

Module 2

■ Fractions et décimaux

Objectifs du module

- Donner une signification à des fractions simples, connaître les relations entre ces fractions.
- Comprendre et utiliser le principe d'une graduation régulière en dixièmes et centièmes, situer les fractions décimales et écritures à virgule.
- Établir le lien entre fractions décimales et écritures à virgule.
- Ranger, comparer, intercaler des nombres décimaux.
- Connaître la signification des chiffres d'une écriture à virgule.
- Multiplier, diviser un nombre décimal par 10, 100, 1 000.
- Dégager la règle de multiplication d'un décimal par un entier.
- Connaître les désignations usuelles des unités de mesure de grandeur, et les relations entre l'unité principale et les unités les plus courantes.

Activités

1. Bandes (période 1)

> DESCRIPTION RAPIDE

Les élèves devront tantôt reconstruire des longueurs égales à une fraction d'une longueur donnée, tantôt reconstruire une longueur initiale à partir d'une ou de plusieurs fractions de cette longueur.

> OBJECTIFS SPÉCIFIQUES

- Installer ou réinstaller une première signification des fractions simples (essentiellement $1/2$; $1/4$; $3/4$; $1/8$; $3/8$) dans un contexte de longueur.
- À ce stade, la fraction n/p ne représente pas le quotient de n par p , elle a pour signification « n fois $1/p$ », $1/p$ correspondant à une partie d'une unité fractionnée en p parties égales.
- Les désignations orales « trois quarts », « trois huitièmes » sont portées de cette signification.

- Connaitre et utiliser les relations entre ces fractions, les traduire par des écritures additives et multiplicatives.
 Il ne s'agit pas d'apprendre à calculer sur les fractions. À ce moment de l'apprentissage, des égalités telles que $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ou $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ traduisent des actions et des représentations mentales.

> MATÉRIEL
 Des bandes d'environ 3 cm de largeur découpées dans des feuilles A4 (21 x 29,7) et dans des feuilles A3 (29,7 x 42).
 La règle graduée n'est pas disponible.

D É R O U L E M E N T

Première phase
Construction d'une longueur égale à trois quarts d'une longueur donnée

Étape 1 : travail à deux
 Les élèves disposent d'une bande d'environ 3 cm de largeur et de 21 cm de longueur
> CONSIGNES
 « Découpez dans cette bande un morceau de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande. »
 Étape 2 : mise en commun

Les longueurs obtenues sont comparées.
 Les procédures utilisées sont explicitées et l'origine des différences de longueur est recherchée.

Certains plient la bande en quatre en la pliant en deux puis en la repliant en deux. Ils terminent en découpant un quart. Leur morceau comporte deux plis, chacun des trois quarts est visible.
 D'autres plient la bande en deux, puis replient l'une des moitiés en deux. Leur morceau ne comporte qu'un seul pli séparant le demi et le quart.

Cette mise en commun permet :
 - de préciser le sens des expressions « un quart » et « trois quarts » ;
 - d'introduire et d'utiliser les écritures $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$ en écrivant ces fractions sur les morceaux correspondants ;
 - de préciser que, dans la fraction $\frac{3}{4}$, le 3 est le numérateur et le 4 est le dénominateur, que le 4 indique qu'il faut partager en quatre et le 3 indique qu'il faut prendre trois « parts ».

Deuxième phase Reconstituer une longueur à partir de trois quarts de cette longueur

> MATÉRIEL

Pour le maître : une bande d'environ 3 cm de largeur et de 36 cm de longueur.
Pour chaque groupe :

– une bande de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande du maître. Cette bande a été obtenue par pliage en quatre d'une bande identique à celle du maître. Elle comporte donc deux plis permettant de visualiser chaque quart ;

– une bande de même largeur que la précédente et de longueur 42 cm.

Étape 1 : travail à deux

Chaque équipe reçoit les deux bandes décrites ci-dessus.

> CONSIGNES

« Comme vous, j'ai obtenu par pliage et découpage des morceaux de longueur égale à trois quarts de la longueur de cette bande (le maître montre la bande de 36 cm un court instant). J'ai donné à chaque équipe l'un de ces morceaux. En utilisant ce morceau, vous devez découper dans la grande bande une bande identique à la bande de départ. »

Étape 2 : mise en commun

On affiche les bandes. Si elles ont toutes la même longueur, on demande aux enfants de prouver que c'est la bonne longueur.

Dans le cas contraire, on leur fait rechercher l'origine des différences et donner des arguments permettant de rejeter ou de retenir certaines bandes.

Presque tous utilisent le morceau « trois quarts » pour reporter sur la grande bande trois quarts puis un quart.

D'autres reportent quatre fois un quart ou deux fois un demi.

Différents arguments apparaissent :

– toutes les bandes doivent avoir la même longueur, car tous les morceaux distribués ont été obtenus à partir de la même bande ;

– c'est la bonne longueur parce que, en prenant les trois quarts de notre bande, on obtient le morceau « trois quarts » ;

– c'est la bonne longueur parce que, dans la bande entière, il y a quatre quarts ; etc.

