
Y
1
x
O
1
x
X
$\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{A\cdot C}{B\cdot D}$
АЛГЕБРА

Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Данько О. А., Коломієць О. М.,
Богатирьова І. М., Сердюк З. О.

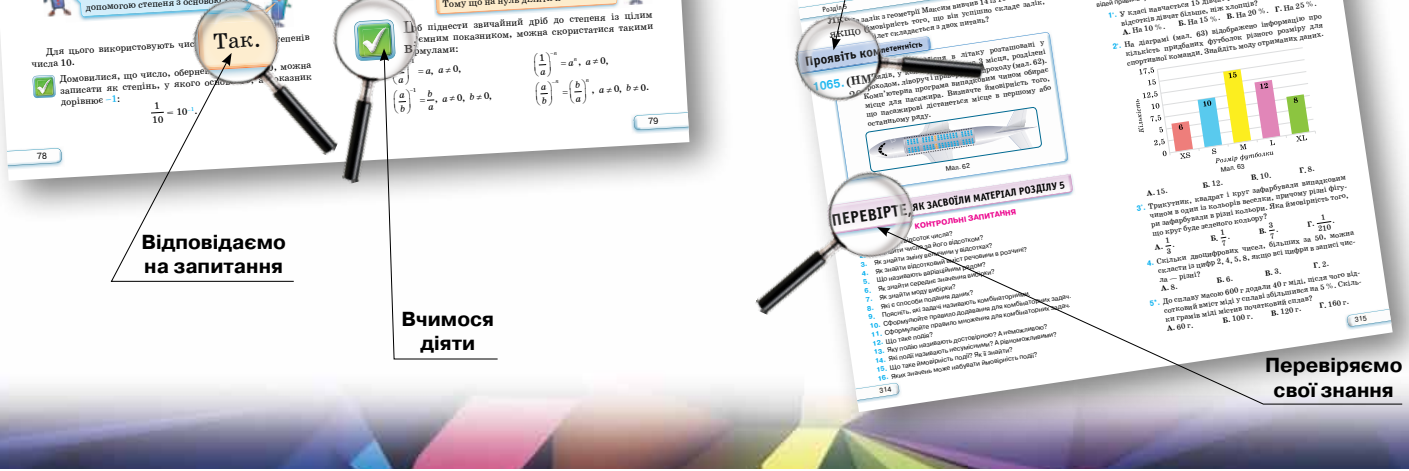
«Алгебра»

підручник для 8 класу закладів загальної середньої освіти

УОВЦ «Оріон»
2025

Підручник розроблено за модельною навчальною програмою «Алгебра.7-9 класи» для закладів загальної середньої освіти

(авторський колектив Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В.)


Так.
Відповідаємо на запитання
Вчимося діяти
Перевіряємо свої знання

АЛГЕБРА

Підручник для 8 класу
закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України

Київ
Оріон
2025

Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Данько О. А., Коломієць О. М., Богатирьова І. М., Сердюк З. О.

А45 Алгебра : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої освіти / Київ: УОВЦ «Оріон», 2025. 352 с. : іл.

ISBN 978-966-991-413-2

УДК 512*кл8(075.3)

© Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Данько О. А., Коломієць О. М., Богатирьова І. М., Сердюк З. О., 2025

ISBN 978-966-991-413-2

© УОВЦ «Оріон», 2025

його допоможуть запитання рубрики «Пригадайте головне», які є після кожного параграфа. А після кожного розділу вміщено контрольні запитання і тестові завдання, за якими можна перевірити, як засвоєно тему.

Задачі підручника мають чотири рівні складності. Номери задач початкового рівня складності позначено штрихом (′). Це підготовчі вправи для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал. Номери з кружечками (°) позначають задачі середнього рівня складності. Їх треба навчитися розв'язувати всім, щоб мати змогу вивчати алгебру далі. Номери задач достатнього рівня складності не мають позначок біля номера. Навчившись розв'язувати їх, ви зможете впевнено демонструвати достатній рівень навчальних досягнень. Зірочками (*) позначено задачі високого рівня



— Інтерактивні вправи

— Вправи з Е-додатка

Бажаємо вам успіхів у пізнанні нового і задоволення від навчання!

1) $-3^2 + 4^3 - 5^4 + 10^2$;

2) $-2^9 - (-2)^8 + 2^7$;

3) $0{,}4^2 \cdot \left(\frac{-}{2}\right) + 1{,}2^4 \cdot \left(1\frac{-}{3}\right)$;

4) $(-20^4 : ((-4)^2)^2) : 5^2$.

3. Розташуйте числа в порядку збільшення і розшифруйте прізвище автора віршованих рядків: «Я єсть народ, якого Правди сила ніким звойована ще не була. Яка біда мене, яка чума косила! — а сила знову розцвіла».

$(-0{,}7)^3$ – А; $(-6)^{30}$ – А; -7^7 – П; $(-0{,}3)^8$ – О; $1{,}6^4$ – И; $(-1{,}6)^2$ – Ч; $0{,}3^6$ – Т; 0^{2024} – Л; 1^{2023} – И; $(-0{,}7)^5$ – В; 5^4 – Н.

4. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

1) $0{,}2 \cdot x^{15} \cdot 5 \cdot y^2 \cdot z \cdot 0{,}8 \cdot y$;

2) $100x^3 \cdot y^3 \cdot x \cdot y^{10} \cdot (-0{,}12)x^7 \cdot y^7 \cdot 5x \cdot 0{,}2y^2 \cdot y^3 \cdot y^4$.

Укажіть степінь даного одночлена.

3) у 8-В класі навчається b учнів.

9. Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 3 см менша. Знайдіть сторону і площу квадрата, периметр якого дорівнює периметру даного прямокутника.

10. Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 3 см менша. Складіть вирази для знаходження периметра і площі прямокутника. Знайдіть значення цих виразів, якщо: 1) $a = 15$ см; 2) $a = 30{,}1$ см.

11. Сума двох двоцифрових чисел, у яких однакове число десятків, дорівнює 112. Знайдіть ці числа, якщо число одиниць першого на 4 більше за число одиниць другого.

яких значення функції додатне;
4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне.
Чи належать графіку цієї функції точки з координатами: $(0; 2)$; $(2; 0)$; $(-3; 5{,}5)$; $(-5; -3)$?

16. З'ясуйте, чи належить графіку функції $y = x^2 - 6x + 9$ точка:
1) $A(3; 0)$; 2) $B(-3; 18)$; 3) $C(4; 1)$; 4) $D(1{,}5; 2{,}25)$.

17. Побудуйте графік функції:
1) $y = -3$; 2) $y = x + 3$; 3) $y = -2x + 4$; 4) $y = 0{,}5x$.

18. Побудуйте графік функції:
1) $y = 2$; 2) $y = \frac{1}{3}x$; 3) $y = -4x + 3$; 4) $y = 5x - 10$.

1) $a = -1$, $b = -2$; 2) $a = -0{,}2$, $b = 1$; 3) $a = 3$, $b = 0{,}6$.

23. Графік функції $y = ax - 1$ проходить через точку $B\left(-1; -\frac{2}{5}\right)$. Знайдіть значення a.

24. Графік функції $y = ax + b$ проходить через точки $A(-1; -7)$ і $B(0; -2)$. Знайдіть значення a і b.

ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

qr.orioncentr.com.ua/Ux6bE

25. Знайдіть корінь рівняння:
1) $7 - 3x - 3 = 10 - 4x$;
2) $5 + 12y - 7y = 5(y + 1)$;
3) $-1{,}2x + 5 = 3(-0{,}4x + 1)$; 4) $1{,}5y - 4 = 5 + 0{,}9y$.

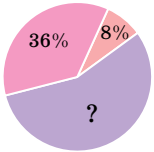
31. Мама наварила 10 л малинового варення. У неї є банки по 0,5 л і 0,75 л. Скільки банок їй потрібно взяти, щоб розфасувати все варення, за умови, що банки заповнені вщерть? Скільки є способів, щоб розкласти в банки все варення?

qr.orioncentr.com.ua/h4tyQ

32. На перший склад завезли товару на 50 тис. грн більше, аніж на другий. 80 % вартості товару на першому складі на 130 тис. грн більше за 60 % вартості товару на другому складі. Яка загальна вартість товару, завезеного на два склади разом?

правильно.

1. Скільки дітей навчається у 8 класі?
2. Скільки дітей отримали неправильну відповідь?
3. Яке відсоткове відношення кількості дітей, які не змогли розв'язати задачу, до кількості дітей, які правильно розв'язали її?



38. За перший день турист пройшов 36 % усього маршруту, за другий — 37 %, а за третій — решту 13,5 км.

1. Скільки кілометрів становить довжина маршруту?
2. Скільки кілометрів пройшов турист за другий день?
3. На скільки відсотків менше пройшов турист за третій день, ніж за другий?

44. Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 5 і 9, якщо:

1) усі цифри числа — різні;
2) цифри в числі можуть повторюватися?

45. Олексій, Микита та Олеся купили квитки в кінотеатр на п'яте, шосте і сьоме місця десятого ряду.

qr.orioncentr.com.ua/Jr5uj

1. Скількома способами вони можуть зайняти свої місця?
2. Яка ймовірність того, що Олексій буде сидіти на п'ятому місці десятого ряду?
3. Яка ймовірність того, що Олеся буде сидіти на шостому місці першого ряду?

За даними досліджень 2022 року комунікаційного агентства Plusone, сервісу YouTube віддають перевагу 23 млн українських користувачів, Facebook — 15,6 млн, Instagram — 13,2 млн, TikTok — 12 млн.

1. Побудуйте за цими даними стовпчасту діаграму.
2. На скільки відсотків більше користувачів Instagram, ніж користувачів TikTok?

49. Проведіть у своєму класі опитування на тему:
1) «Чи любите ви йогурт?»;
2) «Чи готують йогурт удома у вашій родині?».
Проаналізуйте відповіді та за отриманими даними побудуйте кругову і стовпчасту діаграми.

швидкості руху з Канева до Черкас. Марина поцікавилася, як скласти вираз, щоб знайти середню швидкість їхнього руху.

qr.orioncentr.com.ua/oSJ0l



Як знайти середню швидкість руху автобуса?

Треба весь пройдений шлях поділити на весь витрачений час.



Сергій вказав, що відстань між містами становить 78 км. Потім він міркував так. Нехай x км/год — швидкість руху автобуса із Черкас до Канева, тоді:

$(x + 20)$ км/год — швидкість руху автобуса з Канева до Черкас;

Раціональний вираз є цілим / дробовим, якщо він не містить / містить ділення на вираз зі змінною.

2. Область допустимих значень змінної



Чи завжди можна обчислити значення раціонального виразу?

Ні.



Наприклад, для виразу $(2 + a) : (b - 4)$ маємо:
якщо $a = -1$ і $b = 4$, то $(2 + a) : (b - 4) = (2 - 1) : (4 - 4) = 1 : 0$.

$x = 0{,}5$, $y = -2{,}5$ — недопустимі для даного виразу.

Тому ОДЗ змінної виразу: $x \neq 5$, $x \neq 0{,}5$, $y \neq -2{,}5$.

1. Якщо раціональний вираз містить більш як одну змінну, то ОДЗ вказують для кожної змінної.
2. У цілому виразі ОДЗ кожної змінної містить усі числа.

3. Знаходження значень дробового виразу

Знаходження значень дробових виразів має свої особливості. Це пов'язано з необхідністю враховувати ОДЗ усіх змінних у цьому виразі.

Задача Знайдіть значення виразу $\frac{x+y}{x-1}$ для всіх цілих значень змінних від $-0{,}5$ до $1{,}5$.

Із курсу алгебри 7 класу ви знаєте, що в результаті тотожних перетворень цілих виразів (зведення подібних доданків, застосування формул скороченого множення тощо) отримуємо *тотожно рівні* вирази. Це такі вирази, що набувають відповідно рівних значень за будь-яких значень їхніх змінних.

Наприклад, вирази $3a - a$ і $2a$, $6a : 2$ і $3a$ є тотожно рівними.



Чи можна виконувати тотожні перетворення з дробовими виразами?

Так. Але є певні обмеження.





Україна — держава, розташована у Східній Європі, має площу 603 628 км² і займає сорок шосте місце у списку країн світу за площею. Найбільшою за площею в Україні є Одеська область, її площа дорівнює 33 310 км², що становить приблизно $\frac{37}{671}$ загальної площі України; найменшою — Чернівецька область із площею лише 8097 км², що становить близько $\frac{9}{671}$ загальної площі України. Дізнайтеся з різних джерел площу своєї області та порахуйте, яку частину площі всієї України вона становить.

Розв'яжіть задачі

50'. Чи правильно, що цілим є вираз:

1) $\frac{2}{7}abc^2$; 2) $\frac{3}{8}+2k^3n$; 3) $\frac{2a}{3b}$; 4) $\frac{5-c}{5+c}$?

51'. Чи правильно, що дробовим є вираз:

1) $\frac{1}{9}a+b^3c^2$; 2) $\frac{3}{8}cd+\frac{4}{7}$; 3) $\frac{2+a^2}{3-b}$; 4) $\frac{2-c^2}{3+c^2}$?

52'. Чи правильно, що раціональним є вираз:

1) $\frac{1}{9}ab^4c^4$; 2) $ad-\frac{5}{7}$; 3) $\frac{1+a^2}{1-a^3}$; 4) $\frac{2bc^2}{3ad^2}$?

53'. Чи правильно, що вираз $\frac{4}{x-6}$ втрачає зміст, якщо:

1) $x=4$; 2) $x=0$; 3) $x=-6$; 4) $x=6$?

E 1) $\frac{2x-3}{x+1}$; 2) $\frac{3a+2}{2-a}$; 3) $\frac{c+3}{c+1}$; 4) $\frac{7-y}{7+y}$; 5) $(a-7):(1+a^2)$.

60°. Дано вирази:

1) $\frac{a-1}{a-*}$; 3) $\frac{a+2}{2a-*}$; 5) $(a^2-2):(3a-*)$;

2) $\frac{2a+1}{*-a}$; 4) $\frac{3a}{*+2a}$; 6) $(a+5):(5a-*)$.

Запишіть замість * число, якщо ОДЗ змінної a: $a\neq 2$.

61°. Дано вирази:

1) $\frac{b+1}{b-*}$; 2) $\frac{3b+2}{*-b}$; 3) $\frac{6b}{3b-*}$; 4) $\frac{1+2b}{*-2b}$; 5) $b:(5b-*)$.

Запишіть замість * число, якщо ОДЗ змінної b: $b\neq 3$.

a	1	2	$\frac{2}{3}$	0,2
$(c+d):(c-d)$				
$\frac{c-3d}{1+d}$				

66°. Чи є тотожно рівними вирази для будь-яких значень змінної a:

1) $\frac{a^3}{a}$ і a; 2) $\frac{a^2-9}{a-3}$ і $a+3$;

3) $\frac{a-3}{a}$ і $\frac{a}{a-3}$;

4) $\frac{(a-3)^2}{a}$ і $\frac{(a-3)(a-3)}{a}$?

qr.orioncentr.com.ua/2ly3j

70. Визначте ОДЗ кожної змінної виразу:

1) $\frac{2b-3c}{7bc}$; 3) $\frac{6xy}{(3x-8)(2x+6)}$;

2) $3ab:((2-a)b)^2$; 4) $3y:(y^2-8y+16)$.

71. Знайдіть значення виразу $\frac{2m}{|m|+1}$, якщо:

1) $m=0$; 2) $m=\frac{1}{3}$; 3) $m=-0{,}2$; 4) $m=1{,}5$.

72. Знайдіть значення виразу $3x:(4-|x|)$, якщо:

1) $x=0$; 2) $x=4$; 3) $x=-0{,}5$; 4) $x=-\frac{2}{3}$; 5) $x=1{,}5$.

1) $x = 3$ хв, $y = 35$ хв;
2) $x = 7$ хв, $y = 40$ хв.

78. Відомо, що за деяких значень x і y значення виразу $x - y$ дорівнює 2,5. Якого значення за тих самих значень x і y набуває вираз:

1) $\frac{4}{x-y}$; 2) $5-12:(4y-4x)$; 3) $\frac{3}{5y-5x}+\frac{2}{3}$?

79. Відомо, що за деяких значень c і d значення виразу $c + d$ дорівнює 1,2. Якого значення за тих самих значень c і d набуває вираз:

1) $\frac{6}{c+d}$; 2) $12:(-3c-3d)$; 3) $\frac{1}{2d+2c}-\frac{5}{6}$?



діда Андрія є S м^2 дощок.

1. Якою має бути висота вулика, якщо ширина та довжина його основи дорівнюють a см і b см відповідно?
2. Знайдіть висоту вулика, якщо відомо, що $a = 50$ см, $b = 90$ см, $S = 6$ м^2. Відповідь запишіть у сантиметрах.
3. Дізнайтеся в інтернеті про розміри дощок для вуликів і їхню ціну та запропонуйте дідові Андрію розрахунок витрат для пасіки з десяти вуликів (розміри вуликів визначені вами в попередньому пункті задачі).
4. Запропонуйте власний мініпроєкт за сюжетом задачі.

раціональний дріб.

$2t+x+15$

Запам'ятайте!

Раціональний дріб — це дріб, чисельник і знаменник якого є многочленами.

Чисельником і знаменником раціонального дробу може бути одночлен, зокрема число.

Наприклад, раціональними дробами є дроби:

$$\frac{5}{6};\quad \frac{2a+1}{7b};\quad \frac{x-7}{6};\quad \frac{9}{n^3+n^2-n}.$$

Мал. 3

2. Основна властивість раціонального дробу

У 6 класі ви вивчили основну властивість звичайного дробу. Наприклад, $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{6}{15}$ або ж $\frac{8}{12}=\frac{8:4}{12:4}=\frac{2}{3}$.



Чи можна застосувати основну властивість дробу до раціональних дробів?

Так.



Раціональний дріб можна позначати так: $P=\frac{A}{B}$, де A і B — многочлени.

- якщо чисельник і знаменник раціонального дробу *помножити* на многочлен, який тотожно не дорівнює нулю, то ОДЗ змінних дробу може «звузитися» (поміркуйте чому, наведіть приклади);
- якщо чисельник і знаменник раціонального дробу *поділити* на многочлен, який тотожно не дорівнює нулю, то ОДЗ змінних дробу може «розширитися» (поміркуйте чому, наведіть приклади).

3. Скорочення раціонального дробу

qr.orioncentr.com.ua/BNhFT

Ви знаєте, що звичайні дроби скорочують, спираючись на основну властивість дробу.

$7m^5$

Щоб скоротити раціональний дріб, потрібно:
1) знайти співмножник чисельника і знаменника дробу;
2) поділити на нього чисельник і знаменник дробу згідно з основною властивістю дробу.

Задача 2 Скоротіть дріб: $\dfrac{2n^3+6n^2}{3n^4}$.

Розв'язання

У чисельнику виносимо за дужки спільний множник $2n^2$:

$$2n^3+6n^2=2n^2(n+3).$$

Скорочуємо даний дріб на $n^2\neq 0$:

$$\frac{2n^3+6n^2}{3n^4}=\frac{2n^2(n+3)}{3n^2n^2}=\frac{2(n+3)}{3n^2}.$$

Наприклад, якщо в чисельнику і знаменнику дробу не можна виділити однакові множники, то цей дріб скоротити не можна. Такий дріб називають *нескоротним дробом*.



Дріб $\frac{a+3}{a}$ є нескоротним. Цей дріб **не можна** скорочувати на a.

Дізнайтеся більше

Задача 5 За яких цілих значень n значення дробу $\frac{2n^2+3n-5}{n-3}$ є цілим числом?

раціональний дріб	rational fraction	rationaler Bruch (m)	fraction rationnelle

Пригадайте головне

1. Що таке раціональний дріб?
2. Сформулюйте основну властивість раціонального дробу.
3. Чи завжди можна скоротити раціональний дріб?
4. Який раціональний дріб називають нескоротним?

Усне тренування

1. Скоротіть дроби: $\frac{11}{77}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{111}{117}$; $\frac{78}{114}$; $\frac{14\cdot25}{45\cdot49}$.
2. Обчисліть: $41^2 - 2\cdot41\cdot11 + 11^2$; $6{,}4^2 - 3{,}6^2$.

91°. Чи правильно виконано скорочення дробу: $\frac{5x^2y^3}{25xy^2}=\frac{x}{5y}$?

Якщо ні, то знайдіть помилку.

92°. Чи можна скоротити дріб:

1) $\frac{3x^2}{6x^3}$; 2) $\frac{12y^3}{4y}$; 3) $\frac{5ac}{3b}$; 4) $\frac{16a^5}{5a^2}$; 5) $\frac{4b^2c}{5ad}$; 6) $\frac{7+a}{a}$?

Якщо так, то скоротіть цей дріб.

93°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{16x}{8y}$; 3) $\frac{32a}{6b}$; 5) $\frac{7x^2}{3xy}$;

2) $\frac{15ab}{25c}$; 4) $\frac{6ab}{5a}$; 6) $\frac{8c^3}{9ac}$.

qr.orioncentr.com.ua/asC8w

2) $\frac{ac+bc}{3c}$; 4) $\frac{6y-6z}{y-z}$; 6) $\frac{5x-25y}{15y-3x}$.

99°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{3x^3}{x^3-x^2}$; 3) $\frac{3a^2-6a}{12a^2}$; 5) $\frac{3y^3-3y}{9y^3}$;

2) $\frac{4y^3-4y^4}{2y^5}$; 4) $\frac{5x^3-5x^2}{15x}$; 6) $\frac{3a^3+12a^2}{6a^2}$.

100°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{7x^3-7x^2}{x^2-x}$; 3) $\frac{3a^3+9a^5}{a^2+3a^4}$; 5) $\frac{y^3-5y}{5y^2-y^4}$;

2) $\frac{4y^3-8y^2}{2y^5-y^6}$; 4) $\frac{3x^2-x^3}{9x-3x^2}$; 6) $\frac{9a^6-9a^5}{a^3-a^4}$.

106. Скоротіть дріб:

1) $\dfrac{a^2-b^2-c^2-2bc}{a^2+b^2-c^2-2ab}$;

2) $\dfrac{(a-b)(c-d)}{(b^2-a^2)(d^2-c^2)}$;

3) $\dfrac{x^2+xy+yz-z^2}{y^2-x^2+2xz-z^2}$;

4) $\dfrac{25-a^2-2ab-b^2}{a^2+ab+5b-25}$.

107. Скоротіть дріб:

1) $\dfrac{(x+y)^2-4xy}{x^2-xy}$;

2) $\dfrac{a^2-ab+3b-9}{a^2-2ab+b^2+3a-3b}$.

108. Побудуйте графік функції:

1) $y=\dfrac{x^2-9}{x+3}$;

2) $y=\dfrac{7x-5}{5-7x}$;

3) $y=\dfrac{12x-36-x^2}{x-6}$.

ДО СПІЛЬНОГО ЗНАМЕННИКА

1. Зведення раціонального дробу до нового знаменника



qr.orioncentr.com.ua/SUVa8

Назар виконав скорочення дробу, записавши ланцюжок рівностей:

$$\frac{2(x-11)}{x^2-121}=\frac{2(x-11)}{(x-11)(x+11)}=\frac{2}{x+11}.$$

Софія пройшла цим ланцюжком від кінця до початку — перейшла від дробу зі знаменником $(x+11)$ до дробу зі знаменником x^2-121.

Виконуємо множення в чисельнику і знаменнику	$\frac{3\cdot 4}{8\cdot 4}=\frac{12}{32}$	$\frac{(2m+1)\cdot(m+1)}{(m-1)\cdot(m+1)}=$ $=\frac{2m^2+2m+m+1}{m^2-1}=$ $=\frac{2m^2+3m+1}{m^2-1}$

Щоб звести даний раціональний дріб до нового знаменника, треба:

1) записати знаменник нового дробу у вигляді добутку;
2) знайти додатковий множник для даного дробу;
3) помножити чисельник даного дробу на додатковий множник і результат записати в чисельнику нового дробу.

