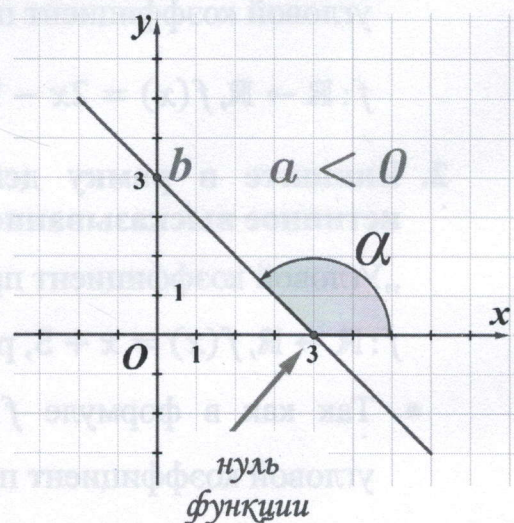
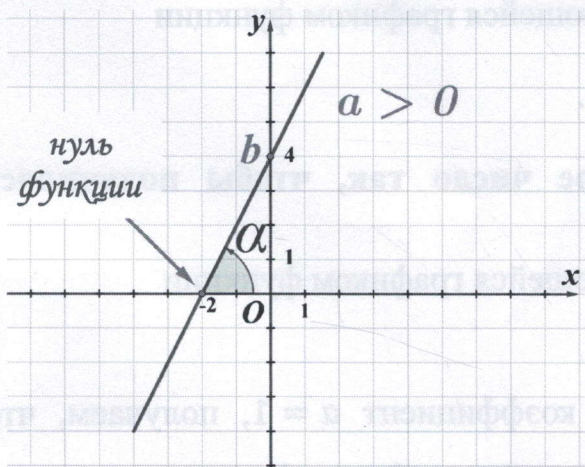


Итем 3

Функция I-ой степени

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \text{ где } a \neq 0$$



ПАМЯТКА

Свойства функции I степени, имеющей вид: $f(x) = ax + b, a \neq 0$:

- a – угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции f .
- b – ордината точки пересечения графика функции f с осью OY .
- *Монотонность*: при $a > 0$ функция строго возрастает;
при $a < 0$ функция строго убывает.
- Угол, образованный графиком функции с положительным направлением оси OX :
при $a > 0$ угол острый (первый чертёж);
при $a < 0$ угол тупой (второй чертёж);
- *Нуль функции*: число (точка) на оси OX , в которой график функции пересекает ось OX .

I. Угловой коэффициент прямой

I. *Определение углового коэффициента прямой, заданной формулой*

$$f(x) = ax + b$$

1. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$, равен .

- Угловым коэффициентом является коэффициент a из формулы $f(x) = ax + b$.
- Так как в формуле $f(x) = 2x - 1$ коэффициент a равен 2, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ равен .

2. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 5$, равен .

- Так как в формуле $f(x) = x + 5$ коэффициент $a = 1$, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 5$, равен .

3. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.

„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x$, равен .

- Так как в формуле $f(x) = -x$ коэффициент $a = -1$, получаем, что угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x$ равен .

Упражнения для самостоятельного решения

4. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x + 2$, равен .

б) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5x - 1$, равен .

в) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x$, равен .

г) „Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$, равен .

II. Определение знака углового коэффициента прямой по графику функции

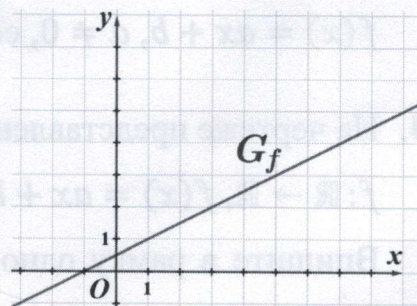
1. На чертеже представлен график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений

«положительное» или «отрицательное» так,

чтобы получилось истинное высказывание.



„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть число.”

- Проанализируем монотонность функции: так как график представляет собой строго возрастающую функцию, то $a > 0$.

- Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть число.

2. На чертеже представлен график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений

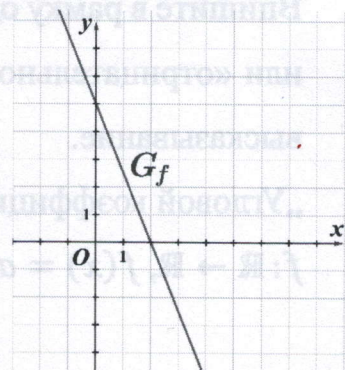
«положительное» или «отрицательное» так, чтобы

получилось истинное высказывание.

„Угловой коэффициент прямой, являющейся

графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$,

есть число.”



- Проанализируем монотонность функции: так как график представляет собой строго убывающую функцию, то $a < 0$.

- Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$, есть число.

Упражнения для самостоятельного решения

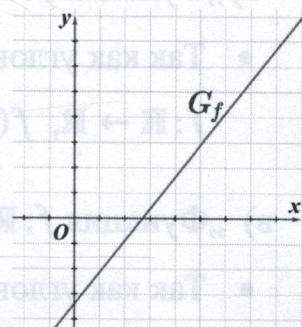
3. На чертеже представлен график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений «положительное»

или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное

высказывание.

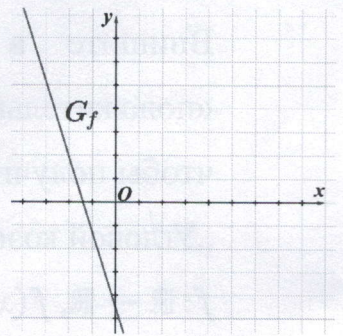


„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть число.”

4. На чертеже представлен график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.



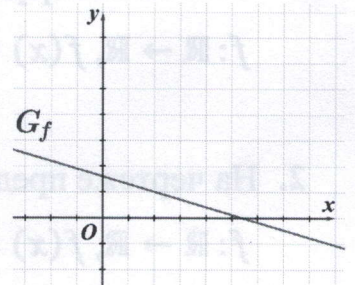
„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть

число.”

5. На чертеже представлен график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений «положительное» или «отрицательное» так, чтобы получилось истинное высказывание.



„Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, есть число.”

II. Монотонность функции

I. *Исследование функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ на монотонность*

1. Впишите в рамку одно из выражений «строго возрастает» или «строго убывает» так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 9$ на \mathbb{R} .”

- Так как угловой коэффициент $a = 3 > 0$, получаем, что функция

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 9$ строго возрастает на \mathbb{R} .

б) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x - 5$ на \mathbb{R} .”

- Так как угловой коэффициент $a = -2 < 0$, получаем, что функция

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x - 5$ строго убывает на \mathbb{R} .

в) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 10 - x$ на \mathbb{R} .”

- Так как угловой коэффициент $a = -1 < 0$, получаем, что функция

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 10 - x$, строго убывает на \mathbb{R} .

г) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 4$ на \mathbb{R} .”

- Так как угловой коэффициент $a = 1 > 0$, получаем, что функция

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 4$ строго возрастает на \mathbb{R} .

Упражнения для самостоятельного решения

2. Впишите в рамку одно из выражений «строго возрастает» или «строго убывает» так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -5x + 2$ на \mathbb{R} .”

б) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 8 - 3x$ на \mathbb{R} .”

в) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 10x$ на \mathbb{R} .”

г) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x + 2$ на \mathbb{R} .”

д) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -7 + 8x$ на \mathbb{R} .”

II. Впишите в рамку угловой коэффициент прямой, используя свойство монотонности

1. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square \cdot x + 5$ строго возрастает на \mathbb{R} .”

- Так как функция строго возрастающая, то угловой коэффициент a должен быть положительным.

- Значит, в рамку можно вписать любое положительное число. Например,

„Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square 2 \cdot x + 5$ строго возрастает на \mathbb{R} .”

б) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square \cdot x + 7$ строго убывает на \mathbb{R} .”

- Так как функция строго убывающая, то угловой коэффициент a должен быть отрицательным.

- Значит, в рамку можно вписать любое отрицательное число. Например,

„Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square -4 \cdot x + 7$ строго убывающая на \mathbb{R} .”

