознавание и классификация событий по различным критериям.</p> <p>ХП.3.2. Распознавание и использование терминологии и символики, адекватных элементам теории вероятностей, в различных контекстах.</p> <p>ХП.3.3. Вычисление вероятности события в реальных и/или смоделированных ситуациях.</p> <p>ХП.3.4. Применение изученных элементов теории вероятностей для выявления и описания процессов, феноменов из различных областей.</p> <p>ХП.3.5. Интерпретирование и</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Событие. Классификация событий. - Классическое определение вероятности события. - Случайные события. Операции со случайными событиями. - Независимые случайные события. - Приложения вероятности в различных областях. 	<ul style="list-style-type: none"> - распознавание и классификация событий; - выполнение операций с событиями; - сравнение событий по признаку шансов их реализации; - вычисление вероятности события в реальных и/или смоделированных ситуациях, используя отношение: количество благоприятных событию случаев/количество всех возможных случаев; - интерпретирование и транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством элементов

<p>транспонирование на математический язык практических ситуаций посредством элементов вероятностей.</p> <p>XII.3.6. Составление плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом.</p> <p>XII.3.7. Обоснование вывода, результата, относящегося к элементам теории вероятности, посредством аргументирования.</p>		<p>вероятностей;</p> <ul style="list-style-type: none"> - разрабатывание плана для решения задачи и решение задачи в соответствии с разработанным планом; - применение алгоритмов, специфических теории вероятностей, при исследовании конкретных случаев и решении задач.
--	--	--

4. Примеры заданий

№	Задание
Область АЛГЕБРА	
1.	Вычислите значение выражения $27^{\frac{2}{3}} + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$.
2.	Вычислите значение выражения $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot 9 - 16^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{6}}$.
3.	Покажите, что значение выражения $E = \frac{2}{\sqrt{6+3}} + \frac{3}{\sqrt{6-2}} - \frac{5}{\sqrt{6}}$ есть целое число.
4.	Вычислите значение выражения $\log_3 \frac{2}{3} + \log_3 18 - \log_{\sqrt{3}} 2$.
5.	Покажите, что значение выражения $\log_2 \frac{3}{8} + \log_{\frac{1}{2}} 3$ есть целое число.
6.	Покажите, что значение выражения $\sqrt[3]{4! - \log_2 \frac{27}{3}} \cdot 8$ есть натуральное число.
7.	Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{A_5^2 - 35 \cdot 2^{-3}}$.
8.	Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{C_5^2 + \log_2 \frac{1}{4}}$.
9.	Найдите $\text{card}A$, где $A = \{x x \in \mathbb{Z}^*, (x-1)^2 + 4x - 4 \leq 0\}$.
10.	Даны множества $A = \{x x \in \mathbb{R}, 5 \leq 2x - 1 < 13\}$ и $B = \{x x \in \mathbb{R}, -x^2 + 6x - 5 < 0\}$. Найдите $A \cap B$.
11.	Найдите наименьшее целое значение a , при которой уравнение $(2a+1)x^2 + 3(a+1)x + a+1 = 0$ не имеет действительных решений.
12.	Решите на множестве \mathbb{R} систему $\begin{cases} 5x - 2 < -3(1 - 2x) \\ \frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{x-1}{3} + 1 \end{cases}$.
13.	Найдите все целые числа x , при которых $(\sqrt{3} - 2)x + 3 < 2\sqrt{3}$ и $-\frac{1}{2}(3x - 1) - 1 \geq \frac{1}{3}x - 2$.
14.	Найдите действительные значения a , при которых корни x_1 и x_2 уравнения

	$2x^2 + x + a = 0$ удовлетворяли условию $x_1 - 2x_2 = 4$.
15.	Дано уравнение $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$. Не решая уравнение, покажите, что значение выражения $\frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$ есть натуральное число, где x_1 и x_2 есть решения данного уравнения.
16.	Решите на множестве $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ систему $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$.
17.	Найдите модуль комплексного числа $z = (2 + i)^2 + 1 + i^3$, где $i^2 = -1$.
18.	Пусть $z = (2 - i)(2 + i) - 3i^3$, где $i^2 = -1$. Найдите комплексно сопряжённое числу z .
19.	Покажите, что $z = \frac{5}{1+2i} - 1$, где $i^2 = -1$, есть чисто мнимое комплексное число.
20.	Найдите действительные значения a и b , так, чтобы $(2 - 3i)a + (3 - i)b = 3 + 10i$.
21.	Найдите комплексные числа $z = a + bi$, при которых $2z - i\bar{z} = 4 - 5i$, где \bar{z} есть комплексно сопряжённое числу z .
22.	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислите определитель матрицы $B = A^2 - 2A$.
23.	Пусть $d = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{C} уравнение $z^2 - 2z + d = 0$.
24.	Пусть $D(z) = \begin{vmatrix} z - 1 & 3 \\ 2z & z + 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{C} уравнение $D(z) + 11 = 0$.
25.	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} 2x & x \\ x - 3 & x - 1 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $D(x) > 2$.
26.	Пусть $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & x + 3 & 5 \\ 0 & 2x + 1 & x + 2 \end{vmatrix}$. Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $D(x) \leq 2$.
27.	Решите на множестве $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$

