

КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

ВСПОМНИМ

Квадрат числа — это результат, полученный при умножении числа само на себя:

$$\begin{aligned}a^2 &= a \cdot a \\ (-3)^2 &= (-3) \cdot (-3) = 9 \\ 5^2 &= 5 \cdot 5 = 25\end{aligned}$$

1) Дополните по примеру:

а) $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$;

б) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$;

в) $2^2 = \square \cdot \square = 4$;

г) $(-2)^2 = (-2) \cdot \square = +(\square \cdot \square) = \square$;

д) $4^2 = 4 \cdot \square = \square$;

е) $(-4)^2 = \square \cdot (-4) = +(\square \cdot \square) = \square$.

2) Вычислите и запишите квадраты чисел:

$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$

$1^2 = \square$

$2^2 = \square$

$3^2 = \square$

$4^2 = \square$

$5^2 = \square$

$11^2 = \square$

$12^2 = \square$

$13^2 = \square$

$14^2 = \square$

$15^2 = \square$

$20^2 = \square$

3) Заполните пустую клетку положительным числом, квадрат которого равен данному числу:

а) $49 = \square^2$

б) $64 = \square^2$

в) $25 = \square^2$

г) $81 = \square^2$

е) $4 = \square^2$

ф) $9 = \square^2$

г) $16 = \square^2$

h) $36 = \square^2$

и) $1 = \square^2$

j) $121 = \square^2$

к) $144 = \square^2$

л) $169 = \square^2$

м) $196 = \square^2$

н) $225 = \square^2$

КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

Квадратный корень из неотрицательного числа a (положительного или равного нулю) — это неотрицательное число b , квадрат которого равен a :

$$\sqrt{a} = b \ (a, b \geq 0) \text{ означает, что } b^2 = a$$

Примеры с решениями.

Заполните пустые ячейки по приведённому образцу:

$\sqrt{4} = 2$, так как $2^2 = 4$

$\sqrt{9} = 3$, так как $3^2 = 9$

$\sqrt{25} = 5$, так как $5^2 = 25$

$\sqrt{16} = 4$, так как $4^2 = 16$

$\sqrt{49} = \square$, так как $\square^2 = 49$

$\sqrt{36} = \square$, так как $\square^2 = 36$

$\sqrt{100} = \square$, так как $\square^2 = 100$

$\sqrt{49} = \square$, так как $\square^2 = \square$

$\sqrt{64} = \square$, так как $\square^2 = \square$

$\sqrt{81} = \square$, так как $\square^2 = \square$

1) Вычислите:

а) $\sqrt{25} =$

б) $\sqrt{64} =$

в) $\sqrt{100} =$

г) $\sqrt{49} =$

д) $\sqrt{121} =$

е) $\sqrt{169} =$

ж) $\sqrt{81} =$

з) $\sqrt{36} =$

и) $\sqrt{144} =$

к) $\sqrt{196} =$

2) Вычислите корень из дробей по приведённому образцу:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

а) $\sqrt{\frac{1}{81}} =$

б) $\sqrt{\frac{36}{49}} =$

в) $\sqrt{\frac{16}{121}} =$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{25}{49}} =$$

$$\text{е)} \sqrt{\frac{49}{100}} =$$

$$\text{з)} \sqrt{\frac{1}{64}} =$$

$$\text{д)} \sqrt{\frac{4}{25}} =$$

$$\text{ж)} \sqrt{\frac{16}{81}} =$$

$$\text{и)} \sqrt{\frac{4}{81}} =$$

3) Вычислите по приведённому образцу: $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$

$$\text{а)} \sqrt{6^2 + 8^2} =$$

$$\text{г)} \sqrt{13^2 - 12^2} =$$

$$\text{б)} \sqrt{12^2 + 5^2} =$$

$$\text{д)} \sqrt{10^2 - 8^2} =$$

$$\text{в)} \sqrt{12^2 + 9^2} =$$

$$\text{е)} \sqrt{17^2 - 15^2} =$$

Использование квадратного корня при вычислении значений выражений

Примеры с решениями.