Упражнения для самостоятельного решения

2. Впишите в рамку действительное число так, чтобы получилось истинное высказывание:

- а) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \square \cdot x - 2$ строго возрастает на \mathbb{R} .”
- б) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \square \cdot x + 9$ строго убывает на \mathbb{R} .”
- в) „Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \square \cdot x$ строго возрастает на \mathbb{R} .”

III. Угол, образованный графиком функции и положительным направлением оси OX

I. Определение вида угла в зависимости от углового коэффициента.

1. Впишите в рамку одно из выражений «острый» или «тупой» так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$ и положительным направлением оси OX .”

- Так как угловой коэффициент $a = 4 > 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$ и положительным направлением оси OX острый.

б) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ и положительным направлением оси OX .”

- Так как угловой коэффициент $a = 1 > 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ и положительным направлением оси OX острый.

в) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -6x + 1$ и положительным направлением оси OX .”

- Так как угловой коэффициент $a = -6 < 0$, получаем, что угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -6x + 1$ и положительным направлением оси OX тупой.

Упражнения для самостоятельного решения

2. Впишите в рамку одно из выражений «острый» или «тупой» так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$ и положительным направлением оси OX .”

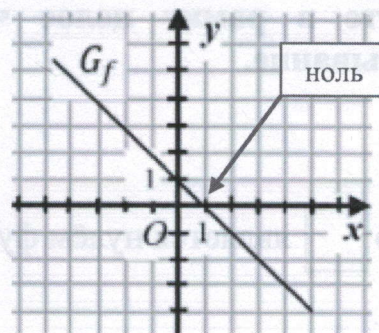
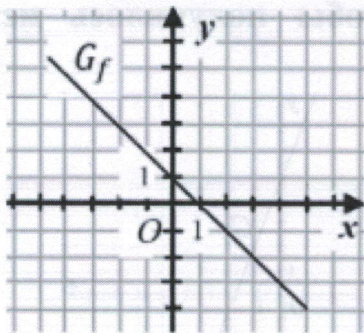
- б) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -8x + 7$ и положительным направлением оси OX .
- в) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x$ и положительным направлением оси OX .
- г) „Угол, образованный графиком функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$ и положительным направлением оси OX .

IV. Нуль функции

I. Определение нуля функции по её графику

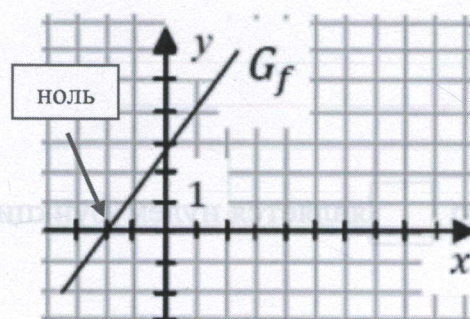
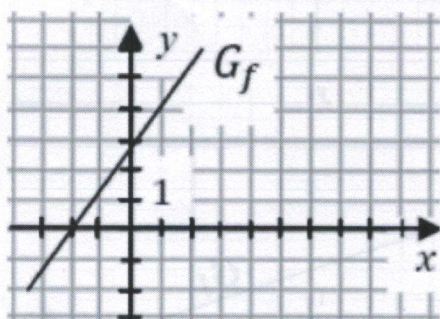
1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

- а) „Число является нулём функции f .“



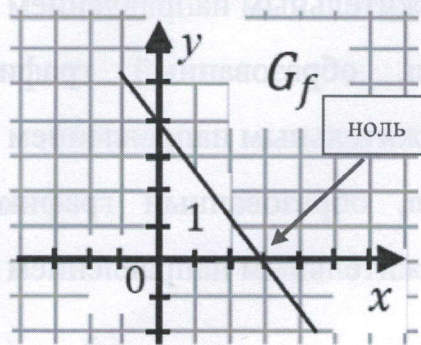
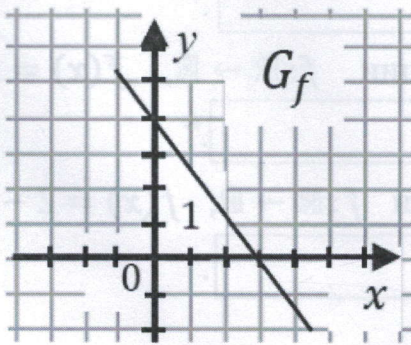
- Число на оси OX , в котором график функции пересекает ось OX является нулём функции (смотрите чертёж справа). Значит, число является нулём функции f .

- б) „Число является нулём функции f .“



- Число на оси OX , в котором график функции пересекает ось OX равно -2 (смотрите чертёж справа). Значит, число является нулём функции f .

в) „Число является нулём функции f .”

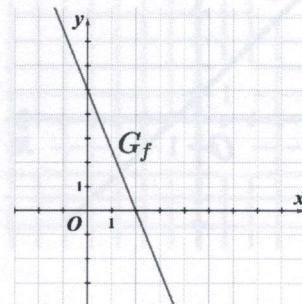


- Число на оси OX , в котором график функции пересекает ось OX равно 3 (смотрите чертёж справа). Значит, число является нулём функции f .

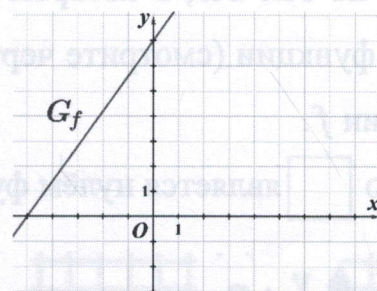
Упражнения для самостоятельного решения

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

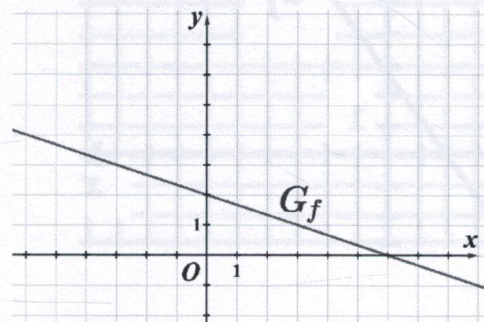
а) „Число является нулём функции f .”



б) „Число является нулём функции f .”



в) „Число является нулём функции f .”



II. Определение того, что заданные числа являются/не являются нулями данной функции.

1. Определите, какие из чисел 1; 3 являются нулями функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - x.$$

- Для того, чтобы проверить, является ли заданное число нулём функции, надо в формулу, которой задаётся функция, заменить последовательно x на числа 1 и 3 и вычислить значения функции. Число, для которого значение функции равно нулю, является нулём функции.
- Заменяем в формуле x на 1 и вычисляем: $f(1) = 3 - 1 = 2 \neq 0$.
- Заменяем в формуле x на 3 и вычисляем: $f(3) = 3 - 3 = 0$. Значит, число 3 является нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$.

2. Определите, какие из чисел -2 ; 5 являются нулями функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4.$$

- Заменяем в формуле x на -2 и вычисляем: $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 4 = -4 + 4 = 0$. Число -2 является нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4$.
- Заменяем в формуле x на 5 и вычисляем: $f(5) = 2 \cdot 5 + 4 = 10 + 4 = 14 \neq 0$. Число 5 не является нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 4$.

3. Определите, какие из чисел 0; 6 являются нулями функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 12x.$$

- Заменяем в формуле x на 0 и вычисляем: $f(0) = 12 \cdot 0 = 0$. Число 0 является нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 12x$.
- Заменяем в формуле x на 6 и вычисляем: $f(6) = 12 \cdot 6 = 72 \neq 0$. Число 6 является нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 12x$.

