

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Сборник

задач и контрольных работ по алгебре
для 8 класса

*«Схвалено Міністерством освіти і науки України
для використання у загальноосвітніх навчальних закладах»*

Харьков
«Гимназия»
2010

УДК 373:512
ББК 22.141я721
М52

*«Схвалено Міністерством освіти і науки України
для використання у загальноосвітніх навчальних закладах»*

Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С.
М52 Сборник задач и контрольных работ по алгебре для 8 класса. — Х.: Гимназия, 2010. — 96 с.: илл.

ISBN 978-966-474-014-9.

Пособие представляет собой дидактический материал по алгебре для 8 класса общеобразовательных учебных заведений. Оно содержит более 600 задач. Первая часть «Тренировочные упражнения» разделена на два однотипных варианта по 175 задач в каждом. Вторая часть содержит контрольные работы (два варианта) для оценивания учебных достижений учащихся по 12-балльной шкале в соответствии с государственной программой по математике. Третья часть содержит задания для итогового тематического оценивания знаний учащихся, по структуре приближенные к аттестационной работе в 9 классе.

Для учителей общеобразовательных учебных заведений и учащихся 8 классов.

УДК 373:512
ББК 22.141я721

ISBN 978-966-474-014-9

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
Е. М. Рабинович, М. С. Якир, 2008
© ТОВ ТО «Гимназия», оригінал-макет, 2008

ОТ АВТОРОВ

Ученикам

Дорогие дети! В этом году вы продолжите захватывающее путешествие по волшебной стране Алгебра. Мы уверены, что преодоление трудностей, которые встретятся на вашем пути, не только поможет вам окрепнуть, а и принесет радость от достижений и побед.

Учителю

Мы очень надеемся, что, приобретя эту книгу не только для себя, а и «на класс», Вы не пожалеете. Даже если Вам повезло и Вы работаете по учебнику, который нравится, все равно задач, как и денег, бывает либо мало, либо совсем мало. Мы надеемся, что это пособие поможет ликвидировать «задачный дефицит».

Первая часть — «Тренировочные упражнения» — разделена на два однотипных варианта по 175 задач в каждом. На стр. 6 приведена таблица тематического распределения тренировочных упражнений.

Вторая часть пособия содержит 6 контрольных работ (два варианта). Содержимое заданий для контрольных работ разделим условно на две части. Первая соответствует начальному и среднему уровням учебных достижений учащихся. Задания этой части обозначены символом n° (n — номер задания). Вторая часть соответствует достаточному и высокому уровням. Задания каждого из этих уровней обозначены символами n^{\cdot} и n^{\bullet} соответственно. Выполнение первой части максимально оценивается в 6 баллов. Правильно решенные задачи уровня n^{\cdot} добавляют еще 4 балла, то есть ученик может получить отличную оценку 10 баллов. Если ученику удалось еще решить задачу n^{\bullet} , то он получает оценку 12 баллов.

С целью подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации и независимому внешнему оцениванию в третьей части пособия приведены три итоговые контрольные работы (четыре варианта): по учебному материалу первого семестра, по учебному

материалу второго семестра и по учебному материалу всего курса алгебры 8 класса. Структура этих работ приближена к структуре аттестационной работы в 9 классе, но они несколько меньше по объему с учетом возраста учащихся. Эти контрольные работы не являются обязательными. Они могут быть проведены и как зачетные, и как тренировочные. Продолжительность их проведения в зависимости от особенностей класса может быть от 45 мин до 90 мин.

Каждый вариант итоговой контрольной работы состоит из трех частей, отличающихся по сложности и форме тестовых заданий.

В первой части контрольной работы предложено 12 заданий с выбором одного правильного ответа. Для каждого тестового задания с выбором ответа предоставлено четыре варианта ответов, из которых только один правильный. Задание с выбором ответа считается выполненным правильно, если в бланке ответов указана только одна буква, которой обозначен правильный ответ (образец бланка и правила его заполнения приведены в конце пособия). При этом учащийся не должен приводить какие-либо соображения, поясняющие его выбор.

Правильное решение каждого задания этого блока №№ 1–12 оценивается **одним баллом**.

Вторая часть контрольной работы состоит из 4 заданий в открытой форме с кратким ответом. Такое задание считается выполненным правильно, если в бланке ответов записан правильный ответ (например, число, выражение, корни уравнения и т.п.). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. учащиеся выполняют в черновиках.

Правильное решение каждого из заданий №№ 13–16 этого блока оценивается **двумя баллами**.

Третья часть контрольной работы состоит из 2 заданий в открытой форме с развернутым ответом. Задания третьей части считаются выполненными правильно, если учащийся привел развернутую запись решения задания с обоснованием каждого этапа и дал правильный ответ. Правильное решение каждого из заданий №№ 17; 18 этого блока оценивается **четырьмя баллами**.

Сумма баллов, начисленных за правильно выполненные учащимся задания, переводится в школьную оценку по специальной шкале.

Система начисления баллов за правильно выполненные задания для оценивания работ учащихся приведена в таблице 1.

Таблица 1.

Номера заданий	Количество баллов	Всего
1 – 12	по 1 баллу	12 баллов
13 – 16	по 2 балла	8 баллов
17; 18	по 4 балла	8 баллов
Всего баллов		28 баллов

Соответствие количества набранных учащимся баллов оценке по 12-балльной системе оценивания учебных достижений учащихся приведено в таблице 2.

Таблица 2.

Количество набранных баллов	Оценка по 12-балльной системе оценивания учебных достижений учащихся
1 – 2	1
3 – 4	2
5 – 6	3
7 – 8	4
9 – 10	5
11 – 12	6
13 – 14	7
15 – 16	8
17 – 19	9
20 – 22	10
23 – 25	11
26 – 28	12

Желаем вам творческого энтузиазма и терпения...

Тематическое распределение тренировочных упражнений

Тема	Номера упражнений
Повторение	1 – 9
Рациональные дроби	10 – 13
Основное свойство рациональной дроби	14 – 21
Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями	22 – 25
Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями	26 – 30
Умножение и деление рациональных дробей. Возведение дроби в степень	31 – 38
Тождественные преобразования рациональных выражений	39 – 42
Равносильные уравнения. Рациональные уравнения	43 – 46
Степень с целым отрицательным показателем	47 – 53
Свойства степени с целым показателем	54 – 59
Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	60 – 67
Квадратные корни. Арифметический квадратный корень	68 – 76
Числовые множества	77 – 79
Свойства арифметического квадратного корня	80 – 87
Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни	88 – 100
Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график	101 – 113
Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений	114 – 118
Формула корней квадратного уравнения	119 – 133
Теорема Виета	134 – 150
Квадратный трехчлен	151 – 157
Решение уравнений, приводимых к квадратным	158 – 164
Решение задач с помощью рациональных уравнений	165 – 175

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Повторение

1. Представьте в виде степени выражение:

1) $(a^6)^2$; 4) $(x^4)^3$; 7) $(-a^6)^7 \cdot (-a^3)^3 : a^{15}$;

2) $(-a^5)^4$; 5) $((a^3)^2)^5$; 8) $a^{24} : (a^8)^2 \cdot a^{13}$.

3) $x^4 x^3$; 6) $(a^{10})^3 \cdot (a^5)^4$;

2. Упростите выражение:

1) $(x-2)(x-11) - 2x(4-3x)$;

2) $(a+6)(a-3) + (a-4)(a+5)$;

3) $(y-8)(2y-1) - (3y+1)(5y-2)$;

4) $(3m-4n)(3m+5n) - (4,5m-n)(2m+4n)$;

5) $(x^2+2y)(x^3+7y) - 6x^3(x^2-8y)$.

3. Упростите выражение:

1) $(4x-3y)(4x+3y) + (3x+4y)(4y-3x)$;

2) $(x+2)^2 - (x-3)(x+3)$;

3) $(7a-5b)(7a+5b) - (4a+7b)^2$;

4) $(y-2)(y+3) - (y-1)^2 + (5-y)(y+5)$.

4. Разложите на множители:

1) $8a - 12b$;

7) $21a^2b + 28ab^2$;

2) $3a - ab$;

8) $-3x^6 + 12x^{12}$;

3) $6ax + 6ay$;

9) $4a^2 - 8a^3 + 12a^4$;

4) $4a^2 + 8ac$;

10) $6m^3n^2 + 9m^2n - 18mn^2$;

5) $a^5 + a^2$;

11) $26x^3 - 14x^2y + 8x^2$;

6) $12x^2y - 3xy$;

12) $-15a^3b^2c - 10a^2b^2c^2 - 5ab^2c^3$.

5. Разложите на множители:

1) $ab + ac + xb + xc$;

4) $a^6 + a^4 - 3a^2 - 3$;

2) $5a + 5b - am - bm$;

5) $10a^2b - 2a^2 + 5ab^2 - ab$;

3) $6m - mn - 6 + n$;

6) $2x^3 - 3x^2y - 4x + 6y$;

- 7) $x^2y - x + xy^2 - y$; 8) $am^2 - an - bm^2 + cn - cm^2 + bn$.
6. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:
- 1) $a^2 + 8a + 16$; 5) $a^6 - 4a^3b + 4b^2$;
- 2) $9x^2 - 6x + 1$; 6) $25p^{10} + q^8 + 10p^5q^4$;
- 3) $121m^2 - 88mn + 16n^2$; 7) $\frac{1}{169}x^4 + 2x^2y^2 + 169y^4$;
- 4) $24ab + 36a^2 + 4b^2$; 8) $\frac{9}{64}n^6 + 3mn^5 + 16m^2n^4$.
7. Разложите на множители:
- 1) $x^2 - 4$; 6) $a^4 - b^6$;
- 2) $25 - 9a^2$; 7) $0,01c^2 - d^8$;
- 3) $36m^2 - 100n^2$; 8) $0,81y^{10} - 400z^{12}$;
- 4) $0,04p^2 - 1,69q^2$; 9) $-1 + 49a^4b^8$;
- 5) $x^2y^2 - \frac{4}{9}$; 10) $1\frac{7}{9}m^2n^2 - 1\frac{11}{25}a^6b^2$.
8. Разложите на множители:
- 1) $m^3 - n^3$; 4) $125 + a^3b^3$;
- 2) $c^3 + 8$; 5) $x^6 - y^9$;
- 3) $27a^3 - b^3$; 6) $1000a^{12}b^3 + 0,001c^9d^{15}$.
9. Разложите на множители:
- 1) $11m^2 - 11$; 6) $-8a^5 + 8a^3 - 2a$;
- 2) $6a^3 - 6a$; 7) $5a^3 - 40b^6$;
- 3) $5x^3 - 5xy^2$; 8) $a^3 - ab - a^2b + a^2$;
- 4) $8a^2b^2 - 72a^2c^2$; 9) $a - 3b + a^2 - 9b^2$;
- 5) $2x^2 + 24xy + 72y^2$; 10) $ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2$.

Рациональные дроби

10. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{2a + b}{3a - 4b}$, если $a = -6$, $b = 3$;
- 2) $\frac{x^2 - 3x}{8x + 1}$, если $x = 0,6$.

11. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $3x + 4$;

6) $\frac{2}{x^2 + 1}$;

11) $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$;

2) $\frac{16}{a}$;

7) $\frac{3}{x^2 - 1}$;

12) $\frac{4}{x-1} + \frac{7x}{x-4}$;

3) $\frac{8}{b-5}$;

8) $\frac{4}{|x|-1}$;

13) $\frac{7}{x(x-1)}$;

4) $\frac{b-5}{8}$;

9) $\frac{x}{|x|+2}$;

14) $\frac{x}{(x-1)(x+1)}$;

5) $\frac{5+x}{3+x}$;

10) $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$;

15) $\frac{x-2}{x^2 + 6x + 9}$?

12. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

1) все числа, кроме 6;

2) все числа, кроме -4 и 0 ;

4) все числа, кроме -10 , -8 и 1 ;

4) все числа.

13. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной a значения дроби:

1) $\frac{a^2 + 6a + 10}{a^2 - 10a + 25}$ положительные; 2) $\frac{4a - 4 - a^2}{a^4 + 1}$ неположительные.

Основное свойство рациональной дроби

14. Сократите дробь:

1) $\frac{4a}{12b}$;

3) $\frac{10m^2}{15m^3}$;

5) $\frac{36m^3n^4}{24m^2b^6}$;

2) $\frac{8xy}{2xz}$;

4) $\frac{3a^2bc}{18abc^3}$;

6) $\frac{39p^5q^8}{65p^8q^5}$.

15. Сократите дробь:

1) $\frac{4a + 8b}{4a}$;

3) $\frac{x^2 - 25}{2x - 10}$;

5) $\frac{m^2 - 16}{m^2 + 8m + 16}$;

2) $\frac{5x - 10y}{3x - 6y}$;

4) $\frac{6x^2 - 3x}{4 - 8x}$;

6) $\frac{b^5 - b^3}{b^2 - b^4}$;

7) $\frac{4p^2 - 28pq + 49q^2}{49q^2 - 4p^2};$

9) $\frac{ax - ay - 3x + 3y}{9 - a^2};$

8) $\frac{a^3 - 27}{8a - 24};$

10) $\frac{6a^2 + 6a + 6}{12a^3 - 12}.$

16. Найдите значение выражения:

1) $\frac{a^8b^3 + a^6b^5}{a^6b^3}$, если $a = 0,3$, $b = -0,4$;

2) $\frac{7c^3 - 28c}{12c + 12c^2 + 3c^3}$, если $c = 5$;

3) $\frac{(2x - 2y)^2}{2y^2 - 2x^2}$, если $x = \frac{1}{4}$, $y = -\frac{1}{8}$;

4) $\frac{4x^2 - 40xy + 100y^2}{15y - 3x}$, если $x - 5y = 0,6$.

17. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^2}$ к знаменателю b^6 ;

2) $\frac{m}{3n}$ к знаменателю $15n^2p$;

3) $\frac{6}{7x^2y}$ к знаменателю $28x^3y^2$;

4) $\frac{5}{a-3}$ к знаменателю $2a-6$;

5) $\frac{7}{a+2}$ к знаменателю a^2+2a ;

6) $\frac{b+1}{b-4}$ к знаменателю b^2-16 .

18. Постройте график функции:

1) $y = \frac{x}{x}$;

3) $y = x + \frac{x+1}{x+1}$;

5) $y = \frac{|x-3|}{x-3}$.

2) $y = \frac{x-2}{x-2}$;

4) $y = \frac{2x-1}{2x-1} - 2x$;

19. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}; \quad 3) y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+2}; \quad 5) y = \frac{x^2 - 4}{|x| - 2}.$$

$$2) y = \frac{(1-x)^3}{(x-1)^2}; \quad 4) y = \frac{4x^2 + 12x + 9}{2x+3} - \frac{x^2 + 5x}{x};$$

20. Решите уравнение:

$$1) \frac{x+5}{x+5} = 1; \quad 2) \frac{x^2 - 9}{x-3} = 6.$$

21. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a-5)x = 1; \quad 3) (a-7)x = a^2 - 14a + 49;$$

$$2) (a+4)x = a+4; \quad 4) (a^2 - 1)x = a+1.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с одинаковыми знаменателями**

22. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{3a}{10} + \frac{2a}{10}; \quad 4) \frac{2a+5b}{ab} - \frac{2a-3b}{ab};$$

$$2) \frac{6x}{5y} - \frac{x}{5y}; \quad 5) \frac{5y}{y^2-9} - \frac{15}{y^2-9};$$

$$3) \frac{2m-4n}{21c} + \frac{5m+18n}{21c}; \quad 6) \frac{y^2+8y}{4-y^2} - \frac{4y-4}{4-y^2}.$$

23. Упростите выражение:

$$1) \frac{x-4}{x-2} - \frac{x}{2-x}; \quad 3) \frac{(2a-1)^2}{6a-6} + \frac{(a-2)^2}{6-6a};$$

$$2) \frac{5x+6}{5-x} + \frac{3x+16}{x-5}; \quad 4) \frac{16-7x}{(x-4)^2} - \frac{x-x^2}{(4-x)^2}.$$

24. Представьте данную дробь в виде суммы целого и дробного выражений:

$$1) \frac{y+4}{y}; \quad 2) \frac{a^2-3a+4}{a-3}; \quad 3) \frac{x^2+4x-8}{x-4}.$$

25. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{6n^2+4n+10}{n}; \quad 2) \frac{n^3-5n^2+32}{n^2}; \quad 3) \frac{6n+2}{2n-3}.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с разными знаменателями**

26. Выполните сложение и вычитание дробей:

1) $\frac{4}{a} + \frac{7}{b}$;

4) $\frac{5m}{3ab} + \frac{2m}{5a^2b} - \frac{7p}{2a^2b^2}$;

2) $\frac{9}{m} - \frac{5}{mn}$;

5) $\frac{3a-4b}{a} + \frac{8a^2+4b^2}{ab}$;

3) $\frac{4}{12xy} - \frac{11}{18xy}$;

6) $\frac{3c^2-2c+4}{bc^2} - \frac{2c+c^2-9}{bc}$.

27. Выполните действия:

1) $\frac{x-3}{3(x+2)} - \frac{x-6}{x+2}$;

4) $\frac{3x}{4x-4} + \frac{5x}{7-7x}$;

2) $\frac{m+4}{5m-10} + \frac{3-m}{4m-8}$;

5) $\frac{2b}{2b+c} - \frac{4b^2}{4b^2+4bc+c^2}$;

3) $\frac{y+6}{y-6} - \frac{y+2}{y+6}$;

6) $\frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}$.

28. Представьте в виде дроби выражение:

1) $\frac{a}{b} - 1$;

3) $5 - \frac{4m+5n}{n}$;

5) $\frac{a^2+b^2}{2a-b} + 2a+b$;

2) $\frac{8}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$;

4) $\frac{4c+3}{c-1} - 3$;

6) $m - \frac{25}{m-5} - 5$.

29. Упростите выражение:

1) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a}$;

2) $\frac{x+7}{x^2+4x} - \frac{x+1}{3x+12} - \frac{3-2x}{3x}$;

3) $\frac{a-1}{3a^2+6a+3} - \frac{1}{2a+2}$;

4) $\frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1}$;

5) $\frac{2a^2+7}{a^2+3a+9} - \frac{a}{3-a} - \frac{3a^3-2a^2+19a-12}{a^3-27}$.

30. Докажите тождество:

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} - \frac{1}{(b-c)(a-c)} - \frac{1}{(c-a)(b-a)} = 0.$$

Умножение и деление рациональных дробей.

Возведение дроби в степень

31. Выполните умножение:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{4x}{y} \cdot \frac{y}{12x}; & 3) \frac{24p^6}{35q^4} \cdot \frac{49q}{16p^4}; & 5) \frac{28m^5}{23n^4} \cdot 46n^6; \\ 2) \frac{a^3b}{15c} \cdot \left(-\frac{3c}{a^2b^2}\right); & 4) 18y^3 \cdot \frac{4x^2}{9y^5}; & 6) \frac{2a^4b}{9c^2d} \cdot \frac{15a^2d^5}{16b^3c} \cdot \frac{12c^3b^2}{35a^5d^4}. \end{array}$$

32. Выполните умножение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{ab-b^2}{8} \cdot \frac{6a}{b^3}; & 3) \frac{x^2-16}{x^3-3x^2} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+4x}; \\ 2) \frac{m^2-mn}{m^2+mn} \cdot \frac{m^2n+mn^2}{m^3-m^2n}; & 4) \frac{5y^2-20y+20}{3y^2+3y+3} \cdot \frac{y^3-1}{10y^2-40}. \end{array}$$

33. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{m^6}{n^3}\right)^2; & 3) \left(-\frac{5a^3b^4}{3c^5d^7}\right)^3; \\ 2) \left(-\frac{3a}{2b^2}\right)^4; & 4) \left(-\frac{9x^5y^2}{4z^4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2z^3}{3x^4y^{10}}\right)^3. \end{array}$$

34. Выполните деление:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{16x^3}{21y^4} : \frac{8x^8}{27y^6}; & 4) \frac{48x^4y^3}{49z^9} : (16x^7y^8); \\ 2) \frac{18m^3n^4}{25p^6q^{10}} : \left(-\frac{4m^2n^9}{75p^5q^{12}}\right); & 5) \frac{11a^5b^{12}}{12cd^6} : \frac{55a^3b^2}{18c^7d^4} : \frac{21b^6d^2}{20a^7c^3}; \\ 3) 28a^{18}b^{19} : \frac{14a^{20}b^{15}}{15c^4}; & 6) \left(-\frac{2p^4q^2}{5m^3}\right)^3 : \left(-\frac{2p^5q^3}{5m^4}\right)^4. \end{array}$$

35. Выполните деление:

$$1) \frac{a^2-4b^2}{9a^2-b^2} : \frac{a^2+4ab+b^2}{9a^2-6ab+b^2}; \quad 2) \frac{m^2+5m}{16m^2-1} : \frac{m^4+125m}{16m^2-8m+1};$$

$$3) \frac{x^6 - y^9}{3x^8 - 12y^{10}} : \frac{4x^4 + 4x^2y^3 + 4y^6}{7x^4 + 14y^5};$$

$$4) \frac{6x^2 - 12xy}{x^2 + 4y^2} : \frac{15(x-2y)^2}{x^4 - 16y^4}.$$

36. Дано: $x - \frac{1}{x} = 5$. Найдите значение выражения $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

37. Дано: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$. Найдите значение выражения $x + \frac{1}{x}$.

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{a^{2m}}{b^n} : \frac{a^{5m}}{b^{2n}}, \text{ где } m \text{ и } n \text{ — натуральные числа};$$

$$2) \frac{a^{n+3}b^{n-4}}{c^{2n+7}} : \frac{a^{n+1}b^{n+5}}{c^{n+6}}, \text{ где } n \text{ — натуральное число, } n > 4.$$

Тождественные преобразования рациональных выражений

39. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a-2}{a+2} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \frac{12a^2}{4-a^2};$$

$$2) \left(\frac{8x}{x-2} + 2x \right) : \frac{3x+6}{6x-12};$$

$$3) \frac{3a}{a-4} - \frac{a+2}{2a-8} : \frac{96}{a^2+2a};$$

$$4) \left(\frac{3m}{m+5} - \frac{8m}{m^2+10m+25} \right) : \frac{3m+7}{m^2-25} + \frac{5m-25}{m+5};$$

$$5) \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{xy+y^2} \right);$$

$$6) \left(\frac{a}{a-4} - \frac{a}{a+4} - \frac{a^2+16}{16-a^2} \right) : \frac{4a+a^2}{(4-a)^2};$$

$$7) \frac{x^3-8}{x^3+8} \cdot \left(3 + \frac{(x+2)^2}{(x-2)^2} \right) : \left(3 + \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} \right).$$

40. Докажите тождество:

$$1) \left(\frac{2a}{a-7} - \frac{4a}{a^2 - 14a + 49} \right) : \frac{a-9}{a^2 - 49} + \frac{28a}{7-a} = 2a;$$

$$2) \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2 + 4ab + b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2 - b^2} + \frac{1}{b-2a} \right) = \frac{2ab - 4a^2}{2a+b}.$$

41. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\frac{3a+14}{a+4} - \left(\frac{a-4}{a+6} \right)^2 \cdot \left(\frac{a+21}{a^2 - 8a + 16} - \frac{a+3}{16-a^2} \right)$$

не зависит от значения a .