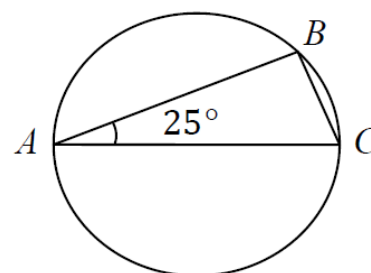
28. Предприятие планирует произвести 3 вида продукции P_1, P_2, P_3 , используя 3 вида сырья M_1, M_2, M_3 . В таблице приведён расход сырья на изготовление единицы продукции каждого вида и имеющиеся запасы сырья.

Вид сырья	Расход сырья на единицу продукции			Запасы сырья, кг
	P_1	P_2	P_3	
M_1	1	2	1	55
M_2	2	3	4	130
M_3	2	3	1	85

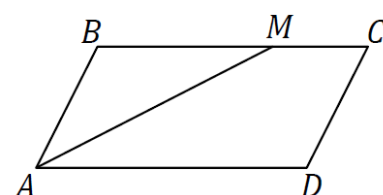
Определите, сколько единиц каждого вида продукции должно произвести предприятие, так чтобы использовались все запасы сырья.

Область ГЕОМЕТРИЯ

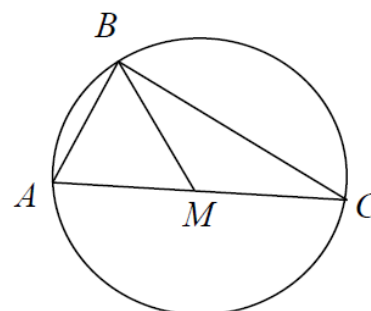
1. Точки A, B и C принадлежат окружности так, что AC является диаметром и $m(\sphericalangle BAC) = 25^\circ$. Используя рисунок, найдите градусную величину угла ACB .



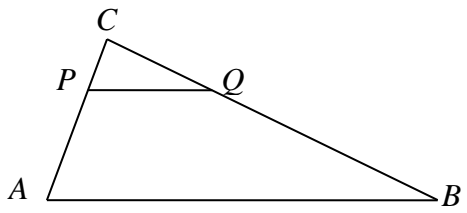
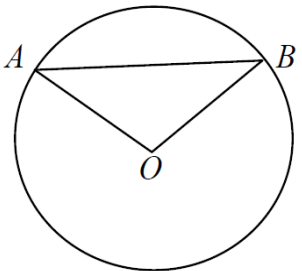
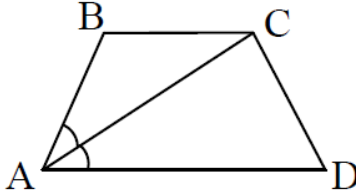
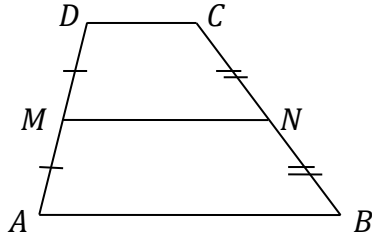
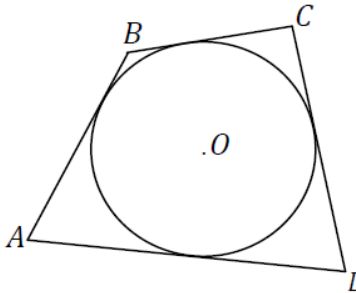
2. На рисунке $AM, M \in (BC)$, есть биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$. Найдите длину отрезка MC , если известно, что $AB = 3$ см и $AD = 4$ см.

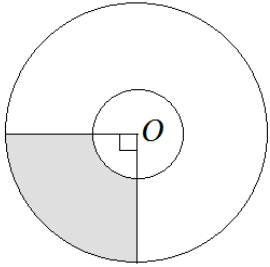
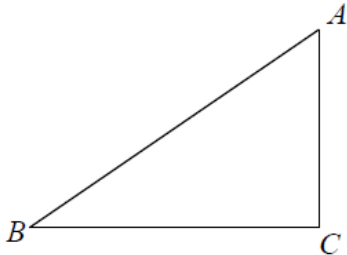
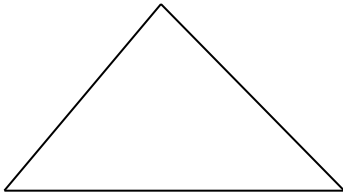
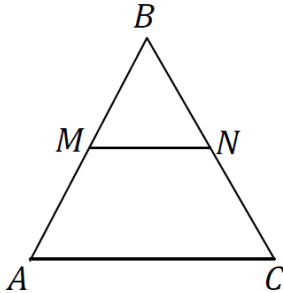
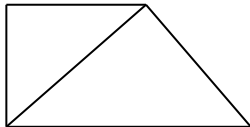