Знайдемо спільне кратне знаменників даних дробів:

$$(x-y)\cdot(x+y)=x^2-y^2.$$

Знайдемо додатковий множник для першого дробу $\frac{2y}{x-y}$:

$$(x^2-y^2):(x-y)=(x+y).$$

Знайдемо додатковий множник для другого дробу $\frac{5x^2}{x+y}$:

$$(x^2-y^2):(x+y)=(x-y).$$

Зведемо перший дріб до нового знаменника x^2-y^2:

$$\frac{2y}{x-y}=\frac{2y(x+y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{2y(x+y)}{x^2-y^2}.$$

Зведемо другий дріб до нового знаменника x^2-y^2:

$$\frac{5x^2}{x+y}=\frac{5x^2(x-y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{5x^2(x-y)}{x^2-y^2}.$$

4) знайти додатковий множник для другого дробу;
5) звести другий дріб до нового знаменника.

Дізнайтеся більше

За допомогою раціональних дробів записують багато залежностей між величинами:

1) $I=\dfrac{U}{R}$, закон Ома, що описує залежність між напругою U, силою струму I й електричним опором R провідника;

2) $c=\dfrac{Q}{m(t_2-t_1)}$ — питома теплоємність речовини масою m, яка, поглинаючи кількість теплоти Q, нагрівається від температури t_1 до t_2.

Усне тренування

1. Зведіть дріб до знаменника 96:
$\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{3}{4}$; $\dfrac{5}{6}$; $\dfrac{5}{8}$; $\dfrac{7}{12}$; $\dfrac{9}{16}$; $\dfrac{11}{32}$; $\dfrac{66}{192}$.

2. Зведіть дроби до найменшого спільного знаменника:
$\dfrac{2}{3}$ і $\dfrac{2}{5}$; $\dfrac{1}{3}$ і $\dfrac{5}{18}$; $\dfrac{9}{14}$ і $\dfrac{6}{35}$; $\dfrac{7}{18}$ і $\dfrac{4}{27}$; $\dfrac{3}{8}$ і $\dfrac{13}{20}$.

Розв'яжіть задачі

114'. Чи правильно, що спільним знаменником дробів $\dfrac{1}{5x}$ і $\dfrac{1}{5x^2}$ є вираз: 1) $5x$; 2) $5x^2$; 3) $25x$; 4) $25x^2$; 5) $25x^3$; 6) $5x^3$?

3) $\frac{3m-2n}{2(m+n)}$ до знаменника $14(m+n)$; $8(m+n)^2$.

120°. Зведіть дріб $\frac{1}{xy}$ до знаменника:

1) $4xy$; 2) x^2y; 3) xy^2; 4) $5x^2y$; 5) $6xyz$; 6) $7x^2y^2$.

121°. Зведіть до спільного знаменника дроби:

1) $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{7}$;
2) $\frac{1}{a}$ і $\frac{1}{4a}$;
3) $\frac{1}{2x}$ і $\frac{1}{6x}$;
4) $\frac{1}{6a}$ і $\frac{3}{8a}$;
5) $\frac{2}{3b}$ і $\frac{3}{9b}$;
6) $\frac{5}{8y}$ і $\frac{3}{12y}$;
7) $-\frac{7}{12a}$ і $-\frac{3}{14a}$;
8) $\frac{5a}{16b}$ і $-\frac{11a}{32b}$;
9) $-\frac{2m}{18n}$ і $\frac{5m}{54n}$.

1) $\frac{2}{a-1}$ і $\frac{3}{1-a}$;
2) $\frac{1}{a-2}$ і $\frac{2}{8-4a}$;
3) $\frac{1}{1-2x}$ і $\frac{5}{6x-3}$;
4) $\frac{2}{3x-1}$ і $\frac{6}{-6x+2}$;
5) $-\frac{3}{y-3}$ і $\frac{1}{9-3y}$;
6) $\frac{2}{1-4x}$ і $\frac{7}{4-16x}$;
7) $\frac{a}{a-b}$ і $\frac{b}{b-a}$;
8) $\frac{x}{x-2y}$ і $\frac{2y}{6y-3x}$;
9) $\frac{2m}{7m-14}$ і $\frac{-1}{10-5m}$;
10) $\frac{-x}{6x-3y}$ і $\frac{-y}{5y-10x}$.

126°. Зведіть до спільного знаменника дроби:

1) $\frac{1}{x-4}$ і $\frac{1}{2x-8}$; 2) $\frac{1}{5a+1}$ і $\frac{1}{4+20a}$; 3) $\frac{2}{1-3y}$ і $\frac{5}{12y-4}$.

x^2+3x+2 x^2+5x+6 $x^2+7x+10$

Проявіть компетентність

133. Мотоцикліст, рухаючись по краю циркової арени діаметром d м, робить 10 кіл за t с. Яка середня швидкість його руху? Знайдіть середню швидкість його руху, якщо час руху виражений числом, уп'ятеро більшим, ніж діаметр арени. Складіть вираз і спростіть його.

134. Під час баскетбольного матчу спортсмен кинув м'яч у кільце. Якою була маса м'яча, якщо на висоті H м м'яч мав швидкість v м/с і його повна енергія складала $E_{\text{пов.}}$ Дж. Складіть вираз та знайдіть його значення, якщо $H = 3$; $v = 2$; $E_{\text{пов.}} = 15{,}7$.

Додавання/віднімання раціональних дробів з однаковими знаменниками виконують так само, як додають/віднімають звичайні дроби — знаменник залишають тим самим, а чисельники додають/віднімають (табл. 6).

Таблиця 6

	Раціональні дроби
Сума дробів	$\frac{ac}{c(a+b)}+\frac{b(c-x)}{c(a+b)}=\frac{ac+b(c-x)}{c(a+b)}=\frac{ac+bc-bx}{c(a+b)}$
Різниця дробів	$\frac{ac}{c(a+b)}-\frac{b(c-x)}{c(a+b)}=\frac{ac-b(c-x)}{c(a+b)}=\frac{ac-bc+bx}{c(a+b)}$

$\left(\frac{A}{C}+\frac{B}{C}\right)+\frac{D}{C}=\frac{A}{C}+\left(\frac{B}{C}+\frac{D}{C}\right)$ — **сполучний закон додавання.**

2. Додавання і віднімання раціональних дробів із різними знаменниками

qr.orioncentr.com.ua/BtO9Y



Як додати два раціональні дроби з різними знаменниками?

Аналогічно до додавання звичайних дробів (табл. 7).





Якщо у двох дробів знаменники не мають спільних множників, відмінних від числа 1, то додавання/віднімання таких дробів виконують так:

$$\frac{A}{C}\pm\frac{B}{D}=\frac{A\cdot D\pm B\cdot C}{C\cdot D}.$$



Якщо у двох дробів знаменники мають спільний множник P, відмінний від числа 1, то додавання/віднімання таких дробів виконують так:

$$\frac{A}{C}\pm\frac{B}{D}=\frac{A}{M\cdot P}\pm\frac{B}{N\cdot P}=\frac{A\cdot N\pm B\cdot M}{M\cdot N\cdot P},$$

де $C=M\cdot P,\ D=N\cdot P.$

раціональних дробів	subtraction of rational fractions	raktion von rationalen Brüchen	de fractions rationnelles

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило додавання/віднімання двох раціональних дробів з однаковими знаменниками.
2. Сформулюйте правило додавання/віднімання двох раціональних дробів із різними знаменниками.

Усне тренування

1. Обчисліть: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$; $\frac{5}{14}-\frac{3}{14}$; $\frac{2}{15}+\frac{3}{5}$; $\frac{12}{17}-\frac{1}{3}$.

а) $3y$; б) $27y$; в) $9y$?

2. Яким буде чисельник одержаного в сумі дробу:
а) 17; б) 13; в) 39?
3. Назвіть дріб, який є результатом віднімання даних дробів.

138'. Чи правильно, що різницею дробів $\frac{7}{3(x+1)}$ і $\frac{1}{x+1}$ є дріб: 1) $\frac{4}{x+1}$; 2) $\frac{8}{3(x+1)}$; 3) $\frac{4}{3(x+1)}$?

139°. Виконайте додавання дробів:

1) $\frac{2}{5x}+\frac{7}{5x}$; 3) $\frac{1}{6c}+\frac{7}{6c}$;

2) $\frac{8}{3a}+\frac{2}{3a}$; 4) $\frac{2x}{x-2}+\frac{3x}{x-2}$;

qr.orioncentr.com.ua/KNUqR

143°. Знайдіть різницю дробів:

1) $\frac{1}{8ab}$ і $\frac{11}{8ab}$;
2) $\frac{4y}{5ac}$ і $\frac{4y}{5ac}$;
3) $\frac{12xy}{5ab^2}$ і $\frac{3xy}{5ab^2}$;
4) $\frac{9a}{a+b}$ і $\frac{4a}{a+b}$;
5) $\frac{5c}{a+c}$ і $\frac{12c}{a+c}$;
6) $\frac{8x}{a^2+3}$ і $\frac{x}{a^2+3}$.

144°. Виконайте віднімання дробів:

1) $\frac{2}{5y}-\frac{9}{5y}$;
2) $\frac{2a}{a+4}-\frac{3a}{a+4}$;
3) $\frac{9b}{a^2-1}-\frac{8b}{a^2-1}$;
4) $\frac{9ac}{4x^5}-\frac{5ac}{4x^5}$;
5) $\frac{6c}{1+a}-\frac{8c}{1+a}$;
6) $\frac{13a}{1+x}-\frac{3a}{1+x}$.

145°. Знайдіть різницю $\frac{a}{9c}-\frac{b}{9c}$, якщо:

1) $a=5c^2$, $b=4c^2$;
2) $a=7c$, $b=-10c$;
3) $a=15ac^2$, $b=6ac^2$.

4) $\frac{16}{4+y}-\frac{y^2}{y+4}$;
8) $\frac{y^2-4y}{y^2-4y+4}-\frac{2y}{4y-y^2-4}$.

149°. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

1) $\frac{1}{1-a^2}+\frac{a}{1-a^2}$, якщо $a=0{,}9$;
2) $\frac{2}{y^2-4}-\frac{y}{y^2-4}$, якщо $y=-1{,}8$.

150°. Спростіть вираз:

1) $\frac{2}{5x}+\frac{3}{10x}$;
2) $\frac{5}{3a}+\frac{5}{6a}$;
3) $\frac{5}{12c}+\frac{7}{9c}$;
4) $\frac{3x}{x+2}+\frac{2x}{3(x+2)}$;

qr.orioncentr.com.ua/0WKYH

$\frac{1}{a-1}+\frac{3}{4(a-1)}$; $\frac{1}{7x^2}+\frac{3}{21x^2}$; $\frac{4}{10(1+x)}+\frac{3}{15(1+x)}$.

154°. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{5x}+\frac{3x^2-1}{10x^3}$; 3) $\frac{5}{5+x}+\frac{3x-7}{(5+x)x}$; 5) $\frac{4y}{3y+3}+\frac{1-y}{y+1}$;

2) $\frac{1}{4x^2y^2}-\frac{2}{6x^3y}$; 4) $\frac{10x-1}{x(5-x)}-\frac{2}{5-x}$; 6) $\frac{4c}{c-1}+\frac{2-5c^3}{c^2(c-1)}$.

155°. Спростіть вираз:

1) $\frac{2}{3+x}-\frac{2x}{x^2-9}$; 4) $\frac{5}{x+7}-\frac{10x}{x^2-49}$;

2) $\frac{4x}{x^2-25}-\frac{4}{x-5}$;

3) $\frac{2}{6+c}+\frac{2c}{36-c^2}$;

qr.orioncentr.com.ua/T2FbF

3) $\frac{x}{x+y}-\frac{y}{x+y}$;

4) $\frac{27}{x-3}-\frac{x^3}{x-3}$;

5) $\frac{8}{a-2}-\frac{a^3}{a-2}$;

8) $\frac{x}{x^3+8}+\frac{y}{x^3+8}$;

9) $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3}-\frac{ab}{a^3+b^3}$;

10) $\frac{c^2}{b^3-c^3}+\frac{bc+b^2}{b^3-c^3}$.

160. Виконайте дії:

1) $\frac{y-2}{5}+\frac{3+y}{5}+\frac{1-y}{5}$;

2) $\frac{a^3}{a-c}-\frac{c^3}{a-c}$;

3) $\frac{64}{a-4}-\frac{a^3}{a-4}$;

4) $\frac{x}{x^3+y^3}+\frac{y}{x^3+y^3}$;

5) $\frac{x^2+y^2}{x^3+y^3}-\frac{xy}{x^3+y^3}$;

6) $\frac{y^2}{x^3-y^3}+\frac{xy+x^2}{x^3-y^3}$.

3) $\frac{a-3}{a+3}-\frac{a+3}{a-3}+\frac{12}{a}$;

6) $\frac{b+1}{(b-1)^2}+\frac{2}{1-b^2}-\frac{1}{b+1}$.

165. Виконайте дії:

1) $\frac{4y-2}{15}+\frac{3+3y}{25}+\frac{1-3y}{35}$;

2) $\frac{y}{xy-x^2}+\frac{x}{xy-y^2}$;

3) $\frac{1-t}{t^2-t}-\frac{t+1}{1-t^2}$;

4) $\frac{4}{t^2-9}-\frac{2}{t^2+3t}$.

166. Подайте у вигляді раціонального дробу:

1) $x+\frac{1}{x}$;

2) $3x+\frac{3}{x}$;

3) $\frac{1}{x^2}+4x$;

4) $\frac{7}{y}-y^2$;

5) $\frac{4-2a}{a}-2a$;

6) $\frac{b}{7-b}-9b$;

1) $\frac{3}{x-4}-\frac{3x}{(x-4)(x+3)}$;

2) $\frac{2}{x+1}+\frac{6-x}{x-4}-\frac{7x-x^2}{x^2-3x-4}$.

174*. Знайдіть такі значення a і b, за яких виконується рівність:

1) $\frac{1}{x^2-16}=\frac{a}{x+4}+\frac{b}{4-x}$;

2) $\frac{3}{x^3-1}=\frac{a}{x-1}-\frac{bx+2}{x^2+x+1}$.

175*. Доведіть, що значення виразу $\frac{2x^2}{x^2-1}-\frac{x^3+3}{x^2-1}+\frac{2}{x^2-1}$ не залежить від значень змінної x на її ОДЗ.

176*. Доведіть, що значення виразу $\frac{3y^2+3y}{2(y-1)^2}-\frac{9y+6}{2(y-1)^2}+\frac{9}{2(y-1)^2}$ не залежить від значень змінної y на її ОДЗ.

індивідуальне завдання — знайти компоненти дій із двома раціональними дробами. Заповніть таблицю 9, якщо відомо, що діти виконали його правильно.

Таблиця 9

Учні	Дріб 1	Дріб 2	Сума	Різниця
Сергій	$\frac{2}{x+3}$			$\frac{4x-1}{x(x+3)}$
Олена		$\frac{-1}{y+1}$		$\frac{y+2}{y^2-1}$

знаменників дробів відповідно	$\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}$	$\frac{2x}{3y}\cdot\frac{3y^2}{4x}$
Скорочуємо дріб і виконуємо множення	$=\frac{5\cdot\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}\cdot 4}=\frac{5}{8}$	$=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\cancel{x}\cdot\overset{1}{\cancel{3}}y^{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\,\cancel{y}\cdot\underset{2}{\cancel{4}}\,x^{\cancel{2}}}=\frac{1\cdot y}{1\cdot 2x}=\frac{y}{2x}$

Щоб знайти добуток двох раціональних дробів, потрібно:

1) знайти добуток знаменників даних дробів і записати його в знаменнику добутку;

2) знайти добуток чисельників даних дробів і записати його в чисельнику добутку.

Коротко це записують так: $\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{A\cdot C}{B\cdot D}$.

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \underbrace{\frac{A}{B}\cdot\frac{A}{B}\cdot\ldots\cdot\frac{A}{B}}_{n} = \frac{\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{n}}{\underbrace{B\cdot B\cdot\ldots\cdot B}_{n}} = \frac{A^n}{B^n}.$$

Запам'ятайте!

Щоб піднести раціональний дріб до степеня з натуральним показником n, можна піднести до цього степеня чисельник і знаменник даного дробу.

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}.$$

Якщо показник степеня дорівнює 1, то:

$$\left(\frac{A}{B}\right)^1 = \frac{A}{B}.$$

множення раціональних дробів	multipplying rational fractions	Multiplikation rationaler Brüchen	multiplication des fractions rationnelles

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило множення двох раціональних дробів.
2. Як піднести раціональний дріб до степеня з натуральним показником?

Усне тренування

1. Обчисліть $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$; $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^2$, якщо $a=5$, $b=-3$.

4) $\frac{5a}{b}\cdot\frac{3x}{y}$; 9) $\frac{2x}{3y}\cdot\frac{4y^2}{5b}$;

5) $\frac{3x}{7y}\cdot\frac{2a}{5b}$; 10) $\frac{3x}{7y}\cdot\frac{14a}{5x}$;

qr.orioncentr.com.ua/w1wXx

184°. Виконайте множення:

1) $\frac{5}{a}\cdot\frac{y}{3}$; 2) $\frac{5x}{6a}\cdot\frac{y}{3b}$; 3) $\frac{2x}{3b}\cdot\frac{4y}{5x^3}$; 4) $\frac{3x}{5a^4}\cdot\frac{2a^2}{15b}$.

185°. Знайдіть добуток дробів:

1) $\frac{x+1}{3}$ і $\frac{6}{(x+1)^2}$; 3) $\frac{2a+1}{8}$ і $\frac{16}{2+4a}$;

2) $\frac{5y-5}{7}$ і $\frac{21}{y-1}$; 4) $\frac{1-b}{5}$ і $\frac{20}{(b-1)^2}$;

190°. Піднесіть до степеня:

1) $\left(\frac{x^2}{6}\right)^2$; 4) $\left(\frac{5a}{b^2}\right)^3$; 7) $\left(-\frac{x^3}{8y^5}\right)^2$;

2) $\left(\frac{3}{y}\right)^3$; 5) $\left(\frac{2a^2}{3}\right)^3$; 8) $\left(-\frac{a^5}{6b^4}\right)^3$.

3) $\left(\frac{x}{2y}\right)^2$; 6) $\left(\frac{3a^2}{4b^4}\right)^3$;

qr.orioncentr.com.ua/Se8ng

191°. Піднесіть до степеня:

1) $\left(\frac{a^3}{4}\right)^2$; 2) $\left(\frac{7}{c^2}\right)^3$; 3) $\left(-\frac{5a}{b^3}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{3a^6}{b^3}\right)^3$.

199°. Сторона квадрата дорівнює $5xy$. Чому дорівнює площа:

1) $\frac{1}{15}$ квадрата; 2) $\frac{2}{25}$ квадрата; 3) 0,15 квадрата?

200°. Запишіть замість * такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:

1) $\frac{2a^3}{5}\cdot\frac{*}{8a^2}=\frac{3ab}{20}$; 2) $\frac{6y^4}{*}\cdot\frac{8}{15y^3}=\frac{4}{5xy}$.

201°. Запишіть замість * такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:

1) $\frac{4x}{7}\cdot\frac{*}{8a^2}=\frac{3ax}{2}$; 2) $\frac{5c^3}{*}\cdot\frac{9}{35c^5}=\frac{3}{14c^2x}$.

207*. Спростіть вираз:

1) $\left(\frac{x+5}{5x-1}+\frac{x+5}{x+1}\right)\cdot\frac{1-5x}{x^2+5x}+\frac{x^2+5}{x+1}$;

2) $\left(\frac{a-3}{7a-4}-\frac{a-3}{a-4}\right)\cdot\frac{7a-4}{9a-3a^2}+\frac{a^2-14}{4-a}$.

208*. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{y^2-xy}{x+y}\right)^2\cdot\left(\frac{x+y}{(x-y)^2}+\frac{x+y}{xy-y^2}\right)+\frac{x}{x+y}$;

2) $\frac{x^3-y^3}{2y}\cdot\left(\frac{2y}{4-2y-2x+xy}+\frac{2xy+4y}{(x-y)(x^2-4)}\right)$.

щоб поділити звичайні дроби, потрібно ділене помножити на дріб, обернений до дільника.

qr.orioncentr.com.ua/pM2hl



Чи можна таке саме правило застосувати, щоб поділити один раціональний дріб на інший?



Так.

З доведенням можна ознайомитись, перейшовши за посиланням.

qr.orioncentr.com.ua/JKQTK

$$\frac{\cancel{4}^{2}\cancel{a}b^{\cancel{4}^{2}}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}\cancel{x}\cancel{y}^{3}}{\cancel{3}\cancel{x}\cancel{y}}=\frac{2b^2\cdot 3}{}=\frac{}{6b^2}.$$

2. Подаємо ділене $(x-1)$ як дріб: $\frac{x-1}{1}$.

Застосовуємо правило ділення раціональних дробів:

$$(x-1):\frac{x^2-1}{3x}=\frac{x-1}{1}\cdot\frac{3x}{x^2-1}=\frac{(x-1)\cdot 3x}{x^2-1}.$$

Скорочуємо одержаний дріб:

$$\frac{(x-1)\cdot 3x}{x^2-1}=\frac{3x\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\frac{3x}{x+1}.$$

Ланцюгові дроби можуть бути скінченними і нескінченними. Число можна подати як скінченний ланцюговий дріб тоді й тільки тоді, коли воно є раціональним.

За допомогою ланцюгового дробу можна виразити довжину року:

$$1 \text{ рік} = 365{,}2421988\ldots \text{ діб} = 365 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \ldots}}}}$$

Звідси одержуємо послідовність дробів: $365;\ 365\frac{1}{4};\ 365\frac{7}{29};\ 365\frac{8}{33};\ 365\frac{31}{128}, \ldots$

Пригадайте головне

1. Як знайти раціональний дріб, обернений до даного?
2. Сформулюйте правило ділення раціональних дробів.

Усне тренування

1. Обчисліть: $\frac{3}{7} : \frac{6}{7};\ \frac{2}{5} : \frac{5}{8};\ \frac{8}{25} : \frac{5}{8};\ \frac{7}{15} : 5;\ 4 : \frac{1}{2}$.
2. Обчисліть: $1 : 5\frac{1}{6};\ 9\frac{3}{5} : \frac{5}{9};\ 1\frac{7}{11} : 3\frac{3}{11}$.
3. Знайдіть дріб, обернений до даного:

$\frac{1}{ab};\ \frac{2x}{y^2};\ (x+1);\ \left(\frac{2x+1}{x-5}\right)^2$.

1) $\frac{}{5} : \frac{}{2}$; 3) $\frac{}{5a} : \frac{}{35ab}$; 5) $\frac{}{a^3b^3} : \frac{}{a^2b^2}$;

2) $\frac{1}{3x} : \frac{5}{12x}$; 4) $\frac{7a}{2b} : \frac{14a}{5}$; 6) $\frac{6x^2y^4}{7} : \frac{18xy^5}{35}$.

215°. Знайдіть частку дробів:

1) $\frac{x+1}{3}$ і $\frac{x+1}{15}$;

2) $\frac{5y-5}{7}$ і $\frac{y-1}{28}$;

3) $\frac{2a+1}{8}$ і $\frac{4a+2}{16}$;

4) $\frac{1-b}{5}$ і $\frac{(b-1)^2}{25}$;

5) $\frac{3-6y}{14}$ і $\frac{2y-1}{42}$;

6) $\frac{1-3x}{18}$ і $\frac{9x-3}{42}$.

qr.orioncentr.com.ua/jbZEU

220°. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює P. Знайдіть сторону трикутника, якщо:
1) $P = 9a$; 2) $P = 15a$; 3) $P = 51a$; 4) $P = 66a$.

221°. Периметр квадрата дорівнює P. Знайдіть сторону квадрата, якщо:
1) $P = 4a$; 2) $P = 3a$; 3) $P = 32a$; 4) $P = 56a$.