42. Упростите выражение:

$$1) \frac{a - \frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a} - 1};$$

$$2) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}.$$

Равносильные уравнения. Рациональные уравнения

43. Являются ли равносильными уравнения:

1) $x - 3 = 5$ и $7x = 56$;

3) $x^2 = -1$ и $|x| = -2$;

2) $x + 2 = 0$ и $x(x+2) = 0$;

4) $x + 3 = 3 + x$ и $\frac{x+3}{x+3} = 1$?

44. Составьте уравнение, равносильное данному:

1) $3x - 2 = 7$;

2) $|x| = 2$;

3) $x - 1 = x + 3$.

45. Решите уравнение:

1) $\frac{x+4}{x-1} = 0$;

5) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{2x-1}{2x+1}$;

2) $\frac{x^2-9}{x-3} = 0$;

6) $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$;

3) $\frac{x+5}{x^2-25} = 0$;

7) $\frac{x^2+9}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} - \frac{5}{1-x}$;

4) $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x+4} = 0$;

8) $\frac{1}{x^2-6x} + \frac{1}{x^2+6x} = \frac{2x}{x^2-36}$.

46. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\frac{x-3}{x-a} = 0$; 2) $\frac{x-a}{x-2} = 0$; 3) $\frac{a(x-a)}{x-2} = 0$; 4) $\frac{(x-5)(x+6)}{x-a} = 0$.

Степень с целым отрицательным показателем

47. Вычислите:

- 1) 12^{-2} ; 4) $(-5)^{-3}$; 7) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 10) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^{-3}$;
 2) 3^{-4} ; 5) 100^{-1} ; 8) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-2}$; 11) $(0,01)^{-3}$;
 3) $(-2)^{-6}$; 6) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1}$; 9) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 12) $(1,6)^{-2}$.

48. Найдите значение выражения:

- 1) $3^{-3} + 6^{-2}$; 3) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$;
 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (-1,7)^0 - 2^{-3}$; 4) $10^{-1} + 5^{-2} - 2^{-3}$.

49. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1) $\frac{2a^{-5}c^{-3}d^{10}}{5xy^{-20}z^4}$; 2) $\frac{3^{-1}a^3b^{-5}c^{-7}}{2,6^0x^{-5}y^0z^{-30}}$.

50. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 28 000; 3) 0,0034; 5) 0,21; 7) $39 \cdot 10^7$;
 2) 12; 4) 0,00007; 6) $320 \cdot 10^3$; 8) $45 \cdot 10^{-4}$.

51. Запишите в виде натурального числа или десятичной дроби число, записанное в стандартном виде:

- 1) $3,5 \cdot 10^3$; 2) $1,6 \cdot 10^{-3}$; 3) $9,7 \cdot 10^{-5}$.

52. Сравните:

- 1) $8,6 \cdot 10^{10}$ и $2,3 \cdot 10^{11}$; 3) $1,23 \cdot 10^6$ и $0,12 \cdot 10^7$;
 2) $4,7 \cdot 10^{-6}$ и $5,9 \cdot 10^{-7}$; 4) $31,6 \cdot 10^{-8}$ и $0,061 \cdot 10^{-6}$.

53. Порядок некоторого натурального числа равен 5. Сколько цифр содержит десятичная запись этого числа?

Свойства степени с целым показателем

54. Представьте выражение в виде степени или произведения степеней:

- 1) $a^{-8} \cdot a^{10}$; 3) $a^{-6} \cdot a^{10} \cdot a^{-20}$; 5) $a^9 : a^{-3}$;
 2) $a^7 \cdot a^{-11}$; 4) $a^{-3} : a^5$; 6) $a^{-4} : a^{-12}$;

7) $a^{17} \cdot a^{-23} : a^{-15}$;

13) $(a^2b^{-3})^{-3} \cdot (a^{-4}b^9)^6$;

8) $(a^{-4})^8$;

14) $\left(\frac{a^{12}b^{-4}}{c^5d^{-13}}\right)^{-2}$;

9) $(a^{-5})^{-6}$;

10) $(a^3)^{-7} \cdot (a^{-4})^{-5} : (a^{-5})^8$;

15) $\left(\frac{a^7}{b^{-3}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b^9}\right)^{-12}$

11) $(a^5b^{-3}c^4)^{-10}$;

12) $(ab^{-2})^{-1}$;

55. Найдите значение выражения:

1) $7^5 \cdot 7^{-7}$;

3) $5^{-12} : 5^{-16}$;

5) $(13^{-9})^4 \cdot (13^{-2})^{-19}$;

2) $10^{-12} \cdot 10^{15}$;

4) $3^{-14} \cdot 3^{-19} : 3^{-34}$;

6) $\frac{2^{-4} \cdot (2^{-3})^5}{(2^{-8})^2 \cdot 2^{-3}}$.

56. Найдите значение выражения:

1) $8^{-2} \cdot 2^4$;

3) $1000^{-4} : 100^{-2} \cdot 0,01^{-3}$;

5) $\frac{21^5 \cdot 3^{-7}}{63^{-2} \cdot 7^8}$;

2) $27^{-3} : 81^{-2}$;

4) $\frac{(-36)^{-3} \cdot 6^4}{216^{-4} \cdot (-6)^9}$;

6) $\frac{(0,2)^{-6} \cdot 25^{-7}}{125^{-3}}$.

57. Упростите выражение:

1) $\frac{1}{3}p^{-2}q^{-5} \cdot \frac{9}{5}p^6q^3$;

7) $(-10a^{-2}bc^{-11})^{-2} \cdot (0,1bc^{-2})^{-2}$;

2) $0,4a^{-3}b^5 \cdot 1,5a^5b^{-1}$;

8) $-1,6m^{-4}n^3 \cdot (-2m^{-3}p^{-6})^{-3}$;

3) $-2,8b^{-3}c^7 \cdot 1,5b^2c^{-6}$;

9) $2\frac{1}{4}a^{-5}b \cdot \left(\frac{3}{2}a^{-1}b^{-3}\right)^{-3}$;

4) $0,45m^{-3}n^2p^{-4} \cdot 1\frac{1}{9}m^8n^{-11}p^6$;

10) $\left(-\frac{1}{5}a^{-3}b^{-7}\right)^{-3} \cdot (-5a^2b^6)^{-2}$;

5) $5a^6 \cdot (-3a^{-2}b^{-3})^{-2}$;

11) $\frac{17x^{-8}}{14y^{-12}} \cdot \frac{28y}{51x^{-21}}$;

6) $(-x^{-4}y^{-3})^7 \cdot 8x^{-2}y^{-5}$;

12) $\left(\frac{8p^{-4}}{7q^{-1}}\right)^{-2} \cdot (16p^{-6}q^3)^3$.

58. Выполните вычисления и результат запишите в стандартном виде:

1) $(2,4 \cdot 10^5) \cdot (5 \cdot 10^3)$;

2) $(4 \cdot 10^7) \cdot (4,6 \cdot 10^{-8})$;

3) $\frac{3,2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^7}$;

4) $\frac{1,2 \cdot 10^{-5}}{2,4 \cdot 10^{-3}}$.

59. Упростите выражение:

1) $(a^{-3} + 2)(a^{-3} - 2) - (a^{-3} + 3)^2$;

2) $\frac{x^2 - y^2}{x^{-1} + y^{-1}}$;

3) $\frac{x^{-2} + 2y^{-4}}{x^{-4} + 2x^{-2}y^{-4} + y^{-8}} - \frac{x^{-2} - 2y^{-4}}{x^{-4} - y^{-8}}$;

4) $\frac{x^{-2} + y^{-2}}{x^{-2}} : \frac{x^{-2}y^{-2} + x^{-4}}{x^{-4}}$;

5) $\left(\frac{b^{-1}}{b^{-1} + a^{-1}} - \frac{b^{-1} - a^{-1}}{b^{-1}} \right) \cdot \left(\frac{b}{a^2} \right)^{-1}$;

6) $\frac{x^{-3} - 3}{x^{-3}} - \frac{x^{-6} - 9}{x^{-3}} \cdot \frac{1}{x^{-3} - 3}$;

7) $\left(\frac{a^{-5}}{a^{-5} - 6} - \frac{2a^{-5}}{a^{-10} - 12a^{-5} + 36} \right) \cdot \frac{36 - a^{-10}}{a^{-5} - 8} + \frac{12a^{-5}}{a^{-5} - 6}$.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график60. Функция задана формулой $y = -\frac{48}{x}$. Найдите:1) значение функции, если значение аргумента равно -3 ; 6 ; $0,2$;2) значение аргумента, при котором значение функции равно 12 ; -36 ; 100 .61. Постройте график функции $y = \frac{12}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:1) значение функции, если значение аргумента равно -4 ; $1,5$;2) значение аргумента, при котором значение функции равно -6 ;

3) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

62. Не выполняя построения графика функции $y = \frac{36}{x}$, укажите, через какие из данных точек он проходит: $A(4; 9)$; $B(-12; -3)$; $C(6; -6)$; $D(4,5; 8)$.

63. Постройте график функции $y = \frac{7}{|x|}$.

64. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = x + 5$ и определите координаты точек их пересечения.

65. Найдите значение k , при котором график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку: 1) $A(-5; 8)$; 2) $B\left(\frac{1}{3}; -6\right)$; 3) $C(-0,6; -1,2)$.

66. Постройте график функции:

$$1) y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ 7 - x, & \text{если } x > -1; \end{cases} \quad 2) y = \begin{cases} 2x + 2, & \text{если } x \leq 1, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } 1 < x < 2, \\ 2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

67. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{9x - 27}{x^2 - 3x}; \quad 2) y = \frac{40 - 10x^2}{x^3 - 4x}.$$

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

68. Найдите значение арифметического квадратного корня:

$$1) \sqrt{36}; \quad 2) \sqrt{3600}; \quad 3) \sqrt{0,36}; \quad 4) \sqrt{2\frac{7}{9}}.$$

69. Имеет ли смысл выражение:

$$1) \sqrt{5}; \quad 2) -\sqrt{5}; \quad 3) \sqrt{-5}; \quad 4) \sqrt{(-5)^2}?$$

70. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) 0,2\sqrt{400} - \frac{1}{3}\sqrt{81}; & 4) \sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{7\frac{1}{9}} + 0,07\sqrt{10000}; \\ 2) \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,09} + \sqrt{2^3 + 1}; & 5) \frac{1}{8}\sqrt{256} - \frac{2}{3}\sqrt{144}; \\ 3) 5\sqrt{0,64} - \sqrt{5^2 + 12^2}; & 6) \sqrt{289} : \sqrt{0,25} - \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{900}. \end{array}$$

71. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) (\sqrt{6})^2 - \sqrt{0,81}; & 3) 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\sqrt{5}\right)^2 - \frac{1}{6} \cdot (4\sqrt{3})^2; \\ 2) (2\sqrt{7})^2 - (7\sqrt{2})^2; & 4) \sqrt{961} - \left(\frac{1}{5}\sqrt{125}\right)^2; \end{array}$$

$$5) \frac{2}{9}\sqrt{51,84} - \frac{3}{11}\sqrt{77,44} + \left(-\frac{1}{3}\sqrt{189}\right)^2;$$

$$6) \frac{1}{4}\sqrt{26^2 - 24^2} + \left(3\sqrt{4\frac{2}{3}}\right)^2 - 0,6\sqrt{1600}.$$

72. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} = 4;$$

$$5) \frac{1}{3}\sqrt{x} + 4 = 0;$$

$$9) \frac{21}{\sqrt{x}} = 3;$$

$$2) \sqrt{x} = \frac{2}{3};$$

$$6) \sqrt{6x} - 3 = 0;$$

$$10) \frac{10}{\sqrt{x-4}} = 5;$$

$$3) \sqrt{x} - 8 = 0;$$

$$7) \sqrt{6x-3} = 0;$$

$$11) \sqrt{3+\sqrt{5+\sqrt{x}}} = 3;$$

$$4) 2\sqrt{x} - 9 = 0;$$

$$8) \sqrt{6x-3} = 2;$$

$$12) (x-1)\sqrt{x^2-4} = 0.$$

73. Решите уравнение:

$$1) x^2 = 4;$$

$$4) x^2 = -16;$$

$$7) (x+3)^2 = 100;$$

$$2) x^2 = 7;$$

$$5) \frac{1}{5}x^2 = 14;$$

$$8) (x-4)^2 = 6.$$

$$3) x^2 = 0;$$

$$6) 3x^2 - 15 = 0;$$

74. При каких значениях a имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{a-3};$$

$$3) \sqrt{a^2};$$

$$5) \sqrt{-a};$$

$$2) \sqrt{4-a};$$

$$4) \sqrt{a^4+1};$$

$$6) \sqrt{-a^6}?$$

75. При каком значении a уравнение

$$1) x^2 = a + 3;$$

$$2) ax^2 = 3$$

а) имеет два корня; б) имеет один корень; в) не имеет корней?

76. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} = a;$$

$$2) a\sqrt{x} = 0;$$

$$3) \sqrt{ax} = 0;$$

$$4) a\sqrt{x} = a.$$

Числовые множества

77. Верно ли утверждение:

$$1) 8 \in N;$$

$$4) 8 \in R;$$

$$7) -5,4 \in R;$$

$$10) \sqrt{25} \in Q;$$

$$2) 8 \in Z;$$

$$5) -5,4 \in N;$$

$$8) \sqrt{3} \in Q;$$

$$11) \sqrt{25} \notin N?$$

$$3) 8 \notin Q;$$

$$6) -5,4 \notin Q;$$

$$9) \sqrt{3} \in R;$$

78. Сравните числа:

$$1) 5,(16) \text{ и } 5,16;$$

$$3) \frac{5}{9} \text{ и } 0,55;$$

$$2) -2,(35) \text{ и } -2,35;$$

$$4) 6,(23) \text{ и } 6,(24).$$

79. Верно ли, что:

- 1) сумма любого рационального числа и любого иррационального является числом рациональным;
- 2) сумма любых двух иррациональных чисел является числом иррациональным?

Свойства арифметического квадратного корня

80. Найдите значение корня:

- 1) $\sqrt{64 \cdot 36}$;
- 2) $\sqrt{0,04 \cdot 81}$;
- 3) $\sqrt{324 \cdot 0,25}$;
- 4) $\sqrt{0,01 \cdot 0,04 \cdot 121}$;
- 5) $\sqrt{\frac{25}{81}}$;
- 6) $\sqrt{5 \cdot \frac{1}{16}}$;
- 7) $\sqrt{\frac{36}{49} \cdot \frac{196}{225}}$;
- 8) $\sqrt{3 \frac{13}{36} \cdot 12 \frac{24}{25}}$.

81. Найдите значение корня:

- 1) $\sqrt{18 \cdot 32}$;
- 2) $\sqrt{162 \cdot 50}$;
- 3) $\sqrt{1,6 \cdot 14,4}$;
- 4) $\sqrt{1690 \cdot 6,4}$.

82. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$;
- 2) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$;
- 3) $\sqrt{160} \cdot \sqrt{250}$;
- 4) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4}$;
- 5) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$;
- 6) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0,016}}$.

83. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt{16,4^2}$;
- 2) $\sqrt{(-1,37)^2}$;
- 3) $\frac{1}{4} \sqrt{84^2}$;
- 4) $-2,6 \sqrt{(-5)^2}$;
- 5) $\sqrt{6^4}$;
- 6) $\sqrt{(-11)^4}$;
- 7) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2}$;
- 8) $\sqrt{3^8 \cdot 10^4}$;
- 9) $\sqrt{(-3)^4 \cdot (0,1)^6 \cdot (-5)^2}$.

84. Упростите выражение:

- 1) $\sqrt{b^2}$, если $b \geq 0$;
- 2) $\sqrt{c^2}$, если $c < 0$;
- 3) $\sqrt{4x^8 y^2}$, если $y \geq 0$;
- 4) $\sqrt{0,64x^6 y^{10}}$, если $x \geq 0$, $y \leq 0$;
- 5) $3,5x\sqrt{16x^{14}}$, если $x \leq 0$;
- 6) $\frac{\sqrt{a^{10} b^{20} c^{30}}}{a^2 b^3 c^4}$, если $a > 0$, $c < 0$;
- 7) $\frac{1,4x^5}{y^2} \sqrt{\frac{y^{14}}{49x^8}}$, если $y > 0$;
- 8) $-0,2a^3 \sqrt{1,21a^{18} b^{16}}$, если $a \leq 0$;
- 9) $\sqrt{441a^{2n} b^{8n} c^{6n}}$, если $a \geq 0$, $c \geq 0$.

85. Упростите выражение:

1) $\sqrt{(x-3)^2}$;

2) $\sqrt{(a-42)^2}$, если $a \geq 42$;

3) $\sqrt{(y+4)^2}$, если $y \leq -4$;

4) $(32-a)\sqrt{\frac{361}{(a-32)^2}}$, если $a > 32$;

5) $\frac{y^2-10y+25}{y^2+4y} \sqrt{\frac{(y+4)^6}{(y-5)^2}}$, если $y > 5$;

6) $\frac{x^2-49}{(x+3)^2} \sqrt{\frac{x^2+6x+9}{(x+7)^2}}$, если $x < -7$.

86. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x^2} = x+3$;

2) $\sqrt{x^2} = 2-x$.

87. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x^2} - x + 1$, если $x \geq 0$;

2) $y = 2\sqrt{x^2} - 2x + 5$, если $x \leq 0$;

3) $y = \sqrt{x^2} + 1$.

Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни

88. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{72}$;

3) $\sqrt{300}$;

5) $\frac{1}{2}\sqrt{48}$;

7) $-100\sqrt{0,08}$;

2) $\sqrt{80}$;

4) $\sqrt{0,98}$;

6) $-2,4\sqrt{75}$;

8) $\frac{2}{3}\sqrt{6\frac{3}{4}}$.

89. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{2a^2}$, если $a \geq 0$;

6) $\sqrt{x^4y^5}$;

2) $\sqrt{3b^2}$, если $b \leq 0$;

7) $\sqrt{9a^2b}$, если $a \leq 0$;

3) $\sqrt{8a^4}$;

8) $\sqrt{a^3b^3}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;

4) $\sqrt{x^9}$;

9) $\sqrt{18a^3b^{10}}$;

5) $\sqrt{-a^7}$;

10) $\sqrt{36a^2b^3}$, если $a \geq 0$;

11) $\sqrt{500a^7b^{14}}$, если $b \leq 0$; 12) $\sqrt{a^2b^2c}$.

90. Внесите множитель под знак корня:

1) $4\sqrt{3}$; 3) $0,1\sqrt{13}$; 5) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; 7) $-0,3\sqrt{10}$;
 2) $2\sqrt{5}$; 4) $\frac{1}{7}\sqrt{343}$; 6) $-8\sqrt{2}$; 8) $6\sqrt{a}$.

91. Внесите множитель под знак корня:

1) $a\sqrt{7}$; 4) $a\sqrt{b}$, если $a \geq 0$;
 2) $a\sqrt{-a}$; 5) $a^2b\sqrt{ab}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;
 3) $a\sqrt{a^3}$; 6) $3x\sqrt{\frac{x}{3}}$;

7) $(b-2)\sqrt{\frac{3}{b^2-4b+4}}$, если $b > 2$;

8) $b(b+4)\sqrt{\frac{5}{b^2+8b+16}}$, если $b < -4$;

9) $(a+2)\sqrt{\frac{1}{a+2}}$;

10) $(a-3)\sqrt{\frac{1}{9-3a}}$.

92. Упростите выражение:

1) $\sqrt{16a} + \sqrt{100a} - \sqrt{81a}$;
 2) $\sqrt{20} - \sqrt{125} + \sqrt{405}$;
 3) $4\sqrt{27b} - 5\sqrt{48b} + \frac{1}{3}\sqrt{192b}$;
 4) $7x\sqrt{49x^3y^5} + 3x^2y\sqrt{64y^3} - 5\sqrt{36x^5y^5}$.

93. Выполните умножение:

1) $(\sqrt{99} - \sqrt{44})\sqrt{11}$; 5) $(\sqrt{14} - \sqrt{10})(\sqrt{14} + \sqrt{10})$;
 2) $(4\sqrt{6} - \sqrt{54} + \sqrt{18})\sqrt{6}$; 6) $(3\sqrt{a} + 7\sqrt{b})(3\sqrt{a} - 7\sqrt{b})$;
 3) $(12 - \sqrt{7})(3 + 2\sqrt{7})$; 7) $(\sqrt{3x} + \sqrt{22y})^2$;
 4) $(5\sqrt{2} + 6\sqrt{3})(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$; 8) $(4\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2$.

94. Упростите выражение:

1) $(3\sqrt{6} + 5\sqrt{8} - 4\sqrt{32})\sqrt{2} - \sqrt{108}$;

2) $(7 - 4\sqrt{3})^2 + (4 + 3\sqrt{3})^2$;

3) $(9\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} - 9\sqrt{5}) - (6\sqrt{10} - 2\sqrt{5})^2$.

95. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 11}{x + \sqrt{11}}$;

4) $\frac{17 - \sqrt{17}}{\sqrt{17}}$;

2) $\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$;

5) $\frac{m - 2\sqrt{mn} + n}{m - n}$, если $m > 0$, $n > 0$;

3) $\frac{a + 3\sqrt{a}}{a - 9}$;

6) $\frac{\sqrt{21} - 3}{7 - \sqrt{21}}$.

96. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{a}{\sqrt{b}}$;

5) $\frac{x - 3}{\sqrt{x - 3}}$;

9) $\frac{x - 4}{\sqrt{x + 5} - 3}$;

2) $\frac{5}{x\sqrt{x}}$;

6) $\frac{1}{\sqrt{26} - 1}$;

10) $\frac{x^2 + 4x}{\sqrt{x + 8} - 2}$;

3) $\frac{6}{\sqrt{17}}$;

7) $\frac{35}{\sqrt{37} + \sqrt{2}}$;

11) $\frac{x^2 - 16}{3 - \sqrt{x + 5}}$;

4) $\frac{12}{\sqrt{6}}$;

8) $\frac{16}{\sqrt{47} - \sqrt{15}}$;

12) $\frac{x}{\sqrt{3 - x} + \sqrt{3 + 2x}}$.

97. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6} + 2}$;

2) $\frac{12}{\sqrt{11} + \sqrt{10} - \sqrt{13}}$.

98. Найдите значение выражения:

1) $\frac{12}{12 - 5\sqrt{6}} - \frac{12}{12 + 5\sqrt{6}}$;

3) $(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2$.

2) $\frac{1}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} + 1} - \frac{1}{\sqrt{7 + \sqrt{24}} - 1}$;

99. Упростите выражение:

1) $\frac{a}{a - 1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}$;

3) $\left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} - \frac{\sqrt{n} - \sqrt{m}}{\sqrt{n}}\right) : \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$;

2) $\frac{a + b}{\sqrt{ab} - b} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$;

$$4) \left(\frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{4x}{4x + 4\sqrt{xy} + y} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}}{4x - y} + \frac{1}{\sqrt{y} - 2\sqrt{x}} \right);$$

$$5) \left(\frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a + \sqrt{ab} + b} \right) : \frac{2\sqrt{ab}}{a + \sqrt{ab} + b}.$$

100. Известно, что $\sqrt{8+a} + \sqrt{3-a} = 4$. Найдите значение выражения $\sqrt{(8+a)(3-a)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

101. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно 4; 5;
- 2) значение аргумента, при котором значение функции равно 2; 2,5.

102. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, укажите, через какие из данных точек проходит этот график: $A(4; 2)$; $B(16; -4)$; $C(0,09; 0,3)$; $D(-100; 10)$; $E(12,25; 3,5)$.

103. Сравните числа:

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|--------------------------|
| 1) $\sqrt{68}$ и $\sqrt{73}$; | 3) 4 и $\sqrt{17}$; | 5) 24 и $\sqrt{576}$; |
| 2) $\sqrt{2,9}$ и $\sqrt{2,1}$; | 4) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ и 1; | 6) -8 и $-\sqrt{63}$. |

104. Сравните:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1) $6\sqrt{5}$ и $5\sqrt{6}$; | 3) $0,3\sqrt{3\frac{1}{3}}$ и $\sqrt{0,5}$; |
| 2) $\sqrt{38}$ и $2\sqrt{10}$; | 4) $\frac{2}{5}\sqrt{62\frac{1}{2}}$ и $\frac{4}{3}\sqrt{5\frac{5}{8}}$. |

105. Расположите в порядке возрастания числа 7; $\sqrt{46}$; 6,8; $\sqrt{50}$; 7,2.

106. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 2$ и укажите координаты точки их пересечения.

107. Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:

- | | | | |
|--------------|----------------|---------------|----------------|
| 1) $y = 3$; | 2) $y = 0,7$; | 3) $y = -4$; | 4) $y = 300$. |
|--------------|----------------|---------------|----------------|

108. При каких значениях x выполняется неравенство:

- | | | |
|------------------------|---------------------|-----------------------------|
| 1) $\sqrt{x} \geq 4$; | 2) $\sqrt{x} < 3$; | 3) $7 < \sqrt{x} \leq 10$? |
|------------------------|---------------------|-----------------------------|

109. Укажите два последовательных целых числа, между которыми находится число: 1) $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{34}$; 3) $\sqrt{0,93}$; 4) $-\sqrt{63,25}$.

110. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

1) 7 и $\sqrt{102}$; 2) $\sqrt{6}$ и $\sqrt{93}$; 3) $-\sqrt{29}$ и $-4,2$; 4) $-\sqrt{37}$ и $3,4$.

111. Упростите выражение:

1) $\sqrt{(4-\sqrt{3})^2}$;

4) $\sqrt{(8-\sqrt{11})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{11})^2}$;

2) $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$;

5) $\sqrt{(\sqrt{23}-7)^2} - \sqrt{(\sqrt{23}-3)^2}$.

3) $\sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{8})^2}$;

112. Упростите выражение:

1) $\sqrt{27+10\sqrt{2}}$;

5) $\sqrt{14+2\sqrt{48}} + \sqrt{14-2\sqrt{48}}$;

2) $\sqrt{14-2\sqrt{13}}$;

6) $\sqrt{6-\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$;

3) $\sqrt{25+4\sqrt{21}} + \sqrt{70-14\sqrt{21}}$;

7) $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$.

4) $\sqrt{31-8\sqrt{15}} - \sqrt{105-20\sqrt{5}}$;

113. Упростите выражение:

1) $\sqrt{(\sqrt{a}+2)^2} - 8\sqrt{a} + \sqrt{(\sqrt{a}-1)^2} + 4\sqrt{a}$;

2) $\sqrt{a+2\sqrt{a+1}} + 2 + \sqrt{a-2\sqrt{a+1}} + 2$.

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

114. Составьте квадратное уравнение, у которого:

1) старший коэффициент равен 5, второй коэффициент равен 6, а свободный член равен 1;

2) старший коэффициент равен $\frac{1}{8}$, второй коэффициент равен 0, а свободный член равен -9 .

115. Какие из чисел 1; 0; 3; -2 ; -8 являются корнями уравнения $x^2 + 7x - 8 = 0$?

116. При каком значении a число 3 является корнем уравнения $x^2 + ax - 51 = 0$?

117. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll} 1) 5x^2 - 20 = 0; & 3) 3x^2 - 18 = 0; & 5) 49x^2 - 9 = 0; \\ 2) x^2 + 7x = 0; & 4) 3x^2 - 24x = 0; & 6) x^2 + 25 = 0. \end{array}$$

118. Решите уравнение:

$$\begin{array}{l} 1) (2x - 3)(5x + 1) - (x - 6)(x + 6) + 13x = 0; \\ 2) (2x - 7)^2 - 7(7 - 4x) = 0; \\ 3) (x - 5)^2 + 5(2x - 1) = 0. \end{array}$$

Формула корней квадратного уравнения

119. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 + 5x - 14 = 0; & 5) x^2 + 6x - 2 = 0; \\ 2) x^2 - 14x + 40 = 0; & 6) 3x^2 - 4x - 5 = 0; \\ 3) 3y^2 - 13y + 4 = 0; & 7) 25x^2 + 60x + 36 = 0; \\ 4) 12m^2 + m - 6 = 0; & 8) x^2 - 8x + 18 = 0. \end{array}$$

120. Решите уравнение:

$$\begin{array}{l} 1) (4x + 1)(x - 3) = 9; \\ 2) (x + 2)(x - 3) - (2x - 5)(x + 3) = x(x - 5); \\ 3) (6x - 5)^2 + (3x - 2)(3x + 2) = 36; \\ 4) (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - (2x + 5)(4x^2 - 7) = 41 + x^2. \end{array}$$

121. Решите уравнение и найдите сумму и произведение его корней:

$$\begin{array}{ll} 1) 3x^2 - 5x\sqrt{3} + 6 = 0; & 3) \frac{x^2 - 4x}{8} + \frac{x - 3}{5} = \frac{1 - x}{6}; \\ 2) x^2 + x(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{5} = 0; & 4) \frac{3x^2 + 5x}{4} - \frac{7 - 2x}{5} = \frac{3x^2 + 7}{10}. \end{array}$$

122. При каком значении a число $\frac{1}{3}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + ax - 2 = 0$?

123. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 36 см^2 , а одна из сторон на 9 см больше другой.

124. Найдите стороны прямоугольного треугольника, если один из его катетов на 14 см больше другого катета и на 2 см меньше гипотенузы.

125. Найдите стороны прямоугольника, если их разность равна 23 дм , а диагональ прямоугольника — 37 дм .

126. Найдите три последовательных целых числа, если удвоенный квадрат первого из них на 26 больше произведения второго и третьего чисел.

127. Найдите четыре последовательных четных натуральных числа, если утроенное произведение второго и третьего чисел на 344 больше произведения первого и четвертого чисел.

128. Сколько сторон имеет многоугольник, если в нем можно провести 77 диагоналей?

129. При каком значении b имеет единственный корень уравнение:

$$1) 10x^2 + 4x + b = 0;$$

$$4) (b+1)x^2 + x(b+3) + 2 = 0;$$

$$2) 2x^2 + bx + 8 = 0;$$

$$5) (b+5)x^2 + (2b+10)x + 4 = 0?$$

$$3) bx^2 - 3x - 7 = 0;$$

130. Решите уравнение:

$$1) x^2 + (1-5a)x + 4a^2 - a = 0;$$

$$3) a^2x^2 - 3ax + 10 = 0;$$

$$2) x^2 - (3a+4)x + 12a = 0;$$

$$4) (2a-2)x^2 + (a+1)x + 1 = 0.$$

131. Решите уравнение:

$$1) |x^2 - x - 1| = 1;$$

$$3) x|x| + 8x - 7 = 0;$$

$$2) x^2 - |x| - 2 = 0;$$

$$4) ||x^2 - 8x + 4| - 3| = 7.$$

132. Решите уравнение:

$$1) x^2 - 6x + \frac{7}{x-5} = \frac{7}{x-5} - 5;$$

$$2) (\sqrt{x} - 3)(18x^2 - 9x - 5) = 0;$$

$$3) (x^2 + 16x)(\sqrt{x} - 2)(x^2 + 2x - 24) = 0.$$

133. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x^2 + 3x - 10} + \sqrt{x^2 - 10x + 16} = 0;$$

$$2) x^2 - 12x + 36 + |x^2 - 4x - 12| = 0;$$

$$3) \sqrt{4x^2 - 121} + |x^2 + 2x - 63| = 0.$$

Теорема Виета

134. Не решая уравнения, найдите сумму и произведение его корней:

$$1) x^2 + 17x - 38 = 0;$$

$$3) 3x^2 + 8x - 15 = 0;$$

$$2) x^2 - 16x + 4 = 0;$$

$$4) 7x^2 + 23x + 5 = 0.$$

135. Найдите, не вычисляя значения дискриминанта, при каком значении a уравнение

$$1) x^2 + 28x + a = 0; \quad 2) x^2 + ax + 36 = 0$$

имеет единственный корень. Найдите этот корень.

136. При каком значении b корни уравнения $x^2 + bx - 7 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

137. Число -12 является корнем уравнения $x^2 + 15x + q = 0$. Найдите значение q и второй корень уравнения.

138. Число 8 является корнем уравнения $x^2 + px - 32 = 0$. Найдите значение p и второй корень уравнения.

139. Число $\frac{2}{3}$ является корнем уравнения $6x^2 + bx - 3 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

140. Число $-0,4$ является корнем уравнения $2x^2 - 1,4x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.

141. Один из корней уравнения $x^2 - 19x + q = 0$ больше другого на 3. Найдите значение q и корни уравнения.

142. Корни уравнения $x^2 + 27x + m = 0$ относятся как 4 : 5. Найдите значение m и корни уравнения.

143. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 3x + m = 0$ удовлетворяют условию $3x_1 - 4x_2 = 37$. Найдите значение m и корни уравнения.

144. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + mx + 27 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 3x_2$. Найдите значение m и корни уравнения.

145. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 9x + 11 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:

$$1) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}; \quad 3) (x_1 - x_2)^2; \quad 5) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2;$$

$$2) x_1^2 + x_2^2; \quad 4) x_1^3 + x_2^3; \quad 6) \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}.$$

146. При каком значении a сумма квадратов корней уравнения $2x^2 + ax - 3 = 0$ равна $\frac{37}{4}$?

147. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + bx + 8 = 0$ удовлетворяют условию $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{9}{64}$. Найдите значение b .

148. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны:

1) 4 и 9;

5) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{1}{6}$;

2) -3 и 8;

6) $3 - \sqrt{31}$ и $3 + \sqrt{31}$;

3) $\frac{2}{3}$ и 5;

7) $\sqrt{7}$ и $-\sqrt{7}$;

4) 0,2 и -6;

8) $-11 - 2\sqrt{3}$ и $-11 + 2\sqrt{3}$.

149. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 1 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 5x - 7 = 0$.

150. Составьте квадратное уравнение, каждый из корней которого в 4 раза больше соответствующего корня уравнения:

$$2x^2 - 13x + 5 = 0.$$

Квадратный трехчлен

151. Найдите корни квадратного трехчлена:

1) $x^2 + x - 12$;

4) $7x^2 - 96x - 28$;

7) $4x^2 - 28x + 49$;

2) $x^2 - 2x - 35$;

5) $x^2 - 10x + 18$;

8) $x^2 + 3x + 5$.

3) $3x^2 + 16x + 5$;

6) $16x^2 + 24x + 3$;

152. Разложите на множители квадратный трехчлен:

1) $a^2 - 13a + 22$;

5) $-\frac{1}{6}x^2 - \frac{3}{2}x + 6$;

2) $-b^2 + 2b + 24$;

6) $m^2 - 6m - 1$;

3) $100c^2 - 50c + 6$;

7) $4x^2 - 20x + 25$;

4) $\frac{1}{3}y^2 + \frac{2}{3}y - 5$;

8) $-3x^2 + 7x - 2$.

153. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$;

4) $\frac{36a^2 - 12a + 1}{6a^2 + 11a - 2}$;

7) $\frac{25 - x^2}{35 - 2x - x^2}$;

2) $\frac{2x + 10}{x^2 + x - 20}$;

5) $\frac{m^2 + 8m - 9}{m^2 + 12m + 27}$;

8) $\frac{y^2 - 8y + 12}{12y - y^2 - 20}$;

3) $\frac{2x^2 + 9x - 18}{4x^2 - 9}$;

6) $\frac{b^3 - 27}{5b^2 - 16b + 3}$;

9) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{3 - x - 4x^2}$.

154. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}; \quad 2) y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

155. Упростите выражение:

$$1) \frac{3y^2 - 12}{2y^2 - 15y + 18} \cdot \frac{6 - y}{y + 2} + \frac{y}{3 - 2y};$$

$$2) \frac{y + 20}{4y^3 - 16y} : \left(\frac{y - 2}{6y^2 + 11y - 2} - \frac{4}{4 - y^2} \right);$$

$$3) \left(\frac{4a}{a^2 - 3a + 2} + \frac{2}{a^2 - 1} \right) : \frac{2a + 4}{a^2 - a - 2} - \frac{a}{a - 1}.$$

156. Разложите на множители трехчлен:

$$1) x^2 - 2xy - 63y^2; \quad 2) 2a^2 + 7ab + 3b^2; \quad 3) 3m^2 + 11mn - 4n^2.$$

157. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a^2 - a - 56)x = a^2 - 64;$$

$$2) (a^2 + 5a - 24)x = 2a^2 - 5a - 3.$$

Решение уравнений, приводимых к квадратным

158. Решите уравнение:

$$1) x^4 - 50x^2 + 49 = 0; \quad 4) x^4 + 37x^2 + 36 = 0;$$

$$2) x^4 - 9x^2 + 20 = 0; \quad 5) 4x^4 - 13x^2 + 3 = 0;$$

$$3) x^4 - 5x^2 - 36 = 0; \quad 6) 3x^4 - 8x^2 - 3 = 0.$$

159. Решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 + 8x}{x + 10} = \frac{20}{x + 10}; \quad 5) \frac{14}{x^2 - 2x} - \frac{21}{x^2 + 2x} = \frac{5}{x};$$

$$2) \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 4} = \frac{2x - 2}{x^2 - 4}; \quad 6) \frac{x + 5}{x - 2} - \frac{5}{x - 5} = \frac{x - 20}{(x - 5)(x - 2)};$$

$$3) \frac{5x + 3}{x + 5} = \frac{3x + 1}{x + 2}; \quad 7) \frac{1}{x + 6} + \frac{3}{x^2 - 6x} = \frac{72}{x^3 - 36x};$$

$$4) \frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{4}; \quad 8) \frac{3}{x - 2} - \frac{13}{x^2 + 2x + 4} = \frac{26 + 11x}{x^3 - 8}.$$

160. Решите уравнение, используя метод замены переменной:

$$1) (x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0;$$

$$2) (x+5)^4 - 6(x+5)^2 - 7 = 0;$$

$$3) (x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 = 0;$$

$$4) (x^2 + 4x - 4)^2 - 9x^2 - 36x + 44 = 0;$$

$$5) (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12;$$

$$6) 3(x^2 + 5x + 1)^2 + 2x^2 + 10x = 3;$$

$$7) (x^4 - 5x^2)^2 - 2(x^4 - 5x^2) = 24;$$

$$8) (x^2 + 8x)(x^2 + 8x - 6) = 280.$$

161. Решите уравнение, используя метод замены переменной:

$$1) \frac{x-3}{x+2} + \frac{x+2}{x-3} = 4\frac{1}{4};$$

$$2) \frac{x-1}{x} - \frac{3x}{2(x-1)} = -\frac{5}{2};$$

$$3) \frac{3x+4}{x-2} - \frac{6(x-2)}{3x+4} = 1;$$

$$4) \frac{x^2}{(2x+3)^2} - \frac{3x}{2x+3} + 2 = 0;$$

$$5) \frac{x^2 - x - 1}{x} - \frac{6x}{x^2 - x - 1} = 5;$$

$$6) \frac{4x}{x^2 - 3x - 6} - \frac{x^2 - 3x - 6}{2x} = 1;$$

$$7) \frac{3x^2 - 9x}{2} - \frac{12}{x^2 - 3x} = 3;$$

$$8) \frac{1}{x^2 - 2x + 3} + \frac{2}{x^2 - 2x + 4} = \frac{6}{x^2 - 2x + 5};$$

$$9) x^2 - 4x + 6 + \frac{21}{x^2 - 4x + 10} = 0;$$

$$10) 2x^2 + 4x + 3 - \frac{5}{x^2 + 2x + 3} = 0.$$

162. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 5x + 6}{x - a} = 0;$$

$$3) \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x - 2} = 0.$$

$$2) \frac{x - a}{x^2 - 5x + 6} = 0;$$

163. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - ax + 2}{x - 3} = 0$ имеет единственный корень?

164. Решите уравнение:

$$1) x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0;$$

$$2) \frac{4}{x^2} + \frac{x^2}{9} + 4\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{x}\right) + \frac{8}{3} = 0;$$

$$3) (x^2 - x)^2 - 10x(x^2 - 1) + 9x^2 = 0;$$

$$4) (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 2) - 2(x + 2)^2 = 0.$$

Решение задач с помощью рациональных уравнений

165. Числитель обыкновенной дроби на 7 меньше ее знаменателя. Если числитель этой дроби уменьшить на 1, а знаменатель увеличить на 4, то дробь уменьшится на $\frac{1}{6}$. Найдите данную дробь.
166. Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому 120 км он проезжает на 2 ч быстрее, чем второй велосипедист. Найдите скорость каждого велосипедиста.
167. Турист планировал пройти 24 км за некоторое время. Увеличив запланированную скорость движения на 1 км/ч, он преодолел намеченный путь на 2 ч быстрее. За какое время планировал турист пройти 24 км?
168. Из пункта A в пункт B автомобиль ехал по шоссейной дороге длиной 210 км, а из пункта B в пункт A возвращался по грунтовой дороге длиной 200 км, потратив на обратный путь на 1 ч больше, чем на путь из A в B . Найдите, с какой скоростью ехал автомобиль по грунтовой дороге, если по шоссе его скорость на 20 км/ч больше, чем по грунтовой дороге.

169. Поезд должен был пройти 1200 км. После того, как он преодолел $\frac{2}{3}$ пути, его задержали на 3 ч. Чтобы прибыть в пункт назначения вовремя, он увеличил скорость движения на 30 км/ч. Найдите начальную скорость движения поезда.
170. Теплоход прошел 170 км по течению реки на 2 ч быстрее, чем 210 км против течения. Найдите скорость течения, если собственная скорость теплохода равна 32 км/ч.
171. Лодка прошла 20 км по течению реки и 16 км против течения, потратив столько времени, сколько ей требуется, чтобы пройти 39 км по озеру. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения равна 3 км/ч.
172. Для перевозки 60 т груза планировали использовать некоторое количество машин. Так как на каждую машину погрузили на 0,5 т меньше, чем планировали, то дополнительно пришлось заказать еще 4 машины. Сколько машин планировалось использовать первоначально?
173. Двое рабочих, работая вместе, выполнили производственное задание за 12 ч. За сколько часов может выполнить это задание каждый рабочий, работая самостоятельно, если один из них может это сделать на 7 ч быстрее другого?
174. Первая бригада работала на ремонте дороги 3 ч, после чего к ней присоединилась вторая бригада. Через $1\frac{1}{5}$ ч после начала работы второй бригады было отремонтировано $\frac{5}{6}$ дороги. За сколько часов может отремонтировать дорогу каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде для этого требуется на 9 ч больше, чем первой?
175. Сплав меди и цинка, содержащий 5 кг цинка, сплавляли с 15 кг цинка. Полученный сплав содержит на 30 % меди меньше, чем исходный. Сколько килограммов меди содержит полученный сплав?

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 2

Повторение

1. Представьте в виде степени выражение:

1) $(y^4)^3$; 4) $(m^5)^4$; 7) $(-a^5)^3 \cdot (-a^4)^7 : a^{12}$;

2) $(-x^6)^2$; 5) $((a^7)^3)^2$; 8) $a^{32} : (a^9)^3 \cdot a$.

3) $m^5 m^4$; 6) $(a^6)^3 \cdot (a^2)^4$;

2. Упростите выражение:

1) $(x+2)(x-5) - 3x(1-2x)$;

2) $(a+3)(a-2) + (a-3)(a+6)$;

3) $(x-7)(3x-2) - (5x+1)(2x-4)$;

4) $(5x-2y)(3x+5y) - (2,5x-3y)(4x+8y)$;

5) $(3a^2+5y)(2a^3+y) - 7a^3(a^2-3y)$.

3. Упростите выражение:

1) $(5x-3y)(5x+3y) + (3x-5y)(3x+5y)$;

2) $(x-2)^2 + (x-1)(x+1)$;

3) $(3a-2b)(3a+2b) - (a+3b)^2$;

4) $(y-4)(y+3) + (y+1)^2 - (7-y)(7+y)$.

4. Разложите на множители:

1) $6a-9b$;

7) $24x^2y+36xy^2$;

2) $4x-xy$;

8) $-4x^8+18x^{15}$;

3) $5ab-5ac$;

9) $3x^4-6x^3+9x^5$;

4) $3m^2-6mn$;

10) $8ab^3-12a^2b-24a^2b^2$;

5) a^7+a^4 ;

11) $18y^5-12xy^2+9y^3$;

6) $15ab^2-5ab$;

12) $-14ab^3c^2-21a^2bc^2-28a^3b^2c$.

