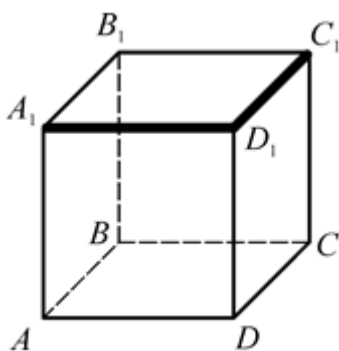


**Аксиомы стереометрии**

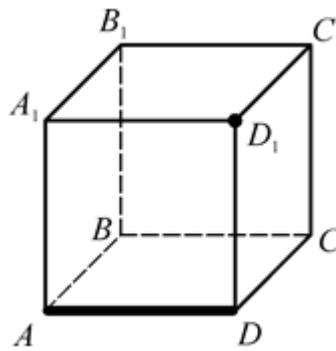
**СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ  
В ПРОСТРАНСТВЕ**

Сколько плоскостей, соответствующих граням куба, можно провести через выделенные элементы? Назовите эти плоскости.

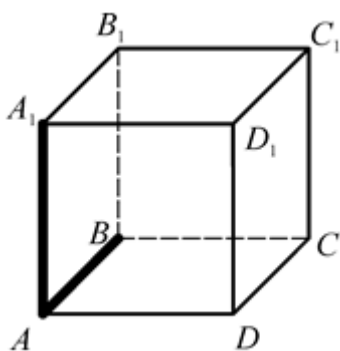
1.



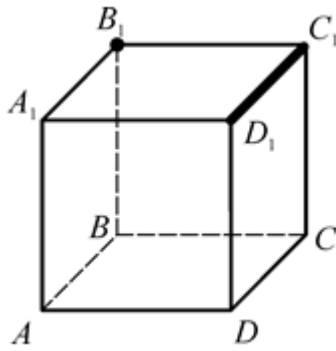
2.



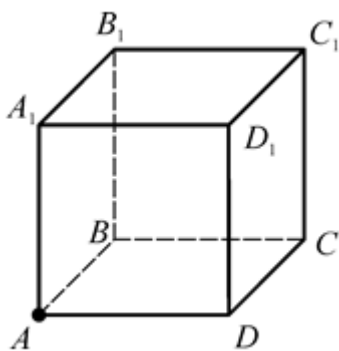
3.



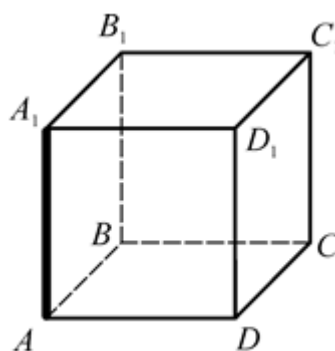
4.



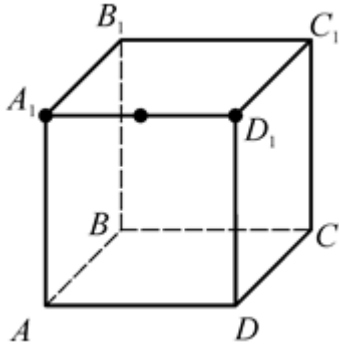
5.



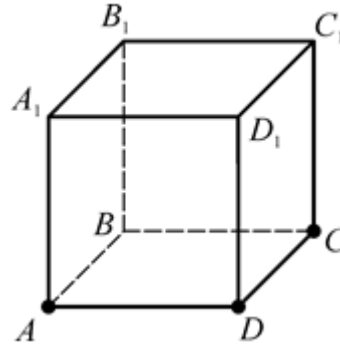
6.



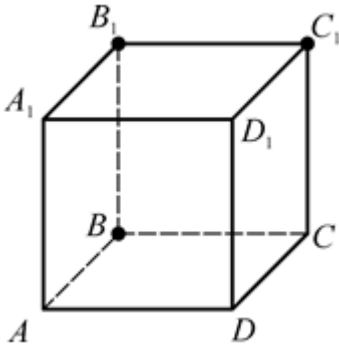
7.



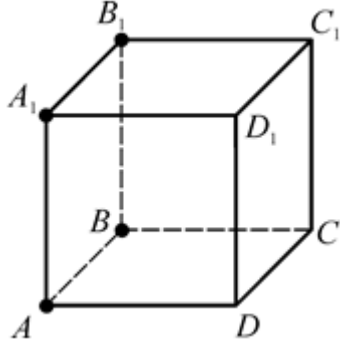
8.



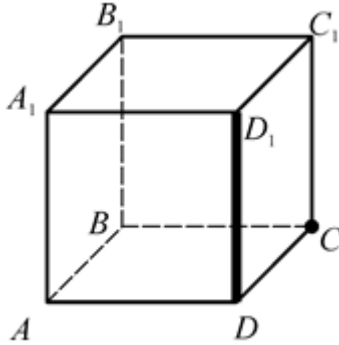
9.



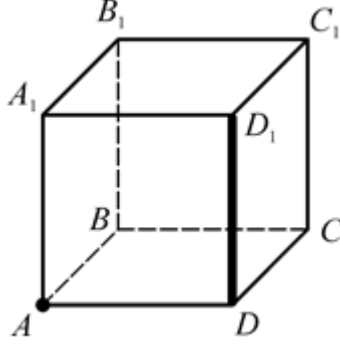
10.



11.



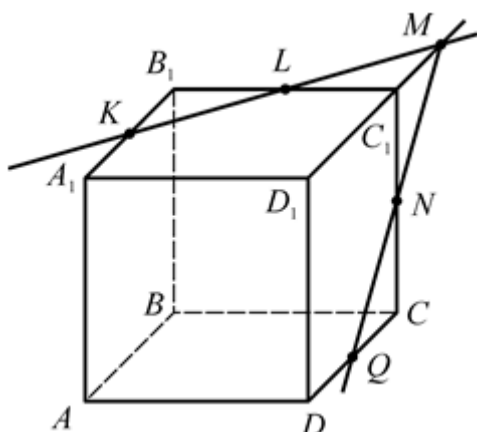
12.



### Способы задания плоскости в пространстве

1.  $(A_1D_1C_1)$ ; 2.  $(ADD_1)$ ; 3.  $(ABB_1)$ ; 4.  $(A_1B_1C_1)$ ; 5.  $(ABB_1)$ ,  $(ABC)$ ,  $(ADD_1)$ ; 6.  $(ABB_1)$ ,  $(ADD_1)$ ; 7.  $(ADD_1)$ ,  $(A_1B_1C_1)$ ; 8.  $(ABC)$ ; 9.  $(BB_1C_1)$ ; 10.  $(AA_1B_1)$ ; 11.  $(CDD_1)$ ; 12.  $(ADD_1)$ .

## АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И СЛЕДСТВИЯ ИЗ НИХ



1. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $K, L, M, N, Q$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $KL, QN, D_1M$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $KL$  и плоскость  $DD_1C_1$ ,  $DC$  и  $(BB_1C_1)$ ,  $QN$  и  $(BB_1C_1)$ ,  $QN$  и  $(A_1B_1C_1)$ ,  $MD_1$  и  $(AA_1D_1)$ ?

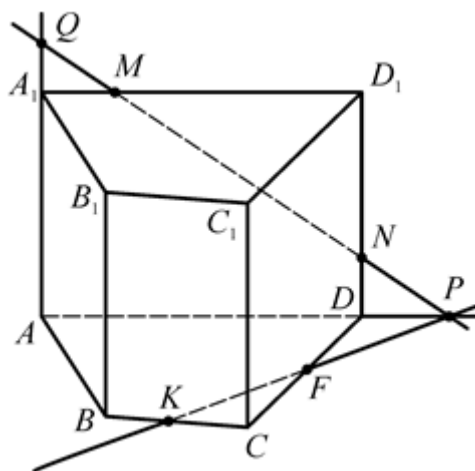
г) По какой прямой пересекаются плоскости  $A_1B_1C_1$  и  $DD_1C_1$ ,  $(KLN)$  и  $(A_1B_1C_1)$ ,  $(KLN)$  и  $(DD_1C_1)$ ,  $(KLN)$  и  $(BB_1C_1)$ .

2. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $M, P, K$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $MN, KF, AD$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $MN$  и  $(AA_1B_1)$ ,  $MN$  и  $(A_1B_1D_1)$ ,  $MN$  и  $(ABC)$ ,  $MN$  и  $(CC_1D_1)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $AA_1D_1$  и  $AA_1B_1$ ,  $(MNK)$  и  $(CC_1D_1)$ ,  $(MNK)$  и  $(ABC)$ ?

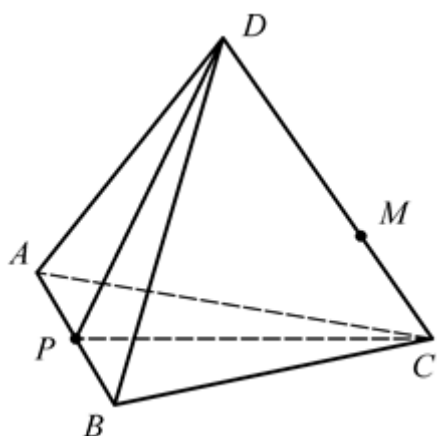


3. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $A, P, C, M$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $AD, PD, PC$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $AD$  и плоскость  $BDC$ ,  $AB$  и  $(BDC)$ ,  $AB$  и  $(PDC)$ ,  $DM$  и  $(ABC)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ABC$  и  $ADC$ ,  $(ABD)$  и  $(PDC)$ ,  $(ABC)$  и  $(PDC)$ ?

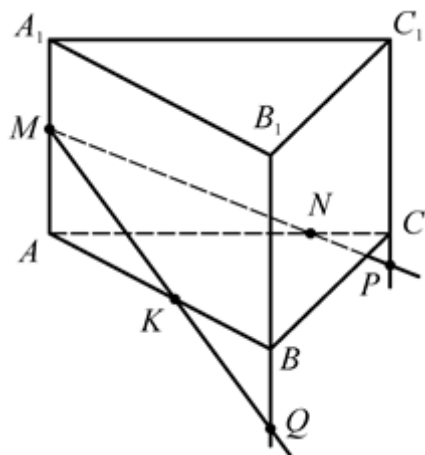
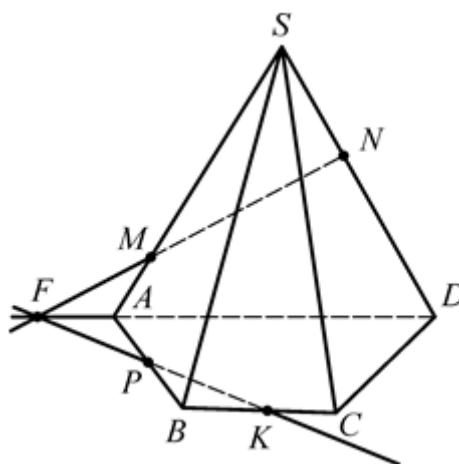


4. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $N, F, S$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $MN, PK, SC$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $MN$  и  $(ABC)$ ,  $PK$  и  $(ASD)$ ,  $FP$  и  $(BSC)$ ,  $PK$  и  $(ABS)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ABC$  и  $BSC$ ,  $(MNC)$  и  $(ABC)$ ,  $(MNC)$  и  $(ABS)$ ?



5. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $M, K, P$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $MK, MN, CP$ ?

в) В какой точке пересекаются  $MK$  и  $(ABC)$ ,  $MN$  и  $(AA_1B_1)$ ,  $MN$  и  $(BB_1C_1)$ ?

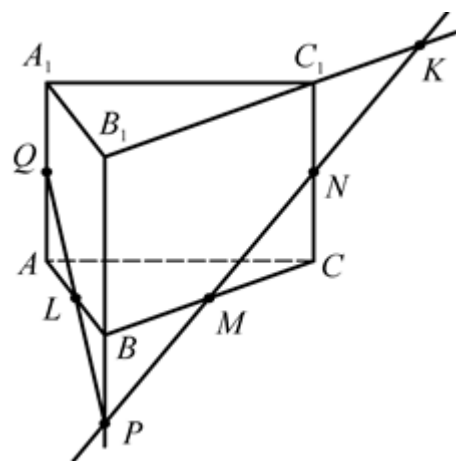
г) По какой прямой пересекаются плоскости  $(MNP)$  и  $(AA_1B_1)$ ,  $(MNP)$  и  $(ABC)$ ,  $(MNP)$  и  $(BB_1C_1)$ ?

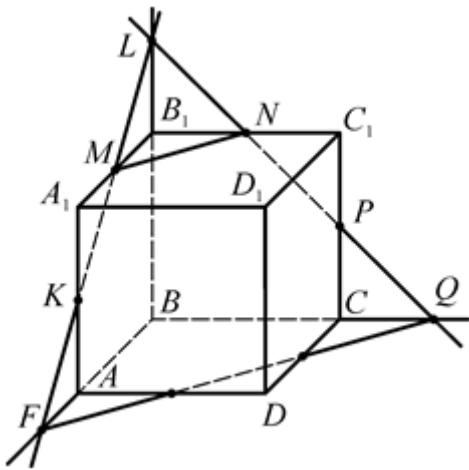
6. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $B, L, M, K, P$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $AB, BB_1, MN, PQ$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $AA_1$  и плоскость  $ABC$ ,  $BC$  и  $(AA_1B_1)$ ,  $MN$  и  $(ABC)$ ,  $MN$  и  $(A_1B_1C_1)$ ,  $PQ$  и  $(ABC)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ABC$  и  $AA_1C_1$ ,  $(A_1B_1C_1)$  и  $(B_1BC)$ ,  $(PQ_1K)$  и  $(BB_1C_1)$ ,  $(PQK)$  и  $(ABC)$ ?





7. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $N, B, K$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $BC, NP, LF$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $MK$  и плоскость  $BB_1C_1, NQ$  и  $(ABC), NQ$  и  $(A_1B_1C_1), MK$  и  $(ABC)$ ?

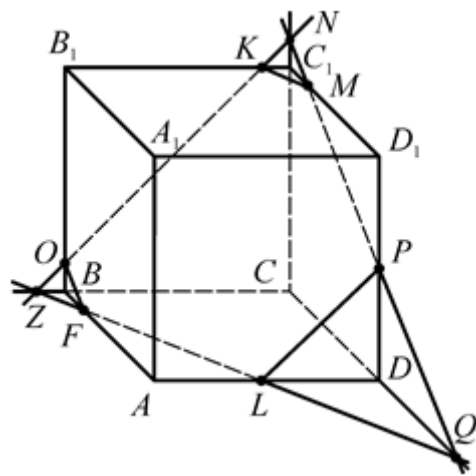
г) По какой прямой пересекаются плоскости  $AA_1B_1$  и  $BB_1C_1, (MNP)$  и  $(AA_1B_1), (MNP)$  и  $(A_1B_1C_1), (MNP)$  и  $(ABC)$ ?

8. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $K, N, C_1, L$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $OK, FL, PM, NQ$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $NQ$  и плоскость  $A_1B_1C_1, CQ$  и  $(AA_1D_1), FQ$  и  $(AA_1D_1)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ABC$  и  $KMP, (ABB_1)$  и  $(KMP), (NQZ)$  и  $(A_1B_1C_1)$ ?

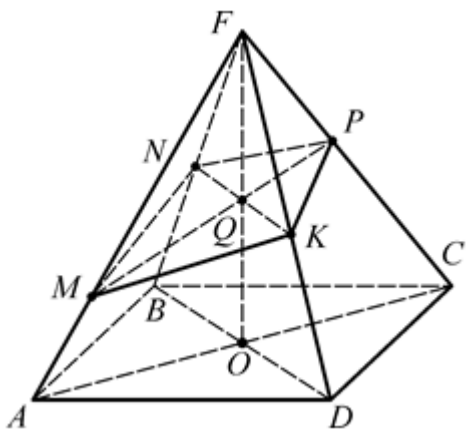


9. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $A, O, K, F$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $AD, MK, MP$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $PK$  и плоскость  $BCF, FO$  и  $(MNP), AC$  и  $(BDF), KN$  и  $(ACF)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ACF$  и  $BDF, (MNK)$  и  $(CDF), (MNK)$  и  $(BDF), (MKP)$  и  $(ACF)$ ?

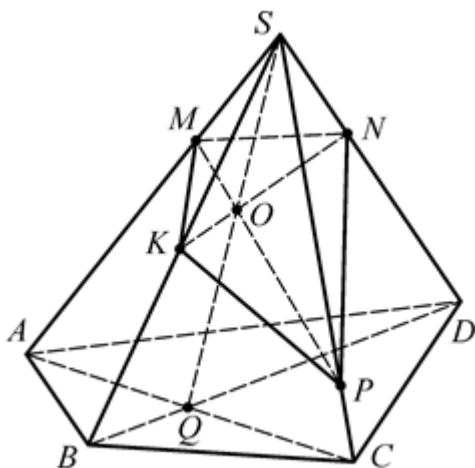
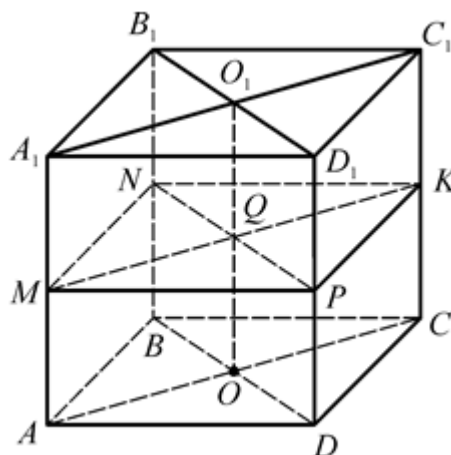


10. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $M, O, K$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $MK, NP, PK, AA_1$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $MK$  и плоскость  $BB_1D_1, NP$  и  $(AA_1C_1), O_1Q$  и  $(ABC), AC$  и  $(BB_1D_1)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $AA_1C_1$  и  $BB_1D_1, (MNK)$  и  $(DD_1C_1), (MNK)$  и  $(BB_1D_1), (MPK)$  и  $(AA_1C_1)$ ?



11. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $M, Q, S$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $AD, SQ, KN$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $KP$  и плоскость  $ASB, KN$  и  $(ASC), MP$  и  $(BSD)$ ?

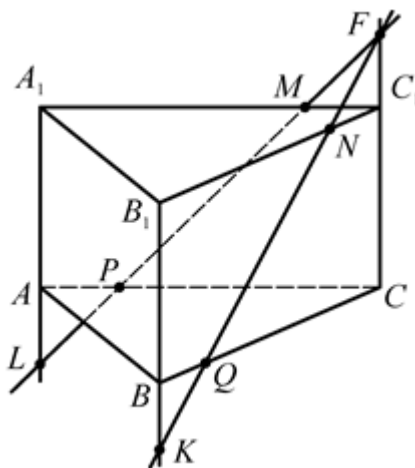
г) По какой прямой пересекаются плоскости  $ASC$  и  $ABC, (ASC)$  и  $(BSD), (MNP)$  и  $(BSC), (MNP)$  и  $(ASC)$ ?

12. а) Каким плоскостям принадлежат точки  $F, M, Q$ ?

б) Каким плоскостям принадлежат прямые  $PM, QN, CF$ ?

в) В какой точке пересекаются прямая  $NQ$  и плоскость  $ABC, NQ$  и  $(AA_1C_1), NQ$  и  $(AA_1B_1)$ ?

г) По какой прямой пересекаются плоскости  $(MNQ)$  и  $(ABC), (MNQ)$  и  $(A_1B_1C_1), (MNQ)$  и  $(AA_1B_1)$ ?



### Аксиомы стереометрии и следствия из них

- а)  $K \in (ABB_1), K \in (A_1B_1C_1), K \in (LMN),$   
 $L \in (A_1B_1C_1), L \in (BB_1C_1), L \in (KMN),$   
 $M \in (A_1B_1C_1), M \in (DCC_1), M \in (KLN),$

$$Q \in (ABC), Q \in (DD_1C_1), Q \in (KMN).$$

$$\text{б) } KL \in (A_1B_1C_1), KL \in (LMN),$$

$$QN \in (DD_1C_1), QN \in (KMN),$$

$$D_1M \in (A_1B_1C_1), D_1M \in (DD_1C_1N).$$

$$\text{в) } KL \cap (DD_1C_1) = M, DC \cap (BB_1C_1) = C,$$

$$QN \cap (BB_1C_1) = N, QN \cap (A_1B_1C_1) = M,$$

$$MD_1 \cap (AA_1D_1) = D_1.$$

$$\text{г) } (A_1B_1C_1) \cap (DD_1C_1) = D_1C_1,$$

$$(KLN) \cap (A_1B_1C_1) = KL,$$

$$(KLN) \cap (DD_1C_1) = QN,$$

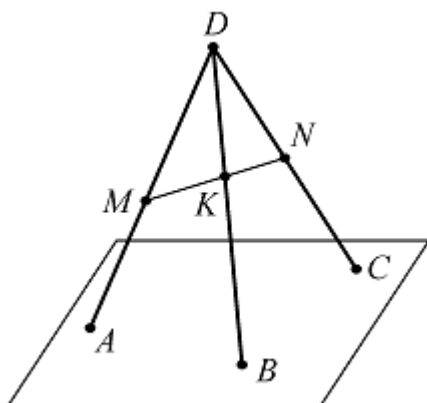
$$(KLN) \cap (BB_1C_1) = LN.$$

Остальные – аналогично.

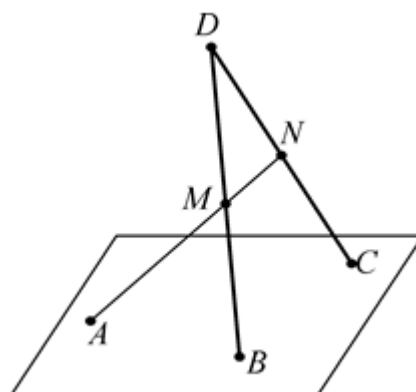
## ОШИБКИ В ИЗОБРАЖЕНИИ

Найдите ошибку в изображении. Обоснуйте ответ.

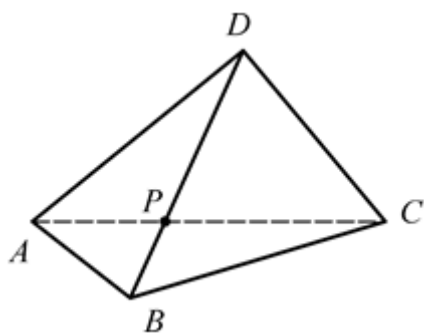
1.



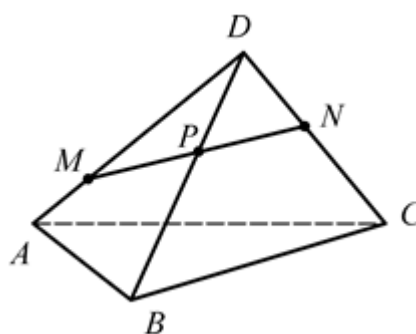
2.



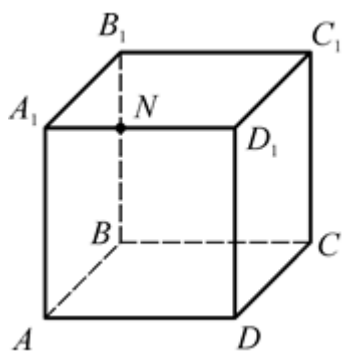
3.



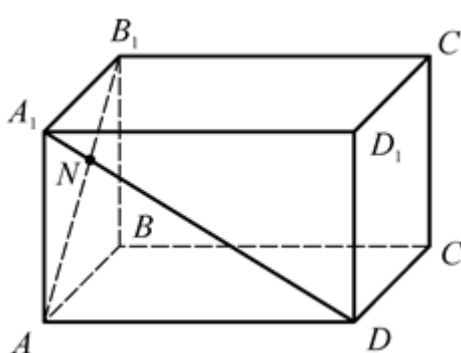
4.



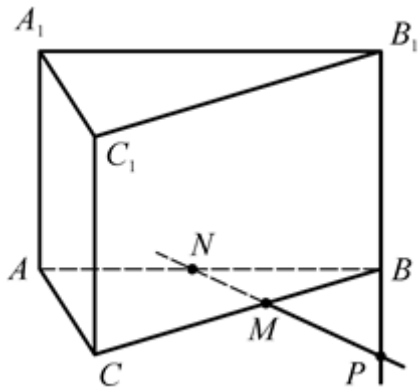
5.



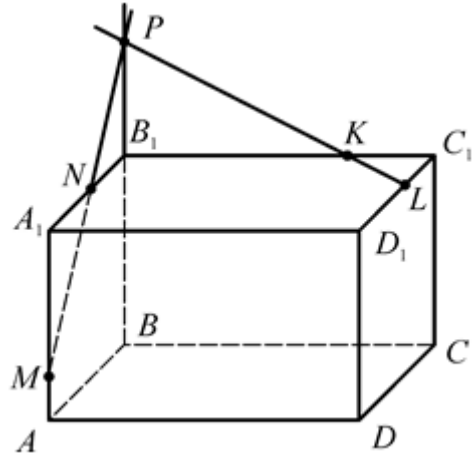
6.



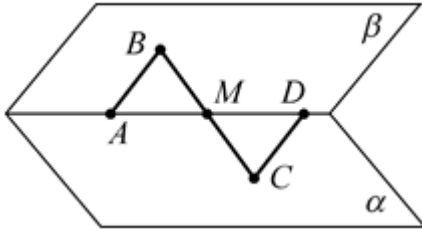
7.



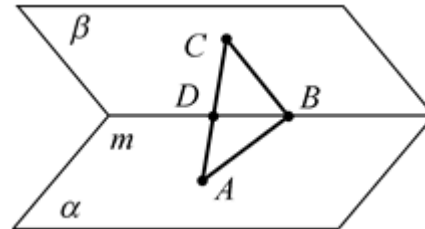
8.



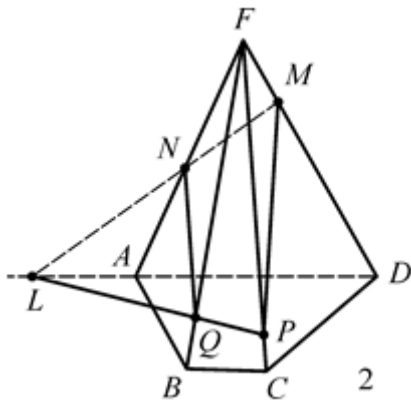
9.



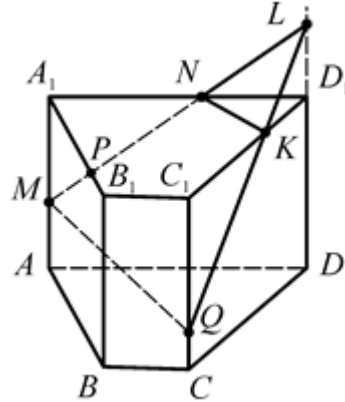
10.



11.



12.



### Ошибки в изображении

1. Точки  $A, B$  и  $C$  лежат на одной прямой.

2. Точки  $A, B$  и  $C$  лежат на одной прямой.

3.  $AC \not\parallel BD$ .

8.  $PK \not\parallel C_1D_1$ .

4.  $MN \not\parallel BD$ .

9.  $BC \not\parallel AD$ .

5.  $A_1D_1 \not\parallel BB_1$ .

10.  $AC \not\parallel m$ .

6.  $A_1D \not\parallel AB_1$ .

11.  $LQ \not\parallel FP$ .

7.  $MN \not\parallel BB_1$ .

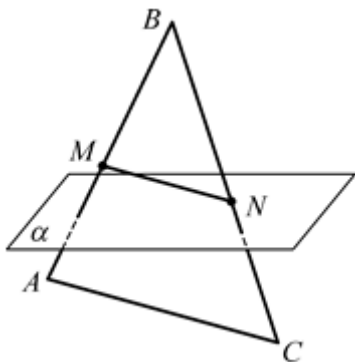
12.  $MN \not\parallel A_1B_1$ .

## Параллельность прямых и плоскостей

### ЛЕММА О ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

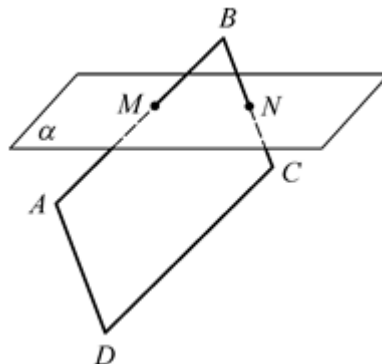
1. Дано:  $MN$  – средняя линия  $\triangle ABC$ ,  
 $MN \cap \alpha = N$ .

Докажите, что  $AC \cap \alpha$ .



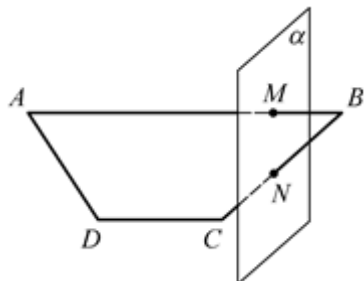
2. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB \cap \alpha = M$ .

Докажите, что  $DC \cap \alpha$ .



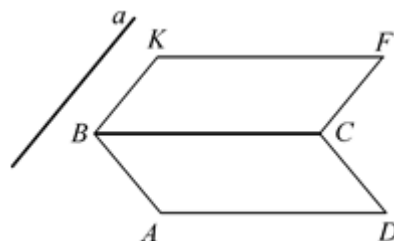
3. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  
 $AB \cap \alpha = M$ .

Докажите, что  $DC \cap \alpha$ .



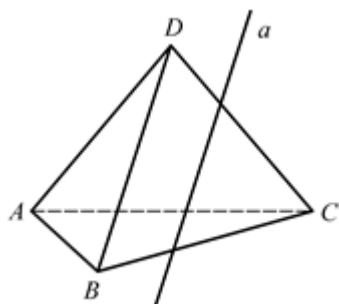
4. Дано:  $ABCD$  и  $BKFC$  –  
 параллелограммы,  $K \notin (ABC)$ ,  $a \parallel$   
 $KB$ .

Докажите, что  $a \cap (ABCD)$ .



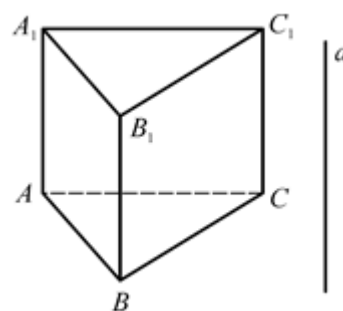
5. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $a \parallel BD$ .

Докажите, что  $a \cap (ABC)$ .

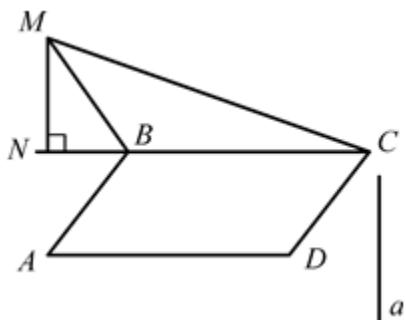


6. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – призма,  $a$   
 $\parallel AA_1$ .

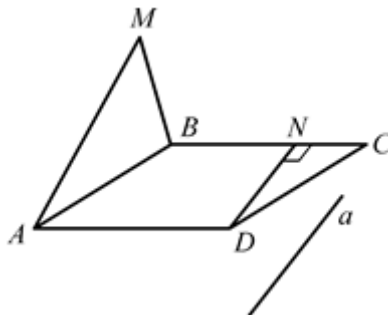
Докажите, что  $a \cap (ABC)$ .



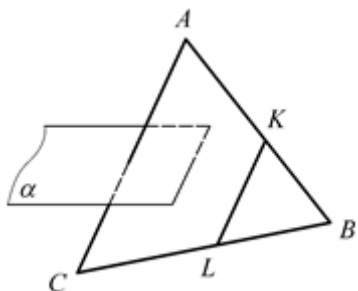
7. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $\triangle BMC$  – тупоугольный,  
 $M \notin (ABC)$ ,  $MN \perp BC$ ,  $a \parallel MN$ .  
 Докажите, что  $a \cap (ABC)$ .



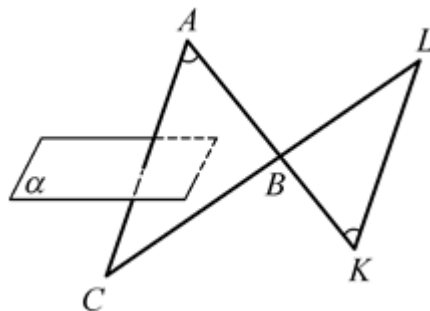
8. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $DN \perp BC$ ,  $M \notin (ABC)$ ,  $a \parallel DN$ .  
 Докажите, что  $a \cap (AMB)$ .



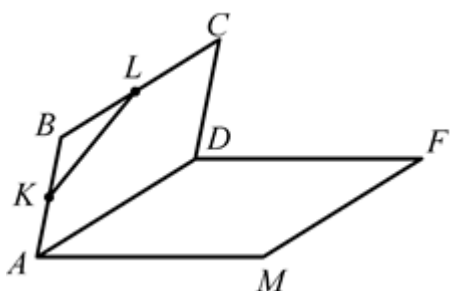
9. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $K \in AB$ ,  
 $\angle CAB = \angle LKB$ ,  $AC \cap \alpha$ .  
 Докажите, что  $KL \cap \alpha$ .



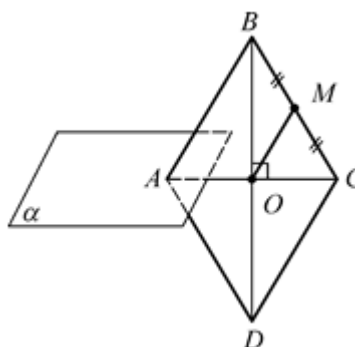
10. Дано:  $AK \cap CL = B$ ,  $\angle CAB =$   
 $= \angle BKL$ ,  $AC \cap \alpha$ .  
 Докажите, что  $KL \cap \alpha$ .



11. Дано:  $ABCD$  и  $ADFM$  –  
 параллелограммы,  $M \notin (ABC)$ ,  $AK =$   
 $KB$ ,  $BL = LC$ .  
 Докажите, что  $KL \cap (ADF)$ .



12. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB \cap$   
 $\cap \alpha = A$ ,  $AC \cap BD = O$ ,  $BM = MC$ .  
 Докажите, что  $OM \cap \alpha$ .

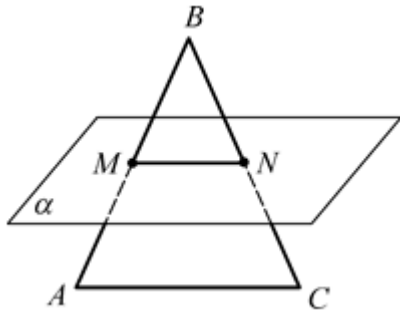


### Лемма о параллельных прямых

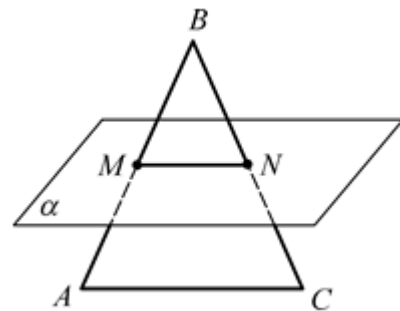
1.  $MN$  – средняя линия  $\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel AC$ .  $MN \cap \alpha$ , следовательно, и  $AC \cap \alpha$ .
2.  $ABCD$  – параллелограмм  $\Rightarrow AB \parallel DC$ .  $AB \cap \alpha$ , следовательно, и  $DC \cap \alpha$ .
3.  $ABCD$  – трапеция с основаниями  $AB$  и  $DC \Rightarrow AB \parallel DC$ .  $AB \cap \alpha$ , следовательно, и  $DC \cap \alpha$ .
4.  $a \parallel KB$ ,  $KB \cap (ABC)$ . Следовательно,  $a \cap (ABC)$ .
5.  $a \parallel BD$ ,  $BD \cap (ABC)$ . Следовательно,  $a \cap (ABC)$ .
6.  $a \parallel AA_1$ ,  $AA_1 \cap (ABC)$ . Следовательно,  $a \cap (ABC)$ .
7.  $a \parallel MN$ ,  $MN \cap (ABC)$ . Следовательно,  $a \cap (ABC)$ .
8.  $DN \cap AB$ , следовательно,  $a \cap (AMB)$ .  
 $a \parallel DN$  и  $DN \cap (AMB)$ , следовательно,  $a \cap (AMB)$ .
9.  $\angle CAB = \angle LKB$  и они соответственные,  $AC \parallel KL$ .  
 $AC \cap \alpha$  и  $AC \parallel KL$ , следовательно,  $KL \cap \alpha$ .
10.  $\angle CAB = \angle BKL$  и они накрест лежащие, следовательно,  $AC \parallel KL$ .  
 $AC \cap \alpha$  и  $AC \parallel KL$ , следовательно,  $KL \cap \alpha$ .
11.  $KL$  – средняя линия  $\triangle ABC$ ,  $KL \parallel AC$ .  
 $AC \cap (ADF)$  и  $KL \parallel AC$ , следовательно,  $KL \cap (ADF)$ .
12.  $OM$  – средняя линия  $\triangle ABC$ ,  $OM \parallel AB$ .  
 $AB \cap \alpha$  и  $OM \parallel AB$ , следовательно,  $OM \cap \alpha$ .

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.  
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ**

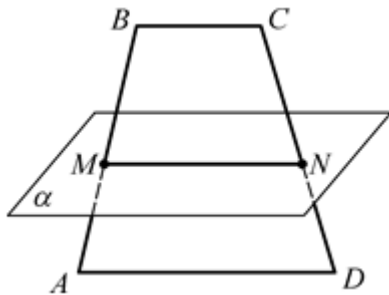
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB \cap \alpha = M$ ,  
 $BC \cap \alpha = N$ ,  $AC \parallel \alpha$ .  
Докажите, что  $AC \parallel MN$ .