222°. Периметр квадрата дорівнює P. Знайдіть сторону квадрата, якщо:
1) $P = 8b$; 2) $P = 9b$; 3) $P = 36b$; 4) $P = 52b$.

223°. Одна група, рухаючись із середньою швидкістю v км/год, подолала 18 км, а інша — проходила за 1 год на 0,5 км більше і пройшла 21 км. У скільки разів час

2) $\dfrac{10b^2-10ab}{9a^2+9ad}:\dfrac{5ab}{3d^2+3ad}$; 4) $\dfrac{8}{9}\left(\dfrac{x-2}{x-1}\right)^2:\dfrac{(4-2x)^3}{(3-3x)^2}$.

229. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{16a^2b^2}{5xy}:\dfrac{12ab^3}{25x^2y^3}\cdot\dfrac{3a^2}{4y}$; 2) $\dfrac{x^2+y^2+2xy}{x^3-y^3}:\dfrac{x^2-y^2}{xy+x^2+y^2}$.

230. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{x^3+y^3}{x-y}:\dfrac{x+y}{x^3-y^3}$; 2) $\dfrac{a^2+ab}{a^2+b^2}:\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^4-b^4}$.

231. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{x^4-y^4}{x^2+y^2-2xy}:\dfrac{y+x}{(x-y)^2}$; 2) $\dfrac{a^2+b^2-ab}{x^2-y^2}:\dfrac{a^3+b^3}{x^2+y^2-2xy}$.

§ 7. РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Що таке раціональне рівняння?

Ситуація. Група велосипедистів на поїздку з міста A до міста B і назад витратила загалом 4 год 15 хв. Відстань між цими містами — 36 км. З якою швидкістю рухалися велосипедисти з міста A до міста B, якщо на зворотному шляху вони їхали зі швидкістю, на 2 км/год меншою?

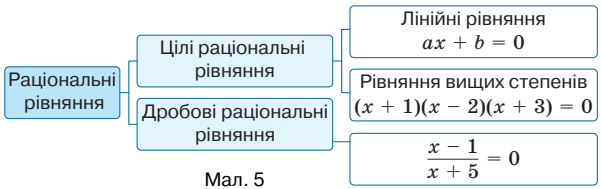


qr.orioncentr.com.ua/B7OJT

Запам'ятайте!

Рівняння називається *раціональним*, якщо обидві його частини — раціональні вирази.

Раціональні рівняння так само, як і раціональні вирази, поділяють на цілі та дробові (мал. 5). Один із видів цілих раціональних рівнянь — це лінійні рівняння.



Мал. 5

$\frac{x}{x} - \frac{x}{x-2} = 1$ є дробовими раціональними рівняннями.

Пригадайте, що рівняння, які мають одні й ті самі корені, називають *рівносильними*. Розглянемо приклади (табл. 12).

Таблиця 12

Рівняння 1	Рівняння 2	Корені рівняння 1	Корені рівняння 2	Чи рівносильні рівняння?
$\frac{5}{x} = 1$	$\frac{5-x}{x} = 0$	5	5	Рівняння є рівносильними
$\frac{x(x-5)}{x} = 0$	$x(x-5) = 0$	5	0 і 5	Рівняння не є рівносильними

Задача 2 Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{x-3}-\frac{4}{x+1}=\frac{12}{(x+1)(x-3)}$.

Розв'язання

1. Знаходимо ОДЗ змінної рівняння:

x — будь-яке число, крім -1 і 3.

qr.orioncentr.com.ua/4QSb5

2. Переносимо дріб із правої частини рівняння в ліву з протилежним знаком:

$$\frac{x}{x-3}-\frac{4}{x+1}-\frac{12}{(x+1)(x-3)}=0.$$

Задача 3 Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{1-x}=\frac{5}{3}$.

Розв'язання ОДЗ: x — будь-яке число, крім 1.

Застосувавши основну властивість пропорції, одержимо:

$$3x=5(1-x),\ 3x=5-5x,$$

$$3x+5x=5,\ 8x=5,$$

$$x=\frac{5}{8}=0{,}625.$$

Число $0{,}625$ належить до ОДЗ змінної початкового рівняння, тому є коренем цього рівняння.

Отже, $x=0{,}625$.

фавіту (x, y або z) ми завдячуємо співвітчизнику Вієта — відомому французькому математику Рене Декарту.



Франсуа Вієт

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/A6Y9r

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
дробово-раціональне рівняння	fractional-rational equation	bruch-rationale Gleichung	équation rationnelle fraction-naire

2) $3x^2-4=8x+5$; 4) $\frac{x-1}{3}=4$?

236'. Чи правильно застосовано основну властивість до пропорції $\frac{3}{x}=\frac{y}{c}$:

1) $3y=xc$; 2) $3x=yc$; 3) $3c=xy$; 4) $3+c=x+y$?

237°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(x-4)=0$;
2) $x(1-3x)=0$;
3) $(x+1)(x-4)=0$;
4) $(x+2)(5x-1)=0$;
5) $x^2-6x=0$;
6) $x^2+5x=0$;
7) $x^2-4=0$;
8) $50-2x^2=0$.

qr.orioncentr.com.ua/3nz3Q

2) $\frac{x-3}{x^2-3x}=0$; 4) $\frac{x+5}{x^2+5x}=0$; 6) $\frac{1-3x}{3x^3-x^2}=0$.

243°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x}{x+1}=0$; 2) $\frac{x-4}{4x}=0$; 3) $\frac{x}{x^2-x}=0$; 4) $\frac{x+3}{x^2+3x}=0$.

244°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-1}{x^2-1}=0$; 2) $\frac{x+2}{x^2-4}=0$; 3) $\frac{2x+2}{x^2-1}=0$; 4) $\frac{3x-6}{x^2-4}=0$;

5) $\frac{x^2-1}{x-1}=0$; 7) $\frac{x^2-16}{x-4}=0$;

6) $\frac{x^2-4}{x-2}=0$; 8) $\frac{x^2-16}{3x+12}=0$.

qr.orioncentr.com.ua/jyQiw

Застосуйте основну властивість пропорції та розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2}{3x}=\frac{8}{21}$; 3) $\frac{x}{4+x}=\frac{4}{5}$; 5) $\frac{x-2}{1+x}=\frac{3}{4}$;

2) $\frac{x-2}{4x}=\frac{5}{8}$; 4) $\frac{3x}{5-x}=\frac{3}{5}$; 6) $\frac{2-3x}{3-x}=\frac{7}{8}$.

249. Чи є рівносильними рівняння:

1) $\frac{x-1}{2}=2{,}5$ і $x-1=5$; 4) $\frac{x^2-3x}{3}=x$ і $\frac{x-3}{3}=1$;

2) $\frac{2}{x-2}=2$ і $\frac{1}{2-x}=1$; 5) $\frac{|x-1|}{3}=4$ і $x-1=12$;

3) $\frac{4-x}{x-1}=0$ і $4-x=0$; 6) $\frac{1}{5}|x|=2{,}2$ і $|x|=11$?

$x^2-6x \quad 2x^2-72 \quad 2x^2+12x$;

3) $\dfrac{x}{4+x}-\dfrac{4+x}{x-4}=\dfrac{64}{16-x^2}$;

4) $\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{4}{x+1}=\dfrac{x-1}{(x+3)(x+1)}$.

255. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x+\dfrac{3x-5x^2}{5x^2+9}+2=4x+1$; 3) $\dfrac{x}{3-x}+\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{15}{x^2-9}$;

2) $\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{2x}{x^2-x-6}$; 4) $\dfrac{4}{2-x}+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{3x}{(x-2)(x+1)}$.

256. Відстань між двома містами дорівнює 50 км. Із цих міст одночасно назустріч один одному виїхали велосипедист і мотоцикліст. Вони зустрілися на відстані

$\dfrac{x^2-3x-4}{x+4}=0$ має один корінь.

263*. *Задача Безу*. Одного разу чоловік купив коня, а через деякий час продав його за 24 пістолі. Під час продажу він втратив таке саме число відсотків, яке дорівнює початковій ціні коня. Скільки пістолів коштував кінь?

Проявіть компетентність

264. На кондитерській фабриці за зміну випікають 180 тортів. Перша бригада випікає за зміну 100 тортів, а друга — 80 тортів. Скільки тортів у середньому за 1 год випікає кожна бригада, якщо відомо, що перша бригада за 1 год випікає на 2 торти більше, ніж друга? Скільки годин триває зміна?



Чи можна малі числа записати за допомогою степеня з основою 10?

Так.



Для цього використовують числа, обернені до степенів числа 10.

Домовилися, що число, обернене до числа 10, можна записати як степінь, у якого основа 10, а показник дорівнює -1:

$$\frac{1}{10} = 10^{-1}.$$



Чому в означенні степеня із цілим від'ємним показником є обмеження $a \neq 0$?

Тому що на нуль ділити не можна.



Щоб піднести звичайний дріб до степеня із цілим від'ємним показником, можна скористатися такими формулами:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = a,\ a \neq 0, \qquad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n,\ a \neq 0,$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a},\ a \neq 0,\ b \neq 0, \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n},\ a \neq 0,\ b \neq 0.$$

Перші два випадки ви докладно вивчили. Визначимо степінь із показником 0.

Запам'ятайте!

Для будь-якого раціонального числа a ($a \neq 0$):

$$a^0 = 1.$$

Наприклад, $25^0 = 1$, $(-25)^0 = 1$, $\left(\frac{1}{25}\right)^0 = 1$, $\left(-\frac{9}{25}\right)^0 = 1$.

$0^n = 0$, якщо n — натуральне число.

Вираз 0^{-n} (n — натуральне число) не має змісту.

мікро	малий	мк	0,000001	10^{-6}
нано	карлик	н	0,000000001	10^{-9}

Наприклад, 1000 м = 1 км, 0,000000001 м = 1 нм.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/PKw3u

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
степінь з від'ємним показником	degree with a negative exponent	Grad mit negativem Exponenten	puissance avec un exposant négatif

Таблиця 14

Степінь	2^{-2}		7^0		$(-5)^3$		9^{-4}	
Основа степеня		-5		10		0,8		1
Показник степеня		-4		-3		0		-1

269°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{22}$; 7) $\frac{1}{451}$; 9) $\frac{1}{x}$; 11) $\frac{1}{c}$;

2) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{17}$; 6) $\frac{1}{100}$; 8) $\frac{1}{m}$; 10) $\frac{1}{p}$; 12) $\frac{1}{k}$.

270°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{1}{345}$; 4) $\frac{1}{1000}$; 5) $\frac{1}{b}$; 6) $\frac{1}{y}$.

275°. Запишіть як степінь з основою 2:

1) 8; 2) 1; 3) 2; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{4}$; 6) $\frac{1}{16}$; 7) $\frac{1}{32}$; 8) $\frac{1}{64}$.

276°. Запишіть числа 0,00001, $\frac{1}{1000}$, 0,01, $\frac{1}{10}$, 1, 10, 100, 1000, 1 000 000 000 як степінь з основою: 1) 10; 2) $\frac{1}{10}$.

277°. Запишіть як степінь з основою 3:

1) 27; 2) 1; 3) 3; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{9}$; 6) $\frac{1}{81}$.

278°. Якому з виразів дорівнює a^{-8}:

1) $\frac{1}{a^{-8}}$; 2) $\frac{1}{a^8}$; 3) $-a^8$; 4) $-8a$?

1) 2; 3) 10; 5) $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{1}{10}$; 9) $\frac{1}{100}$;

2) 5; 4) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{1}{6}$; 8) $-\frac{1}{10}$; 10) $-\frac{1}{100}$.

288°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$; 5) $\left(-\frac{4}{11}\right)^{-9}$; 7) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-10}$;

2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-5}$; 4) $\left(\frac{1}{19}\right)^{-2}$; 6) $\left(-\frac{1}{21}\right)^{-31}$; 8) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-3}$.

289°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-6}$; 4) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-8}$; 5) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-5}$.

294°. Порівняйте значення виразів:

1) 5^5 і 5^0; 3) 3^{-5} і $\frac{1}{3^{-5}}$;

2) $(-7)^5$ і 7^0; 4) 9^{-6} і 100^0.

295°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:

1) $(-8)^0$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; 5) $(-11)^{-6}$; 7) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}$;

2) 10^0; 4) $(-3)^5$; 6) $(-4)^4$; 8) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$?

296°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:

1) 2^{-5}; 2) 8^0; 3) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-6}$; 4) $(-3)^3$?

301. Запишіть як добуток степенів чисел:

1) $\frac{2}{9^7}$; 2) $\frac{6}{8^8}$; 3) $\frac{13^2 \cdot 15^7}{11^{10}}$; 4) $\frac{1}{3^8 \cdot 5^9 \cdot 8^{16}}$.

302. Запишіть у порядку збільшення числа:

$$0{,}2^2,\ 0{,}2^{-1},\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-3},\ 2^4,\ -5^6.$$

303. Обчисліть:

1) $5 \cdot 9^0 + (1{,}5)^{-1}$;

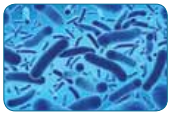
2) $\left(5\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$;

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \cdot 2^{-4}$;

4) $-(-2{,}5)^{-2} \cdot \left(3\frac{1}{8}\right)^{-1}$.

ІЗ ЦІЛИМИ ПОКАЗНИКАМИ

1. Властивості степенів з однаковими основами



qr.orioncentr.com.ua/Wkjdo

Ситуація. Катерина дізналася, що для виробництва йогурту використовують болгарську паличку — підвид молочнокислих бактерій. Ці бактерії мають розміри $5 \cdot 10^{-4}$ мм $\times$ $2 \cdot 10^{-3}$ мм (ширина і довжина). Катерина вирішила знайти наближену площу, яку займає ця бактерія, за формулою площі прямокутника:

$$5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 10 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}.$$

Але отриманий добуток її дещо спантеличив.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

Спробуйте довести істинність цих формул самостійно.

Задача 1 Спростіть вираз:

1) $b^{-12} \cdot b^{-8}$; 2) $b^{-12} : b^{-8}$; 3) $\dfrac{(a^5)^{-3} \cdot a^{-5}}{a^0 \cdot (a^{-2})^8}$.

Розв'язання

1) $b^{-12} \cdot b^{-8} = b^{-12+(-8)} = b^{-20}$; 2) $b^{-12} : b^{-8} = b^{-12-(-8)} = b^{-4}$;

3) $\dfrac{(a^5)^{-3} \cdot a^{-5}}{a^0 \cdot (a^{-2})^8} = \dfrac{a^{-15} \cdot a^{-5}}{1 \cdot a^{-16}} = \dfrac{a^{-20}}{a^{-16}} = a^{-20-(-16)} = a^{-4}$.

2) $\dfrac{36^{-3}}{9^{-3}} = \left(\dfrac{36}{9}\right)^{-3} = 4^{-3} = \dfrac{1}{4^3} = \dfrac{1}{64}$;

3) $\dfrac{35^4 \cdot 90^{-2}}{63^3 \cdot 18^{-5}} = \dfrac{(7 \cdot 5)^4 \cdot (9 \cdot 5 \cdot 2)^{-2}}{(9 \cdot 7)^3 \cdot (9 \cdot 2)^{-5}} = \dfrac{7^4 \cdot 5^4 \cdot 9^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 2^{-2}}{9^3 \cdot 7^3 \cdot 9^{-5} \cdot 2^{-5}} =$

$= 7^{4-3} \cdot 5^{4+(-2)} \cdot 9^{-2-3-(-5)} \cdot 2^{-2-(-5)} = 7 \cdot 5^2 \cdot 9^0 \cdot 2^3 = 7 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 8 = 1400.$

3. Стандартний вигляд числа

Під час вивчення фізики, біології, хімії, астрономії досить часто оперують величинами, числові значення яких досить великі або досить малі.

qr.orioncentr.com.ua/ZME98

2) $0{,}08 = 8 \cdot 10^{-2}$;
3) $34{,}6 \cdot 10^{5} = 3{,}46 \cdot 10^{6}$.

Виконуючи дії з числами, записаними в стандартному вигляді, використовуйте властивості степенів.

Задача 4 Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:
1) $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ і $2 \cdot 10^{-3}$; 2) $4{,}2 \cdot 10^{4}$ і $7 \cdot 10^{3}$.

Розв'язання

1. Дані числа мають однаковий порядок. Тоді:

$2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} = (2{,}5 + 2) \cdot 10^{-3} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$;

$2{,}5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} = (2{,}5 - 2) \cdot 10^{-3} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-4}$;

$2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = (2{,}5 \cdot 2) \cdot (10^{-3} \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{-6}$;

$$2{,}5 \cdot 10^{-3} : \left(2 \cdot 10^{-3}\right) = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}25 \cdot 10^{0}.$$

галузі електроніки та інформаційних технологій. У 1965 р. на одному чіпі можна було вмістити лише 30 транзисторів, у 1971 р. — 2000 транзисторів. Нині один чіп містить близько 40 млн транзисторів завбільшки 130–180 нанометрів. Ці результати зробили складну електронну та комп'ютерну техніку доступною для більшості споживачів.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/vXlMZ

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
стандартний вигляд числа	the standard form of a number	die standardform einer Zahl	la forme standard d'un nombre

310'. Яка з формул є правильною:

1) $a^n + a^m = a^m + a^n$; 3) $a^n + a^m = a^n \cdot a^m$;
2) $a^n + a^m = a^n : a^m$; 4) $a^n + a^m = a^{nm}$?

311'. Яка з формул є правильною:

1) $a^n : a^m = a(n - m)$; 3) $a^n : a^m = a^{n:m}$;
2) $a^n : a^m = \frac{m}{n}$; 4) $a^n : a^m = a^{n-m}$?

312'. Яка з формул є правильною:

1) $a^{n-m} = a^n - a^m$; 3) $a^{n-m} = a^n : a^m$?
2) $a^{n-m} = a^{n:m}$;

313'. Яка з формул є правильною:

1) $(a^m)^n = a^{mn}$; 3) $(a^m)^n = a^{m+n}$;
2) $(a^m)^n = a^{m-n}$; 4) $(a^m)^n = a^m a^n$?

4) $a^4 \cdot a^8$; 8) $a^{-7} \cdot a \cdot a^7$; 12) $a^{-10} \cdot a^0 \cdot a^{-6} \cdot a^{24}$.

321°. Спростіть вираз:

1) $x^{-3} \cdot x^{-10}$; 3) $x^{-3} \cdot x^{10}$; 5) $x^0 \cdot x \cdot x^{-1}$;
2) $x^3 \cdot x^{-10}$; 4) $x^3 \cdot x^{10}$; 6) $x^{-32} \cdot x^{-65} \cdot x^{42} \cdot x^{75}$.

322°. Запишіть як добуток степенів:

1) 10^{-1+m}; 3) 8^{-4+m}; 5) $5^{-p+1+(-n)}$;
2) $9^{-1+(-p)}$; 4) 6^{-m+n}; 6) 10^{-2+3n}.

323°. Запишіть як добуток степенів:

1) 6^{-4+x}; 3) 12^{-8+n};
2) $2^{7+(-x)}$; 4) $3^{-p+(-n)}$.

324°. Яка з рівностей є правильною:

1) $3^{-8} : 3^2 = 1^{-6}$; 3) $3^{-8} : 3^2 = 3^{-6}$;
2) $3^{-8} : 3^2 = 3^{-4}$; 4) $3^{-8} : 3^2 = 3^{-10}$?

2) $\frac{}{7^{10}}$; 4) $\frac{}{7^{10}\cdot 7^{-8}}$; 6) $\frac{}{7^{9}\cdot 7^{-8}}$.

331°. Запишіть як степінь з основою 8:

1) $\frac{8^{-2}\cdot 8}{8^{-8}}$; 3) $\frac{8^{-4}\cdot 8^{12}}{8^{3}}$; 5) $\frac{8^{-8}\cdot 8^{-2}}{8\cdot 8^{-5}}$;

2) $\frac{8^{-5}\cdot 8^{15}}{8^{-10}}$; 4) $\frac{8^{-10}\cdot 8^{4}}{8^{15}\cdot 8^{-12}}$; 6) $\frac{8^{-6}\cdot 8^{13}}{8^{7}\cdot 8^{-3}}$.

332°. Спростіть вираз:

qr.orioncentr.com.ua/BB4k5

1) $a^{-25} : a^{-12} \cdot a^{-12}$;
2) $a^{40} \cdot a^{-30} : a^{10}$;
3) $a^{-32} : a^{2} : a^{-14}$;
4) $a^{0} \cdot a : a^{-9} \cdot a^{11}$;
5) $a : a^{-7} \cdot a^{-1} : a^{5}$;
6) $a \cdot a^{-5} : a^{-4} : a^{8}$;
7) $m^{6} : m^{-13} \cdot m^{-7}$;
8) $m^{-9} : m^{2} \cdot m^{-2} : m^{9}$.

7) $b^{-12} \cdot a^{-12}$; 14) $\frac{}{a^{-1}b^{-1}}$; 16) $\frac{}{a^{-10}c^{-10}}$.

337°. Запишіть як степінь:

1) $7^{-7} \cdot 10^{-7}$; 3) $15^{-10} \cdot 3^{-10}$; 5) $z^{-3} \cdot x^{-3} \cdot y^{-3}$;

2) $7^{-7} : 10^{-7}$; 4) $15^{-10} : 3^{-10}$; 6) $\frac{a^{-7}c^{-7}}{x^{-7}}$.

338°. Запишіть як степінь з основою 30:

1) $3^{-5} \cdot 10^{-5}$; 4) $2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-3}$; 7) $15^{-4} \cdot 4^{-4} : 2^{-4}$;
2) $6^{-9} \cdot 5^{-9}$; 5) $60^{-1} : 2^{-1}$; 8) $40^{-11} : 4^{-11} \cdot 3^{-11}$;
3) $2^{-6} \cdot 15^{-6}$; 6) $900^{-2} : 30^{-2}$; 9) $120^{-3} : 4^{-3} \cdot 17^{0}$.

339°. Запишіть як степінь з основою 12:

1) $2^{-2} \cdot 6^{-2}$; 3) $2^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}$; 5) $5^{-15} \cdot 24^{-15} : 10^{-15}$;
2) $3^{-10} \cdot 4^{-10}$; 4) $36^{-1} : 3^{-1}$; 6) $8^{-4} \cdot 3^{-4} \cdot 0{,}5^{-4}$.

3) 207; 8) 0,000075; 13) $0{,}00027 \cdot 10^{-2}$;
4) 0,02; 9) $91 \cdot 10^{3}$; 14) $0{,}00011 \cdot 10^{3}$;
5) 0,38; 10) $482 \cdot 10^{-5}$; 15) $0{,}305 \cdot 10^{-2}$.

344°. Порівняйте числа:
1) $8 \cdot 10^{-5}$ і $1{,}1 \cdot 10^{-5}$; 3) $3{,}1 \cdot 10^{-2}$ і $1{,}2 \cdot 10^{-2}$;
2) $2{,}5 \cdot 10^{8}$ і $3 \cdot 10^{8}$; 4) $4{,}1 \cdot 10^{10}$ і $2 \cdot 10^{10}$;
5) $1{,}8 \cdot 10^{-15}$ і $1{,}5 \cdot 10^{-15}$; 6) $1{,}25 \cdot 10^{9}$ і $4 \cdot 10^{9}$.
Знайдіть суму і добуток чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

345°. Порівняйте числа:
1) $5 \cdot 10^{-7}$ і $1{,}2 \cdot 10^{-7}$; 2) $3{,}1 \cdot 10^{4}$ і $3 \cdot 10^{4}$.
Знайдіть суму, різницю і добуток чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

350. Запишіть як степінь:
1) $(a^{-8})^{n} : (a^{n})^{-1}$; 5) $(a^{-15}a^{-4})^{3} : (a^{10}a^{3})^{-2}$;
2) $(a^{m})^{-n} \cdot (a^{n})^{p}$; 6) $(a^{15}\,a^{-4})^{3} \cdot (a^{-10}\,a^{3})^{2}$;
3) $(a^{-15} : a^{4})^{-3} \cdot (a^{10} : a^{3})^{-2}$; 7) $(a^{-2+n})^{-n} \cdot a^{n(1-n)} : (-a)^{-2n}$;
4) $(a^{-15}a^{4})^{3} : (a^{10}a^{-3})^{-2}$; 8) $(a^{-n})^{n} \cdot a^{-(2+n)(2-n)} : a^{-4}$.