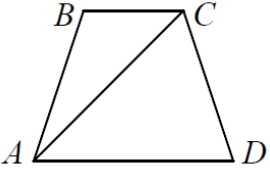
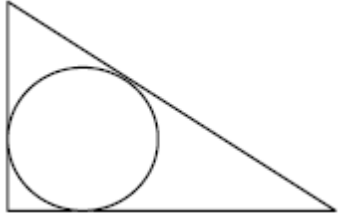
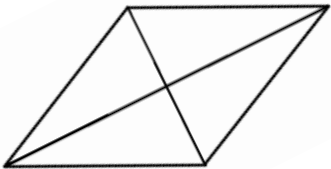
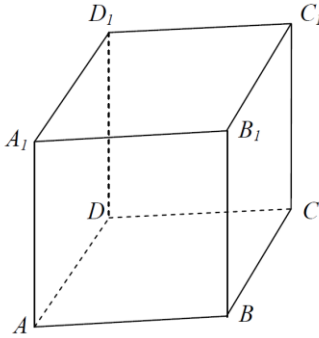
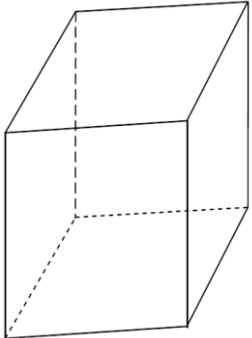
3. На рисунке, вершины треугольника ABC принадлежат окружности так, чтобы $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$. Длина медианы BM равна 2 см. Найдите длину окружности.

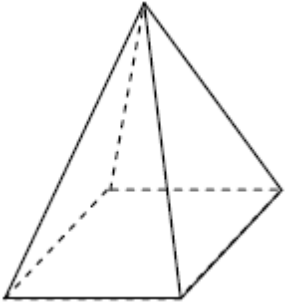
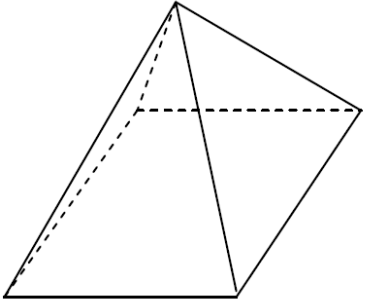
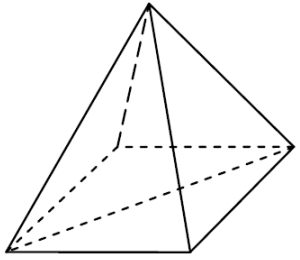
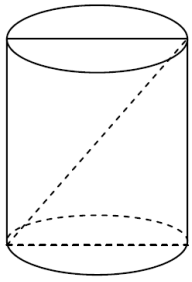
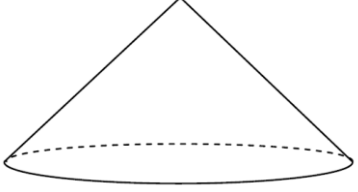


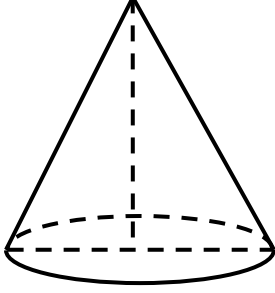
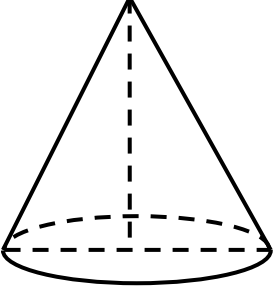
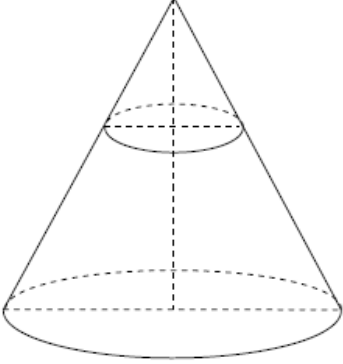
4. Найдите периметр прямоугольного треугольника, в котором острый угол равен 30° , а

	медиана проведённая к гипотенузе имеет длину 4 см.
5.	<p>На рисунке изображён треугольник ABC, в котором $PQ \parallel AB, PQ = 4$ см, $AB = 12$ см и $CQ = 3$ см.</p> <p>Найдите длину отрезка QB.</p>
	
6.	<p>В окружности хорда AB имеет длину $4\sqrt{3}$ см и находится на расстоянии 2 см от центра O. Найдите градусную величину угла AOB.</p>
	