L'explicitation des procédures et des arguments doit permettre :

– de dégager les relations : dans une unité, il y a deux demis ; dans une unité, il y a quatre quarts ; dans un demi, il y a deux quarts ;

– d'écrire et de lire les égalités traduisant les procédures et les relations utilisées :

$$1 = 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 ; 1 = 4/4$$

$$1 = 3/4 + 1/4$$

$$1 = 1/2 + 1/2$$

$$3/4 = 1/4 + 1/4 + 1/4$$

$$1/2 = 1/4 + 1/4$$

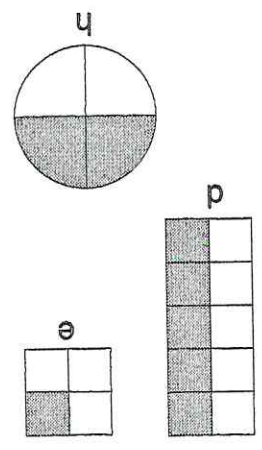
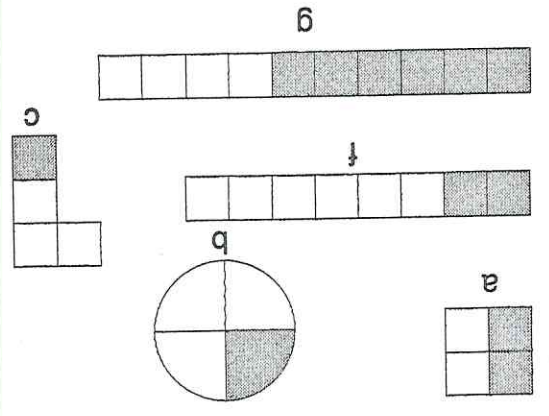
$$2/4 = 1/4 + 1/4$$

On termine en vérifiant que les bandes que l'on a retenues ont la même longueur que la bande de départ. De légères différences peuvent être acceptées et expliquées par un manque de précision dans les reports et les plisages.

Étape 3 : travail individuel

L'exercice suivant est proposé afin de faire utiliser les fractions précédentes et d'autres fractions dans un contexte légèrement différent, et de mettre en évidence certaines équivalences.

« On a grisé une fraction de chaque figure. Pour chaque partie grisée, donne cette fraction et d'autres écritures comportant au moins une fraction. »



Quelques fractions et écritures correctes trouvées dans une classe de trente élèves :

a et h : $1/2$; $2/4$; $1/4 + 1/4$;
 c, e et b : $1/4$ uniquement ;
 d : $1/2$ (16 fois) ; $5/10$ (20 fois) ; $2/4$ (3 fois) ; $1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10$ (5 fois) ;
 f : $2/8$ (18 fois) ; $1/4$ (9 fois) ; $1/8 + 1/8$ (4 fois) ;
 g : $6/10$ (22 fois) ; $1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10$ (4 fois) ; $3/5$ (3 fois) ; $1/2 + 1/10$ (4 fois).

Quelques erreurs relevées dans la même classe :
 h : $2/2$;
 c : $2/4$; $3/4$;
 d : $5/5$; $5/4$;
 f : $1/8$; $2/6$; $2/4$; $8/2$;
 g : $6/4$.

La mise en commun doit permettre de rejeter les erreurs en revenant à la signification du numérateur et du dénominateur, et de noter certaines équivalences :

$$1/4 + 1/4 = 2/4 ; 1/4 + 1/4 = 1/2 ; 2/4 = 1/2 ;$$

$$5/10 = 1/2 ;$$

$$2/8 = 1/4 ; \text{etc.}$$

THÈME 4

Module 2

Troisième phase
Reconstituer une longueur à partir de plusieurs fractions de cette longueur

Étape 1 : travail collectif

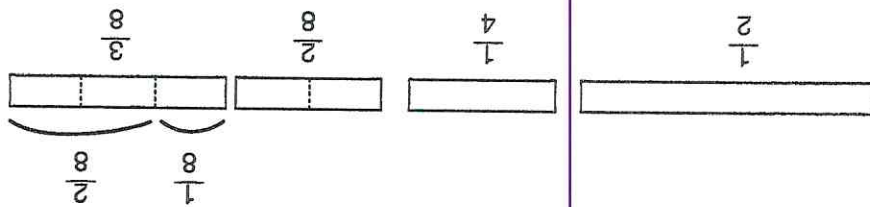
Le maître affiche cinq bandes identiques d'environ 3 cm de largeur et de 42 cm de longueur.

Il fait vérifier que toutes les bandes ont la même longueur, puis il demande comment il faut s'y prendre pour fabriquer une bande de longueur égale à la moitié de cette longueur.

Après un temps de réflexion, il fait formuler la démarche, puis un élève vient faire la manipulation : il plie l'une des bandes en deux et la découpe selon le pli. L'un des morceaux est affiché au tableau, l'autre est jeté.