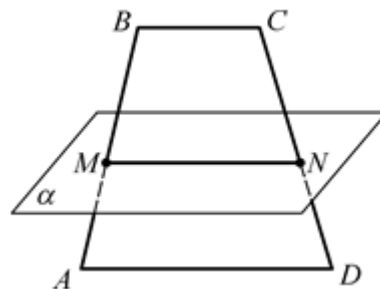
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB \cap \alpha = M$ ,  
 $BC \cap \alpha = N$ ,  $MN \parallel AC$ .  
Докажите, что  $AC \parallel \alpha$ .



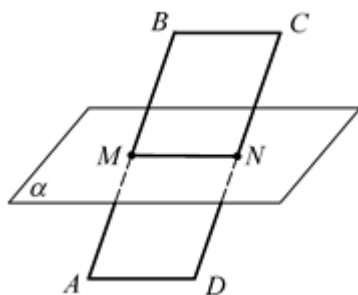
3. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  
 $AM = MB$ ,  $CN = ND$ ,  $BC \parallel \alpha$ .  
Докажите, что  $AD \parallel MN$ .



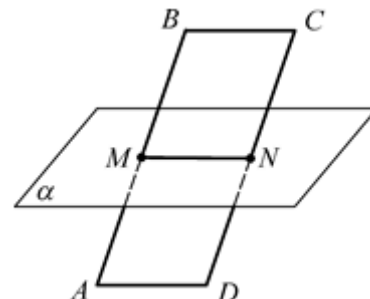
4. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  
 $AM = MB$ ,  $CN = ND$ ,  $AD \parallel MN$ .  
Докажите, что  $BC \parallel \alpha$ .



5. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB \cap \alpha = M$ ,  $CD \cap \alpha = N$ ,  $AD \parallel \alpha$ .  
Докажите, что  $AD \parallel MN$ .

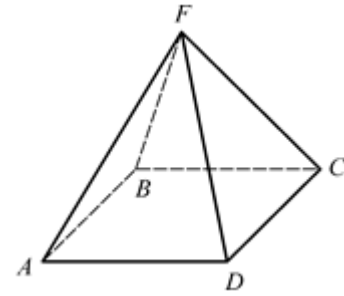
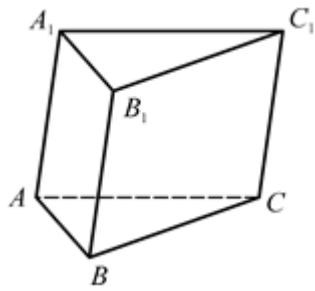


6. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB \cap \alpha = M$ ,  $CD \cap \alpha = N$ ,  $MN \parallel AD$ .  
Докажите, что  $BC \parallel \alpha$ .

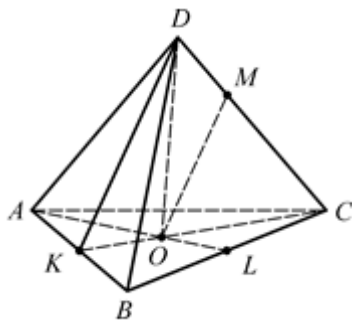


7. Дано:  $(ACC_1) \cap (BCC_1) = CC_1$ ,  
 $BB_1 \parallel CC_1$ .  
Докажите, что  $BB_1 \parallel (ACC_1)$ .

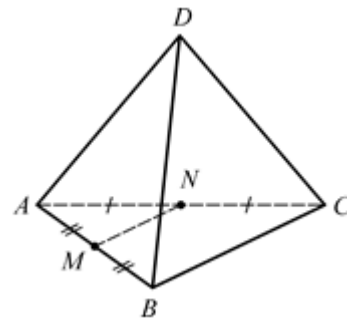
8. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $F \notin ABCD$ .  
Докажите, что  $DC \parallel (ABF)$ .



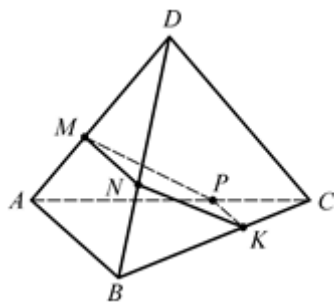
9. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $\triangle ABC$  – правильный,  $O$  – центр  
 $\triangle ABC$ ,  $M \in DC$ ,  $MC = 2DM$ .  
 Докажите, что  $OM \parallel (ABD)$ .



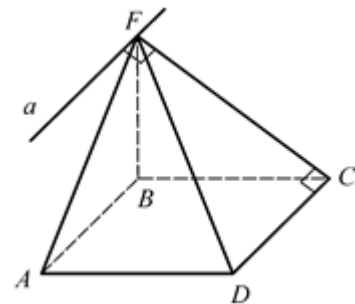
10. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $M$  – середина  $AB$ ,  $N$  – середина  $AC$ .  
 Докажите, что  $MN \parallel (BCD)$ .



11. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $M$  – середина  $AD$ ,  $N$  – середина  $BD$ ,  
 $MN \in \alpha$ ,  $\alpha \cap (ABC) = PK$ .  
 Докажите, что  $AB \parallel PK$ .



12. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  
 $CF \perp CD$ ,  $F \in a$ ,  $a \perp CF$ ,  $ABCD$  –  
 прямоугольник.  
 Докажите, что  $a \parallel AB$ .



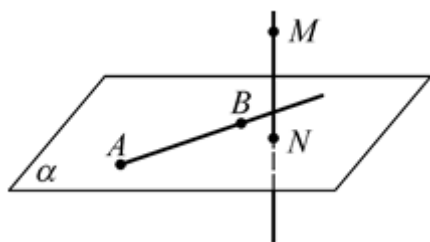
**Параллельность прямой и плоскости.  
Параллельность прямых в пространстве**

$AC \parallel \alpha$  и  $MN \in \alpha$ , следовательно,  $AC \not\parallel MN$ .  $AC \in (ABC)$ ,  $MN \in (ABC)$ ,  $AC \not\parallel MN$ , следовательно,  $AC \parallel MN$ . Остальные – аналогично. Указание: чтобы утверждать, что прямые параллельны, надо доказать, что они: 1) лежат в одной плоскости; 2) не пересекаются.

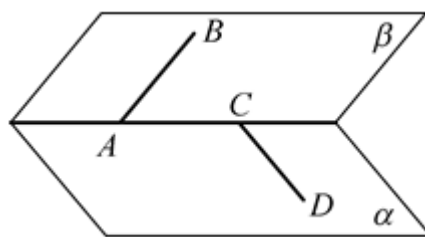
Из того, что прямая параллельна плоскости, следует, что она не пересекает никакую прямую, лежащую в этой плоскости.

## СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

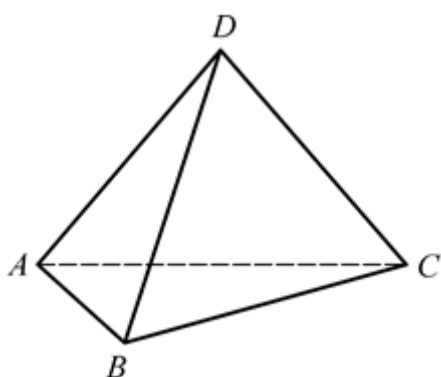
1. Докажите, что  $AB \perp MN$ .



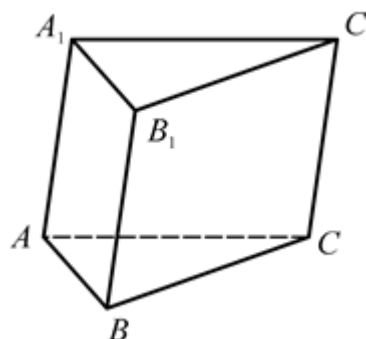
2. Докажите, что  $AB \perp CD$ .



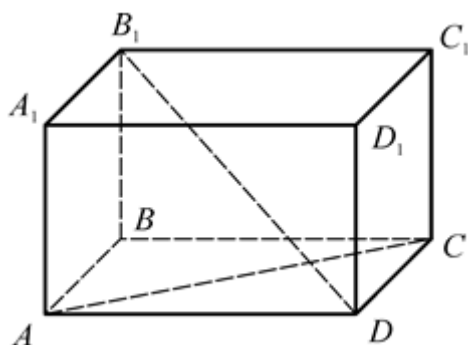
3. Докажите, что  $AB \perp CD$ .



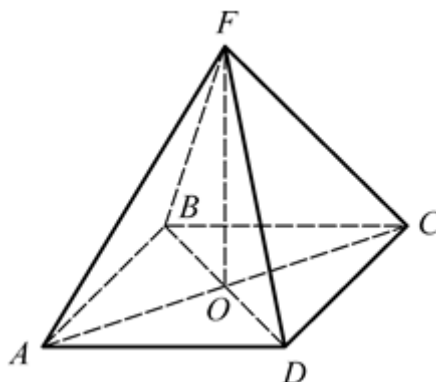
4. Докажите, что  $AB \perp CC_1$ .



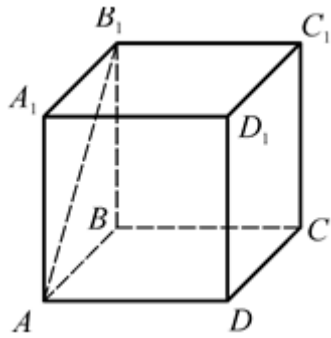
5. Докажите, что  $AB \perp B_1D$ .



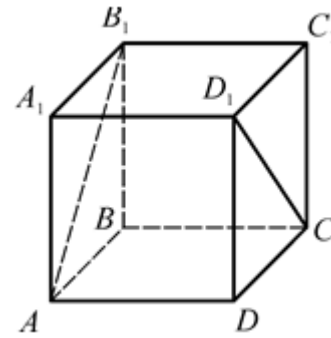
6. Докажите, что  $AB \perp FO$ .



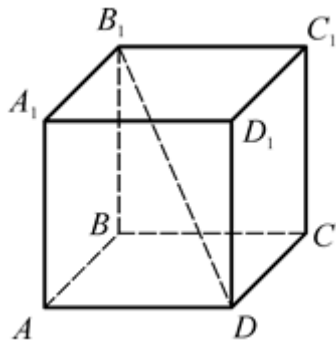
7.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  $AB = a$ .  
Найдите расстояние между  $AB_1$  и  $DC$ .



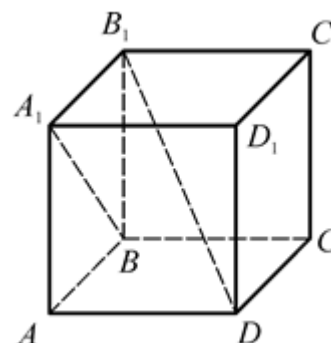
8.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  $AB = a$ .  
Найдите расстояние между  $AB_1$  и  $CD_1$ .



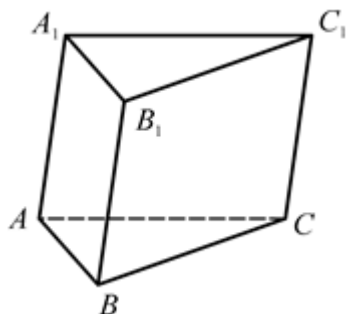
9.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  $AB = a$ .  
Найдите расстояние между  $AB$  и  $DB_1$ .



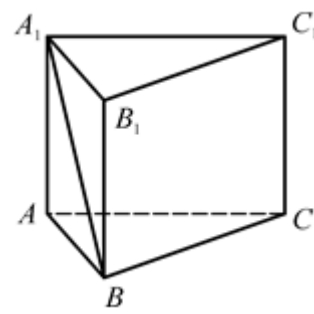
10.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  $AB = a$ .  
Найдите расстояние между  $A_1B$  и  $DB_1$ .



11.  $\triangle ABC$  – правильный,  $AB = a$ ,  
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1, AA_1 = BB_1 = CC_1$ .  
Найдите расстояние между  $AA_1$  и  $BC$ .



12.  $\triangle ABC$  – правильный,  $AB = a$ ,  
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1, AA_1 = BB_1 = CC_1$ .  
Найдите расстояние между  $A_1B$  и  $CC_1$ .

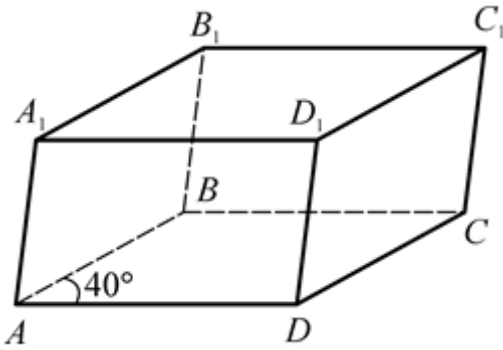


## Скрещивающиеся прямые

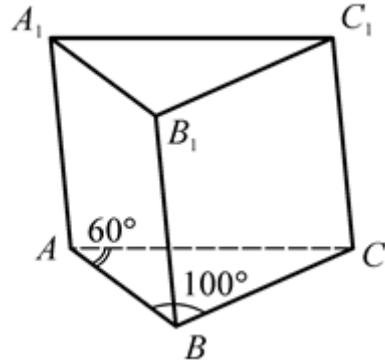
Указание: воспользоваться признаком скрещивающихся прямых и доказать, что одна прямая лежит в некоторой плоскости, а вторая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой.

## УГЛЫ С СОНАПРАВЛЕННЫМИ СТОРОНАМИ

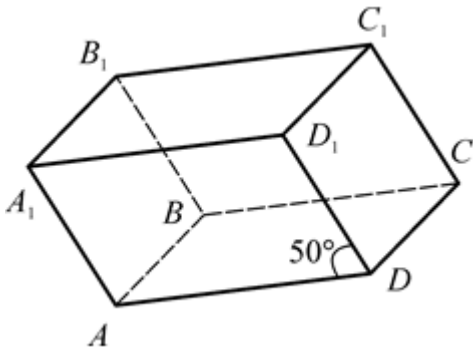
1.  $ABCD$  – параллелограмм,  $\angle BAD = 40^\circ$ ,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ .  
Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $A_1D_1$ ;  $BC$  и  $A_1B_1$ .



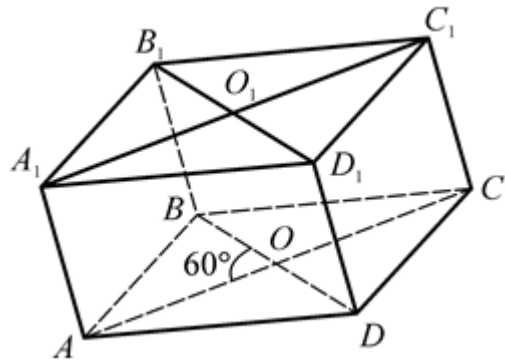
2.  $\triangle ABC$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ ;  $\angle ACB = 100^\circ$ ,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ . Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $C_1B_1$ ;  $A_1B_1$  и  $A_1C_1$ .



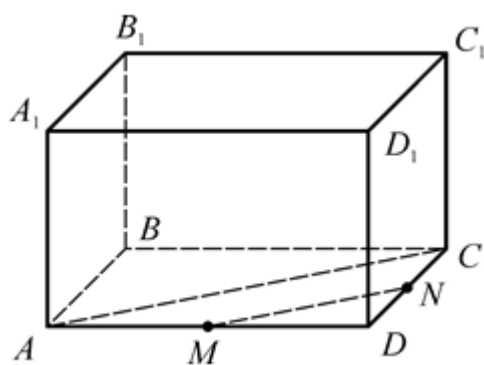
3.  $ABCD$  – параллелограмм,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ ,  $\angle ADD_1 = 50^\circ$ .  
Найдите угол между прямыми  $BC$  и  $DD_1$ ;  $BB_1$  и  $A_1D_1$ .



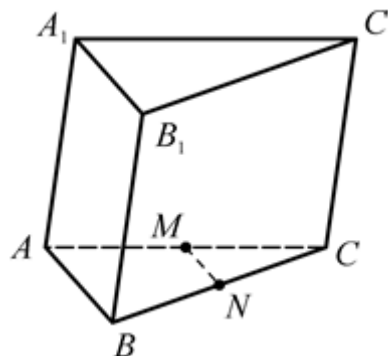
4.  $ABCD$  – прямоугольник,  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ .  
Найдите угол между прямыми  $A_1B_1$  и  $AC$ ;  $AB$  и  $A_1D_1$ .



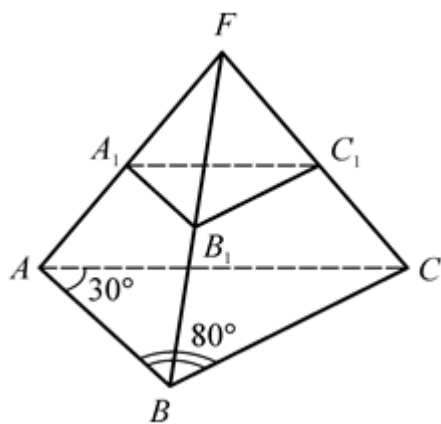
5.  $ABCD$  – прямоугольник,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ ,  $BB_1 \perp AC$ ,  $AM = MD$ ,  $CN = ND$ . Найдите угол между прямыми  $MN$  и  $DD_1$ ;  $BB_1$  и  $A_1C_1$ .



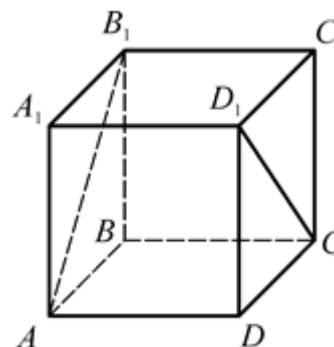
6.  $\triangle ABC$  – правильный,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ ,  $AM = MC$ ,  $BN = NC$ . Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $B_1C_1$ ;  $MN$  и  $A_1C_1$ .



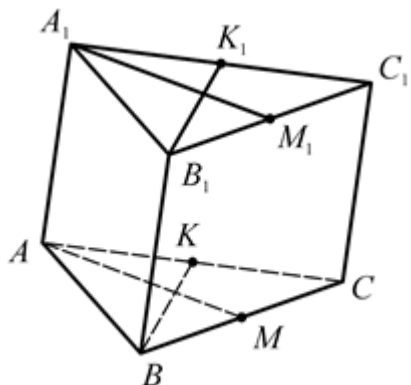
7.  $\triangle ABC$ ,  $AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1 = F$ ,  $A_1B_1 \parallel AB$ ,  $A_1C_1 \parallel AC$ ,  $B_1C_1 \parallel BC$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 80^\circ$ . Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $B_1C_1$ ;  $A_1C_1$  и  $BC$ .



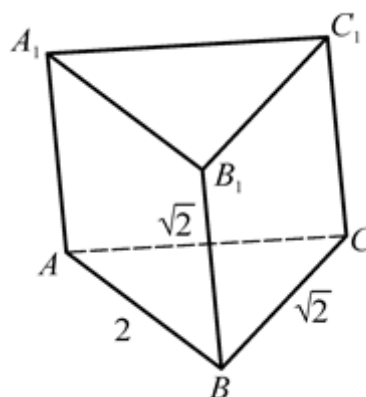
8.  $ABCA_1B_1C_1D_1$  – куб. Найдите угол между прямыми  $AD$  и  $CC_1$ ;  $AB_1$  и  $D_1C$ .



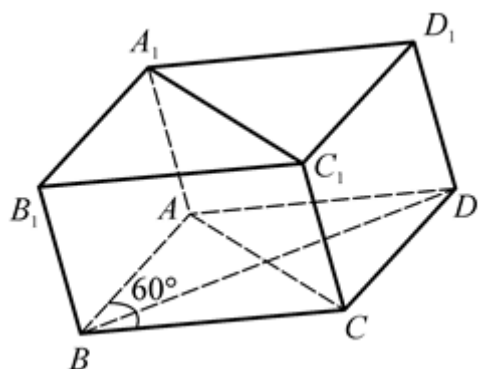
9.  $\triangle ABC$  – правильный,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ ,  $AK = KC$ ,  $BM = MC$ ,  $A_1K_1 = K_1C_1$ ,  $B_1M_1 = M_1C_1$ . Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$ ,  $AM$  и  $B_1K_1$ .



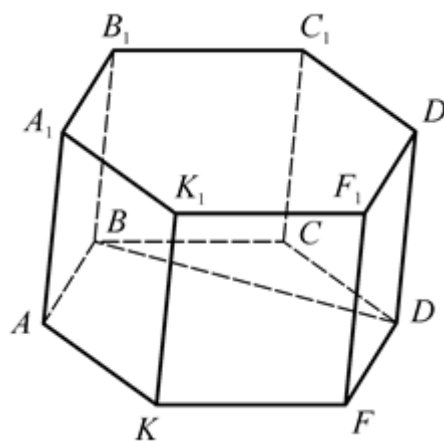
10.  $\triangle ABC$ ,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ ,  $AB = 2$ ,  $AC = CB = \sqrt{2}$ . Найдите угол между прямыми  $AC$  и  $C_1B_1$ ,  $AB$  и  $A_1C_1$ .



11.  $ABCD$  – ромб,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ . Найдите угол между прямыми  $BC$  и  $C_1D_1$ ;  $BD$  и  $A_1C_1$ .



12.  $ABCDFK$  – правильный шестиугольник,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1 \parallel FF_1 \parallel KK_1$ ,  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = FF_1 = KK_1$ . Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $D_1F_1$ ;  $AB$  и  $C_1D_1$ .



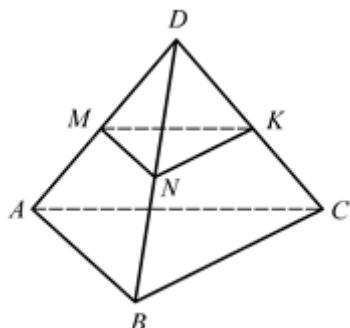
### Углы с сонаправленными сторонами

1.  $\angle(AB, A_1D_1) = 40^\circ$ ,  $\angle(BC, A_1B_1) = 140^\circ$ .
2.  $\angle(AB, C_1B_1) = 100^\circ$ ,  $\angle(A_1B_1, A_1C_1) = 60^\circ$ .
3.  $\angle(BC, DD_1) = 50^\circ$ ,  $\angle(BB_1, A_1D_1) = 50^\circ$ .
4.  $\angle(A_1B_1, AC) = 60^\circ$ ,  $\angle(AB, A_1D_1) = 90^\circ$ .
5.  $\angle(MN, DD_1) = 90^\circ$ ,  $\angle(BB_1, A_1C_1) = 90^\circ$ .
6.  $\angle(AB, B_1C_1) = 60^\circ$ ,  $\angle(MN, A_1C_1) = 60^\circ$ .
7.  $\angle(AB, B_1C_1) = 30^\circ$ ,  $\angle(A_1C_1, BC) = 70^\circ$ .
8.  $\angle(AD, CC_1) = 90^\circ$ ,  $\angle(AB_1, D_1C) = 90^\circ$ .
9.  $\angle(AB, A_1C_1) = 60^\circ$ ,  $\angle(AM, B_1K_1) = 120^\circ$ .
10.  $\angle(AC, C_1B_1) = 45^\circ$ ,  $\angle(AB, A_1C_1) = 45^\circ$ .
11.  $\angle(BC, C_1D_1) = 120^\circ$ ,  $\angle(BD, A_1C_1) = 90^\circ$ .
12.  $\angle(BD, D_1F_1) = 90^\circ$ ,  $\angle(AB, C_1D_1) = 60^\circ$ .

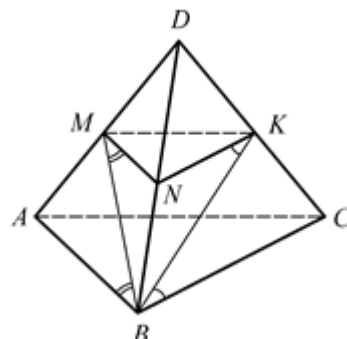
## ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Докажите, что  $(ABC) \parallel (MNK)$ .

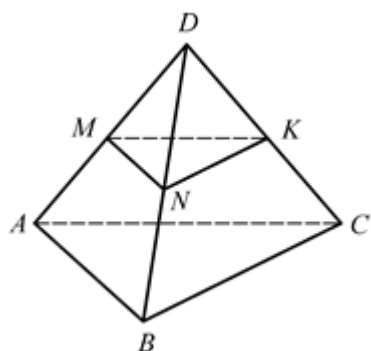
1.  $MN \parallel AB$ ,  $MK \parallel AC$ .



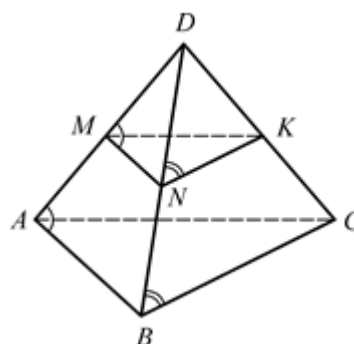
2.  $\angle ABM = \angle BMN$ ,  
 $\angle NKB = \angle KBC$ .



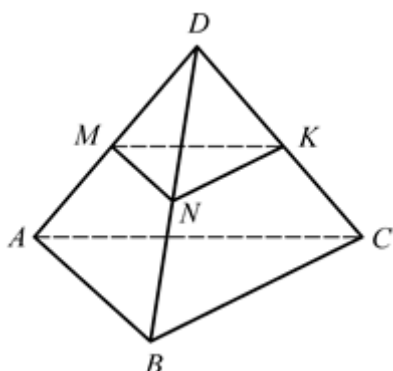
3.  $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{ND} = \frac{CK}{KD}$ .



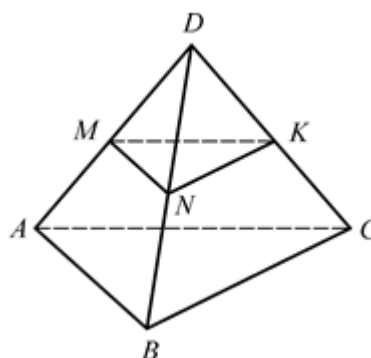
4.  $\angle BAD = \angle NMD$ ,  
 $\angle CBD = \angle KND$ .



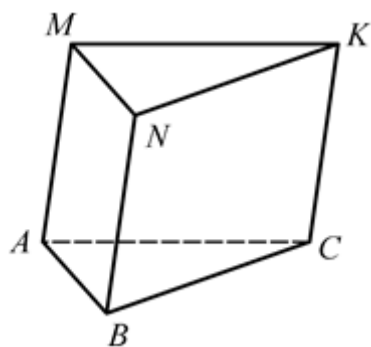
5.  $\angle BAM + \angle AMN = 180^\circ$ ,  
 $\angle CBN + \angle BNK = 180^\circ$ .



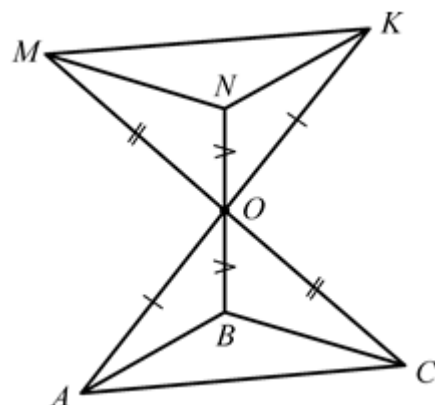
6.  $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BD} = \frac{CK}{CD}$ .



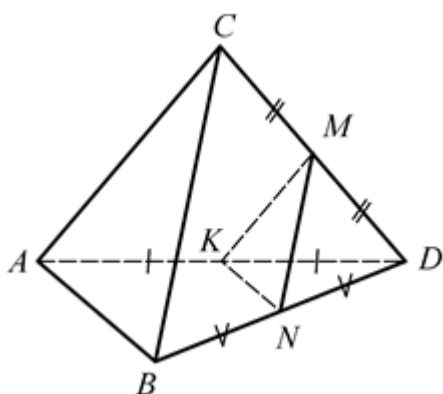
7.  $AM \parallel BN \parallel CK$ ,  $AM = BN = CK$ .



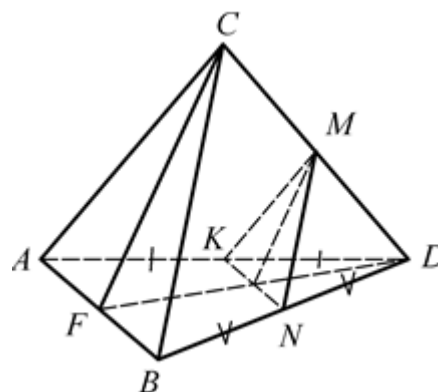
8.  $MO = OC$ ,  $NO = OB$ ,  $AO = OK$ .



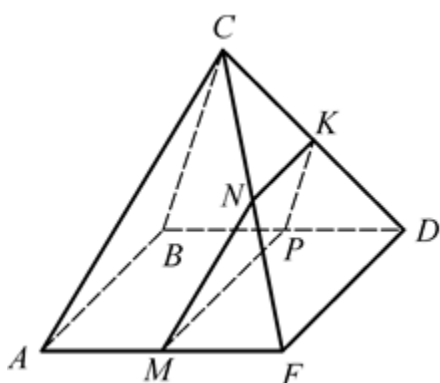
9.  $CM = MD$ ,  $AK = KD$ ,  $BN = ND$ .



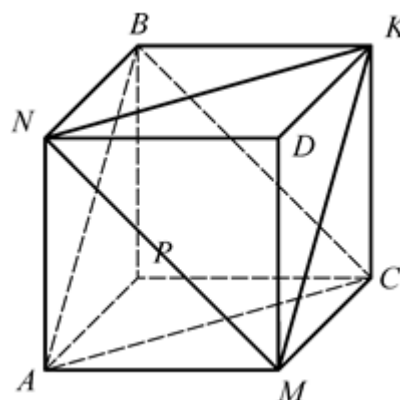
10.  $AK = KD$ ,  $BN = ND$ ,  $CF \parallel MQ$ .



11.  $MN \parallel AC$ ,  $PK \parallel BC$ .



12.  $APCMNBKD$  – куб.

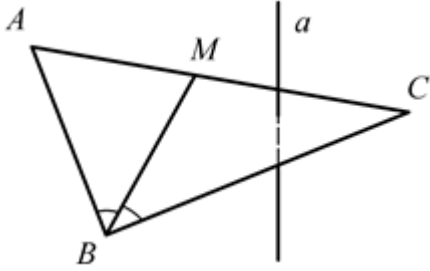
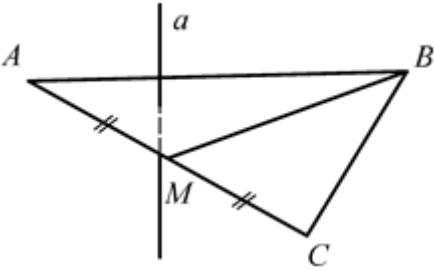
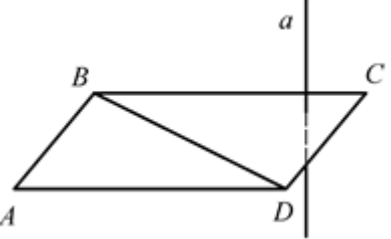
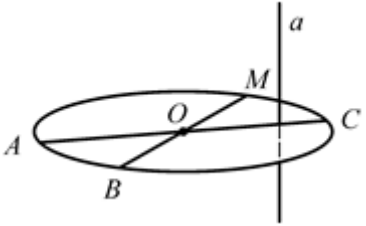
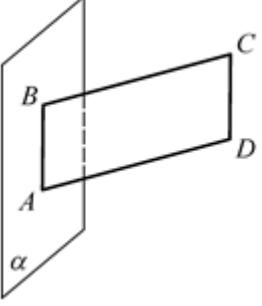
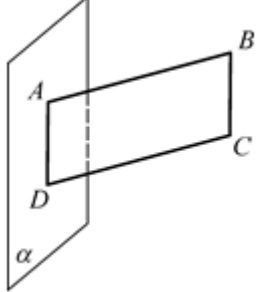


### Параллельность плоскостей

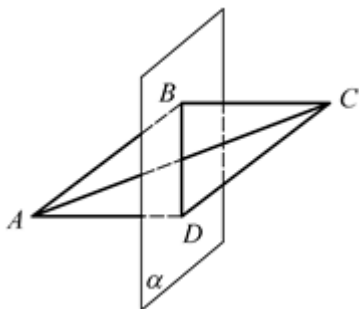
Указание: воспользоваться признаком параллельности плоскостей и доказать, что две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум прямым другой плоскости.

## Перпендикулярность прямых и плоскостей

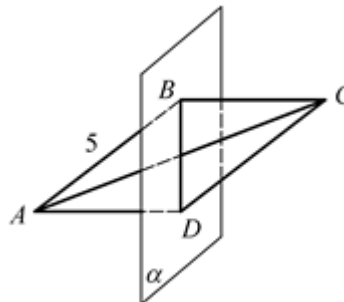
### ПРЯМАЯ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ ПЛОСКОСТИ. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

<p>1. Дано: <math>a \perp (ABC)</math>, <math>BM</math> – биссектриса. Докажите, что <math>a \perp BM</math>.</p> 	<p>2. Дано: <math>a \perp (ABC)</math>, <math>BM</math> – медиана. Докажите, что <math>a \perp BM</math>.</p> 
<p>3. Дано: <math>ABCD</math> – прямоугольник, <math>a \perp (ABC)</math>. Докажите, что <math>a \perp BD</math>.</p> 	<p>4. Дано: <math>\omega(O; R)</math>, <math>a \perp (ABC)</math>. Докажите, что <math>a \perp AM</math>.</p> 
<p>5. Дано: <math>ABCD</math> – параллелограмм, <math>AB \in \alpha</math>, <math>BC \perp \alpha</math>. Докажите, что <math>AC = BD</math>.</p> 	<p>6. Дано: <math>ABCD</math> – параллелограмм, <math>AD \in \alpha</math>, <math>AB \perp \alpha</math>, <math>AD = 12</math>, <math>AB = 5</math>. Найдите <math>DB</math>.</p> 

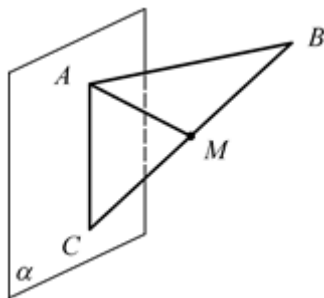
7. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $BD \in \alpha, AC \perp \alpha$ .  
 Докажите, что  $\angle BAC = \angle DAC$ .



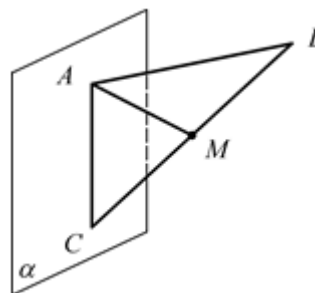
8. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $BD \in \alpha, AC \perp \alpha, AB = 5$ .  
 Найдите периметр параллелограмма.



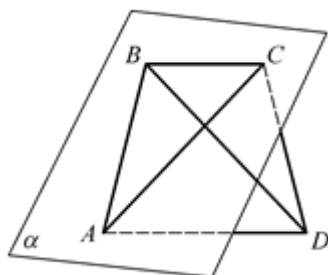
9. Дано:  $AB \perp \alpha, AC \in \alpha, M$  –  
 середина  $CB, AC = 6, AB = 8$ .  
 Найдите  $AM$ .



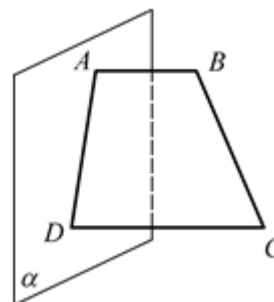
10. Дано:  $AB \perp \alpha, AC \in \alpha, M$  –  
 середина  $CB, AM = 2,5, AC = 3$ .  
 Найдите  $AB$ .



11. Дано:  $ABCD$  – равнобедренная  
 трапеция,  $BC = 10$ ,  
 $AD = 20, AC \in \alpha, BD \perp \alpha$ .  
 Найдите площадь трапеции.



12. Дано:  $ABCD$  – трапеция.  $AB \perp \alpha$ ,  
 $AD \in \alpha, AB = 2, DC = 6$ , а меньшая  
 из боковых сторон равна 3.  
 Найдите площадь трапеции.



**Прямая, перпендикулярная плоскости. Параллельные прямые,  
перпендикулярные плоскости**

1.  $a \perp (ABC)$  и  $BM \in (ABC)$ , следовательно,  $a \perp BM$ .

2.  $a \perp (ABC)$  и  $BM \in (ABC)$ , следовательно,  $a \perp BM$ .

3.  $a \perp (ABC)$  и  $BD \in (ABC)$ , следовательно,  $a \perp BD$ .

4.  $a \perp (ABC)$  и  $AM \in (ABC)$ , следовательно,  $a \perp AM$ .

5.  $BC \perp \alpha$  и  $AB \in \alpha$ , следовательно,  $BC \perp AB$ .

$ABCD$  – параллелограмм и  $\angle ABC = 90^\circ$ , следовательно,  $ABCD$  – прямоугольник и  $AC = BD$ .

6.  $DB = 13$ .

7.  $AC \perp \alpha$  и  $BD \in \alpha$ , следовательно,  $AC \perp BD$ .

$ABCD$  – параллелограмм и  $AC \perp BD$ , следовательно,  $ABCD$  – ромб и  $\angle BAC = \angle DAC$ .

8.  $P = 20$ .

9.  $AM = 5$ .

10.  $AB = 4$ .