7.	<p>На рисунке изображена трапеция $ABCD$, в которой $BC \parallel AD, BC = 3$ см, а диагональ AC есть биссектриса угла A. Найдите длину стороны AB.</p>
	
8.	<p>На рисунке изображена трапеция $ABCD$, в которой средняя линия имеет длину 5 см, а большая диагональ имеет длину 6 см. Найдите длину меньшей диагонали трапеции.</p>
	
9.	<p>На рисунке изображён четырёхугольник $ABCD$ описанный около окружности так, что $AB = 4$ см, $BC = 2$ см и $CD = 5$ см. Найдите длину стороны AD.</p>
	

10.	<p>На рисунке изображены две окружности с центром O и радиусами 2 см и 6 см. Найдите площадь заштрихованной фигуры.</p>	
11.	<p>В прямоугольном треугольнике ABC, $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $m(\angle ACB) = 30^\circ$, а AH - высота. Найдите длину отрезка CH, если $BH = 2$ см.</p>	
12.	<p>Дан прямоугольный треугольник ABC, в котором $m(\sphericalangle C) = 90^\circ$, а $AC = 6$ см. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что его площадь равна 24 см².</p>	
13.	<p>Периметр равнобедренного треугольника равен 32 см. Длина основания треугольника на 2 см больше длины боковой стороны. Найдите длину высоты, проведённой к основанию треугольника.</p>	
14.	<p>Дан прямоугольный треугольник ABC, в котором $m(\sphericalangle B) = 90^\circ$, $P \in AC$, $K \in BC$, $PK \parallel AB$, $AB = 4$ см, $PK = 3$ см. Найдите длину отрезка BK, если площадь треугольника ABC равна 16 см².</p>	
15.	<p>Дан равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = BC = 20$ см, $AC = 24$ см, $MN \parallel AB$, $M \in (AB)$, $N \in (BC)$ так, что $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$. Найдите расстояние от точки B до прямой MN.</p>	
16.	<p>Дана прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $AB \parallel CD$ и $m(\sphericalangle BAD) = 90^\circ$. Известно, что $AB = 4$ см, $BC = 5$ см и $m(\sphericalangle ADB) = m(\sphericalangle BDC)$. Вычислить площадь трапеции $ABCD$.</p>	

17.	<p>Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $AD \parallel BC$, $AD = 6$ см, $BC = 4$ см и $m(\sphericalangle CAD) = 45^\circ$. Вычислить площадь трапеции $ABCD$.</p>	
18.	<p>Найдите длину диагонали равнобедренной трапеции с основаниями 2 см и 4 см и углом 45°.</p>	
19.	<p>Точка касания вписанной в прямоугольный треугольник окружности делит гипотенузу на отрезки 2 см и 3 см. Найдите длины катетов треугольника.</p>	
20.	<p>Длина стороны ромба равна 20 см, а длины диагоналей относятся как 3:4. Найдите площадь ромба.</p>	
21.	<p>Объем куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ равен 8 см^3. Найдите площадь полной поверхности куба.</p>	
22.	<p>Основанием прямой призмы служит ромб со стороной 5 см. Длина одной диагонали ромба равна 6 см, а другая диагональ ромба конгруэнтна высоте призмы. Найдите площадь боковой поверхности призмы.</p>	

23.	<p>Периметр основания правильной четырёхугольной пирамиды равен $12\sqrt{2}$ см, а длина бокового ребра равна 5 см. Вычислить объём пирамиды.</p>	
24.	<p>Палатка имеет вид правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания 6 м и боковым ребром 5 м. Палатка изготовлена из полотна по боковой поверхности и по основанию. Определите, сколько квадратных метров полотна были необходимы для изготовления палатки.</p>	
25.	<p>Диагональное сечение правильной четырёхугольной пирамиды есть треугольник со сторонами 10 см, 10 см и 16 см. Найдите объём пирамиды.</p>	
26.	<p>Металлическое тело, в виде куба с ребром 4 см, было переплавлено в прямоугольный параллелепипед с высотой 2 см, стороны основания которого относятся как 2:1. Найдите измерения основания параллелепипеда.</p>	
27.	<p>Длина радиуса основания прямого кругового конуса равна $\sqrt{3}$ см. Диагональ осевого сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 60°. Вычислить объём цилиндра.</p>	
28.	<p>Объём прямого кругового конуса равен 8π см³, а площадь основания равна 12π см². Найдите величину угла между образующей и плоскостью основания конуса.</p>	

29.	Объем прямого кругового конуса равен $9\sqrt{3}\pi$ см ³ . Угол между образующей и высотой конуса равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.	
30.	Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса в два раза больше площади основания. Найдите объем конуса, если длина его высоты равна 6 см.	
31.	В прямом круговом конусе длина радиуса основания равна 12 см, а высота - 8 см. Конус пересечён плоскостью, параллельной основанию, на расстоянии 2 см от вершины. Найдите объем полученного усечённого конуса.	
32.	Из вершины A квадрата $ABCD$, перпендикулярно плоскости квадрата, построен отрезок AE . Найдите длину высоты треугольника EBD , если известно, что $AB = 8$ см и $AE = 2$ см.	
Область ФУНКЦИИ		
1.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 6x - 2\sqrt{3}$. Найдите $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.	
2.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 1$. Определите знак выражения $f(\log_3 2)$.	
3.	Дана функция $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{5}{x}$. Найдите промежутки монотонности функции f .	