1) Вычислите (**Внимание:** сначала вычисляется значение квадратного корня):

$$\text{а)} \frac{5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{5 + 7}{2 \cdot 3} = \frac{12}{6} = 2;$$

$$\text{б)} \frac{5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 3} = \frac{5 - 7}{2 \cdot 3} = \frac{-2}{6} = \frac{-2 : 2}{6 : 2} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3};$$

$$\text{в)} \frac{-3 + \sqrt{36}}{2 \cdot 5} = \frac{-3 + 6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10};$$

$$\text{г)} \frac{-2 - \sqrt{25}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-2 - 5}{-4} = \frac{-7}{-4} = \frac{7}{4};$$

$$\text{д)} \frac{-8 + \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 + 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3.$$

2) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 3$, $b = 5$, $D = 81$.

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\begin{array}{ccc} & \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ b = 5 & a = 3 & D = 81 \end{array}$$

Получаем выражение: $\frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 3}$ и находим его значение.

$$\frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 - 9}{2 \cdot 3} = \frac{-14}{6} = \frac{-14}{6} = \frac{-14 : 2}{6 : 2} = \frac{-7}{3} = -\frac{7}{3}.$$

- 3) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 1, b = -4, D = 16$.

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\begin{array}{ccc} & \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ b = -4 & a = 1 & D = 16 \end{array}$$

Получаем выражение: $\frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$ и находим его значение:

$$\frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + 4}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4.$$

Дополните решения:

- 1) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 5, b = -2, D = 9$.

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\begin{array}{ccc} & \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ b = \boxed{} & a = \boxed{} & D = \boxed{} \end{array}$$

Получаем выражение: $\frac{-(-2) - \sqrt{\boxed{}}}{2 \cdot \boxed{}}$ и находим его значение:

$$\frac{-(-2) - \sqrt{\boxed{}}}{2 \cdot \boxed{}} = \frac{2 - \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{-1}{10} = -\frac{1}{10}.$$

- 2) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -3, b = 6, D = 64$.

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\begin{array}{ccc} & \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ b = \boxed{} & a = \boxed{} & D = \boxed{} \end{array}$$

Получаем выражение: $\frac{-\square + \sqrt{64}}{2 \cdot \square}$ и находим его значение:

$$\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{-6 + \square}{\square} = \frac{2}{\square} = \frac{2}{\square}^{(2)} = \frac{\square : 2}{\square : 2} = -\frac{\square}{\square}.$$

- 3) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -2$, $b = 6$, $D = 100$.

Подставляем вместо переменных их соответствующие значения и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$ $a = \square$ $D = \square$

Получаем выражение: $\frac{-\square - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square}$ и находим его значение:

$$\frac{-\square - \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{-6 - \square}{\square} = \frac{\square}{-4} = \square.$$

- 4) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений $a = 9$, $b = -4$, $D = 25$.

Подставляем переменные их соответствующими значениями и вычисляем значение полученного выражения:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$b = \square$ $a = \square$ $D = \square$

Получаем выражение: $\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square}$ и находим его значение:

$$\frac{-\square + \sqrt{\square}}{2 \cdot \square} = \frac{\square + \square}{\square} = \frac{9}{\square} = \frac{\square}{18} = \frac{\square : \square}{\square : 9} = \frac{\square}{\square}.$$

Выполните упражнения.

- 1) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 5$, $b = 3$, $D = 49$.

- 2) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 5, b = 3, D = 49$.
- 3) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 4, b = -5, D = 100$.
- 4) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = 4, b = -5, D = 100$.
- 5) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -2, b = 6, D = 4$.
- 6) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -2, b = 6, D = 4$.
- 7) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -3, b = -2, D = 81$.
- 8) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -3, b = -2, D = 81$.
- 9) Вычислите значение выражения $\frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -1, b = -1, D = 36$.
- 10) Вычислите значение выражения $\frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$, для следующих значений переменных $a = -1, b = -1, D = 36$.

Использование квадратного корня при решении уравнений Примеры с решениями.

- 1) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 3^2 + 4^2$.

Решение	Этапы решения
$x^2 = 3^2 + 4^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 9 + 16$	Вычисляем сумму чисел
$x^2 = 25$	Находим положительное число, квадрат которого равен 25
$x = \sqrt{25} = 5$	

- 2) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 12^2 + 9^2$.

Решение	Этапы решения
$x^2 = 12^2 + 9^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 144 + 81$	Вычисляем сумму чисел
$x^2 = 225$	Находим положительное число, квадрат которого равен 225
$x = \sqrt{225} = 15$	

- 3) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $10^2 = 6^2 + x^2$.