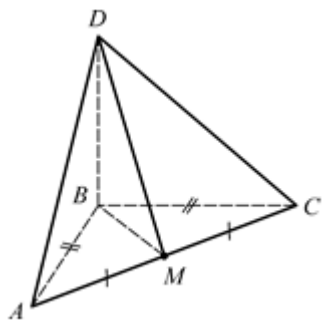
11.  $S = 225$ . Указание:  $ABCD$  – равнобедренная трапеция со взаимно

перпендикулярными диагоналями, следовательно, 
$$S_{ABCD} = \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 .$$

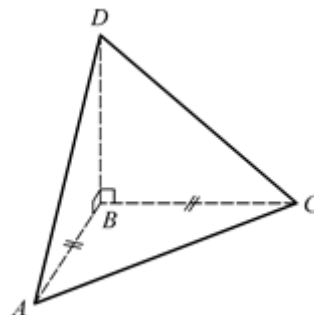
12.  $S = 12$ .

## ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

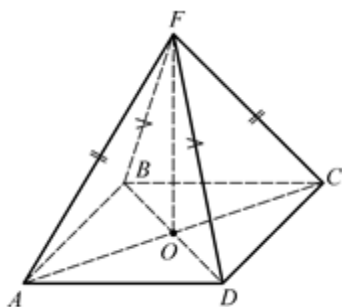
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BD \perp (ABC)$ ,  
 $AB = BC$ ,  $AM = MC$ .  
Докажите, что  $AC \perp (BDM)$ .



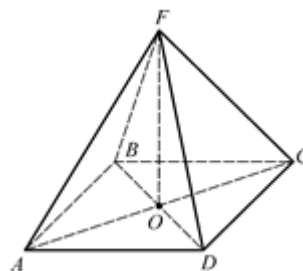
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC$ ,  
 $BD \perp AB$ ,  $BD \perp BC$ .  
Докажите, что  $BD \perp (ABC)$ .



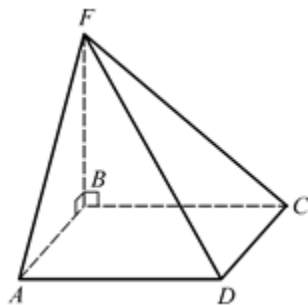
3. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $AF = FC$ ,  $BF = FD$ .  
Докажите, что  $FO \perp (ABC)$ .



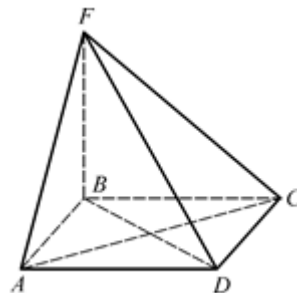
4. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $AC \perp (BFD)$ .



5. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $BF \perp AB$ ,  $BF \perp BC$ .  
Докажите, что  $BF \perp (ABC)$ .



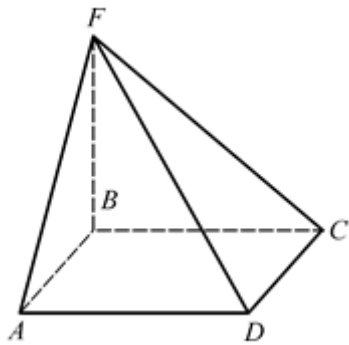
6. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $BF \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $AC \perp (BFD)$ .



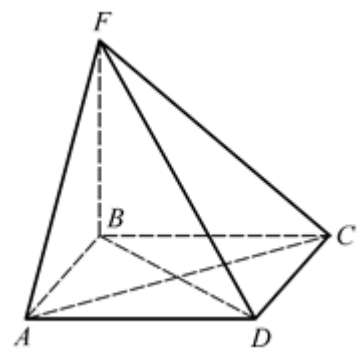
7. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $FB \perp (ABC)$ .

8. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  
 $FB \perp (ABC)$ .

Докажите, что  $DC \perp (BFC)$ .

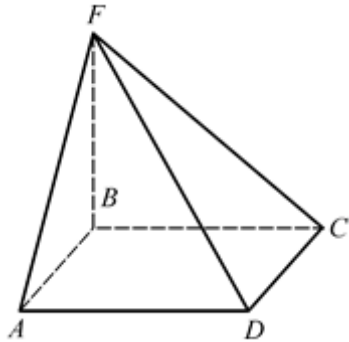


Докажите, что  $AC \perp (BFD)$ .



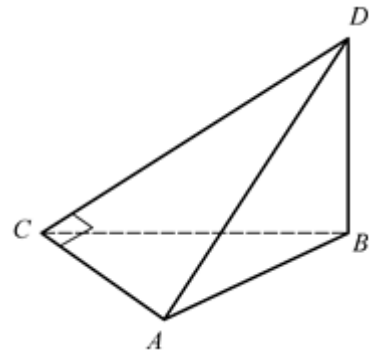
9. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  
 $FB \perp (ABC)$ .

Докажите, что  $AD \perp (ABF)$ .



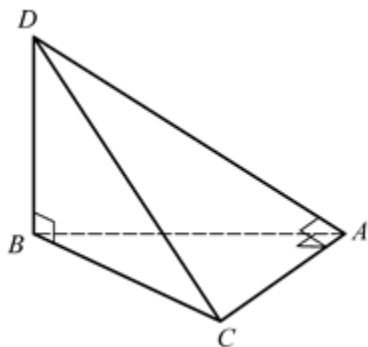
10. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACD = 90^\circ$ ,  
 $BD \perp (ABC)$ .

Докажите, что  $AC \perp (BCD)$ .



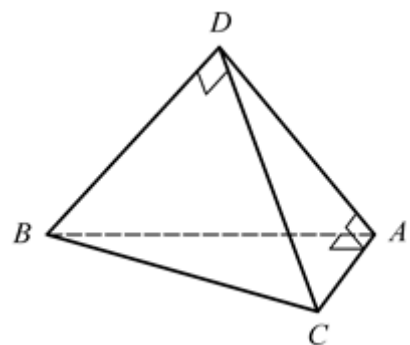
11. Дано:  $AD \perp AC$ ,  $AC \perp AB$ ,  
 $BD \perp CB$ .

Докажите, что  $BD \perp (ABC)$ .



12. Дано:  $AD \perp AC$ ,  $AC \perp AB$ ,  
 $BD \perp CD$ .

Докажите, что  $BD \perp (ACD)$ .

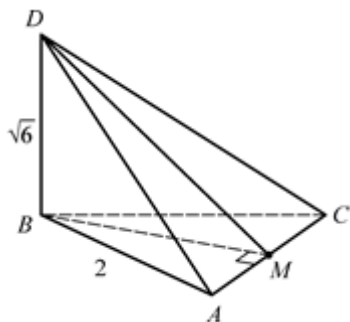


## **Признак перпендикулярности прямой и плоскости**

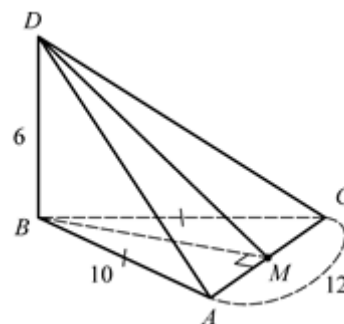
**Указание:** воспользоваться признаком перпендикулярности прямой к плоскости и доказать, что прямая, не лежащая в плоскости, перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости.

## ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

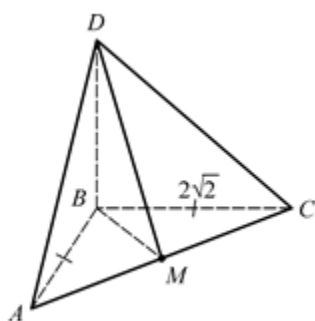
1. Дано:  $\triangle ABC$  – равносторонний,  
 $AB = 2$ ,  $BD \perp (ABC)$ ,  $BD = \sqrt{6}$ .  
Найдите  $S_{ADC}$ .



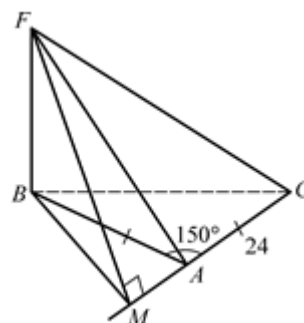
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = 10$ ,  
 $AC = 12$ ,  $BD \perp (ABC)$ ,  $BD = 6$ .  
Найдите  $S_{ADC}$ .



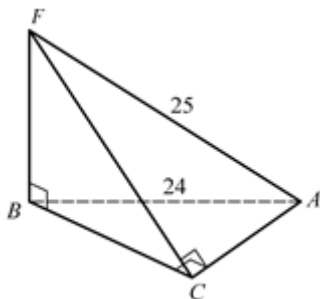
3. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  
 $AB = BC = 2\sqrt{2}$ ,  $BD \perp (ABC)$ ,  
 $BD = \sqrt{5}$ .  
Найдите  $S_{ADC}$ .



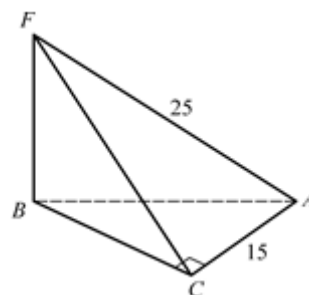
4. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle BAC = 150^\circ$ ,  
 $AB = AC = 24$ ,  $BF \perp (ABC)$ ,  
 $FM \perp AC$ ,  $FM = 15$ .  
Найдите  $BF$ .



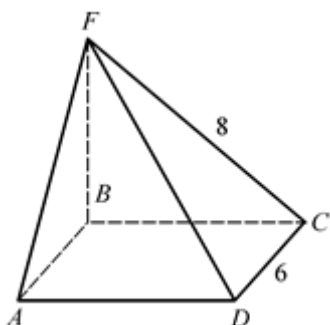
5. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $BF \perp BC$ ,  $AC \perp FC$ ,  $AF = 25$ ,  
 $AB = 24$ . Найдите  $BF$ .



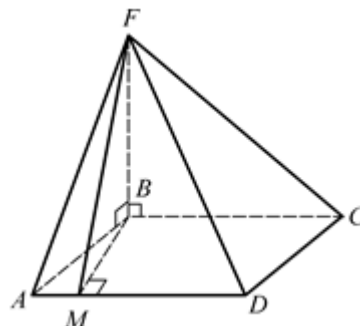
6. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $BF \perp (ABC)$ ,  $AF = 25$ ,  $AC = 15$ .  
Найдите  $S_{ACF}$ .



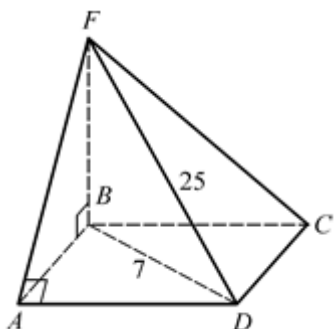
7. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $FB \perp (ADC)$ ,  $FC = 8$ ,  $DC = 6$ .  
Найдите  $S_{CDF}$ .



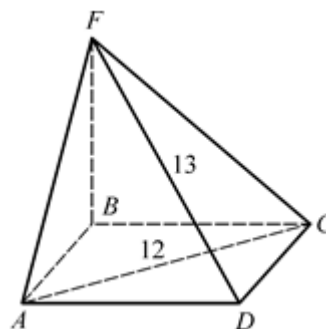
8. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $\angle BAD = 45^\circ$ ,  $BF \perp AB$ ,  $BF \perp BC$ ,  $BM \perp AD$ ,  $FM = 5$ .  
Найдите  $BF$ .



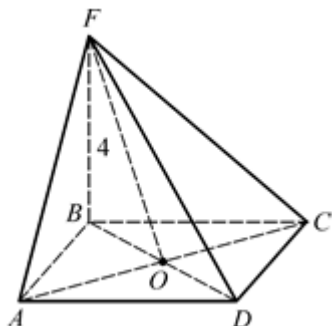
9. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $BF \perp AB$ ,  $AF \perp AD$ ,  $BD = 7$ ,  $DF = 25$ .  
Найдите  $S_{BDF}$ .



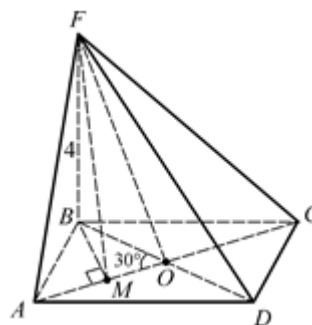
10. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $BF \perp (ABC)$ ,  $AC = 12$ ,  $FD = 13$ .  
Найдите  $BF$ .



11. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  $BF \perp (ABC)$ ,  $BF = 4$ ,  $AC = 6$ .  
Найдите  $S_{ACF}$ .



12. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $BD = 12$ ,  $BF \perp (ABC)$ ,  $BF = 4$ .  
Найдите  $S_{ACF}$ .



## Перпендикулярность прямой и плоскости

1.  $S_{ADC} = 2$ .

2.  $S_{ADC} = 60$ .

3.  $S_{ADC} = 2$ .

4.  $BF = 9$ .

5.  $BF = 7$ .

6.  $S_{ACF} = 150$ .

7.  $S_{CDF} = 24$ .

8.  $BF = 4$ .

9.  $S_{BDF} = 84$ .

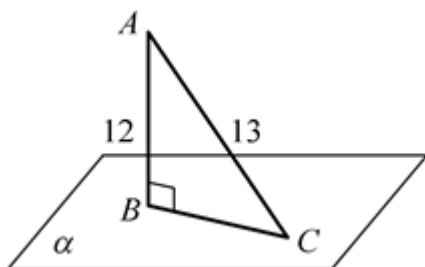
10.  $BF = 5$ .

11.  $S_{ACF} = 15$ .

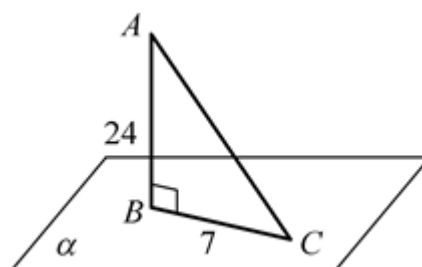
12.  $S_{ACF} = 30$ .

## ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

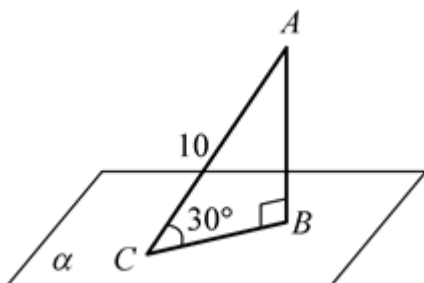
1. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC = 13$ ,  $AB = 12$ .  
Найдите  $BC$ .



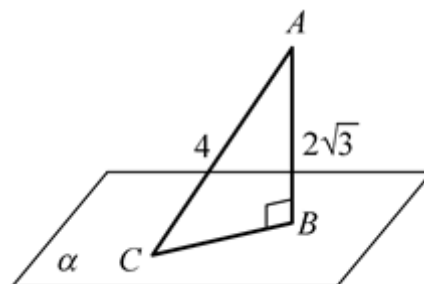
2. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AB = 24$ ,  $BC = 7$ .  
Найдите  $AC$ .



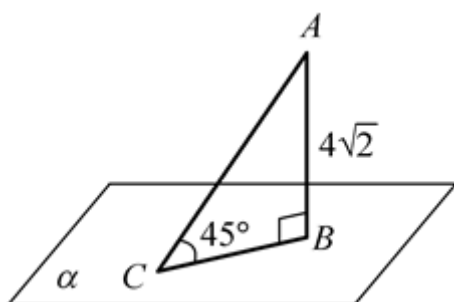
3. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  
 $AC = 10$ .  
Найдите  $AB$ .



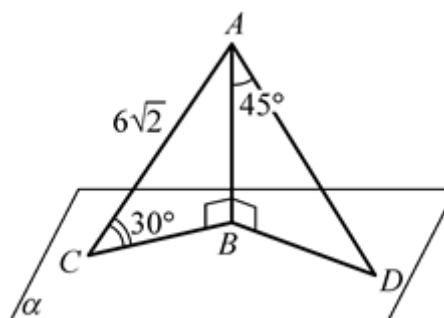
4. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  
 $AC = 4$ .  
Найдите  $\angle ACB$ .



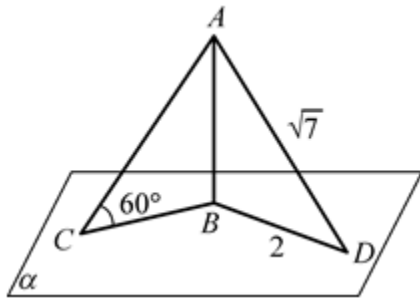
5. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  
 $AB = 4\sqrt{2}$ .  
Найдите  $AC$ .



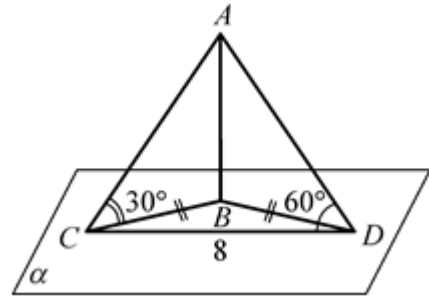
6. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC = 6\sqrt{2}$ ,  
 $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $\angle BAD = 45^\circ$ .  
Найдите  $AD$ .



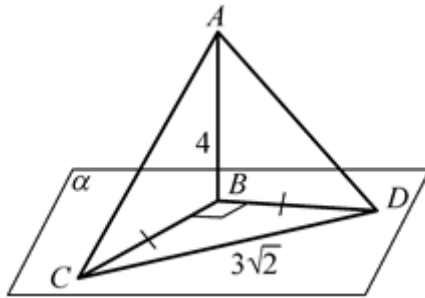
7. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ ,  
 $AD = \sqrt{7}$ ,  $BD = 2$ .  
 Найдите  $AC$ .



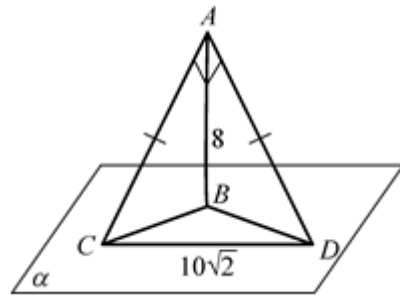
8. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $CB = BD$ ,  
 $\angle ADC = 60^\circ$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $CD = 8$ .  
 Найдите  $AB$ .



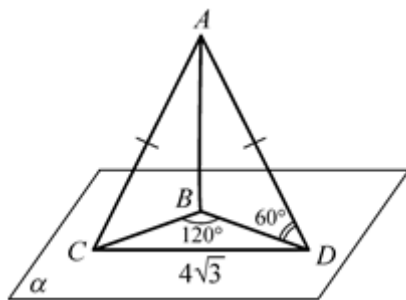
9. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle CBD = 90^\circ$ ,  
 $CD = 3\sqrt{2}$ ,  $AB = 4$ ,  $CB = BD$ .  
 Найдите  $AD$ .



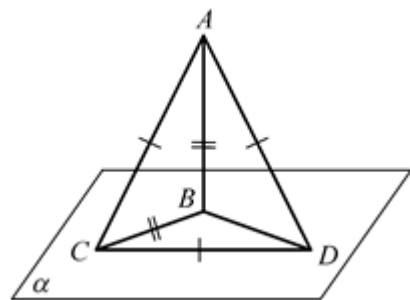
10. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $CD = 10\sqrt{2}$ ,  
 $\angle CAD = 90^\circ$ ,  $AB = 8$ ,  $AC = AD$ .  
 Найдите  $BD$ .



11. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle CBD = 120^\circ$ ,  
 $CD = 4\sqrt{3}$ ,  $\angle ADB = 60^\circ$ ,  
 $AC = AD$ .  
 Найдите  $AD$ .



12. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC = AD = CD$ ,  
 $AB = BC$ .  
 Найдите  $\angle CBD$ .



### Перпендикуляр и наклонная

1.  $BC = 5$ .

2.  $AC = 25$ .

3.  $AB = 5$ .

4.  $\angle ACB = 60^\circ$ .

5.  $AC = 8$ .

6.  $AD = 6$ .

7.  $AC = 2$ .

8.  $AB = 4$ .

9.  $AD = 5$ .

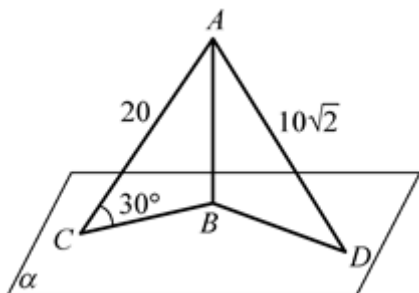
10.  $BD = 6$ .

11.  $AD = 8$ .

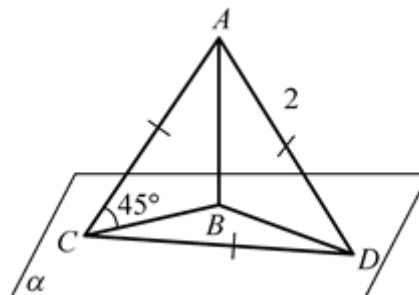
12.  $\angle CBD = 90^\circ$ .

## ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

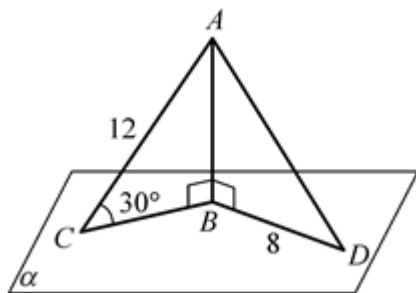
1. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC = 20$ ,  
 $AD = 10\sqrt{2}$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ .  
 Найдите  $\angle ADB$ .



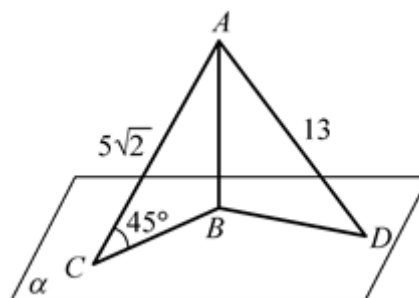
2. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC = AD = CD = 2$ ,  
 $\angle ACB = 45^\circ$ .  
 Найдите  $\angle CBD$ .



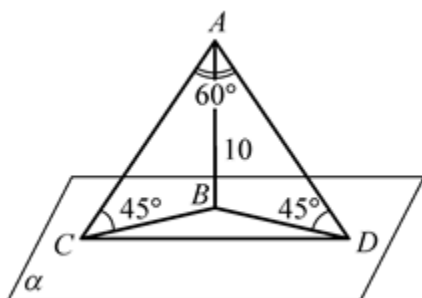
3. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  
 $AC = 12$ ,  $BD = 8$ .  
 Найдите  $AD$ .



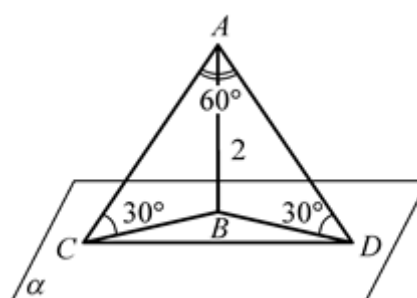
4. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ .  
 $AC = 5\sqrt{2}$ ,  $AD = 13$ .  
 Найдите  $BD$ .



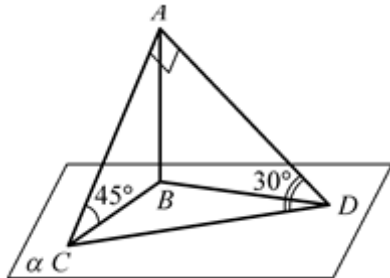
5. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AB = 10$ ,  $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$ ,  $\angle CAD = 60^\circ$ .  
 Найдите  $CD$ .



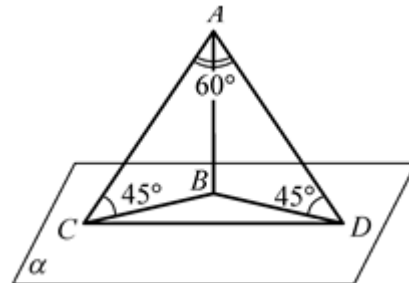
6. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = \angle ADB = 30^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $\angle CAD = 60^\circ$ .  
 Найдите  $CD$ .



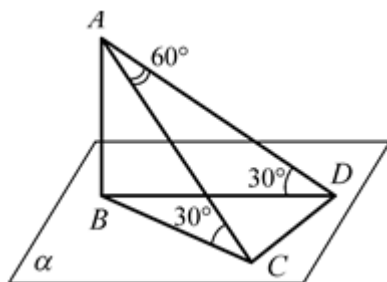
7. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle CAD = 90^\circ$ ,  
 $R = 6$  (радиус окружности,  
 описанной около  $\triangle ACD$ ),  $\angle ADC =$   
 $30^\circ$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ .  
 Найдите  $AB$ .



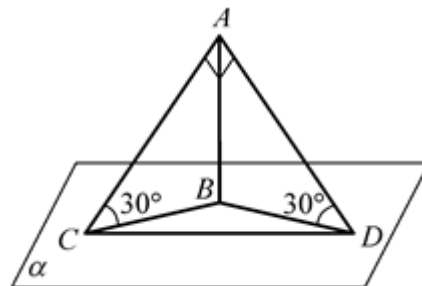
8. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = \angle ADB = =$   
 $45^\circ$ ,  $\angle CAD = 60^\circ$ ,  
 $R = 2\sqrt{3}$  (радиус окружности,  
 описанной около  $\triangle ACD$ ).  
 Найдите  $AB$ .



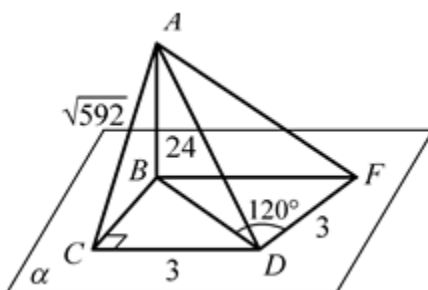
9. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle ACB = \angle ADB = =$   
 $30^\circ$ ,  $\angle CAD = 60^\circ$ ,  $r = \sqrt{3}$  (радиус  
 окружности, вписанной в  $\triangle ACD$ ).  
 Найдите  $AB$ .



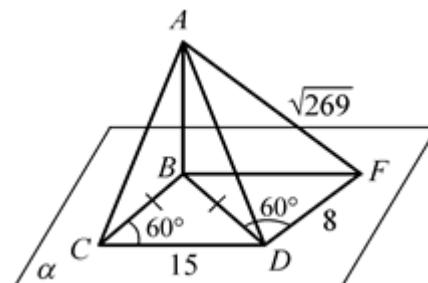
10. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $\angle CAD = 90^\circ$ ,  
 $\angle ACB = \angle ADB = 30^\circ$ ,  $R = 4\sqrt{2}$   
 (радиус окружности, описанной  
 около  $\triangle ACD$ ).  
 Найдите  $AB$ .



11. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AB = 24$ ,  
 $AC = \sqrt{592}$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$ ,  $CD = 3$ ,  
 $\angle BDF = 120^\circ$ ,  $DF = 3$ .  
 Найдите  $AF$ .



12. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $BC = BD$ ,  
 $\angle BCD = 60^\circ$ ,  $\angle BDF = 60^\circ$ ,  
 $DF = 8$ ,  $AF = \sqrt{269}$ ,  $CD = 15$ .  
 Найдите  $AB$ .



### Перпендикуляр и наклонная

1.  $\angle ADB = 45^\circ$ .

2.  $\angle CBD = 90^\circ$ .

3.  $AD = 10$ .

4.  $BD = 12$ .

5.  $CD = 10\sqrt{2}$ .

6.  $CD = 4$ .

7.  $AB = 3\sqrt{2}$ .

8.  $AB = 3\sqrt{2}$ .

9.  $AB = 3$ .

10.  $AB = 4$ .

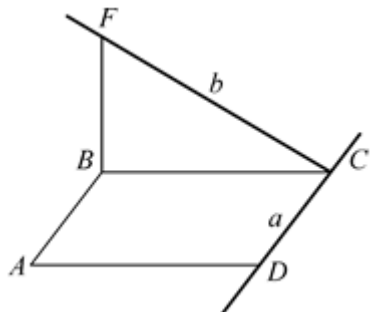
11.  $AF = 25$ .

12.  $AB = 10$ .

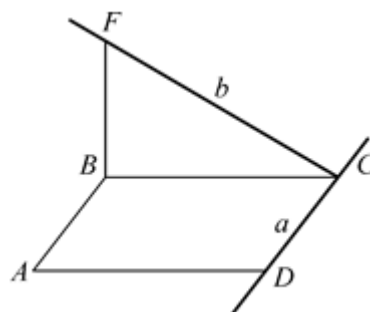
## ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ

Установите, перпендикулярны ли прямые  $a$  и  $b$ .

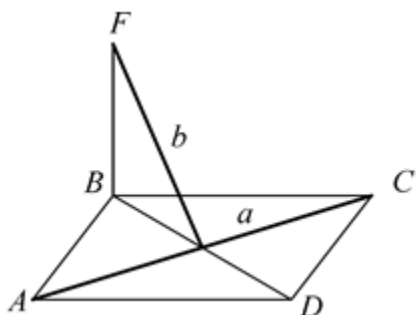
1.  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $FB \perp (ABC)$ .



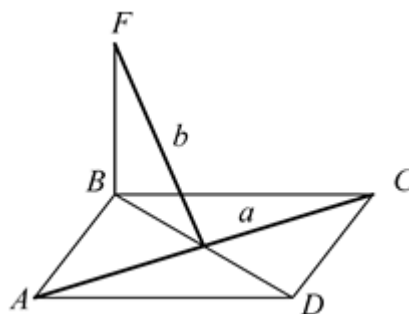
2.  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $FB \perp (ABC)$ .



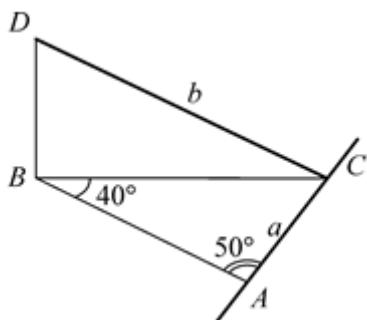
3.  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $FB \perp (ABC)$ .



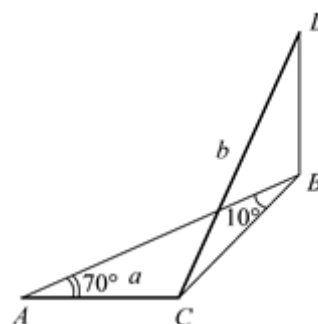
4.  $ABCD$  – ромб,  $FB \perp (ABC)$ .



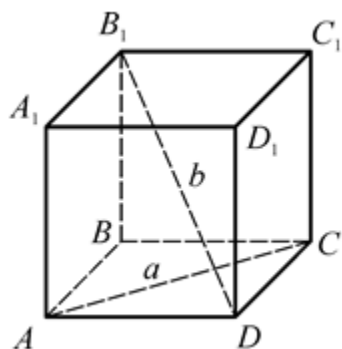
5.  $BD \perp (ABC)$ ,  $\angle ABC = 40^\circ$ ,  
 $\angle BAC = 50^\circ$ .



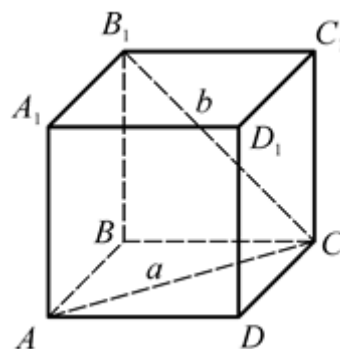
6.  $BD \perp (ABC)$ ,  $\angle ABC = 10^\circ$ ,  
 $\angle BAC = 70^\circ$ .



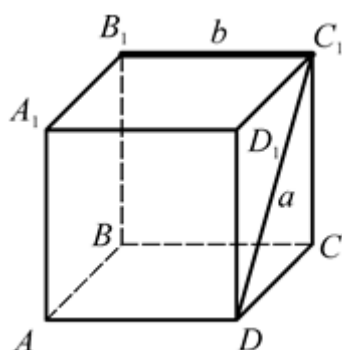
7.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.



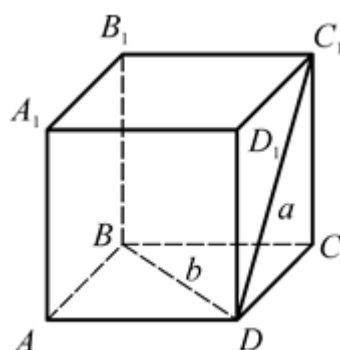
8.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.



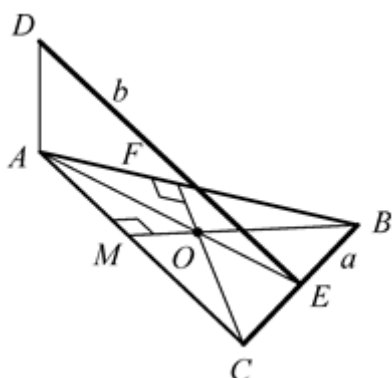
9.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.



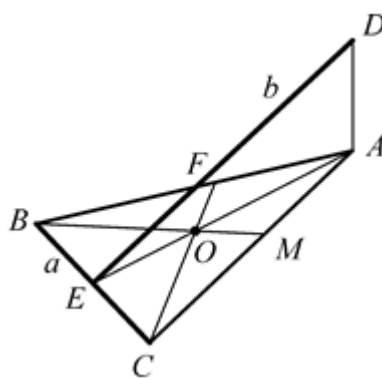
10.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.



11.  $AD \perp (ABC)$ ,  
 $BM$  и  $CF$  – высоты.



12.  $AD \perp (ABC)$ ,  
 $BM$  и  $CF$  – медианы.

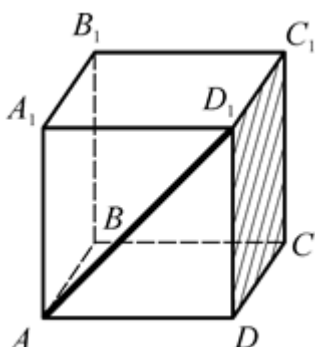


### Теорема о трех перпендикулярах

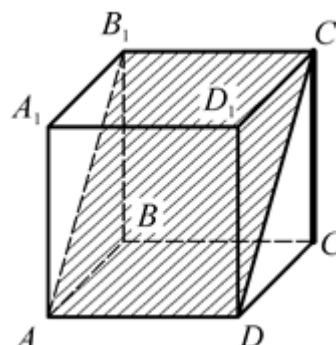
Указание: в задачах 1, 4, 5, 7, 9, 11 воспользоваться теоремой о трех перпендикулярах.

## УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

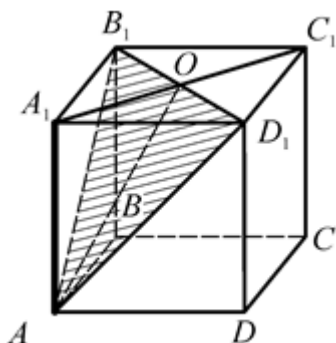
1. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\angle(AD_1, (DD_1 C_1))$ .



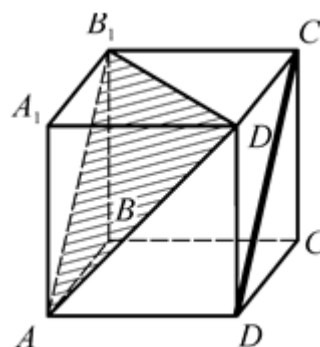
2. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\angle(CC_1, (AB_1 C_1))$ .



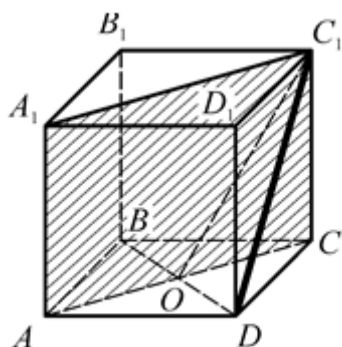
3. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\text{tg} \angle(AA_1, (AB_1 D_1))$ .



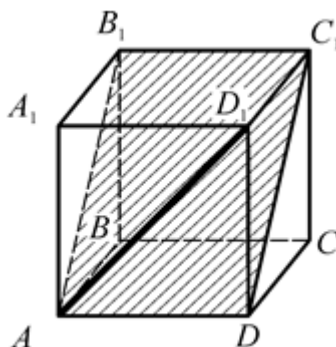
4. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\angle(DC_1, (AB_1 D_1))$ .



5. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\angle(DC_1, (AA_1 C_1))$ .



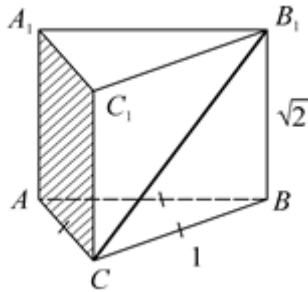
6. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.  
Найдите  $\angle(AD_1, (AB_1 C_1))$ .



7.  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая призма,  $\triangle ABC$  – правильный,

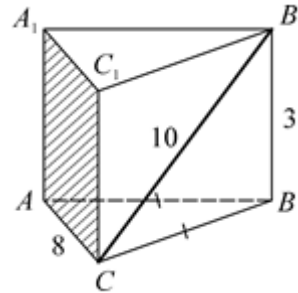
$$AB = 1, BB_1 = \sqrt{2}.$$

Найдите  $\angle(CB_1, (AA_1C))$ .



8.  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая призма,  $AB = BC$ ,  $CB_1 = 10$ ,  $BB_1 = 3$ ,  $AC = 8$ .

Найдите  $\angle(CB_1, (AA_1C))$ .

