

## ITEM 8

### REZOLVAREA PROBLEMELOR

#### CU AJUTORUL SISTEMELOR DE ECUAȚII

VERB/AȚIUNE	=
<b>DUBLUL</b> lui $X$	$2 \cdot X$
<b>TRIPLUL</b> lui $X$	$3 \cdot X$
<b>CU 10 mai MARE/MULT</b> decât $X$	$X + 10$
<b>CU 10 mai MIC/PUȚIN</b> decât $X$	$X - 10$
<b>DE 2 mai MARE / MULT</b> decât $X$	$2 \cdot X$
<b>DE 2 mai MIC/PUȚIN</b> decât $X$	$\frac{X}{2}$
<b>JUMĂTATE</b> din $X$	$\frac{X}{2}$

**I. Scrie o expresie matematică, având un mesaj cu context**

1. Nicu are **cu 20 lei mai mult** decât Gicu:  $N = G + 20$
2. Nicu are **cu 20 lei mai puțin** decât Gicu:  $N = G - 20$
3. Nicu are **de 20 ori mai multe** timbre decât Gicu:  $N = G \cdot 20$
4. Nicu are **de 20 ori mai puține** timbre decât Gicu:  $N = \frac{G}{20}$
5. Prețul a fost  $p$  și **s-a dublat**:  $2 \cdot p$
6. Costul a fost  $c$  și **s-a triplat**:  $3 \cdot c$
7. **Jumătate** din suprafața  $s$ :  $\frac{s}{2}$
8. În coș erau  $m$  mere și **s-au extras 15** mere:  $m - 15$

**II. Transformați enunțul într-o ecuație, utilizând două litere pentru notarea necunoscutelor**

**1. Un număr este cu 8 mai mare decât alt număr.**

Un număr	este	cu 8 mai mare decât alt număr
$x$	=	$y + 8$

Obținem ecuația:  $x = y + 8$

**2. Un număr este jumătate din alt număr.**

Un număr	este	jumătate din alt număr
$x$	=	$\frac{y}{2}$

Obținem ecuația:  $x = \frac{y}{2}$

**3. Un număr este cu 8 mai mare decât jumătate din alt număr.**

Un număr	este	cu 8 mai mare decât jumătate din alt număr
$x$	=	$\frac{y}{2} + 8$

Obținem ecuația:  $x = \frac{y}{2} + 8$

**4. Două caiete costă cât 5 pixuri.**

Un caiet	Două caiete	costă cât	5 pixuri
$1c$	$2c$	=	$5p$

Obținem ecuația:  $2c = 5p$

**5. Două caiete costă cu 7 lei mai mult decât 3 pixuri.**

Un caiet	Două caiete	costă	cu 7 lei mai mult decât 3 pixuri
$1c$	$2c$	=	$3p + 7$

Obținem ecuația:  $2c = 3p + 7$

6. *Jumătate din numărul de cărți de la o școală este egal cu dublul cărților de la o librărie:*

Nr.de cărți de la școală	Jumătate din numărul de cărți de la o școală	este egal cu	dublul cărților de la o librărie
$s$	$\frac{s}{2}$	$=$	$2l$

Obținem ecuația:  $\frac{s}{2} = 2l$

7. *În două penare erau pixuri. După ce din primul penar s-au scos 12 pixuri și s-au pus în al doilea, numărul de pixuri în penare a devenit același.*

Fie că erau  $x$  și  $y$  pixuri în penare, respectiv.

- După ce din primul penar s-au scos 12, **în primul penar sunt:**  $x - 12$
- și s-au pus în al doilea, **în al doilea sunt:**  $y + 12,$
- numărul de pixuri în penare a devenit același:  $x - 12 = y + 12$

Obținem ecuația:  $x - 12 = y + 12$

8. *În două penare erau pixuri. După ce din primul penar s-au scos 12 pixuri și s-au pus în al doilea, în primul penar a rămas de două ori mai multe decât în al doilea.*

Fie că erau  $x$  și  $y$  pixuri în penare, respectiv.

- După ce din primul penar s-au scos 12, **în primul penar sunt:**  $x - 12$
- și s-au pus în al doilea, **în al doilea sunt:**  $y + 12,$
- **în primul penar a rămas de două ori mai mult decât în al doilea:**

$$x - 12 = 2(y + 12)$$

9. *În două vase este turnat ulei. În primul vas sunt cu 3 litri mai puțin decât dublul cantității turnate în al doilea vas.*

Fie  $x$  și  $y$  cantitățile de ulei din cele două vase.