351. Знайдіть x, якщо:
1) $a^{-1}b^{24} = a^{5}b^{-8} \cdot x$; 4) $1{,}9^{21} = (1{,}9^{-3})^{-x}$;
2) $a^{-1}b^{-1} = x : ab$; 5) $(4{,}5)^{-20} = (4{,}5^{-x})^{5}$.
3) $a^{-7}b^{26} = x : b^{-16}$;

352. Знайдіть x, якщо:
1) $a^{2}b^{-14} = a^{-14}b \cdot x$; 3) $3^{-36} = (3^{-x})^{9}$;
2) $b^{-50} = a^{-100}b^{100} : x$; 4) $6^{-14} = (6^{x})^{2}$.

5) $15^{-6} = x \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3$;

6) $\left(0{,}6^{-5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5^{-3}}\right)^5 \cdot x$;

7) $(0{,}4 \cdot 3)^{-8} \cdot 0{,}05^8 = x \cdot 6^{-8}$;

12) $\left(\frac{7}{x}\right)^{-8} = \left(\frac{25}{49}\right)^8$;

13) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5x^3$;

14) $x = \left(1\frac{1}{3}\right)^{-3} - 0{,}75^3$.

360. Знайдіть x. Подайте відповідь у вигляді степеня.

1) $(15 \cdot 8 \cdot 40^0)^{-12} = x \cdot 100^{-6}$;

2) $(5 \cdot 8)^{-8} \cdot (0{,}2^{-2})^4 = x^{-1} \cdot 4^{-12}$;

3) $\left(0{,}375x\right)^6 = \left(2\frac{2}{3}\right)^{-6}$;

4) $3{,}6^{-10} = x \cdot 4^{-5} \cdot 9^{-10}$.

5) $\left(1\frac{1}{6}\right)^{-4} = x \cdot 0{,}49^{-2}$;

6) $x = \frac{25^4 \cdot 0{,}5^{-4}}{10^{-2} \cdot 8^0}$.

3) $\left(\left(x^3 \cdot x^{-7}\right)^{-5} \cdot x^{-1}\right)^{10}$;

6) $\left(a \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right)^{-1} : \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot b\right)^2$.

366*. Розв'яжіть рівняння:

1) $5^3 \cdot x^{-3} \cdot (-x)^3 = 0$;

2) $3x^{-7} = 0$;

3) $3^4 x^{-1} = \left(5\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 4^8$;

4) $5x^{-1} = \left(\frac{36^{-2} \cdot 2^3}{8{,}1^{-1}}\right)^2$;

5) $\left(0{,}25 - x^{-2}\right) \cdot \left(\left(\frac{1}{15}\right)^{-2} - 30^2 \cdot 0{,}5^2\right) = 0$;

6) $(10{,}24 - x^2) \cdot (4^{-3} - 8^{-2}) = 32^3$.



qr.orioncentr.com.ua/6cB6T

Ситуація. Діти проводили дослідження індексу маси тіла (ІМТ) дорослих членів своєї родини. Цей показник був розроблений Ламбертом Адольфом Жекутом на початку XIX століття й став одним із способів оцінки здоров'я людини, яким користуються донині. Діти скористалися формулою: $\text{ІМТ} = \frac{m}{h^2}$, де m — маса тіла в кілограмах, а h — зріст у метрах.



Чи можна раціональний вираз у правій частині формули подати інакше?

Так.



Справді, $\frac{1}{h^2} = h^{-2}$, тому $\text{ІМТ} = mh^{-2}$.

Застосуємо другу і третю з наведених властивостей піднесення раціонального виразу до степеня з цілим показником.

1) $\left(\frac{1}{2nm}\right)^{-1} = 2nm.$

2) $\left(\frac{x}{y+z}\right)^{-3} = \left(\frac{y+z}{x}\right)^{3} = \frac{(y+z)^3}{x^3}.$

3) $\left(\frac{x^{-3}\cdot a^{-5}}{c^4\cdot y^6}\right)^{0} = 1.$

Піднесення раціональних виразів до степеня з цілим показником, як і виконання інших перетворень раціональних виразів, здійснюється на ОДЗ змінних даних виразів.

Піднесемо його до даного степеня: $= \left(a^{-4}b^{4}\right)^{-2} = a^{8}b^{-8}$.

Другий спосіб.

Вираз у дужках піднесемо до даного степеня: $\left(\frac{a^{-3}b^{2}}{b^{-2}a}\right)^{-2} = \frac{a^{6}b^{-4}}{b^{4}a^{-2}} =$

Спростимо одержаний вираз: $= a^{6-(-2)}b^{-4-4} = a^{8}b^{-8}$.

Третій спосіб.

Позбудемось від'ємного показника степеня даного виразу: $\left(\frac{a^{-3}b^{2}}{b^{-2}a}\right)^{-2} = \left(\frac{b^{-2}a}{a^{-3}b^{2}}\right)^{2} =$

Спростимо одержаний вираз: $= \frac{b^{-4}a^{2}}{a^{-6}b^{4}} = a^{2-(-6)}b^{-4-4} = a^{8}b^{-8}$.

Розв'язання

Формула	Перетворення
Квадрат різниці	$(x^{-3} - 2)^2 = x^{-6} - 4x^{-3} + 4$
Різниця квадратів	$(x^{-3} - 2)(x^{-3} + 2) = x^{-6} - 4$
Різниця кубів	$(x^{-3} - 2)(x^{-6} + 2x^{-3} + 4) = x^{-9} - 8$

Нерідко доводиться виносити за дужки степінь із цілим показником. Для цього потрібно кожний доданок у дужках поділити на вираз, що виноситься за дужки.

Задача 4 Дано вираз $y^{-5} - xy^{5} + 5$. Винесіть за дужки: 1) y^{-1}; 2) y^{-5}.

Словничок qr.onoscenti.com.ua/Q3gPM

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
перетворення виразу	expression transformation	einen Ausdruck umwandeln	transformation d'expression

Пригадайте головне

1. Сформулюйте властивість піднесення раціональних виразів до степеня з цілим від'ємним показником.
2. Сформулюйте властивість піднесення раціональних виразів до степеня з показником 0.
3. Сформулюйте властивості піднесення раціональних виразів до степеня з цілим показником.

373°. Якому з виразів дорівнює вираз $\frac{}{m^{-3}}$:

1) $-3\frac{n}{m}$; 2) nm^3; 3) $\frac{m^3}{n}$?

374'. Чи є правильною рівність:

1) $(b+a)^0=1$; 3) $\left(\frac{1}{5+y}\right)^1=0$;

2) $(9-x^2)^0=1$; 4) $\left(\frac{y^3}{z^2-x^2}\right)^0=1$?

375°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

1) $(a-6)^{-1}$; 3) $(ad-b)^{-1}$; 5) $(x^2-y^2)^{-1}$;
2) $(n-m)^{-1}$; 4) $(x^2-4)^{-1}$; 6) $(xyz-1)^{-1}$.

2) $(10+m)^{-7}$; 7) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5}$;

3) $(x^2-1)^{-6}$; 8) $\left(-\frac{a}{b}\right)^{-2}$;

4) $(a-c)^{-8}$; 9) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-6}$; 11) $\left(-\frac{p}{n}\right)^{-10}$;

5) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-5}$; 10) $\left(-\frac{2}{c}\right)^{-3}$; 12) $\left(-\frac{3}{z}\right)^{-3}$.

379°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

1) $(2-m)^{-5}$; 3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-9}$; 5) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$;

2) $(x^3+y)^{-7}$; 4) $\left(\frac{1}{m}\right)^{-8}$; 6) $\left(-\frac{x}{y}\right)^{-3}$.

qr.orioncentr.com.ua/ubQng

1) $x^{-1}y^{-10}$; 3) ba^{-4}; 5) $\frac{1}{z^{-4}}$; 7) $\frac{1}{x^{-5}y^{-1}}$;

2) $xy^{-20}z^{-30}$; 4) $\frac{1}{y^{-1}}$; 6) $\frac{a^{-3}}{b^9}$; 8) $\frac{a^9n^{-4}}{m^{-15}c^{-5}}$.

384°. Запишіть як добуток степенів:

1) $\frac{n^2}{m^3}$; 3) $\frac{b^2}{a^3c^2}$; 5) $\frac{b^2}{a^3c^2}$; 7) $\frac{4}{mpn}$;

2) $\frac{y}{x}$; 4) $\frac{b}{na^5}$; 6) $\frac{a^5c^3}{bd}$; 8) $\frac{1}{ac^2b^2}$.

385°. Запишіть як добуток степенів:

1) $\frac{2}{a}$; 2) $\frac{x}{y^8}$; 3) $\frac{b^2}{a^{10}}$; 4) $\frac{n^4}{m^5p^3}$; 5) $\frac{1}{abc}$; 6) $\frac{ax^3}{c^2y^4}$.

388°. Піднесіть до степеня вираз:

1) $(2x^{-3}y)^{-4}$;

2) $(x^{-6}y^{-4})^{-5}$;

3) $(0{,}5x^{-12}y^4)^{-1}$;

4) $\left(\dfrac{x^2}{y}\right)^{-5}$;

5) $\left(\dfrac{3}{y}\right)^{-3}$;

6) $\left(\dfrac{a}{b^{-2}}\right)^{-3}$;

7) $\left(\dfrac{a^{-2}}{4b^4}\right)^{-3}$;

8) $\left(-\dfrac{x^{-3}}{2y^{-5}}\right)^{2}$;

9) $\left(-\dfrac{3a^{-5}}{b^4}\right)^{-1}$.

389°. Піднесіть до степеня вираз:

1) $(0{,}4x^8y^{-3})^{-1}$; 2) $(m^{-7}n^{-2})^{-3}$; 3) $\left(\dfrac{a^5}{b^{-2}}\right)^{-1}$; 4) $\left(\dfrac{2a^{-6}}{b^5}\right)^{-3}$.

2) $\dfrac{p}{n}\cdot\left(\dfrac{n}{n}\right)^{-1}$; 4) $\dfrac{a}{c^3}\cdot\left(\dfrac{2a}{c}\right)^{-1}$; 6) $\left(\dfrac{10}{y+x}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{y+x}{2}\right)^{-1}$.

393°. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{1}{x}+x^{-1}$;

2) $\dfrac{2}{a}+a^{-1}$;

3) $\dfrac{3}{m^2}+m^{-2}$;

4) $(x+5)^{-1}+\dfrac{1}{x+5}$;

5) $(a+2)^{-1}-\dfrac{2}{a+2}$;

6) $a(a+b)^{-1}+b(a+b)^{-1}$;

7) $(1+b)^0-(1+b)^{-1}$;

8) $(a+b)^{-1}+(a+b)^0$;

9) $(x-2)^{-1}-x(2-x)^{-1}$;

10) $(5+b)^{-1}+(5-b)^{-1}$.

з від'ємним показником, та спростіть його:

1) $a + a^{-1}$; 3) $x^{-2} - x^{-3}$; 5) $\dfrac{1}{1-m^{-1}}$;

2) $x + x^{-2}$; 4) $y^{-3} + 4y^{-5}$; 6) $\dfrac{1}{a+a^{-1}}$.

399°. Запишіть даний вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником, та спростіть його:

1) $a^{-2} + a$; 2) $2x + x^{-1}$; 3) $4a^{-4} - a^{-2}$; 4) $\dfrac{1}{a+a^{-2}}$.

400. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{1}{9n^{45}m^{-35}} \cdot \dfrac{m^{-20}}{n^{-30}}$; 3) $\dfrac{2b^{-8}}{3a^2} \cdot 0{,}6b^{-1}a^{-9}$;

2) $5ba^0 \cdot \dfrac{a^5}{4b^{-3}}$; 4) $5xyz \cdot \dfrac{2x^{-2}}{5y^6z^{-11}}$;

403. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{a^2}{a+b} - b^2(a+b)^{-1}$; 7) $(1+b)^{-1} - (1+b)^{-2}$;

2) $\dfrac{1}{x+y} - x(x+y)^{-2}$; 8) $(m+n)^{-1} - (m+n)^{-2}$;

3) $\dfrac{2m^3}{m+1} - 2m^3(1-m^2)^{-1}$; 9) $mn(m^2-1)^{-1} - \left(\dfrac{m-1}{n}\right)^{-1}$;

4) $4(a-2)^{-1} - \dfrac{a^2}{a-2}$; 10) $1 - \left(1+x^{-1}\right)^{-1}$;

5) $(x-5)^{-1} + x(x-5)^{-1} - \dfrac{6}{x+5}$; 11) $\left(1+\left(1+a^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$;

6) $(x+y)^{-2} - (x-y)^{-2}$; 12) $(a-a^{-1})^{-2} + (1-a^2)^{-2}$.

2) $\left(a\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\right):\left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}b\right)$;

3) $\left(\left(\frac{n}{m}\right)^{-2}-\left(\frac{m}{n}\right)^{-2}\right)\cdot(mn)^2$;

5) $\frac{n^1+n^2+n^3+n^4}{n^{-1}+n^{-2}+n^{-3}+n^{-4}}$;

6) $\frac{xy^{-9}+x^{-9}y}{x^{-2}y^8+x^8y^{-2}}$.

410. Спростіть вираз:

1) $\left(\frac{m^2}{m^2-1}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{m+1}{m}\right)^{-1}$;

2) $\left(\frac{n}{m}\right)^{-1}-\left(\frac{m}{n}\right)^{-1}$;

3) $\frac{x^{-1}+x^{-2}+x^{-3}}{x+x^2+x^3}$;

4) $\frac{mn^{-6}+m^{-2}}{m^3n^{-8}+n^{-2}}$.

411. Обчисліть a^2+a^{-2}, якщо:

1) $a+a^{-1}=5$; 2) $a-a^{-1}=1$; 3) $a+\frac{1}{a}=2$; 4) $\frac{1+a^2}{a}=8$.

Проявіть компетентність

418. У таблиці 17 показано, як Сашко і Наталка спрощували вирази. Хто з них правильно виконав дії?

Таблиця 17

Сашко	Наталка
$(a-a^{-2})^{-1}=$ $\frac{1}{a-a^{-2}}=\frac{1}{a-\frac{1}{a^2}}=\frac{a^2}{a^3-1}$	$(a-a^{-2})^{-1}=a^{-1}-a^2=$ $\frac{1}{a}-a^2=\frac{1-a^3}{a}$



Чому функція $y=\frac{k}{x}$ при $k = 0$ не є оберненою пропорційністю?

Поміркуємо.



Якщо $k = 0$ і $x \neq 0$, то $\frac{k}{x}=\frac{0}{x}=0$, тоді формула, що задає функцію, набуває вигляду: $y = 0$. Така функція є лінійною.

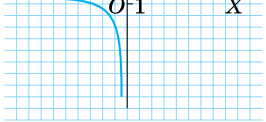
Отже, область значень функції $y=\frac{k}{x}$ містить усі числа, крім нуля.

Коротко записуємо: $E(y)$: y — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.

В оберненої пропорційності:
- область визначення — будь-яке число, крім нуля;
- область значень — будь-яке число, крім нуля.

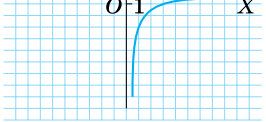
3. Графік функції $y=\frac{k}{x}$

На малюнку 6 зображено графік функції $y=\frac{k}{x}$, у якої $k > 0$ ($k = 3$). Його побудовано за допомогою комп'ютерної програми. Одержану лінію називають *гіперболою*. Гіпербола



$k > 0$

Мал. 6



$k < 0$

Мал. 7

На малюнку 7 ви бачите графік функції $y = \frac{k}{x}$, у якої $k < 0$ ($k = -3$). Кожна вітка цієї гіперболи також нескінченно наближається до осей координат, але не перетинає їх. Графік цієї функції розміщений у II і IV координатних чвертях.

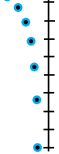
Кожна вітка гіперболи не перетинає осі координат.

$k > 0$ (мал. 6)

1. $D(y)$: x — будь-яке число, крім нуля, або $x \neq 0$.
2. $E(y)$: y — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.
3. Точок перетину з осями координат немає.
4. Функція набуває: додатних значень, якщо $x > 0$; від'ємних значень, якщо $x < 0$.
5. Функція спадає як для додатних значень x, так і для від'ємних.

$k < 0$ (мал. 7)

1. $D(y)$: x — будь-яке число, крім нуля, або $x \neq 0$.
2. $E(y)$: y — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.
3. Точок перетину з осями координат немає.
4. Функція набуває: додатних значень, якщо $x < 0$; від'ємних значень, якщо $x > 0$.
5. Функція зростає як для додатних значень x, так і для від'ємних.



Мал. 8

На практиці знаходимо кілька точок (зазвичай надаючи аргументу цілих значень, які є дільниками числа k) та з'єднуємо їх плавною лінією, спираючись на властивості функції.

Задача 2 Побудуйте графік функції $y = \frac{8}{x}$.

Мал. 9 Мал. 10

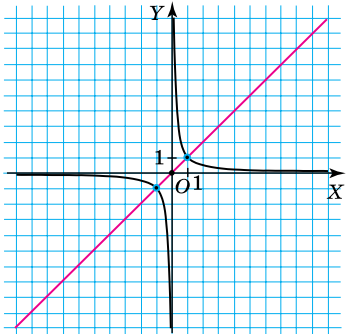


Як можна графічно з'ясувати, що деяка точка належить графіку функції?

Поміркуємо.



Для цього потрібно дану точку позначити в системі координат. Наприклад, на малюнку 11 ви бачите, що точка A (3; 1) належить графіку функції $y = \frac{3}{x}$, а точка B (1; −2) не належить йому.



Мал. 12

Отже, $x = 1$ і $x = -1$ — корені рівняння.

1. Чому у функції $y = \frac{k}{x}$ коефіцієнт k не дорівнює нулю?
2. Яка область визначення функції $y = \frac{k}{x}$?
3. Яка область значень функції $y = \frac{k}{x}$?
4. Що є графіком функції $y = \frac{k}{x}$?
5. У яких чвертях лежить гіпербола, якщо $k > 0$ ($k < 0$)?
6. За яких значень аргументу значення функції $y = \frac{k}{x}$ — додатні; від'ємні?
7. За яких значень k функція $y = \frac{k}{x}$ зростає/спадає, якщо $x < 0$?
8. За яких значень k функція $y = \frac{k}{x}$ зростає/спадає, якщо $x > 0$?

чвертях?

420°. Яке із тверджень є правильним:

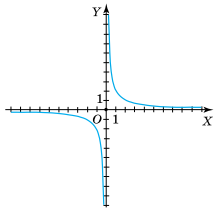
1) функція $y=\frac{6}{x}$ набуває додатних значень, якщо $x>0$, і від'ємних значень, якщо $x<0$;

2) функція $y=-\frac{4}{x}$ набуває додатних значень, якщо $x>0$, і від'ємних значень, якщо $x<0$;

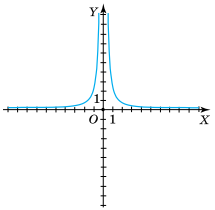
3) функція $y=\frac{6}{x}$ спадає для $x>0$ і зростає для $x<0$;

4) функція $y=-\frac{4}{x}$ зростає і для $x>0$, і для $x<0$?

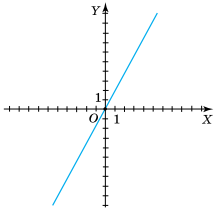
427°. Який із графіків (мал. 14–16) є графіком функції $y=\frac{k}{x}$?



Мал. 14



Мал. 15



Мал. 16

428°. Чи правильно, що графік функції $y=\frac{4}{x}$ проходить через точку:

434°. Знайдіть значення k, якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку:

1) $A\,(1; -10)$;
2) $B\,(2; 8)$;
3) $C\,(-9; -3)$;
4) $M\,(-2; 1)$;
5) $N\,(9; 1)$;
6) $P\,(5; -10)$;
7) $H\,(-12; -3)$;
8) $R\,(-6; 3)$.

qr.orioncentr.com.ua/lbHlK

435°. Знайдіть значення k, якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку:

1) $A\,(-1; 1)$;
2) $B\,(3; 7)$;
3) $C\,(-4; -5)$;
4) $D\,(7; 2)$.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y						

440°. Функцію задано формулою $y = -\frac{6}{x}$. Накресліть у зошиті таблицю 21 і заповніть її.

Таблиця 21

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y								

441°. Функцію задано формулою $y = -\frac{4}{x}$. Накресліть у зошиті таблицю 22 і заповніть її.

1) $A\,(0{,}5;\ -10)$;

2) $B\,(0{,}1;\ 100)$;

3) $C\,(-6;\ 0{,}05)$;

4) $D\,(1{,}5;\ 0{,}02)$;

5) $M\left(-\frac{2}{5};\ -15\right)$;

6) $N\left(\frac{3}{4};\ -1\frac{1}{2}\right)$;

7) $P\left(2\frac{1}{7};\ 35\right)$;

8) $H\left(-1\frac{1}{3};\ -1{,}75\right)$.

447. Знайдіть значення k, якщо графік функції $y=\frac{k}{x}$ проходить через точку:

1) $A\,(2;\ -0{,}001)$; 2) $B\left(2\frac{1}{3};\ -6\right)$; 3) $C\,(0{,}5;\ 1{,}8)$.

Мал. 19

Мал. 20

449. На малюнку 21 зображено графік функції $y=\frac{k}{x}$. Скориставшись графіком, знайдіть:

1) значення y, якщо $x=-1;\ 2;\ -5;\ 10$;

2) значення x, якщо $y=10;\ 5;\ -2$;

3) за яких значень аргументу значення функції додатні;

4) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;

5) значення аргументу, за яких функція зростає;

6) значення аргументу, за яких функція спадає;

7) коефіцієнт k.

2) $y=-\frac{13}{x}$; 4) $y=\frac{5}{4x}$; 6) $y=-\frac{1}{9x}$; 8) $y=\frac{1}{0{,}1x}$.

Знайдіть:

1) область визначення функції;
2) область значень функції;
3) коефіцієнт k;
4) значення y, якщо $x=-1;\ 1;\ 10$;
5) значення x, якщо $y=1;\ -1;\ -2$;
6) за яких значень аргументу значення функції додатні;
7) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;
8) значення аргументу, за яких функція зростає;
9) значення аргументу, за яких функція спадає.

ту, за яких значення функції:
а) є додатними; б) є від'ємними.

455. Порівняйте значення функції $y=\frac{2}{x}$ (не обчислюючи їх) для поданих значень аргументу:

1) $x=3$ і $x=5$;
2) $x=6$ і $x=10$;
3) $x=3{,}5$ і $x=4$;
4) $x=-5$ і $x=-3$;
5) $x=-1$ і $x=-10$;
6) $x=-2$ і $x=5$.

456. Порівняйте значення функції $y=-\frac{1}{x}$ (не обчислюючи їх) для поданих значень аргументу:

1) $x=9$ і $x=10$;
2) $x=-2$ і $x=-4$;
3) $x=-5$ і $x=5$;
4) $x=-12$ і $x=5$.

462*. Розв'яжіть рівняння:

1) $x+5=\frac{6}{x}$; 2) $x-1=\frac{2}{x}$; 3) $x-4=-\frac{3}{x}$; 4) $x+8=\frac{9}{x}$.

463*. Побудуйте графік функції:

1) $y=\frac{2}{|x|}$; 2) $y=\frac{6}{|x|}$; 3) $y=\frac{x+1}{x^2+x}$; 4) $y=\frac{x-2}{x^2-2x}$.