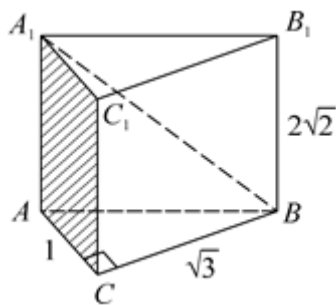


9.  $ABCA_1B_1C_1$  – прямая призма,

$$\angle ACB = 90^\circ, BB_1 = 2\sqrt{2},$$

$$AC = 1, CB = \sqrt{3}.$$

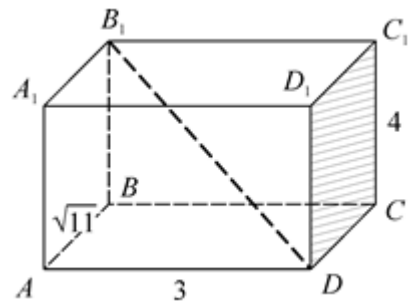
Найдите  $\angle(A_1B, (AA_1C))$ .



10.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед,

$$AB = \sqrt{11}, AD = 3, AA_1 = 4.$$

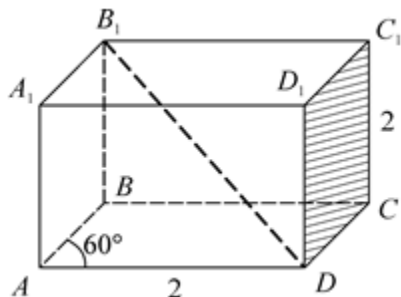
Найдите  $\cos \angle(B_1D, (DCC_1))$ .



11.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямой параллелепипед,  $ABCD$  – ромб,

$$\angle BCD = 60^\circ, AB = 2, DD_1 = 2.$$

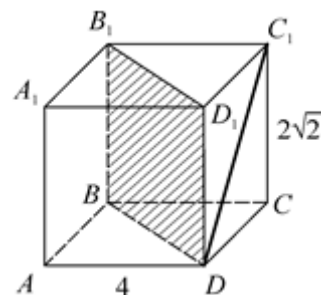
Найдите  $\text{tg} \angle(B_1D, (DCC_1))$ .



12.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямой параллелепипед,  $ABCD$  – ромб,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,

$$AB = 4, CC_1 = 2\sqrt{2}.$$

Найдите  $\angle(DC_1, (BB_1D_1))$ .



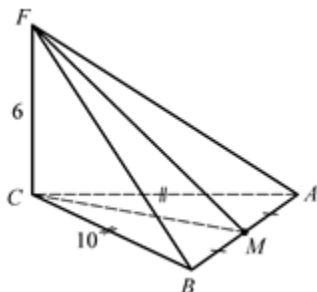
### Угол между прямой и плоскостью

- |                           |                 |                 |                             |
|---------------------------|-----------------|-----------------|-----------------------------|
| 1. $45^\circ$ .           | 4. $0^\circ$ .  | 7. $30^\circ$ . | 10. $\frac{5}{6}$ .         |
| 2. $45^\circ$ .           | 5. $30^\circ$ . | 8. $60^\circ$ . | 11. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ . |
| 3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . | 6. $30^\circ$ . | 9. $30^\circ$ . | 12. $45^\circ$ .            |

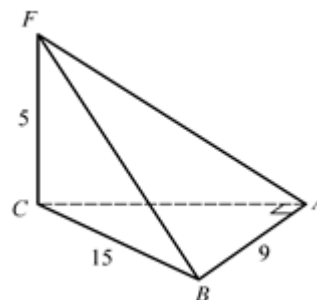
## РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Найдите расстояние от точки  $F$  до прямой  $AB$ .

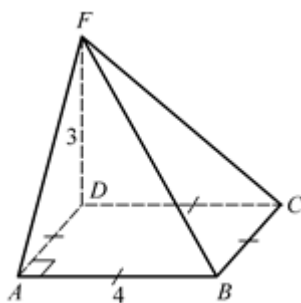
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC = CB = 10$ ,  
 $AB = 12$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 6$ .



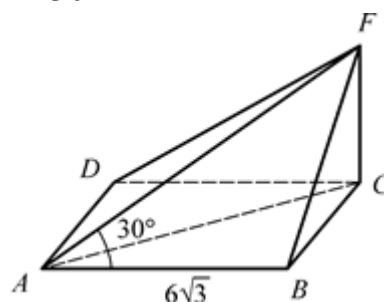
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle CAB = 90^\circ$ ,  
 $CB = 15$ ,  $AB = 9$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  
 $CF = 5$ .



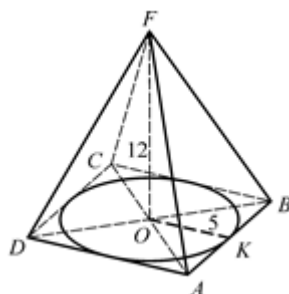
3. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  $AB = 4$ ,  
 $FD \perp (ABC)$ ,  $FD = 3$ .



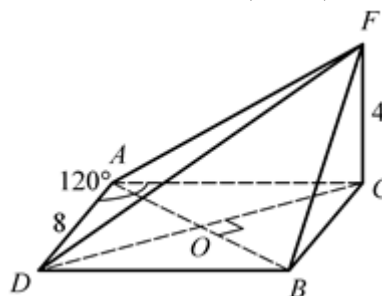
4. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $AB = 6\sqrt{3}$ ,  $FC \perp (ABC)$ ,  
 $\angle FAB = 30^\circ$ .



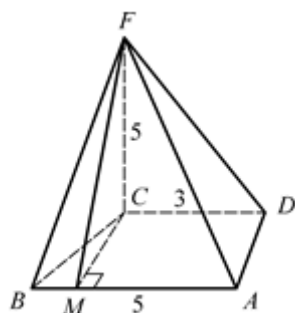
5. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $r_{\text{вписанной окружности}} = 5$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  
 $AC \cap BD = O$ ,  $FO = 12$ .



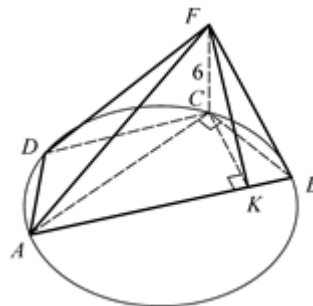
6. Дано:  $ACBD$  – ромб,  $AD = 8$ ,  
 $\angle DAC = 120^\circ$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 4$ .



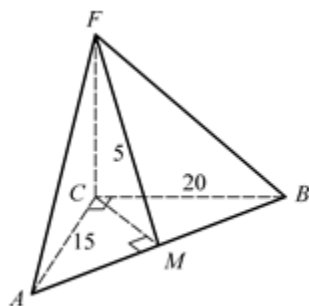
7. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  $AB = 5$ ,  $CD = 3$ ,  $S_{ABCD} = 48$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 5$ .



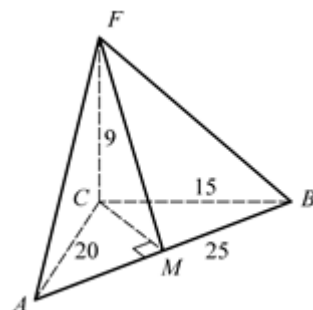
8. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  $AC \perp CB$ ,  $R_{\text{описанной окружности}} = 7$ ,  $S_{ACB} = 56$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 6$ .



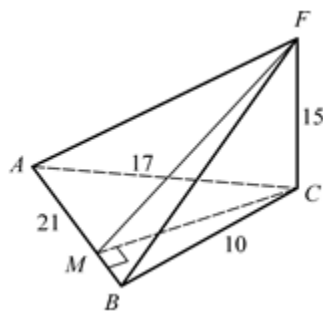
9. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 15$ ,  $CB = 20$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 5$ .



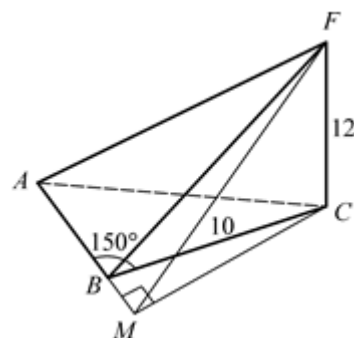
10. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 25$ ,  $AC = 20$ ,  $CB = 15$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 9$ .



11. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 21$ ,  $AC = 17$ ,  $CB = 10$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 15$ .



12. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$ ,  $CB = 10$ ,  $CF \perp (ABC)$ ,  $CF = 12$ .



### Расстояние от точки до прямой

1.  $FM = 10$ .

2.  $AF = 13$ .

3.  $AF = 5$ .

4.  $BF = 6$ .

5.  $FK = 13$ .

6.  $FO = 8$ .

7.  $FM = 13$ .

8.  $FK = 10$ .

9.  $FM = 13$ .

10.  $FM = 15$ .

11.  $FM = 17$ .

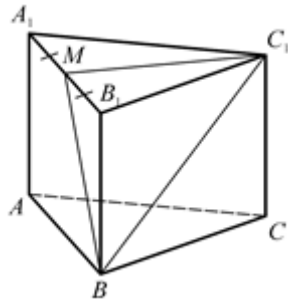
12.  $FM = 13$ .

## Призма и параллелепипед

### ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

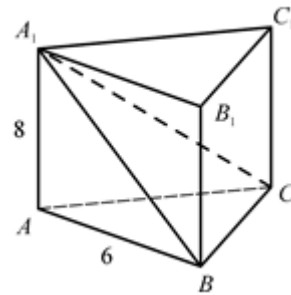
$ABCA_1B_1C_1$  – правильная призма.

1. Дано:  $A_1M = MB_1$ .  
Найдите  $\angle C_1MB$ .

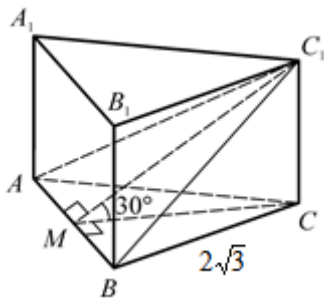


2. Дано:  $AB = 6$ ,  $AA_1 = 8$ .

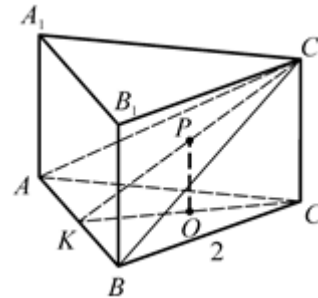
Найдите  $P_{BA_1C}$ .



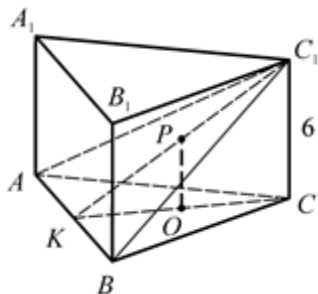
3. Дано:  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $MC \perp AB$ ,  
 $\angle C_1MC = 30^\circ$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



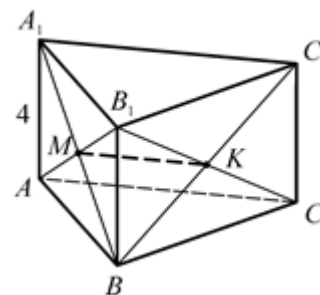
4. Дано:  $O$  – центр  $\triangle ABC$ ,  
 $OP \parallel CC_1$ ,  $OP = 3$ ,  $AB = 2$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



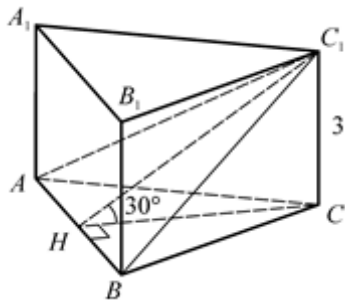
5.  $O$  – центр  $\triangle ABC$ ,  $OP \parallel CC_1$ ,  
 $CC_1 = 6$ ,  $AB = \frac{1}{2} OP$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



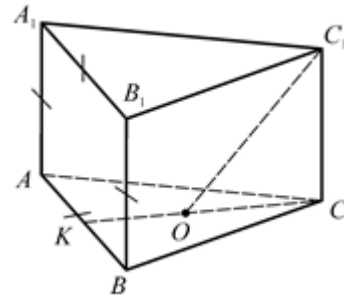
6.  $AB_1 \cap A_1B = M$ ,  $BC_1 \cap B_1C = K$ ,  
 $MK = 1$ ,  $AA_1 = 4$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



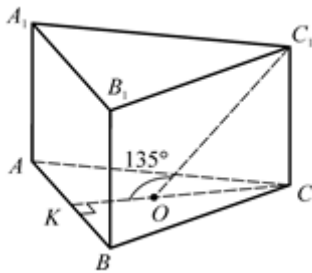
7. Дано:  $BB_1 = 3$ ,  $\angle C_1HC = 30^\circ$ .  
Найдите  $AB$ .



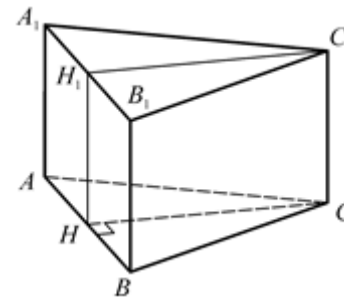
8. Дано:  $AB = AA_1$ ,  $O$  – центр описанной около  $\triangle ABC$  окружности.  
Найдите  $\angle C_1OC$ .



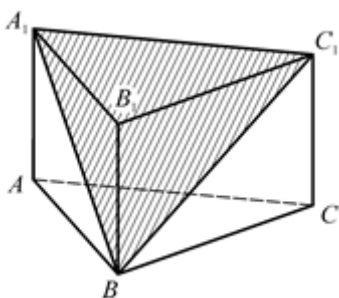
9. Дано:  $O$  – центр вписанной в  $\triangle ABC$  окружности,  $OK = 2$ ,  $\angle KOC_1 = 135^\circ$ .  
Найдите высоту призмы.



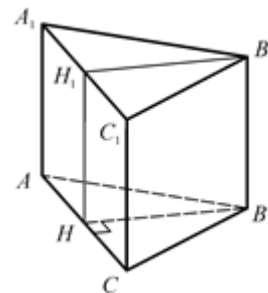
10. Дано:  $CH$  – высота  $\triangle ABC$ ,  $CB : BB_1 = 1 : 2$ ,  $S_{HH_1C_1C} = 18$ .  
Найдите высоту призмы.



11. Дано:  $S_{AA_1B_1B} = 108$ ,  $AB : AA_1 = 4 : 3$ .  
Найдите  $P_{ABC_1}$ .



12. Дано:  $S_{\text{бок.}} = 150\sqrt{3}$ ,  $HB$  – высота  $\triangle ABC$ ,  $HH_1B_1B$  – квадрат.  
Найдите  $AB$ .



### Правильная треугольная призма

1.  $\angle C_1MB = 90^\circ$ .

2.  $P_{BAC} = 26$ .

3.  $S_{бок} = 18$ .

4.  $S_{бок} = 54$ .

5.  $S_{бок} = 18$ .

6.  $S_{бок} = 24$ .

7.  $AB = 6$ .

8.  $\angle C_1OC = 60^\circ$ .

9.  $CC_1 = 4$ .

10.  $H = 6$ .

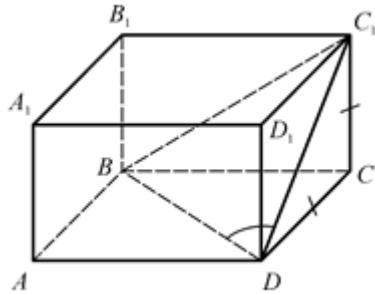
11.  $P = 42$ .

12.  $AB = 10$ .

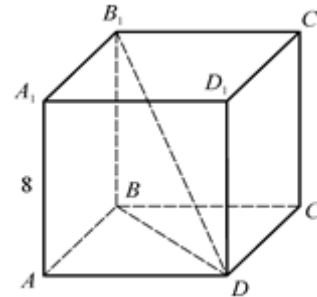
## ПРАВИЛЬНАЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – правильная призма.

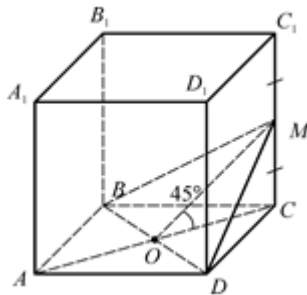
1. Дано:  $DC = CC_1$ .  
Найдите  $\angle BDC_1$ .



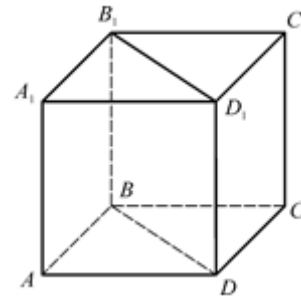
2. Дано:  $S_{\text{осн}} = 18$ ,  $AA_1 = 8$ .  
Найдите  $DB_1$ .



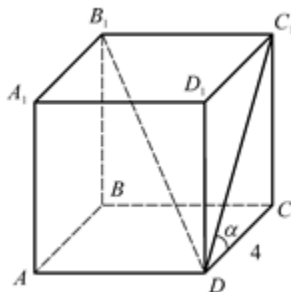
3. Дано:  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $CM = MC_1$ ,  
 $AC \cap BD = O$ ,  $\angle MOC = 45^\circ$ .  
Найдите высоту призмы.



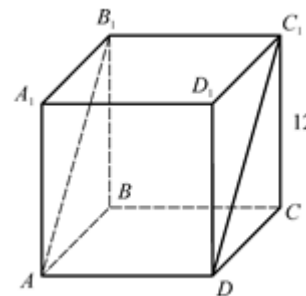
4. Дано:  $AB = 9$ ,  $S_{BB_1D_1D} = 54\sqrt{3}$ .  
Найдите  $\angle C_1AC$ .



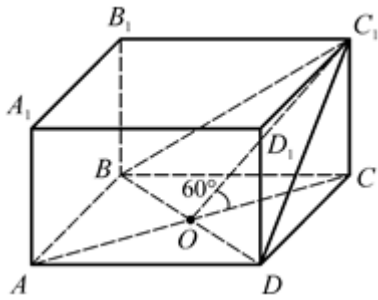
5. Дано:  $AB = 4$ ,  $\angle C_1DC = \alpha$ ,  
 $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Найдите  $\angle B_1DC_1$ .



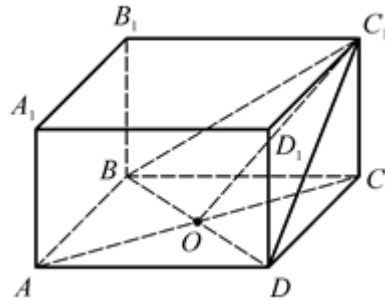
6. Дано:  $S_{\text{бок}} = 240$ ,  $CC_1 = 12$ .  
Найдите  $S_{AB_1C_1D}$ .



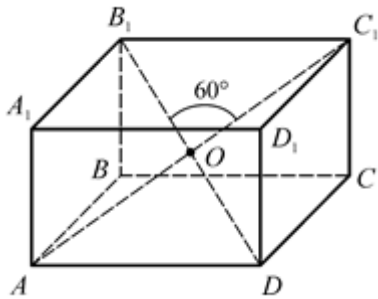
7. Дано:  $\angle C_1OC = 60^\circ$ ,  $AB = 5$ .  
Найдите  $S_{BC_1D}$ .



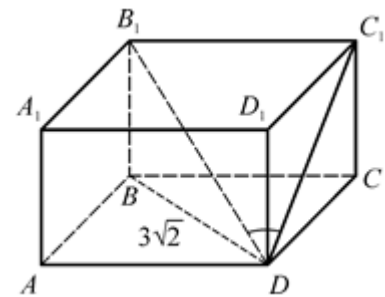
8. Дано:  $S_{BC_1D} = 36$ ,  $S_{BC_1D} = S_{ABCD}$ . Найдите  $\angle OC_1C$ .



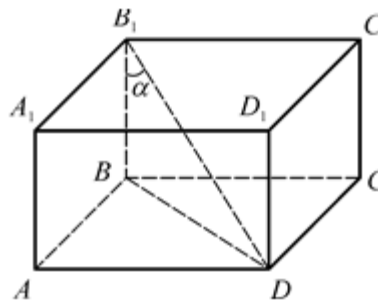
9. Дано:  $\angle B_1OC_1 = 60^\circ$ ,  $AC_1 = 8$ .  
Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



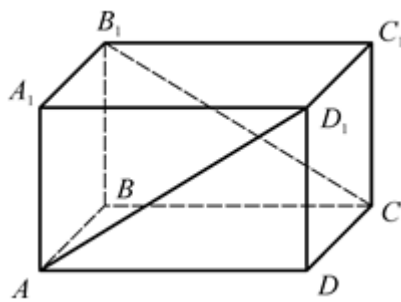
10. Дано:  $S_{\text{бок}} = 48$ ,  $BD = 3\sqrt{2}$ .  
Найдите  $\text{tg} \angle B_1DC_1$ .



11. Дано:  $\angle BB_1D = \alpha$ ,  $\text{tg} \alpha = \sqrt{2}$ ,  
 $S_{AA_1B_1B} = 9$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



12. Дано: угол между  $AD_1$  и  $B_1C$  равен  $60^\circ$ ,  $DD_1 = 5$ .  
Найдите  $S_{ABCD}$ .



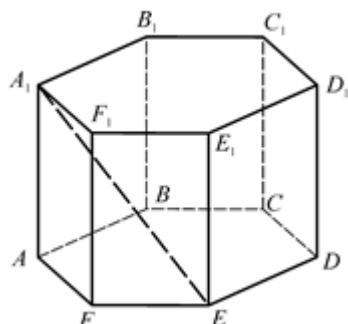
### Правильная четырехугольная призма

- |                                |                                  |  |
|--------------------------------|----------------------------------|--|
| 1. $\angle BDC_1 = 60^\circ$ . | 5. $\angle B_1DC_1 = 30^\circ$ . | 9. $S_{\text{осн}} = 16$ .             |
| 2. $DB_1 = 10$ .               | 6. $S_{AB_1C_1D} = 65$ .         | 10. $\text{tg} \angle B_1DC_1 = 0,6$ . |
| 3. $H = 8$ .                   | 7. $S_{BC_1D} = 25$ .            | 11. $S_{\text{бок}} = 36$ .            |
| 4. $\angle C_1AC = 30^\circ$ . | 8. $\angle OC_1C = 30^\circ$ .   | 12. $S_{ABCD} = 75$ .                  |

## ПРАВИЛЬНАЯ ШЕСТИУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

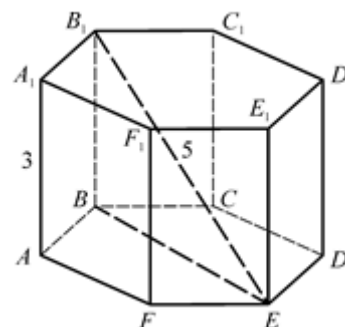
$ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  – правильная призма.

1. Найдите  $\angle A_1 E D$ .

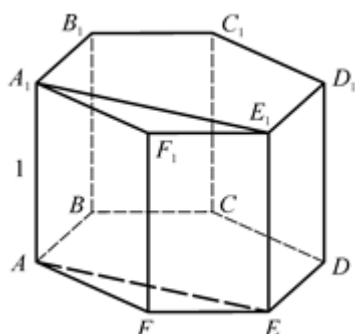


2. Дано:  $AA_1 = 3, B_1 E = 5$ .

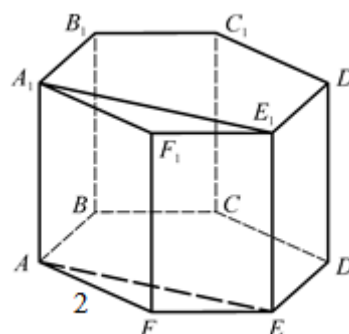
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



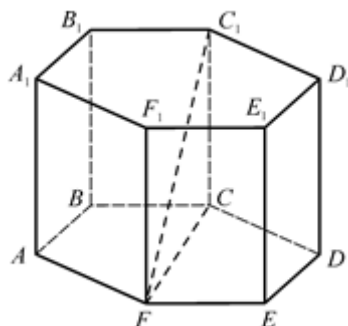
3. Дано:  $AA_1 = 1, S_{AA_1 E_1 E} = 2\sqrt{3}$ .  
Найдите  $AB$ .



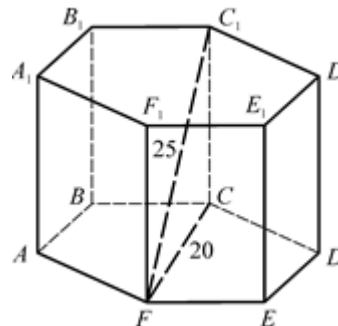
4. Дано:  $S_{AA_1 E_1 E} = 2\sqrt{3}, AB = 2$ .  
Найдите  $AA_1$ .



5. Дано:  $FC_1 = 4\sqrt{2}, \angle C_1 F C = 45^\circ$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .

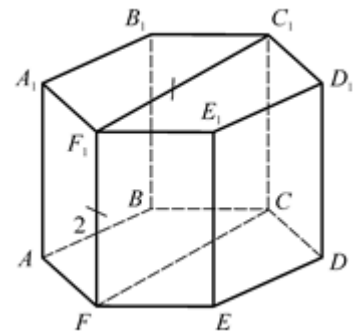
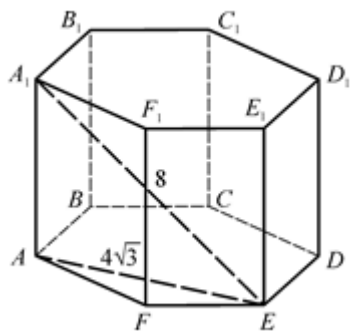


6. Дано:  $FC = 20, FC_1 = 25$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .

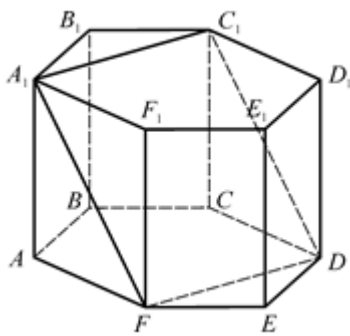


7. Дано:  $AE = 4\sqrt{3}, A_1 E = 8$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .

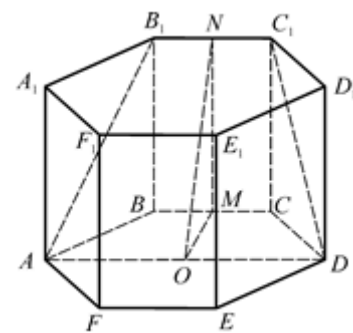
8. Дано:  $FF_1 = 2, FF_1 = F_1 C_1$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



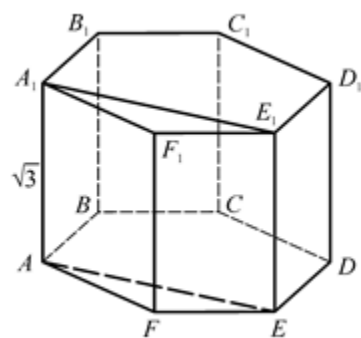
9. Дано:  $AB = 3$ ,  $S_{AC_1DF} = 15\sqrt{3}$ .  
Найдите  $BB_1$ .



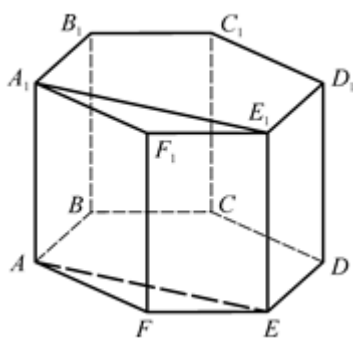
10. Дано:  $AB = 2$ ,  $BB_1 = 1$ .  
Найдите  $S_{AB_1C_1D}$ .



11. Дано:  $S_{\text{осн}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $AA_1 = \sqrt{3}$ .  
Найдите  $S_{AA_1E_1E}$ .



12. Дано:  $S_{\text{осн}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $S_{AA_1E_1E} = \sqrt{3}$ .  
Найдите  $AA_1$ .



### Правильная шестиугольная призма

1.  $\angle A_1ED = 90^\circ$ .

5.  $S_{\text{бок}} = 48$ .

9.  $BB_1 = 4$ .

2.  $S_{\text{бок}} = 36$ .

6.  $S_{\text{бок}} = 900$ .

10.  $S_{AB_1C_1D} = 6$ .

3.  $AB = 2$ .

7.  $S_{\text{бок}} = 96$ .

11.  $S_{AA_1E_1E} = 3$ .

4.  $AA_1 = 1$ .

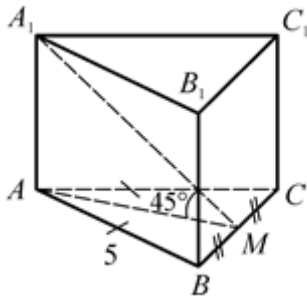
8.  $S_{\text{бок}} = 12$ .

12.  $AA_1 = 1$ .

## ПРЯМАЯ ПРИЗМА

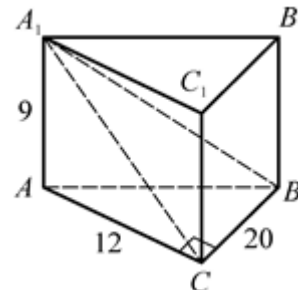
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = AC = 5$ ,  
 $BC = 6$ ,  $BM = MC$ ,  $\angle AMA_1 = 45^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



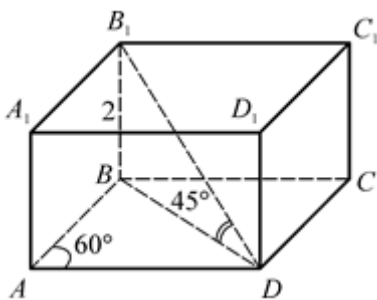
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AA_1 = 9$ ,  $AC = 12$ ,  $BC = 20$ .

Найдите  $S_{A_1CB}$ .



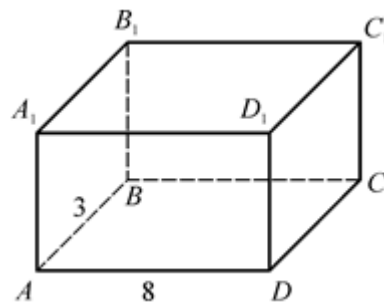
3. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  
 $\angle B_1DB = 45^\circ$ ,  $BB_1 = 2$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



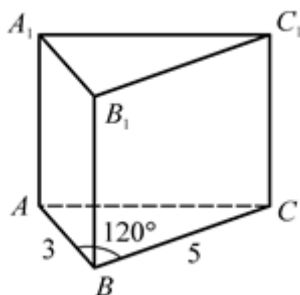
4. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB = 3$ ,  $AD = 8$ ,  $S_{\text{бок}} = 220$ .

Найдите  $AA_1$ .



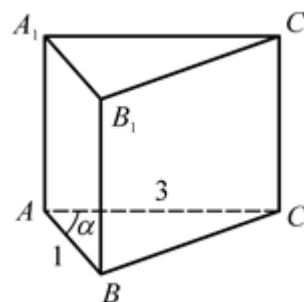
5. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  
 $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $S_{AA_1C_1C} = 35$ .

Найдите  $AA_1$ .

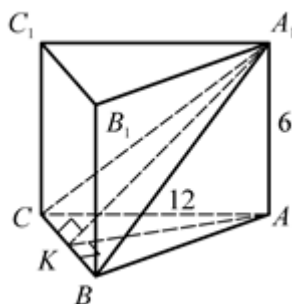


6. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 1$ ,  $AC = 3$ ,  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  
 $S_{BB_1C_1C} = 5\sqrt{6}$ .

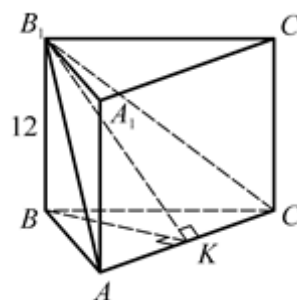
Найдите  $AA_1$ .



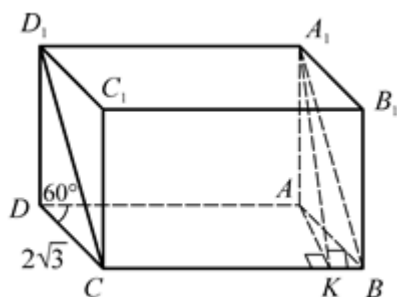
7. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC = 12$ ,  
 $\sin \angle C = \frac{1}{8}$ ,  $AA_1 = 6$ .  
 Найдите  $\text{tg} \angle((ABC), (A_1BC))$ .



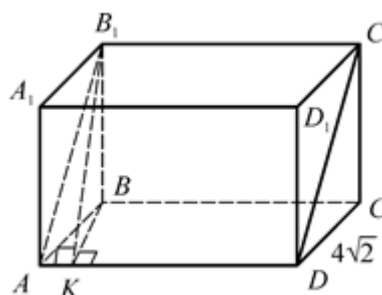
8. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $S_{\triangle ABC} = 7,5$ ,  
 $AC = 15$ ,  $AA_1 = 12$ .  
 Найдите  $\text{tg} \angle((ABC), (AB_1C))$ .



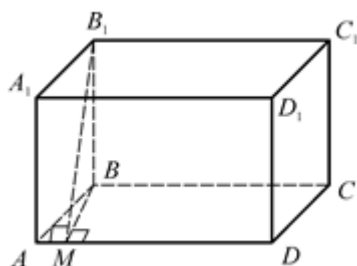
9. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $CD = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle ADC = 60^\circ$ ,  $AA_1 = 6$ .  
 Найдите  $\text{tg} \angle((ABC), (A_1BC))$ .



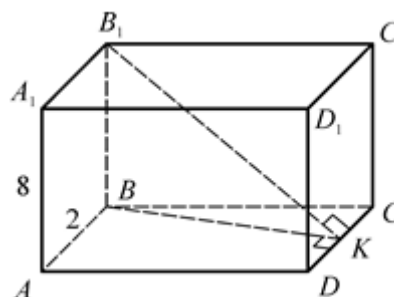
10. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $AA_1 = 3$ ,  
 $\text{tg} \angle((ABC), (AB_1C_1)) = \frac{3}{4}$ .  
 Найдите  $\angle BAD$ .



11. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 10$ ,  
 $\rho(AD, B_1C_1) = 13$ ,  $\rho(AD, BC) = 5$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



12. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $AB = 2$ ,  $\rho(DC, A_1B_1) = 10$ ,  
 $AA_1 = 8$ . Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



### Прямая призма

1.  $S_{\text{бок}} = 64.$

2.  $S_{ACB} = 150.$

3.  $S_{\text{бок}} = 16.$

4.  $AA_1 = 10.$

5.  $AA_1 = 5.$

6.  $AA_1 = 5.$

7.  $\text{tg} \angle A_1KA = 4.$

8.  $\text{tg} \angle B_1KB = 12.$

9.  $\text{tg} \angle A_1KA = 2.$

10.  $\angle BAD = 45^\circ.$

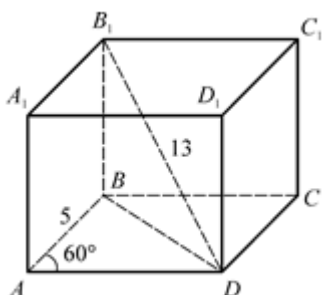
11.  $S_{\text{бок}} = 480.$

12.  $S_{\text{очн}} = 12.$

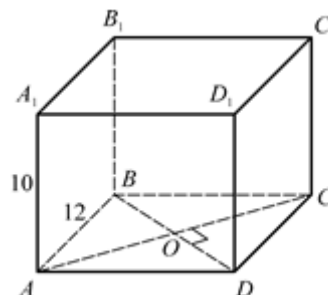
## ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямой параллелепипед.

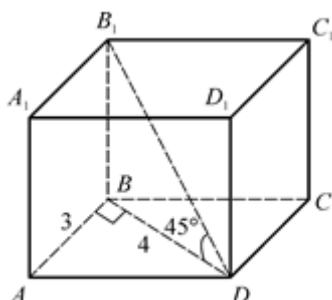
1. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 5$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $B_1 D = 13$ .  
 Найдите  $BB_1$ .



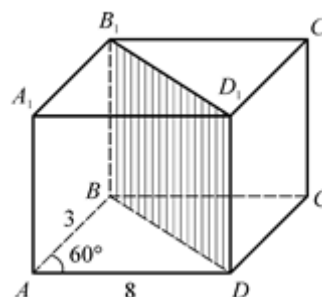
2. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 12$ ,  $BD = 16$ ,  $AA_1 = 10$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



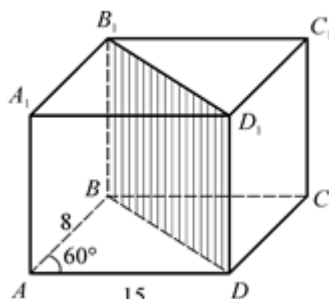
3. Дано:  $AB = 3$ ,  $BD = 4$ ,  
 $\angle B_1 DB = 45^\circ$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



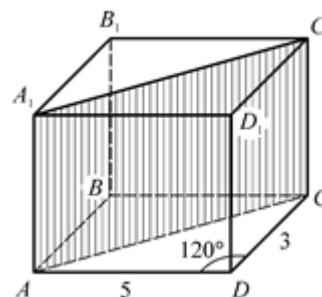
4. Дано:  $AB = 3$ ,  $AD = 8$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $S_{BB_1 D_1 D} = 35$ .  
 Найдите  $BB_1$ .



5. Дано:  $AB = 8$ ,  $AD = 15$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $S_{B_1 B D D_1} = 130$ .  
 Найдите  $BB_1$ .