- dublul cantității turnate în al doilea vas:  $2y$
- cu 3 litri mai puțin decât dublul cantității turnate în al doilea vas:  $2y - 3$
- în primul vas sunt cu 3 litri mai puțin decât dublul cantității turnate în al doilea vas:  $x = 2y - 3$

**10. La un festival sportiv au participat echipe de fotbal și de baschet, în total 380 de sportivi. Fiecare echipă de fotbal era compusă din 20 sportivi, iar fiecare echipă de baschet – din 10 sportivi.**

Fie  $x$  și  $y$  numărul de echipe de fotbal și baschet, respectiv.

- Numărul de sportivi în  $x$  echipe de fotbal: 20x
- Numărul de sportivi în  $y$  echipe de baschet: 10y
- Numărul total de sportivi: 20x + 10y

Obținem ecuația:  **$20x + 10y = 380$ .**

**III. Scrieți două ecuații cu două necunoscute, care descriu enunțul dat. Apoi rezolvați problema**

**11. Un număr este cu 8 mai mare decât jumătate din alt număr. Determinați numerele dacă se cunoaște că suma lor este egală cu 23.**

**Rezolvare:** Fie  $x$  și  $y$  numerele căutate.

Suma lor este egală cu 23:  $x + y = 23$ .

Un număr este cu 8 mai mare decât jumătate din alt număr:  $x = \frac{y}{2} + 8$ .

Obținem sistemul: 
$$\begin{cases} x + y = 23, \\ x = \frac{y}{2} + 8. \end{cases}$$

Ecuația  $x = \frac{y}{2} + 8$  nu este prea comodă. Vom înmulți cu 2 fiecare termen al ambelor părți ale ecuației:  $x = \frac{y}{2} + 8 \cdot 2$ . Obținem  $2x = y + 16$ .

Rezolvăm sistemul de ecuații obținut:

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 2x = y + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 23 \\ 2x - y = 16 \end{cases}$$

Adunând parte cu parte ambele părți ale ecuațiilor, scriem ecuația obținută  $3x = 39$ , și una dintre ecuațiile sistemului, de exemplu prima, deoarece este mai simplă:

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 + y = 23 \\ x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 13. \end{cases}$$

**Răspuns:** Numerele căutate sunt 10 și 13.

**Rezolvă în mod similar**

**12. Doru a turnat 12 litri de ulei în două vase. În primul vas a turnat cu 3 litri mai puțin decât dublul cantității turnate în al doilea vas. Determinați cantitățile de ulei turnate în fiecare vas.**

**13.** *Un elev a achitat suma de 68 de lei pentru 10 caiete și 3 pixuri. Determinați prețul unui caiet și prețul unui pix, dacă se cunoaște că trei caiete costă cu 3 lei mai mult decât 2 pixuri.*

**Rezolvare:** Fie  $c$  - prețul unui caiet,  $p$  - prețul unui pix.

10 caiete costă	$10 \cdot c$ (lei).
3 pixuri costă	$3 \cdot p$ (lei).
În total	$10 \cdot c + 3 \cdot p = 68$ (lei)
3 caiete costă cu 3 lei mai mult decât 2 pixuri: $3 \cdot c = 2 \cdot p + 3$ .	

Rezolvăm sistemul de ecuații obținut, folosind metoda reducerii. Toți termenii cu  $c$  și  $p$  se trec în stânga semnului =:

$$\begin{cases} 10 \cdot c + 3 \cdot p = 68 \\ 3 \cdot c = 2 \cdot p + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 \cdot c + 3 \cdot p = 68 \\ 3 \cdot c - 2 \cdot p = 3 \end{cases}$$

Vom elimina necunoscuta  $p$  dintr-o ecuație a sistemului, înmulțind prima ecuație cu 2, iar a doua cu 3, apoi sumând ambele părți ale ecuațiilor:

$$\begin{cases} 10 \cdot c + 3 \cdot p = 68 & | \cdot 2 \\ 3 \cdot c - 2 \cdot p = 3 & | \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20 \cdot c + 6 \cdot p = 136 \\ 9 \cdot c - 6 \cdot p = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20 \cdot c + 6 \cdot p = 136 \\ 29 \cdot c = 145 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20 \cdot 5 + 6 \cdot p = 136 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cdot p = 36 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 6 \\ c = 5 \end{cases}$$