5. Разложите на множители:

1) $ab-ac+yb-yc$;

4) $x^7-x^3+4x^4-4$;

2) $3x+3y-bx-by$;

5) $6m^2n-3m^2+2mn-m$;

3) $4n-nc-4+c$;

6) $4a^4-5a^3y-8a+10y$;

$$7) a^3b^2 - a^2 + a^2b^2 - a; \quad 8) xa - xb^2 - ya + zb^2 - za + yb^2.$$

6. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

$$\begin{array}{ll} 1) a^2 - 14a + 49; & 5) x^{10} - 6x^5b + 9b^2; \\ 2) 25y^2 + 10y + 1; & 6) 36m^6 + n^{12} + 12m^3n^6; \\ 3) 100a^2 - 180ab + 81b^2; & 7) \frac{1}{196}x^8 - 2x^4y^2 + 196y^4; \\ 4) 16m^2 + 49n^2 - 56mn; & 8) \frac{81}{16}a^6 - 9a^3b^2 + 4b^4. \end{array}$$

7. Разложите на множители:

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 - 25; & 6) a^8 - x^4; \\ 2) 36 - 16y^2; & 7) 0,04b^4 - a^{12}; \\ 3) 4x^2 - 81y^2; & 8) 1,69y^{14} - 900z^8; \\ 4) 0,09l^2 - 121p^2; & 9) -1 + 36a^6b^4; \\ 5) a^2b^2 - \frac{16}{9}; & 10) 1\frac{24}{25}m^6n^4 - 1\frac{9}{16}a^2b^8. \end{array}$$

8. Разложите на множители:

$$\begin{array}{ll} 1) 27 - x^3; & 4) 216 - m^3n^3; \\ 2) a^3 + 64; & 5) b^9 + a^{12}; \\ 3) 8x^3 - y^3; & 6) 343a^6b^{15} - 0,008x^9y^3. \end{array}$$

9. Разложите на множители:

$$\begin{array}{ll} 1) 14 - 14m^2; & 6) -3a^4 - 12a^3 - 12a^2; \\ 2) 3a - 3a^3; & 7) 2a^3 + 54b^6; \\ 3) 7x^5 - 7xy^2; & 8) x^3 - yx - x^2 + yx^2; \\ 4) 5x^2y^2 - 45a^2b^2; & 9) a + 5b + a^2 - 25b^2; \\ 5) 3x^2 - 24xy + 48y^2; & 10) ac^6 - ac^4 - c^6 + c^4. \end{array}$$

Рациональные дроби

10. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{3m-n}{4m-5n}, \text{ если } m = -2, n = 1; \\ 2) \frac{y^2+2y}{3y-1}, \text{ если } y = 0,4. \end{array}$$

11. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- | | | |
|------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $2x - 3$; | 6) $\frac{7}{b+2} - \frac{5b}{b-5}$; | 11) $\frac{2}{2 + \frac{2}{x}}$; |
| 2) $\frac{2a+5}{3}$; | 7) $\frac{3}{x^4+1}$; | 12) $\frac{3}{3 - \frac{3}{x}}$; |
| 3) $\frac{-12}{y}$; | 8) $\frac{x+1}{ x +3}$; | 13) $\frac{8}{x(x+1)}$; |
| 4) $\frac{11}{12-c}$; | 9) $\frac{5}{x^2-9}$; | 14) $\frac{x+2}{(x+3)(x-1)}$; |
| 5) $\frac{x-5}{x+5}$; | 10) $\frac{5}{ x -2}$; | 15) $\frac{x+3}{x^2-4x+4}$? |

12. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную x , допустимыми значениями которой являются:

- 1) все числа, кроме 9;
- 2) все числа, кроме 2 и 3;
- 3) все числа, кроме $-1, 0$ и 1 ;
- 4) все числа.

13. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной b значения дроби:

- 1) $\frac{14b - b^2 - 50}{b^2 + 2b + 1}$ отрицательные; 2) $\frac{b^2 - 16b + 64}{b^6 + 1}$ неотрицательные.

Основное свойство рациональной дроби

14. Сократите дробь:

- | | | |
|-------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{16m}{18n}$; | 3) $\frac{16p^3}{48p^5}$; | 5) $\frac{32a^5b^3}{44a^4b^7}$; |
| 2) $\frac{14ab}{2at}$; | 4) $\frac{4mn^2q}{28m^2nq^3}$; | 6) $\frac{34x^8y^6}{51x^6y^8}$. |

15. Сократите дробь:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{5a+20m}{5a}$; | 3) $\frac{x^2-36}{4x+24}$; | 5) $\frac{a^2-64}{a^2+16a+64}$; |
| 2) $\frac{2p-14q}{3p-21q}$; | 4) $\frac{10x^2-2x}{3-15x}$; | 6) $\frac{m^6-m^4}{m-m^3}$; |

7) $\frac{9x^2 + 12xy + 4y^2}{9x^2 - 4y^2}$;

9) $\frac{bx + by + 2x + 2y}{4 - b^2}$;

8) $\frac{m^3 - 125}{4m - 20}$;

10) $\frac{4m^2 - 4m + 4}{12m^3 + 12}$.

16. Найдите значение выражения:

1) $\frac{x^7 y^4 + x^5 y^6}{x^5 y^4}$, если $x = 0,6$, $y = -0,8$;

2) $\frac{5x^3 - 125x}{2x^3 - 20x^2 + 50x}$, если $x = 6$;

3) $\frac{(4x + 4y)^2}{4x^2 - 4y^2}$, если $x = 0,2$, $y = -0,6$;

4) $\frac{18x^2 - 48xy + 32y^2}{9x - 12y}$, если $4y - 3x = -0,2$.

17. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^3}$ к знаменателю b^7 ;

2) $\frac{x}{5y}$ к знаменателю $35y^3 z^2$;

3) $\frac{4}{9m^2 n}$ к знаменателю $54m^3 n^6$;

4) $\frac{8}{x-1}$ к знаменателю $7x-7$;

5) $\frac{3}{b-5}$ к знаменателю $b^2 - 5b$;

6) $\frac{x-2}{x+6}$ к знаменателю $x^2 - 36$.

18. Постройте график функции:

1) $y = \frac{2x}{x}$;

3) $y = -x + \frac{x-2}{x-2}$;

5) $y = \frac{x+1}{|x+1|}$.

2) $y = \frac{x+1}{x+1}$;

4) $y = \frac{x+2}{x+2} + 2x$;

19. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}; \quad 3) y = \frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x - 4}; \quad 5) y = \frac{x^2 - 1}{|x| - 1}.$$

$$2) y = \frac{(3 - x)^4}{(x - 3)^3}; \quad 4) y = \frac{4x^2 - 20x + 25}{2x - 5} - \frac{x^2 - 3x}{x};$$

20. Решите уравнение:

$$1) \frac{x + 4}{x + 4} = 1; \quad 2) \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4.$$

21. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a - 1)x = 2; \quad 3) (a + 3)x = a^2 + 6a + 9;$$

$$2) (a - 2)x = a - 2; \quad 4) (a^2 - 16)x = a + 4.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с одинаковыми знаменателями**

22. Представьте в виде дроби выражение:

$$1) \frac{5b}{14} + \frac{9b}{14}; \quad 4) \frac{4c - 3d}{cd} - \frac{c - 3d}{cd};$$

$$2) \frac{9m}{7n} - \frac{2m}{7n}; \quad 5) \frac{6x}{x^2 - 16} - \frac{24}{x^2 - 16};$$

$$3) \frac{5x - 3y}{8z} + \frac{3x - 13y}{8z}; \quad 6) \frac{m^2 + 10m}{9 - m^2} - \frac{4m - 9}{9 - m^2}.$$

23. Упростите выражение:

$$1) \frac{a - 2}{a - 1} - \frac{a}{1 - a}; \quad 3) \frac{(2a + 1)^2}{3a - 6} + \frac{2a^2 + 4a + 9}{6 - 3a};$$

$$2) \frac{3y + 7}{4 - y} + \frac{y + 15}{y - 4}; \quad 4) \frac{25 - 3x}{(x - 5)^2} - \frac{7x - x^2}{(5 - x)^2}.$$

24. Представьте данную дробь в виде суммы целого и дробного выражений:

$$1) \frac{m - 3}{m}; \quad 2) \frac{a^2 - 2a + 7}{a - 2}; \quad 3) \frac{y^2 + 5y - 3}{y + 2}.$$

25. Найдите все натуральные значения n , при которых является целым числом значение выражения:

$$1) \frac{7n^2 + 3n - 15}{n}; \quad 2) \frac{2n^3 - 7n^2 - 48}{n^2}; \quad 3) \frac{12n + 7}{4n - 3}.$$

**Сложение и вычитание рациональных дробей
с разными знаменателями**

26. Выполните сложение и вычитание дробей:

1) $\frac{3}{m} + \frac{5}{n}$;

4) $\frac{6t}{5xy} + \frac{4k}{3xy^2} - \frac{7}{4x^2y}$;

2) $\frac{4}{x} - \frac{3}{xy}$;

5) $\frac{2n-5m}{m} - \frac{6n^2+5m^2}{mn}$;

3) $\frac{7}{9ab} - \frac{13}{12ab}$;

6) $\frac{6x^2-3x+2}{xy^2} - \frac{3x+x^2-2}{xy}$.

27. Выполните действия:

1) $\frac{x+4}{2(x-3)} - \frac{x+1}{x-3}$;

4) $\frac{4b}{3b-21} + \frac{3b}{14-2b}$;

2) $\frac{a+3}{3a-3} + \frac{2-a}{5a-5}$;

5) $\frac{3p}{3p+2q} - \frac{9p^2}{9p^2+12pq+4q^2}$;

3) $\frac{x+5}{x-5} - \frac{x-1}{x+5}$;

6) $\frac{4}{c^2-36} - \frac{2}{c^2-6c}$.

28. Представьте в виде дроби выражение:

1) $x - \frac{1}{x}$;

3) $6 - \frac{3a+6c}{c}$;

5) $\frac{m^2-n^2}{m+3n} + m - 3n$;

2) $\frac{4}{y^3} + \frac{5}{y} - 7$;

4) $\frac{5b+1}{b+2} - 4$;

6) $x - \frac{9}{x-3} - 3$.

29. Упростите выражение:

1) $\frac{2y^2-5xy}{x^2-4y^2} - \frac{x}{2y-x} - \frac{y}{x+2y}$;

2) $\frac{x-1}{2x-6} - \frac{1}{x} - \frac{3(x-1)}{2x^2-6x}$;

3) $\frac{m+2}{4m^2-16m+16} - \frac{1}{3m-6}$;

4) $\frac{2a+3}{a^2-4a+4} - \frac{5}{a^2-4} - \frac{2a-3}{a^2+4a+4}$;

5) $\frac{a+2}{a^2+2a+4} - \frac{1}{a-2} + \frac{2(a^3+a-4)}{a^3-8}$.

30. Докажите тождество:

$$\frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x-1)} = \frac{3}{x^2-1}.$$

Умножение и деление рациональных дробей.

Возведение дроби в степень

31. Выполните умножение:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{3x}{y} \cdot \frac{y}{15x}; & 3) \frac{26x^7}{51y^5} \cdot \frac{34y^3}{39x^4}; & 5) \frac{25k^6}{11p^3} \cdot 44p^9; \\ 2) \frac{mn^3}{24p} \cdot \left(-\frac{6p}{m^2n}\right); & 4) 20m^6 \cdot \frac{3x^3}{5m^9}; & 6) \frac{3x^3y^2}{8tu^4} \cdot \frac{6xt^3}{27y^4u} \cdot \frac{18ty^2}{4x^2u}. \end{array}$$

32. Выполните умножение:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2xy-y^2}{3} \cdot \frac{9x}{y}; & 3) \frac{x^2-25}{x^2-6x} \cdot \frac{x^2-36}{x^2+5x}; \\ 2) \frac{a^2-2ab}{a^2+3ab} \cdot \frac{a^2b+3ab^2}{a^3-2a^2b}; & 4) \frac{4a^2-24a+36}{7a^2-7a+7} \cdot \frac{a^3+1}{5a^2-45}. \end{array}$$

33. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{a^7}{b^2}\right)^3; & 3) \left(-\frac{7x^2b^3}{2y^4z^5}\right)^3; \\ 2) \left(-\frac{4m^2}{5n}\right)^2; & 4) \left(-\frac{3a^4b^3}{8m^5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2m^2}{3a^3b^2}\right)^3. \end{array}$$

34. Выполните деление:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{32a^5}{15y^3} : \frac{4a^3}{45y^4}; & 4) \frac{72a^5b^4}{25y^8} : (24a^7b^9); \\ 2) \frac{16x^2y^5}{15m^4n^7} : \left(-\frac{6x^3y^8}{35m^6n^4}\right); & 5) \frac{7x^4y^{13}}{18m^2n^5} : \frac{35x^5y^8}{22m^4n^8} : \frac{11y^2n^9}{9xm^4}; \\ 3) 54p^{10}n^{17} : \frac{27p^{12}n^{14}}{22a^6}; & 6) \left(-\frac{3m^2n^3}{4b^4}\right)^3 : \left(-\frac{3m^3n}{b^6}\right)^4. \end{array}$$

35. Выполните деление:

$$1) \frac{x^2-9y^2}{16x^2-9y^2} : \frac{x^2+6xy+9y^2}{16x^2-24xy+9y^2}; \quad 2) \frac{a^2-4a}{36a^2-1} : \frac{a^4-64a}{36a^2-12a+1};$$

$$3) \frac{a^3 - b^{12}}{4a^6 - 36b^{12}} : \frac{3a^2 + 3ab^4 + 3b^8}{5a^3 + 15b^6};$$

$$4) \frac{4m^2 + 12mn}{2m^2 + 3n^2} : \frac{7(m + 3n)^2}{4m^4 - 9n^4}.$$

36. Дано: $2x + \frac{1}{x} = 7$. Найдите значение выражения $4x^2 + \frac{1}{x^2}$.

37. Дано: $x^2 + \frac{9}{x^2} = 10$. Найдите значение выражения $x + \frac{3}{x}$.

38. Упростите выражение:

$$1) \frac{x^{3m}}{y^{4n}} : \frac{x^{7m}}{y^{5n}}, \text{ где } m \text{ и } n \text{ — натуральные числа};$$

$$2) \frac{x^{n+2}y^{n-3}}{z^{2n+1}} : \frac{x^{n-1}y^{n+1}}{z^{n-2}}, \text{ где } n \text{ — натуральное число, } n > 3.$$

Тождественные преобразования рациональных выражений

39. Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2 + 27}{9 - a^2};$$

$$2) \left(5x - \frac{10x}{x+1} \right) : \frac{15x - 15}{4x + 4};$$

$$3) \frac{5a}{a+3} + \frac{a-6}{3a+9} : \frac{135}{6a - a^2};$$

$$4) \left(\frac{8b}{b+7} - \frac{15b}{b^2 + 14b + 49} \right) : \frac{8b + 41}{b^2 - 495} + \frac{7b - 49}{b + 7};$$

$$5) \left(\frac{a-b}{a^2 + ab} - \frac{a}{ab + b^2} \right) : \left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a+b} \right);$$

$$6) \frac{x^2 + 5x}{(x-5)^2} : \left(\frac{5}{x+5} + \frac{x^2 + 25}{x^2 - 25} - \frac{5}{5-x} \right);$$

$$7) \frac{a^3 + 27}{a-1} \cdot \left(\frac{a-3}{a^2 - 3a + 9} + \frac{a+9}{a^3 + 27} \right) : \frac{a^2 + a}{a^2 - 1}.$$

40. Докажите тождество:

$$1) \left(\frac{5b}{b+8} - \frac{10b}{b^2+16b+64} \right) : \frac{b+6}{b^2-64} - \frac{4b^2-48b}{b+8} = b;$$

$$2) \left(a+b - \frac{4ab}{a+b} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} \right) = a-b.$$

41. Докажите, что при всех допустимых значениях a значение выражения

$$\frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \left(\frac{4}{4a^2-9} - \frac{6a-9}{8a^3+27} \right)$$

не зависит от значения a .

42. Упростите выражение:

$$1) \frac{1 - \frac{3}{x}}{\frac{6x-9}{x} - x};$$

$$2) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+a}}}.$$

Равносильные уравнения. Рациональные уравнения

43. Являются ли равносильными уравнения:

1) $x+8=2$ и $-4x=24$; 3) $x^4=-1$ и $\frac{5}{x}=0$;

2) $x-5=0$ и $(x-5)(x+5)=0$; 4) $x+4=4+x$ и $\frac{x^2+4}{x^2+4}=1$?

44. Составьте уравнение, равносильное данному:

1) $4x-5=11$; 2) $x^2=36$; 3) $x+2=x-8$.

45. Решите уравнение:

1) $\frac{x-3}{x+1}=0$;

5) $\frac{x+1}{x-4} = \frac{3x+1}{3x-1}$;

2) $\frac{x^2-16}{x+4}=0$;

6) $\frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1$;

3) $\frac{x+2}{x^2-4}=0$;

7) $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{4}{1-4x^2}$;

4) $\frac{5}{x+7} - \frac{3}{x-7} = 0$;

8) $\frac{6}{x^2+x} - \frac{x-6}{x^2-x} + \frac{10}{x^2-1} = 0$.

46. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $\frac{x-1}{x+a}=0$; 2) $\frac{x-a}{x+5}=0$; 3) $\frac{(a-1)(x+a)}{x-3}=0$; 4) $\frac{x-a}{(x-5)(x+6)}=0$.

Степень с целым отрицательным показателем

47. Вычислите:

- 1) 17^{-2} ; 4) $(-3)^{-6}$; 7) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$; 10) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3}$;
 2) 5^{-3} ; 5) 1000^{-1} ; 8) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-2}$; 11) $(0,1)^{-5}$;
 3) $(-2)^{-7}$; 6) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 9) $\left(2\frac{3}{11}\right)^{-1}$; 12) $(1,2)^{-2}$.

48. Найдите значение выражения:

- 1) $5^{-2} + 2^{-3}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-2}$;
 2) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} + 9^{-2} - (-2,6)^0$; 4) $5^{-3} + 10^{-2} - 2^{-4}$.

49. Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными и нулевыми показателями:

- 1) $\frac{3^{-2} a^6 b^{-8} c^{-5}}{5^{-1} m^4 n^{-15} p^{-30}}$; 2) $\frac{7,8^0 x^{-10} y^{-13} z^0}{7^{-3} a^6 b^{-15} c^{-7}}$.

50. Запишите число в стандартном виде и укажите порядок числа:

- 1) 14 000; 3) 0,023; 5) 0,48; 7) $81 \cdot 10^8$;
 2) 560; 4) 0,000009; 6) $670 \cdot 10^4$; 8) $76 \cdot 10^{-3}$.

51. Запишите в виде натурального числа или десятичной дроби число, записанное в стандартном виде:

- 1) $2,9 \cdot 10^4$; 2) $7,8 \cdot 10^{-2}$; 3) $6,4 \cdot 10^{-6}$.

52. Сравните:

- 1) $7,5 \cdot 10^9$ и $3,4 \cdot 10^{10}$; 3) $3,45 \cdot 10^5$ и $0,34 \cdot 10^6$;
 2) $5,8 \cdot 10^{-5}$ и $6,2 \cdot 10^{-6}$; 4) $22,8 \cdot 10^{-9}$ и $0,058 \cdot 10^{-7}$.

53. Десятичная запись некоторого натурального числа состоит из шести цифр. Чему равен порядок этого числа?

Свойства степени с целым показателем

54. Представьте выражение в виде степени или произведения степеней:

- 1) $x^{-10} \cdot x^7$; 3) $x^{-10} \cdot x^{15} \cdot x^{-8}$; 5) $x^3 : x^{-4}$;
 2) $x^8 \cdot x^{-6}$; 4) $x^{-2} : x^6$; 6) $x^{-5} : x^{-12}$;

7) $x^{16} \cdot x^{-25} : x^{12}$;

13) $(x^3 y^{-6})^{-5} \cdot (x^{-6} y^8)^2$;

8) $(x^5)^{-7}$;

14) $\left(\frac{x^{13} y^{-5}}{c^6 m^{-12}}\right)^{-4}$;

9) $(x^{-6})^{-4}$;

10) $(x^2)^{-8} \cdot (x^{-7})^{-4} : (x^{-3})^9$;

15) $\left(\frac{x^8}{y^{-5}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{x^{-4}}{y^8}\right)^{-10}$

11) $(x^4 y^6 z^{-5})^{-9}$;

12) $(xy^{-4})^{-1}$;

55. Найдите значение выражения:

1) $14^6 \cdot 14^{-8}$;

3) $6^{-10} : 6^{-13}$;

5) $(11^{-8})^7 \cdot (11^{-9})^{-6}$;

2) $10^{-16} \cdot 10^{18}$;

4) $2^{-18} \cdot 2^{-12} : 2^{-32}$;

6) $\frac{5^{-6} \cdot (5^{-2})^4}{(5^{-3})^6 \cdot 5^3}$.

56. Найдите значение выражения:

1) $9^{-3} \cdot 3^8$;

3) $10\,000^{-3} : 100^{-4} \cdot 0,1^{-5}$;

5) $\frac{14^6 \cdot 2^{-8}}{28^{-3} \cdot 7^9}$;

2) $32^{-3} : 16^{-3}$;

4) $\frac{25^{-8} \cdot 5^7}{(-125)^{-5} \cdot (-5)^4}$;

6) $\frac{(0,5)^{-5} \cdot 4^{-6}}{8^{-2}}$.

57. Упростите выражение:

1) $\frac{2}{7} a^{-6} b^4 \cdot \frac{21}{32} a^8 b^{-9}$;

7) $(-0,01 a^{-3} b c^{13})^{-2} \cdot (10 b c^{-5})^{-3}$;

2) $0,3 m^{-4} b^6 \cdot 1,3 m^6 b^{-2}$;

8) $2,7 x^{-5} y^4 \cdot (-3 x^{-2} y^{-6})^{-2}$;

3) $4,2 p^{-2} q^6 \cdot (-2,5 p^3 q^{-6})$;

9) $3\frac{4}{7} a^{-6} b^2 \cdot \left(1\frac{3}{7} a^2 b^{-3}\right)^{-2}$;

4) $0,28 a^{-4} b^3 c^{-5} \cdot 1\frac{3}{7} a^7 b^{-16} c^7$;

10) $\left(-\frac{1}{6} a^{-4} b^{-8}\right)^{-4} \cdot (-6 a^3 b^7)^{-3}$;

5) $6 x^{-8} \cdot (-2 x^{-3} y^{-5})^{-3}$;

11) $\frac{13 m^{-10}}{15 n^{-14}} \cdot \frac{45 n^3}{26 m^{-50}}$;

6) $(-m^{-5} n^{-4})^8 \cdot 4 m^{-4} n^{16}$;

12) $\left(\frac{25 a^{-3}}{4 b^{-2}}\right)^{-3} \cdot (25 a^{-8} b^5)^2$.