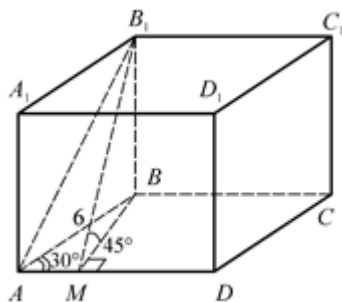
6. Дано:  $AD = 5$ ,  $DC = 3$ ,  
 $\angle ADC = 120^\circ$ ,  $S_{AA_1 C_1 C} = 35$ .  
 Найдите  $AA_1$ .



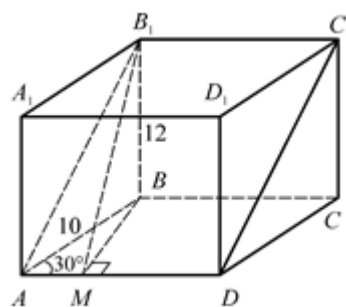
7. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 6$ ,  
 $\angle BAD = 30^\circ$ ,  $BM \perp AD$ ,  
 $\angle B_1 M B = 45^\circ$ .

8. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 10$ ,  $BM \perp AD$ ,  $BB_1 = 12$ .

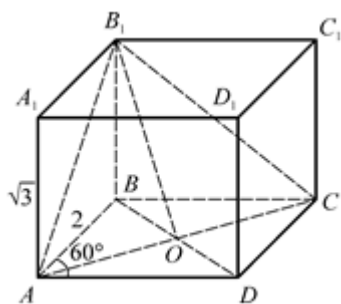
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



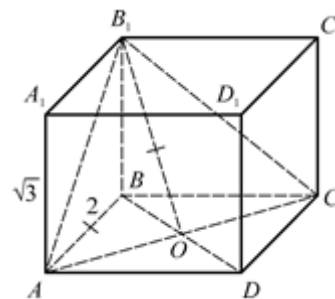
Найдите  $S_{AB_1C_1D}$ .



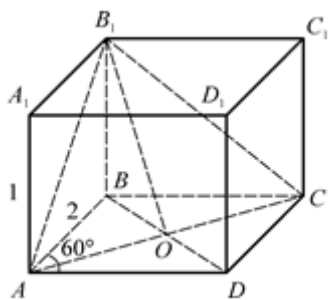
9. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 2$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AA_1 = \sqrt{3}$ .  
 Найдите  $\rho(B_1, AC)$ .



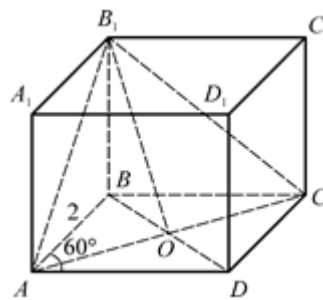
10. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $AB = B_1O = 2$ ,  $AA_1 = \sqrt{3}$ .  
 Найдите  $\angle BAD$ .



11. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 2$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AA_1 = 1$ .  
 Найдите  $\angle((ABC), (AB_1C))$ .



12. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 2$ ,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $S_{AB_1C} = \sqrt{6}$ .  
 Найдите  $AA_1$ .



### Прямой параллелепипед

1.  $BB_1 = 12$ .

2.  $S_{\text{бок}} = 400$ .

3.  $S_{\text{бок}} = 64$ .

4.  $BB_1 = 5$ .

5.  $BB_1 = 10$ .

6.  $AA_1 = 5$ .

7.  $S_{\text{бок}} = 72$ .

8.  $S_{AB_1C_1D} = 130$ .

9.  $B_1O = 2$ .

10.  $\angle BAD = 60^\circ$ .

11.  $\angle BOB_1 = 45^\circ$ .

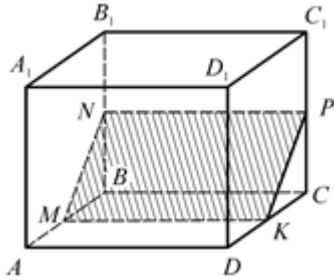
12.  $AA_1 = 1$ .

## ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямоугольный параллелепипед.

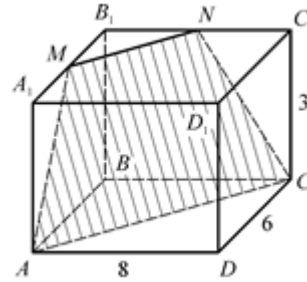
1. Дано:  $AD = 4$ ,  $DC = 8$ ,  $CC_1 = 6$ ,  
 $AM = MB$ ,  $BN = NB_1$ ,  $CP = PC_1$ ,  
 $DK = KC$ .

Найдите  $S_{\text{сеч.}}$ .



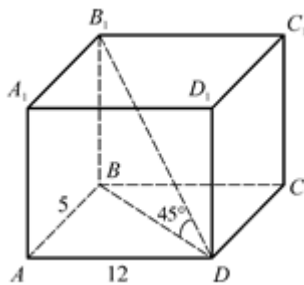
2. Дано:  $AD = 8$ ,  $DC = 6$ ,  $CC_1 = 3$ ,  
 $A_1M = MB_1$ ,  $B_1N = NC_1$ .

Найдите  $P_{\text{сеч.}}$ .



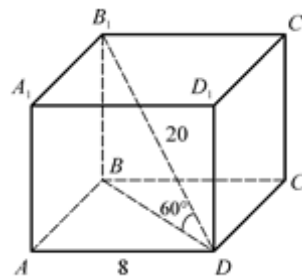
3. Дано:  $AB = 5$ ,  $AD = 12$ ,  
 $\angle BDB_1 = 45^\circ$ .

Найдите  $BB_1$ .

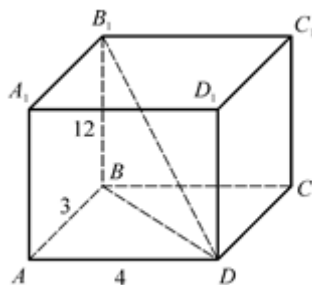


4. Дано:  $AD = 8$ ,  $DB_1 = 20$ ,  
 $\angle BDB_1 = 60^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{осн.}}$ .

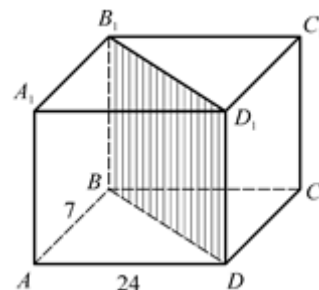


5. Дано:  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $BB_1 = 12$ .  
 Найдите  $AC_1$ .

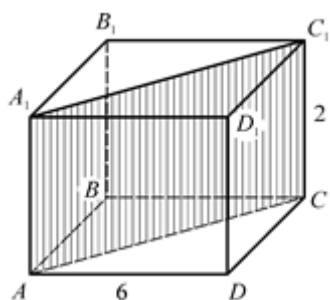


6. Дано:  $AB = 7$ ,  $AD = 24$ ,  
 $S_{BB_1 D_1 D} = 50$ .

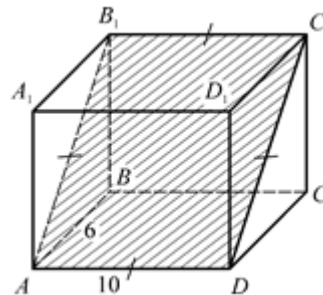
Найдите  $BB_1$ .



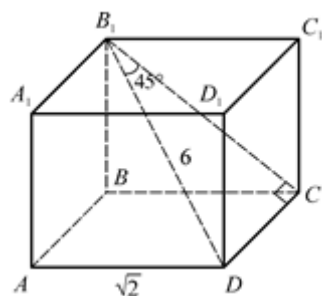
7. Дано:  $AD = 6$ ,  $CC_1 = 2$ ,  
 $S_{AA_1C_1C} = 20$ .  
 Найдите  $S_{бок}$ .



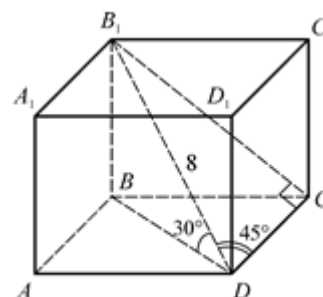
8. Дано:  $AB_1C_1D$  – квадрат,  
 $AD = 10$ ,  $AB = 6$ .  
 Найдите  $S_{бок}$ .



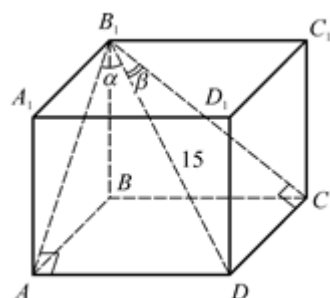
9. Дано:  $DB_1 = 6$ ,  $AD = \sqrt{2}$ ,  
 $\angle DB_1C = 45^\circ$ .  
 Найдите  $AA_1$ .



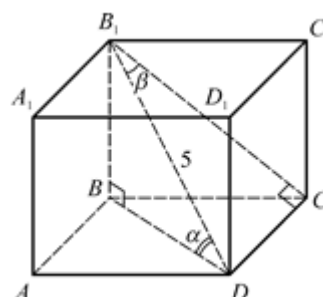
10. Дано:  $DB_1 = 8$ ,  $\angle BDB_1 = 30^\circ$ ,  $\angle CDB_1 = 45^\circ$ .  
 Найдите  $AD$ .



11. Дано:  $DB_1 = 15$ ,  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ,  
 $\sin \beta = \frac{2}{5}$ . Найдите  $S_{осн}$ .



12. Дано:  $DB_1 = 5$ ,  $\cos \alpha = 0,5$ ,  $\sin \beta = 0,3$ .  
 Найдите  $AD$ .



### Прямоугольный параллелепипед

1.  $S_{\text{сеч}} = 20$ .

5.  $AC_1 = 13$ .

9.  $AA_1 = 4$ .

2.  $P_{\text{сеч}} = 20 + 3\sqrt{2}$ .

6.  $BB_1 = 2$ .

10.  $AD = 4$ .

3.  $BB_1 = 13$ .

7.  $S_{\text{бок}} = 56$ .

11.  $S_{\text{осн}} = 30$ .

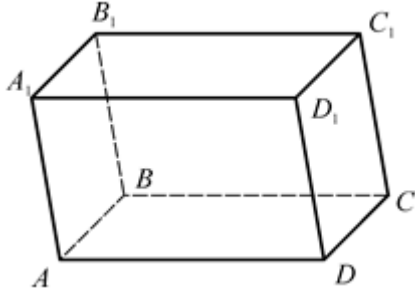
4.  $S_{\text{осн}} = 48$ .

8.  $S_{\text{бок}} = 256$ .

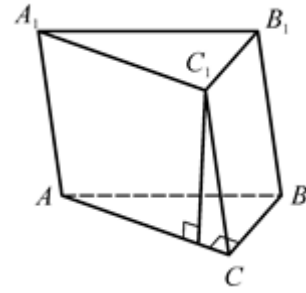
12.  $AD = 2$ .

## НАКЛОННАЯ ПРИЗМА. ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

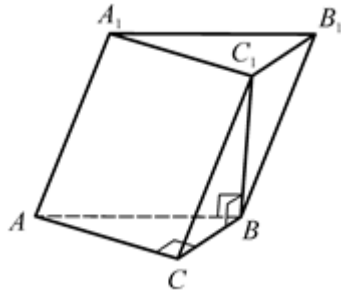
1. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $(AA_1D_1) \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $AA_1B_1B$  и  $DD_1C_1C$  –  
прямоугольники.



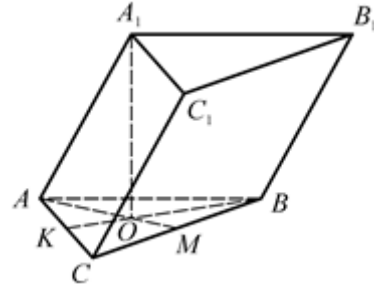
2. Дано:  $\triangle ABC$  – прямоугольный,  
 $\angle C = 90^\circ$ ,  $(AA_1C_1C) \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $BB_1C_1C$  –  
прямоугольник.



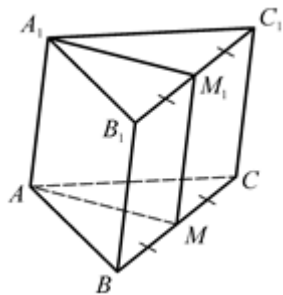
3. Дано:  $\triangle ABC$  – прямоугольный,  
 $\angle C = 90^\circ$ ,  $C_1B \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $AA_1C_1C$  –  
прямоугольник.



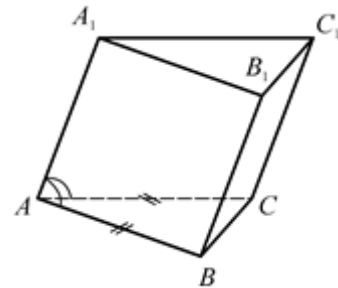
4. Дано:  $\triangle ABC$  – правильный,  $A_1$   
равноудалена от всех вершин  
нижнего основания.  
Докажите, что  $BB_1C_1C$  –  
прямоугольник.



5. Дано:  $\triangle ABC$  – правильный,  
 $AM$  и  $A_1M_1$  – медианы,  
 $(AA_1M_1) \perp (ABC)$ . Докажите, что  
 $BB_1C_1C$  – прямоугольник.



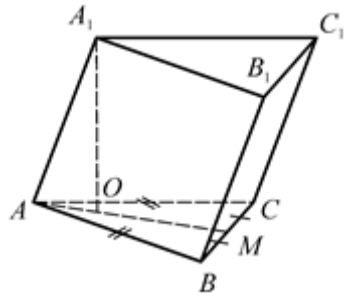
6. Дано:  $\triangle ABC$  – равнобедренный,  
 $AB = AC$ ,  $\angle CAA_1 = \angle BAA_1$ .  
Докажите, что  $CC_1B_1B$  –  
прямоугольник.



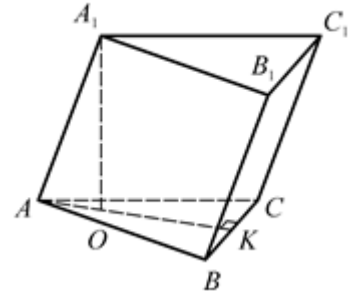
7. Дано:  $\triangle ABC$  – равнобедренный,  
 $AB = AC$ ,  $AM$  – медиана,  
 $A_1O \perp (ABC)$ ,  $O \in AM$ .

8. Дано:  $A_1O \perp (ABC)$ ,  $O \in AK$ ,  
 $AK \perp CB$ .

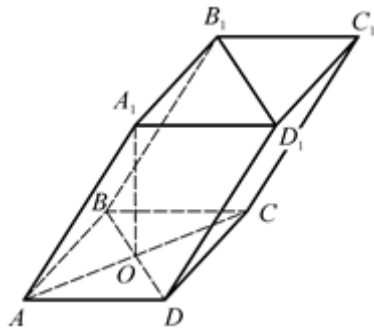
Докажите, что  $BB_1C_1C$  – прямоугольник.



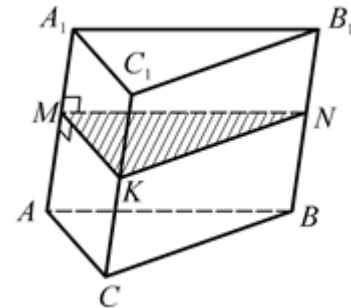
Докажите, что  $BB_1C_1C$  – прямоугольник.



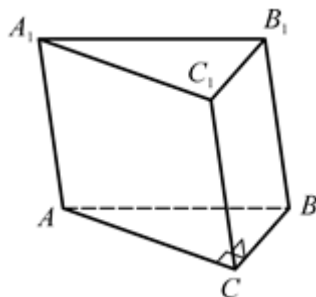
9. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AC \cap BD = O$ ,  $A_1O \perp CB$ . Докажите, что  $BB_1D_1D$  – прямоугольник.



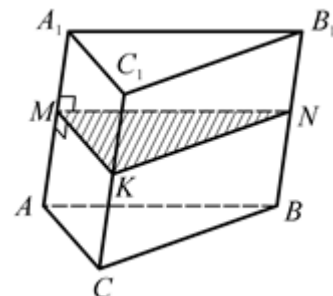
10. Дано:  $AA_1 \perp (MNC)$ . Докажите, что  $\rho(CC_1, BB_1) = KN$ .



11. Дано:  $\triangle ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $CC_1B_1B$  – прямоугольник. Докажите, что высота призмы лежит в  $(AA_1C_1)$ .



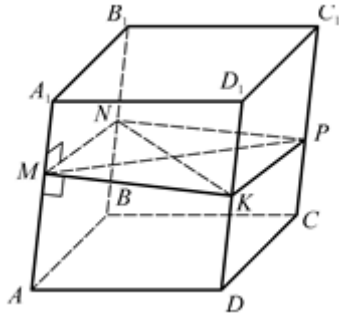
12. Дано:  $AA_1 \perp (MNC)$ . Докажите, что  $S_{\text{бок}} = P_{MNC} \cdot AA_1$ .



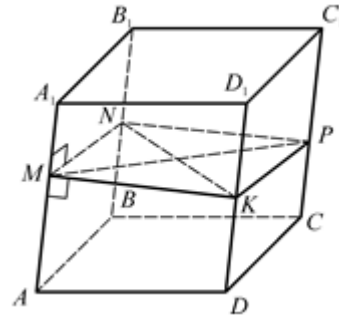
## НАКЛОННАЯ ПРИЗМА

$$(S_{\text{бок}} = P_{\perp\text{сеч}} \cdot l)$$

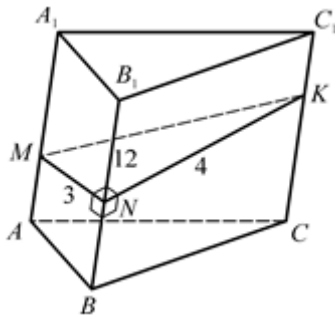
1. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $MNPK$  – ромб,  $MK = 5$ ,  $AA_1 = 12$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



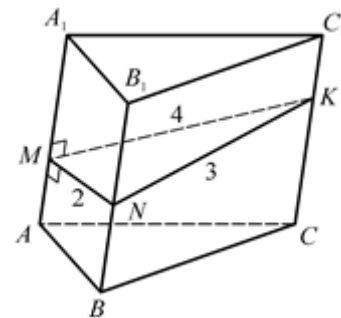
2. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $MNPK$  – ромб,  $AA_1 = 2$ ,  $S_{\text{бок}} = 40$ .  
Найдите  $MN$ .



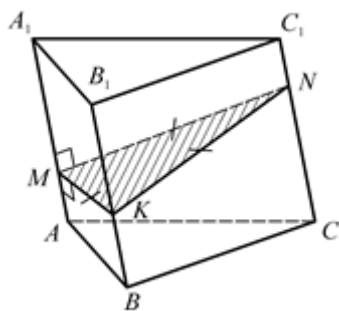
3. Дано:  $ABCA_1 B_1 C_1$  – призма,  $BB_1 \perp MN$ ,  $BB_1 \perp NK$ ,  $MN \perp NK$ ,  $MN = 3$ ,  $NK = 4$ ,  $BB_1 = 12$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



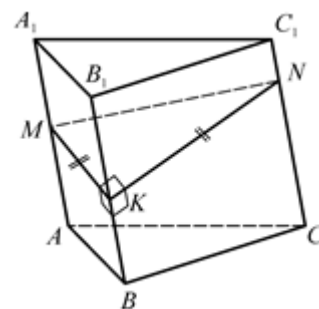
4. Дано:  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $MN = 2$ ,  $NK = 3$ ,  $MN \perp NK$ ,  $S_{\text{бок}} = 45$ .  
Найдите  $AA_1$ .



5. Дано:  $ABCA_1 B_1 C_1$  – призма,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $\triangle MNK$  – правильный,  $S_{MNK} = 16\sqrt{3}$ ,  $S_{\text{бок}} = 72$ .  
Найдите  $AA_1$ .



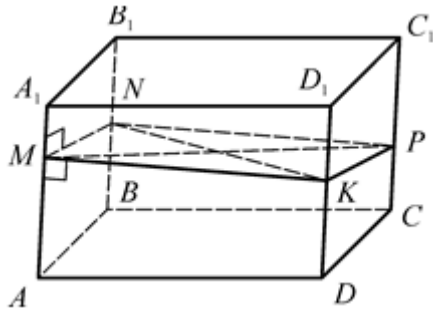
6. Дано:  $ABCA_1 B_1 C_1$  – призма,  $BB_1 \perp MK$ ,  $BB_1 \perp KN$ ,  $MK \perp KN$ ,  $BB_1 = 1$ ,  $MK = KN$ ,  $S_{\text{бок}} = 4\sqrt{2} + 8$ .  
Найдите  $S_{MNK}$ .



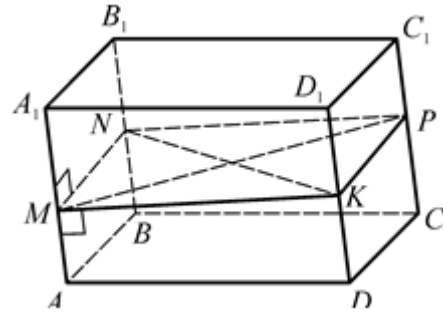
7. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,

8. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $MNPK$  – квадрат,  $S_{MNPK} = S_{\text{бок}}$ .

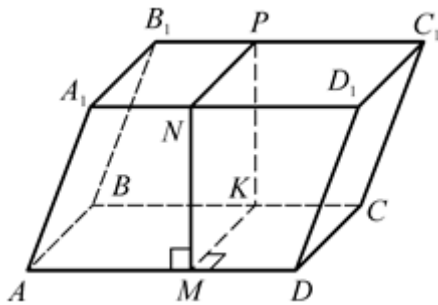
$MNPK$  – квадрат,  $S_{MNPK} = 4$ ,  $AA_1 = 5$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



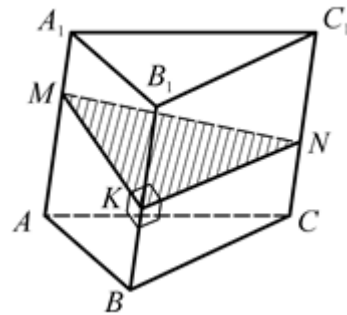
Найдите  $MN : AA_1$ .



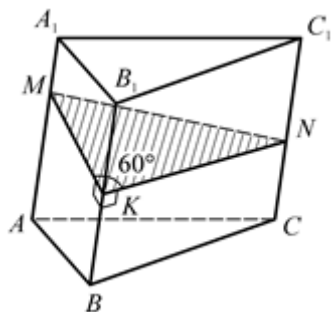
9. Дано:  $ABCA_1B_1C_1D_1$  – параллелепипед,  $ABCD$  – прямоугольник,  $AD \perp (MNP)$ ,  $MNPK$  – квадрат,  $MN = 3$ ,  $AD = 5$ ,  $AA_1 = 4$ .  
Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



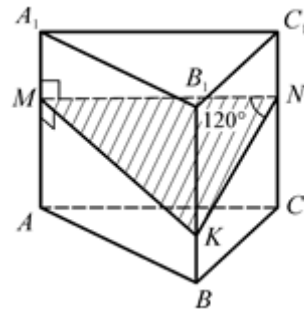
10. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  $(ABB_1) \perp (BCC_1)$ ,  $S_{ABB_1A_1} = 30$ ,  $S_{BCC_1B_1} = 40$ ,  $BB_1 = 10$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



11. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  $BB_1 \perp (MNK)$ ,  $S_{AA_1B_1B} = 30$ ,  $S_{BB_1C_1C} = 80$ ,  $BB_1 = 10$ ,  $\angle((AA_1B)(BB_1C)) = 60^\circ$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



12. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  $AA_1 \perp (MNK)$ ,  $\angle((AA_1C_1)(BB_1C_1)) = 120^\circ$ ,  $S_{AA_1C_1C} = 15$ ,  $S_{BB_1C_1C} = 25$ ,  $CC_1 = 5$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



**Наклонная призма ( $S_{\text{бок}} = P_{\perp \text{ сеч}} \cdot l$ )**

**1.**  $S_{\text{бок}} = 240.$

**2.**  $MN = 5.$

**3.**  $S_{\text{бок}} = 144.$

**4.**  $AA_1 = 5.$

**5.**  $AA_1 = 3.$

**6.**  $S_{MNK} = 8.$

**7.**  $S_{\text{бок}} = 40.$

**8.**  $MN : AA_1 = 4.$

**9.**  $S_{\text{пол}} = 84.$

**10.**  $S_{\text{бок}} = 120.$

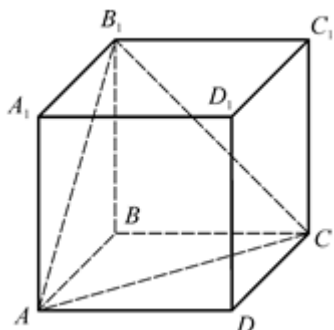
**11.**  $S_{\text{бок}} = 180.$

**12.**  $S_{\text{бок}} = 75.$

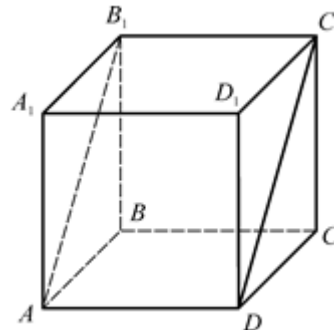
## КУБ

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.

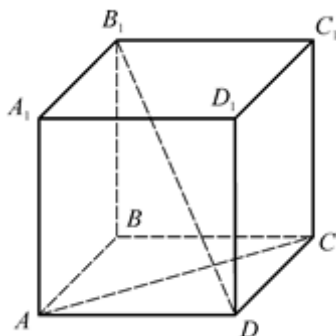
1. Найдите  $\angle B_1 A C$ .



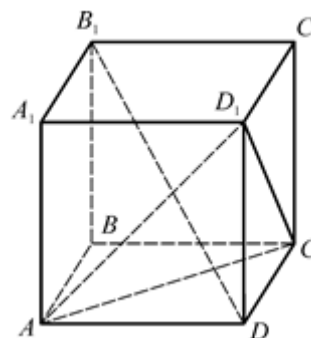
2. Найдите  $\angle B_1 A D$ .



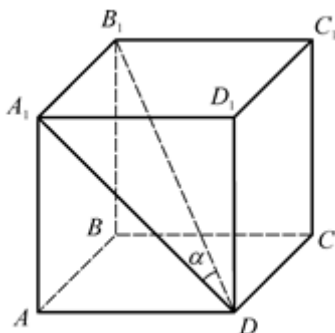
3. Найдите  $\angle(B_1 D, A C)$ .



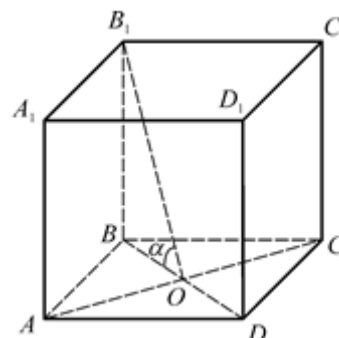
4. Найдите  $\angle(B_1 D, (A D_1 C))$ .



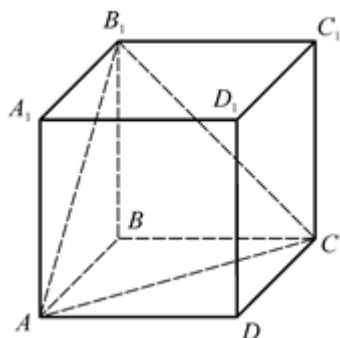
5. Найдите  $\sin \alpha$ .



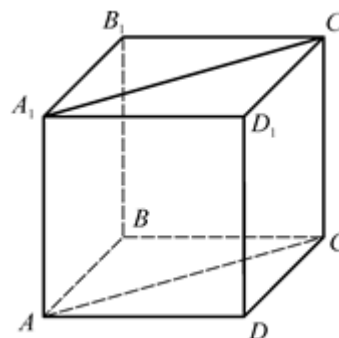
6. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ .



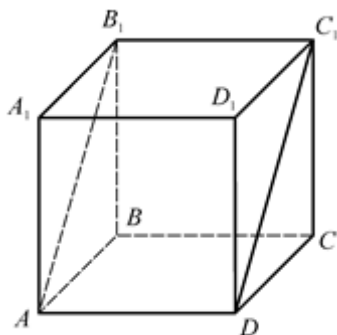
7. Дано:  $AD = 3\sqrt{2}$ .  
Найдите  $P_{AB_1C}$ .



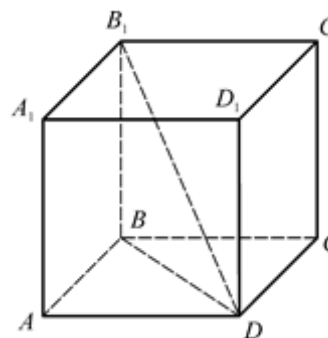
8. Дано:  $DB_1 = 4\sqrt{3}$ .  
Найдите  $S_{AA_1C_1C}$ .



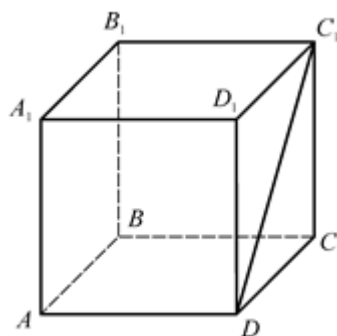
9. Дано:  $S_{AB_1C_1D} = 4\sqrt{2}$ .  
Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



10. Дано:  $DB_1 = \sqrt{3}$ .  
Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



11. Дано:  $DC_1 = 2\sqrt{2}$ .  
Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



12. Дано:  $BD_1 \cap B_1D = Q$ ,  
 $AC \cap BD = O$ ,  $DM = MC$ ,  
 $QM = 2\sqrt{2}$ . Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



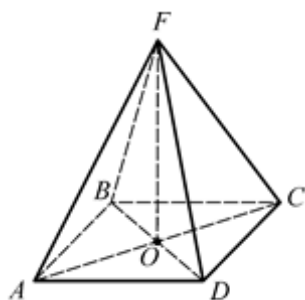
## Куб

- $\angle B_1AC = 60^\circ$ .
- $\angle B_1AD = 90^\circ$ .
- $\angle(B_1D, AC) = 90^\circ$ .
- $\angle(B_1D, (AD_1C)) = 90^\circ$ .
- $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$ .
- $P_{AB_1C} = 18$ .
- $S_{AA_1C_1C} = 16\sqrt{2}$ .
- $S_{\text{пол}} = 24$ .
- $S_{\text{пол}} = 6$ .
- $S_{\text{пол}} = 24$ .
- $S_{\text{пол}} = 96$ .

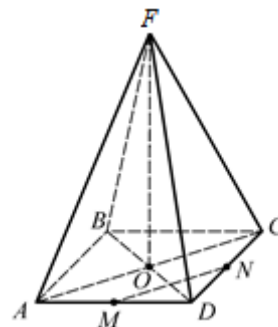
## Пирамида

### ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА. ЗАДАЧИ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

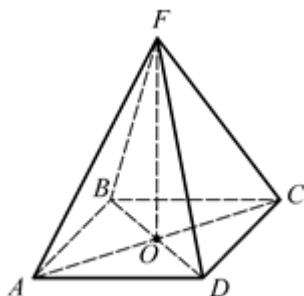
1. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $AD \perp FO$ .



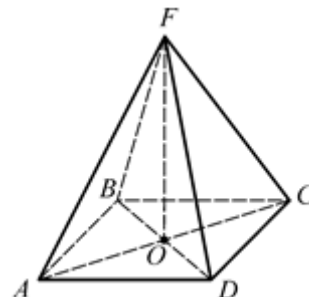
2. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $MN \parallel AC$ .  
Докажите, что  $MN \perp (BDF)$ .



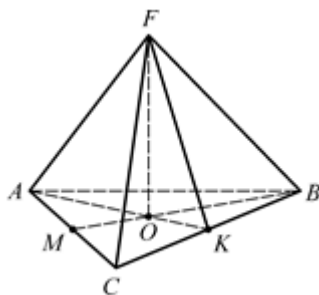
3. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $FD \perp AC$ .



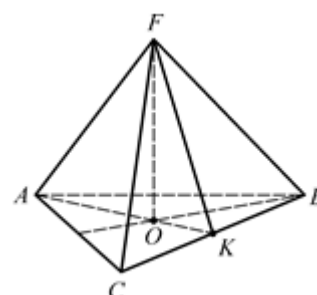
4. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $(BFD) \perp (AFC)$ .



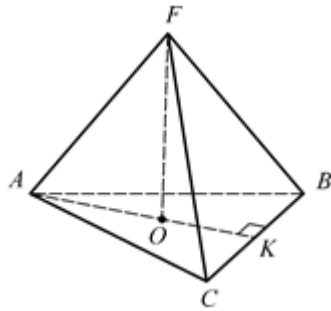
5. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $(ABC) \perp (AFK)$ .



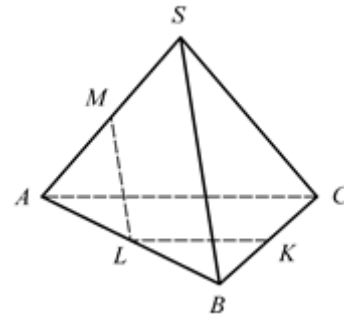
6. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ .  
Докажите, что  $BC \perp (AKF)$ .



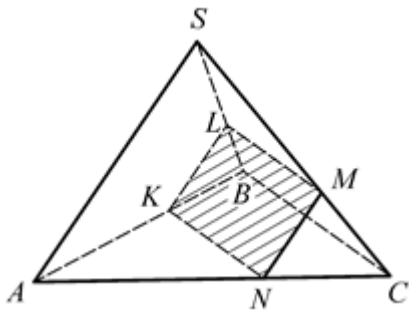
7. Дано:  $FABC$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ ,  $AK \perp BC$ .  
Докажите, что  $AF \perp CB$ .



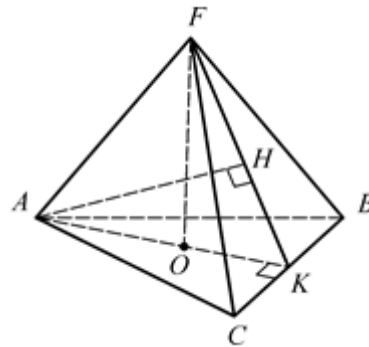
8. Дано:  $SABC$  – правильная пирамида,  $KL \parallel AC$ ,  $LM \parallel BS$ .  
Докажите, что  $KL \perp LM$ .



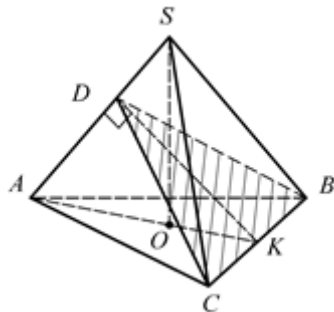
9. Дано:  $SABC$  – правильная пирамида,  $KN \parallel BC$ ,  $NM \parallel AS$ .  
Докажите, что сечение  $KLMN$  – прямоугольник.



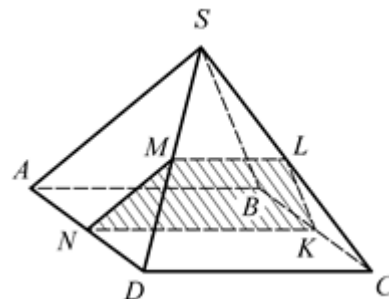
10. Дано:  $FABC$  – правильная пирамида,  $FO \perp (ABC)$ ,  $AK \perp BC$ ,  $AH \perp FK$ .  
Докажите, что  $AH \perp (BCF)$ .



11. Дано:  $SABC$  – правильная пирамида,  $SO$  – высота,  $KD \perp AS$ .  
Докажите, что  $AS \perp (BCD)$ .



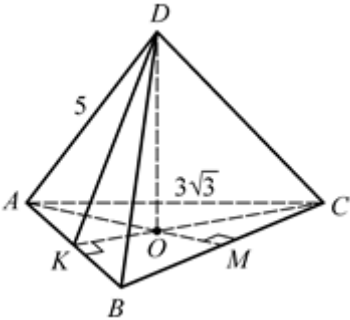
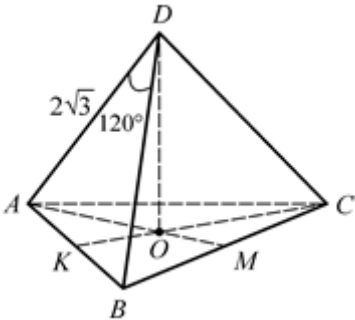
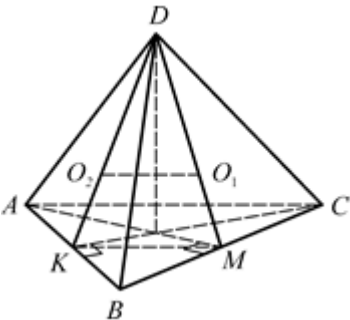
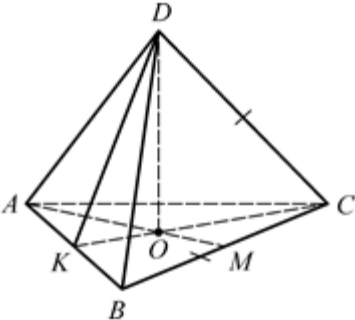
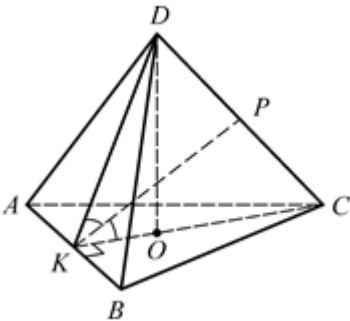
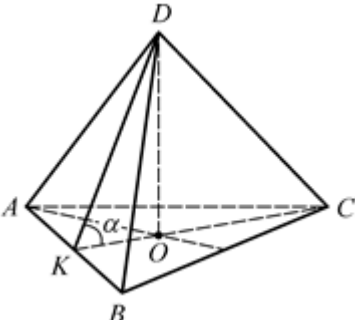
12. Дано:  $SABCD$  – правильная пирамида,  $KN \parallel BA$ ,  $KL \parallel BS$ .  
Докажите, что  $(KLMN) \parallel (ASB)$ ,  $KLMN$  – трапеция.