Упражнения для самостоятельного решения

- а) Определите, какие из чисел 2; 7 являются нулями функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7 - x.$$

- б) Определите, какие из чисел -5 ; 3 являются нулями функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 15 + 3x.$$

- в) Определите, какие из чисел 4; 9 являются нулями функции

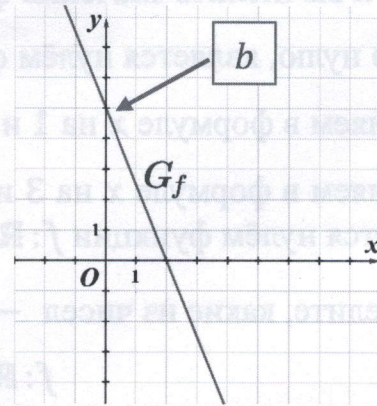
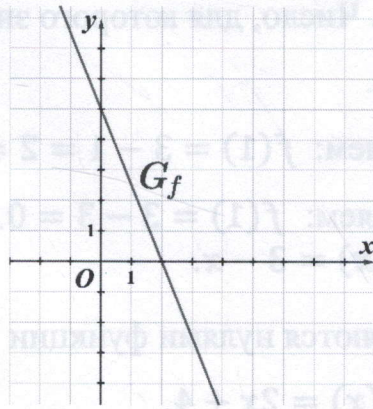
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 27.$$

V. Ордината точки пересечения графика функции с осью OY

I. Определение значения или знака числа b для функции $f(x) = ax + b$, исходя из графика

1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

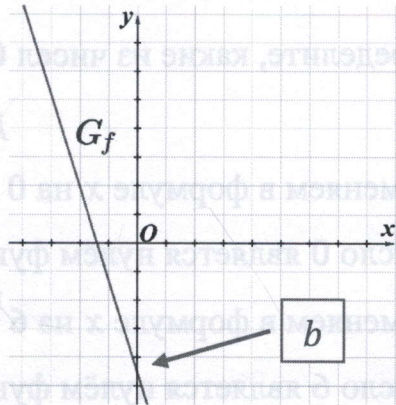
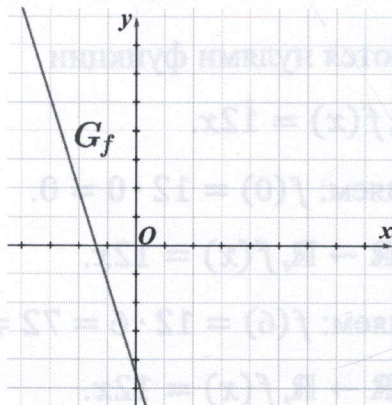
„ $b = \square$ ”



- Число на оси OY , в котором график функции пересекает ось OY , является значением числа b (смотрите чертёж справа). Значит, $b = \square 5$.

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

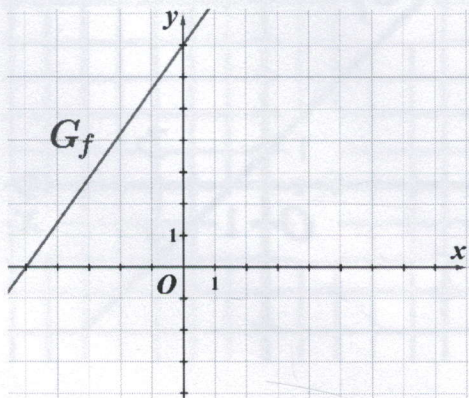
„ $b \square 0$.”



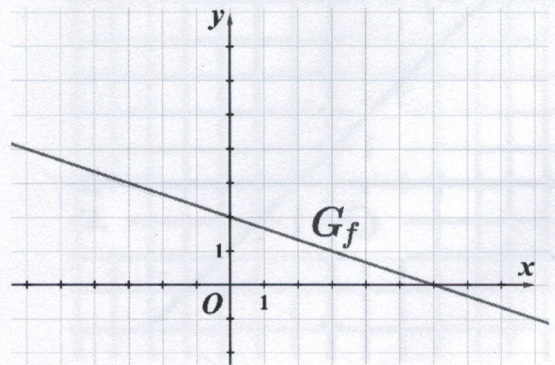
- Число на оси OY , в котором график функции пересекает ось OY , является значением числа b (смотрите чертёж справа). Замечаем, что это число отрицательное, так как точка находится ниже оси OX . Значит, $b \square <$ 0.

Упражнения для самостоятельного решения

1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

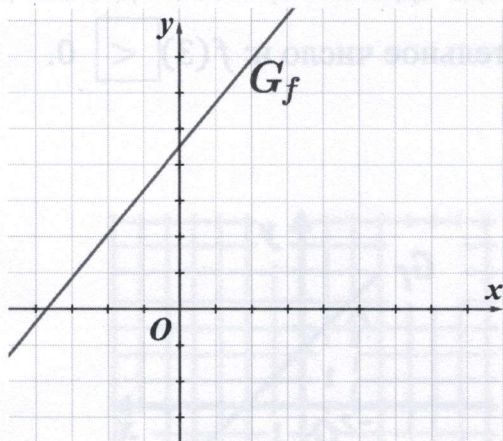


„ $b = \square$.”

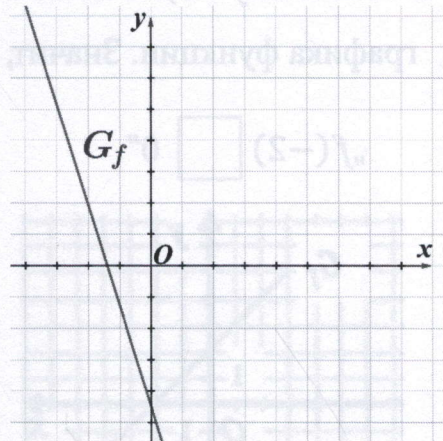


„ $b = \square$.”

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.



„ $b \square 0$.”

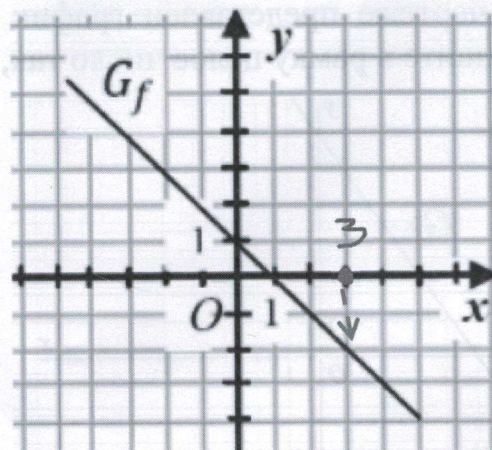
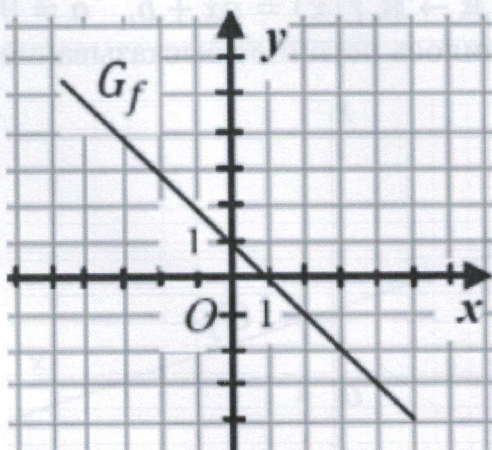


„ $b \square 0$.”