**Răspuns:** Prețul unui caiet este 5 lei, prețul unui pix este de 6 lei.

### Rezolvă în mod similar

**14.** *Se cunoaște că cinci caiete costă cu 4 lei mai mult decât trei pixuri, iar trei caiete costă cu 2 lei mai puțin decât două pixuri. Determinați prețul unui caiet și prețul unui pix.*

**15.** *La un magazin de rechizite în luna aprilie au fost vândute în total 115 pixuri și caiete. În luna mai au fost vândute de 2 ori mai multe pixuri și de 2 ori mai puține caiete decât în luna aprilie. În total în luna mai au fost vândute 170 de pixuri și caiete. Determinați câte pixuri și câte caiete au fost vândute la acest magazin în luna aprilie.*

**Rezolvare:** Fie  $x$  numărul de pixuri,  $y$  numărul de caiete, vândute în luna aprilie.

În aprilie	$x + y = 115$
În mai, pixuri de 2 ori mai multe:	$2x$
În mai, caiete de 2 ori mai puține:	$\frac{y}{2}$

În mai, în total:

$$2x + \frac{y}{2} = 170$$

Avem sistemul: 
$$\begin{cases} x + y = 115 \\ 2x + \frac{y}{2} = 170 \end{cases}$$

Vom elimina necunoscuta  $y$  dintr-o ecuație a sistemului, înmulțind a doua ecuație cu  $-2$ , apoi sumând ambele părți ale ecuației:

$$\begin{cases} x + y = 115 \\ 2x + \frac{y}{2} = 170 \end{cases} \quad | \cdot (-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ -4x - y = -340 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ -3x = -225 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 115 \\ x = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 75 \end{cases}$$

**Răspuns:** 75 pixuri și 40 caiete au fost vândute la acest magazin în luna aprilie.

### Rezolvă în mod similar

**16.** În anul 2022 un fermier a avut vânzări de grâu și porumb în valoare de 100 de mii de lei. În anul 2023 valoarea vânzărilor de grâu s-a micșorat de două ori, iar a celor de porumb a crescut de două ori. În total în anul 2023 valoarea vânzărilor a fost de 110 mii de lei. Determinați valoarea vânzărilor de grâu și valoarea vânzărilor de porumb în anul 2022.

**17.** La un festival sportiv au participat echipe de fotbal și de baschet, în total 27 echipe și 380 de sportivi. Fiecare echipă de fotbal era compusă din 20 sportivi, iar fiecare echipă de baschet – din 10 sportivi. Câte echipe de fotbal și câte de baschet au participat la festival?

**Rezolvare:** Fie  $x$  și  $y$  numărul de echipe de fotbal și baschet, respectiv.

- Numărul total de echipe:  $x + y = 27$

- Numărul de sportivi în  $x$  echipe de fotbal:  $20x$

- Numărul de sportivi în  $y$  echipe de baschet:  $10y$

- Numărul total de sportivi:  $20x + 10y = 380$

Obținem sistemul: 
$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 20x + 10y = 380 \end{cases}$$

Vom elimina necunoscuta  $y$  dintr-o ecuație a sistemului, înmulțind prima ecuație cu  $-10$ , apoi sumând ambele părți ale ecuației:

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 20x + 10y = 380 \end{cases} \quad | \cdot (-10) \Leftrightarrow \begin{cases} -10x - 10y = -270 \\ 20x + 10y = 380 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -110 - 10y = -270 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -270 + 110 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -160 \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 11 \end{cases}$$

**Răspuns:** 11 echipe de fotbal și 16 de baschet au participat la festival.

## Rezolvă problemele 18, 19, 20, similar problemei 17

18. *Testul pentru un concurs de matematică conține itemi de 4 puncte și itemi de 5 puncte. Un elev a rezolvat complet 12 itemi și a acumulat în total 53 de puncte. Determinați câți itemi de fiecare tip a rezolvat elevul.*