58. Выполните вычисления и результат запишите в стандартном виде:

1) $(1,8 \cdot 10^{-6}) \cdot (6 \cdot 10^9)$;

2) $(7 \cdot 10^{-2}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-3})$;

3) $\frac{5,6 \cdot 10^5}{7 \cdot 10^6}$;

4) $\frac{1,6 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-2}}$.

59. Упростите выражение:

1) $(x^{-4} + 5)(x^{-4} - 5) - (x^{-4} + 6)^2$;

2) $\frac{x^3 - y^3}{x^{-2} + x^{-1}y^{-1} + y^{-2}}$;

3) $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{2a^{-2} + 2a^{-1}b^{-1}} + \frac{b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}}$;

4) $\frac{m^{-3} - n^{-3}}{m^{-4}} : \frac{m^{-3}n^{-3} - m^{-6}}{m^{-5}}$;

5) $\left(\frac{x^{-2} - y^{-2}}{y^{-2}} + \frac{y^{-2}}{x^{-2} + y^{-2}} \right) \cdot \left(\frac{y}{x} \right)^{-2}$;

6) $\frac{a^{-2} - 1}{a^{-4}} \cdot \frac{a^{-2}b - a^{-2}}{a^{-4} - 1} + \frac{1 - b}{a^{-4} + a^{-2}}$;

7) $\left(\frac{3a^{-4}}{a^{-8} - 10a^{-4} + 25} - \frac{a^{-4}}{a^{-4} - 5} \right) \cdot \frac{25 - a^{-8}}{8 - a^{-4}} - \frac{5a^{-4}}{5 - a^{-4}}$.

Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

60. Функция задана формулой $y = -\frac{18}{x}$. Найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно -2 ; 3 ; $0,4$;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно 6 ;
 -54 ; 40 .

61. Постройте график функции $y = \frac{4}{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

1) значение функции, если значение аргумента равно -2 ; $0,5$;

2) значение аргумента, при котором значение функции равно -8 ;

3) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.

62. Не выполняя построения графика функции $y = \frac{20}{x}$, укажите, через какие из данных точек он проходит: $A(5; 4)$; $B(10; -2)$; $C(-4; -5)$; $D\left(\frac{1}{2}; 40\right)$.

63. Постройте график функции $y = -\frac{3}{|x|}$.

64. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x - 1$ и определите координаты точек их пересечения.

65. Найдите значение m , при котором график функции $y = \frac{m}{x}$ проходит через точку: 1) $A(-3; 4)$; 2) $B\left(\frac{1}{2}; -8\right)$; 3) $C(-0,2; -2,4)$.

66. Постройте график функции:

$$1) y = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 5, & \text{если } x > -2; \end{cases}$$

$$2) y = \begin{cases} 4x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ \frac{3}{x}, & \text{если } -1 < x < 3, \\ x - 2, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

67. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{5x - 20}{x^2 - 4x};$$

$$2) y = \frac{18 - 2x^2}{x^3 - 9x}.$$

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

68. Найдите значение арифметического квадратного корня:

$$1) \sqrt{64}; \quad 2) \sqrt{6400}; \quad 3) \sqrt{0,64}; \quad 4) \sqrt{1\frac{11}{25}}.$$

69. Имеет ли смысл выражение:

$$1) \sqrt{7}; \quad 2) -\sqrt{7}; \quad 3) \sqrt{-7}; \quad 4) \sqrt{(-7)^2}?$$

70. Найдите значение выражения:

$$1) 0,1\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{256}; \quad 4) \sqrt{2\frac{2}{49}} + \sqrt{6\frac{30}{49}} - 0,03\sqrt{40000};$$

$$2) \sqrt{25} \cdot \sqrt{0,04} + \sqrt{3^3 + 22}; \quad 5) \frac{1}{7}\sqrt{196} - \frac{3}{4}\sqrt{484};$$

$$3) 4\sqrt{0,49} - \sqrt{8^2 + 15^2}; \quad 6) \sqrt{225} : \sqrt{6,25} - \sqrt{5,76} \cdot \sqrt{729}.$$

71. Найдите значение выражения:

$$1) (\sqrt{7})^2 - \sqrt{1,21};$$

$$3) 32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{11}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot (7\sqrt{15})^2;$$

$$2) (5\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2;$$

$$4) \sqrt{784} - \left(\frac{1}{7}\sqrt{343}\right)^2;$$

$$5) \frac{4}{7}\sqrt{39,69} + \frac{3}{8}\sqrt{31,36} - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{84}\right)^2;$$

$$6) \frac{1}{14}\sqrt{37^2 - 35^2} + \left(2\sqrt{5\frac{1}{2}}\right)^2 - 0,2\sqrt{2500}.$$

72. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} = 7;$$

$$5) \frac{1}{2}\sqrt{x} + 3 = 0;$$

$$9) \frac{11}{\sqrt{x}} = 22;$$

$$2) \sqrt{x} = \frac{4}{5};$$

$$6) \sqrt{5x} - 6 = 0;$$

$$10) \frac{12}{\sqrt{x-3}} = 4;$$

$$3) \sqrt{x} - 5 = 0;$$

$$7) \sqrt{5x-6} = 0;$$

$$11) \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2;$$

$$4) 3\sqrt{x} - 8 = 0;$$

$$8) \sqrt{5x-6} = 1;$$

$$12) (x+2)\sqrt{x^2-9} = 0.$$

73. Решите уравнение:

$$1) x^2 = 9;$$

$$4) x^2 = -25;$$

$$7) (x-2)^2 = 64;$$

$$2) x^2 = 11;$$

$$5) \frac{3}{8}x^2 = 12;$$

$$8) (x+3)^2 = 20.$$

$$3) (x+1)^2 = 0;$$

$$6) 4x^2 - 21 = 0;$$

74. При каких значениях a имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{a-5};$$

$$3) \sqrt{(a-1)^2};$$

$$5) \sqrt{-a-1};$$

$$2) \sqrt{7-a};$$

$$4) \sqrt{a^6+1};$$

$$6) \sqrt{-(a-1)^{10}}?$$

75. При каком значении a уравнение

$$1) x^2 = a - 2;$$

$$2) (a-1)x^2 = 4$$

а) имеет два корня; б) имеет один корень; в) не имеет корней?

76. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} = a - 1;$$

$$3) \sqrt{a(x-1)} = 0;$$

$$2) (a-1)\sqrt{x} = 0;$$

$$4) (a+2)\sqrt{x} = a+2.$$

Числовые множества

77. Верно ли утверждение:

$$1) 7 \notin N;$$

$$4) 7 \in R;$$

$$7) -3,8 \notin R;$$

$$10) \sqrt{36} \notin Z;$$

$$2) 7 \in Z;$$

$$5) -3,8 \notin N;$$

$$8) \sqrt{5} \in Q;$$

$$11) \sqrt{36} \in N?$$

$$3) 7 \notin Q;$$

$$6) -3,8 \in Q;$$

$$9) \sqrt{5} \notin R;$$

78. Сравните числа:

1) $6,(39)$ и $6,39$;

3) $\frac{1}{3}$ и $0,33$;

2) $-1,(18)$ и $-1,18$;

4) $5,(19)$ и $5,(18)$.

79. Верно ли, что:

1) произведение любого рационального числа и любого иррационального является числом иррациональным;

2) произведение любых двух иррациональных чисел является числом иррациональным?

Свойства арифметического квадратного корня

80. Найдите значение корня:

1) $\sqrt{81 \cdot 16}$;

4) $\sqrt{0,25 \cdot 0,09 \cdot 144}$;

7) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{324}{1225}}$;

2) $\sqrt{0,09 \cdot 25}$;

5) $\sqrt{\frac{16}{121}}$;

8) $\sqrt{4 \frac{33}{64} \cdot 52 \frac{9}{16}}$.

3) $\sqrt{576 \cdot 0,16}$;

6) $\sqrt{6 \frac{19}{25}}$;

81. Найдите значение корня:

1) $\sqrt{12 \cdot 27}$;

2) $\sqrt{72 \cdot 200}$;

3) $\sqrt{2,5 \cdot 16,9}$;

4) $\sqrt{2250 \cdot 1,6}$.

82. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$;

3) $\sqrt{360} \cdot \sqrt{490}$;

5) $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$;

2) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$;

4) $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{1,6}$;

6) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{0,025}}$.

83. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{15,3^2}$;

4) $-3,5\sqrt{(-2)^2}$;

7) $\sqrt{3^6 \cdot 5^4}$;

2) $\sqrt{(-1,12)^2}$;

5) $\sqrt{7^4}$;

8) $\sqrt{6^4 \cdot 4^2}$;

3) $\frac{1}{3}\sqrt{57^2}$;

6) $\sqrt{(-13)^4}$;

9) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (0,3)^4 \cdot (-4)^2}$.

84. Упростите выражение:

1) $\sqrt{m^2}$, если $m \geq 0$;

4) $\sqrt{0,36x^{14}y^{18}}$, если $x \leq 0$, $y \geq 0$;

2) $\sqrt{p^2}$, если $p < 0$;

5) $\frac{1}{3}y\sqrt{81y^6}$, если $y \leq 0$;

3) $\sqrt{25x^2y^{12}}$, если $x \leq 0$;

6) $\frac{\sqrt{m^{14}p^{16}c^{26}}}{m^3p^5c^{11}}$, если $m < 0$, $c > 0$;

$$7) \frac{1,6a^7}{b^3} \sqrt{\frac{b^{22}}{0,64a^{10}}}, \text{ если } b > 0, a < 0;$$

$$8) -0,3x^5 \sqrt{1,69x^{10}y^{12}}, \text{ если } x \leq 0;$$

$$9) \sqrt{289x^{4n}y^{14n}z^{16n}}, \text{ если } y \geq 0.$$

85. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{(a-2)^2};$$

$$2) \sqrt{(x-13)^2}, \text{ если } x \geq 13;$$

$$3) \sqrt{(m+7)^2}, \text{ если } m \leq -7;$$

$$4) (21-y) \sqrt{\frac{529}{(y-21)^2}}, \text{ если } y > 21;$$

$$5) \frac{a^2 - 14a + 49}{a^2 + 3a} \sqrt{\frac{(a+3)^{10}}{(a-7)^2}}, \text{ если } a > 7;$$

$$6) \frac{x^2 - 16}{(x+2)^2} \sqrt{\frac{x^2 + 4x + 4}{(x+4)^2}}, \text{ если } x < -4.$$

86. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x^2} = 4 - x;$$

$$2) \sqrt{x^2} = x - 1.$$

87. Постройте график функции:

$$1) y = \sqrt{x^2} + x - 2, \text{ если } x \geq 0;$$

$$2) y = \sqrt{x^2} + 2x - 1, \text{ если } x \leq 0;$$

$$3) y = \sqrt{x^2} - 3.$$

Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни

88. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$1) \sqrt{56};$$

$$3) \sqrt{800};$$

$$5) \frac{1}{3} \sqrt{288};$$

$$7) -15\sqrt{0,32};$$

$$2) \sqrt{18};$$

$$4) \sqrt{0,72};$$

$$6) -1,2\sqrt{450};$$

$$8) \frac{3}{14} \sqrt{10\frac{8}{9}}.$$

89. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$1) \sqrt{3m^2}, \text{ если } m \geq 0;$$

$$3) \sqrt{50x^8};$$

$$5) \sqrt{-b^{13}};$$

$$2) \sqrt{5n^2}, \text{ если } n \leq 0;$$

$$4) \sqrt{y^{11}};$$

$$6) \sqrt{a^7 b^8};$$

7) $\sqrt{16x^2y}$, если $x \leq 0$;

10) $\sqrt{49a^{10}b^3}$, если $a \geq 0$;

8) $\sqrt{x^7y^7}$, если $x \leq 0, y \leq 0$;

11) $\sqrt{200a^6b^3}$, если $a \leq 0$;

9) $\sqrt{8a^{11}b^6}$;

12) $\sqrt{x^6y^6z}$.

90. Внесите множитель под знак корня:

1) $2\sqrt{7}$;

3) $0,2\sqrt{5}$;

5) $\frac{3}{5}\sqrt{250}$;

7) $-0,1\sqrt{60}$;

2) $3\sqrt{11}$;

4) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$;

6) $-4\sqrt{3}$;

8) $5\sqrt{x}$.

91. Внесите множитель под знак корня:

1) $b\sqrt{3}$;

4) $x\sqrt{y}$, если $x \leq 0$;

2) $x^3\sqrt{-x}$;

5) $mn^2\sqrt{m^3n}$, если $m \leq 0, n \leq 0$;

3) $m\sqrt{m^5}$;

6) $4a\sqrt{\frac{a}{2}}$;

7) $(3-x)\sqrt{\frac{5}{x^2-6x+9}}$, если $x < 3$;

8) $(a+1)(a+4)\sqrt{\frac{7}{a^2+8a+16}}$, если $a < -4$;

9) $(b+7)\sqrt{\frac{1}{b+7}}$;

10) $(x-9)\sqrt{\frac{1}{18-2x}}$.

92. Упростите выражение:

1) $\sqrt{25a} + \sqrt{36a} - \sqrt{49a}$;

2) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{300}$;

3) $3\sqrt{32a} - 5\sqrt{98a} + \sqrt{242a}$;

4) $3a^2\sqrt{25a^5b^7} + 2a^3b\sqrt{81a^3b^5} - 4a^2b^2\sqrt{169a^5b^3}$, если $a \geq 0, b \geq 0$.

93. Выполните умножение:

1) $(\sqrt{63} - \sqrt{28})\sqrt{7}$;

5) $(\sqrt{17} - \sqrt{11})(\sqrt{17} + \sqrt{11})$;

2) $(7\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{75})\sqrt{3}$;

6) $(2\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$;

3) $(6 - \sqrt{5})(2 + 7\sqrt{5})$;

7) $(\sqrt{2a} + \sqrt{13b})^2$;

4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$;

8) $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})^2$.

94. Упростите выражение:

1) $(2\sqrt{3} + 6\sqrt{20} - 7\sqrt{45})\sqrt{5} - \sqrt{60}$;

2) $(5 - 3\sqrt{2})^2 + (4 + 5\sqrt{2})^2$;

3) $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{7}) - (4\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$.

95. Сократите дробь:

1) $\frac{x^2 - 13}{x - \sqrt{13}}$;

4) $\frac{23 + \sqrt{23}}{\sqrt{23}}$;

2) $\frac{\sqrt{x} + 2}{x - 4}$;

5) $\frac{x - 4\sqrt{xy} + 4y}{x - 4y}$, если $x > 0$, $y > 0$;

3) $\frac{b - 5\sqrt{b}}{b - 25}$;

6) $\frac{5 - \sqrt{10}}{\sqrt{10} - 2}$.

96. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{x^2}{\sqrt{y}}$;

5) $\frac{a + b}{\sqrt{a + b}}$;

9) $\frac{x + 6}{\sqrt{x + 10} - 2}$;

2) $\frac{3}{m\sqrt{m}}$;

6) $\frac{1}{\sqrt{11} - 1}$;

10) $\frac{x^2 - 7x}{\sqrt{x - 6} + 1}$;

3) $\frac{4}{\sqrt{15}}$;

7) $\frac{14}{\sqrt{17} + \sqrt{3}}$;

11) $\frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x - 1}}$;

4) $\frac{8}{\sqrt{2}}$;

8) $\frac{15}{\sqrt{43} - \sqrt{13}}$;

12) $\frac{y}{\sqrt{5 + y} + \sqrt{4y + 5}}$.

97. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3} + 1}$;

2) $\frac{10}{\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7}}$.

98. Найдите значение выражения:

1) $\frac{6}{7 - 3\sqrt{5}} - \frac{6}{7 + 3\sqrt{5}}$;

3) $(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}})^2$.

2) $\frac{1}{\sqrt{5 + \sqrt{12}} + 1} - \frac{1}{\sqrt{5 + \sqrt{12}} - 1}$;

99. Упростите выражение:

1) $\frac{c}{c - 4} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} - 2}$;

2) $\frac{a + b}{2a + 2\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$;

$$3) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}} : \left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{y}+\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \right);$$

$$4) \left(\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}}{a+b+2\sqrt{ab}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a}{b-a} \right);$$

$$5) \left(\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}+y} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x-\sqrt{xy}+y}.$$

100. Известно, что $\sqrt{b-1}-\sqrt{8-b}=3$. Найдите значение выражения $\sqrt{(b-1)(8-b)}$.

Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

101. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) значение функции, если значение аргумента равно 9; 7;
- 2) значение аргумента, при котором значение функции равно 3; 3,5.

102. Не выполняя построения графика функции $y = \sqrt{x}$, укажите, через какие из данных точек проходит этот график: $A(9; 3)$; $B(25; -5)$; $C(0,16; 0,4)$; $D(-64; 8)$; $E(30,25; 5,5)$.

103. Сравните числа:

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|------------------------|
| 1) $\sqrt{82}$ и $\sqrt{91}$; | 3) 5 и $\sqrt{26}$; | 5) 21 и $\sqrt{441}$; |
| 2) $\sqrt{5,3}$ и $\sqrt{5,1}$; | 4) $\sqrt{\frac{7}{8}}$ и 1; | 6) -7 и $-\sqrt{48}$. |

104. Сравните:

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1) $3\sqrt{2}$ и $2\sqrt{3}$; | 3) $0,4\sqrt{2\frac{1}{6}}$ и $\sqrt{0,6}$; |
| 2) $\sqrt{43}$ и $3\sqrt{5}$; | 4) $\frac{5}{3}\sqrt{10\frac{4}{5}}$ и $6\sqrt{\frac{5}{6}}$. |

105. Расположите в порядке возрастания числа 8; $\sqrt{62}$; 7,9; $\sqrt{65}$; 8,1.

106. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -0,5x + 4$ и укажите координаты точки их пересечения.

107. Не выполняя построения, найдите координаты точки пересечения графика функции $y = \sqrt{x}$ и прямой:

1) $y = 2$; 2) $y = 0,3$; 3) $y = -5$; 4) $y = 200$.

108. При каких значениях x выполняется неравенство:

1) $\sqrt{x} \geq 2$; 2) $\sqrt{x} < 5$; 3) $6 < \sqrt{x} \leq 11$?

109. Укажите два последовательных целых числа, между которыми находится число: 1) $\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{43}$; 3) $\sqrt{57}$; 4) $-\sqrt{80,25}$.

110. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

1) 9 и $\sqrt{137}$; 3) $-\sqrt{47}$ и $-5,8$;

2) $\sqrt{10}$ и $\sqrt{73}$; 4) $-\sqrt{29}$ и $4,8$.

111. Упростите выражение:

1) $\sqrt{(5 - \sqrt{6})^2}$; 4) $\sqrt{(5 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$;

2) $\sqrt{(\sqrt{5} - 6)^2}$; 5) $\sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$.

3) $\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{6})^2}$;

112. Упростите выражение:

1) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt{100 + 18\sqrt{19}} + \sqrt{100 - 18\sqrt{19}}$;

2) $\sqrt{26 - 6\sqrt{17}}$; 6) $\sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}$;

3) $\sqrt{36 + 10\sqrt{11}} + \sqrt{47 - 12\sqrt{11}}$; 7) $\sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{8 - \sqrt{33 + 20\sqrt{2}}}}$.

4) $\sqrt{87 - 16\sqrt{23}} - \sqrt{39 - 8\sqrt{23}}$;

113. Упростите выражение:

1) $\sqrt{(3 - \sqrt{a})^2 + 12\sqrt{a}} - \sqrt{(1 + \sqrt{a})^2 - 4\sqrt{a}}$;

2) $\sqrt{b - 2\sqrt{b+7}} + 8 + \sqrt{b + 2\sqrt{b+7}} + 8$.

Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений

114. Составьте квадратное уравнение, у которого:

1) старший коэффициент равен -4 , второй коэффициент равен $1,2$, а свободный член равен 11 ;

2) старший коэффициент равен $\frac{5}{6}$, второй коэффициент равен -2 , а свободный член равен 0 .

115. Какие из чисел 2; -3; -5; 1; 3 являются корнями уравнения $x^2 + 2x - 15 = 0$?
116. При каком значении a число 2 является корнем уравнения $x^2 - ax - 25 = 0$?
117. Решите уравнение:
- 1) $3x^2 - 27 = 0$; 3) $5x^2 - 35 = 0$; 5) $64x^2 - 25 = 0$;
2) $x^2 + 11x = 0$; 4) $5x^2 - 30x = 0$; 6) $x^2 + 64 = 0$.
118. Решите уравнение:
- 1) $(x-1)(x-2) + (x+3)(x-3) + 3x + 18 = 0$;
2) $(3x-5)^2 - 5(2-6x) = 0$;
3) $(x-7)^2 + 7(2x-3) = 0$.

Формула корней квадратного уравнения

119. Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 6x - 27 = 0$; 5) $x^2 + 8x - 13 = 0$;
2) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 6) $2x^2 - 4x - 17 = 0$;
3) $10x^2 - 9x + 2 = 0$; 7) $9x^2 + 42x + 49 = 0$;
4) $21x^2 - 2x - 3 = 0$; 8) $x^2 - 10x + 37 = 0$.
120. Решите уравнение:
- 1) $(3x+2)(x-4) = 5$;
2) $(x+1)(x-2) - (4x-3)(x+5) = x(x-9)$;
3) $(5x-3)^2 + (2x-3)(2x+3) = 2$;
4) $(3x+1)(9x^2 - 3x + 1) - (9x^2 + 2)(3x-2) = 16x^2 + 1$.
121. Решите уравнение и найдите сумму и произведение его корней:
- 1) $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3 = 0$; 3) $\frac{3(x^2-1)}{7} - \frac{x+9}{6} = \frac{x+6}{3}$;
2) $x^2 - x(\sqrt{7}-2) - 2\sqrt{7} = 0$; 4) $\frac{4x^2+9x}{8} - \frac{3-x}{3} = \frac{2x^2-5}{5}$.
122. При каком значении a число $\frac{1}{2}$ является корнем уравнения $a^2x^2 + 2ax - 3 = 0$?
123. Найдите периметр прямоугольника, площадь которого равна 84 см^2 , а одна из сторон на 5 см меньше другой.