VI. Знак значений функции

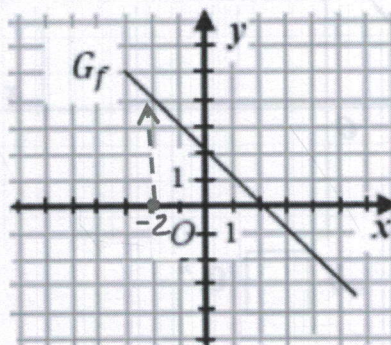
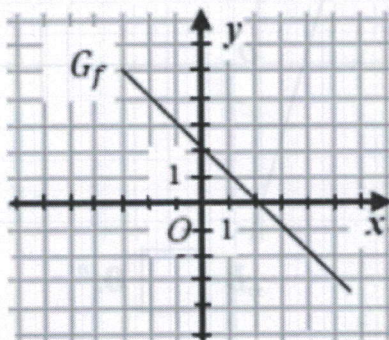
1. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

а) „ $f(3) \square 0$ ”



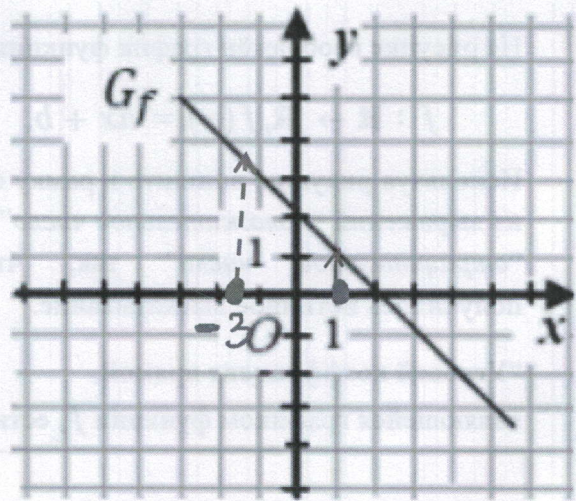
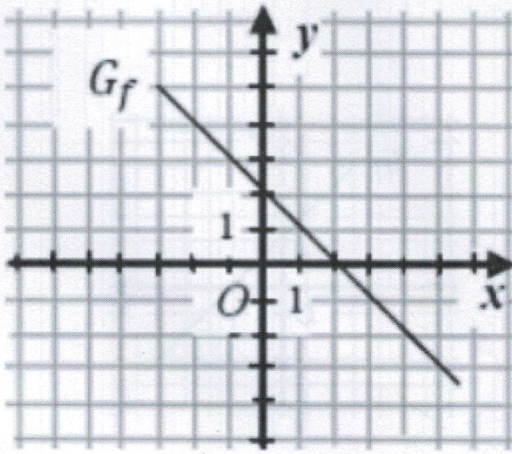
- Отметим число 3 на оси Ox .
- От отмеченного числа перемещаемся ТОЛЬКО вверх или вниз, пока не «дойдём» до графика функции. Если мы перемещаемся вверх, то значение функции в точке 3, то есть $f(3)$, будет положительным, а если перемещаемся вниз, то значение функции в точке 3, то есть $f(3)$, будет отрицательным.
- В нашем случае, от точки 3 на оси Ox надо идти вниз, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(3)$ отрицательное число и: $f(3) \square < 0$.

б) „ $f(-2) \square 0$ ”



- Отметим число -2 на оси Ox .
- От точки -2 на оси Ox надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(-2)$ положительное число и: $f(-2) \square > 0$.

в) „ $f(-3) \cdot f(1)$ 0”

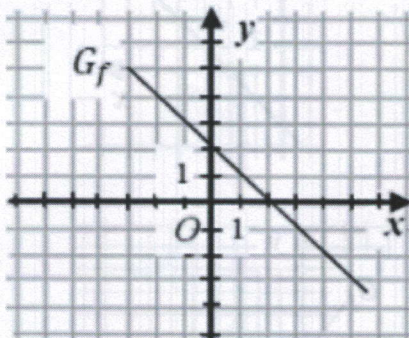


- Отметим число -3 на оси OX .
- От точки -3 на оси OX надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(-3)$ положительное число.
- Отметим число 1 на оси OX . От точки 1 на оси OX надо идти вверх, чтобы «дойти» до графика функции. Значит, $f(1)$ положительное число.
- Таким образом, $f(-3) \cdot f(1)$ 0.

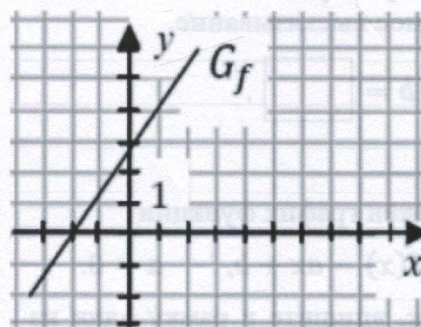
Упражнения для самостоятельного решения

2. На чертеже представлен график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „ $<$ ”, „ $>$ ” или „ $=$ ” так, чтобы получилось истинное высказывание.

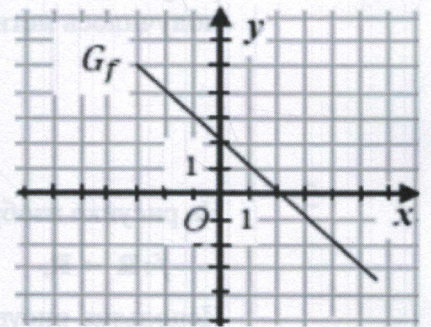
а) „ $f(-4)$ 0”



б) „ $f(5)$ 0”



в) „ $f(-3)$ $f(4)$ ”



Решение упражнений с использованием свойств функции I степени

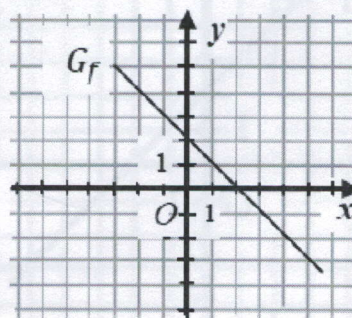
1. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b.$$

Используя рисунок, впишите в рамку одно из выражений “положительное число” или “отрицательное число” так, чтобы получилось истинное высказывание.

“Угловой коэффициент прямой, являющейся графиком функции f , есть

.”



2. Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 7$.

Впишите в рамку одно из выражений “строго возрастающей” или “строго убывающей” так, чтобы получилось истинное высказывание.

“Функция f является

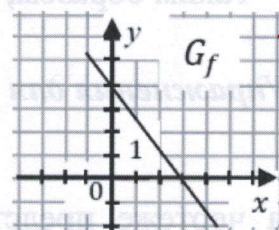
.

3. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \quad a \neq 0.$$

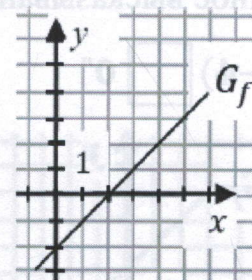
Впишите в рамку один из знаков “<” или “>” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$a \quad \square \quad 0.$$



4. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$. Используя данные из рисунка, впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$b = \square.$$

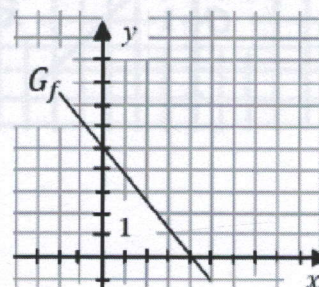


5. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, \quad a \neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$a \quad \square \quad b.$$

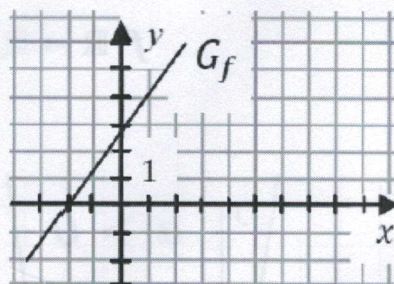


6. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax + b, \quad a \neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$-\frac{b}{a} \quad \square \quad 0.$$



7. Впишите в рамку действительное ненулевое число так, чтобы функция

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \square x + 3,$$

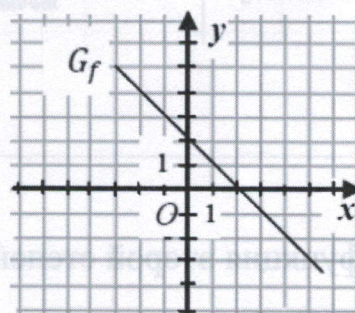
являлась строго убывающей на \mathbb{R} .

8. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax + b.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$f(-1) \cdot f(4) \quad \square \quad 0.$$

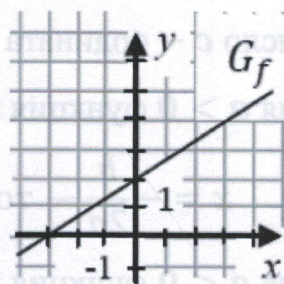


9. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax + b, \quad a \neq 0.$$

Используя рисунок, впишите в рамку один из знаков “<”, “>” или “=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

$$f(1) \quad \square \quad f(3).$$

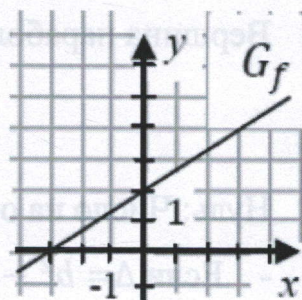


10. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax + b, \quad a \neq 0.$$

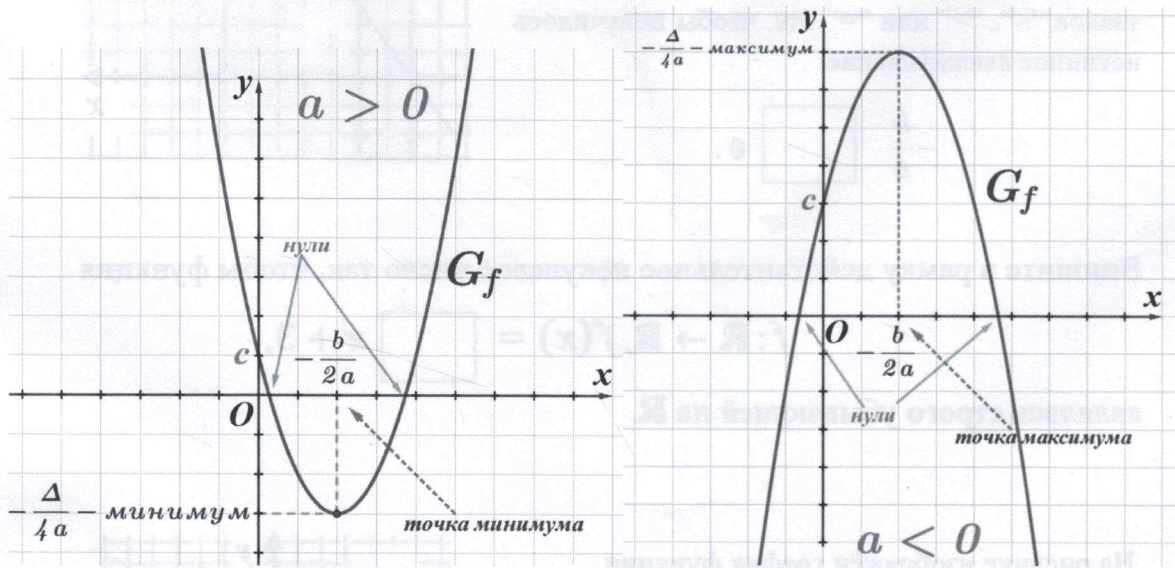
Используя рисунок, впишите в рамку целое число так, чтобы получилось истинное высказывание.

“Нуль функции f есть число \square .”



Функции II степени

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$



ПАМЯТКА

Если функция второй степени имеет вид $f(x) = ax^2 + bx + c$, тогда:

- Для $a > 0$ – график функции - парабола, с ветвями вверх.
- Для $a < 0$ – график функции - парабола, с ветвями вниз.
- Число c – ордината точки пересечения графика функции f с осью Oy .
- Для $a > 0$ функция имеет точку минимума:

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ — точка минимума, } y = -\frac{\Delta}{4a} \text{ — минимум функции}$$

- Для $a < 0$ функция имеет точку максимума:

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ — точка максимума, } y = -\frac{\Delta}{4a} \text{ — максимум функции}$$

- Вершина параболы — это точка с координатами:

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

- Нуль: Число на оси Ox , в котором график функции пересекает ось Ox :

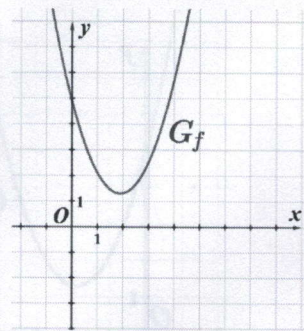
- Если $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ тогда существует два нуля
- Дася $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ тогда существует один нуль
- Дася $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ тогда нулей не существует

Решённые примеры и предложенные для решения

I. Определение знака числа a на основе графического анализа

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание:

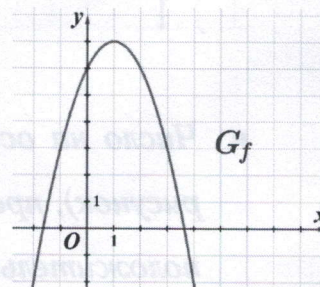
„ a 0”.



- Поскольку парабола направлена ветвями вверх, делаем вывод, что число a положительное. Значит, a 0.

2. На рисунке изображён график функции

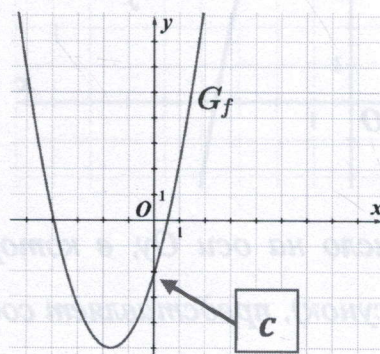
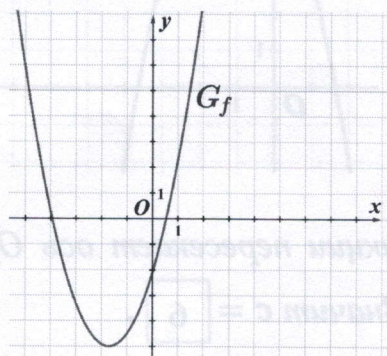
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание: „ a 0”.



- Поскольку парабола направлена ветвями вниз, делаем вывод, что число a отрицательное. Значит, a 0.

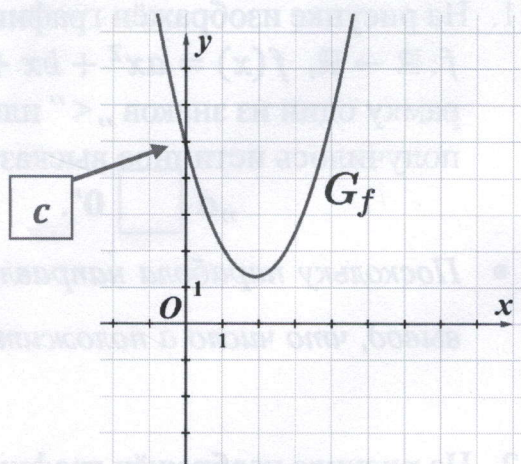
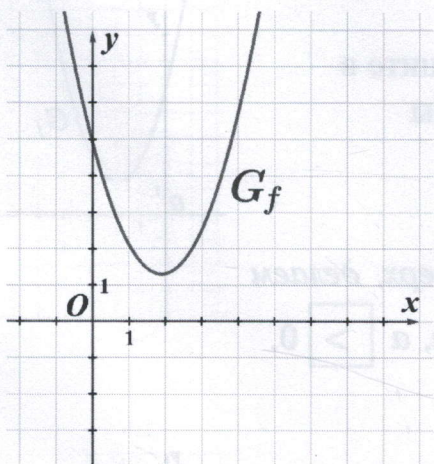
II. Определение знака или значения числа c на основе графического анализа

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание: „ c 0”.



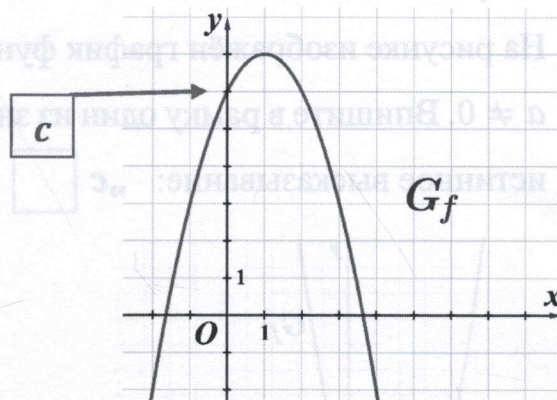
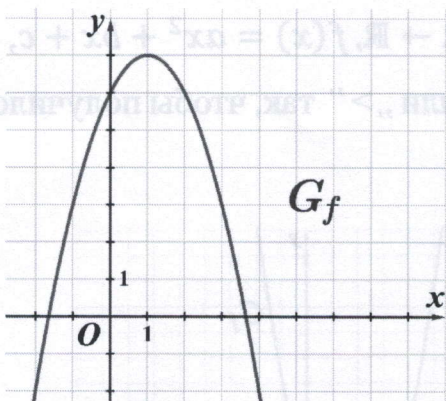
- Число на оси Oy , в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c . Мы замечаем, что это число отрицательное. Следовательно, c 0.