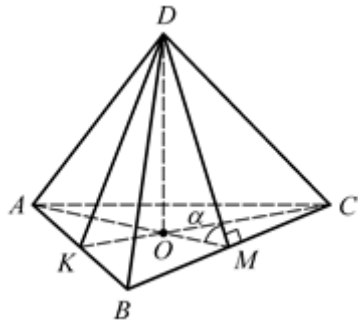


## ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА

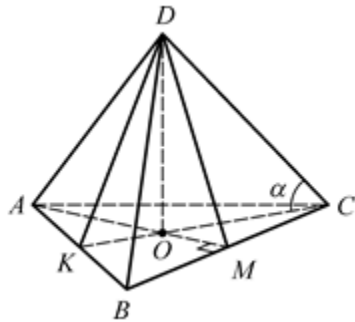
$DABC$  – правильная пирамида.  $DO \perp (ABC)$ .

$CK \perp AB$ ,  $AM \perp BC$ ,  $BN \perp AC$ .

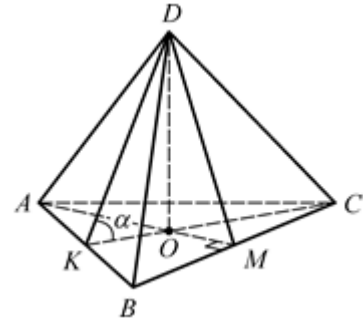
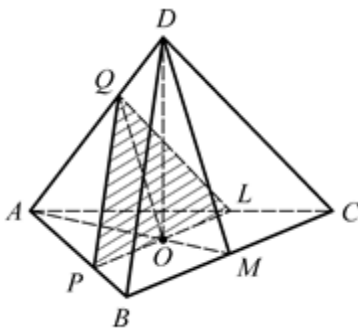
<p>1. <math>AB = 3\sqrt{3}</math>, <math>AD = 5</math>. Найдите <math>DO</math>.</p> 	<p>2. <math>AD = 2\sqrt{3}</math>, <math>\angle ADB = 120^\circ</math>. Найдите <math>P_{\text{осн}}</math>.</p> 
<p>3. <math>O_1</math> и <math>O_2</math> – точки пересечения медиан треугольников <math>ABD</math> и <math>BCD</math> соответственно, <math>O_1O_2 = 2</math>. Найдите <math>S_{\text{осн}}</math>.</p> 	<p>4. <math>BC = CD = \sqrt{6}</math>. Найдите <math>DO</math>.</p> 
<p>5. <math>KP</math> – биссектриса, <math>DP : PC =</math> <math>= 2 : 3</math>. Найдите <math>\angle DKC</math>.</p> 	<p>6. <math>AB = \sqrt{3}</math>, <math>\text{tg } \alpha = 6</math>. Найдите <math>DO</math>.</p> 
<p>7. <math>AB = 10\sqrt{3}</math>, <math>\cos \alpha = 0,2</math>. Найдите апофему <math>DM</math>.</p>	<p>8. <math>AB = 12\sqrt{3}</math>, <math>DO = 8</math>. Найдите <math>\cos \alpha</math>.</p>



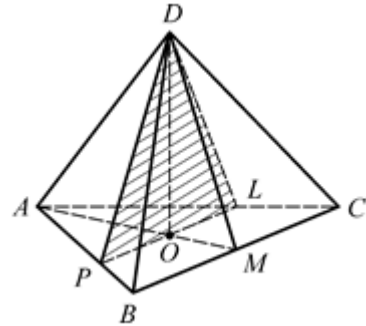
9.  $AB = 7\sqrt{3}$ ,  $DO = 24$ .  
Найдите  $\cos \alpha$ .



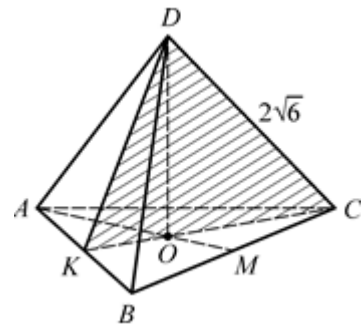
11.  $(PQL) \parallel (BCD)$ ,  $O \in (PQL)$ ,  
 $AB = 6$ ,  $DC = \sqrt{153}$ .  
Найдите  $S_{PQL}$ .



10.  $PL \parallel BC$ ,  $O \in PL$ ,  $AB = 18$ ,  
 $DM = \sqrt{91}$ .  
Найдите  $S_{PDL}$ .



12.  $AB = 6$ ,  $CD = 2\sqrt{6}$ .  
Найдите  $S_{DKC}$ .



### Правильная треугольная пирамида

1.  $DO = 4$ .

2.  $P_{\text{очн}} = 18$ .

3.  $S_{\text{очн}} = 9\sqrt{3}$ .

4.  $DO = 2$ .

5.  $\angle DKC = 60^\circ$ .

6.  $DO = 3$ .

7.  $DM = 25$ .

8.  $\cos \alpha = 0,6$ .

9.  $\cos \alpha = 0,28$ .

10.  $S_{PDL} = 48$ .

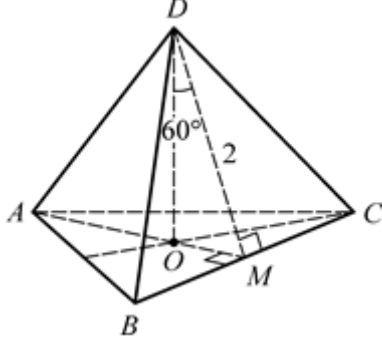
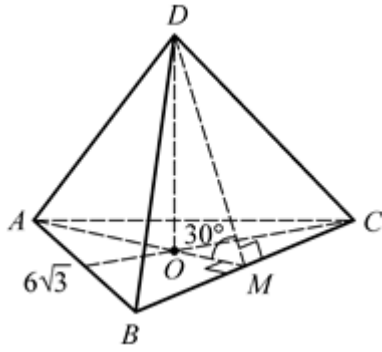
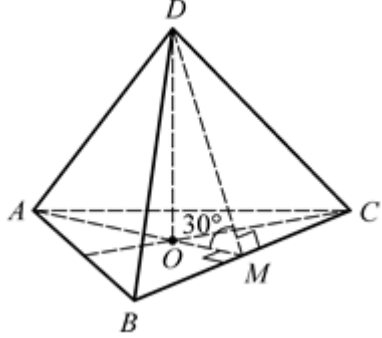
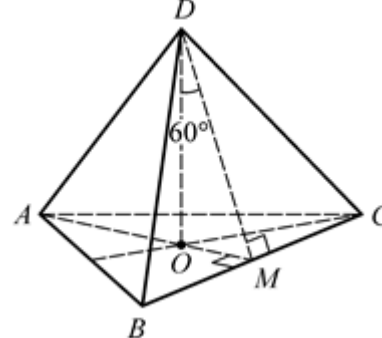
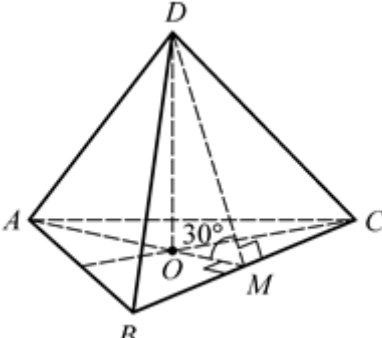
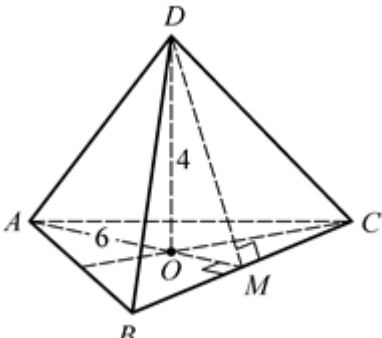
11.  $S_{PQL} = 16$ .

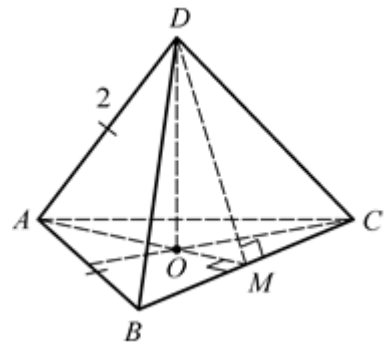
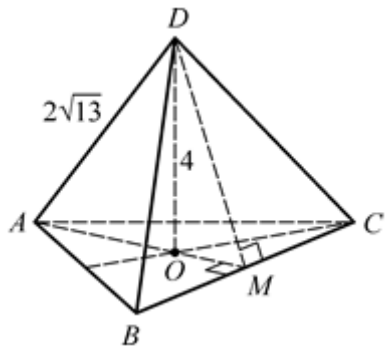
12.  $S_{DKC} = 9$ .

**ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА.  
ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

$DABC$  – правильная пирамида.  $DO \perp (ABC)$ .

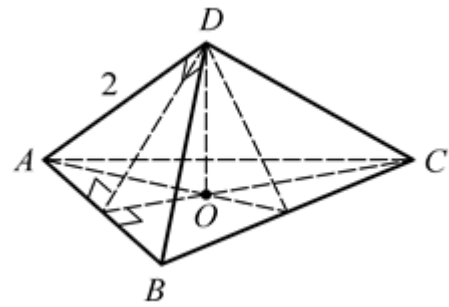
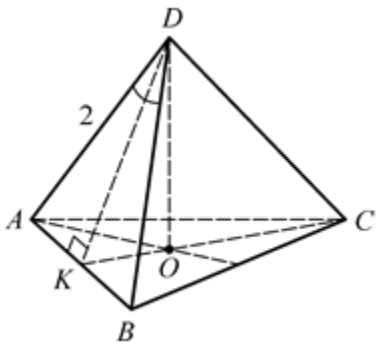
Найдите площадь боковой поверхности.

<p>1. <math>DM \perp BC</math>, <math>DM = 2</math>, <math>\angle ODM = 60^\circ</math>.</p> 	<p>2. <math>AB = 6\sqrt{3}</math>, <math>DM \perp BC</math>, <math>\angle DMO = 30^\circ</math>.</p> 
<p>3. <math>AM \perp BC</math>, <math>AM = 9</math>, <math>\angle DMO = 30^\circ</math>.</p> 	<p>4. <math>DO = \sqrt{3}</math>, <math>DM \perp BC</math>, <math>\angle ODM = 60^\circ</math>.</p> 
<p>5. <math>DM \perp BC</math>, <math>DM = 6</math>, <math>\angle AMD = 30^\circ</math>.</p> 	<p>6. <math>AO = 6</math>, <math>DO = 4</math>.</p> 
<p>7. <math>AD = 2\sqrt{13}</math>, <math>DO = 4</math>.</p>	<p>8. <math>AB = AD = 2</math>.</p>



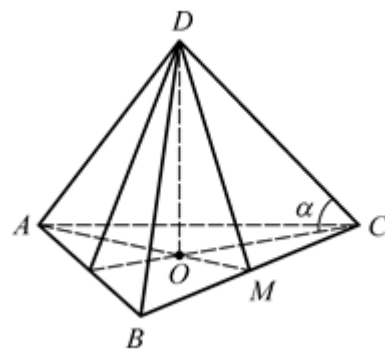
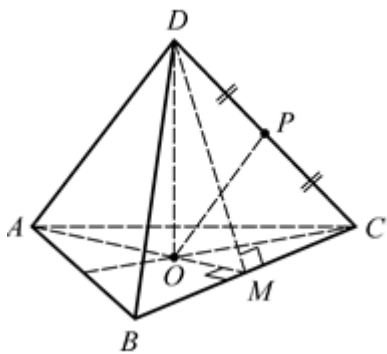
9.  $\angle ADB = 120^\circ$ ,  $AD = 2$ .

10.  $\angle ADB = 90^\circ$ ,  $AD = 2$ .



11.  $DP = PC$ ,  $OP = \frac{\sqrt{63}}{2}$ ,  
 $BC = 6\sqrt{3}$ .

12.  $AB = 18$ ,  $\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .



**Правильная треугольная пирамида.  
Площадь боковой поверхности**

1.  $S_{\text{бок}} = 18.$

2.  $S_{\text{бок}} = 54.$

3.  $S_{\text{бок}} = 54.$

4.  $S_{\text{бок}} = 54.$

5.  $S_{\text{бок}} = 162.$

6.  $S_{\text{бок}} = 45\sqrt{3}.$

7.  $S_{\text{бок}} = 45\sqrt{3}.$

8.  $S_{\text{бок}} = 3\sqrt{3}.$

9.  $S_{\text{бок}} = 3\sqrt{3}.$

10.  $S_{\text{бок}} = 6.$

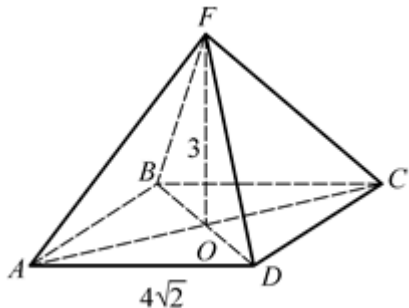
11.  $S_{\text{бок}} = 54\sqrt{3}.$

12.  $S_{\text{бок}} = 162.$

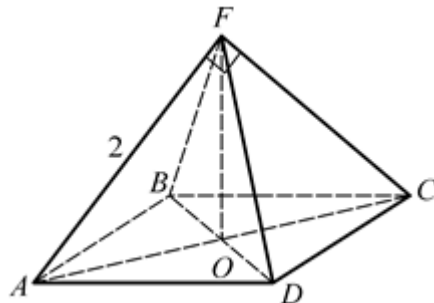
## ПРАВИЛЬНАЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА

$FABCD$  – правильная пирамида.  $FO \perp (ABC)$ ,  $FM \perp DC$ .

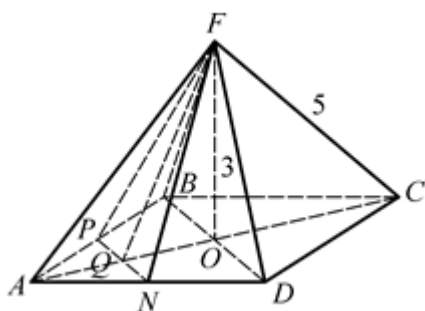
1.  $OF = 3$ ,  $AD = 4\sqrt{2}$ .  
Найдите  $FC$ .



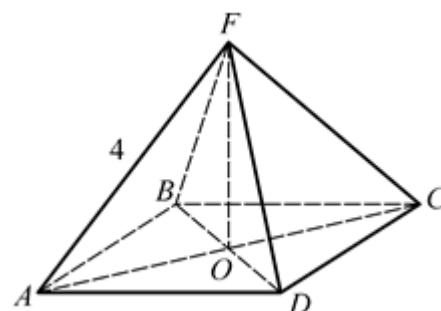
2.  $\angle AFC = 90^\circ$ ,  $AF = 2$ .  
Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



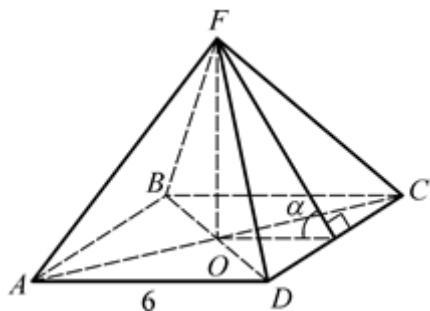
3.  $FC = 5$ ,  $FO = 3$ ,  $AP = PB$ ,  
 $AN = ND$ .  
Найдите  $S_{NPF}$ .



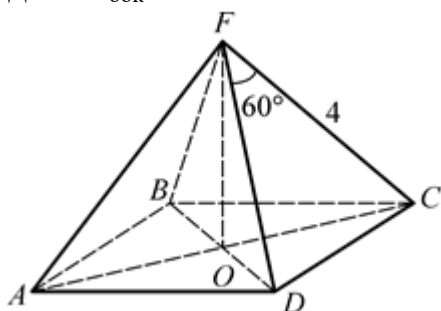
4.  $\angle AFC = 60^\circ$ ,  $AF = 4$ .  
Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



5.  $AB = 6$ ,  $\text{tg } \alpha = \frac{4}{3}$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .

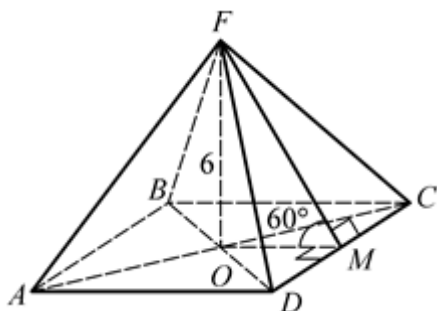


6.  $\angle DFC = 60^\circ$ ,  $AF = 4$ .  
Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



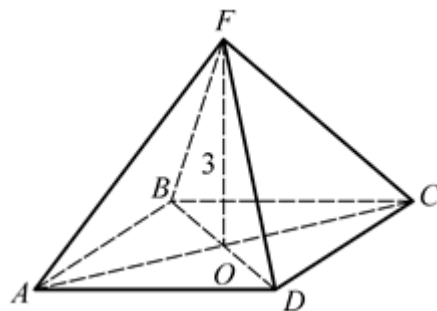
7.  $OF = 6, \angle FMO = 60^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



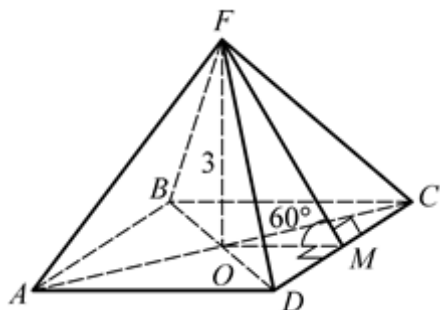
8.  $OF = 3, S_{\text{осн}} = 64$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



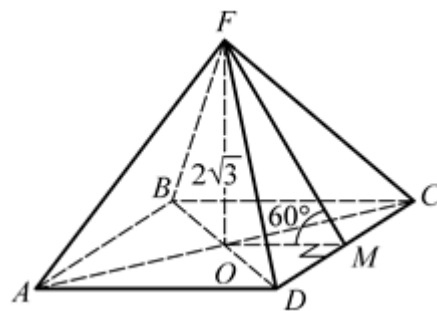
9.  $OF = 3, \angle FMO = 60^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



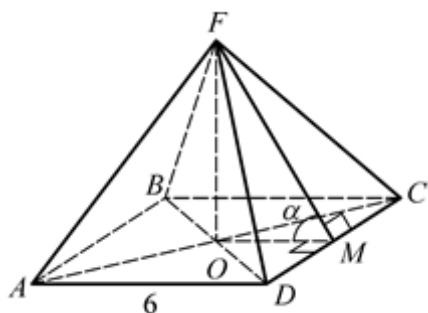
10.  $FO = 2\sqrt{3}, \angle FMO = 60^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{пол}}$ .



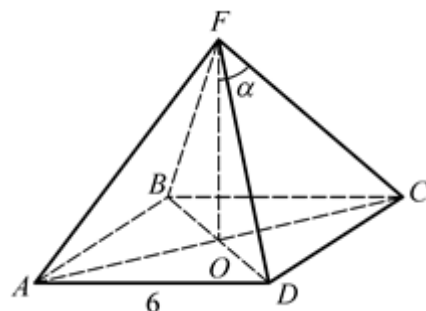
11.  $AB = 6, \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



12.  $AB = 6, \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

Найдите  $FO$ .



### Правильная четырехугольная пирамида

1.  $FC = 5$ .

4.  $S_{\text{осн}} = 8$ .

7.  $S_{\text{бок}} = 96$ .

10.  $S_{\text{пол}} = 96$ .

2.  $S_{\text{осн}} = 4$ .

5.  $S_{\text{бок}} = 60$ .

8.  $S_{\text{бок}} = 80$ .

11.  $S_{\text{бок}} = 180$ .

3.  $S_{NPF} = 2\sqrt{13}$ .

6.  $S_{\text{бок}} = 16\sqrt{3}$ .

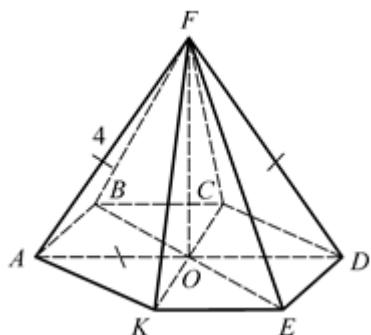
9.  $S_{\text{бок}} = 12$ .

12.  $FO = 6$ .

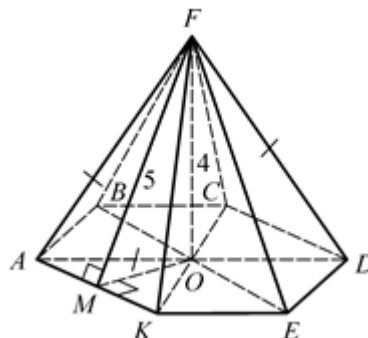
## ПРАВИЛЬНАЯ ШЕСТИУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА

$FABCDEK$  – правильная пирамида.  $FO \perp (ABO)$ .

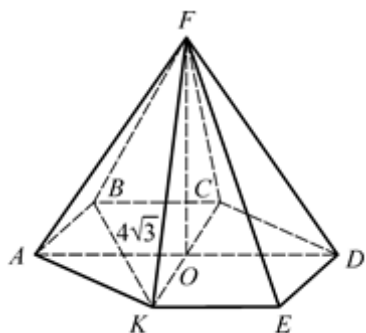
1. Дано:  $\triangle AFD$  – равносторонний,  
 $AF = 4$ .  
 Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



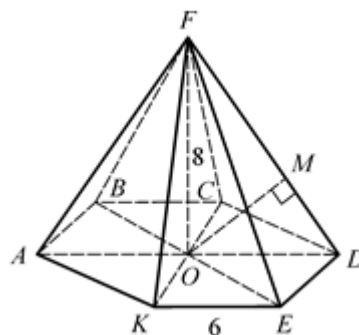
2. Дано:  $FM \perp AK$ ,  $FM = 5$ ,  $FO = 4$ .  
 Найдите  $AB$ .



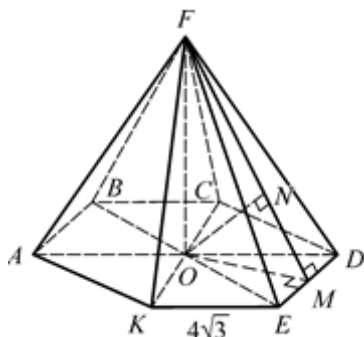
3. Дано:  $\triangle CFK$  – равносторонний,  
 $BK = 4\sqrt{3}$ .  
 Найдите  $FO$ .



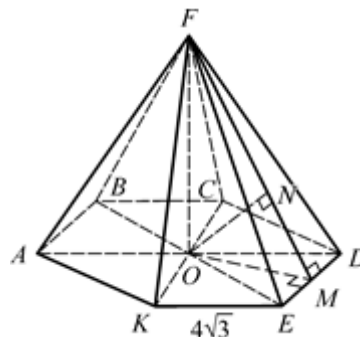
4. Дано:  $AB = 6$ ,  $FO = 8$ .  
 Найдите  $\rho(O, FD)$ .



5. Дано:  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $FO = 8$ .  
 Найдите  $\rho(O, (DFE))$ .



6. Дано:  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $FO = 8$ .  
 Найдите  $\rho(KC, (DFE))$ .



7. Дано:  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $FO = 8$ .

8. Дано:  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $FO = 8$ .



## Правильная шестиугольная пирамида

1.  $S_{\text{осн}} = 6\sqrt{3}$ .

2.  $AB = 2\sqrt{3}$ .

3.  $FO = 4\sqrt{3}$ .

4.  $OM = 4,8$ .

5.  $ON = 4,8$ .

6.  $ON = 4,8$ .

7.  $ON = 4,8$ .

8.  $LN = 9,6$ .

9.  $\cos \angle OMF = 0,6$ .

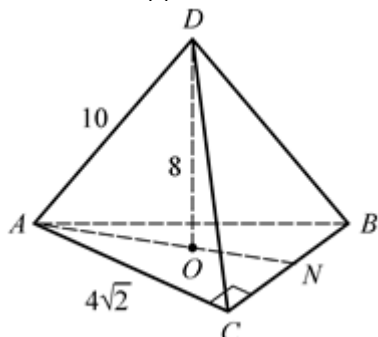
10.  $\cos \angle FEC = 0,75$ .

11.  $\angle(BK, FD) = 90^\circ$ .

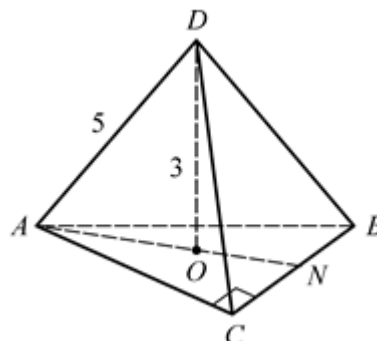
12.  $\angle(AC, FE) = 90^\circ$ .

## НЕПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА

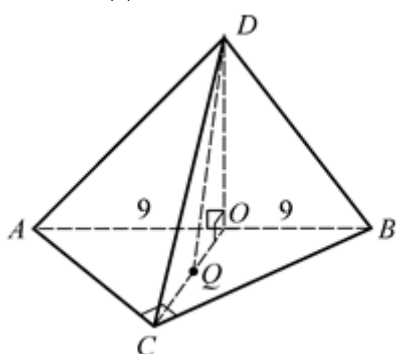
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 8$ ,  $O$  – точка  
 пересечения медиан,  $AD = 10$ ,  
 $AC = 4\sqrt{2}$ . Найдите  $BC$ .



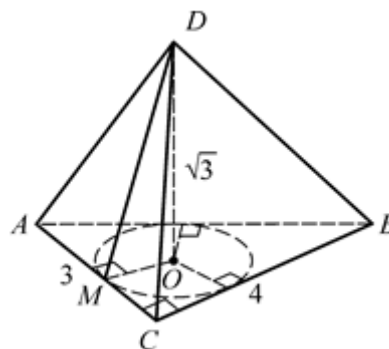
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = CB$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $AD = 5$ ,  
 $DO = 3$ ,  $O$  – точка пересечения  
 медиан. Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



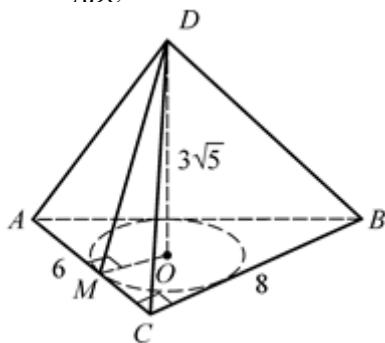
3. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AO = OB = 9$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $Q$  – точка пересечения медиан,  
 $DQ = 5$ . Найдите  $DO$ .



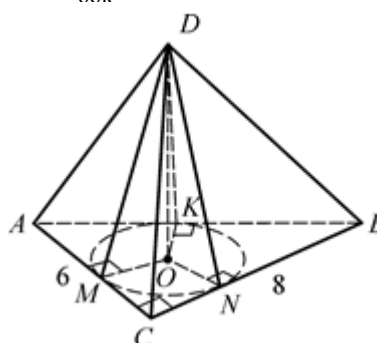
4. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $O$  – центр вписанной окружности,  
 $DO = \sqrt{3}$ . Найдите  $\rho(D, AC)$ .



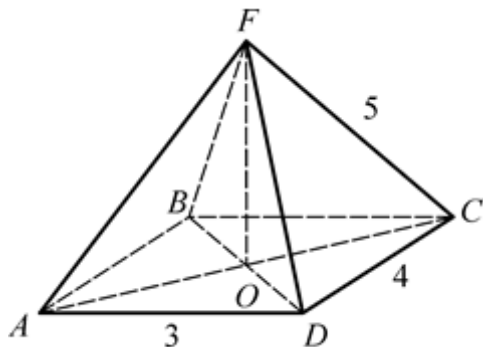
5. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $DO = 3\sqrt{5}$ ,  $O$  – центр вписанной  
 окружности.  
 Найдите  $S_{ADC}$ .



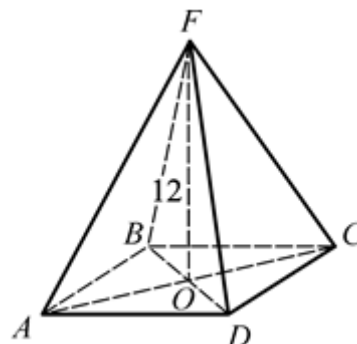
6. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $DO = 3\sqrt{5}$ ,  $O$  – центр вписанной  
 окружности.  
 Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



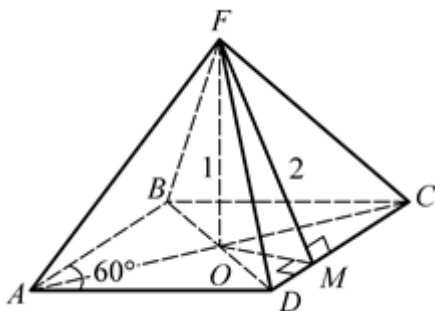
7. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $FO \perp (ABC)$ ,  $AD = 3$ ,  $FC = 5$ ,  $DC = 4$ .  
Найдите  $\angle AFC$ .



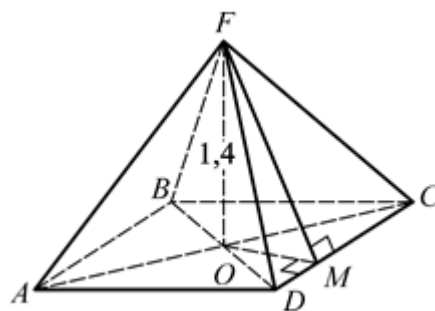
8. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 12$ , радиус описанной около основания окружности равен 5.  
Найдите  $\cos \angle(FD, (ABC))$ .



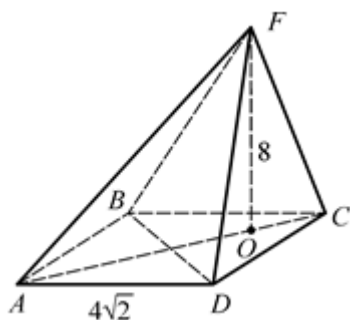
9. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 1$ ,  $FM \perp DC$ ,  $FM = 2$ .  
Найдите  $AD$ .



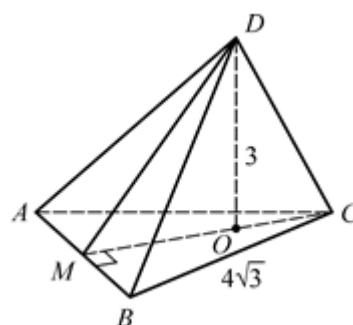
10. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AC = 12$ ,  $BD = 16$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 1,4$ .  
Найдите апофему боковой грани.



11. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  $AB = 4\sqrt{2}$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 8$ ,  $AO : OC = 3 : 1$ .  
Найдите большее боковое ребро.



12. Дано:  $\triangle ABC$  – равносторонний,  $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 3$ ,  $CO : OM = 1 : 2$ .  
Найдите  $\cos \angle((ADB), (ABC))$ .



### Неправильная пирамида

1.  $BC = 14$ .

2.  $S_{\text{очн}} = 14,4$ .

3.  $DO = 4$ .

4.  $DM = 2$ .

5.  $S_{ADC} = 21$ .

6.  $S_{\text{бок}} = 84$ .

7.  $\angle AFC = 60^\circ$ .

8.  $\cos \angle FDO = \frac{5}{13}$ .

9.  $AD = 4$ .

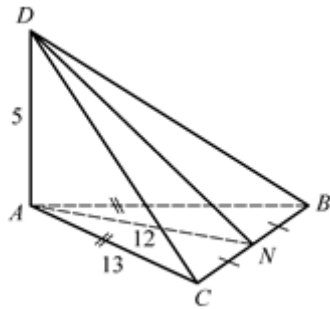
10.  $FM = 5$ .

11.  $AF = 10$ .

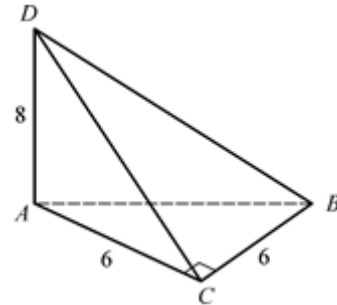
12.  $\cos \angle DMO = 0,8$ .

**ПИРАМИДА, У КОТОРОЙ ОДНО ИЗ БОКОВЫХ РЕБЕР  
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ОСНОВАНИЮ**

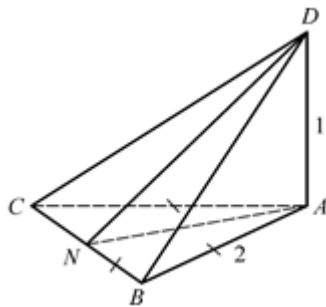
1. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC = AB = 13$ ,  
 $CN = NB$ ,  $AN = 12$ ,  $AD \perp (ABC)$ ,  
 $AD = 5$ . Найдите  $S_{BCD}$ .



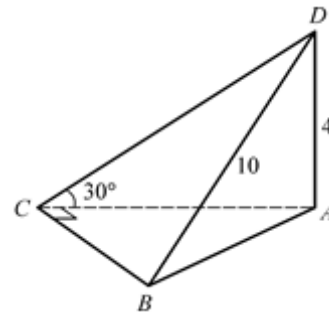
2. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = CB = 6$ ,  $AD \perp (ABC)$ ,  $AD = 8$ .  
Найдите  $S_{BCD}$ .



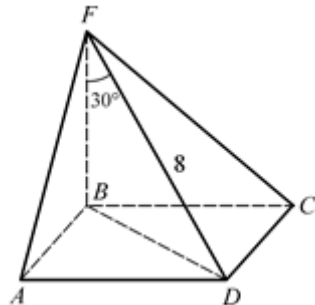
3. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC = 2$ ,  
 $AD \perp (ABC)$ ,  $AD = 1$ .  
Найдите  $S_{BCD}$ .



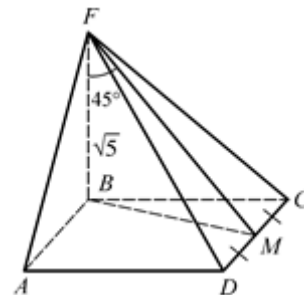
4. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AD \perp (ABC)$ ,  $AD = 4$ ,  $\angle ACD = 30^\circ$ ,  
 $BD = 10$ . Найдите  $S_{BCD}$ .



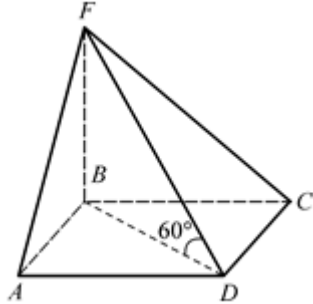
5. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  
 $BF \perp (ABC)$ ,  $DF = 8$ ,  $\angle BFD = 30^\circ$ .  
Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



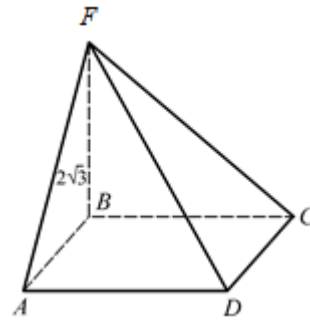
6. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  
 $BF \perp (ABC)$ ,  $BF = \sqrt{5}$ ,  
 $\angle BFM = 45^\circ$ ,  $DM = MC$ .  
Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



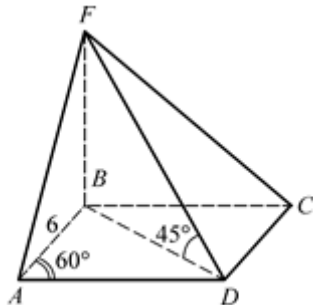
7. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  
 $S_{ABCD} = 6$ ,  $BF \perp (ABC)$ ,  
 $\angle FDB = 60^\circ$ . Найдите  $BF$ .



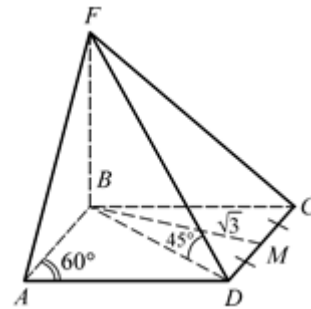
8. Дано:  $ABCD$  – квадрат,  $S_{ABCD} = 4$ ,  
 $BF \perp (ABC)$ ,  $BF = 2\sqrt{3}$ .  
 Найдите  $S_{AFD}$ .



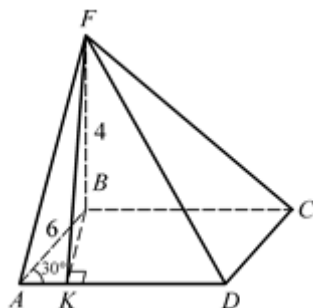
9. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB = 6$ ,  $BF \perp (ABC)$ ,  
 $\angle BDF = 45^\circ$ . Найдите  $BF$ .