464*. Побудуйте графік функції:

1) $y=\begin{cases}3x, & \text{якщо } x<1,\\ \frac{3}{x}, & \text{якщо } x\geq 1;\end{cases}$ 2) $y=\begin{cases}\frac{1}{x}, & \text{якщо } x\leq -1,\\ x, & \text{якщо } -1<x<1,\\ -\frac{1}{x}, & \text{якщо } x\geq 1.\end{cases}$

осі ординат — 1 год.

467. Дачні ділянки мають форму прямокутника із площею 500 м^2, x — довжина ділянки, y — її ширина.

1. Визначте ширину ділянки, якщо її довжина дорівнює 50 м; 25 м.
2. Визначте довжину ділянки, якщо її ширина дорівнює 10 м; 20 м.
3. Запишіть функцію, що описує залежність ширини ділянки від її довжини.
4. Побудуйте графік залежності ширини ділянки від її довжини, узявши на обох осях координат однаковий одиничний відрізок, що відповідає 50 м.

степеня з цілим від'ємним показником; із показником 0; із цілим показником.

17. Яка область визначення функції $y=\frac{k}{x}$?

18. Яка область значень функції $y=\frac{k}{x}$?

19. Що є графіком функції $y=\frac{k}{x}$?

20. У яких чвертях лежить гіпербола, якщо $k>0$ ($k<0$)?

21. За яких значень аргументу значення функції $y=\frac{k}{x}$ є додатними; від'ємними?

22. За яких значень k функція $y=\frac{k}{x}$ зростає; спадає?

$a-2 \quad a^2-2a+1 \quad a-1$

А. $\frac{a^2}{(a-2)(a-1)^2}$.

В. $\frac{1}{(a-2)(a-1)^2}$.

Б. $\frac{a}{(a-2)(a-1)}$.

Г. $\frac{1}{(a-2)(a^2-1)}$.

№ 2

1°. Виконайте множення дробів $\frac{4x-8}{55}$ і $\frac{25}{3x-6}$.

А. $\frac{2}{3}$.

Б. $\frac{4}{3}$.

В. $\frac{20}{33}$.

Г. $\frac{5}{33}$.

Б. $2{,}13 \cdot 10^{-5}$. **Г.** $0{,}213 \cdot 10^{-6}$.

3°. Яка з точок належить графіку функції $y = \dfrac{8}{x}$?

А. $A\,(1; -8)$. **Б.** $B\,(2; 6)$. **В.** $C\,(8; 0)$. **Г.** $D\,(4; 2)$.

4. Обчисліть: $\dfrac{2}{3^{-2}} \cdot 0{,}1^0$.

А. 18. **Б.** $-\dfrac{2}{9}$. **В.** 12. **Г.** 1,2.

5*. Спростіть вираз $\dfrac{x^2}{yz^{-3}} \cdot \left(\dfrac{3x^{-4}}{y^5}\right)^{-2}$.

А. $\dfrac{-6x^{10}}{y^{-9}z^{-3}}$. **Б.** $\dfrac{6x^8}{y^{-6}z^{-3}}$. **В.** $\dfrac{x^2}{yz^{-3}}$. **Г.** $\dfrac{x^{10}}{9y^{-9}z^{-3}}$.



Чи можна отриману Максимом залежність розглядати як функцію?

Так.



Справді, $S = x^2$ є функцією, де x — незалежна змінна, а S — залежна змінна, оскільки кожному значенню x відповідає єдине значення S. В умовах розглянутої ситуації x набуває додатних значень від 1 до 4.

Функцію $y = x^2$ задає вираз x^2, який має зміст за будь-якого значення x. Тому область визначення функції $y = x^2$ містить усі числа.



Коротко це записують так: $D\,(y)$: x — будь-яке число.

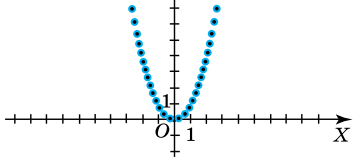
1) $A\,(5;\,25)$; 2) $B\,(6;\,12)$?

Розв'язання

1. Підставимо координати точки $A(5;\,25)$ у формулу $y = x^2$: $25 = 5^2$.
Отже, графік функції $y = x^2$ проходить через точку A.

2. Підставимо координати точки $B(6;\,12)$ у формулу $y = x^2$: $12 \neq 6^2$.
Отже, графік функції $y = x^2$ не проходить через точку B.

Щоб перевірити, чи проходить графік функції $y = x^2$ через задану точку, потрібно перевірити, чи задовольняють координати цієї точки формулу $y = x^2$.



Мал. 27

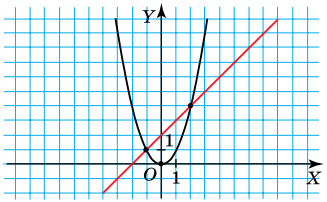
На практиці знаходимо кілька точок параболи (табл. 23).

Таблиця 23

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y(x)$	9	4	1	0	1	4	9

3. Визначаємо координати точок перетину графіків:

пряма й парабола перетинаються у двох точках із координатами $(-1; 1)$ і $(2; 4)$.



Мал. 30

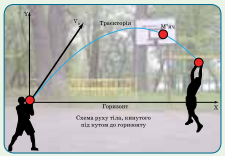
Отже, пари чисел $(-1; 1)$ і $(2; 4)$ — розв'язки системи рівнянь.





Мал. 32

Траєкторія тіла, яке кинули під кутом до горизонту, є параболою (мал. 33).





Мал. 33

Усне тренування

1. Обчисліть:
1) $(1515 : 15 - 11) : 15 \cdot 21$; 2) $1515 : (105 - 64{:}16) \cdot 15 + 5$.
2. Обчисліть:
1) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot 12$; 2) $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) \cdot 8$; 3) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{30}$; 4) $\left(2\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot 100$.

Розв'яжіть задачі

468°. Яке із тверджень є правильним:
1) область визначення функції $y = x^2$ — усі додатні числа;
2) область визначення функції $y = x^2$ — усі числа, крім нуля;
3) область визначення функції $y = x^2$ — усі числа;
4) область значень функції $y = x^2$ — усі числа;

473°. Чи правильно, що графік функції $y = x^2$ проходить через точку:
1) A (1; 1); 3) C (2; 4);
2) B (−2; −4); 4) D (4; 8)?

474°. Які з точок A (3; 9), B (−3; −9), C (9; −3), D (9; 3), M (−5; 25), N (5; 10), P (7; 49), R (6; −36) належать графіку функції $y = x^2$?

475°. Чи належить графіку функції $y = x^2$ точка:
1) A (1; −10); 3) C (−8; −64); 5) M (9; 81);
2) B (8; 64); 4) D (−2; 6); 6) N (−10; −10)?

476°. Чи належить графіку функції $y = x^2$ точка:
1) K (1; −1); 3) M (−6; 12);
2) L (6; 36); 4) N (−7; 49)?

2) $y = x^2$ і $y = -1$;

3) $y = x^2$ і $y = -2$;

4) $y = x^2$ і $y = 4$;

6) $y = x^2$ і $y = 2x$;

7) $y = \frac{1}{x}$ і $y = x^2$.

qr.orioncentr.com.ua/OG7Je

Чи перетинаються графіки функцій? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

481°. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:

1) $y = x^2$ і $y = 9$;

2) $y = x^2$ і $y = -3$;

3) $y = x^2$ і $y = x$;

4) $y = x^2$ і $y = 3x$.

Чи перетинаються графіки функцій? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

4) $x = 0{,}7$ і $x = 1{,}2$;

8) $x = -10$ і $x = -8$.

489. Порівняйте значення функції $y = x^2$ (не обчислюючи їх) для поданих значень аргументу:

1) $x = 9$ і $x = 15$;

2) $x = 32$ і $x = 64$;

3) $x = -7$ і $x = -6$;

4) $x = -24{,}5$ і $x = -25$.

490. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $x^2 = x - 5$;

2) $x - x^2 = 0$;

3) $x^2 = x - 2$;

4) $x - 6 = x^2$;

5) $4x - 3 = x^2$;

6) $x^2 = -\frac{1}{x}$.

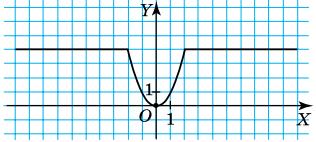
491. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $x^2 + x = 0$;

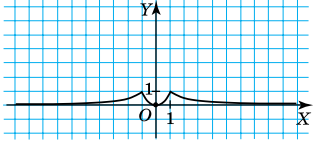
2) $-2x + 3 = x^2$;

3) $x^2 = -x - 7$;

4) $x^2 = \frac{8}{x}$.



Мал. 38



Мал. 39

Проявіть компетентність

495. На міліметровому папері побудуйте параболу $y = x^2$, позначивши точки з абсцисами: -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. За одиничний відрізок прийміть 1 мм.

1. Квадратний корінь із числа a

Ситуація. Кімната Марини, площа якої 9 м^2, має форму квадрата. Марина визначала розміри кімнати і міркувала так: «Треба знайти число, квадрат якого дорівнює 9».



qr.orioncentr.com.ua/8LdfT



Скільки є чисел, квадрат яких дорівнює 9?

Це числа 3 і -3.



Справді, $3^2 = 9$ і $(-3)^2 = 9$. Але, звісно, в умовах розглянутої ситуації виміри кімнати не можуть бути від'ємними.

ренями рівняння $x^2 = 0$ — число 0, яке протилежне самому собі.

Запам'ятайте!

Квадратним коренем із числа a **називається число, квадрат якого дорівнює *a*.**

Наприклад:
числа 3 і -3 є квадратними коренями з числа 9;
числа $\frac{3}{4}$ і $-\frac{3}{4}$ є квадратними коренями з числа $\frac{9}{16}$;
число 0 є квадратним коренем із числа 0.

Квадратного кореня з від'ємного числа не існує.

з числа a.

Щоб добути арифметичний квадратний корінь із числа *a*, потрібно знайти таке невід'ємне число, квадрат якого дорівнює *a*.

Наприклад, щоб добути арифметичний квадратний корінь із числа 4, потрібно знайти таке невід'ємне число, квадрат якого дорівнює 4. Це число 2, оскільки $2^2 = 4$.

Коротко записуємо: $\sqrt{4} = 2$.

Квадратними коренями з числа 100 є числа -10 і 10. Арифметичним квадратним коренем із числа 100 є число 10.

4. Властивості арифметичного квадратного кореня

З означення арифметичного квадратного кореня випливають такі властивості:

qr.orioncentr.com.ua/0SMTa

1. $\sqrt{a} \geq 0$, якщо $a \geq 0$.

2. $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$, якщо $a \geq 0$.

3. $\sqrt{a^2} = |a|$, якщо a — будь-яке число.

4. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, якщо $a \geq 0$ і $b \geq 0$.

5. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, якщо $a \geq 0$ і $b > 0$.

Розв'язання

1. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$. **2.** $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{72}{2}} = \sqrt{36} = 6$.

Задача 4 Знайдіть значення виразу:

1) $\sqrt{3^2}$; 2) $\sqrt{(-3)^2}$; 3) $\sqrt{\left(\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^2}$.

Розв'язання

1. $\sqrt{3^2} = |3| = 3$. **2.** $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$.

3. $\sqrt{\left(\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^2} = \left|\sqrt{3} - \sqrt{5}\right|$.

Оскільки $\sqrt{3} < \sqrt{5}$, то $\left|\sqrt{3} - \sqrt{5}\right| = -\left(\sqrt{3} - \sqrt{5}\right) = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.

число.

6. Винесення множника з-під знака кореня



Чи можна виносити множник, що не дорівнює 1, з-під знака кореня?

Так.



Задача 6

Винесіть множник з-під знака кореня у виразі $\sqrt{32}$.

Розв'язання

Розкладемо підкореневий вираз на множники так, щоб хоча б з одного множника можна було добути корінь:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

його об'єм дорівнює 8 см³?

Так.



Для цього потрібно знайти таке число, куб якого дорівнює 8. Це число 2, оскільки $2^3 = 8$. Отже, ребро куба дорівнює 2 см.

Число 2 називають кубічним коренем із числа 8.



Коротко записуємо: $\sqrt[3]{8} = 2$.

Запам'ятайте!

Кубічним коренем із числа a **називається число, куб якого дорівнює *a*.**

могою калькулятора. Кубічні корені також можна порівняти, не обчислюючи їхніх наближених значень:

$$\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}\text{, якщо } a > b.$$

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/il3V2

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
арифметичний квадратний корінь	arithmetic square root	arithmetische Quadratwurzel (f)	racine carrée arithmétique

4) 0 є квадратним коренем із числа 0?

499'. Чи правильно, що:
1) -2 є арифметичним квадратним коренем із числа 4;
2) 2 є арифметичним квадратним коренем із числа 4;
3) 5 є арифметичним квадратним коренем із числа 10?

500'. Назвіть підкореневий вираз арифметичного квадратного кореня:

1) $\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{0}$; 3) $\sqrt{3{,}1}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{16}}$; 5) $\sqrt{m}$; 6) $\sqrt{x}$.

501'. Чи правильно добули арифметичний квадратний корінь із числа:

1) $\sqrt{4} = -2$; 2) $\sqrt{9} = 3$; 3) $\sqrt{36} = 6$; 4) $\sqrt{64} = -8$?

Відповідь поясніть.

508°. Яка з рівностей є правильною для будь-якого a:

1) $\sqrt{a} = a$; 3) $\sqrt{a^2} = a$;

2) $\sqrt{a^2} = |a|$; 4) $\sqrt{a} = a^2$?

509°. Чи існує квадратний корінь із числа:

1) -1; 2) 2; 3) -36; 4) 40?

Відповідь поясніть.

510°. Чи існує квадратний корінь із числа:

1) 3; 2) -9; 3) -16?

511°. Знайдіть усі квадратні корені з числа:

1) 16; 3) 49; 5) 169; 7) 256;

2) 25; 4) 121; 6) 196; 8) 400;

2) $\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{(-8)^2}$; 6) $\sqrt{-3} + \sqrt{3}$; 8) $\frac{1}{\sqrt{6}}$?

515°. Чи є правильним твердження:

1) якщо $2^2 = 4$, то $\sqrt{4} = 2$;

2) якщо $(-2)^2 = 4$, то $\sqrt{4} = -2$;

3) якщо $(-5)^2 = 25$, то $\sqrt{25} = 5$;

4) якщо $8^2 = 64$, то $\sqrt{64} = 8$?

Відповідь поясніть.

516°. Чи є правильним твердження:

1) якщо $10^2 = 100$, то $\sqrt{100} = 10$;

2) якщо $(-3)^2 = 9$, то $\sqrt{9} = -3$?

Відповідь поясніть.

3) $\sqrt{16}:\sqrt{4}+2$; 7) $\sqrt{4}\cdot 2+3\cdot\sqrt{16}$;
4) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{64}$; 8) $\sqrt{36}\cdot 2:\sqrt{9}$.

523°. Порівняйте числа:

1) $\sqrt{5}$ і 0; 5) $\sqrt{21}$ і $-\sqrt{7}$; 9) $\sqrt{99}$ і 10;
2) 0 і $-\sqrt{15}$; 6) 9 і $-\sqrt{90}$; 10) $\sqrt{62}$ і 8;
3) $\sqrt{100}$ і -10; 7) $\sqrt{17}$ і 4; 11) 6 і $\sqrt{39}$;
4) -4 і $\sqrt{2}$; 8) 3 і $\sqrt{8}$; 12) $\sqrt{12}$ і 4.

524°. Порівняйте числа:

1) $-\sqrt{6}$ і 0; 4) $\sqrt{35}$ і $-\sqrt{37}$; 7) 6 і $\sqrt{33}$;
2) 0 і $\sqrt{0{,}01}$; 5) $\sqrt{74}$ і 9; 8) $\sqrt{101}$ і 10;
3) -5 і $\sqrt{26}$; 6) 6 і $\sqrt{38}$; 9) $-\sqrt{101}$ і $\sqrt{99}$.

529°. Обчисліть:

1) $\sqrt{4\cdot 1}$; 3) $\sqrt{25\cdot 100}$; 5) $\sqrt{64\cdot 36\cdot 4}$;
2) $\sqrt{9\cdot 64}$; 4) $\sqrt{16\cdot 4}$; 6) $\sqrt{100\cdot 1\cdot 25}$.

530°. Знайдіть значення виразу:

1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$; 7) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}$;
2) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{20}$; 5) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$; 8) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{8}$;
3) $\sqrt{0{,}5}\cdot\sqrt{0{,}5}$; 6) $\sqrt{0{,}05}\cdot\sqrt{45}$; 9) $\sqrt{80}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{0{,}02}$.

531°. Знайдіть значення виразу:

1) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{35}\cdot\sqrt{7}$;
2) $\sqrt{0{,}03}\cdot\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$; 6) $\sqrt{0{,}3}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{0{,}5}$.

2) $4\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{6}$; 6) $2\sqrt{15}$.

538°. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{8}$; 9) $\sqrt{20}$;
2) $\sqrt{32}$; 10) $\sqrt{125}$;
3) $\sqrt{72}$; 11) $\sqrt{250}$;
4) $\sqrt{162}$; 12) $\sqrt{500}$;
5) $\sqrt{12}$; 13) $\sqrt{300}$;
6) $\sqrt{45}$; 14) $\sqrt{80}$;
7) $\sqrt{75}$; 15) $\sqrt{180}$;
8) $\sqrt{128}$; 16) $\sqrt{405}$.

qr.orioncentr.com.ua/TcYlK

4) $-\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$; 14) $\left(\sqrt{13}+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{13}-\sqrt{15}\right)$;

5) $\left(\sqrt{2}+2\right)\left(\sqrt{2}-3\right)$; 15) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2$;

6) $\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-3\right)$; 16) $\left(5\sqrt{2}-1\right)^2$;

7) $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$; 17) $\left(\sqrt{3}+1\right)^2$;

8) $\left(\sqrt{2}+3\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)$; 18) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2$;

9) $\left(\sqrt{10}+3\right)\left(\sqrt{10}-3\right)$; 19) $\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)^2$;

10) $\left(\sqrt{6}+4\right)\left(\sqrt{6}-4\right)$; 20) $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)^2$.

2) $\sqrt{168100}$; 5) $\sqrt{0{,}0196}$; 8) $\sqrt{0{,}00000729}$;
3) $\sqrt{688900}$; 6) $\sqrt{1{,}96}$; 9) $\sqrt{0{,}005625}$.

549. Обчисліть:

1) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; 3) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$; 5) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$; 7) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$;
2) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; 4) $\sqrt{1\frac{13}{36}}$; 6) $\sqrt{1\frac{19}{81}}$; 8) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$.

550. Обчисліть:

1) $\sqrt{12\frac{1}{4}}$; 3) $\sqrt{1\frac{32}{49}}$;
2) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; 4) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$.

1) $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{15}$; 5) $-3\sqrt{6}$; 7) $2\sqrt{1{,}2}$;
2) $-\sqrt{7}$; 4) $\sqrt{23}$; 6) $5\sqrt{2}$; 8) $5\sqrt{0{,}1}$?

555. Обчисліть:

1) $\left(3\sqrt{2}\right)^2$; 3) $\left(-5\sqrt{5}\right)^2$; 5) $\left(-3\sqrt{5}\right)^2$; 7) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$;
2) $\left(2\sqrt{3}\right)^2$; 4) $\left(2\sqrt{2}\right)^2$; 6) $\left(2\sqrt{0{,}4}\right)^2$; 8) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$.

556. Обчисліть:

1) $\left(5\sqrt{3}\right)^2$; 2) $\left(-10\sqrt{7}\right)^2$; 3) $\left(2\sqrt{0{,}5}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{\sqrt{11}}{5}\right)^2$.

2) $\sqrt{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{20}+\sqrt{0{,}8}\right)$;

4) $\left(2+\sqrt{11}\right)^2+\left(2-\sqrt{11}\right)^2$.

561. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$;

2) $\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$;

3) $\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}$;

4) $\sqrt{\left(3-\sqrt{10}\right)^2}$;

5) $\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}$;

6) $\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)^2}$;

7) $\sqrt{\left(\sqrt{15}-2\sqrt{3}\right)^2}$;

8) $\sqrt{\left(3\sqrt{3}-5\right)^2}$;

9) $\sqrt{\left(1-\sqrt{8}\right)^2}+\sqrt{\left(1+\sqrt{8}\right)^2}$;

10) $\sqrt{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}-\sqrt{\left(3+\sqrt{7}\right)^2}$.

1) $\sqrt{0{,}05}$;

2) $\sqrt{0{,}121}$;

3) $\sqrt{28{,}9}$;

4) $\sqrt{\frac{3}{20}}$;

5) $\sqrt{\frac{7}{36}}$;

6) $\sqrt{3\frac{4}{15}}$.

567. Розкладіть на множники:

1) $\sqrt{12}+\sqrt{72}$;

2) $\sqrt{45}-2\sqrt{27}$;

3) $\sqrt{2}+2$;

4) $3\sqrt{11}-11$;

5) $2\sqrt{7}-14$;

6) $-36+\sqrt{6}$;

7) $\sqrt{15}+3\sqrt{30}+\sqrt{45}$;

8) $5\sqrt{10}-\sqrt{50}+\sqrt{200}$;

9) $12-\sqrt{18}-\sqrt{27}$.

568. Розкладіть на множники:

1) $\sqrt{30}-\sqrt{3}$;

2) $\sqrt{17}+3\sqrt{34}$;

3) $\sqrt{5}+5$;

4) $10-\sqrt{10}$;

5) $\sqrt{3}+6$;

6) $\sqrt{12}-\sqrt{15}+3\sqrt{42}$.

1) $\sqrt{7}+\sqrt{28}$; 2) $\sqrt{6}+\sqrt{24}+\sqrt{54}$.

573*. Доведіть, що:

1) $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}=1$;
2) $\sqrt{4+\sqrt{15}}\cdot\sqrt{4-\sqrt{15}}=1$;
3) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3-2\sqrt{2}}=1$;
4) $\sqrt{\sqrt{2}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{2}+1}=1$;
5) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}\cdot\sqrt{5-2\sqrt{6}}=1$;
6) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}}=1$.

574*. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$; 2) $\sqrt{8-2\sqrt{7}}$; 3) $\sqrt{2\sqrt{2}+3}$; 4) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

575*. Доведіть, що:

1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$;
2) $\sqrt{6+4\sqrt{2}}+\sqrt{6-4\sqrt{2}}=4$.

Поняття «*множина*» належить до первинних понять математики. Воно не має точного означення. Такими поняттями в математиці є також поняття «число», «точка».

Множину розуміють як сукупність (набір, групу тощо) об'єктів, які об'єднані деякою спільною ознакою. Отже, Марина утворювала множину своїх оцінок за жовтень місяць.

Іншими прикладами множин можуть бути множина літер українського алфавіту, множина учнів 8 класу, множина зірок Всесвіту, множина парних чисел.

Об'єкти, з яких складається множина, називають *елементами множини*. Для позначення множин зазвичай використовують великі латинські літери A, B, C..., а для позначення елементів множин — малі латинські літери a, b, c...

порожньою множиною. Для її позначення використовують спеціальний знак: $\varnothing$.

3. Підмножина

Розглянемо дві множини: $A = \{a; b; c\}$ і $B = \{b; c\}$. Як бачимо, усі елементи множини B належать множині A. Інакше говорять: множина B міститься в множині A. Тому множину B називають *підмножиною* множини A.



Коротко це записують так: $B \subset A$.

Наприклад, множина дівчаток 8 класу є підмножиною множини всіх учнів цього класу, а множина всіх учнів 8 класу, своєю чергою, є підмножиною множини учнів школи.

$N \subset Z \subset Q$.

Запам'ятайте!

Дріб $\frac{m}{n}\left(m \in Z,\ n \in N\right)$ можна подати або як *скінченний десятковий дріб*, або як *нескінченний періодичний десятковий дріб*.

Наприклад:

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ — скінченний десятковий дріб;

$\frac{1}{9} = 0{,}111111\ldots = 0{,}(1)$ — нескінченний періодичний десятковий дріб з періодом 1.