4.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2 - \sqrt{5})x + 1$. Найдите целые значения x , при которых соответствующие значения f положительные.
5.	Дана функция $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_3 x$. Найдите множество значений функции f .
6.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Найдите множество значений функции f .
7.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. Исследуйте на монотонность функцию f .
8.	Дана функция $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}} x$. Исследуйте на монотонность функцию f .
9.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3}^x$. Используя монотонность функции f , сравните $\sqrt{3}^{-\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{3}^{-\frac{1}{3}}$.
10.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^x$. Используя монотонность функции f , сравните $\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$.
11.	Сравните: $(\sqrt{7} - 2)^{15}$ и 1.
12.	Найдите максимальное значение функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$.
13.	Найдите промежутки монотонности функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$.
14.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3x + 1$. Найдите действительные значения x , так, чтобы $f(x) \geq (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$.
15.	Даны функции $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x^2 + 7x + 2$, $g(x) = 2x + 1$. Найдите наибольшее действительное значение x , при которой $f(x) \leq g(x)$.
16.	Даны функции $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 3$, $g(x) = 2x - 1$. Найдите координаты точек пересечения графиков функций f и g .
17.	Фирма предоставляет транспортные услуги, используя автомобильный и железнодорожный вид транспорта. Сумма (выраженная в тысячах леех), взимаемая за перевозку одной тонны товара, на расстояние x км автомобильным видом транспорта выражается формулой $f(x) = \frac{7}{500}x + 3$, а железнодорожным видом транспорта - формулой $g(x) = \frac{3}{500}x + 7$. Определить расстояние, начиная с которого более экономичным становится железнодорожный вид транспорта.

18.	Дана функция $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{a^2-1}{x}$. Найдите действительные значения a , при которых функция f строго убывает на $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.
19.	Дана функция $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_3 x$. Найдите действительные значения a , при которых график функции f проходит через точку $A(243, a^2)$.
20.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a-3)x - 3$. Найдите действительные значения a , при которых функция f строго возрастает на \mathbb{R} , а график функции f проходит через точку $A(a-1, 0)$.
21.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (6+a-a^2)x + a + 1$. Найдите действительные значения a , при которых функция f строго возрастает на \mathbb{R} .
22.	Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a^2 - 4a + 3)x^2 + (a-2)x + 1$. Найдите действительные значения a , при которых функция f строго убывает на \mathbb{R} .
23.	Числа $-5, -1, 3$ есть первые три члена арифметической прогрессии. Найдите седьмой член арифметической прогрессии.
24.	Числа $6, -2, \frac{2}{3}$ есть первые три члена геометрической прогрессии. Найдите пятый член геометрической прогрессии.
25.	Дана последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = 3 + \frac{1}{n}$. Исследуйте на монотонность данную последовательность.
26.	Покажите, что последовательность $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = \frac{2n-1}{2n+1}$, монотонно возрастает.
27.	Найдите член a_{22} арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$, если $a_1 = 3, r = -\frac{2}{3}$.
28.	Определите знак члена b_{20} геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$, если $b_1 = 1, q = -\sqrt{2}$.
29.	Определите, если число 26 является членом последовательности $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n = n^2 - 11n$.
30.	Найдите сумму первых 50 членов арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$, если $a_1 = -4, r = \frac{1}{5}$.
31.	Найдите сумму первых 10 членов геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$, если $b_1 = 3, q = 2$.
32.	Найдите член b_5 геометрической прогрессии $(b_n)_{n \geq 1}$, если $b_1 - b_2 = 15, \quad b_1 - b_3 = 15.$
33.	Напишите формулу общего члена прогрессии: $5, 2, -1, -4, \dots$
34.	Напишите формулу общего члена прогрессии: $\frac{3}{10}, \frac{9}{100}, \frac{27}{1000}, \frac{81}{10000}, \dots$
35.	В свой первый рабочий день слесарь изготовил 112 деталей, а в каждый последующий день – на 5 деталей больше чем в каждый предыдущий день. Определите, сколько деталей изготовил слесарь за свои первые 22 рабочих дня.
Область ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ, ФИНАНСОВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	
1.	Определите, сколько четырёхзначных натуральных чисел можно составить с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, если известно, что цифры не повторяются.
2.	Определите, сколько трёхзначных натуральных чисел можно составить с нечётными цифрами.
3.	Определите, сколькими способами могут рассестись 5 учеников на скамейке.