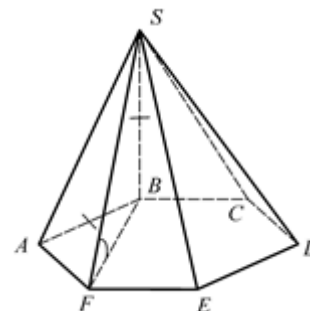
10. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $BM = \sqrt{3}$ ,  $DM = MC$ ,  $BF \perp (ABC)$ ,  
 $\angle BDF = 45^\circ$ .  
 Найдите  $BF$ .



11. Дано:  $ABCD$  – ромб,  
 $\angle BAD = 30^\circ$ ,  $AB = 6$ ,  $BK \perp AD$ ,  
 $BF \perp (ABC)$ ,  $BF = 4$ .  
 Найдите  $S_{AFD}$ .



12. Дано:  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник,  
 $BS \perp (ABC)$ ,  $BS = AB$ .  
 Найдите  $\angle SFB$ .

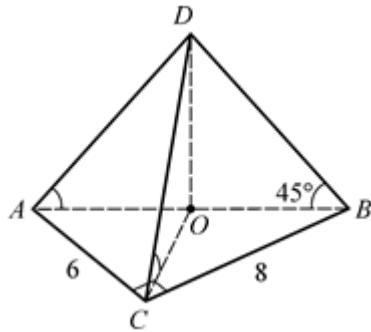


**Пирамида, у которой одно из боковых ребер  
перпендикулярно основанию**

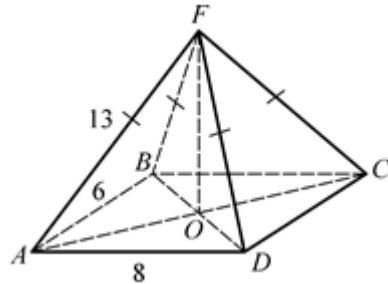
- |                           |                                 |                          |                                     |
|---------------------------|---------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <b>1.</b> $S_{BCD} = 65.$ | <b>4.</b> $S_{BCD} = 24.$       | <b>7.</b> $BF = 6.$      | <b>10.</b> $BF = 2.$                |
| <b>2.</b> $S_{BCD} = 30.$ | <b>5.</b> $S_{\text{осн}} = 8.$ | <b>8.</b> $S_{AFD} = 4.$ | <b>11.</b> $S_{AFD} = 30.$          |
| <b>3.</b> $S_{BCD} = 2.$  | <b>6.</b> $S_{\text{осн}} = 4.$ | <b>9.</b> $BF = 6.$      | <b>12.</b> $\angle SFB = 30^\circ.$ |

**ПИРАМИДА, ОКОЛО ОСНОВАНИЯ КОТОРОЙ  
ОПИСАНА ОКРУЖНОСТЬ**

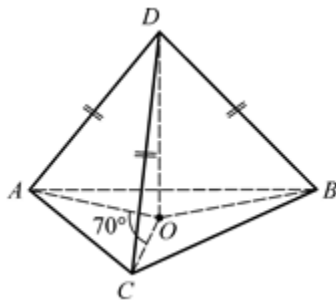
1. Дано:  $\angle DAO = \angle DBO = \angle DCO = 45^\circ$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $CB = 8$ .  
Найдите  $H$ .



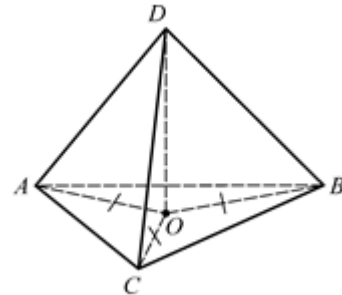
2. Дано:  $AF = BF = CF = DF$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $ABCD$  –  
прямоугольник,  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $AF = 13$ .  
Найдите  $H$ .



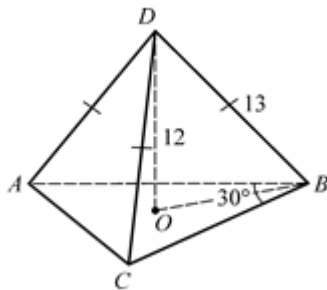
3. Дано:  $AD = CD = BD$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $\angle AOC = 70^\circ$ .  
Найдите  $\angle ABC$ .



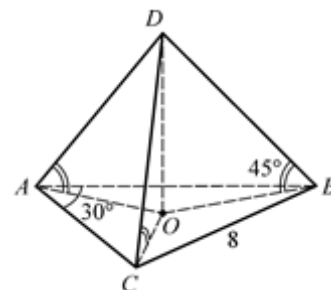
4. Дано:  $DO \perp (ABC)$ ,  $AO = OB = OC$ ,  
 $AD + CD + BD = 6$ .  
Найдите  $AD + 2CD + 3BD$ .



5. Дано:  $AD = BD = CD = 13$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 12$ ,  
 $\angle ABC = 30^\circ$ . Найдите  $AC$ .

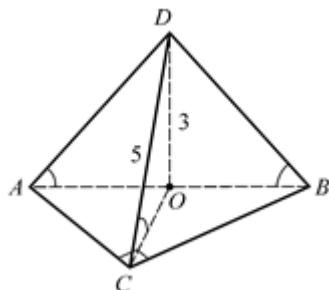


6. Дано:  $\angle DAO = \angle DCO = \angle DBO = 45^\circ$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $BC = 8$ ,  
 $\angle CAB = 30^\circ$ .  
Найдите  $DO$ .



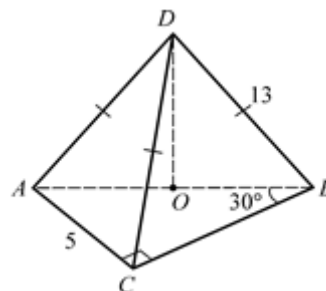
7. Дано:  $\angle DAO = \angle DCO = \angle DBO$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 3$ ,  $DC = 5$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ .

Найдите  $AB$ .



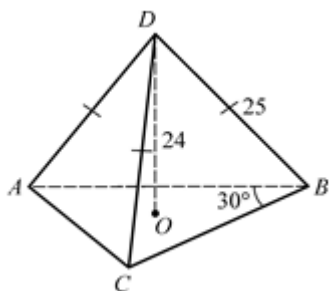
8. Дано:  $AD = BD = CD = 13$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $AC = 5$ .

Найдите  $DO$ .



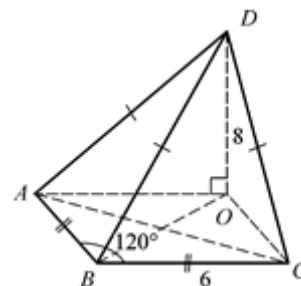
9. Дано:  $AD = BD = CD = 25$ ,  
 $DO = 24$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ .

Найдите  $AC$ .



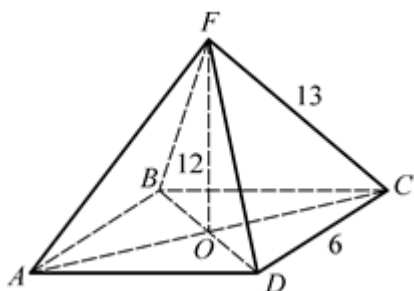
10. Дано:  $AD = BD = CD$ ,  
 $AB = BC = 6$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 8$ .

Найдите  $AD$ .



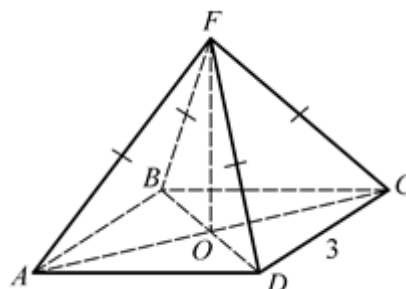
11. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AB = 6$ ,  $AF = BF = CF =$   
 $= DF = 13$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 12$ .

Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



12. Дано:  $ABCD$  – ромб,  $AB = 3$ ,  $AF =$   
 $= BF = CF = DF$ .

Найдите  $S_{\text{осн}}$ .



**Пирамида, около основания которой описана окружность**

**1.**  $H = 5.$

**4.**  $\Sigma = 12.$

**7.**  $AB = 8.$

**10.**  $AD = 10.$

**2.**  $H = 12.$

**5.**  $AC = 5.$

**8.**  $DO = 12.$

**11.**  $S_{\text{осн}} = 48.$

**3.**  $\angle ABC = 35^\circ.$

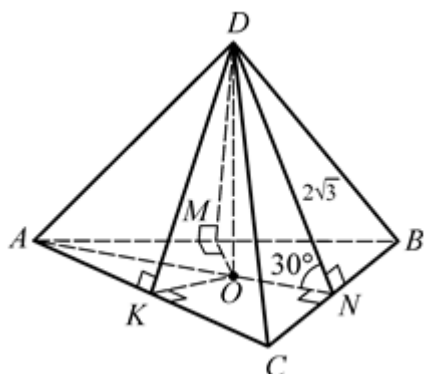
**6.**  $DO = 8.$

**9.**  $AC = 7.$

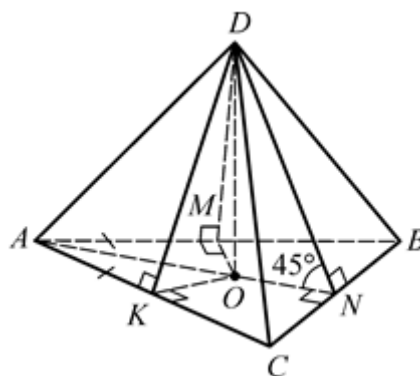
**12.**  $S_{\text{осн}} = 9.$

## ПИРАМИДА, В ОСНОВАНИЕ КОТОРОЙ ВПИСАНА ОКРУЖНОСТЬ

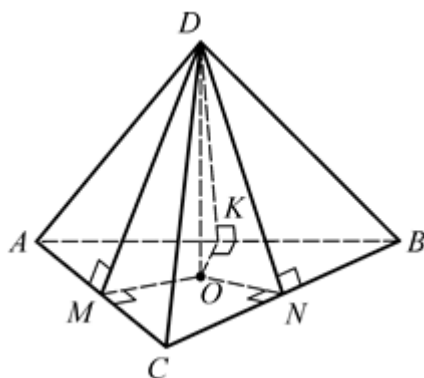
1. Дано:  $MD \perp AB$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AC$ ,  $MD = ND = KD = 2\sqrt{3}$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $\angle DKO = 30^\circ$ ,  
 $S_{\text{осн.}} = 48$ .  
 Найдите  $P_{\text{осн.}}$ .



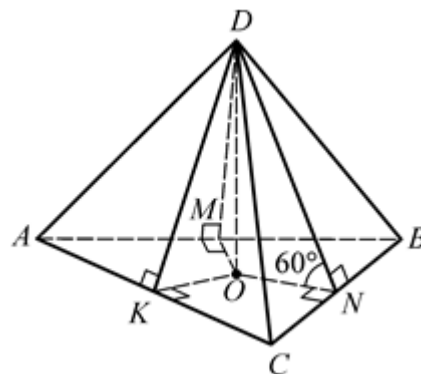
2. Дано:  $MD \perp AB$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $\angle DMO =$   
 $\angle DNO = \angle DKO = 45^\circ$ ,  $AB = AC =$   
 $10$ ,  $BC = 12$ .  
 Найдите  $DO$ .



3. Дано:  $MD \perp AC$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AB$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 4$ ,  
 $AB = AC = 10$ ,  $BC = 12$ .  
 Найдите  $MD$ .

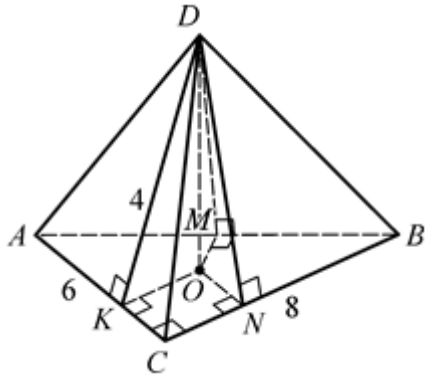


4. Дано:  $MD \perp AB$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $\angle DMO =$   
 $= \angle DNO = \angle DKO = 60^\circ$ ,  $AB =$   
 $= FC = 10$ ,  $BC = 12$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок.}}$ .



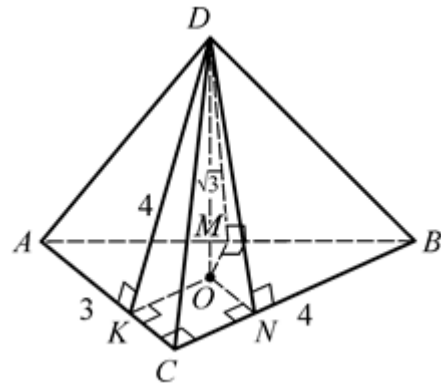
5. Дано:  $MD \perp AB$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $MD = ND = KD = 4$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  
 $BC = 8$ .

Найдите угол наклона боковых  
 граней к  $(ABC)$ .



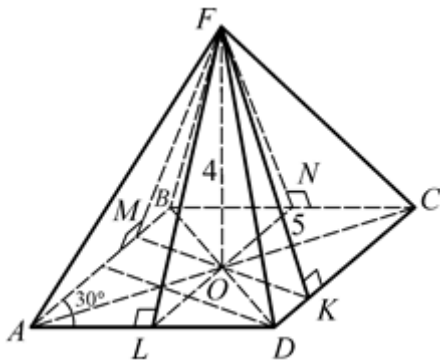
6. Дано:  $MD \perp AB$ ,  $ND \perp BC$ ,  
 $KD \perp AC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = \sqrt{3}$ ,  
 $MD = ND = KD$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AC = 3$ ,  $BC = 4$ .

Найдите  $S_{\text{бок}}$ .



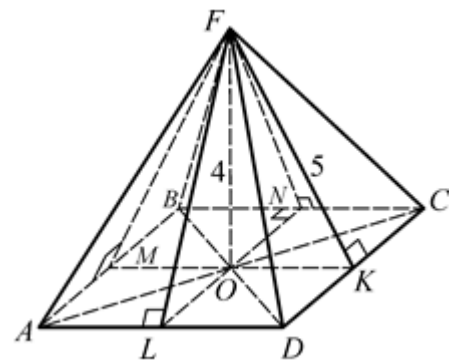
7. Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $\angle A = 30^\circ$ ,  $MF \perp AB$ ,  $NF \perp BC$ ,  
 $KF \perp DC$ ,  $LF \perp AD$ ,  $MF = NF =$   
 $= KF = LF = 5$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  
 $FO = 4$ .

Найдите  $P_{\text{осн}}$ .



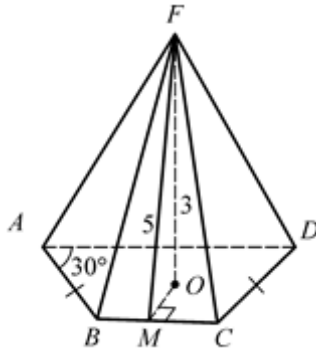
8. Дано:  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $MF \perp AB$ ,  $NF \perp BC$ ,  $KF \perp DC$ ,  
 $LF \perp AD$ ,  $MF = NF = KF =$   
 $= LF = 5$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $FO = 4$ .

Найдите  $S_{\text{осн}}$ .

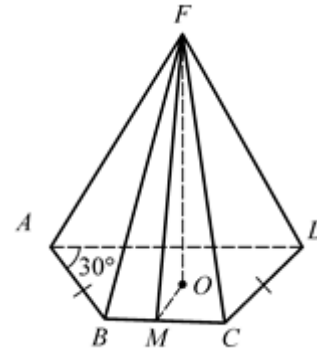


9. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  $AB = CD$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $O$  – центр вписанной в трапецию окружности,  $FO = 3$ ,  $FM = 5$ ,  $OM \perp BC$ .

Найдите  $P_{\text{осн}}$ .

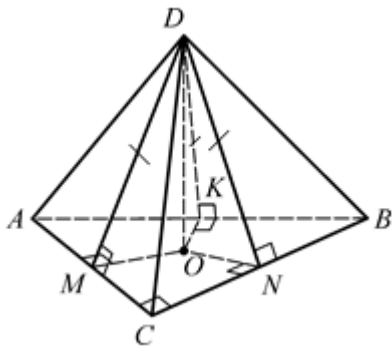


10. Дано:  $ABCD$  – трапеция,  $AB = CD$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $P_{ABCD} = 48$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  $O$  – центр вписанной в трапецию окружности,  $OM \perp BC$ ,  $FM = 5$ . Найдите  $FO$ .



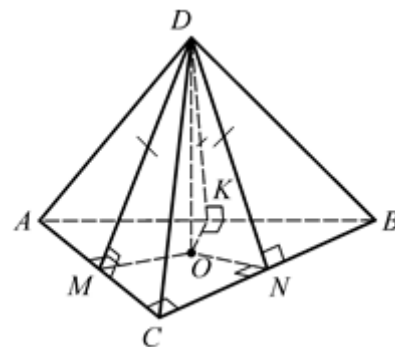
11. Дано:  $MD \perp AC$ ,  $ND \perp BC$ ,  $KD \perp AB$ ,  $MD = ND = KD$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = \sqrt{2}$ ,  $AB = 8$ ,  $BC = 10$ ,  $AC = 12$ .

Найдите  $MD$ .



12. Дано:  $MD \perp AC$ ,  $ND \perp BC$ ,  $KD \perp AB$ ,  $MD = ND = KD$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = \sqrt{6}$ ,  $AB = 9$ ,  $BC = 13$ ,  $AC = 14$ .

Найдите  $MD$ .



### Пирамида, в основание которой вписана окружность

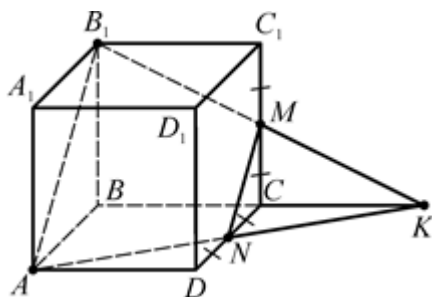
- |                            |                              |                            |                |
|----------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------|
| 1. $P_{\text{осн}} = 32$ . | 4. $S_{\text{бок}} = 96$ .   | 7. $P_{\text{осн}} = 48$ . | 10. $FO = 4$ . |
| 2. $DO = 3$ .              | 5. $\angle DKO = 30^\circ$ . | 8. $S_{\text{осн}} = 36$ . | 11. $MD = 3$ . |
| 3. $MD = 5$ .              | 6. $S_{\text{бок}} = 12$ .   | 9. $P_{\text{осн}} = 64$ . | 12. $MD = 4$ . |

## Сечения многогранников

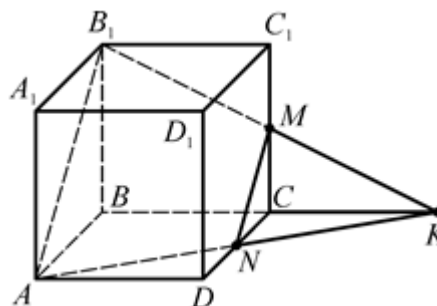
### СЕЧЕНИЯ КУБА

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб.

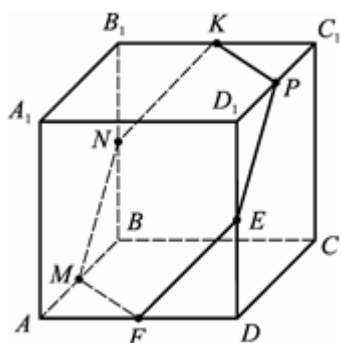
1. Дано:  $CM = MC_1 = CN = ND$ ,  
 $S_{AB_1MN} = 36$ . Найдите  $S_{MNK}$ .



2. Дано:  $BC : CK = 3 : 2$ ,  $AB_1 = 15$ .  
 Найдите  $MN$ .

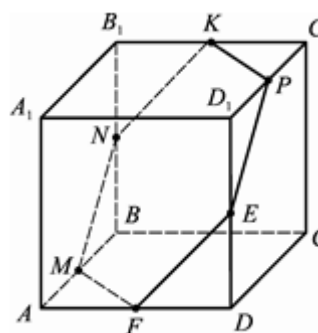


3. Дано:  $AM = MB$ ,  $BN = NB_1$ ,  
 $B_1K = KC_1$ ,  $C_1P = PD_1$ ,  $D_1E = ED$ ,  
 $AF = FD$ . Найдите  $\angle NKP$ .

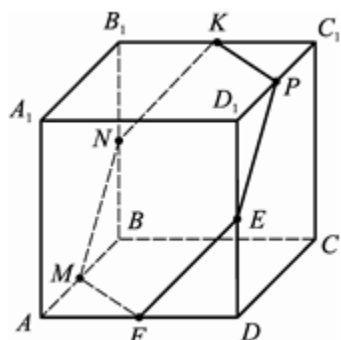


4. Дано:  $AM = MB$ ,  $BN = NB_1$ ,  
 $B_1K = KC_1$ ,  $C_1P = PD_1$ ,  $D_1E = ED$ ,

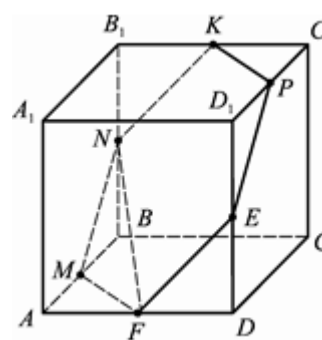
$AF = FD$ ,  $S_{MNKPEF} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 Найдите  $S_{ABCD}$ .



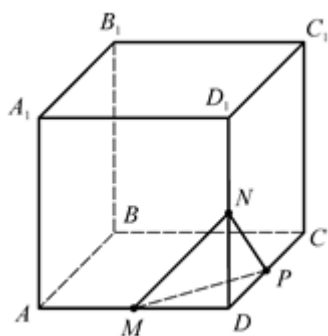
5. Дано:  $AM = MB$ ,  $BN = NB_1$ ,  
 $B_1K = KC_1$ ,  $C_1P = PD_1$ ,  $D_1E = ED$ ,  
 $AF = FD$ ,  $S_{ABCD} = 4$ .  
 Найдите  $S_{MNKPEF}$ .



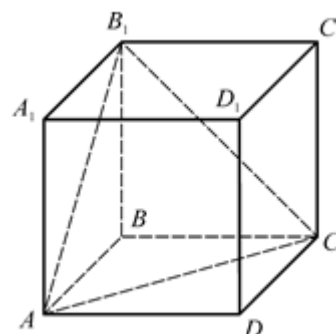
6. Дано:  $AM = MB$ ,  $BN = NB_1$ ,  
 $B_1K = KC_1$ ,  $C_1P = PD_1$ ,  $D_1E = ED$ ,  
 $AF = FD$ ,  $NF = \sqrt{6}$ .  
 Найдите  $AB$ .



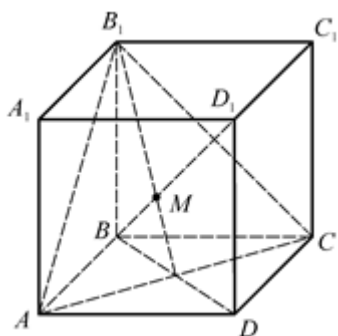
7. Дано:  $AM = MD$ ,  $DN = ND_1$ ,  
 $DP = PC$ ,  $AB = 2\sqrt{2}$ .  
 Найдите  $S_{MNP}$ .



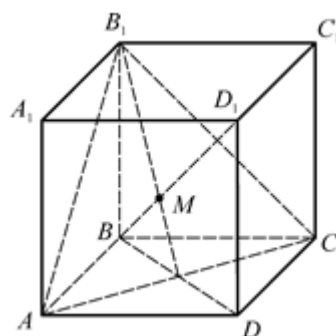
8. Дано:  $AB = \sqrt{2}$ .  
 Найдите  $S_{AB_1C}$ .



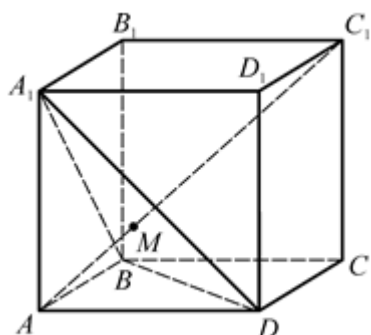
9. Дано:  $BD_1 \cap (AB_1C) = M$ .  
 Найдите  $\angle(BD_1, (AB_1C))$ .



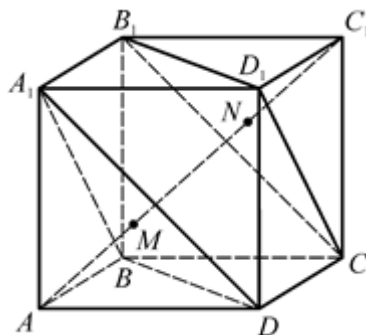
10. Дано:  $BD_1 \cap (AB_1C) = M$ ,  
 $AB = \sqrt{3}$ .  
 Найдите  $\rho(D_1, (AB_1C))$ .



11. Дано:  $AC_1 \cap (A_1BD) = M$ ,  
 $DB_1 = 6$ .  
 Найдите  $\rho(A, (A_1BD))$ .



12. Дано:  $AC_1 \cap (A_1BD) = M$ ,  
 $AC_1 \cap (B_1CD_1) = N$ ,  $AC_1 = 30$ .  
 Найдите  $MN$ .



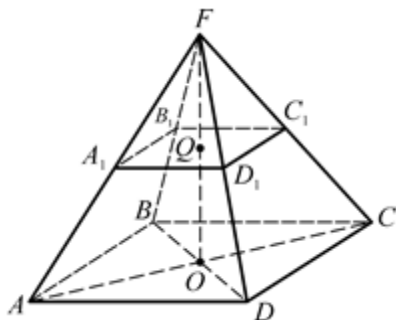
## Сечения куба

1.  $S_{MNK} = 12$ .
2.  $MN = 6$ .
3.  $\angle NKP = 120^\circ$ .
4.  $S_{ABCD} = 2$ .
5.  $S_{\text{сеч}} = 3\sqrt{3}$ .
6.  $AB = 2$ .
7.  $S_{MNP} = \sqrt{3}$ .
8.  $S_{\text{сеч}} = \sqrt{3}$ .
9.  $\alpha = 90^\circ$ .
10.  $D_1M = 2$ .
11.  $AM = 2$ .
12.  $MN = 10$ .

## СЕЧЕНИЯ В ПИРАМИДЕ. УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА

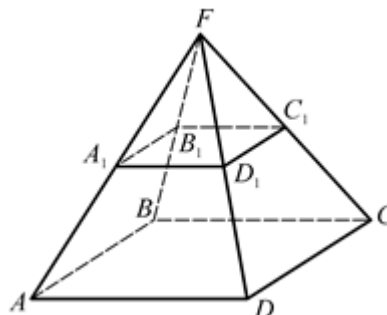
1. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  $ABCD$  – квадрат,  $AB = 6$ ,  $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABC)$ ,  $Q \in (A_1B_1C_1D_1)$ ,  $FQ = QO$ ,  $FO \perp (ABC)$ .

Найдите  $S_{A_1B_1C_1D_1}$ .



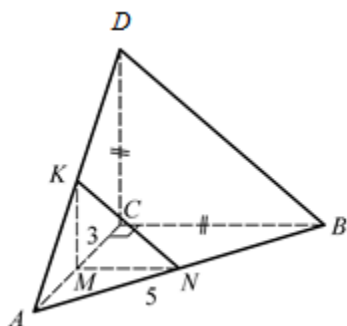
2. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  $ABCD$  – квадрат,  $AB = 5$ ,  $(A_1B_1C_1D_1) \parallel (ABC)$ ,  $AA_1 : A_1F = 3 : 2$ .

Найдите  $S_{A_1B_1C_1D_1}$ .



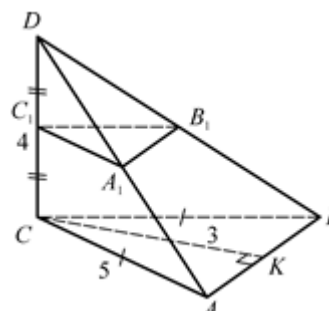
3. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $AB = 5$ ,  $CD \perp (ABC)$ ,  $CD = CB$ ,  $AM = MC$ ,  $AN = NB$ ,  $(MNC) \parallel (BCD)$ .

Найдите  $S_{MNC}$ .

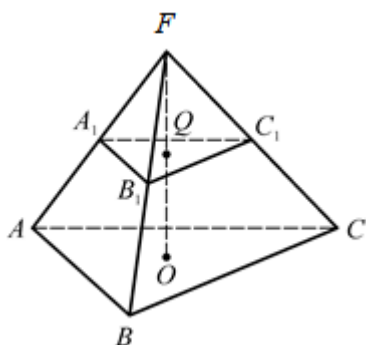


4. Дано:  $\triangle ABC$ ,  $CD \perp (ABC)$ ,  $CD = 4$ ,  $AC = BC = 5$ ,  $CK \perp AB$ ,  $CK = 3$ ,  $CC_1 = C_1D$ ,  $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$ .

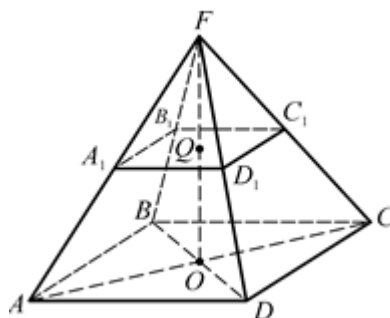
Найдите  $S_{\text{бок. } DA_1B_1C_1}$ .



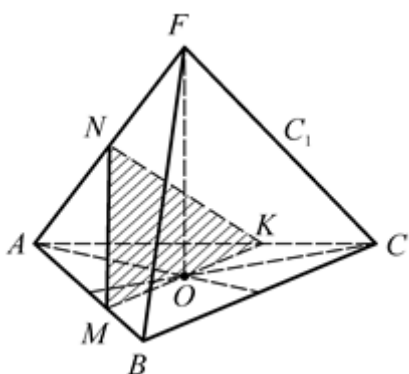
5. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$ ,  $FO \perp (ABC)$ ,  
 $FO \cap (A_1B_1C_1) = Q$ ,  $FQ : FO =$   
 $= 1 : 2$ ,  $S_{\text{бок.}FABCD} = 32$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок.}FA_1B_1C_1}$ .



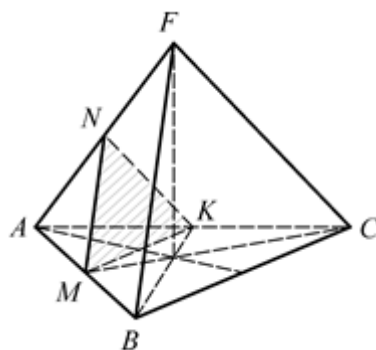
6. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  
 $(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$ ,  $AA_1 : A_1F = 1$ ,  
 $S_{\text{бок.}FA_1B_1C_1} = 16$ .  
 Найдите  $S_{\text{бок.} \text{усеч. шир.}}$



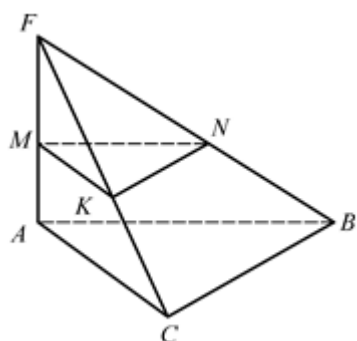
7. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AB = AC = BC = AF = BF = CF = 6$ ,  
 $FO \perp (ABC)$ ,  $O \in (MNK)$ ,  $(MNK) \parallel$   
 $\parallel (BCF)$ .  
 Найдите  $S_{MNK}$ .



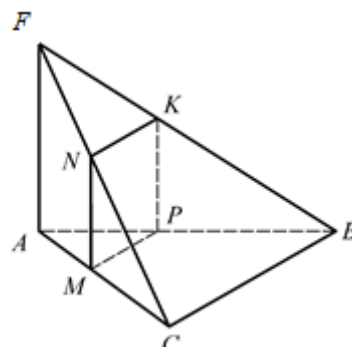
8. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AB = AC = BC = AF = BF = CF = 8$ ,  
 $AM = MB$ ,  $AK = KC$ ,  $(MNK) \parallel (BCF)$ .  
 Найдите  $S_{MNK}$ .



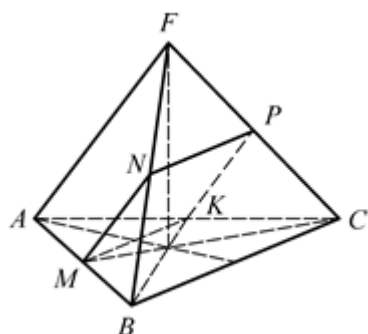
9. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AF \perp (ABC)$ ,  $AF \perp (MNK)$ ,  
 $AB = AC = CB = 6$ ,  $AM : AF = 1 : 3$ .  
 Найдите  $S_{\text{сеч.}}$ .



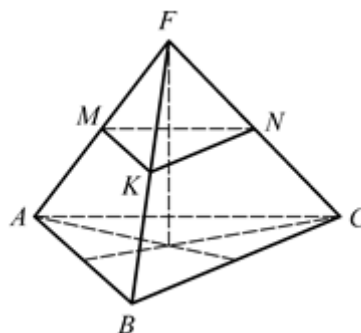
10. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AF \perp (ABC)$ ,  $AF \parallel (MNK)$ ,  $AF = AB =$   
 $= AC = CB = 6$ ,  $AM : MC = 1 : 2$ .  
 Найдите  $S_{\text{сеч.}}$ .



11. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AB = AC = BC = AF = BF =$   
 $= CF = 6$ ,  $AM = MB$ ,  $AK = KC$ ,  
 $(MNK) \parallel AF$ .  
 Найдите  $S_{\text{сеч.}}$ .



12. Дано:  $FABC$  – пирамида,  
 $AB = AC = BC = AF = BF =$   
 $= CF = 6$ ,  $(MNK) \parallel (ABC)$ ,  
 $S_{\text{бок. усеч. пир.}} = 24\sqrt{3}$ .  
 Найдите  $MN$ .



### Сечения в пирамиде. Усеченная пирамида

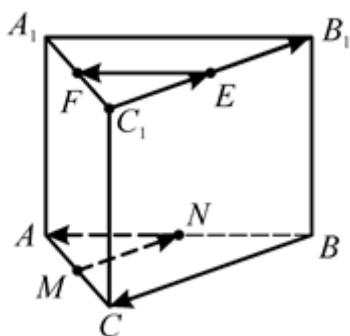
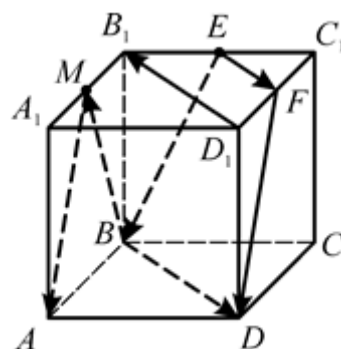
- |                           |                            |                                   |                             |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| 1. $S_{\text{сеч}} = 9$ . | 4. $S_{\text{бок}} = 10$ . | 7. $S_{\text{сеч}} = 4\sqrt{3}$ . | 10. $S_{\text{сеч}} = 12$ . |
| 2. $S_{\text{сеч}} = 4$ . | 5. $S_{\text{бок}} = 8$ .  | 8. $S_{\text{сеч}} = 4\sqrt{3}$ . | 11. $S_{\text{сеч}} = 9$ .  |
| 3. $S_{\text{сеч}} = 2$ . | 6. $S_{\text{бок}} = 48$ . | 9. $S_{\text{сеч}} = 4\sqrt{3}$ . | 12. $MN = 2$ .              |

## Векторы в пространстве

### ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ

1. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $B_1 E = EC_1$ ,  $C_1 F = FD_1$ ,  $A_1 M = MB_1$ .  
Найдите векторы, указанные на рисунке:

- 1) сонаправленные  $\overrightarrow{EF}$ ;
- 2) имеющие длину, равную длине  $\overrightarrow{DF}$ ;
- 3) равные  $\overrightarrow{DF}$ .

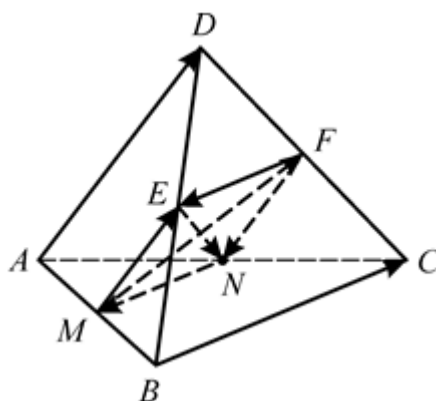


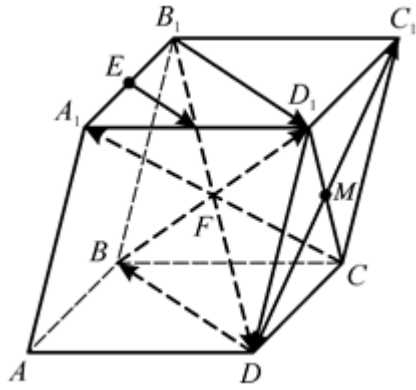
2. Дано:  $ABCA_1 B_1 C_1$  – правильная призма,  $A_1 F = FC_1$ ,  $C_1 E = EB_1$ ,  $AM = MC$ ,  $AN = NB$ . Назовите векторы, указанные на рисунке:

- 1) противоположно направленных  $\overrightarrow{C_1 B_1}$ ;
- 2) имеющих длину, равную длине  $\overrightarrow{EF}$ ;
- 3) равные  $\overrightarrow{EF}$ .

3. Дано:  $ABCD$  – правильная пирамида,  $AB = AD$ ,  $AM = MB$ ,  $AN = NC$ ,  $DE = EB$ ,  $DF = FC$ . Назовите векторы, указанные на рисунке:

- 1) сонаправленные  $\overrightarrow{ME}$ ;
- 2) имеющие длину, равную длине  $\overrightarrow{MF}$ ;
- 3) равные  $\overrightarrow{NM}$ .