Решение	Этапы решения
$10^2 = 6^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$100 = 36 + x^2$ -36 -36	Отнимаем 36 из обеих частей уравнения
$100 - 36 = x^2$	Вычисляем разность чисел
$64 = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 64
$x = \sqrt{64} = 8$	

- 4) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $13^2 = 12^2 + x^2$.

Решение	Этапы решения
$13^2 = 12^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$169 = 144 + x^2$ -144 -144	Отнимаем 144 из обеих частей уравнения
$169 - 144 = x^2$	Вычисляем разность чисел
$25 = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 25
$x = \sqrt{25} = 5$	

Дополните решения:

- 1) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 25^2 - 15^2$.

Решение	Этапы решения
$x^2 = 25^2 - 15^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$x^2 = 625 - \square$	Вычисляем разность чисел
$x^2 = \square$	Находим положительное число, квадрат которого равен $\square$
$x = \sqrt{\square} = \square$	

- 2) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 12^2 + 16^2$.

Решение	Этапы решения
$x^2 = 12^2 + 16^2$	Вычисляем каждого числа
$x^2 = \text{} + \text{$	Вычисляем чисел
$x^2 = 400$	Находим положительное число, квадрат которого равен
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

- 3) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $15^2 = 12^2 + x^2$.

Решение	Этапы решения
$15^2 = 12^2 + x^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$\text{} = 144 + \text{$ $\quad - 144 \quad \quad - \text{$	Отнимаем из обеих частей уравнения
$\text{} - \text{} = x^2$	Вычисляем разность чисел
$\text{} = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен 81
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

- 4) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $30^2 = x^2 + 24^2$.

Решение	Этапы решения
$30^2 = x^2 + 24^2$	Вычисляем квадрат каждого числа
$\text{} = x^2 + \text{$ $\quad - \text{} \quad \quad - \text{$	Отнимаем из обеих частей уравнения
$\text{} - \text{} = x^2$	Вычисляем чисел
$\text{} = x^2$	Находим положительное число, квадрат которого равен
$x = \sqrt{\text{}} = \text{$	

Упражнения для самостоятельной работы:

- 1) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 17^2 - 15^2$.
- 2) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $26^2 = x^2 + 24^2$.
- 3) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $20^2 = 12^2 + x^2$.

- 4) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 20^2 + 15^2$.
- 5) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 6^2 + 8^2$.
- 6) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $5^2 = 3^2 + x^2$.
- 7) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $x^2 = 10^2 + 24^2$.
- 8) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $25^2 = 24^2 + x^2$.
- 9) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $13^2 = 5^2 + x^2$.
- 10) Найдите положительное число x , которое является решением уравнения:
 $17^2 = x^2 + 8^2$.

Свойства: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \ (a, b \geq 0)$, $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \ (a \geq 0, b > 0)$.

Примеры с решениями.

- | | |
|---|--|
| а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$ | г) $\sqrt{75} : \sqrt{5} = \sqrt{75 : 5} = \sqrt{25} = 5$ |
| б) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$ | д) $\sqrt{24} : \sqrt{6} = \sqrt{24 : 6} = \sqrt{4} = 2$ |
| в) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{144} = 12$ | е) $\sqrt{60} : \sqrt{15} = \sqrt{60 : 15} = \sqrt{4} = 2$ |

Заполни пустые ячейки и решите предложенные задания:

- 1) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\square \cdot 2} = \sqrt{\square} = \square$
- 2) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75 \cdot \square} = \sqrt{\square} = \square$
- 3) $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{\square \cdot 7} = \sqrt{\square} = \square$
- 4) $\sqrt{48} : \sqrt{3} = \sqrt{\square : 3} = \sqrt{\square} = \square$
- 5) $\sqrt{32} : \sqrt{2} = \sqrt{32 : \square} = \sqrt{\square} = \square$

Выполните действия.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; | 7) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72}$; |
| 2) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$; | 8) $\sqrt{343} : \sqrt{7}$; |
| 3) $\sqrt{98} : \sqrt{2}$; | 9) $\sqrt{20} : \sqrt{5}$; |
| 4) $\sqrt{200} : \sqrt{2}$; | 10) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$; |
| 5) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; | 11) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$; |
| 6) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$; | 12) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$. |