Числа, які не можна подати як нескінченні періодичні десяткові дроби, називаються *ірраціональними числами*.

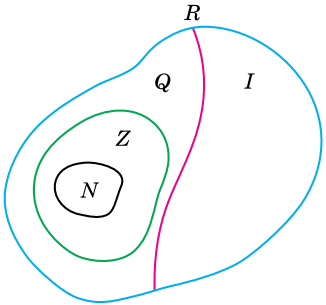
У десятковому записі ірраціональних чисел не існує періоду. Це — *нескінченні неперіодичні десяткові дроби*. *Множина ірраціональних чисел* має нескінченно багато елементів. Її позначають буквою I.

Наведемо приклади ірраціональних чисел. Найбільш відомим ірраціональним числом є число π:

$$\pi = 3{,}1415926535\ 8979323846\ 2643383279\ 502\ldots$$

Прикладами ірраціональних чисел також є числа:
$\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$; $\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$; $\sqrt{5} = 2{,}2360679\ldots$ тощо.

Співвідношення між натуральними, цілими, раціональними, ірраціональними та дійсними числами показано на малюнку 40.



Мал. 40

Задача 3

Порівняйте числа: 1) $2{,}34$ і $2{,}(3)$; 2) $1{,}(41)$ і $\sqrt{2}$.

Розв'язання

1. Подамо даний періодичний дріб у розгорнутому вигляді: $2{,}(3) = 2{,}333\ldots$

Порівняємо дроби порозрядно: $2{,}34 > 2{,}333\ldots$

Отже, $2{,}34 > 2{,}(3)$.

2. Подамо перший періодичний дріб у розгорнутому вигляді: $1{,}(41) = 1{,}4141\ldots$

Подамо друге число як нескінченний періодичний дріб: $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots$

Порівняємо дроби порозрядно: $1{,}4141\ldots < 1{,}4142\ldots$

Отже, $1{,}(41) < \sqrt{2}$.

день: 03.14) і час початку святкування відповідають першим знакам числа π — 3,1415926.

Цікаво, що Альберт Ейнштейн народився в день числа π (3.14.1879).

Вважають, що встановлення найбільш точного значення числа π серед стародавніх учених належить Архімеду. Учений, досліджуючи відношення периметрів вписаного й описаного 96-кутників до діаметра кола, одержав: $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. Архімед виразив наближене значення числа π у вигляді дробу $\frac{22}{7}$, який на його честь називають *архімедовим числом*.

У 2010 р. співробітник компанії Yahoo математик Ніколас Чже зміг обчислити в числі π два квадрильйони (2^{10}) знаків після коми.

нальне число	number	Zahl (f)	irrationnel

Пригадайте головне

1. Поясніть, що таке множина; підмножина. Наведіть приклади.
2. Як позначають множину натуральних чисел; цілих чисел; раціональних чисел?
3. Які числа називають ірраціональними?
4. Як позначають множину ірраціональних чисел?
5. Які числа називаються дійсними?
6. Як позначають множину дійсних чисел?
7. Як пов'язані між собою раціональні, ірраціональні та дійсні числа?

2) 0; 4) $\sqrt{9}$; 6) $\frac{4}{7}$; 8) $-\sqrt{3}$?

581'. Чи правильно, що дане число є елементом множини ірраціональних чисел:

1) 5; 3) $\sqrt{2}$; 5) 5,111...; 7) $-5{,}1$;

2) 0; 4) $\sqrt{9}$; 6) $\frac{4}{7}$; 8) $-\sqrt{3}$?

582°. Наведіть приклад множини та її підмножини з довкілля.

583°. Утворіть множину із членів своєї родини. Наведіть приклади її підмножин.

584°. Дано множину $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Яка із заданих множин є підмножиною множини A:

1) $B = \{1; 5; 10\}$; 3) $D = \{10; 20\}$; 5) $M = \{6; 7; 8; 9\}$;

2) $C = \{2; 4; 6\}$; 4) $E = \{3\}$; 6) $N = \{1\}$?

590°. Запишіть як нескінченний десятковий дріб число:

1) $3,(4)$; 2) $5,5(12)$; 3) $7,54(0)$; 4) $6,(0)$.

591°. Запишіть як десятковий дріб число:

1) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{5}{6}$; 5) $-\frac{5}{11}$;

2) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{1}{13}$; 6) $-1\frac{2}{7}$.

Укажіть період одержаного дробу.

592°. Запишіть як періодичний десятковий дріб число:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{1}{15}$; 5) $-\frac{3}{14}$.

Укажіть період одержаного дробу.

1) $5 \in N$; 6) $5 \in N$; 11) $\frac{1}{5} \in N$; 16) $\sqrt{5} \in N$;

2) $5 \in Z$; 7) $-5 \in Z$; 12) $\frac{1}{5} \in Z$; 17) $\sqrt{5} \in Z$;

3) $5 \in Q$; 8) $-5 \in Q$; 13) $\frac{1}{5} \in Q$; 18) $\sqrt{5} \in Q$;

4) $5 \in I$; 9) $-5 \in I$; 14) $\frac{1}{5} \in I$; 19) $\sqrt{5} \in I$;

5) $5 \in R$; 10) $-5 \in R$; 15) $\frac{1}{5} \in R$; 20) $\sqrt{5} \in R$?

596°. Чи є правильним твердження:

1) $2 \in N$; 3) $2 \in Q$; 5) $-\sqrt{2} \in R$;

2) $-2 \in Z$; 4) $\frac{1}{8} \in I$; 6) $-\sqrt{16} \in N$?

602°. Порівняйте числа:

1) 4,105 і 5,01;
2) 3,056 і 3,0(5);
3) 5,1412 і 5,(14);
4) 3,056 і 3,0(6);
5) 10 і 9,(9);
6) 4,3(4) і 4,4(3);
7) 0,0(5) і 1,00(5);
8) 3,056 і 3,0(5).

603°. Порівняйте числа:

1) 15 і 15,(1);
2) 5,342 і 5,333...;
3) 0,165 і 0,16(5);
4) 2,999... і 2,(10).

604°. Чи є підмножиною множини Z дана множина:
1) $A = \{1; 2; 3\}$; 2) $C = \{0\}$; 3) $D = \{-1; 1\}$; 4) $B = \{x \mid x$ — парне натуральне число$\}$?

нальним числом, якщо x — ціле невід'ємне число?

612*. Визначте, як відносяться до діаметра кола периметри вписаного в нього й описаного навколо нього:
1) рівностороннього трикутника; 2) квадрата.
Запишіть відповідні оцінки для числа π.

Проявіть компетентність

613. Нехай A — множина учнів вашого класу. Скільки елементів містить множина A? Утворіть чотири підмножини множини A.

614. На парті лежать щоденник, підручник, зошит і ручка. Назвіть усі підмножини множини предметів на парті.

Наприклад, $\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2\cdot 9}$, $\sqrt{x-2}$, $\frac{4}{\sqrt{x+1}}$ — ірраціональні вирази. З іншими видами ірраціональних виразів ви ознайомитеся в наступних класах.

2. Допустимі й недопустимі значення змінної ірраціонального виразу

Кожний із виразів $\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2\cdot 9}$, $\sqrt{x-2}$, $\frac{4}{\sqrt{x+1}}$ містить дію добування квадратного кореня. Проте у виразах $\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2\cdot 9}$ під коренем міститься додатне число або числовий вираз, який набуває додатного значення, а у виразах $\sqrt{x-2}$, $\frac{4}{\sqrt{x+1}}$ — вираз зі змінною. Перші два вирази завжди мають

Нехай A — вираз зі змінними. Тоді:

- **вираз $\sqrt{A}$ має зміст, якщо $A \geq 0$;**
- **вираз $\frac{1}{\sqrt{A}}$ має зміст, якщо $A > 0$.**



Чому для виразу $\frac{1}{\sqrt{A}}$ приймаємо саме таке обмеження: $A > 0$?

Якщо $A = 0$, то $\sqrt{A} = 0$, а на нуль ділити не можна.



2. Скористаємося формулою $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$. Тоді:

$$\sqrt{a} + ab = \sqrt{a} + \left(\sqrt{a}\right)^2 b = \sqrt{a}\left(1 + \sqrt{a}\cdot b\right) = \sqrt{a}\left(1 + b\sqrt{a}\right).$$

3. Скористаємося формулою $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ та формулою різниці квадратів. Тоді:

$$x^2 - 3 = x^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right).$$

4. Скористаємося формулою $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ та формулою різниці квадратів. Тоді, оскільки $x > 0$, то:

$$x - 4 = \left(\sqrt{x}\right)^2 - 2^2 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right).$$

$$= \sqrt{a^2}\cdot\left(-\sqrt{(-b)^2}\right)\cdot\sqrt{x} = -\sqrt{a^2(-b)^2\,x} = -\sqrt{a^2b^2x}.$$

Отже: якщо $a > 0$, $b < 0$, то $ab\sqrt{x} = -\sqrt{a^2b^2x}$.

2. Якщо $x \geq 0$, то: $x = \sqrt{x^2}$.

Тоді: $x\sqrt{x^2} = \sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x^2} = \sqrt{x^2\cdot x^2} = \sqrt{x^4}$.

Якщо $x < 0$, то: $-x > 0$ і $-x = \sqrt{(-x)^2} = \sqrt{x^2}$.

Тоді: $x\sqrt{x^2} = -(-x)\cdot\sqrt{x^2} = -\sqrt{(-x)^2}\cdot\sqrt{x^2} = -\sqrt{x^2\cdot x^2} = -\sqrt{x^4}$.

Отже: $x\sqrt{x^2} = \begin{cases}\sqrt{x^4}, & \text{якщо } x \geq 0,\\ -\sqrt{x^4}, & \text{якщо } x < 0.\end{cases}$

Під час винесення множника з-під знака кореня необхідно враховувати, яким саме є цей множник: додатним, від'ємним чи таким, що дорівнює нулю.

5. Ірраціональність у знаменнику дробу



Що таке *ірраціональність у знаменнику* дробу?



Наявність одного чи кількох квадратних коренів у знаменнику цього дробу.

тить $\sqrt{A}$ і не містить інших ірраціональностей;

- на вираз, спряжений зі знаменником, якщо знаменник дробу містить суму (різницю) двох виразів, принаймні один з яких є ірраціональним.

qr.orioncentr.com.ua/lrx9V

6. Розв'язування рівнянь



Як діяти, щоб розв'язати рівняння виду $A^2 = B$ і $\sqrt{A} = B$?



Розглянемо приклади розв'язування таких рівнянь.

Справді, $\sqrt{1}+2=3$. Отже, коренем рівняння є число 1.

4. Квадратний корінь не може набувати від'ємних значень, тому рівняння $\sqrt{x+2}=-3$ не має коренів.

5. Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.

$$(x+3)\sqrt{x+2}=0,$$
$$x+3=0 \text{ або } \sqrt{x+2}=0,$$
$$x=-3 \text{ або } x+2=0,$$
$$x=-2.$$

Якщо $x=-3$, то вираз $\sqrt{x+2}$ втрачає зміст, оскільки $-3+2=-1<0$. Тому: число -3 не належить до ОДЗ змінної даного рівняння, а тому не може бути його коренем.

Число -2 належить до ОДЗ змінної даного рівняння й перетворює рівняння на правильну рівність.

щенню, що $\frac{m}{n}$ нескоротний дріб. Отже, $\sqrt{2}$ — ірраціональне число.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/2wBKZ

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ірраціональний вираз	irrational expression	irrationaler Ausdruck (m)	expression irrationnelle

2) $\sqrt{0}$; 4) $\sqrt{x^2}$; 6) $\sqrt{x+1}$; 8) $\sqrt{\frac{}{b}}$.

616°. Чи має зміст вираз $\sqrt{A}$, якщо:
1) $A<0$; 2) $A=0$; 3) $A>0$; 4) $A\le 0$; 5) $A\ge 0$?

617°. Чи має зміст вираз $\frac{1}{\sqrt{A}}$, якщо:
1) $A<0$; 2) $A=0$; 3) $A>0$; 4) $A\le 0$; 5) $A\ge 0$?

618°. Чи є правильним співвідношення:
1) $\sqrt{A}<0$; 2) $\sqrt{A}=0$; 3) $\sqrt{A}>0$; 4) $\sqrt{A}\ge 0$?

619°. Чи правильно, що:
1) $\left(\sqrt{A}\right)^2<0$; 2) $\left(\sqrt{A}\right)^2=0$; 3) $\left(\sqrt{A}\right)^2=-A$; 4) $\left(\sqrt{A}\right)^2=A$;

2) $\sqrt{x-8}$, якщо $x=7$; 5) $\sqrt{-10x}$, якщо $x=2$;
3) $\sqrt{20-x}$, якщо $x=-21$; 6) $\sqrt{15-3x}$, якщо $x=4$?

623°. Чи має зміст вираз $\frac{1}{\sqrt{-x+8}}$, якщо:
1) $x=-10$; 5) $x=1$;
2) $x=-6$; 6) $x=8$;
3) $x=-1{,}2$; 7) $x=10$;
4) $x=0$; 8) $x=20$?

624°. Чи має зміст вираз $\frac{1}{\sqrt{x+3}}$, якщо:
1) $x=-5$; 3) $x=0$; 5) $x=10$;
2) $x=-3$; 4) $x=3$; 6) $x=-0{,}1$?

629°. Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1) $\sqrt{p}\left(\sqrt{p}-15\right)$;
2) $\sqrt{n}\left(2\sqrt{n}+5\right)$;
3) $\sqrt{3}\left(\sqrt{a}+\sqrt{c}\right)$;
4) $\left(\sqrt{n}+7\right)\left(\sqrt{n}-2\right)$;
5) $\left(2\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-2\sqrt{y}\right)$;
6) $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}-1\right)$;
7) $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{y}-\sqrt{x}\right)$;
8) $\left(\sqrt{a}+a\right)\left(\sqrt{a}-a\right)$;
9) $\left(\sqrt{5m}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{5m}-\sqrt{n}\right)$;
10) $\left(\sqrt{x}+1\right)^2$;
11) $\left(\sqrt{a}-4\right)^2$;
12) $\left(\sqrt{m}+\sqrt{3}\right)^2$;
13) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{2y}\right)^2$;
14) $\left(\sqrt{x}+\sqrt{z}\right)^2$.

632°. Розкладіть на множники:

1) $3\sqrt{x}-x\sqrt{x}$;
2) $a\sqrt{a}+c\sqrt{a}$;
3) $\sqrt{a}+2a$;
4) $\sqrt{5a}-5a$;
5) $4p\sqrt{m}-6m\sqrt{p}$;
6) $x-36$, якщо $x\geq 0$;
7) x^2-7;
8) x^2-3;
9) $x-26$, якщо $x\geq 0$;
10) $x-11$, якщо $x\geq 0$.

633°. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{\sqrt{mn}}{m}$;
2) $\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$;
3) $\dfrac{\sqrt{5d}}{\sqrt{45d}}$;
4) $\dfrac{\sqrt{cd}}{\sqrt{ad}}$.

634°. Спростіть вираз:

1) $\dfrac{\sqrt{2ap}}{\sqrt{2a}}$;
2) $\dfrac{\sqrt{mn}}{\sqrt{am}}$.

3) $\frac{}{\sqrt{3}m-\sqrt{3}n}$; 6) $\frac{}{\sqrt{y}+5}$;

637°. Внесіть множник під знак кореня:

qr.orioncentr.com.ua/3MP4H

1) $2\sqrt{x}$;
2) $5\sqrt{y}$;
3) $6\sqrt{a}$;
4) $2x\sqrt{y}$, якщо $x>0$;
5) $2x\sqrt{y}$, якщо $x<0$;
6) $3a\sqrt{n^3}$, якщо $a<0$;
7) $3a\sqrt{n^3}$, якщо $a>0$;
8) $m\sqrt{m^2}$, якщо $m<0$;
9) $m\sqrt{m^5}$;
10) $3y^2\sqrt{x}$;
11) $2a^4\sqrt{c}$;
12) $m\sqrt{mn}$, якщо $m>0$;
13) $m\sqrt{mn}$, якщо $m<0$;
14) $2xy^3\sqrt{z}$, якщо $x<0$, $y>0$.

641°. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; 4) $\frac{10}{\sqrt{10}}$; 7) $\frac{1}{\sqrt{m}}$; 10) $\frac{1}{\sqrt{mn}}$;
2) $\frac{1}{\sqrt{8}}$; 5) $\frac{14}{\sqrt{7}}$; 8) $\frac{2}{\sqrt{n}}$; 11) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$;
3) $\frac{4}{3\sqrt{5}}$; 6) $\frac{2}{\sqrt{11}}$; 9) $\frac{y}{\sqrt{y}}$; 12) $\frac{1}{\sqrt{m+5}}$.

642°. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 3) $\frac{17}{\sqrt{17}}$; 5) $\frac{a}{\sqrt{2b}}$; 7) $\frac{1}{\sqrt{y-2}}$;
2) $\frac{5}{\sqrt{15}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{x}}$; 6) $\frac{2z}{\sqrt{z}}$; 8) $\frac{1}{\sqrt{8x+1}}$.

1) $\sqrt{x}=2$; 4) $\sqrt{x-2}-9=0$; 7) $\sqrt{x+3}+4=0$;
2) $\sqrt{x}=10$; 5) $\sqrt{x-12}=7$; 8) $3\sqrt{x+9}=0$;
3) $2\sqrt{x}-6=0$; 6) $\sqrt{x+21}=-3$; 9) $-2\sqrt{x+9}+6=0$.

648°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sqrt{x}=5$; 3) $2\sqrt{x+7}=8$; 5) $\sqrt{x+30}=-30$;
2) $\sqrt{x}-4=0$; 4) $\sqrt{x-1}-2=0$; 6) $\sqrt{x}=0$.

649. Чи за будь-яких значень змінної має зміст вираз:

1) $\sqrt{-x^2}$; 3) $\sqrt{(x-7)^2}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{x}}$; 7) $\frac{x}{\sqrt{4x+1}}$;
2) $\sqrt{-(x+5)^2}$; 4) $\sqrt{x^2-6x+9}$; 6) $\frac{5}{\sqrt{x-12}}$; 8) $\frac{x+3}{\sqrt{x-3}}$?

Якщо так, то вкажіть кілька таких значень змінної та обчисліть відповідні значення виразу.

653. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}$;
2) $\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{2+\sqrt{x}}$;
3) $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;
4) $\frac{1}{3\sqrt{m}+3\sqrt{n}}+\frac{2}{2\sqrt{m}+2\sqrt{n}}$;
5) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{a}+2\sqrt{2}}$;
6) $\frac{x}{\sqrt{x}+1}-\frac{x}{\sqrt{x}-1}$.

654. Спростіть вираз:

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}+\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}-\sqrt{5}}$;
2) $\frac{\sqrt{m}}{m-25}-\frac{1}{\sqrt{m}-5}$;
3) $\frac{\sqrt{11}}{m-11}-\frac{1}{\sqrt{m}-\sqrt{11}}$;
4) $\frac{\sqrt{5p}}{p-5}+\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}+\sqrt{5}}$.

3) $ab^3\sqrt{a^2b^3}$, якщо $a<0$; 6) $3p\sqrt{m^2}+4\sqrt{p}$.

660. Внесіть множник під знак кореня:

1) $-a\sqrt{-3a}$; 2) $pc^4\sqrt{c^2p}$; 3) $ac\sqrt{ac}$; 4) $x\sqrt{y}-\sqrt{x}$.

661. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{8n^2}$; 3) $\sqrt{0{,}01a^8b^3}$; 5) $\sqrt{-\dfrac{p^4}{m^6n^3}}$;

2) $\sqrt{18x^4y^8z^7}$; 4) $\sqrt{\dfrac{8x^3}{125y^{10}}}$; 6) $\sqrt{\dfrac{(n+3)^4}{m^5}}$.

662. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{54x^2}$; 2) $\sqrt{-0{,}4x^2y^5}$; 3) $\sqrt{\dfrac{12x^5}{49y^{12}}}$; 4) $\sqrt{\dfrac{p^{12}}{mn^{10}}}$.

3) $(5x+1)(x+2)-6x^2-11x=0$;
4) $(-x+5)(x+4)=x(x+1)$.

668. Розв'яжіть рівняння:

1) $(3x+1)(x-3)+8x=2x^2$;
2) $(x+2)(x-2)-3x^2=0$;
3) $(2x+1)(x+3)=x(x+7)$.

669. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sqrt{x}+2\sqrt{x}=9$; 4) $\sqrt{25x}-\sqrt{16x}=0$;
2) $9\sqrt{x}-5\sqrt{x}=4$; 5) $\sqrt{x+3}-5\sqrt{x+3}+4=0$;
3) $\sqrt{4x}-\sqrt{9x}=9$; 6) $\sqrt{x+1}+3\sqrt{x+1}=8$.

670. Розв'яжіть рівняння:

1) $3\sqrt{x}+2\sqrt{x}=10$; 3) $\sqrt{16x}-\sqrt{25x}=0$;
2) $\sqrt{x}-3\sqrt{x}=6$; 4) $\sqrt{x+5}-7\sqrt{x+5}+12=0$.

2) $(x-3)\sqrt{x+3}=0$; 4) $x\sqrt{x-1}=0$.

675*. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{(x-1)^2}$, якщо $x>2$; 5) $\sqrt{x^2-6x+9}$, якщо $x>9$;

2) $\sqrt{(x+12)^2}$, якщо $x>20$; 6) $\sqrt{x^2-2x+1}$, якщо $x>5$;

3) $\sqrt{(x-8)^2}$, якщо $x<0$; 7) $\sqrt{x^2-8x+16}$, якщо $x<0$;

4) $\sqrt{(x^2+8)^2}$; 8) $\sqrt{x^2+4x+4}$, якщо $x<-4$.

676*. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{(x^2-4)(x-2)}$; 2) $\sqrt{x^3+10x^2+25x}$.

$1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$ $\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{10}$

2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$; 4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$.

680*. За яких значень a рівняння не має розв'язків:

1) $(x+24)^2=a$; 3) $(x-9)^2+7=a$;

2) $(x-14)^2=a$; 4) $(x+2)^2+9=a$?

681*. За яких значень a рівняння має тільки один розв'язок:

1) $(x+17)^2=a$; 3) $(x-9)^2=a-5$;

2) $(x-3)^2=a+1$; 4) $(x+32)^2+4=a^2$?

682*. Для всіх значень a розв'яжіть рівняння:

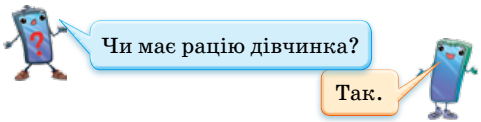
1) $(x+8)^2=a$; 4) $(x+9)^2+1=a$;

2) $(x-12)^2=a$; 5) $x^2+4x+4=a$;

3) $(x-25)^2=a+4$; 6) $x^2+6x+9=a$.

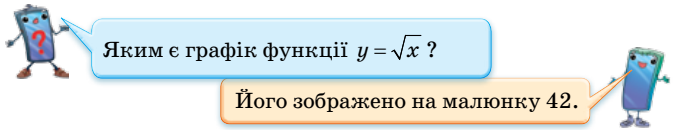
квадрата за його площею: $a = \sqrt{S}$. А далі міркувала так. Зі зміною площі квадрата відповідно змінюється й довжина його сторони, тому площа квадрата S є незалежною змінною, а довжина a сторони квадрата — залежною змінною. Оскільки кожному значенню S відповідає єдине значення a, то формула задає функціональну залежність.

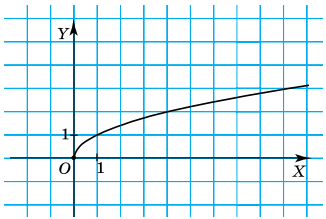
qr.orioncentr.com.ua/2mDPY



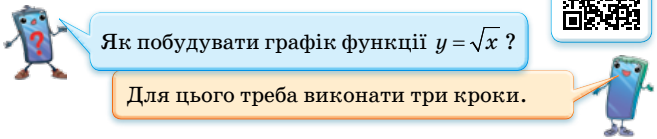
Якщо в цій формулі незалежну змінну позначити x, а залежну — y, то одержимо функцію $y = \sqrt{x}$.