On procède de la même façon pour fabriquer et afficher des bandes de longueur égale à un quart, à deux huitièmes et à trois huitièmes de la longueur initiale. Sur les bandes « deux huitièmes » et « trois huitièmes », on marque les plis à l'aide d'un feutre afin de les rendre visibles.

Des élèves viennent ensuite écrire les fractions $1/2$, $1/4$, $2/8$ et $3/8$ sous les bandes correspondantes. On fait reconnaître et écrire $1/8$ et $2/8$ sur la bande $3/8$. À l'issue de cette étape, le maître décroche la cinquième bande qui servira de témoin à l'étape suivante, et le tableau se présente ainsi :



Étape 2 : travail à deux

Le tableau se présente comme ci-dessus.

> CONSIGNES

« On souhaite fabriquer une bande de même longueur que la bande de départ en utilisant ces quatre morceaux. »

« On peut ne pas utiliser tous les morceaux, on peut utiliser plusieurs fois le même morceau. »

« Trouvez au moins quatre façons de procéder. »

Le maître fait reformuler les consignes et les contraintes.

En demandant au moins quatre façons de procéder, on oblige les enfants à utiliser au moins l'un des morceaux $2/8$ et $3/8$.

Les enfants peuvent opérer :

– sur des fractions (leur désignation orale ou écrite),

– sur des représentations géométriques (schémas, représentations mentales). Ils peuvent présenter leurs solutions avec des mots, des schémas, des égalités.

> CONSIGNÉ 1

« Si l'on choisit la longueur de la bande a comme unité, la mesure de la longueur de la bande c est $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$. Écrivez la mesure de la longueur des bandes a, b, d à l'aide d'un nombre entier ou d'une fraction. Si cela est possible, trouvez plusieurs fractions. »

Les réponses sont recensées et discutées.

Réponses attendues : a : 1 ; $\frac{2}{2}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{8}{8}$.

b : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$.

d : $\frac{3}{8}$.

> CONSIGNÉ 2

« En gardant la même unité, trouvez différentes façons de fabriquer des bandes de mesure $\frac{9}{8}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{3}{2}$. »

Différentes propositions sont relevées et discutées.

Les reports correspondants sont effectués au tableau.

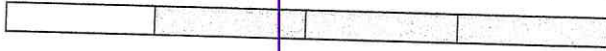
On devrait aboutir aux relations suivantes, qui traduisent des façons de procéder :

$-\frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$; $\frac{9}{8} = 9 \times \frac{1}{8}$.

$-\frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4}$; $\frac{6}{4} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{6}{4} = 6 \times \frac{1}{4}$; $\frac{6}{4} = 3 \times \frac{1}{2}$.

$-\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2} = 6 \times \frac{1}{4}$.

Cahier-mémoire



Sur chacune de ces figures, on a grisé $\frac{3}{4}$ de la figure et on a laissé en blanc $\frac{1}{4}$ de la figure.

$\frac{3}{4}$ se lit « trois quarts » ; $\frac{3}{4}$, c'est trois fois un quart.

Dans la fraction $\frac{3}{4}$, 3 est le numérateur, 4 est le dénominateur.

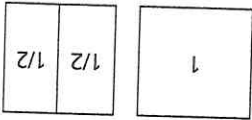
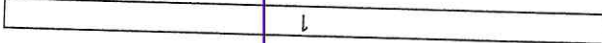
Dans une unité, il y a quatre quarts.

$1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$.

$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $1 = 4 \times \frac{1}{4}$; $1 = \frac{4}{4}$.

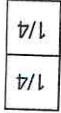
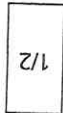
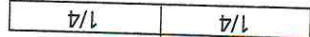
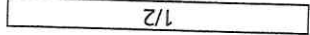
Dans une unité, il y a deux demis.

$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; $1 = 2 \times \frac{1}{2}$; $1 = \frac{2}{2}$.



Dans un demi, il y a deux quarts.

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.



■ Activités d'accompagnement

1. Combien de... dans... ?

Combien de demis dans une unité ?

Combien de quarts dans une unité ?

Combien de huitièmes dans une unité ?

Combien de quarts dans un demi ?

Combien de quarts dans cinq demis ?

Combien de huitièmes dans un quart ?

Combien de huitièmes dans trois demis ?

Combien de huitièmes dans trois unités ?

etc.

Les questions sont posées oralement.

Les raisonnements sont explicites et les réponses sont validées avec le matériel utilisé durant la troisième phase.

2. Écrire en lettres :

$3/2$; $3/8$; $2/4$; $5/10$; etc.

3. Écrire avec une fraction :

Cinq huitièmes, un quart, deux demis, un dixième, etc.

4. Estimation

Le maître affiche une bande en précisant qu'il s'agit de l'unité de longueur utilisée pour la suite de l'activité.

Il affiche ensuite d'autres bandes et demande une estimation de la mesure de leur longueur.

Pour chaque bande, les différentes estimations sont relevées. La validation se fait en procédant au mesurage par des pliage et des reports avec une bande identique à la bande-unité.

Les mesures cherchées peuvent être $1/3$; $3/2$; $7/4$; etc.