4.	Определите, сколькими способами может класс из 25 учеников выбрать старосту, заместителя старосты и секретаря класса.
5.	Вычислите: $A_5^3 \cdot P_4$.
6.	Вычислите: $C_7^3 \cdot A_4^2$.
7.	Вычислите: $\frac{C_{10}^3}{C_7^2}$.
8.	На лотерейном билете записаны все натуральные числа от 1 до 35. Произвольно отмечают одно число. Найдите вероятность того, что отмеченное число делится на 6.
9.	У ученика в кармане есть одна купюра достоинством 1 лей, одна купюра достоинством 5 лей и одна купюра достоинством 10 лей. Найдите вероятность того, что ученик сможет оплатить ручку стоимостью 11 лей двумя купюрами, произвольно вынутыми из кармана.
10.	Код содержит шесть неповторяющихся цифр от 1 до 6. Найдите вероятность того, что в коде цифры расположены в убывающем порядке.
11.	Найдите вероятность того, что произвольно взятое шестизначное натуральное число, делится на 25.
12.	За тест по математике, ученики одного класса получили следующие оценки: один ученик - оценку 3, два ученика - оценку 4, три ученика - оценку 5, пять учеников - оценку 6, четыре ученика - оценку 7, три ученика - оценку 8, один ученик - оценку 9, один ученик - оценку 10. Найдите вероятность того, что два взятых наугад ученика получили неудовлетворительные оценки за тест по математике.
13.	Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных костей количество выпавших очков полные квадраты.
14.	В коробке находятся 4 синих и 6 чёрных ручек. Найдите вероятность того, что 3 произвольно извлечённые ручки окажутся все чёрные.
15.	На 31 декабря 2017 года магазин объявил о продаже 8 телевизоров по промоциональной цене в 3000 лей и 10 мобильных телефонов по промоциональной цене в 1500 лей. Продавец получает премию, если объем продаж промоциональной продукции превышает 5000 лей. Найдите вероятность того, что продавец получил премию, если известно, что он продал ровно 3 единицы промоциональной продукции.
16.	На полке расположено 8 учебников, среди которых один учебник по <i>математике</i> и один учебник по <i>химии</i> . Найдите вероятность того, что учебник по <i>математике</i> и учебник по <i>химии</i> окажутся рядом.
17.	Монету подбрасывают 4 раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет по крайней мере один раз.
18.	Три стрелка производят по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания по мишени у первого стрелка равна 0.7, у второго - 0.5, а у третьего - 0.6. Найдите вероятность что в мишень попадут два стрелка.
19.	Вероятность несвоевременной выплаты кредита, предоставляемого банком, равна 0,1. Банк предоставляет три кредита. Вычислить вероятность, что один из этих кредитов будет несвоевременно выплачен.

20.	В двух партиях, 4% и соответственно 5% деталей бракованны. Берут наугад 2 детали.. Найдите вероятность того, что среди взятых двух теталей, только одна детали окажется бракованной.
21.	В торговом центре за первые 5 дней недели продажи составляли в среднем 30 тысяч лей в день, а за последние 2 дня - 65 тысяч лей в день. Найдите средний дневной объем продаж за эту неделю.
22.	За тест по математике, ученики одного класса получили следующие оценки: два ученика - оценку 4, четыре ученика - оценку 5, четыре ученика - оценку 6, тру ученика - оценку 8, один ученик - оценку 9, один ученик - оценку 10, а остальные - оценку 7. Средняя арифметическая величина всех оценок равна 6,5. Найдите количество учеников, получивших оценку 7.
23.	Известны оценки группы учеников за контрольную работу: 5, 8, 7, 6, 5, 9, 10, 7, 6. Найдите медиану соответствующего статистического ряда.
24.	За контрольную работу, ученики некоторого класса получили следующие оценки: один ученик - оценку 3, два ученика - оценку 4, три ученика - оценку 5, пять учеников - оценку 6, четыре ученика - оценку 7, три ученика - оценку 8, один ученик - оценку 9, один ученик - оценку 10. Найдите моду соответствующего статистического ряда.
25.	Клиент открыл счёт в банке с простой процентной ставкой в 8%. Определите первоначальную сумму, если известно, что после одного года клиенту выдали 11880 лей.
26.	Клиент открыл счёт в банке на 24000 лей под 11% сложных годовых процентов с годовой капитализацией (каждый год проценты прибавляются к предыдущей сумме). Определите сумму которую выдаст банк клиенту по истечении 3 лет.
27.	Производственная себестоимость некоторого товара составляет 11000 лей. После прибавления НДС в 20%, товар продали со скидкой 10%. Определите сумму, которую заплатил покупатель за товар.