3. Графік функції $y = \sqrt{x}$





Мал. 42



Крок 1. Знаходимо координати кількох точок вітки параболи (табл. 28).

Таблиця 28

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

Крок 2. На координатній площині позначимо точки з координатами (0; 0), (1; 1), (4; 2), (9; 3) (мал. 43).

а графік функції $y=\sqrt{x}$ — у I координатній чверті. Отже, графік функції $y=\sqrt{x}$ не проходить через точку B.

Щоб з'ясувати, чи проходить графік функції $y=\sqrt{x}$ через задану точку, потрібно перевірити, чи задовольняють координати цієї точки формулу $y=\sqrt{x}$.

Задача 2 Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=2-x. \end{cases}$

Розв'язання

Побудуємо графік функції $y=\sqrt{x}$ (мал. 45): графіком функції $y=\sqrt{x}$ є вітка параболи.

У тій самій системі координат побудуємо графік лінійної функції $y=2-x$ (мал. 45): графіком функції $y=2-x$ є пряма, що проходить через точки (0; 2) і (2; 0).

$y = \sqrt{x}$ і $y = 2 - x$. Отже, рівняння $\sqrt{x} = 2 - x$ має корінь $x = 1$.

Дізнайтеся більше

Положій Георгій Миколайович (1914–1968) — відомий математик, професор, доктор фізико-математичних наук Київського державного університету імені Тараса Шевченка. Започаткував створення в Київському університеті окремого факультету з обчислювальної математики і кібернетики. Розроблена ним теорія є важливою й нині для розвитку не лише математики як науки, а й авіабудівництва, будівництва гідротехнічних споруд.



2) 22,3, 12,5 і 18,2;

4) 6,21, $1\frac{5}{7}$, 3,79 і $3\frac{2}{7}$.

Розв'яжіть задачі

685'. Яке із тверджень є правильним для функції $y = \sqrt{x}$:

1) область визначення функції — усі додатні числа;

2) область визначення функції $y = \sqrt{x}$ — усі невід'ємні числа;

3) область значень функції $y = \sqrt{x}$ — усі додатні числа;

4) область значень функції $y = \sqrt{x}$ — усі невід'ємні числа?

4) $D\,(25;\,-5)$;
5) $M\,(0{,}01;\,0{,}1)$;
6) $N\,(0{,}3;\,0{,}09)$?

qr.orioncentr.com.ua/dle7y

691°. Чи належить графіку функції $y=\sqrt{x}$ точка:
1) $K\,(0;\,0)$; 3) $M\,(49;\,7)$;
2) $L\,(36;\,-6)$; 4) $N\,(0{,}04;\,0{,}2)$?

692°. На малюнку 46 зображено графік функції $y=\sqrt{x}$. За графіком визначте точку, якщо:
1) $x=1{,}5;\ 2;\ 5$;
2) $y=1{,}5;\ 2{,}5;\ 2{,}7$.

ки функцій:
1) $y=\sqrt{x}$ і $y=1$; 2) $y=\sqrt{x}$ і $y=0$.

qr.orioncentr.com.ua/lxyGD

Скориставшись графіками функцій, знайдіть координати точок їх перетину, якщо це можливо.

697°. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:
1) $y=\sqrt{x}$ і $y=4$; 2) $y=\sqrt{x}$ і $y=-3$.
Скориставшись графіками функцій, знайдіть координати точок їх перетину, якщо це можливо.

698°. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:
1) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=2x-1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=x-6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=-2x+3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=-x. \end{cases}$

нює 27.

705. Знайдіть такі точки графіка функції $y=\sqrt{x}$, у яких абсциса на 12 більша, ніж ордината.

706. Чи можна знайти найменше та найбільше значення для функції $y=\sqrt{x}$? Відповідь поясніть.

707. Назвіть найменше та найбільше значення функції $y=\sqrt{x}$, яке є натуральним числом, якщо:
1) $4 \le x \le 25$; 2) $0 \le x \le 80$; 3) $6 \le x \le 20$; 4) $9 \le x \le 22$.

708. Назвіть найменше та найбільше значення функції $y=\sqrt{x}$, яке є натуральним числом, якщо:
1) $1 \le x \le 36$; 2) $5 \le x \le 28$.

Проявіть компетентність

715. Сергійко проводив експерименти щодо вільного падіння м'ячика. Швидкість вільного падіння тіла задається формулою $v=\sqrt{2gH}$, де v — швидкість; H — висота; g — прискорення вільного падіння ($g \approx 9{,}8$ м/с^2).
1. М'ячик падає з висоти 1 м. З якою швидкістю він упаде на землю?
2. У скільки разів збільшиться швидкість м'ячика, якщо висоту збільшити у 2 рази; у 4 рази; у 8 разів?
3. Побудуйте графік залежності швидкості падіння м'ячика від висоти.

А. 5. **Б.** 25. **В.** 25, −25. **Г.** 5; −5.

3°. Яка з точок належить графіку функції $y=\sqrt{x}$?

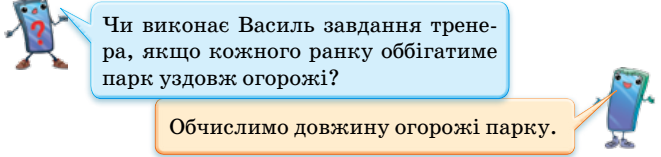
А. $A\,(4;\,2)$. **Б.** $B\,(2;\,4)$. **В.** $C\,(1;\,0)$. **Г.** $D\,(-4;\,2)$.

4. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$.

А. $\dfrac{1}{2}$. **Б.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **В.** $2+\sqrt{3}$. **Г.** $\sqrt{3}$.

5*. Спростіть вираз $\dfrac{3\sqrt{a}+\sqrt{27}}{a-3}$.

А. $\dfrac{3}{\sqrt{a}-\sqrt{3}}$. **Б.** 3. **В.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}-3}$. **Г.** $3\left(\sqrt{a}+\sqrt{3}\right)$.



Нехай ширина парку становить x м, тоді його довжина — $(x+150)$ м. Площа парку дорівнює $x\cdot(x+150)$ м^2, що за умовою задачі становить 270 000 м^2, тому маємо рівняння:

$$x\cdot(x+150)=270\,000.$$

Розкриємо дужки та зберемо всі доданки в лівій частині рівняння:

$$x^2+150x-270\,000=0.$$

Такі рівняння називають *неповними квадратними рівняннями*. Наведемо приклади (табл. 31).

Таблиця 31

Коефіцієнти	$b = 0, c \neq 0$	$b \neq 0, c = 0$	$b = 0, c = 0$
Неповне квадратне рівняння	$\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$	$\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$	$\boldsymbol{ax^2 = 0}$
Приклад	$2x^2 - 8 = 0$	$x^2 + 5x = 0$	$4x^2 = 0$

Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ завжди можна звести до вигляду $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, де перший коефіцієнт дорівнює 1. Таке квадратне рівняння називають *зведеним*.

3. Доповнимо ліву частину рівняння до повного квадрата двочлена. Для цього до обох частин рівняння додамо 75^2:

$x^2 + 150x + 75^2 = 270000 + 75^2$

4. Згорнемо ліву частину рівняння у квадрат двочлена, а праву — обчислимо:

$(x + 75)^2 = 275625$

5. Подамо праву частину рівняння як квадрат числа 525:

$(x + 75)^2 = 525^2$.

6. Для одержаного рівняння можливі два випадки:

$x + 75 = 525$ або $x + 75 = -525$.

7. Знайдемо корені рівняння:

$x = 450$ або $x = -600$.

4. Доповнимо ліву частину рівняння до повного квадрата двочлена: $x^2+2\cdot\frac{5}{4}x+\frac{25}{16}=\frac{3}{2}+\frac{25}{16}$.

5. Згорнемо ліву частину рівняння у квадрат двочлена, а праву — обчислимо: $\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{49}{16}$.

6. Подамо праву частину рівняння як квадрат числа: $\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{7}{4}\right)^2$.

7. Розглянемо два можливі випадки: $x+\frac{5}{4}=\frac{7}{4}$ або $x+\frac{5}{4}=-\frac{7}{4}$.

Отже, $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=-3$.

пляються в трактаті з астрономії «Аріабхаттіам», що написав індійський астроном і математик Аріабхата в 499 р. н. е. Правило знаходження коренів рівняння, зведеного до вигляду $ax^2+bx=c$, уперше сформулював індійський вчений Брахмагупта (близько 598 р.). Це правило за своєю суттю збігається із сучасним.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/prhsB

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
квадратне рівняння	quadratic equation	quadra-tische Gleichung (f)	équation quadratique

1) $4x^2 + 7x - 3 = 0$; 3) $2x^3 + x + 4 = 0$; 5) $x^2 + 5x = 0$;
2) $x^2 - 5x + 3 = 0$; 4) $4x^2 - 16 = 0$; 6) $8x + 16 = 0$?

720°. Назвіть коефіцієнти квадратного рівняння:
1) $6x^2 + 5x - 1 = 0$; 3) $2x^2 - 12 = 0$; 5) $6x^2 = 0$;
2) $x^2 + x - 6 = 0$; 4) $x^2 + 2x = 0$; 6) $5 + x^2 - 6x = 0$.
Чи є серед цих рівнянь зведені квадратні рівняння?

721°. Запишіть квадратне рівняння за його коефіцієнтами:
1) $a = 3$, $b = 2$, $c = 4$;
2) $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$;
3) $a = 2$, $b = 0$, $c = -8$;
4) $a = -1$, $b = -2$, $c = 5$;
5) $a = 1$, $b = -7$, $c = 0$;
6) $a = 4$, $b = 8$, $c = 0$.

qr.orioncentr.com.ua/cQmCm

2) $7x^2 - 3 = x(x - 11) + 1$; 4) $4(x - 2)(x + 2) + 5 = 7(x - 2)$.

728°. Яке додатне число потрібно підставити замість n, щоб у лівій частині рівняння одержати квадрат суми або квадрат різниці:
1) $x^2 + 2x + n = 0$; 4) $x^2 - 8x + n = 0$;
2) $x^2 - 4x + n = 0$; 5) $x^2 + 5x + n = 0$;
3) $x^2 + 12x + n = 0$; 6) $x^2 - 9x + n = 0$?

729°. Яке додатне число потрібно підставити замість n, щоб у лівій частині рівняння одержати квадрат суми або квадрат різниці:
1) $x^2 + 6x + n = 0$; 3) $x^2 + 7x + n = 0$;
2) $x^2 - 10x + n = 0$; 4) $x^2 - 3x + n = 0$?

736. Один із коренів рівняння $3x^2 + bx + 6 = 0$ дорівнює -6. Знайдіть інший корінь і коефіцієнт b.

737. Один із коренів рівняння $4x^2 - 7x + c = 0$ дорівнює 1. Знайдіть інший корінь і коефіцієнт c.

738. Доведіть, що:
1) числа 5 і -7 є коренями рівняння $x^2 + 2x - 35 = 0$;
2) число 2 не є коренем рівняння $2x^2 - x - 10 = 0$.

739. Доведіть, що:
1) числа 1 і -6 є коренями рівняння $x^2 + 5x - 6 = 0$;
2) число -2 не є коренем рівняння $2x^2 - 9x + 10 = 0$.

тість матеріалу для паркану, якщо одна секція коштує 250 грн.
4. Запропонуйте власний міні-проєкт за сюжетом задачі.

§ 18. ФОРМУЛА КОРЕНІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ



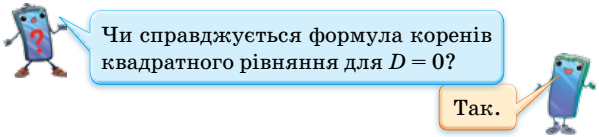
qr.orioncentr.com.ua/6y8ZL

1. Дискримінант квадратного рівняння

Ситуація. Галина розв'язала квадратне рівняння $2x^2 - 11x + 5 = 0$ способом виділення квадрата двочлена. Петро узагальнив її спосіб розв'язування.

рівняння	$=-2{,}5+\left(\frac{11}{4}\right)^2$	$=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Згорнемо повний квадрат у лівій частині рівняння	$\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=-2{,}5+\left(\frac{11}{4}\right)^2$	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Спростимо праву частину рівняння	$\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{-16\cdot 2{,}5+11^2}{4^2}$	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
Одержали рівняння	$\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=\frac{81}{16}$	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

Маємо рівняння:	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ або $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{D}{4a^2}$.
Перетворимо праву частину рівняння:	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)^2$.
Можливі два випадки:	$x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{D}}{2a}$ або $x+\frac{b}{2a}=-\frac{\sqrt{D}}{2a}$.
Знайдемо x з отриманих рівностей:	$x=-\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{D}}{2a}$ або $x=-\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{D}}{2a}$.
Висновок:	рівняння має два корені $x=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ або $x=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$.



Якщо $D = 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$. Одержали, що в даному випадку рівняння має два корені, які дорівнюють один одному. Тому часто говорять, що для $D = 0$ квадратне рівняння має один корінь.

Ліву частину таких рівнянь можна подати як квадрат двочлена. Наприклад, рівняння $x^2 - 6x + 9 = 0$ можна записати так: $(x - 3)^2 = 0$.

Отже, $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$.

Задача 3 Розв'яжіть рівняння: $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

Розв'язання У рівнянні $9x^2 + 6x + 1 = 0$:

$a = 9$, $b = 6$, $c = 1$.

$D = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0$,

$D = 0$ — два рівні корені.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 0}{2 \cdot 9} = -\frac{6}{2 \cdot 9} = -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}.$$

Отже, $x_{1,2} = -\frac{1}{3}$.

Задача 5 Розв'яжіть рівняння: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Розв'язання Розв'яжемо рівняння: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = (-4)^2 - 1 \cdot 7 = 16 - 7 = 9,$$

$$D_1 > 0.$$

Застосуємо формулу коренів квадратного рівняння:

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{9}}{1} = 4 \pm 3.$$

Отже, $x_1 = 7$, $x_2 = 1$.

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
дискримінант квадратного рівняння	discriminant of a quadratic equation	Diskriminante der quadratischen Gleichung	le discriminant d'une équation quadratique

Пригадайте головне

1. Що називають дискримінантом квадратного рівняння?
2. Скільки коренів може мати квадратне рівняння?
3. Запишіть формулу коренів квадратного рівняння.

1) $x^2 - x - 2 = 0$; 2) $2x^2 + x = 0$?

747°. Знайдіть значення виразу $b^2 - 4ac$, якщо:
1) $a = 1$, $b = 4$, $c = -5$; 3) $a = 5$, $b = 6$, $c = 1$;
2) $a = 1$, $b = -7$, $c = 10$; 4) $a = 3$, $b = -5$, $c = -2$.

748°. Знайдіть значення виразу $b^2 - 4ac$, якщо:
1) $a = 1$, $b = -6$, $c = 8$;
2) $a = 2$, $b = 1$, $c = -6$.

749°. Як обчислюють дискримінант квадратного рівняння:
$x^2 - 10x + 16 = 0$:
1) $D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)$; 3) $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)$;
2) $D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$; 4) $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$?
Скільки коренів має дане рівняння?

вираз для знаходження дискримінанта:
1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$;
2) $x^2 + 4x + 5 = 0$; 4) $4x^2 - 4x - 1 = 0$.
Скільки коренів має рівняння?

755°. Розв'яжіть квадратне рівняння:
1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 9) $x^2 - 7x - 8 = 0$;
2) $x^2 - 6x - 16 = 0$; 10) $x^2 + 6x + 3 = 0$;
3) $x^2 + 2x - 8 = 0$; 11) $x^2 + x - 2 = 0$;
4) $x^2 - 8x + 16 = 0$; 12) $x^2 + 25x + 100 = 0$;
5) $x^2 + 8x + 7 = 0$; 13) $x^2 - 6x - 7 = 0$;
6) $x^2 - 4x + 8 = 0$; 14) $x^2 + 15x + 26 = 0$;
7) $x^2 + x - 12 = 0$; 15) $x^2 - 3x + 2 = 0$;
8) $x^2 - 2x - 15 = 0$; 16) $x^2 - 10x + 25 = 0$.

2) $6y - 1 = 5y^2$; 7) $4x^2 = 2 - 7x$; 12) $2x^2 = 9x - 10$;
3) $z^2 - 90 = z$; 8) $4y^2 = 33 + y$; 13) $81y^2 + 1 = 18y$;
4) $5x^2 = 8x - 3$; 9) $9x^2 + 25 = 30x$; 14) $6z - 3 = z^2$;
5) $5 = 6y - y^2$; 10) $y^2 = 11y - 18$; 15) $18 - y^2 = 5y + 18$.

760. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x^2 = 7x + 30$; 3) $z^2 - 5 = 2z$; 5) $5y = 1 - 14y^2$;
2) $3y = 2y^2 - 5$; 4) $30 - x = x^2$; 6) $4x^2 + 7 = 7 - 12x$.

761. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(x - 1) = 72$; 5) $2y(y + 3) = (3 + y)^2$;
2) $2y(y + 2) - 3 = 9y$; 6) $(z + 4)^2 + (z - 4)^2 = 36$;
3) $(2z - 3)(2 - 3z) = -4$;
4) $(x + 5)^2 = 4(x + 10)$;
7) $(x + 2)(x + 1) = 4(x^2 - 22)$;
8) $(y + 2)^2 - 10 = 6(y + 3)$.

qr.orioncentr.com.ua/yEhFu

3) значення двочленів $x^2 - 2x$ і $28 - 5x$ рівні.

769*. Доберіть таке раціональне число n, для якого рівняння $x^2 - 2x + n = 0$:
1) має два різні корені; 2) не має коренів; 3) має два рівні корені.

770*. Доберіть таке раціональне число n, для якого рівняння $nx^2 + 3x + 2 = 0$: 1) має два різні корені; 2) не має коренів; 3) має два рівні корені.

771*. Розв'яжіть рівняння зі змінною x і буквеними коефіцієнтами:

1) $x^2 + 2x + n = 0$; 3) $nx^2 - 2x + 1 = 0$;
2) $x^2 - 4x + 4n = 0$; 4) $x^2 + 3nx + 2n^2 = 0$.

2	900	1400	на суму, більшу за 45 000 грн, доставка безкоштовна
3	850	1300	При замовленні товару на суму, більшу за 45 000 грн, доставка безкоштовна

Яка пропозиція покупки з доставкою буде найвигіднішою для Івана Петровича?



Ці залежності вперше встановив французький математик Франсуа Вієт.

Запам'ятайте!

Теорема Вієта

Нехай x_1, x_2 — корені зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$. Тоді сума коренів дорівнює другому коефіцієнту, взятому із протилежним знаком, а добуток коренів — вільному члену:

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q.$$

сума яких дорівнює числу 5: 3 і 2.

Отже, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.

Задача 2 Один із коренів рівняння $x^2 + px + 28 = 0$ дорівнює 4. Знайдіть другий корінь і коефіцієнт p.

Розв'язання

За теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = 28$.

Знаходимо другий корінь: $x_2 = 28 : x_1 = 28 : 4 = 7$.

Знаходимо коефіцієнт p: $-p = x_1 + x_2 = 4 + 7 = 11$; $p = -11$.

Отже, $x_2 = 7$; $p = -11$.

Нехай x_1, x_2 — корені квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Тоді сума коренів дорівнює $-\frac{b}{a}$, а добуток коренів дорівнює $\frac{c}{a}$:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Довести це твердження нескладно, якщо квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ звести до рівняння виду $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Спробуйте зробити це самостійно.

Справедливим є твердження, обернене до теореми Вієта.

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2.$$

За теоремою Вієта, $x_1 + x_2 = -p$ і $x_1 \cdot x_2 = q$.

Тоді $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q$.

Отже, рівність доведено: $x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2q$.

Дізнайтеся більше

1. Франсуа Вієт (1540–1603) — французький математик, який запровадив сучасну систему нотації в алгебрі. Особливо пишався теоремою про залежність між коренями квадратного рівняння та його коефіцієнтами, яку було оприлюднено в 1591 р. Її названо ім'ям Вієта.



Франсуа Вієт

3. Сформулюйте теорему, обернену до теореми Вієта.

Усне тренування

1. Спростіть вираз:

$\sqrt{16^2}$; $\sqrt{(-25)^2}$; $\sqrt{(\sqrt{8}-\sqrt{7})^2}$; $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.

2. Обчисліть:

$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$; $(\sqrt{7}-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+\sqrt{7})$; $(1+\sqrt{2})^2$.

Розв'яжіть задачі

775'. Яке співвідношення є правильним для зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$:

1) $x_1 + x_2 = p$; 2) $x_1 + x_2 = -q$; 3) $x_1 + x_2 = -p$; 4) $x_1 + x_2 = q$?

782°. Один із коренів рівняння дорівнює 6. Не розв'язуючи рівняння, назвіть інший корінь рівняння:
1) $x^2 - 8x + 12 = 0$; 2) $x^2 - 3x - 18 = 0$.

783°. Не розв'язуючи рівняння, установіть, яка пара чисел є коренями рівняння $x^2 + 3x - 10 = 0$:
1) 1 і -10; 2) -2 і 5; 3) -1 і 10; 4) 2 і -5.

784°. Не розв'язуючи рівняння, установіть, яка пара чисел є коренями рівняння $x^2 - 9x + 8 = 0$:
1) -1 і -8; 2) -2 і -4; 3) 1 і 8; 4) 2 і 4.

785°. Не розв'язуючи рівняння, установіть, яка пара чисел є коренями рівняння $5x^2 - 7x + 2 = 0$:
1) 7 і 2; 2) 1 і $-\frac{2}{5}$; 3) 1 і $-\frac{2}{5}$; 4) 1 і $\frac{2}{5}$.

790°. Не обчислюючи коренів рівняння $2x^2 + 40x - 4 = 0$, знайдіть: 1) $x_1 + x_2$; 2) $x_1 \cdot x_2$.

791°. Не обчислюючи коренів рівняння $9x^2 - 24x + 14 = 0$, знайдіть: 1) $x_1 + x_2$; 2) $x_1 \cdot x_2$.

792°. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа:
1) 2 і 5; 4) -8 і -2; 7) $-\frac{3}{4}$ і 8;
2) -6 і 3; 5) 6 і $\frac{1}{3}$; 8) -7 і $-\frac{3}{14}$.
3) -1 і 7; 6) -3 і $\frac{2}{3}$;

qr.orioncentr.com.ua/4XVWn

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 3) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$; 4) $x_1^3 + x_2^3$.

802*. Рівняння $x^2 + px + q = 0$ з цілими коефіцієнтами p і q має корінь $1 + \sqrt{3}$. Знайдіть інший корінь рівняння.

803*. За яких значень параметра n сума коренів квадратного рівняння $x^2 + \left(6n^2 + 5n - 1\right)x + n = 0$ дорівнює нулю?

804*. За яких значень параметра m добуток коренів квадратного рівняння $x^2 - 4mx + \left(5m^2 + 2m - 3\right) = 0$ дорівнює нулю?

805*. У рівнянні $x^2 - 3x + p = 0$ сума квадратів коренів дорівнює 5. Знайдіть p.

РОЗКЛАДАННЯ КВАДРАТНОГО ТРИЧЛЕНА НА ЛІНІЙНІ МНОЖНИКИ

1. Квадратний тричлен



qr.orioncentr.com.ua/TTq35

Ситуація. Олеся виконувала вправи на визначення IQ (коефіцієнта інтелекту). Їй трапилося завдання: «Визначте, який із многочленів є зайвим у такій послідовності:

$2x + 3$; $\frac{x+1}{2}$; $8x$; $2x^2 + 3x - 2$».

Олеся вибрала многочлен $2x^2 + 3x - 2$.

2. Розкладання квадратного тричлена на множники

Запам'ятайте!