2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<” или „>” так, чтобы получилось истинное высказывание: „ c 0”.



- Число на оси Oy , в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c . Мы замечаем, что это число положительное. Следовательно, c 0.

3. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание: „ $c =$ ”.



- Число на оси Oy , в котором график функции пересекает ось Oy (см. рисунок), представляет собой значение c . Значит $c =$ 6 .

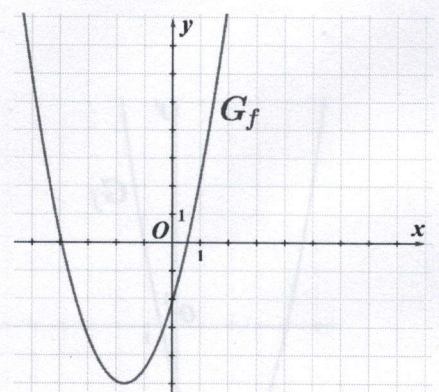
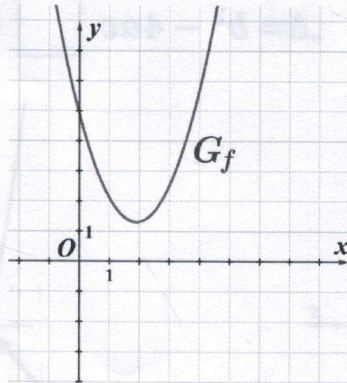
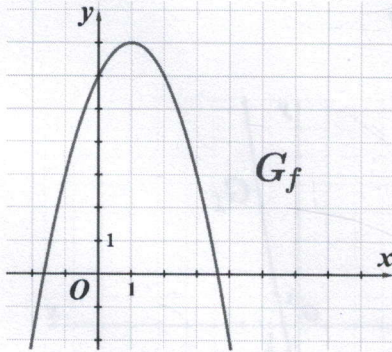
Решите задачи:

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамки один из знаков „<” или „>” так, чтобы получились истинные высказывания:

a) „ a 0 ”.

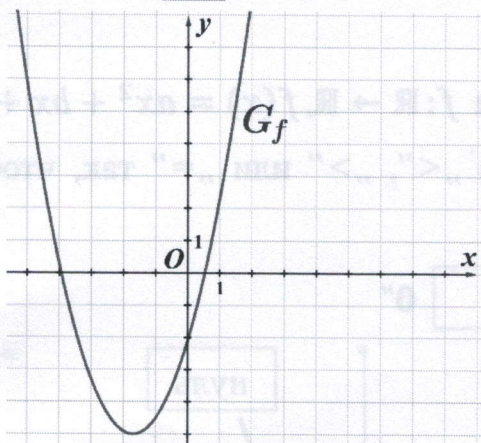
b) „ c 0 ”.

c) „ a c ”.

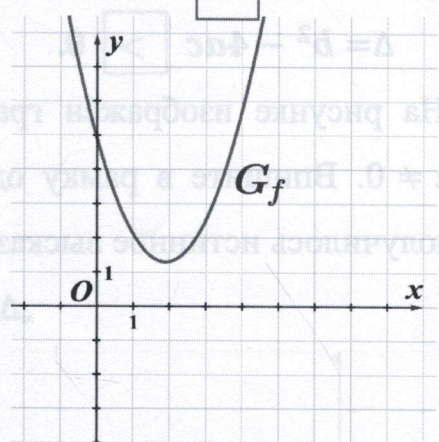


2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамки целые числа такие, чтобы получились истинные высказывания:

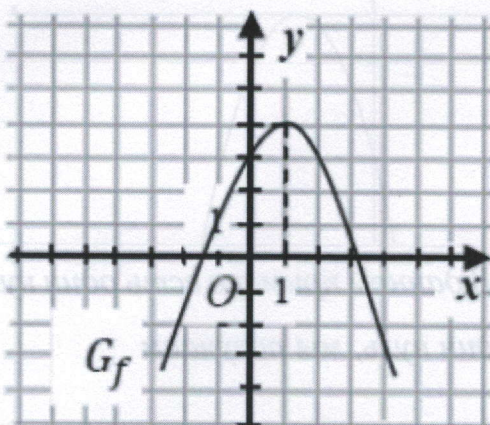
a) „ $c =$ ”.



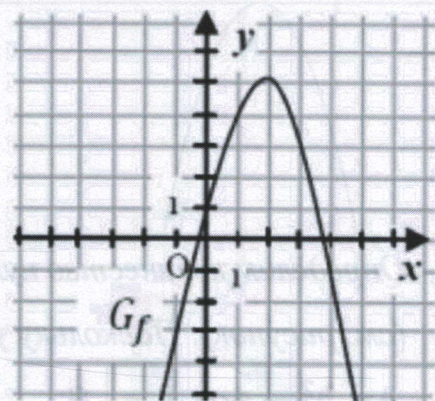
b) „ $c =$ ”.



c) „ $c =$ ”.



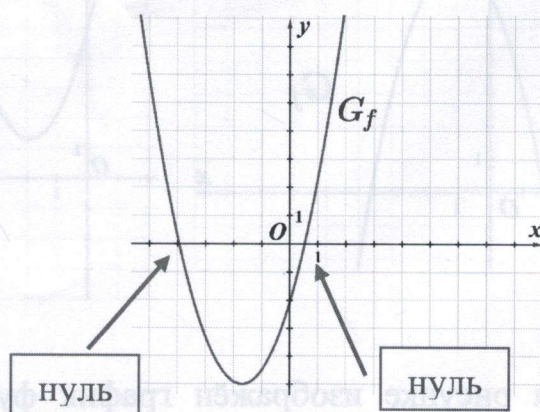
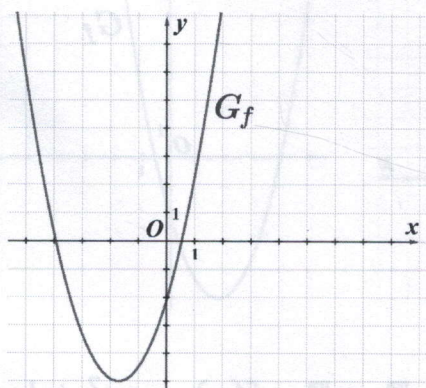
d) „ $c =$ ”.



III. *Определение знака выражения $\Delta = b^2 - 4ac$ на основе графического анализа*

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<“, „>“ или „=“ так, чтобы получилось истинное высказывание:

„ $\Delta = b^2 - 4ac$ 0”

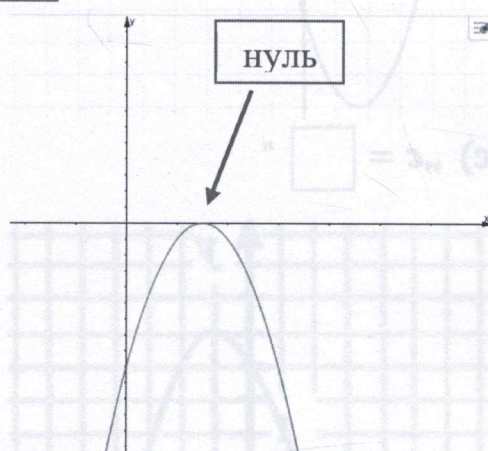
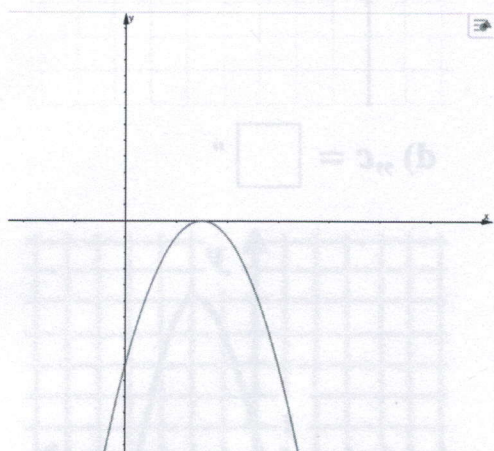


- *Определим количество нулей функции f , то есть определим, в каких точках график функции пересекает ось Ox . В данном примере есть два нуля (см. рисунок). Поскольку у нас два нуля, мы получаем*

$\Delta = b^2 - 4ac$ 0.