19. *La un concurs de dans participă grupuri a câte 4 dansatori și grupuri a câte 6 dansatori. Determinați numărul de grupuri de fiecare tip dacă se cunoaște că la campionat au participat 12 grupuri și 62 de dansatori.*

20. *La bufetul liceului s-au adus plăcinte de două feluri: cu brânză a câte 12 lei plăcinta și cu cartofi a câte 7 lei plăcinta. Câte plăcinte de fiecare fel s-au adus la bufetul liceului, dacă se știe că s-au adus 159 plăcinte și pentru ele s-au încasat 1375 lei.*

21. *În două penare sunt în total 24 de creioane. După ce din primul penar au fost luate 2 creioane și au fost puse în al doilea penar, în primul penar au rămas de trei ori mai multe creioane decât în cel de-al doilea penar. Determinați câte creioane erau inițial în fiecare penar.*

**Rezolvare:** Fie că erau  $x$  și  $y$  creioane în primul și al doilea penar.

- Numărul total de creioane:  $x + y = 24$
- După ce din primul s-au scos 2, în primul sunt:  $x - 2$
- și s-au pus în al doilea, în al doilea sunt:  $y + 2$ ,
- în primul penar a rămas de trei ori mai multe decât în al doilea:

$$x - 2 = 3(y + 2)$$

Obținem sistemul:  $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3(y + 2) \end{cases}$

Vom deschide parantezele în ecuația a doua și vom trece termenii cu  $y$  în partea stângă a egalității.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ x - 2 = 3y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

Vom elimina necunoscuta  $y$  dintr-o ecuație a sistemului, înmulțind prima ecuație cu 3, apoi sumând ambele părți ale ecuației:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \quad | \cdot 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 72 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 80 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 20 - 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 4. \end{cases}$$

**Răspuns:** În primul chenar erau 20 creioane, iar în doilea penar erau 4 creioane.

### Rezolvă în mod similar

**22.** *Mihai avea în două conturi suma totală de 65 mii de lei. După ce din primul cont el a extras 12 mii de lei, iar din al doilea – 17 mii de lei, în primul cont au rămas de 2 ori mai mulți lei decât în al doilea cont. Determinați câți lei erau inițial în fiecare cont.*

**23.** *Până la o promoție un monitor și o imprimantă costau împreună 4200 de lei. În timpul promoției, după ce prețul monitorului a fost micșorat cu 200 de lei, iar prețul imprimantei a fost micșorat de 2 ori, cele două obiecte costă împreună 2750 de lei. Determinați prețul monitorului și prețul imprimantei până la promoție.*

**24.** *Mihai și Maria au avut împreună 219 lei. După ce Mihai a cumpărat un CD de 52 de lei, iar Maria a cumpărat o carte de 47 de lei, ei au rămas cu sume egale de bani. Determinați câți lei a avut inițial fiecare dintre ei.*

**25.** *O barcă transportă saci cu cartofi. Toți sacii sunt de aceeași greutate. Barca cu 20 de saci pe ea cântărește 1200 kg, iar cu 25 de saci cântărește 1425 kg. Determinați cât cântărește barca și cât cântărește un sac.*

**Rezolvare:** Fie că barca cântărește  $b$  kg, iar un sac  $s$  kg.

- 20 de saci cântăresc: 20s kg.

- Barca cu 20 de saci cântăresc:  $b + 20s$  kg

Astfel, prima ecuație este  $b + 20s = 1200$

- 25 de saci cântăresc: 25s kg,

- Barca cu 25 de saci cântăresc:  $b + 25s$  kg

A doua ecuație este  $b + 25s = 1425$ .

Obținem sistemul: 
$$\begin{cases} b + 20s = 1200 \\ b + 25s = 1425 \end{cases}$$

Vom elimina necunoscuta  $b$  dintr-o ecuație a sistemului, înmulțind prima ecuație cu  $-1$ . Apoi se sumează ambele părți ale ecuației:

$$\begin{cases} b + 20s = 1200 \\ b + 25s = 1425 \end{cases} \quad | \cdot (-1) \Leftrightarrow \begin{cases} -b - 20s = -1200 \\ b + 25s = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5s = 225 \\ b + 25s = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} s = 45 \\ b + 1125 = 1425 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 45 \\ b = 300. \end{cases}$$

**Răspuns:** Barca cântărește 300 kg, iar un sac 45 kg.