124. Найдите стороны прямоугольного треугольника, если меньший из его катетов на 18 см меньше гипотенузы, а разность катетов равна 17 см.
125. Найдите стороны прямоугольника, если их сумма равна 79 см, а диагональ прямоугольника — 65 см.
126. Найдите три последовательных четных натуральных числа, если утроенный квадрат второго из них на 72 больше удвоенного произведения первого и третьего чисел.
127. Найдите четыре последовательных нечетных натуральных числа, если произведение второго и третьего чисел на 39 больше утроенной суммы первого и четвертого чисел.
128. Сколько сторон имеет многоугольник, если в нем можно провести 104 диагонали?
129. При каком значении m имеет единственный корень уравнение:
- 1) $6x^2 + 2x - m = 0$;
 - 2) $5x^2 + mx + 12 = 0$;
 - 3) $mx^2 - 4x - 9 = 0$;
 - 4) $(m + 4)x^2 - (m + 5)x + 1 = 0$;
 - 5) $(m - 2)x^2 - (3m - 6)x + 12 = 0$?
130. Решите уравнение:
- 1) $x^2 + (1 - 3a)x + 2a^2 - 2 = 0$;
 - 2) $x^2 - (5a + 7)x + 35a = 0$;
 - 3) $a^2x^2 - 4ax + 5 = 0$;
 - 4) $4(a + 1)x^2 + (a - 3)x - 1 = 0$.
131. Решите уравнение:
- 1) $|x^2 + 5x - 3| = 3$;
 - 2) $x^2 - 2|x| - 8 = 0$;
 - 3) $x|x| + 6x - 5 = 0$;
 - 4) $||x^2 - 6x + 3| - 5| = 2$.
132. Решите уравнение:
- 1) $x^2 - 3x + \frac{4}{x-2} = \frac{4}{x-2} - 2$;
 - 2) $(\sqrt{x} - 4)(12x^2 + 29x - 8) = 0$;
 - 3) $(x^2 + 7x)(\sqrt{x} - 6)(x^2 - 4x - 21) = 0$.
133. Решите уравнение:
- 1) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 + 6x + 5} = 0$;
 - 2) $x^2 - 10x + 25 + |x^2 - 9x + 20| = 0$;
 - 3) $\sqrt{x^2 - 36} + |x^2 + 6x - 16| = 0$.

Теорема Виета

134. Не решая уравнения, найдите сумму и произведение его корней:

1) $x^2 + 8x - 263 = 0$;

3) $5x^2 + 12x - 7 = 0$;

2) $x^2 - 14x + 5 = 0$;

4) $11x^2 + 29x + 3 = 0$.

135. Найдите, не вычисляя значения дискриминанта, при каком значении a уравнение

1) $x^2 + 20x + a = 0$;

2) $x^2 + ax + 25 = 0$

имеет единственный корень. Найдите этот корень.

136. При каком значении m корни уравнения $x^2 + mx - 11 = 0$ являются противоположными числами? Найдите эти корни.

137. Число -7 является корнем уравнения $x^2 - 17x + p = 0$. Найдите значение p и второй корень уравнения.

138. Число 4 является корнем уравнения $x^2 + ax - 24 = 0$. Найдите значение a и второй корень уравнения.

139. Число $-\frac{1}{5}$ является корнем уравнения $10x^2 + kx - 7 = 0$. Найдите значение k и второй корень уравнения.

140. Число $-0,3$ является корнем уравнения $5x^2 - 2,5x + b = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.

141. Один из корней уравнения $x^2 - 16x + n = 0$ меньше другого на 2 . Найдите значение n и корни уравнения.

142. Корни уравнения $x^2 + 16x + a = 0$ относятся как $4 : 3$. Найдите значение a и корни уравнения.

143. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 2x + q = 0$ удовлетворяют условию $2x_1 + 3x_2 = 1$. Найдите значение q и корни уравнения.

144. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + ax + 16 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 = 4x_2$. Найдите значение a и корни уравнения.

145. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 13x + 5 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

3) $(x_1 - x_2)^2$;

5) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$;

2) $x_1^2 + x_2^2$;

4) $x_1^3 + x_2^3$;

6) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$.

146. Сумма квадратов корней уравнения $9x^2 - 3ax - 5 = 0$ равна $\frac{2}{3}$.

Найдите значение a .

147. Корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + x\sqrt{a-1} - 3 = 0$ удовлетворяют условию $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{4}{9}$. Найдите значение a .

148. Составьте квадратное уравнение, корни которого равны:

- | | |
|-----------------------|--|
| 1) 2 и 7; | 5) $-\frac{3}{7}$ и $-\frac{1}{2}$; |
| 2) -4 и 11; | 6) $2 - \sqrt{11}$ и $2 + \sqrt{11}$; |
| 3) $\frac{2}{5}$ и 3; | 7) $\sqrt{13}$ и $-\sqrt{13}$; |
| 4) 0,3 и -5; | 8) $-4 - 3\sqrt{5}$ и $-4 + 3\sqrt{5}$. |

149. Составьте квадратное уравнение, корни которого на 2 больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 3x - 8 = 0$.

150. Составьте квадратное уравнение, каждый из корней которого в 3 раза меньше соответствующего корня уравнения $5x^2 - 18x + 6 = 0$.

Квадратный трехчлен

151. Найдите корни квадратного трехчлена:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $x^2 + 3x - 10$; | 4) $18x^2 - 5x - 2$; | 7) $9x^2 - 30x + 25$; |
| 2) $x^2 - 13x + 40$; | 5) $x^2 - 8x + 5$; | 8) $2x^2 + x + 7$. |
| 3) $6x^2 + x - 1$; | 6) $12x^2 - x - 2$; | |

152. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- | | |
|--|---|
| 1) $a^2 - 18a + 17$; | 5) $-\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 5$; |
| 2) $-x^2 - 4x + 21$; | 6) $n^2 - 5n + 1$; |
| 3) $60y^2 - 20y - 5$; | 7) $9x^2 - 24x + 16$; |
| 4) $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}$; | 8) $-5y^2 + 3y + 14$. |

153. Сократите дробь:

- | | | |
|--------------------------------------|--|---|
| 1) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}$; | 4) $\frac{4a^2 + 12a + 9}{2a^2 + a - 3}$; | 7) $\frac{x^2 - 4}{5x - x^2 - 6}$; |
| 2) $\frac{3x - 9}{x^2 + 4x - 21}$; | 5) $\frac{a^2 + 5a - 14}{a^2 + 8a + 7}$; | 8) $\frac{x^2 + 2x - 15}{4x - x^2 - 3}$; |
| 3) $\frac{3x^2 - x - 2}{9x^2 - 4}$; | 6) $\frac{x^3 + 8}{6x^2 + 11x - 2}$; | 9) $\frac{4x^2 - 7x - 2}{11x - 4x^2 + 3}$. |

154. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2};$$

$$2) y = \frac{5x^2 + 4x - 1}{x + 1} - \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$$

155. Упростите выражение:

$$1) \frac{3y^2 - 10y + 8}{4y^2 - 36} \cdot \frac{y - 3}{y - 2} + \frac{0,25 - y}{y + 3};$$

$$2) \left(\frac{y - 1}{5y^2 - 16y + 3} - \frac{3}{y^2 - 9} \right) : \frac{2y^3 - 26y^2}{5y^2 + 14y - 3};$$

$$3) \left(\frac{6x}{x^2 - x - 2} + \frac{9}{x^2 - 4} \right) : \frac{2x + 1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x + 13}{x - 2}.$$

156. Разложите на множители трехчлен:

$$1) x^2 + xy - 6y^2;$$

$$2) 3a^2 - 10ab + 3b^2;$$

$$3) 6m^2 - mn - n^2.$$

157. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a^2 + 2a - 8)x = a^2 - 4;$$

$$2) (2a^2 - 5a - 3)x = 3a^2 - 10a + 3.$$

Решение уравнений, приводимых к квадратным

158. Решите уравнение:

$$1) x^4 - 5x^2 + 4 = 0;$$

$$4) x^4 + 26x^2 + 25 = 0;$$

$$2) x^4 - 7x^2 - 18 = 0;$$

$$5) 9x^4 - 19x^2 + 2 = 0;$$

$$3) x^4 + 8x^2 - 9 = 0;$$

$$6) 5t^4 + 3t^2 - 2 = 0.$$

159. Решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 9x}{x + 3} = \frac{36}{x + 3};$$

$$5) \frac{42}{x^2 + 5x} - \frac{3}{x^2 - 5x} = \frac{7}{x};$$

$$2) \frac{x^2 + x}{x^2 - 25} = \frac{45 - 3x}{x^2 - 25};$$

$$6) \frac{x}{x + 8} + \frac{x + 8}{x - 8} = \frac{x^2 + x + 72}{x^2 - 64};$$

$$3) \frac{5x - 8}{x - 1} = \frac{14x + 12}{3x + 5};$$

$$7) \frac{3x - 5}{x^2 - 1} = \frac{3x + 2}{x^2 + x} - \frac{6x - 5}{x^2 - x};$$

$$4) \frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x + 6} = \frac{5}{28};$$

$$8) \frac{3}{3x^2 + x} - \frac{4}{9x^2 - 1} = \frac{2}{9x^2 + 6x + 1}.$$

160. Решите уравнение, используя метод замены переменной:

- 1) $(x^2 - 7)^2 + 6(x^2 - 7) - 16 = 0$;
- 2) $(x - 3)^4 - 5(x - 3)^2 + 4 = 0$;
- 3) $(x^2 + 2x)^2 + 27(x^2 + 2x) + 72 = 0$;
- 4) $(x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$;
- 5) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) = -1$;
- 6) $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$;
- 7) $(x^4 + x^2)^2 - x^4 - x^2 = 2$;
- 8) $(x^2 + x - 2)(x^2 + x) = 24$.

161. Решите уравнение, используя метод замены переменной:

- 1) $\frac{x-5}{x+3} + \frac{x+3}{x-5} = -2\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{2x-3}{x+1} + \frac{x+1}{2x-3} = 2$;
- 3) $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$;
- 4) $\frac{x^2}{(3x+1)^2} - \frac{6x}{3x+1} + 5 = 0$;
- 5) $\frac{x^2+2x-2}{x} - \frac{4x}{x^2+2x-2} = 3$;
- 6) $\frac{x^2+x-3}{2} - \frac{3}{2x^2+2x-6} = 1$;
- 7) $\frac{x^2-3x-6}{x} - \frac{8x}{x^2-3x-6} = -2$;
- 8) $\frac{2}{x^2+3x+4} + \frac{3}{x^2+3x+1} = \frac{8}{x^2+3x-2}$;
- 9) $\frac{3}{1+x+x^2} = 3-x-x^2$;
- 10) $\frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6$.

162. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) \frac{x^2 - 3x + 2}{x + a} = 0;$$

$$3) \frac{x^2 - (a-1)x + a - 2}{x - 1} = 0.$$

$$2) \frac{x + a}{x^2 - 3x + 2} = 0;$$

163. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - 2ax + 3}{x - 2} = 0$ имеет единственный корень?

164. Решите уравнение:

$$1) x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4;$$

$$2) x^2 + \frac{16}{x^2} - 3\left(x - \frac{4}{x}\right) - 8 = 0;$$

$$3) (x^2 - 2x + 2)^2 + 3x(x^2 - 2x + 2) = 10x^2;$$

$$4) (x^2 - x)^4 - 5(x^2 - x)^2 x^2 + 6x^4 = 0.$$

Решение задач с помощью рациональных уравнений

165. Знаменатель обыкновенной дроби на 11 больше ее числителя. Если числитель этой дроби увеличить на 1, а знаменатель уменьшить на 2, то дробь увеличится на $\frac{1}{9}$. Найдите данную дробь.

166. Автомобилист проезжает расстояние между двумя городами на 36 мин быстрее, чем мотоциклист. Найдите скорость каждого из них, если скорость автомобиля на 15 км/ч больше скорости мотоциклиста, а расстояние между городами равно 180 км.

167. Поезд задержали на станции на 1 ч. Увеличив после этого скорость на 10 км/ч, он ликвидировал опоздание на перегоне, длина которого 200 км. За какое время поезд должен был проехать данный перегон с первоначальной скоростью?

168. Первые 200 км дороги из пункта A в пункт B автомобиль проехал с некоторой скоростью, а остальные 150 км — со скоростью на 20 км/ч меньшей. Найдите первоначальную скорость, с которой ехал автомобиль, если на весь путь из A в B он потратил 5 ч.

169. Автомобиль должен был проехать 1620 км. После того, как он проехал $\frac{4}{9}$ пути, его задержали на 2 ч. Увеличив скорость на 5 км/ч, автомобиль прибыл в пункт назначения вовремя. С какой скоростью ехал автомобиль после задержки?
170. Теплоход прошел 100 км по течению реки и 64 км против течения, потратив на весь путь 9 ч. Найдите скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.
171. В восемь часов утра от пристани *A* отчалил плот, а в двадцать три часа — теплоход, который догнал плот на расстоянии 72 км от пристани *A*. Найдите скорость течения, если собственная скорость теплохода равна 20 км/ч.
172. На двух станках нужно было обработать по 150 деталей. На первом станке обрабатывали на 5 деталей в час больше, чем на втором. Сколько деталей обрабатывали на каждом станке за 1 ч, если на первом задание выполнили на 1,5 ч быстрее, чем на втором?
173. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За сколько часов может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если одной бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем другой?
174. Первая труба может заполнить бассейн на 24 ч быстрее, чем вторая. Сначала открыли вторую трубу, а через 8 ч — первую. Через 20 ч совместной работы двух труб водой было заполнено $\frac{2}{3}$ бассейна. За сколько часов может заполнить бассейн каждая труба, работая самостоятельно?
175. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавляли с 100 г золота. Полученный сплав содержит на 20 % больше золота, чем исходный. Сколько граммов серебра содержится в сплаве?

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. *Основное свойство рациональной дроби.
Сложение и вычитание рациональных дробей*

1.° При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{8}{x-4}$?

2.° Сократите дробь:

1) $\frac{24a^6b^4}{16a^3b^7}$; 2) $\frac{15x-10xy}{5xy}$; 3) $\frac{m^2-4}{2m-4}$.

3.° Выполните вычитание:

1) $\frac{x-8}{4x^2} - \frac{5-12x}{6x^3}$; 3) $\frac{m^2}{m^2-9} - \frac{m}{m+3}$;

2) $\frac{20}{a^2+4a} - \frac{5}{a}$; 4) $\frac{14p^2}{7p+3} - 2p$.

4.° Упростите выражение:

1) $\frac{a}{a^2-10a+25} + \frac{a+2}{25-a^2}$;

2) $\frac{y+3}{2y+2} - \frac{y+1}{2y-2} + \frac{3}{y^2-1}$;

3) $\frac{2b^2-b}{b^3+1} - \frac{b-1}{b^2-b+1}$.

5.** Постройте график функции $y = \frac{x^2-16}{x-4} - \frac{2x^2-x}{x}$.

Контрольная работа № 2

Тема. *Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных выражений*

1.° Выполните действия:

1) $\frac{56x^3y^4}{z^5} \cdot \left(-\frac{x^2z^4}{16y^6}\right)$; 3) $\frac{3b-3c}{c} \cdot \frac{4c^2}{b^2-c^2}$.

2) $\frac{72a^7b^{16}}{c^{10}} : (24a^3b^{16}c^8)$;

2.° Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{m+7}{m} - \frac{n+7}{n} \right) \cdot \frac{mn}{m^2 - n^2}; \quad 2) \frac{a-2}{a^2} \cdot \frac{ab-a}{a-2} + \frac{2-b}{2a}.$$

3.° Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1} \right) : \frac{2a}{1-a^2};$$

$$2) \left(\frac{b^3}{b^2-8b+16} - \frac{b^2}{b-4} \right) : \left(\frac{b^2}{b^2-16} - \frac{b}{b-4} \right).$$

4.** Докажите тождество:

$$\left(\frac{6a}{2a+5} - \frac{16a}{4a^2+20a+25} \right) : \frac{6a+7}{4a^2-25} + \frac{10a-25}{2a+5} = 2a-5.$$

Контрольная работа № 3

Тема. *Рациональные уравнения. Степень с целым отрицательным показателем. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график*

1.° Решите уравнение:

$$1) \frac{3x-7}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = 0; \quad 2) \frac{x}{x+5} - \frac{25}{x^2+5x} = 0.$$

2.° Представьте в стандартном виде число:

$$1) 126\,000; \quad 2) 0,0035.$$

3.° Упростите выражение:

$$1) a^7 \cdot a^{-5}; \quad 3) (a^9)^{-2} \cdot a^{20};$$

$$2) a^{-10} : a^{-13}; \quad 4) 0,8a^{11}b^{-14} \cdot 1,2a^{-8}b^{16}.$$

4.° Найдите значение выражения:

$$1) 6^{-2} + \left(\frac{9}{4} \right)^{-1}; \quad 2) (2^{-3})^2; \quad 3) \frac{7^{-8} \cdot 7^{-9}}{7^{-15}}.$$

5.° Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями:

$$1) \left(\frac{4}{5} a^{-5} b^{-12} \right)^{-3} \cdot (5a^9 b^{17})^{-2}; \quad 2) (0,2x^{-3}y^6)^{-3} \cdot \left(\frac{5x^2}{3y^{13}} \right)^{-2}.$$

6.° Вычислите:

$$1) (216 \cdot 6^{-5})^3 \cdot (36^{-2})^{-1}; \quad 2) \frac{(-81)^{-5} \cdot 27^{-3}}{9^{-15}}.$$

7.* Решите графически уравнение $\frac{4}{x} = x$.

8.** Порядок числа a равен -5 , а порядок числа b равен 4 . Каким может быть порядок значения выражения:

1) ab ;

2) $10a + b$?

Контрольная работа № 4

Тема. Квадратные корни

1.° Найдите значение выражения:

1) $0,5\sqrt{1600} - \frac{1}{3}\sqrt{36}$;

3) $\sqrt{0,25 \cdot 81}$;

5) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$;

2) $4\sqrt{12\frac{1}{4}} - \frac{\sqrt{0,64}}{\sqrt{0,16}}$;

4) $\sqrt{7^2 \cdot 2^6}$;

6) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$.

2.° Решите уравнение:

1) $x^2 = 100$;

3) $x^2 = 7$;

5) $\sqrt{x} = 4$;

2) $x^2 = -25$;

4) $x^2 = 0$;

6) $\sqrt{x} = -9$.

3.° Упростите выражение:

1) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{18}$;

3) $(3\sqrt{5} - 2)^2$;

2) $(\sqrt{90} - \sqrt{40})\sqrt{10}$;

4) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$.

4.° Сравните числа:

1) $3\sqrt{2}$ и $2\sqrt{3}$;

2) $6\sqrt{\frac{2}{3}}$ и $4\sqrt{\frac{3}{2}}$.

5.° Сократите дробь:

1) $\frac{\sqrt{a} + 1}{a - 1}$;

2) $\frac{13 - \sqrt{13}}{\sqrt{13}}$;

3) $\frac{a - 2\sqrt{3a} + 3}{a - 3}$.

6.° Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$;

2) $\frac{10}{\sqrt{14} - 2}$.

7.° Упростите выражение $\sqrt{(13 - \sqrt{101})^2} - \sqrt{(\sqrt{101} - 11)^2}$.

8.** Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{5b^2}$, если $b \leq 0$;

3) $\sqrt{-a^5}$;

2) $\sqrt{12a^4}$;

4) $\sqrt{-a^3b^6}$, если $b > 0$.

Контрольная работа № 5**Тема. Квадратные уравнения. Теорема Виета**

1.° Решите уравнение:

1) $7x^2 - 21 = 0$; 3) $x^2 + x - 42 = 0$; 5) $2x^2 - 8x + 11 = 0$;

2) $5x^2 + 9x = 0$; 4) $3x^2 - 28x + 9 = 0$; 6) $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

2.° Составьте приведенное квадратное уравнение, сумма корней которого равна -10 , а произведение — числу 8 .

3.° Диагональ прямоугольника на 8 см больше одной из его сторон и на 4 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника.

4.° Число -3 является корнем уравнения $2x^2 + 7x + c = 0$. Найдите значение c и второй корень уравнения.

5.° При каком значении a уравнение $3x^2 - 6x + a = 0$ имеет единственный корень?

6.** Не решая уравнения $x^2 + 12x + 6 = 0$, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$, где x_1 и x_2 — корни этого уравнения.

Контрольная работа № 6**Тема. Квадратный трехчлен.****Решение уравнений, приводимых к квадратным.****Решение задач с помощью рациональных уравнений**

1.° Разложите на множители квадратный трехчлен:

1) $x^2 + 10x - 24$;

2) $3x^2 - 11x + 6$.

2.° Решите уравнение:

1) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$;

2) $\frac{x^2 + 5x}{x-1} = \frac{6}{x-1}$.

3.° Решите уравнение $\frac{x+2}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} + \frac{x+5}{1-x^2} = 0$.

4.° Сократите дробь $\frac{3a^2 - 5a - 2}{a^2 - 4}$.

5.° Пассажирский поезд проходит расстояние, равное 480 км, на 4 ч быстрее, чем товарный. Найдите скорость каждого поезда, если скорость товарного на 20 км/ч меньше скорости пассажирского.

6.** Постройте график функции $y = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. *Основное свойство рациональной дроби.
Сложение и вычитание рациональных дробей*

1.° При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{7}{x+11}$?

2.° Сократите дробь:

1) $\frac{36a^{12}b^7}{54a^8b^{11}}$; 2) $\frac{18mn-27m}{9mn}$; 3) $\frac{3c+15}{c^2-25}$.

3.° Выполните вычитание:

1) $\frac{10x+3}{6x^2} - \frac{15-7x}{9x^3}$; 3) $\frac{c}{c+4} - \frac{c^2}{c^2-16}$;

2) $\frac{6}{b} - \frac{42}{b^2+7b}$; 4) $3y - \frac{18y^2}{6y+1}$.

4.° Упростите выражение:

1) $\frac{x}{x^2-14x+49} + \frac{x+1}{49-x^2}$; 3) $\frac{6b^3+48b}{b^3+64} - \frac{3b^2}{b^2-4b+16}$.

2) $\frac{y+6}{4y+8} - \frac{y+2}{4y-8} + \frac{5}{y^2-4}$;

5.** Постройте график функции $y = \frac{3x^2+4x}{x} - \frac{x^2-1}{x+1}$.

Контрольная работа № 2

Тема. *Умножение и деление рациональных дробей.
Тождественные преобразования рациональных выражений*

1.° Выполните действия:

1) $-\frac{54a^6b^9}{c^{12}} \cdot \left(-\frac{a^4c^{20}}{12b^{15}}\right)$; 3) $\frac{5a+5b}{b} \cdot \frac{6b^2}{a^2-b^2}$.