2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<“, „>“ или „=“ так, чтобы получилось истинное высказывание:

„ $\Delta = b^2 - 4ac$ 0”

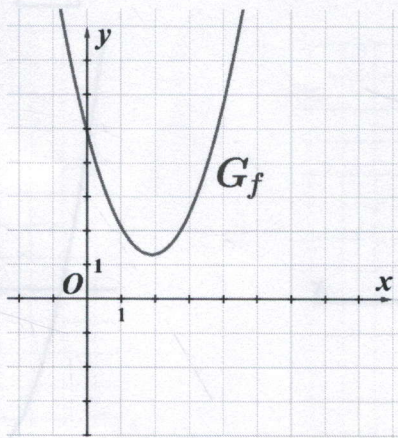


- *Определим количество нулей функции f . В данном примере есть один нуль (см. рисунок). Поскольку у нас только один нуль, мы получаем*

$\Delta = b^2 - 4ac$ 0.

3. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<“, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

„ $\Delta = b^2 - 4ac$ 0”

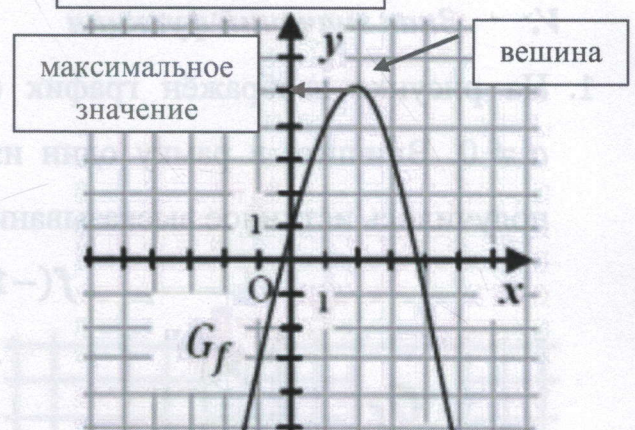
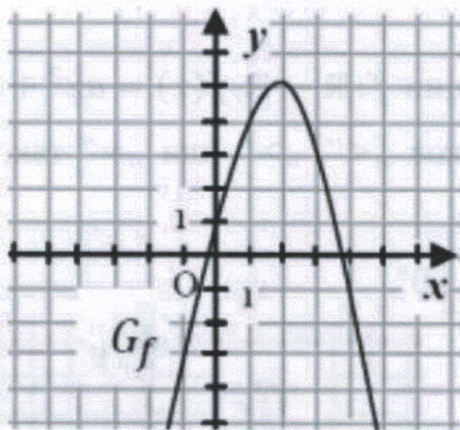


- В данном примере график функции не пересекает ось Ox , что означает, что функция не имеет нулей. Тогда, $\Delta = b^2 - 4ac$ 0.

IV. Нахождение максимального/ минимального значения функции

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку одно из выражений „положительное” или „отрицательное”, так, чтобы получилось истинное высказывание:

„Максимальное значение функции f число.”

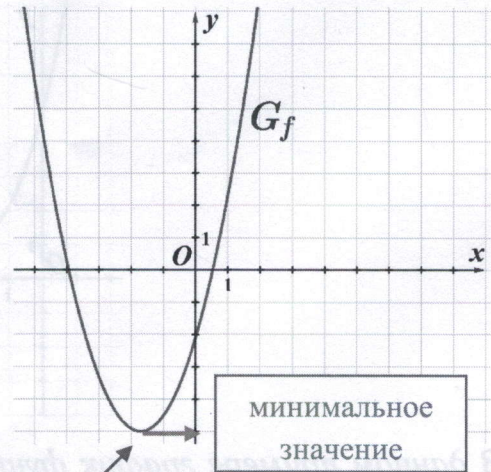
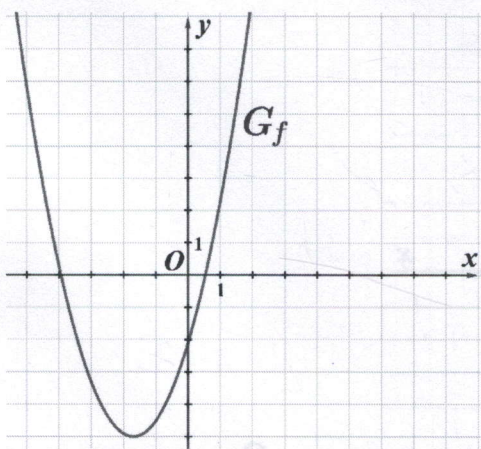


- Определим вершину параболы (см. рисунок). От вершины параболы двигаемся по горизонтали к оси Oy . Соответствующее число на оси Oy представляет собой максимальное значение функции f (см. рисунок).

Таким образом, в этом примере максимальное значение функции f — это число.

2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Минимальное значение функции f равно ”



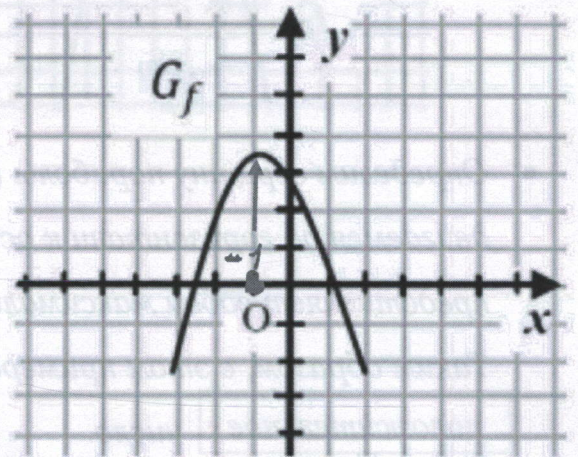
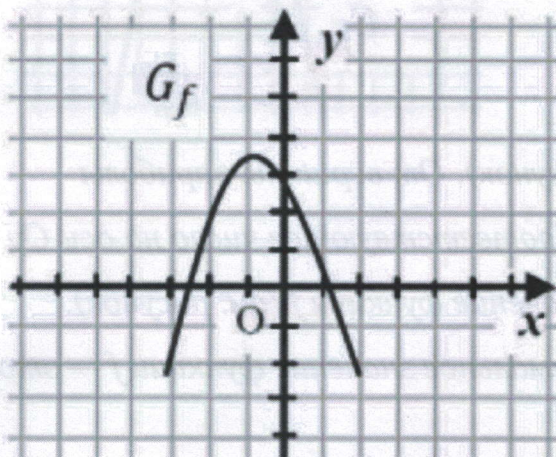
вершина

- Определим вершину параболы (см. рисунок). От вершины параболы двигаемся по горизонтали к оси Oy . Соответствующее число на оси Oy представляет собой минимальное значение функции f (см. рисунок). Таким образом, в этом примере минимальное значение функции f равно -5 .

V. Знак значений функции

1. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание:

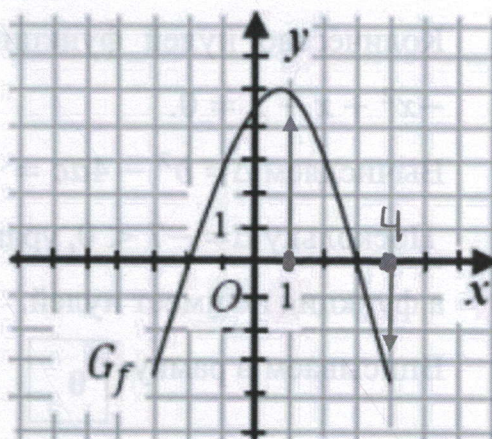
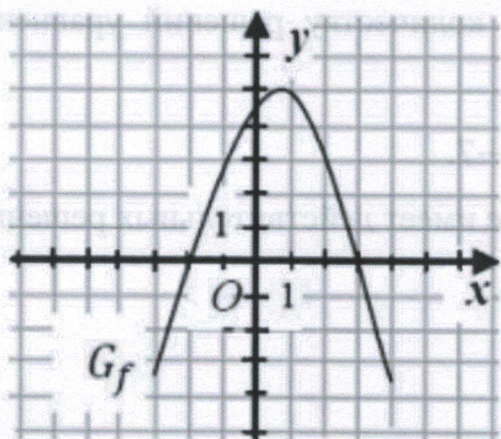
„ $f(-1)$ 0 ”.