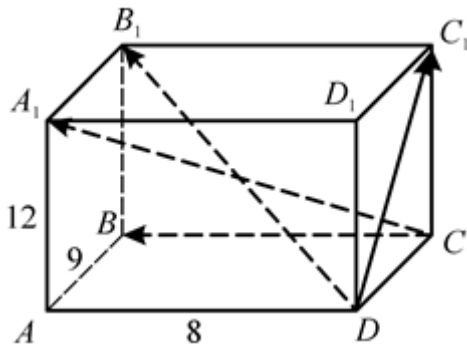
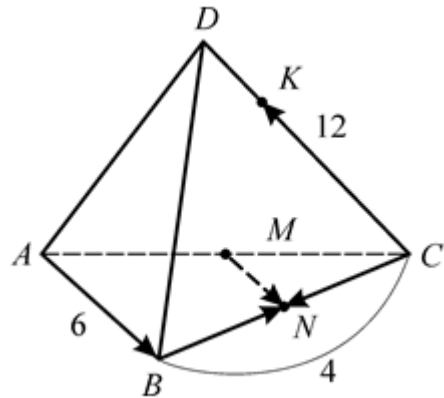
4. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – призма,  $ABCD$  – ромб,  $\angle A_1 AB = \angle A_1 AD$ ,  $A_1 E = EB_1$ ,  $A_1 F = FD_1$ .

Назовите векторы, указанные на рисунке:

- 1) сонаправленные  $\overrightarrow{EF}$  ;
- 2) противоположно направленные  $\overrightarrow{DC_1}$ .
- 3) имеющие длину, равную длине  $\overrightarrow{B_1 D}$  .

5. Дано:  $DABC$  – пирамида,  $AB = 6$ ,  $NC = 4$ ,  $CD = 12$ ,  $AM = MC$ ,  $BN = NC$ ,  $DK : KC = 1 : 5$ .

Найдите:  $|\overrightarrow{AB}|$ ,  $|\overrightarrow{BN}|$ ,  $|\overrightarrow{MN}|$ ,  $|\overrightarrow{CK}|$ .

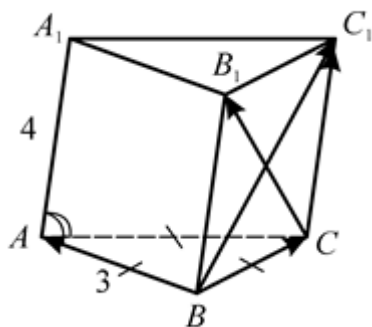
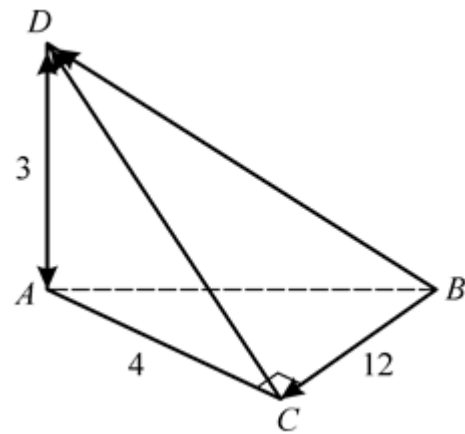


6. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AB = 9$ ,  $AD = 8$ ,  $AA_1 = 12$ .

Найдите:  $|\overrightarrow{C_1 C}|$ ,  $|\overrightarrow{CB}|$ ,  $|\overrightarrow{DC_1}|$ ,  $|\overrightarrow{DB_1}|$ ,  $|\overrightarrow{CA_1}|$ .

7. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AD \perp (ABC)$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $AD = 3$ ,  $AC = 4$ ,  $CB = 12$ .

Найдите:  $|\overrightarrow{AD}|$ ,  $|\overrightarrow{DA}|$ ,  $|\overrightarrow{BC}|$ ,  
 $|\overrightarrow{CD}|$ ,  $|\overrightarrow{BD}|$ .

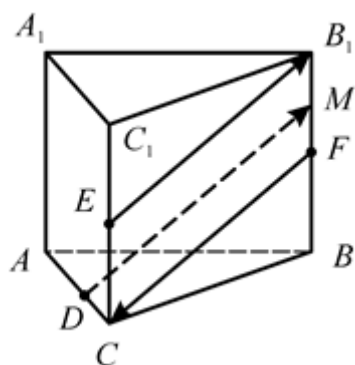
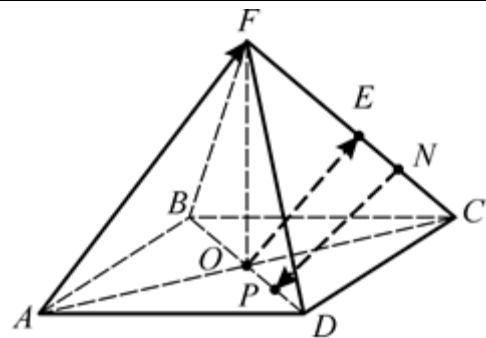


8. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  
 $\angle A_1AC = \angle A_1AB$ ,  $AA_1 = 4$ ,  
 $AB = BC = AC = 3$ .

Найдите:  $|\overrightarrow{CC_1}|$ ,  $|\overrightarrow{BC}|$ ,  $|\overrightarrow{BA}|$ ,  
 $|\overrightarrow{CB_1}|$ ,  $|\overrightarrow{BC_1}|$ .

9. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  
 $AC \cap BD = O$ ,  $FE = EC$ ,  
 $EN = NC$ ,  $OP = PD$ .

Какие векторы, из указанных на рисунке, коллинеарны?



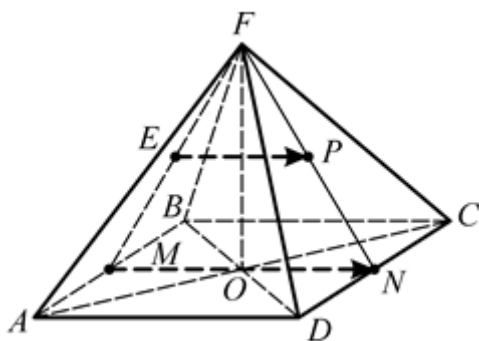
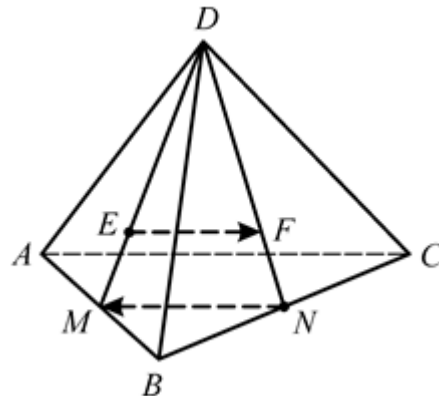
10. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – правильная пирамида,  
 $CE = EC_1$ ,  $BF = FB_1$ ,  
 $FM = MB_1$ ,  $AD : DC = 3 : 1$ .

Какие векторы, из указанных на рисунке, коллинеарны?

11. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MB$ ,  $BN = NC$ ,  $E$  и  $F$  – точки  
 пересечения медиан граней  $ABD$  и  
 $BDC$  соответственно,  $AC = 18$ .

Коллинеарны ли  $\overrightarrow{EF}$  и  $\overrightarrow{NM}$ ?

Найдите  $|\overrightarrow{EF}|$ .



12. Дано:  $FABCD$  – правильная  
 пирамида,  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $AM = MB$ ,  $DN = NC$ ,  $E$  и  $P$  – точки  
 пересечения медиан граней  $ABF$  и  
 $CDF$  соответственно,  
 $AD = 12$ .

Коллинеарны ли  $\overrightarrow{MN}$  и  $\overrightarrow{EP}$ ?

Найдите  $|\overrightarrow{EP}|$ .

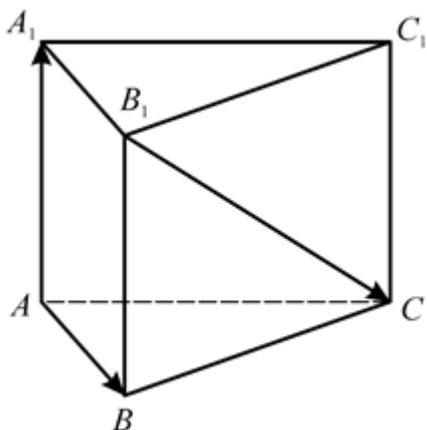
## СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

1. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма.

Найдите:

а)  $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C}$ ;

б)  $\overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AB}$ .

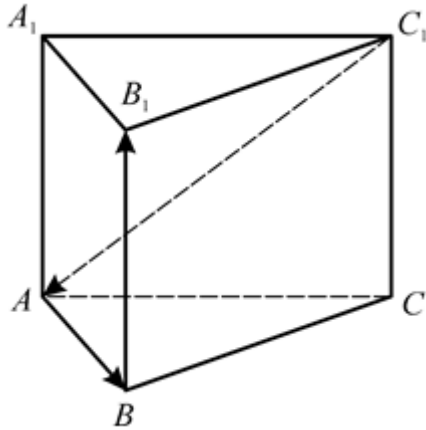


2. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма.

Найдите:

а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C_1A} + \overrightarrow{BB_1}$ ;

б)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA_1}$ .



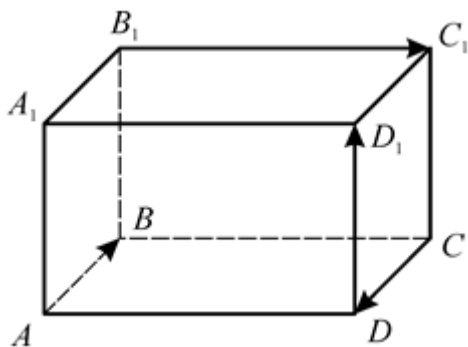
3. Дано:  $ABCA_1B_1C_1D_1$

параллелепипед.

Укажите вектор, равный:

а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CD}$ ;

б)  $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1A_1}$ .



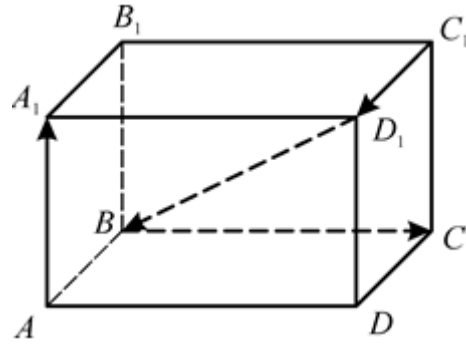
– 4. Дано:  $ABCA_1B_1C_1D_1$  –

параллелепипед.

Укажите вектор, равный:

а)  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{D_1B}$ ;

б)  $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB_1}$ .

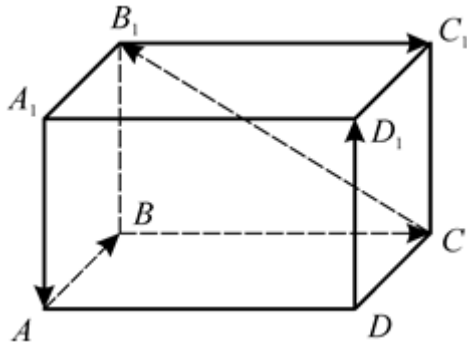


5. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед.

Укажите вектор, равный:

а)  $\overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1 A}$ ;

б)  $\overrightarrow{A_1 A} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ .

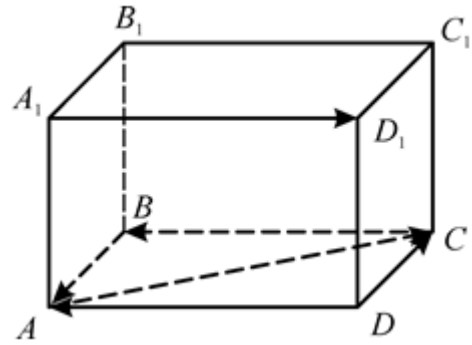


6. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед.

Укажите вектор, равный:

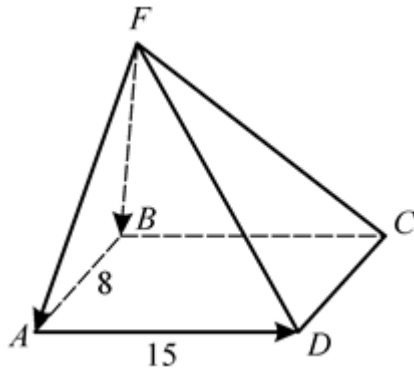
а)  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1 D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ ;

б)  $\overrightarrow{C_1 D_1} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1}$ .



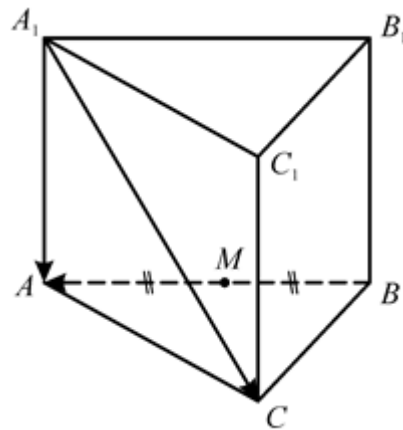
7. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  $ABCD$  – прямоугольник,  $AB = 8$ ,  $BC = 15$ .

Найдите  $|\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FA}|$ .



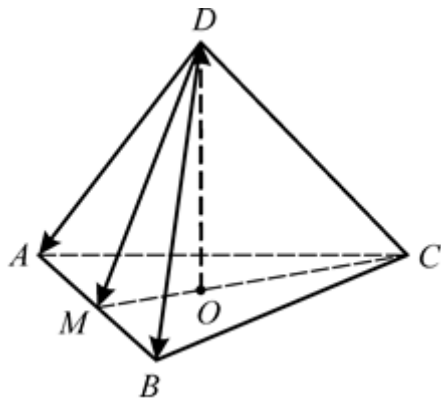
8. Дано:  $ABCA_1 B_1 C_1$  – призма,  $AB = BC = AC = 2\sqrt{3}$ ,  $AM = MB$ .

Найдите  $|\overrightarrow{A_1 A} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{A_1 C}|$ .



9. Дано:  $DABC$  – правильная пирамида,  $AB = 6\sqrt{3}$ .

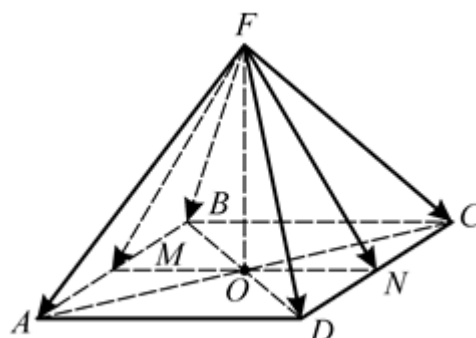
Найдите  $\left| \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{OD} \right|$ .



10. Дано:  $FABCD$  – правильная пирамида,  $AB = 6$ .

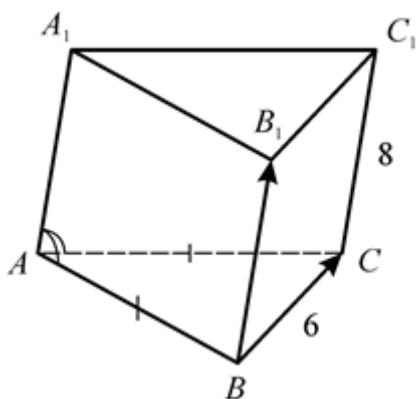
Найдите

$\left| \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) - \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{FC}) \right|$ .



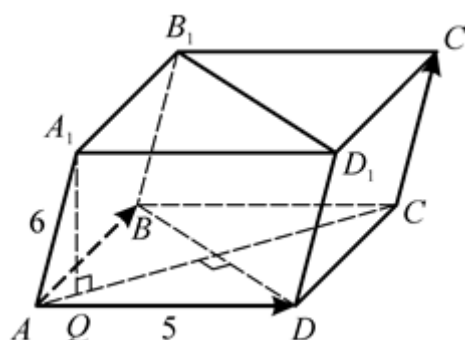
11. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  $\angle A_1AB = \angle A_1AC$ ,  $AC = AB$ ,  $BC = 6$ ,  $AA_1 = 8$ .

Найдите  $\left| \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC} \right|$ .



12. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – призма,  $ABCD$  – ромб,  $A_1Q \perp (ABC)$ ,  $Q \in AC$ ,  $AB = 5$ ,  $AC = 6$ ,  $AA_1 = 6$ .

Найдите  $\left| \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC_1} \right|$ .



### Сложение и вычитание векторов

1. а)  $\overrightarrow{AC}$ ; б)  $\overrightarrow{BA_1}$ .

5. а)  $\overrightarrow{AC_1}$ ; б)  $\overrightarrow{A_1C}$ .

9.  $|\overrightarrow{OM}| = 3$ .

2. а)  $\overrightarrow{CB}$ ; б)  $\overrightarrow{A_1B}$ .

6. а)  $\overrightarrow{DC}$ ; б)  $\overrightarrow{C_1A}$ .

10.  $|\overrightarrow{NM}| = 6$ .

3. а)  $\overrightarrow{AD_1}$ ; б)  $\overrightarrow{CA_1}$ .

7.  $|\overrightarrow{AC}| = 17$ .

11.  $|\overrightarrow{BC_1}| = 10$ .

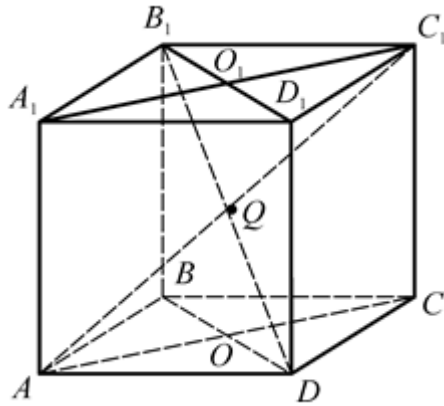
4. а)  $\vec{0}$ ; б)  $\overrightarrow{B_1C_1}$ . 8.  $|\overrightarrow{CM}| = 3$ .

12.  $|\overrightarrow{BD_1}| = 10$ .

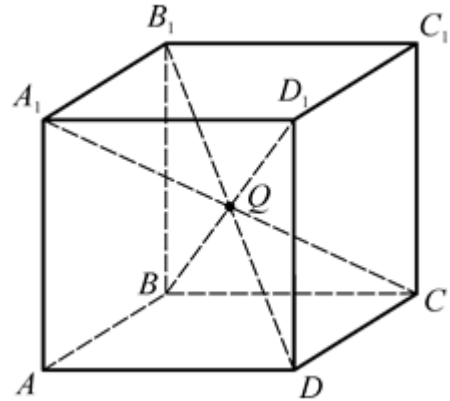
## УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Найдите:  $k$ ,  $m$ ,  $n$ .

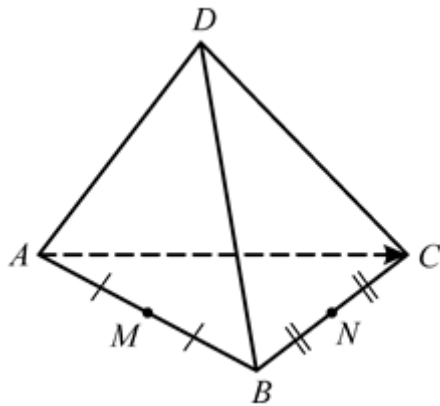
1. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  
 $\overline{AA_1} = k \cdot \overline{C_1 C}$ ,  $\overline{AC} = m \cdot \overline{C_1 O_1}$ ,  
 $\overline{QB_1} = n \cdot \overline{B_1 D}$ .



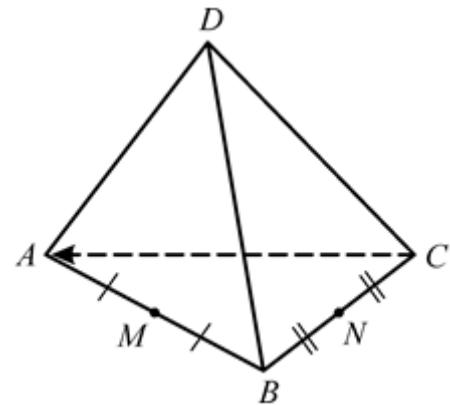
2. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  
 $\overline{A_1 C} = k \cdot \overline{QC}$ ,  $\overline{DB_1} = m \cdot \overline{B_1 D}$ ,  
 $\overline{BQ} = n \cdot \overline{D_1 B}$ .



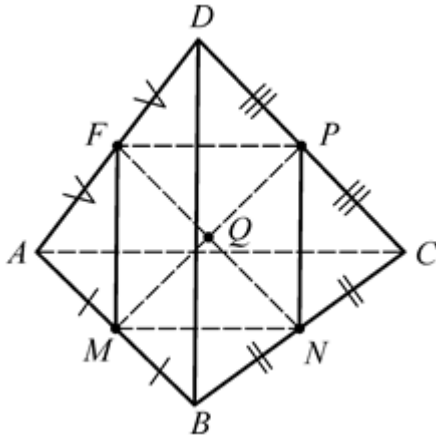
3. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MB$ ,  $BN = NC$ ,  
 $\overline{DM} - \overline{DN} = k \cdot \overline{AC}$ .



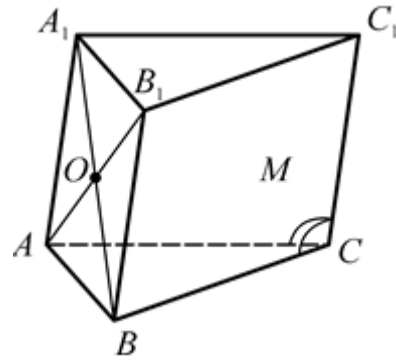
4. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MB$ ,  $BN = NC$ ,  
 $\overline{CA} = k \cdot (\overline{DM} - \overline{DN})$ .



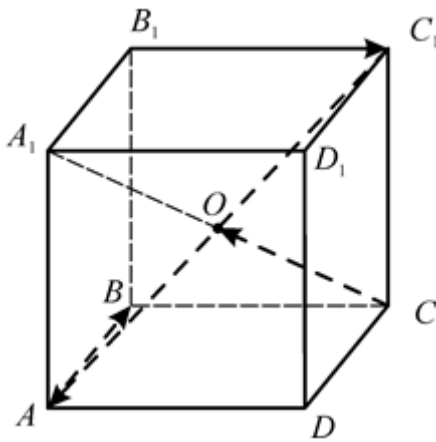
5. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MB, BN = NC, AF = FD,$   
 $DP = PC, NF \cap MP = Q,$   
 $\overrightarrow{MP} = k \cdot \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{FQ} = m \cdot \overrightarrow{NF},$   
 $\overrightarrow{FP} = n \cdot \overrightarrow{MN}.$



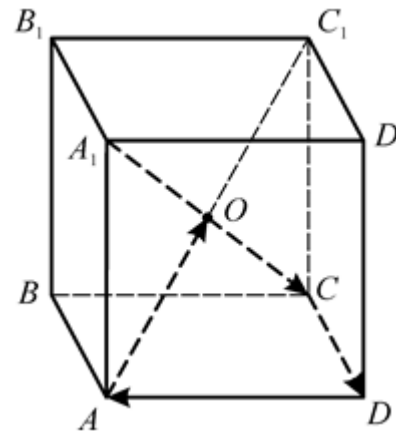
6. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  
 $\angle ACC_1 = \angle BCC_1,$   
 $\overrightarrow{A_1O} = k \cdot \overrightarrow{BA_1},$   
 $\overrightarrow{AB_1} = m \cdot (\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}),$   
 $\overrightarrow{AB_1} = n \cdot \overrightarrow{OB_1}.$



7. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
 параллелепипед,  
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{CO} = k \cdot \overrightarrow{C_1 A}.$

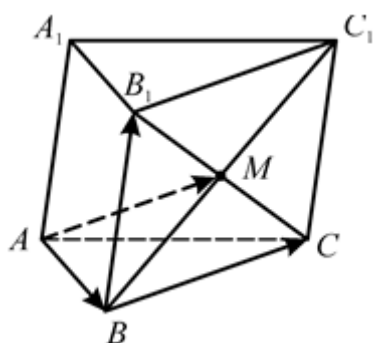


8. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
 параллелепипед,  
 $\overrightarrow{A_1 C} = k \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO}).$



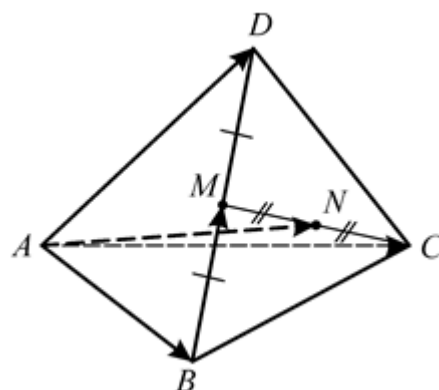
9. Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  – призма,  
 $BC_1 \cap B_1C = M$ ,

$$\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{BB_1} + n \cdot \overrightarrow{BC}$$



10. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $BM = MD$ ,  $MN = NC$ ,

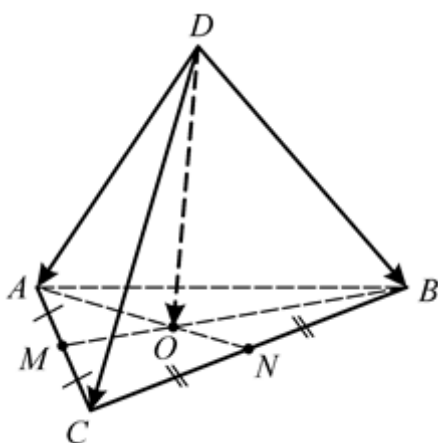
$$\overrightarrow{AN} = k \cdot \overrightarrow{AC} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AB}$$



11. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MC$ ,  $BN = NC$ ,

$BM \cap AN = O$ ,

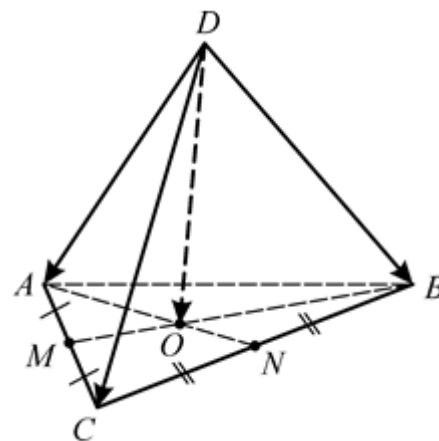
$$\overrightarrow{DO} = k \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB})$$



12. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MC$ ,  $BN = NC$ ,

$BM \cap AN = O$ ,

$$\overrightarrow{DA} = k \cdot \overrightarrow{DC} + m \cdot \overrightarrow{DB} + n \cdot \overrightarrow{DO}$$



## Умножение вектора на число

1.  $k = -1, m = -2, n = -\frac{1}{2}$ .

2.  $k = 2, m = -1, n = -\frac{1}{2}$ .

3.  $k = -\frac{1}{2}$ .

4.  $k = \frac{1}{2}$ .

5.  $k = -2, m = -\frac{1}{2}, n = 1$ .

6.  $k = -\frac{1}{2}, m = 1, n = 2$ .

7.  $k = -\frac{1}{2}$ .

8.  $k = -2$ .

9.  $k = 1, m = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{2}$ .

10.  $k = \frac{1}{2}, m = \frac{1}{4}, n = \frac{1}{4}$ .

11.  $k = \frac{1}{3}$ .

12.  $k = -1, m = -1, n = 3$ .

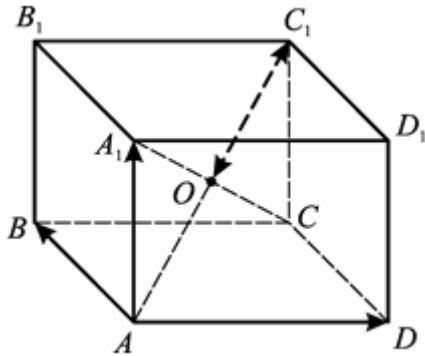
## КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

Найдите:  $k, m, n$ .

1. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   
параллелепипед,

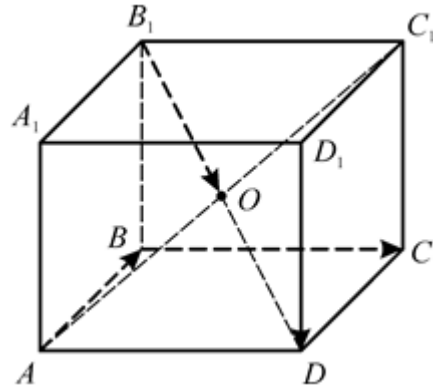
$$\overrightarrow{AC_1} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1},$$

$$\overrightarrow{C_1 O} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1}.$$



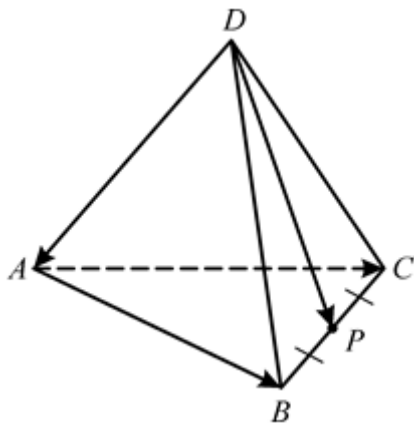
– 2. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
параллелепипед,

$$\overrightarrow{B_1 O} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{BC} + n \cdot \overrightarrow{DD_1}.$$



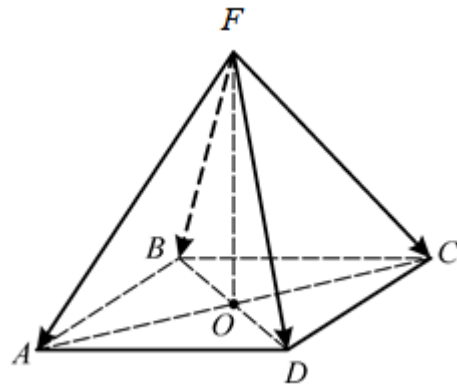
3. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $ABCD$  – параллелограмм,

$$\overrightarrow{DP} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AC} + n \cdot \overrightarrow{DA}.$$

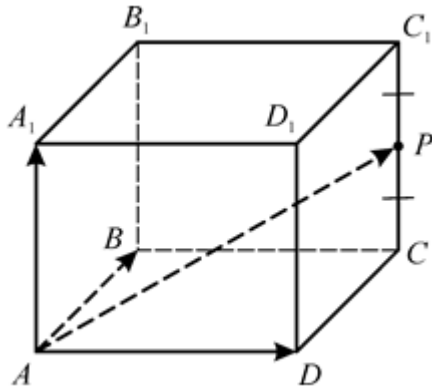


4. Дано:  $FABCD$  – пирамида,  $ABCD$   
– параллелограмм,

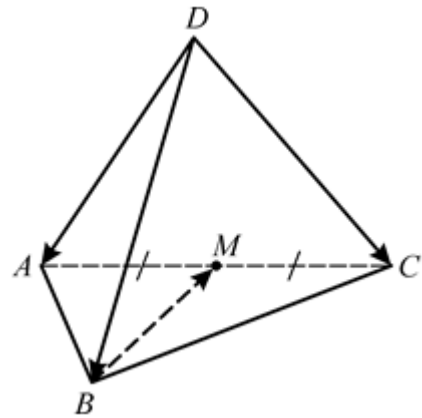
$$\overrightarrow{FB} = k \cdot \overrightarrow{FA} + m \cdot \overrightarrow{FC} + n \cdot \overrightarrow{FD}.$$



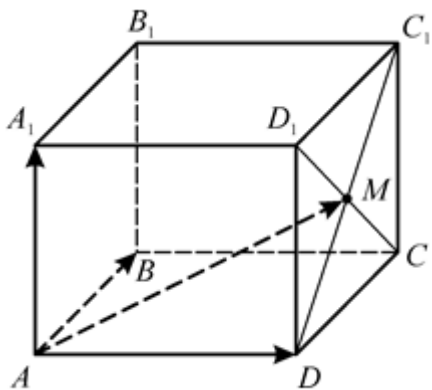
5. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб,  
 $CP = PC_1$ ,  
 $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1}$ .



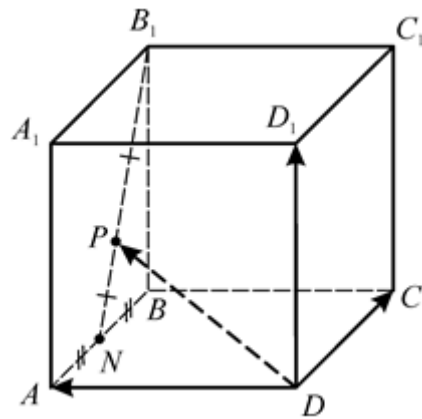
6. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MC$ ,  
 $\overrightarrow{BM} = k \cdot \overrightarrow{DA} + m \cdot \overrightarrow{DB} + n \cdot \overrightarrow{DC}$ .



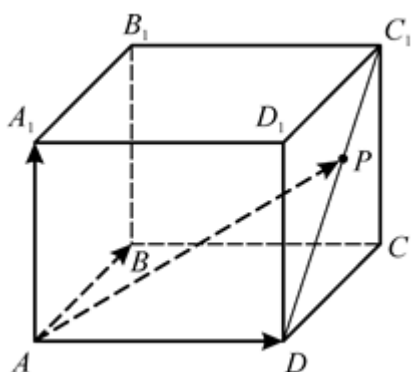
7. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
 параллелепипед,  $DC_1 \cap CD_1 = M$ ,  
 $\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1}$ .



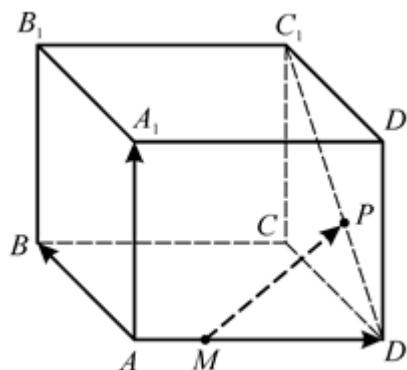
8. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  –  
 параллелепипед,  $AN = NB$ ,  $B_1P =$   
 $PN$ ,  $\overrightarrow{DP} = k \cdot \overrightarrow{DA} + m \cdot \overrightarrow{DC} + n \cdot \overrightarrow{DD_1}$ .



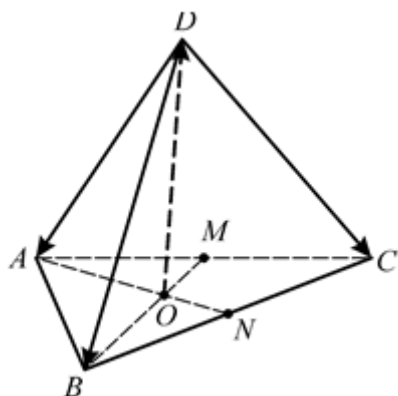
9. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $DP : PC_1 = 5 : 3$ ,  
 $\overrightarrow{AP} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1}$ .



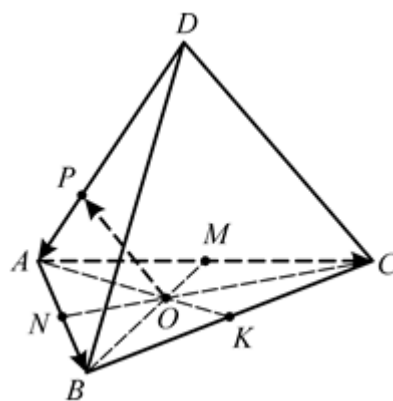
10. Дано:  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $AM : MD = 2 : 7$ ,  
 $DP : PC_1 = 3 : 5$ ,  
 $\overrightarrow{MP} = k \cdot \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{AD} + n \cdot \overrightarrow{AA_1}$ .



11. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MC$ ,  $BN = NC$ ,  
 $BM \cap AN = O$ ,  
 $\overrightarrow{OD} = k \cdot \overrightarrow{DA} + m \cdot \overrightarrow{DB} + n \cdot \overrightarrow{DC}$ .



12. Дано:  $DABC$  – пирамида,  
 $AM = MC$ ,  $AN = NB$ ,  $BM \cap CN = O$ ,  
 $AP : PD = 1 : 3$ ,  
 $\overrightarrow{OP} = k \cdot \overrightarrow{DA} + m \cdot \overrightarrow{AB} + n \cdot \overrightarrow{AC}$ .



## Компланарные векторы

1.  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$ ,  $\overrightarrow{C_1O} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$ .

2.  $k = -\frac{1}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = -\frac{1}{2}$ .

3.  $k = \frac{1}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = 1$ .

4.  $k = 1$ ,  $m = 1$ ,  $n = -1$ .

5.  $k = 1$ ,  $m = 1$ ,  $n = \frac{1}{2}$ .

6.  $k = \frac{1}{2}$ ,  $m = -1$ ,  $n = \frac{1}{2}$ .

7.  $k = \frac{1}{2}$ ,  $m = 1$ ,  $n = \frac{1}{2}$ .

8.  $k = 1$ ,  $m = \frac{3}{4}$ ,  $n = \frac{1}{2}$ .

9.  $k = \frac{5}{8}$ ,  $m = 1$ ,  $n = \frac{5}{8}$ .

10.  $k = \frac{3}{8}$ ,  $m = \frac{7}{9}$ ,  $n = \frac{3}{8}$ .

11.  $k = -\frac{1}{3}$ ,  $m = -\frac{1}{3}$ ,  $n = -\frac{1}{3}$ .

12.  $k = \frac{-1}{4}$ ,  $m = -\frac{1}{3}$ ,  $n = -\frac{1}{3}$ .