Примечание. Примеры заданий предназначены для ознакомления кандидатов на экзамен национального бакалавриата, учителей, авторов тестов со структурой и типологией заданий. Эти примеры не охватывают весь спектр возможных формулировок заданий / задач, которые можно использовать для разработки тестов, которые будут предложены кандидатам.

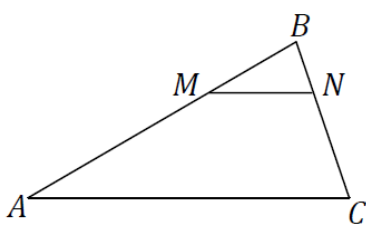
5. Пример теста. Пример схемы проверки теста

Этот пример теста позволяет любому кандидату на национальный экзамен на степень бакалавра и широкой общественности составить представление о структуре теста на степень бакалавра, количестве заданий / элементов, их формате и уровне сложности. Шкала оценивания, соответствующая тесту, дает представление о требованиях к полноте и правильности изложения развернутого ответа и обеспечивает унификацию на национальном уровне оценивания и оценки работ кандидатов.

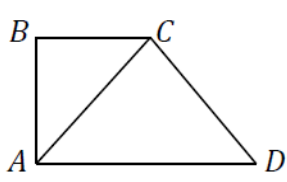
№	Задание	Баллы	
АЛГЕБРА			
1.	<p>Вычислите: $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} - 1$.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
2.	<p>Найдите модуль комплексного числа $z = (2 - 3i)^2 + 4i - 1$, где $i^2 = -1$.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
3.	<p>Вычислите значение выражения: $2 \log_3 6 + \log_{1/3} 4$.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
4.	<p>Решите на множестве \mathbb{R} неравенство $\left \begin{array}{ccc} 3 & 2 & 1 \\ 1-x & 1-x & 4-x \\ 2x & 2x & 2x+1 \end{array} \right < 7$.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

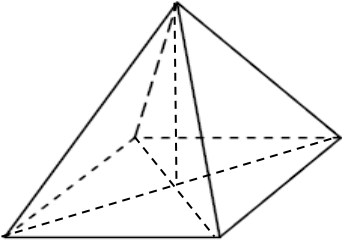
5.	<p>Найдите действительные значения a при которых что корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 3x + a = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 - x_2 = 0$.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L	L
		0	0
		1	1
		2	2
		3	3
		4	4
		5	5
		6	6
		7	7
8	8		

ГЕОМЕТРИЯ

6.	<p>Дан треугольник ABC, в котором $MN \parallel AC$, $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $AM = 10$ см, $MB = 6$ см, $BN = 3$ см. Найдите длину отрезка BC.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>		L	L
			0	0
			1	1
			2	2
			3	3
			4	4
5	5			

7.	<p>Найдите площадь боковой поверхности прямого кругового конуса с радиусом основания 3 см и высотой 4 см.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>	L	L
		0	0
		1	1
		2	2
		3	3
		4	4
5	5		

8.	<p>Дана прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $AD \parallel BC$, $m(\angle B) = 90^\circ$, а диагональ AC и сторона CD взаимно перпендикулярны и имеют одинаковую длину $4\sqrt{2}$ см. Найдите площадь трапеции.</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ: _____.</p>		L	L
			0	0
			1	1
			2	2
			3	3
			4	4
			5	5
			6	6
			7	7
8	8			

9.	<p>Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Боковые рёбра образуют с высотой пирамиды угол 60°. Найдите длину высоты пирамиды.</p> <p><i>Решение:</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
ФУНКЦИИ			
10.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{2}{x}$. Определите, если точка $A(4, -1)$ принадлежит графику функции f.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5	L 0 1 2 3 4 5
11.	<p>Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 8$. Найдите целые значения x, при которых $f(x) \geq 2(x - 1)^2$.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
12.	<p>Найдите первый член арифметической прогрессии $(a_n)_{n \geq 1}$, если</p> $a_2 + a_5 = 4, \quad a_1 \cdot a_3 = 21.$ <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i> _____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ,
ФИНАНСОВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

13.	<p>В партии из 20 компьютеров, 4 имеют скрытый дефект. Купили 3 компьютера. Найдите вероятность того, что 2 из купленных компьютеров окажутся без дефекта.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i>_____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8
14.	<p>Клиент открыл счёт в банке на 6400 лей под 5% сложных годовых процентов с годовой капитализацией (каждый год проценты прибавляются к предыдущей сумме). Определите сумму которую выдаст банк клиенту по истечении 2 лет.</p> <p><i>Решение:</i></p> <p><i>Ответ:</i>_____.</p>	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8	L 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Приложение

$$\log_a b^c = c \log_a b, \quad a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \quad b \in \mathbb{R}_+^*, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b, \quad a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, \quad b \in \mathbb{R}_+^*, \quad c \neq 0$$

$$\mathcal{A}_{\text{бок.пов.конуса}} = \pi R G$$

$$\mathcal{A}_{\text{трапеции}} = \frac{1}{2}(a + b)h$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n - m)!}, \quad 0 \leq m \leq n$$

Схема проверки теста

- В случае, когда в условии не указан метод решения задания, любой метод, приводящий к правильному ответу, следует считать верным, и выставять максимальное количество баллов.
- Не требуйте вычислений и объяснений, если они не предусмотрены в условии.
- Выставляйте только целое количество баллов.
- Не выставляйте дополнительные баллы.