2) $\frac{98m^8n^{14}}{p^{17}} : (49m^5n^{14}p^2)$;

2.° Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{d-9}{d} - \frac{c-9}{c} \right) \cdot \frac{cd}{d^2 - c^2}; \quad 2) \frac{3-x}{x^3} \cdot \frac{xy-x}{3-x} + \frac{3-y}{3x^2}.$$

3.° Упростите выражение:

$$1) \left(\frac{a+2}{a-2} + \frac{a-2}{a+2} \right) : \frac{a^2+4}{4-a^2};$$

$$2) \left(\frac{a^2}{a+5} - \frac{a^3}{a^2+10a+25} \right) : \left(\frac{a}{a+5} - \frac{a^2}{a^2-25} \right).$$

4.** Докажите тождество:

$$\left(\frac{5x}{x-10} + \frac{20x}{x^2-20x+100} \right) : \frac{4x-24}{x^2-100} - \frac{25x}{x-10} = \frac{5x}{4}.$$

Контрольная работа № 3

Тема. *Рациональные уравнения. Степень с целым отрицательным показателем. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график*

1.° Решите уравнение:

$$1) \frac{4x+8}{x+2} - \frac{x-4}{x+2} = 0; \quad 2) \frac{x}{x-4} - \frac{16}{x^2-4x} = 0.$$

2.° Представьте в стандартном виде число:

$$1) 245\,000; \quad 2) 0,0019.$$

3.° Упростите выражение:

$$1) a^{-3} \cdot a^5; \quad 3) (a^5)^{-3} \cdot a^{16};$$

$$2) a^{-6} : a^{-8}; \quad 4) 0,2a^8b^{-10} \cdot 1,7a^{-6}b^{12}.$$

4.° Найдите значение выражения:

$$1) 2^{-3} + 6^{-1}; \quad 2) (10^{-2})^2; \quad 3) \frac{8^{-4} \cdot 8^{-9}}{8^{-12}}.$$

5.° Преобразуйте выражение так, чтобы оно не содержало степеней с отрицательными показателями:

$$1) \left(-\frac{2}{3}a^{-4}b^{-8} \right)^{-2} \cdot (3a^{-5}b^{12})^{-3}; \quad 2) \left(\frac{10x^{-5}}{7y^{-2}} \right)^{-2} \cdot (0,1x^4y^{-6})^{-3}.$$

6.° Вычислите:

$$1) (27 \cdot 3^{-4})^2 \cdot (9^{-1})^{-2}; \quad 2) \frac{(-64)^{-4} \cdot 8^3}{16^{-3}}.$$

7.* Решите графически уравнение $\frac{6}{x} = 5 - x$.

8.** Порядок числа x равен -3 , а порядок числа y равен 2 . Каким может быть порядок значения выражения:

1) xy ;

2) $100x + y$?

Контрольная работа № 4

Тема. *Квадратные корни*

1.° Найдите значение выражения:

1) $0,3\sqrt{900} - \frac{1}{4}\sqrt{64}$;

3) $\sqrt{0,64 \cdot 49}$;

5) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$;

2) $8\sqrt{20\frac{1}{4}} - \frac{\sqrt{0,36}}{\sqrt{0,01}}$;

4) $\sqrt{3^4 \cdot 2^6}$;

6) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$.

2.° Решите уравнение:

1) $x^2 = 16$;

3) $x^2 = 5$;

5) $\sqrt{x} = 9$;

2) $x^2 = -4$;

4) $\sqrt{x} = 0$;

6) $\sqrt{x} = -49$.

3.° Упростите выражение:

1) $8\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 4\sqrt{75}$;

3) $(2\sqrt{7} + 3)^2$;

2) $(\sqrt{20} + \sqrt{80})\sqrt{5}$;

4) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})$.

4.° Сравните числа:

1) $6\sqrt{3}$ и $3\sqrt{8}$;

2) $4\sqrt{\frac{15}{8}}$ и $\frac{1}{5}\sqrt{750}$.

5.° Сократите дробь:

1) $\frac{a-4}{\sqrt{a}-2}$;

2) $\frac{\sqrt{23}-23}{\sqrt{23}}$;

3) $\frac{a-5}{a+2\sqrt{5a}+5}$.

6.° Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{8}{3\sqrt{2}}$;

2) $\frac{4}{\sqrt{13}-3}$.

7.° Упростите выражение $\sqrt{(9-\sqrt{43})^2} + \sqrt{(6-\sqrt{43})^2}$.

8.** Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{11a^2}$, если $a \leq 0$;

3) $\sqrt{-a^7}$;

2) $\sqrt{18a^8}$;

4) $\sqrt{-a^{10}b^5}$, если $a > 0$.

Контрольная работа № 5

Тема. *Квадратные уравнения. Теорема Виета*

1.° Решите уравнение:

1) $4x^2 - 20 = 0$; 3) $x^2 - 5x - 24 = 0$; 5) $7x^2 - 6x + 2 = 0$;

2) $3x^2 + 5x = 0$; 4) $2x^2 + 13x + 6 = 0$; 6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$.

2.° Составьте приведенное квадратное уравнение, сумма корней которого равна 6, а произведение — числу 4.

3.° Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 3 см меньше другой, а диагональ прямоугольника равна 15 см.

4.° Число 4 является корнем уравнения $3x^2 + bx + 4 = 0$. Найдите значение b и второй корень уравнения.5.° При каком значении a уравнение $2x^2 - 8x + a = 0$ имеет единственный корень?6.** Не решая уравнения $x^2 + 10x - 4 = 0$, найдите значение выражения $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$, где x_1 и x_2 — корни этого уравнения.

Контрольная работа № 6

Тема. *Квадратный трехчлен.**Решение уравнений, приводимых к квадратным.**Решение задач с помощью рациональных уравнений*

1.° Разложите на множители квадратный трехчлен:

1) $x^2 - 4x - 32$;

2) $4x^2 - 15x + 9$.

2.° Решите уравнение:

1) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;

2) $\frac{x^2 - 7x}{x + 2} = \frac{18}{x + 2}$.

3.° Решите уравнение $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2} + \frac{2x+8}{4-x^2} = 0$.4.° Сократите дробь $\frac{4a^2 + a - 3}{a^2 - 1}$.

5.° Расстояние между двумя пристанями, равное 72 км, моторная лодка проходит по течению реки на 2 ч быстрее, чем против течения. Найдите скорость течения, если собственная скорость лодки равна 15 км/ч.

6.** Постройте график функции $y = \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$.

ИТОГОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Итоговая контрольная работа № 1

Тема. *Рациональные выражения*

Вариант 1

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

- Среди данных рациональных выражений укажите целое.
А) $\frac{a}{a-6}$; Б) $\frac{a+2}{a-6}$; В) $\frac{a+2}{6}$; Г) $\frac{a+2}{a}$.
- Чему равно значение выражения $\frac{3a-b}{a+2b}$, если $a = -2$ и $b = 8$?
А) 1; Б) -1; В) $\frac{1}{9}$; Г) $\frac{1}{7}$.
- При каком значении переменной не имеет смысла выражение $\frac{6}{3x-21}$?
А) 7; Б) -7; В) 6; Г) -6.
- Какая из данных функций является обратной пропорциональностью?
А) $y = 10x$; Б) $y = 10$; В) $y = \frac{10}{x}$; Г) $y = 10 + x$.
- Графиком какой из функций является гипербола?
А) $y = x^2$; Б) $y = 2x$; В) $y = \frac{2}{x}$; Г) $y = \frac{x}{2}$.
- Найдите значение степени 2^{-3} .
А) $\frac{1}{8}$; Б) $-\frac{1}{8}$; В) -8; Г) 8.
- Сократите дробь $\frac{a-5}{a^2-25}$.
А) $a-5$; Б) $\frac{1}{a-5}$; В) $a+5$; Г) $\frac{1}{a+5}$.
- Выполните вычитание: $\frac{5m-2n}{12m} - \frac{m-4n}{9m}$.
А) $\frac{6m+5n}{18m}$; Б) $\frac{11m+10n}{36m}$; В) $\frac{6m-5n}{18m}$; Г) $\frac{11m-22n}{36m}$.

9. Представьте в виде дроби выражение $\frac{21x^8}{y^{24}} \cdot \frac{y^{12}}{14x^4}$.

А) $\frac{3x^2}{2y^{12}}$; Б) $\frac{3x^2}{4y^2}$; В) $\frac{3x^4}{2y^2}$; Г) $\frac{3x^4}{2y^{12}}$.

10. Какая из записей является стандартным видом числа?

А) $0,12 \cdot 10^4$; Б) $1,2 \cdot 10^4$; В) $12 \cdot 10^4$; Г) 120 000.

11. Упростите выражение $(a^{-2})^6 : a^{-15}$.

А) a^3 ; Б) a^{-3} ; В) a^{-9} ; Г) a^{19} .

12. Выполните возведение в степень: $\left(-\frac{4a^6}{b^3}\right)^2$.

А) $\frac{8a^{12}}{b^6}$; Б) $\frac{16a^{12}}{b^6}$; В) $\frac{16a^8}{b^5}$; Г) $\frac{8a^8}{b^5}$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Найдите частное $\frac{a^2 - 81}{a^2 - 12a + 36} : \frac{a^2 + 9a}{a - 6}$.

14. Решите уравнение $\frac{x^2 - 49}{x + 7} = -14$.

15. Упростите выражение $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{4a}{a^2-1}\right) : \frac{a-1}{a^2+a}$.

16. Найдите произведение $(0,2 \cdot 10^5) \cdot (1,6 \cdot 10^{-2})$ и ответ запишите в стандартном виде.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Решите графически уравнение $x - 3 = \frac{4}{x}$.

18. Известно, что $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$. Найдите значение выражения $x - \frac{1}{x}$.

Вариант 2**Часть первая**

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какое из данных рациональных выражений является целым?

А) $\frac{a-7}{b+5}$; Б) $\frac{a-7}{b}$; В) $\frac{a}{5} - 7$; Г) $\frac{a}{b} - 7$.

2. Какое из выражений не определено при $x = -2$?

А) $\frac{x+2}{x-2}$; Б) $\frac{x-2}{x+2}$; В) $\frac{x+2}{2}$; Г) $\frac{2}{x-2}$.

3. Через какую из точек проходит график функции $y = -\frac{18}{x}$?

А) $A(3; 6)$; Б) $B(-3; -6)$; В) $C(3; -6)$; Г) $D(-6; -3)$.

4. Вычислите значение выражения $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$.

А) 15; Б) -15; В) $\frac{5}{18}$; Г) $-\frac{1}{6}$.

5. Сократите дробь $\frac{12a^{10}b^2}{16a^5b^6}$.

А) $\frac{3a^2}{4b^3}$; Б) $\frac{3a^5b^4}{4}$; В) $\frac{3a^2}{4b^4}$; Г) $\frac{3a^5}{4b^4}$.

6. Выполните сложение: $\frac{4b-24}{b-5} + \frac{b-9}{5-b}$.

А) $\frac{5b-33}{b-5}$; Б) $\frac{3b-33}{b-5}$; В) 3; Г) 2.

7. Выполните деление: $\frac{x+1}{2x-3} : \frac{x^2+2x+1}{4x^2-9}$.

А) $\frac{2x+3}{x+1}$; Б) $\frac{2x-3}{x+1}$; В) $\frac{2x-3}{x-1}$; Г) $\frac{2x+3}{x-1}$.

8. Упростите выражение $(b^{-4})^8 : b^{16}$.

А) b^{-2} ; Б) b^{-48} ; В) b^{-16} ; Г) b^{-12} .

9. Представьте в стандартном виде число 0,00024.

А) $0,24 \cdot 10^{-3}$; Б) $24 \cdot 10^{-5}$; В) $2,4 \cdot 10^{-5}$; Г) $2,4 \cdot 10^{-4}$.

10. Приведите дробь $\frac{3a}{8bc}$ к знаменателю $24b^2c$.

А) $\frac{9a}{24b^2c}$; Б) $\frac{3ab}{24b^2c}$; В) $\frac{9ab}{24b^2c}$; Г) $\frac{6ab^2}{24b^2c}$.

11. Представьте число 32 в виде степени с основанием $\frac{1}{2}$.

А) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$; Б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; В) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; Г) задача не имеет решения.

12. Укажите пару неравносильных уравнений.

А) $\frac{x-1}{x+1} = 0$ и $x-1 = 0$; В) $x^2 = 1$ и $|x| = 1$;
Б) $\frac{1}{x} = 0$ и $x^2 + 1 = 0$; Г) $\frac{x^2-1}{x+1} = 0$ и $x^2 - 1 = 0$.

Часть вторая

Решите задания 13 – 16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Упростите выражение $\frac{a^3 - 27}{a^2 - 2a} \cdot \frac{3a - 6}{a^3 + 3a^2 + 9a}$.

14. Представьте в виде рациональной дроби выражение:

$$\left(a^2 + b^2\right)^{-1} \cdot \left(a^{-2} + b^{-2}\right).$$

15. Выполните возведение в степень: $\left(\frac{2m^2n^3}{3k^6}\right)^4$.

16. Решите уравнение $\frac{x}{x-5} = \frac{x-2}{x-6}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Докажите тождество:

$$\frac{1}{a-8} - \frac{a+8}{2a-8} \cdot \left(\frac{a}{a^2-64} - \frac{a-8}{a^2+8a}\right) = \frac{1}{a}.$$

18. Постройте график функции $y = \frac{5x-5}{x-x^2}$.

Вариант 3

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

- Найдите значение выражения $\frac{m-2}{m}$, если $m = 2,5$.
А) 0,2; Б) 0,5; В) 0,02; Г) 0,05.
- При каких значениях переменной имеет смысл выражение $\frac{x-3}{x^2-1}$?
А) x — любое число;
Б) x — любое число, кроме 1;
В) x — любое число, кроме -1 и 1;
Г) x — любое число, кроме -1; 1 и 3.
- Сократите дробь $\frac{9a-ab}{18a}$.
А) $\frac{9-ab}{18}$; Б) $\frac{1-ab}{2}$; В) $\frac{a-b}{2}$; Г) $\frac{9-b}{18}$.
- Представьте в виде дроби выражение $\frac{7m^2+4n^2}{mn} - \frac{m+4n}{m}$.
А) $\frac{7m+n}{n}$; Б) $\frac{7m-n}{m}$; В) $\frac{7m+n}{m}$; Г) $\frac{7m-n}{n}$.
- Выполните умножение: $\frac{3c^3}{d^9} \cdot \frac{c^2d^9}{18}$.
А) $\frac{c^5}{6}$; Б) $6c^5$; В) $\frac{c^6}{6}$; Г) $6c^6$.
- При каком значении k график функции $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $M\left(-\frac{2}{3}; 6\right)$?
А) 4; Б) -4; В) -9; Г) такого значения не существует.
- Чему равно значение выражения $6^{-5} : 6^{-3}$?
А) $-\frac{1}{36}$; Б) 36; В) $\frac{1}{36}$; Г) -36.
- Упростите выражение $0,6x^6y^{-10} \cdot 50x^{-3}y^9$.
А) $30x^3y^{-1}$; Б) $30x^{-18}y^{-90}$; В) $3x^3y^{-1}$; Г) $3x^{-18}y^{-90}$.

9. Укажите стандартный вид числа 5600.

- А) $0,56 \cdot 10^4$; Б) $5,6 \cdot 10^3$; В) $56 \cdot 10^2$; Г) $560 \cdot 10$.

10. Выполните возведение в степень: $\left(\frac{a^5}{3b^2}\right)^3$.

- А) $\frac{a^8}{6b^5}$; Б) $\frac{a^{15}}{9b^6}$; В) $\frac{a^8}{9b^5}$; Г) $\frac{a^{15}}{27b^6}$.

11. Какая из данных функций не является обратной пропорциональностью?

- А) $y = \frac{3}{x}$; Б) $y = \frac{1}{3x}$; В) $y = \frac{x}{3}$; Г) $y = \frac{1}{x}$.

12. Какое из данных уравнений равносильно уравнению $x + 3 = 9$?

- А) $\frac{x^2 - 36}{x + 4} = 0$; Б) $\frac{x^2 - 36}{x + 6} = 0$; В) $\frac{x^2 - 36}{x - 6} = 0$; Г) $\frac{x^2 - 36}{x^2 - 36} = 0$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Выполните деление: $\frac{c^2 - 14c + 49}{c^2 + 4c} : \frac{c^2 - 7c}{2c + 8}$.

14. Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) \cdot \frac{ab}{b^2 - a^2}$.

15. Решите уравнение $3x - \frac{2x^2 + 14x + 20}{x + 5} = 1$.

16. Известно, что $\frac{x}{y} = 4$. Найдите значение выражения $\frac{x + y}{y}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x < -2, \\ 1,5x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

18. Известно, что $x - \frac{3}{x} = 7$. Найдите значение выражения $x^2 + \frac{9}{x^2}$.

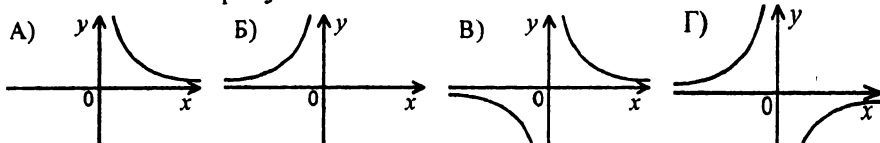
Вариант 4

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 1}{a + 2}$, если $a = -3$.
 А) 10; Б) -8; В) -10; Г) 8.
2. При каком значении переменной не имеет смысла выражение $\frac{x+6}{x-7}$?
 А) 6; Б) -6; В) 7; Г) -7.
3. На одном из рисунков изображен график функции $y = -\frac{6}{x}$.

Укажите этот рисунок.



4. Сократите дробь $\frac{18a^4b^9}{12a^8b^3}$.

А) $\frac{3b^3}{2a^2}$; Б) $\frac{3b^6}{2a^4}$; В) $\frac{6b^6}{a^4}$; Г) $\frac{3a^4}{2b^6}$.

5. Представьте в виде дроби выражение $\frac{a-5b}{2b} - \frac{b-5a}{2a}$.

А) $\frac{a^2 - b^2}{2ab}$; Б) $\frac{a^2 - b^2}{4ab}$; В) $\frac{a-b}{2}$; Г) $\frac{a-b}{4}$.

6. Выполните умножение: $\frac{x+9}{2x-1} \cdot \frac{2x^2-x}{x^2-81}$.

А) $x^2 - 9x$; Б) $x^2 + 9x$; В) $\frac{x}{x-9}$; Г) $\frac{x}{x+9}$.

7. Какое из данных чисел не записано в стандартном виде?

А) $3,2 \cdot 10^6$; Б) $0,35 \cdot 10^7$; В) $7,19 \cdot 10^{-5}$; Г) $8,4 \cdot 10^{-10}$.

8. Найдите значение степени $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

А) 10; Б) $-1\frac{1}{9}$; В) $\frac{9}{16}$; Г) $-\frac{16}{9}$.

9. Выполните возведение в степень: $\left(-\frac{3m^2}{y^4}\right)^4$.

А) $-\frac{81m^8}{y^{16}}$; Б) $\frac{81m^8}{y^{16}}$; В) $-\frac{81m^6}{y^8}$; Г) $\frac{81m^6}{y^8}$.

10. Упростите выражение $2x^{-4}y^6 \cdot 3,5x^{-2}y^{-6}$.

А) $7x^{-6}y^{-12}$; Б) $7x^{-6}y$; В) $7x^{-6}$; Г) $7x^{-2}$.

11. Приведите дробь $\frac{a}{a-3}$ к знаменателю $9-a^2$.

А) $\frac{a^2-3a}{9-a^2}$; Б) $-\frac{a^2-3a}{9-a^2}$; В) $\frac{a^2+3a}{9-a^2}$; Г) $-\frac{a^2+3a}{9-a^2}$.

12. Корнем какого уравнения является любое число?

А) $\frac{x^2+25}{x^2+25}=1$; Б) $\frac{x^2-25}{x^2-25}=1$; В) $\frac{x^2-25}{x+5}=x-5$; Г) $\frac{x^2-25}{x-5}=x+5$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Выполните деление: $\frac{8a^3-1}{a^4+6a^2} : \frac{2a^2-a}{a^2+6}$.

14. Найдите все точки графика функции $y = -\frac{16}{x}$, координаты которых являются противоположными числами.

15. Чему равно значение выражения $\frac{5^{-9} \cdot 25^{-2}}{125^{-4}}$?

16. Решите уравнение $3x - \frac{2x^2 - 20x + 48}{x-6} = 2$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной значение выражения $\left(\frac{a+5}{a+3} - \frac{a-10}{a-3}\right) : \frac{6a+10}{a+3} - \frac{a}{2a-6}$ не зависит от значения a .

18. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 8x + 16}{x-4}$.

11. Разложите на множители многочлен $6x^2 + 7x - 5 = 0$.

A) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{5}{3}\right)$;

B) $(2x - 1)(3x + 5)$;

B) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)$;

Г) $(2x + 1)(3x - 5)$.

12. При каких значениях a равенство $\sqrt{a^2} = a$ является тождеством?

A) a — любое число;

B) $a \geq 0$;

B) $a < -1$;

Г) $a < 0$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Сократите дробь $\frac{a-9}{a+6\sqrt{a}+9}$.

14. Решите уравнение $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$.

15. Упростите выражение $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.

16. Один из корней уравнения $x^2 + bx - 15 = 0$ равен 3. Найдите второй корень уравнения.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Моторная лодка прошла 4 км по течению реки и 1 км против течения за 20 мин. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

18. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - 1}$.

10. Решите уравнение $2x^2 - x - 3 = 0$.
А) $-1; -1,5$; Б) $-1; 1,5$; В) $1; -1,5$; Г) $1; 1,5$.
11. Сколько корней имеет уравнение $0,2x^2 + 2x + 5 = 0$?
А) один корень; В) ни одного корня;
Б) два корня; Г) бесконечно много корней.
12. При каких значениях a и b равенство $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$ является тождеством?
А) $a > 0$ и $b < 0$; В) $a < 0$ и $b > 0$;
Б) $a \leq 0$ и $b \leq 0$; Г) $a > 0$ и $b > 0$.
-

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{14}{3 - \sqrt{2}}$.
14. Сократите дробь $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$.
15. Решите уравнение $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$.
16. Найдите значение выражения $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$.
-

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Мотоциклист проехал 60 км из пункта A в пункт B и вернулся назад. На обратном пути он увеличил скорость на 10 км/ч по сравнению с первоначальной и потратил на дорогу на 12 мин меньше, чем на путь из пункта A в пункт B . Найдите первоначальную скорость мотоциклиста.
18. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 8x + 3 = 0$. Не решая этого уравнения, найдите значение выражения $x_1^2 + x_2^2$.