- Находим число -1 на оси Ox .
- Мы движемся от позиции найденного числа к параболе, представляющей график функции f . Важно: мы можем двигаться только «вверх» или «вниз». Если движение к графику функции происходит «вверх», то значение функции является положительным числом. Если движение к графику функции происходит «вниз», то значение функции является отрицательным числом.
- В нашем случае, начиная с числа -1 на оси Ox , мы должны двигаться «вверх», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f . Следовательно, $f(-1)$ — это положительное число. Значит $f(-1) \boxed{>} 0$.

2. На рисунке изображён график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Впишите в рамку один из знаков „<“, „>“ или „=“ так, чтобы получилось истинное высказывание:

„ $f(1) \boxed{} f(4)$ “



- Находим число 1 на оси Ox . От числа 1 на оси Ox нужно двигаться «вверх», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f (см. рисунок). Следовательно, $f(1)$ — это положительное число $f(1)$ este un număr pozitiv.
- Находим число 4 на оси Ox . От числа 4 на оси Ox нужно двигаться «вниз», чтобы попасть к параболе, представляющей график функции f (см. рисунок). Следовательно, $f(4)$ — это отрицательное число.
- Следовательно, $f(1) \boxed{>} f(4)$.

VI. Решение упражнений с использованием свойств функции II степени, заданной аналитически $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

“Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x + 2$ равно .”

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения:
 $x^2 + 3x + 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1$.
- Поскольку $\Delta = 1 > 0$, уравнение имеет два действительных решения, а функция имеет два нуля.
- Вписываем в рамку: .

2. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + x - 2$ равно .”

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения:
 $-x^2 + x - 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$.
- Поскольку $\Delta = -7 < 0$, уравнение не имеет действительных решений, а функция не имеет нулей.
- Вписываем в рамку: .

3. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 + 4x + 1$ равно .”

- Количество нулей функции равно количеству решений уравнения:
 $4x^2 + 4x + 1 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$.
- Поскольку $\Delta = 0$, уравнение имеет единственное действительное решение, а функция имеет один нуль.
- Вписываем в рамку: .

4. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество точек пересечения графика функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x - 2$ с осью абсцисс равно “.

- Количество точек пересечения графика функции с осью абсцисс равно количеству решений уравнения: $2x^2 - x - 2 = 0$.
- Вычисляем $\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 16 = 17 > 0$.
- Поскольку $\Delta > 0$, уравнение имеет два действительных решения, а график функции имеет две точки пересечения с осью абсцисс.
- Вписываем в рамку: .

5. Впишите в рамку одно из выражений „минимум” или „максимум” так, чтобы получилось истинное высказывание.

Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 5x + 6$ имеет .

- Поскольку $a = -1 < 0$, функция имеет максимум.
- Вписываем в рамку: .

6. Впишите в рамку одно из выражений „минимум” или „максимум” так, чтобы получилось истинное высказывание.

Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 1$ имеет .

- Поскольку $a = 3 > 0$, функция имеет минимум.
- Вписываем в рамку .

Решите задачи, касающиеся функции второй степени

1. Впишите в рамку одно из выражений „является” или „не является так, чтобы получилось истинное высказывание:

„Число 4 нулём функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x^2 + 5x + 12$.”

2. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 4$ равно .”

3. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + x - 4$ равно .”

4. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество нулей функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 6x + 3$ este egal cu .”

5. Впишите в рамку натуральное число такое, чтобы получилось истинное высказывание:

„Количество точек пересечения графика функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 - x$ с осью абсцисс равно .”

6. Впишите в рамку одно из выражений „минимум” или „максимум так, чтобы получилось истинное высказывание:

„Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6x^2 + 5x - 1$ имеет .”

7. Впишите в рамку одно из выражений „минимум” или „максимум так, чтобы получилось истинное высказывание:

„Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 + 2x + 7$ имеет .”

8. Впишите в рамку действительное ненулевое число такое, чтобы получилось истинное высказывание.

„График функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square x^2 + x - 3$ – парабола с ветвями вниз.”

9. Впишите в рамку действительное ненулевое число такое, чтобы получилось истинное высказывание.

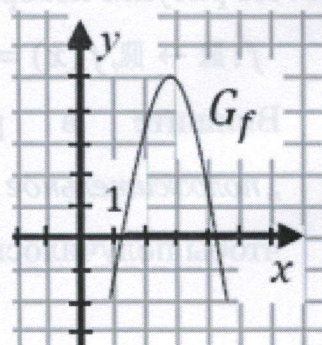
„График функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \square x^2 - x - 4$ – парабола с ветвями вверх.”

10. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$$

Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание

$$b^2 - 4ac \square 0.$$



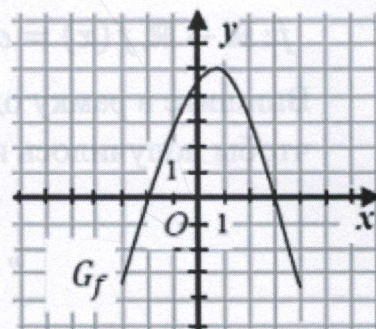
11. Впишите в рамку один из знаков „<”, „>” или „=” так, чтобы получилось истинное высказывание.

„График функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + x + c, a \neq 0$ пересекает ось Ox в единственной точке, тогда $\Delta = b^2 - 4ac \square 0$.”

12. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений „положительное” или „отрицательное”, так, чтобы получилось истинное высказывание.



„Произведение нулей функции f \square число.”

13. Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 4$. Впишите в рамку целое число такое, чтобы получилось истинное высказывание.

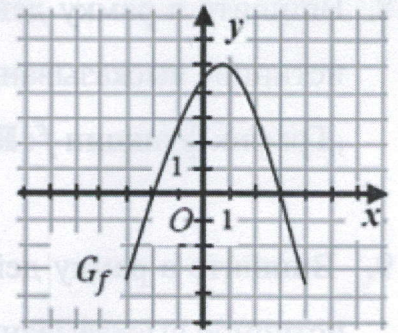
„Количество точек пересечения графика функции f с осью Ox равно \square .”

14. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$$

Впишите в рамку один из знаков „<“, „>“ или „=“ так, чтобы получилось истинное высказывание:

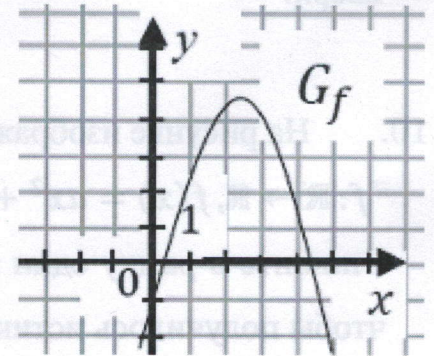
$$a \quad \square \quad \Delta, \text{ где } \Delta = b^2 - 4ac.$$



15. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$$

Впишите в рамку одно из выражений „положительное“ или „отрицательное“, так, чтобы получилось истинное высказывание.



„Максимальное значение функции f число.”

16. Дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x + 1$. Впишите в рамку абсциссу вершины V параболы, представляющей график функции f .

$$x_0 = \square$$

17. На рисунке изображён график функции

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$$

Впишите в рамку один из знаков „<“, „>“ или „=“ так, чтобы получилось истинное высказывание:

$$f(0) \cdot f(4) \quad \square \quad 0.$$