№	Максимальное количество баллов	Верный ответ	Этапы решения	Баллы за каждый этап
1.	5 б.	2	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$	2 б.
			$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - 1} = \sqrt[3]{8} = 2$	3 б.
2.	8 б.	10	$(2 - 3i)^2 = -5 - 12i$ (по 2 б. за действительную и за мнимую часть)	4 б.
			$z = -6 - 8i$	2 б.
			Нахождение модуля полученного комплексного числа	2 б.
3.	8 б.	2	$\log_{1/3} 4 = -\log_3 4$	2 б.
			$2 \log_3 6 = \log_3 36$	2 б.
			$\log_3 36 - \log_3 4 = \log_3 9$	2 б.
			$\log_3 9 = 2$	2 б.
4.	8 б.	$S = \left(-\frac{6}{7}, +\infty\right)$	Применение правила вычисления определителя	2 б.
			Получение неравенства $-7x + 1 < 7$	4 б.
			Решение неравенства $-7x + 1 < 7$	2 б.
5.	8 б.	2	Запись условия $x_1 + x_2 = -3$	2 б.
			Решение системы $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$	4 б.
			(1 б. за получение уравнения $3x_1 = -3$; 1 б. за получение $x_1 = -1$; 2 б. за получение $x_2 = -2$)	
			$a = x_1 x_2 = 2$	2 б.
6.	5 б.	8 см	$\frac{6}{16} = \frac{3}{BC}$	3 б.
			Получение $BC = 8$ см	2 б.
7.	5 б.	$15\pi \text{ см}^2$	Нахождение длины образующей конуса	3 б.
			Вычисление площади боковой поверхности конуса	2 б.

8.	8 б.	24 см ²	$AD = 8$ см	2 б.
			Нахождение длины проекции бокового ребра на большее основание трапеции	2 б.
			Нахождение длины высоты трапеции	2 б.
			Вычисление площади трапеции	2 б.
9.	8 б.	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$ см	Нахождение длины диагонали прямоугольника из основания пирамиды	2 б.
			Нахождение длины половины диагонали прямоугольника из основания пирамиды	2 б.
			Получение уравнения $4h^2 - h^2 = 25$, где h - длина высоты пирамиды	2 б.
			Решение уравнения $4h^2 - h^2 = 25$ и запись правильного ответа	2 б.
10.	5 б.	Точка A не принадлежит графику функции f	$f(4) = -\frac{2}{4}$	2 б.
			$-\frac{2}{4} \neq -1 \Rightarrow$ точка A не принадлежит графику функции f	3 б.
11.	8 б.	$x \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$	$x^2 - 2x + 8 \geq 2(x - 1)^2$	1 б.
			Получение неравенства $-x^2 + 2x + 6 \geq 0$	2 б.
			Решение неравенства $-x^2 + 2x + 6 = 0$	2 б.
			Нахождение решения неравенства	2 б.
			Запись правильного ответа	1 б.
12.	8 б.	7 или -15	$a_2 = a_1 + r$ $a_3 = a_1 + 2r$ $a_5 = a_1 + 4r$	3 б.
			Решение системы $\begin{cases} 2a_1 + 5r = 4 \\ a_1(a_1 + 2r) = 21 \end{cases}$ (2 б. за выражение $r = \frac{1}{5}(4 - 2a_1)$; 1 б. за получение уравнения $\frac{1}{5}a_1^2 + \frac{8}{5}a_1 - 21 = 0$; 2 б. за решение уравнения $\frac{1}{5}a_1^2 + \frac{8}{5}a_1 - 21 = 0$ и запись правильного ответа)	5 б.
13.	8 б.	$\frac{8}{19}$	$n = C_{20}^3$	3 б.
			$m = C_{16}^2 \cdot C_4^1$	3 б.
			$p = \frac{m}{n} = \frac{8}{19}$	2 б.
14.	8 б.	7056 лей	Нахождение суммы на счету в конце первого года (1 б. за: 6400 лей -----100%; 1 б. за: x лей -----105%;	4 б.

			2 б. за нахождение значения x)	
			Нахождение суммы на счету в конце второго года (1 б. за: 6720 лей -----100%; 1 б. за: y лей -----105%; 2 б. за нахождение значения y)	4 б.
	100 б.			