Вариант 3**Часть первая**

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какое из данных чисел является рациональным?
А) $\sqrt{19}$; Б) $\sqrt{3,6}$; В) $\sqrt{0,64}$; Г) $\sqrt{\frac{3}{16}}$.
2. Найдите значение функции $y = \sqrt{5x+1}$, если значение аргумента равно 16.
А) 9; Б) 4; В) 8; Г) $\sqrt{22}$.
3. Чему равно значение выражения $\frac{\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{5}}$?
А) 7; Б) 49; В) 5; Г) 25.
4. Сократите дробь $\frac{a^2-3}{a-\sqrt{3}}$.
А) $\frac{1}{a-\sqrt{3}}$; Б) $\frac{1}{a+\sqrt{3}}$; В) $a-\sqrt{3}$; Г) $a+\sqrt{3}$.
5. Упростите выражение $(\sqrt{5}-2)^2 + \sqrt{80}$.
А) 7; Б) 9; В) 3; Г) 10.
6. Выполните умножение: $(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})$.
А) -2; Б) 12; В) 18; Г) 32.
7. Сравните числа $6\sqrt{2}$ и $5\sqrt{3}$.
А) $6\sqrt{2} > 5\sqrt{3}$; В) $6\sqrt{2} = 5\sqrt{3}$;
Б) $6\sqrt{2} < 5\sqrt{3}$; Г) сравнить невозможно.
8. Решите уравнение: $-x^2 - 4x + 5 = 0$.
А) 1; 5; Б) -1; 5; В) 1; -5; Г) -1; -5.
9. Разложите на множители многочлен $x^2 - 2x - 3$.
А) $(x-1)(x+3)$; В) $(x+1)(x-3)$;
Б) $(x-1)(x-3)$; Г) $(x+1)(x+3)$.

10. При каком значении c уравнение $3x^2 - 6x + c = 0$ имеет единственный корень?
 А) $c = 3$ или $c = -3$; В) $c = -3$;
 Б) $c = 3$; Г) такого значения не существует.
11. Чему равно произведение корней уравнения $x^2 - 4x - 13 = 0$?
 А) 4; Б) -4; В) 13; Г) -13.
12. При каких значениях a и b равенство $\sqrt{-ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-b}$ является тождеством?
 А) $a > 0, b > 0$; В) $a \geq 0, b \leq 0$;
 Б) $a \leq 0, b > 0$; Г) $a < 0, b < 0$.

Часть вторая

Решите задания 13 -16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби
- $$\frac{4}{\sqrt{13} + \sqrt{11}}.$$
14. Чему равно значение выражения $\frac{a^2}{12}$ при $a = 2\sqrt{6}$?
15. Сколько корней имеет уравнение $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$?
16. Найдите корни уравнения $(\sqrt{x} - 3)(x^2 - 2x - 24) = 0$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Двое рабочих должны были изготовить по 100 деталей. Один из них изготавливал ежедневно на 5 деталей больше, чем второй, и выполнил заказ на день раньше него. Сколько деталей изготавливал ежедневно первый рабочий?
18. Решите уравнение $x^2 - \frac{5x^2}{|x|} - 6 = 0$.

Вариант 4

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какое из чисел является иррациональным?
А) $\sqrt{36}$; Б) $\sqrt{0,36}$; В) $\sqrt{3600}$; Г) $\sqrt{0,036}$.
2. Функция задана формулой $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$. Вычислите $f(-4)$.
А) 7; Б) $\sqrt{7}$; В) 5; Г) $\sqrt{5}$.
3. Вычислите значение выражения $\sqrt{2,89 \cdot 400}$.
А) 0,34; Б) 34; В) 3,4; Г) 340.
4. Чему равен корень уравнения $\sqrt{x} = 0,3$?
А) 9; Б) 0,9; В) 0,09; Г) 0,009.
5. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5}\sqrt{10}\right)^2$.
А) 0,4; Б) 2; В) 2,5; Г) 4.
6. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{42}{\sqrt{21}}$.
А) $\sqrt{21}$; Б) $21\sqrt{21}$; В) $2\sqrt{21}$; Г) $\sqrt{42}$.
7. Упростите выражение $3\sqrt{72} - 2\sqrt{32}$.
А) $4\sqrt{2}$; Б) $9\sqrt{2}$; В) $10\sqrt{2}$; Г) $26\sqrt{2}$.
8. Сократите дробь $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a + 2\sqrt{ab} + b}$.
А) $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$; Б) $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$; В) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$; Г) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.
9. Решите уравнение $2x^2 - 7x + 5 = 0$.
А) -1; -2,5; Б) 1; 2,5; В) -2; -5; Г) 2; 5.
10. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа -5 и 6.
А) $x^2 - x - 30 = 0$; В) $x^2 - x + 30 = 0$;
Б) $x^2 + x - 30 = 0$; Г) $x^2 + x + 30 = 0$.

11. Какое из данных уравнений не имеет корней?

А) $x^2 - 10x - 27 = 0$;

В) $x^2 - 10x + 25 = 0$;

Б) $x^2 - 10x - 25 = 0$;

Г) $x^2 - 10x + 27 = 0$.

12. При каких значениях a равенство $\sqrt{a^2} = -a$ является тождеством?

А) $a > 0$;

В) $a > 1$;

Б) a — любое число;

Г) $a \leq 0$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Упростите выражение $\sqrt{a^6 b^{10}}$, если $a > 0$ и $b < 0$.

14. Сократите дробь $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2}$.

15. Решите уравнение $x^4 - x^2 - 56 = 0$.

16. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{10 - 5\sqrt{3}} + \sqrt{10 + 5\sqrt{3}}\right)^2$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Первая бригада работала на вспашке поля 15 ч, после чего к ней присоединилась вторая бригада. Через 3 ч совместной работы они закончили пахоту. За сколько часов может вспахать это поле вторая бригада, работая самостоятельно, если ей для этого требуется на 12 ч меньше, чем первой?

18. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 3x - 5 = 0$. Не

решая этого уравнения, найдите значение выражения $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

Итоговая годовая контрольная работа

Вариант 1

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

- Графиком какой из функций является гипербола?
А) $y = 7x$; Б) $y = \frac{x}{7}$; В) $y = \frac{1}{7x}$; Г) $y = 7$.
- При каких значениях переменной не определена функция $y = \frac{x-2}{x^2-9}$?
А) 2; 9; Б) 2; 3; В) -3; 2; 3; Г) -3; 3.
- Выполните вычитание: $\frac{a^2+4}{a^2-4} - \frac{a}{a+2}$.
А) $\frac{2}{a-2}$; Б) $\frac{2}{a+2}$; В) $\frac{a}{a-2}$; Г) $\frac{a}{a+2}$.
- Выполните деление: $\frac{12m^9}{n^2} : \frac{4m^3}{n^2}$.
А) $3m^3$; Б) $3m^6$; В) $3m^6n^4$; Г) $3m^{12}n^4$.
- Упростите выражение $4a^{-6}b^2 \cdot 0,3a^{-2}b^{-5}$.
А) $1,2a^{-8}b^{-3}$; Б) $1,2a^{-4}b^{-3}$; В) $1,2a^8b^3$; Г) $1,2a^{-4}b^{-7}$.
- Сравните значения выражений $0,2^4$ и $0,2^{-4}$.
А) $0,2^4 > 0,2^{-4}$; В) $0,2^4 < 0,2^{-4}$;
Б) $0,2^4 = 0,2^{-4}$; Г) сравнить невозможно.
- Чему будет равен порядок числа 0,048, если его записать в стандартном виде?
А) -3; Б) -2; В) 3; Г) 2.
- Найдите значение выражения $\frac{x^2-1}{2}$ при $x = -\sqrt{7}$.
А) 3; Б) -4; В) -3; Г) 4.

9. Упростите выражение $(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2$.
 А) -2 ; В) 12 ; Г) $12 - 2\sqrt{35}$; Д) $-2 - 2\sqrt{35}$.
10. Какое из выражений имеет смысл при всех значениях x ?
 А) \sqrt{x} ; В) $\sqrt{-x}$; Г) $\sqrt{x^2}$; Д) $\sqrt{-x^2}$.
11. Решите уравнение $7x^2 - 26x - 8 = 0$.
 А) $\frac{4}{7}; -2$; В) $-\frac{4}{7}; 2$; Г) $\frac{2}{7}; -4$; Д) $-\frac{2}{7}; 4$.
12. Сумма корней какого из данных квадратных уравнений равна 10?
 А) $x^2 + 10x + 30 = 0$; В) $x^2 - 30x + 10 = 0$;
 Б) $x^2 + 30x - 10 = 0$; Г) $x^2 - 10x - 30 = 0$.

Часть вторая

Решите задания 13 – 16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Сократите дробь $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x - 10}$.
14. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{9}{7 - 4\sqrt{3}}$.
15. Упростите выражение $\left(\frac{2a + 3}{a^2 + 4a + 4} - \frac{a + 1}{a^2 + 2a}\right) : \frac{a^2 - 2}{4a - a^3}$.
16. Решите уравнение $\frac{x}{x + 3} + \frac{x - 2}{x - 3} = \frac{18 - 4x}{x^2 - 9}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Велосипедист должен был проехать от дома 30 км, чтобы прибыть на железнодорожную станцию. Однако он задержался с выездом на полчаса. Поэтому, чтобы приехать вовремя, он двигался со скоростью на 3 км/ч большей, чем планировал первоначально. С какой скоростью ехал велосипедист?
18. Составьте квадратное уравнение, корни которого в 2 раза меньше соответствующих корней уравнения $4x^2 - 12x + 3 = 0$.

Вариант 2

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

- Функция задана формулой $f(x) = \frac{4}{x}$. Найдите $f\left(-\frac{1}{4}\right)$.
А) -1; Б) -16; В) -4; Г) -8.
- При каких значениях переменной не имеет смысла выражение $\frac{x-2}{x^2-16x}$?
А) -4; 0; 4; Б) 0; 2; 16; В) 0; 2; Г) 0; 16.
- Укажите правильное утверждение.
А) $-3 \in \mathbb{N}$; Б) $\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}$; В) $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$; Г) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$.
- Выполните сложение: $\frac{a^2+16}{a-4} + \frac{8a}{4-a}$.
А) $a+4$; Б) $a-4$; В) $\frac{a+4}{a-4}$; Г) $\frac{a+4}{4-a}$.
- Сократите дробь $\frac{14x^2}{35x^6}$.
А) $\frac{2}{5x^3}$; Б) $\frac{2x^3}{5}$; В) $\frac{2}{5x^4}$; Г) $\frac{2x^4}{5}$.
- Представьте в виде степени выражение $a^{-16} \cdot a^6 : a^{-5}$.
А) a^{-5} ; Б) a^2 ; В) a^{-15} ; Г) a^5 .
- Решите уравнение $\frac{45}{\sqrt{x}} = 5$.
А) 9; Б) 81; В) 3; Г) уравнение не имеет корней.
- Вычислите значение выражения $(5\sqrt{0,4})^2$.
А) 2; Б) 4; В) 5; Г) 10.
- Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{12}{\sqrt{2}}$.
А) $6\sqrt{2}$; Б) $4\sqrt{2}$; В) $3\sqrt{2}$; Г) $\sqrt{2}$.
- Найдите корни уравнения $x^2 + 4x - 21 = 0$.
А) -6; 2; Б) 6; -2; В) -7; 3; Г) 7; -3.

11. Чему равна сумма корней уравнения $x^2 - 6x - 4 = 0$?
 А) 6; Б) -6; В) 4; Г) -4.
12. Разложите на множители многочлен $-x^2 - 4x + 5$.
 А) $(x+1)(x-5)$; В) $(1-x)(x+5)$;
 Б) $(x-1)(x+5)$; Г) $(x+1)(5-x)$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Представьте в виде дроби выражение $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - \frac{a}{a-9}$.
14. Найдите значение выражения $\sqrt{(\sqrt{6}-3)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{6})^2}$.
15. Упростите выражение $\frac{2}{a-2} + \frac{a+2}{a^2-10a+25} \cdot \frac{6a-30}{a^2-4}$.
16. Решите уравнение $\frac{3}{x^2-4x+4} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. От пристани по течению реки отплыл плот. Через 1 ч 20 мин от этой пристани отчалила моторная лодка, догнавшая плот на расстоянии 5 км от пристани. Найдите скорость движения плота, если моторная лодка двигалась на 12 км/ч быстрее него.
18. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{30}+3}-1} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{30}+3}+1}$.

Вариант 3

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какое из данных рациональных выражений не является целым?
А) $\frac{5a^2}{4}$; Б) $\frac{3x^3}{7} - \frac{x}{4}$; В) $\frac{a}{2} - \frac{b}{c}$; Г) $\frac{1}{6}c^3d$.
2. При каком значении аргумента не определена функция $y = \frac{x-2}{x+7}$?
А) 7; Б) -7; В) 2; Г) -2.
3. Представьте в виде дроби выражение $\frac{4}{a+1} - \frac{3a-1}{a^2+a}$.
А) $\frac{a-1}{a^2+a}$; Б) $\frac{a-1}{a+1}$; В) $\frac{1}{a}$; Г) $-\frac{1}{a}$.
4. Выполните умножение: $\frac{48a^6}{b^4} \cdot \frac{b^2}{40a^3}$.
А) $\frac{6a^3}{5b^2}$; Б) $\frac{6a^2}{5b^2}$; В) $\frac{8a^3}{b^2}$; Г) $\frac{8a^2}{b^2}$.
5. Сократите дробь $\frac{xy-8x}{16x}$.
А) $\frac{xy-1}{2}$; Б) $\frac{y-x}{2}$; В) $\frac{y-8x}{16}$; Г) $\frac{y-8}{16}$.
6. При каком значении аргумента значение функции $y = -\frac{14}{x}$ равно 7?
А) 28; Б) -28; В) 2; Г) -2.
7. Какое из данных равенств верно?
А) $4^{-3} = -12$; Б) $4^{-3} = -64$; В) $4^{-3} = \frac{1}{64}$; Г) $4^{-3} = -\frac{1}{64}$.
8. Упростите выражение $\frac{4,2a^2b^{-4}}{0,7a^3b^{-6}}$.
А) $6a^{-1}b^2$; Б) $0,6a^{-1}b^2$; В) $6a^{-1}b^{-10}$; Г) $0,6a^{-1}b^{-10}$.
9. Чему равно значение выражения $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$?
А) 12; Б) 18; В) 24; Г) 36.

10. Упростите выражение $\sqrt{50} - \sqrt{18}$.
 А) 2; Б) $2\sqrt{2}$; В) 22; Г) $22\sqrt{2}$.
11. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 7x + 4 = 0$. Найдите значение выражения $3x_1 + 3x_2 - 2x_1x_2$.
 А) 29; Б) 13; В) -2; Г) 2.
12. Пересекаются ли графики функций $y = x + 5$ и $y = \frac{6}{x}$? В случае утвердительного ответа укажите, в каких координатных четвертях находятся точки пересечения.
 А) не пересекаются;
 Б) пересекаются в I и II четвертях;
 В) пересекаются в I и III четвертях;
 Г) пересекаются во II и III четвертях.

Часть вторая

Решите задания 13 – 16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Сократите дробь $\frac{a^2 - 10a - 24}{a^3 + 8}$.
14. Найдите значение выражения $\frac{1}{7 + 5\sqrt{2}} - \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}$.
15. Упростите выражение $\left(\frac{9}{x-4} - x - 4\right) \cdot \frac{x^2 - 10x + 25}{4 - x}$.
16. Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 1} + \frac{x - 4}{x^2 - x} = \frac{7}{x^2 + x}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Бассейн наполняется водой с помощью двух труб. После того, как первая труба проработала 6 ч, ее закрыли, а вторую трубу открыли. Через 3 ч работы второй трубы бассейн был наполнен. За сколько часов может наполнить бассейн каждая труба, работая отдельно, если первой для этого требуется на 4 ч меньше, чем второй?
18. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2} + 2x - 1$.

Вариант 4

Часть первая

Задания 1 – 12 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный, по Вашему мнению, ответ и отметьте его в бланке ответов.

- В каких координатных четвертях находится график функции $y = -\frac{47}{x}$?
А) в I и II четвертях; В) во II и IV четвертях;
Б) во II и III четвертях; Г) в I и III четвертях.
- Какое из выражений имеет смысл при любом значении x ?
А) $\frac{x-3}{x+9}$; Б) $\frac{x-3}{x-9}$; В) $\frac{x-3}{x^2-9}$; Г) $\frac{x-3}{x^2+9}$.
- Представьте в виде дроби выражение $\frac{2a-3}{a^2-b^2} + \frac{2b-3}{b^2-a^2}$.
А) $\frac{2a-2b-6}{a^2-b^2}$; Б) $\frac{2a-2b+6}{a^2-b^2}$; В) $\frac{2}{a+b}$; Г) $\frac{2}{a-b}$.
- Выполните деление: $\frac{24m}{n^3} : (6m^2n)$.
А) $\frac{4}{mn^4}$; Б) $\frac{4}{mn^2}$; В) $\frac{4}{m^2n^3}$; Г) $\frac{4}{m^2n^4}$.
- Чему равно значение выражения $27^{-3} : 9^{-4}$?
А) 3; Б) $\frac{1}{3}$; В) 9; Г) $\frac{1}{9}$.
- Стороны прямоугольника равны $6 \cdot 10^{-2}$ м и $2,5 \cdot 10^{-1}$ м. Найдите площадь прямоугольника.
А) $1,5 \cdot 10^{-4}$ м²; В) $1,5 \cdot 10^{-3}$ м²;
Б) $1,5 \cdot 10^{-2}$ м²; Г) $15 \cdot 10^{-2}$ м².
- Чему равно значение выражения $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48}$?
А) 18; Б) 16; В) 12; Г) 6.
- Упростите выражение $(7 - \sqrt{3})(7 + \sqrt{3})$.
А) 46; Б) 40; В) 52; Г) 57.
- Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{24}{\sqrt{2}}$.
А) $16\sqrt{2}$; Б) $12\sqrt{2}$; В) $8\sqrt{2}$; Г) $6\sqrt{2}$.

10. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt{-a^7}$.
 А) $a\sqrt{-a}$; Б) $a^3\sqrt{-a}$; В) $-a^3\sqrt{a}$; Г) $-a^3\sqrt{-a}$.
11. Найдите корни уравнения $9x^2 + 8x - 1 = 0$.
 А) -1 ; $-\frac{1}{9}$; Б) 1 ; $-\frac{1}{9}$; В) 1 ; $\frac{1}{9}$; Г) -1 ; $\frac{1}{9}$.
12. Какой из данных квадратных трехчленов нельзя разложить на множители?
 А) $3x^2 + 6x - 4$; В) $3x^2 - 10x + 9$;
 Б) $3x^2 - 6x + 3$; Г) $3x^2 - 10x + 8$.

Часть вторая

Решите задания 13–16. Запишите ответ в бланк ответов.

13. Выполните умножение: $\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{y}{3\sqrt{x-3}}$.
14. Сколько корней имеет уравнение $x|x| + 8x - 7 = 0$?
15. Упростите выражение $\left(\frac{x}{x^2 - 36} - \frac{x - 4}{x^2 - 12x + 36} \right) : \frac{16}{(x - 6)^2}$.
16. Решите уравнение $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2} = \frac{x+10}{x^2-4}$.

Часть третья

Решение задач 17 и 18 должно содержать обоснование. В нем надо записать последовательные логические действия и объяснения, сослаться на математические факты, из которых следует то или иное утверждение. Если надо, проиллюстрируйте решение схемами, графиками, таблицами.

17. Расстояние между двумя железнодорожными станциями равно 170 км. С одной станции в направлении другой вышел товарный поезд. Через час навстречу ему с другой станции вышел пассажирский поезд. Поезда встретились на расстоянии 100 км от первой станции. Найдите скорость товарного поезда, если она на 20 км/ч меньше скорости пассажирского поезда.
18. Составьте квадратное уравнение, корни которого на единицу больше соответствующих корней уравнения $x^2 + 8x - 3 = 0$.

Бланк ответов
итоговой контрольной работы №__ по алгебре
ученика / ученицы 8 _____ класса

название учебного заведения

фамилия, имя ученика (ученицы)

Вариант № _____

Внимание! Отмечайте только один вариант ответа в строке вариантов ответов к каждому заданию. Любые исправления в бланке недопустимы.

Если Вы решили изменить ответ в некоторых заданиях, то правильный ответ можно указать в специально отведенном месте, расположенном внизу бланка ответов.

В заданиях 1–12 правильный ответ обозначайте только так:

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

В заданиях 13–16 впишите ответ.

13. _____ 15. _____

14. _____ 16. _____

Чтобы исправить ответ к заданию, запишите его номер в специально отведенных клеточках, а правильный, по Вашему мнению, ответ — в соответствующем месте.

Задания 1 – 12

номер задания	А	Б	В	Г
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Задания 13 – 16

номер задания	
<input type="checkbox"/>	_____
<input type="checkbox"/>	_____
<input type="checkbox"/>	_____

Содержание

От авторов.....	3
Тематическое распределение тренировочных упражнений	6
Тренировочные упражнения	7
Вариант 1.....	7
Вариант 2.....	35
Контрольные работы	63
Вариант 1.....	63
Вариант 2.....	67
Итоговые контрольные работы	71
Итоговая контрольная работа № 1	71
Итоговая контрольная работа № 2	79
Итоговая годовая контрольная работа	87
Бланк ответов для итоговой контрольной работы.....	95

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович, ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович,
РАВІНОВИЧ Юхим Михайлович, ЯКІР Михайло Семенович

Збірник

задач і контрольних робіт з алгебри для 8 класу

Російською мовою


Редактор *Г. Ф. Висоцька*. Комп'ютерна верстка *О. О. Удалов*. Коректор *Т. Є. Цента*

Підписано до друку 05.05.2010. Формат 60×90/16. Гарнітура шкільна. Папір офсетний.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 6,00. Тираж 3000 прим. Замовлення № **401**

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, 758-83-93, 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

Свідоцтво ДК № 644 від 25.10.2001 р.

Віддруковано з готових діапозитивів у друкарні ПП «Модем»
Тел. (057) 758-15-80, 758-15-90



А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
Е. М. Рабинович
М. С. Якир



8

АЛГЕБРА

СБОРНИК ЗАДАЧ
И КОНТРОЛЬНЫХ
РАБОТ



 ГІМНАЗІЯ