Теорема (про розкладання квадратного тричлена на лінійні множники)

Якщо x_1 і x_2 — корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то має місце тотожність:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Доведення. У даному тричлені винесемо за дужки коефіцієнт a:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right).$$

квадратного тричлена	тричлена на множники
Два корені	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
Один корінь (два рівні корені)	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$
Немає коренів	Не можна розкласти на множники

Задача 1 Розкладіть на лінійні множники квадратний тричлен $2x^2 + 3x - 2$.

Розв'язання

Складаємо відповідне квадратне рівняння: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

Скорочуємо даний дріб:

$$\frac{x^2+4x-12}{3x^2+19x+6}=\frac{(x-2)(x+6)}{(3x+1)(x+6)}=\frac{x-2}{3x+1}.$$

Задача 3 Побудуйте графік функції $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x-1}$.

Розв'язання

1. Знаходимо область визначення даної функції:

$$D(y):\ x\neq 1.$$

2. Розкладаємо на множники чисельник і скорочуємо дріб, що задає функцію:

$$2x^2-3x+1=2(x-1)(x-\frac{1}{2})=(x-1)(2x-1);$$

Задача 4 Розв'яжіть рівняння:
1) $5x^2-9x+4=0$; 2) $3x^2+8x+5=0$.

Розв'язання

1) $a=5$, $b=-9$, $c=4$. Тоді $a+b+c=5+(-9)+4=0$.

Отже, $x_1=1$ і $x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}$.

2) $a=3$, $b=8$, $c=5$. Тоді $a+c=3+5=8=b$.

Отже, $x_1=-1$ і $x_2=-\dfrac{c}{a}=-\dfrac{5}{3}=-1\dfrac{2}{3}$.

808°. Чи правильно записано формулу розкладання квадратного тричлена на лінійні множники:
1) $ax^2 + bx + c = a(x + x_1)(x + x_2)$;
2) $ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)$;
3) $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$?

809°. Чи можна розкласти квадратний тричлен на лінійні множники, якщо його дискримінант дорівнює:
1) 25; 2) 0; 3) −16; 4) 20?

810°. Запишіть розклад деякого квадратного тричлена на лінійні множники, якщо:
1) $a = 1$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$;
2) $a = 1$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$;
3) $a = 2$, $x_1 = 3$, $x_2 = -3$;
4) $a = -3$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

ників містить множник $(x - 17)$;
2) розклад квадратного тричлена $2x^2 - 5x + a$ на множники містить множник $(2x + 3)$?

817. За яких значень b:
1) розклад квадратного тричлена $x^2 + bx - 51$ на множники містить множник $(x - 3)$;
2) розклад квадратного тричлена $5x^2 + 3x + b$ на множники містить множник $(5x - 2)$?

818. Скоротіть дріб:
1) $\frac{3x-1}{3x^2+2x-1}$; 3) $\frac{16-x^2}{x^2+x-12}$;
2) $\frac{2x^2-5x-3}{6x-18}$;

qr.orioncentr.com.ua/eUXXr

2) $\dfrac{5x+1}{x^2+9x-10}:\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-2x+1}+\dfrac{10}{x^2+10x}$.

825. Спростіть вираз $\left(\dfrac{7}{5x^2+3x-2}-\dfrac{5}{5x-2}\right)\cdot\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+3x+2}$.

826. За яких значень m квадратний тричлен $x^2 + mx + 25$ можна розкласти на два однакові лінійні множники?

827. За яких значень n квадратний тричлен $x^2 - 4x + n$ можна розкласти на два однакові лінійні множники?

828*. За яких значень m квадратні тричлени $x^2 + mx + 8$ і $x^2 + x + m$ мають у розкладі один і той самий лінійний множник?

829*. Розкладіть на лінійні множники квадратний тричлен:
1) $nx^2+(n-2)x-2$; 2) $x^2-mx-mn-n^2$.



qr.orioncentr.com.ua/Oiz1H

Ситуація. Катя й Олег грали в математичне лото. Каті потрібно було вибрати серед запропонованих рівнянь рівняння з найбільшим коренем $x = 1$, а Олегу — рівняння з найменшим коренем $x = 1$.

Катя вибрала рівняння:

$(x-1)^2 = 2-2x=0$ $\quad$ $2x^2-4=x^2-2x-1$

Олег вибрав рівняння:

$3x^2-4x=x^2+3x-5$ $\quad$ $8x^2-11x+15=(2x+1)^2+3$

Пригадаймо.

Раціональне рівняння

Ціле раціональне рівняння (не містить ділення на вираз зі змінною)	***Дробове раціональне рівняння*** (містить ділення на вираз зі змінною)

Розв'яжемо рівняння $8x^2 - 11x + 15 = (2x + 1)^2 + 3$.

1. Розкриємо дужки: $8x^2 - 11x + 15 = 4x^2 + 4x + 1 + 3$.

2. Перенесемо доданки з правої частини рівняння в ліву і зведемо подібні доданки:

$$8x^2 - 11x + 15 - 4x^2 - 4x - 1 - 3 = 0.$$
$$4x^2 - 15x + 11 = 0.$$

$Q(x)$



За яких умов дріб дорівнює нулю?

Одночасно мають виконуватися дві вимоги: $Q(x) \neq 0$ і $P(x) = 0$.



Під час розв'язування дробового раціонального рівняння необхідно визначити ОДЗ його змінної (а саме $Q(x) \neq 0$) та перевірити знайдені корені на належність до неї.

Задача 2 Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{7}{x-1} - \frac{12}{x+1} = \frac{x^2+13}{x^2-1}.$$

дратний тричлен; $Q(x)$

3) розв'язати квадратне рівняння $P(x) = 0$;

4) зробити перевірку знайдених коренів щодо їх належності до ОДЗ змінної початкового рівняння.

3. Розв'язування рівнянь способом заміни змінної

qr.orioncentr.com.ua/tCjST



Чи можна рівняння $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ звести до квадратного?

Так.



Отже, $x_{1,2} = \pm 1$, $x_{3,4} = \pm 2$.



Чи завжди біквадратне рівняння має чотири різні корені?

Ні.



Якщо допоміжне рівняння $at^2 + bt + c = 0$ має два різні корені, але один із цих коренів від'ємний, то початкове рівняння може мати не більше ніж два корені. Проаналізуйте інші випадки самостійно.

Для розв'язування рівнянь, які містять вираз, що трапляється кілька разів, також використовують спосіб заміни змінної.

$$\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\frac{13}{6}=0,$$

$$\frac{6(x+2)(x+2)+6(x-2)(x-2)-13(x-2)(x+2)}{6(x-2)(x+2)}=0,$$

$$6(x+2)^2+6(x-2)^2-13(x^2-4)=0,$$

$$6(x^2+4x+4)+6(x^2-4x+4)-13(x^2-4)=0,$$

$$6x^2+24x+24+6x^2-24x+24-13x^2+52=0,$$

$$-x^2+100=0,$$

$$x^2=100,\ x_{1,2}=\pm 10.$$

Перевірка:

$x = 10$ — входить до ОДЗ змінної,

$x = -10$ — входить до ОДЗ змінної. Отже, $x_{1,2} = \pm 10$.

5) за потреби зробити перевірку знайдених коренів на належність їх до ОДЗ змінної початкового рівняння.

Дізнайтеся більше

Для розв'язування квадратних рівнянь, що містять «незручні коефіцієнти», використовують також метод «перекидання»:

Розв'яжіть рівняння: $ax^2 + bx + c = 0$.	Розв'яжіть рівняння: $12x^2 + 5x - 2 = 0$.
Помножимо обидві частини рівняння на коефіцієнт a: $a^2x^2 + abx + ac = 0$.	Помножимо обидві частини рівняння на 12: $144x^2 + 60x - 24 = 0$.
Уведемо нову змінну $t = ax$ та одержимо допоміжне рівняння: $t^2 + bt + ac = 0$.	Уведемо заміну $t = 12x$ і одержимо рівняння $t^2 + 5t - 24 = 0$.

Усне тренування

1. Чи правильно виконано обчислення:

$15^2 - 5^2 = 100$; $\sqrt{(-13)^2} = 13$; $\sqrt{12^2 - 2^2} = 10$?

2. Чи правильно скоротили дроби:

$\frac{2}{2+x} = \frac{1}{x}$; $\frac{5-x}{25-x^2} = \frac{1}{5+x}$; $\frac{(2x+6)^2}{x+3} = 2$?

3. Чи правильно розв'язали рівняння:

$x^2 + 1 = 0$; $x = 1$; $x = -1$;

$x^2 - 4x + 4 = 0$; $x = 2$;

$x^2 - 2x + 3 = 0$; $x = 1$; $x = 3$?

1) $2x(x-5)+5 = x$;

2) $(2x-1)^2 + 5x = 3x^2 + 7$;

3) $(x-2)^2 + (x+2)^2 = 3x+7$;

4) $(2x-3)^2 - 4 = x(x-4)$.

838°. Знайдіть усі значення змінної x, за яких:

1) значення виразу $(x - 5)(x + 5)$ на 4 менше, ніж значення виразу $14(x - 5)$;

2) значення суми виразів $(x + 4)^2$ і $x + 6$ дорівнює 22;

3) значення виразу $2(3 - x)$ на 1 більше, ніж значення виразу $x(3x - 4)$;

4) значення різниці виразів $3(x + 2)^2$ і $(x + 3)^2$ дорівнює 11.

839°. Знайдіть усі значення змінної x, за яких:

1) значення виразу $8(x + 3)$ на 1 менше, ніж значення виразу $(x + 2)^2$;

1) $\frac{x^2-4}{x-1}=4$; 3) $\frac{2}{x}+15=\frac{8}{x^2}$; 5) $\frac{5}{x^2}+\frac{3}{x}=2$;

2) $x=\frac{x+10}{x-2}$; 4) $\frac{1}{x}+1=\frac{20}{x^2}$; 6) $\frac{3x^2+x-24}{x^2-9}=2$.

845°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x+4}{x-2}=x$; 2) $\frac{32}{x}+\frac{x}{2}=10$; 3) $\frac{2x^2+5x+2}{x^2-4}=1$.

846°. За якого значення x значення виразу $\frac{x^2-x-6}{x-3}$ дорівнює 2,5?

847°. За якого значення x значення виразу $\frac{x^2+4x+3}{x+1}$ дорівнює 3,5?

4) $\frac{x-3}{x+5}+\frac{x+5}{x-3}=-2$.

853. Розв'яжіть рівняння:

1) $\left(x^2+1\right)^2-12\left(x^2+1\right)=-35$;

2) $5\left(\frac{x+12}{x}\right)^2+3\left(\frac{x+12}{x}\right)-2=0$.

854. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{10}{x-3}-1=\frac{8}{x}$; 3) $\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x-3}=\frac{5}{8}$;

2) $\frac{x+3}{x+2}-\frac{6}{x}=\frac{1}{x+2}$; 4) $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}=\frac{10}{3}$.

qr.orioncentr.com.ua/iYxzl

2) $(x^2+x)^2-4(x^2+x)+4=0$;
3) $(x^2+2x+1)(x^2+2x)=12$;
4) $(x^2+4x+2)(x^2+4x-1)=10$.

861. Розв'яжіть рівняння:

E

1) $(x+5)^4+8(x+5)^2-9=0$;
2) $(x^2-4x+4)(x^2-4x)+3=0$.

862*. Знайдіть найбільший корінь рівняння:

1) $5(x+1)^2-8|x+1|+3=0$; 2) $\frac{4}{x^2+10|x|}-\frac{2}{5x}=\frac{1}{25}$.

863*. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^4-(n^2+9)x^2+9n^2=0$; 2) $x+\frac{1}{n}=n+\frac{1}{x}$.

§ 22. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ

1. Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі



qr.orioncentr.com.ua/pRWcf

Ситуація. У зв'язку зі встановленням сучасного обладнання в кінотеатрі проводили ремонт глядацької зали, у якій кількість рядів мала стати більшою за кількість місць у ряду. До ремонту в залі було 396 місць, а після ремонту стало 300 місць. Під час ремонту прибрали 2 ряди повністю та по 3 крісла в кожному ряду.

тематичного моделювання містить *чотири етапи* (табл. 36).

Таблиця 36

I етап	**Аналіз ситуації та систематизація даних**		Було	Стало
		Рядів	?	на 2 менше
		Місць у ряду	?	на 3 менше
		Загалом місць	396	300
II етап	**Побудова математичної моделі**	Нехай у глядацькій залі було x рядів. Тоді в кожному ряду цієї зали було $\frac{396}{x}$ місць. Після ремонту в глядацькій залі стало $(x-2)$ рядів по $\frac{300}{x-2}$ місць у кожному ряду.		

	в термінах її сюжету	$\frac{396}{x-2} - \frac{300}{10} = 3$. Загалом одержуємо, що нині в залі може бути або 20 рядів по 15 місць, або 10 рядів по 30 місць. За умовою, кількість рядів у залі має стати більшою за кількість місць у ряду. Отже, після ремонту в глядацькій залі кінотеатру стало 20 рядів.



В оформленні розв'язання задачі методом математичного моделювання доцільно виділяти чотири етапи:

- аналіз та систематизація даних;
- побудова математичної моделі;
- робота з математичною моделлю;
- складання відповіді до задачі.

	Час	за розкладом	змінена	Відстань	
Черкаси — Бориспіль	?	?	—	?	180 км
Зупинка	5 хв	—	—	—	
Бориспіль — Київ	?	? ← на 10 км/год >		35 км	

2. *Побудова математичної моделі.*

Нехай x км/год — швидкість автобуса за розкладом, тоді запланований час руху автобуса становить $\frac{180}{x}$ год.

За умовою, автобус проїхав відстань (180 – 35) км до Борисполя зі швидкістю x км/год. Тоді час, витрачений на цю

чини одного й того самого найменування — відстань із відстанню, швидкість зі швидкістю, час із часом, вартість із вартістю, кількість із кількістю тощо.

3. Задачі на спільну роботу

qr.orioncentr.com.ua/4SX5w

Для складання математичної моделі задач на роботу можна використовувати формули:

$A = pt$ $\quad p = \frac{A}{t}$ $\quad t = \frac{A}{p}$

Основні величини: A — обсяг роботи; p — продуктивність праці; t — час роботи.

$\frac{1}{x}\cdot 4=\frac{4}{x}$ обсягу роботи, а друга — $\frac{1}{x+6}\cdot 4=\frac{4}{x+6}$. Отже, складаємо рівняння:

$$\frac{4}{x}+\frac{4}{x+6}=1.$$

3. *Робота з математичною моделлю.*

Розв'язуємо рівняння:

ОДЗ змінної: $x\neq 0$, $x\neq -6$.

$$\frac{4}{x}+\frac{4}{x+6}-1=0,$$

$$\frac{4(x+6)+4x-x(x+6)}{x(x+6)}=0,$$

Діагональ	—	13 см
Периметр	—	34 см

Мал. 50

2. *Побудова математичної моделі.*

Нехай x см — довжина однієї зі сторін прямокутника. Оскільки периметр прямокутника становить 34 см, то інша його сторона дорівнює $(17-x)$ см.

Діагональ ділить прямокутник на два рівні прямокутні трикутники, катети яких є сторонами прямокутника, а гіпотенуза — його діагоналлю. Застосуємо теорему Піфагора: $x^2+(17-x)^2=13^2$.

3. *Робота з математичною моделлю.*

Розв'яжемо рівняння:

$$x^2+(17-x)^2=169,$$

$$x^2+289-34x+x^2-169=0,$$

Розв'язання Побудуємо квадрат зі стороною x. Площа такого квадрата дорівнює x^2. На сторонах квадрата побудуємо чотири прямокутники зі сторонами x і $\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$, а в кутах — чотири квадрати зі стороною $\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$ (мал. 51). Одержали великий квадрат. Тоді площа кожного з добудованих прямокутників дорівнює $\frac{5}{2}x$, а сума площ усіх чотирьох прямокутників дорівнює $10x$. Площа кожного з добудованих квадратів відповідно дорівнює $\frac{25}{4}$, а сума площ усіх чотирьох квадратів дорівнює 25. Додамо площу початкового квадрата та площі прямокутників. Одержимо вираз



Мал. 51

$x^2-10x-11=0$; $5x^2-6x+1=0$; $x^2=0$.

2. Розв'яжіть неповні квадратні рівняння:

$x^2-16=0$; $12x^2-24=0$; $x^2-x=0$.

3. За якого значення m рівняння має один корінь:

$x^2+2x-m=0$; $x^2+mx+9=0$; $mx^2+4x+1=0$?

4. Складіть квадратне рівняння, корені якого дорівнюють:

1 і -1; 0 і 3; 1 і 2; -2 і 3.

Розв'яжіть задачі

866'. Чи може бути математичною моделлю:

1) число; 3) схема;

2) рівняння; 4) система рівнянь?

1) одне із чисел на 2 менше від іншого;
2) одне із чисел у 3 рази більше за інше.

872°. Добуток двох чисел дорівнює 32. Знайдіть ці числа, якщо: 1) їх сума дорівнює 12; 2) їх різниця дорівнює 14.

873°. Добуток двох чисел дорівнює 45. Знайдіть ці числа, якщо:
1) їх сума дорівнює 18; 2) їх різниця дорівнює 4.

874°. Складіть рівність для визначення часу руху:
1) автобуса, який проїхав 120 км зі швидкістю v км/год;
2) велосипедиста, який проїхав відстань s км зі швидкістю 10 км/год.

879°. Знайдіть два послідовні натуральні числа, добуток яких дорівнює 132.

880°. Знаменник дробу на 3 більший за чисельник. Якщо чисельник зменшити на 2, а знаменник — на 4, то одержимо дріб, який на $\frac{1}{8}$ більший за даний. Знайдіть даний дріб.

881°. Знаменник дробу на 3 більший за чисельник. Якщо чисельник збільшити на 1, а знаменник — на 4, то одержимо дріб, який на $\frac{1}{8}$ більший за даний. Знайдіть даний дріб.

на 1 год довше, ніж другий. Скільки деталей за 1 год виготовляє перший робітник, якщо другий робітник за 1 год виготовляє на 1 деталь більше?

888°. Петрик та Миколка майструють із паперу кораблики. За 1 год Петрик може виготовити 8 корабликів, а Миколка — 12. Скільки годин знадобиться хлопцям, щоб разом виготовити 100 корабликів?

889°. Тетянка з Наталкою виготовляють новорічні прикраси для шкільної ялинки. За 1 год Тетянка може виготовити 4 прикраси, а Наталка — 5 прикрас. Скільки годин знадобиться дівчатам, щоб виготовити 45 прикрас?

дратів яких дорівнює 313.

896. Знайдіть два послідовні натуральні числа, сума квадратів яких дорівнює 365.

897. У міському чемпіонаті з баскетболу було проведено 66 матчів. Скільки команд брало участь у чемпіонаті, якщо кожна команда провела з кожною по одній грі?

898. У турнірі з шахів було зіграно 231 партію. Скільки шахістів брало участь у турнірі, якщо кожний з кожним зіграв по одному разу?

899. Повертаючись від бабусі додому, Василько йшов до автобусної зупинки вздовж річки. Коли до зупинки залишалося 3 км, він вирішив скупатися й витратив на

поїзд проїхав, збільшивши швидкість на 10 км/год. Знайдіть початкову швидкість товарного поїзда.

904. Поїзд мав проїхати 840 км за певний час. Але на середині шляху його було затримано на 30 хв через технічну несправність. Щоб прибути вчасно, машиністові довелося збільшити швидкість поїзда на 2 км/год. Скільки часу поїзд перебував у дорозі?

905. На середині шляху між станціями A і B поїзд було затримано на 10 хв. Щоб прибути до станції B за розкладом, машиніст збільшив швидкість поїзда на 12 км/год. Знайдіть початкову швидкість поїзда, якщо відстань між станціями A і B дорівнює 120 км.

другий. Скільки деталей за 1 год виготовляє перший робітник?

911. На виготовлення 40 деталей перший робітник витрачає на 6 год менше, ніж другий робітник на виготовлення 70 таких самих деталей. Відомо, що перший робітник за 1 год виготовляє на 3 деталі більше, ніж другий. Скільки деталей за 1 год виготовляє другий робітник?

912. Перша труба за 1 хв пропускає на 1 л води менше, ніж друга. Скільки літрів води за 1 хв пропускає перша труба, якщо резервуар об'ємом 110 л вона заповнює на 2 хв довше, ніж друга труба заповнює резервуар об'ємом 99 л?

918. Периметр прямокутника дорівнює 34 см, а площа — 60 см^2. Знайдіть діагональ прямокутника.

919. Периметр прямокутника дорівнює 28 см, а площа — 48 см^2. Знайдіть діагональ прямокутника.

920. Знайдіть довжини сторін земельної ділянки, що має форму прямокутника, якщо площа ділянки дорівнює 12 м^2, а її ширина становить $\frac{3}{4}$ довжини.

921*. Двоє фермерів на двох ділянках посадили 330 дерев. На кожній ділянці кількість рядів на 1 більша, ніж кількість дерев у ряду. По скільки дерев посаджено в кожному ряду на кожній ділянці, якщо відомо, що на першій ділянці на 150 дерев більше, ніж на другій?

Проявіть компетентність

927. Тетянка й Наталка полюбляють спілкуватися за допомогою смс-повідомлень. Повідомлення із 24 слів Тетянка набирає на 2 хв швидше, ніж Наталка.

1. Скільки слів набирає за 1 хв Наталка, якщо Тетянка за 1 хв набирає на 2 слова більше, ніж Наталка?
2. Скільки слів набирає за 1 хв Тетянка?
3. Дівчатка дізналися, що в Сергійка сьогодні день народження, і відразу одночасно почали набирати вітальні смс-повідомлення. Тетянка набрала привітання із 36 слів, а Наталка — із 24. Чиє привітання Сергійко одержить першим?

№ 1

1°. Розв'яжіть рівняння $(x-9)^2=0$.

А. ± 9.
Б. ± 3.
В. 3.
Г. 9.

2°. Розв'яжіть рівняння $(x+5)^2=16$.

А. 1; 9.
Б. -1; -9.
В. 11; 21.
Г. -11; -21.

3°. Розв'яжіть квадратне рівняння $3x^2+x-4=0$.

А. 3; -4.
Б. -3; 4.
В. -1; $\frac{4}{3}$.
Г. 1; $-\frac{4}{3}$.

4. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2-6}{x-2}=\frac{x}{2-x}$.

А. 2; -3.
Б. -2; 3.
В. 2.
Г. -3.

5*. За 4 год туристи подолали 300 км. Відомо, що $\frac{2}{5}$ цієї відстані туристи проїхали на автобусі, а решту — на поїзді. Знайдіть швидкість поїзда, якщо вона на 30 км/год більша за швидкість автобуса.

А. 60 км/год.
Б. 70 км/год.
В. 80 км/год.
Г. 90 км/год.

Спосіб 1. Оскільки $80\ \% = 0{,}8$, то $350 \cdot 0{,}8 = 280$ (учнів) — займаються в спортивних секціях. Тоді в шаховому гуртку займаються $280 \cdot 0{,}05 = 14$ учнів, що становить

$$\frac{14}{350} \cdot 100\ \% = 4\ \%.$$

Спосіб 2. Оскільки $80\ \% = 0{,}8$, а $5\ \% = 0{,}05$, то, за правилом знаходження дробу від числа, маємо: $0{,}8 \cdot 0{,}05 = 0{,}04$, тобто $4\ \%$.

Задача 1 У двох бочках було 150 л води. Із першої бочки відлили 25 % води, а з другої — 10 %. Усього відлили 27 л. Скільки літрів води було в кожній бочці?

Щоб знайти *число за його відсотком*, треба подати відсоток у вигляді дробу і поділити це значення на отриманий дріб.

2. Зміна величини у відсотках

Задача 3 Анна поцікавилась, скільки годин щотижня її родина дивиться телевізор. Опитавши членів родини, вона виявила, що минулого тижня вони дивилися телевізор 4 год, а цього тижня — 5,2 год. На який відсоток збільшився час перегляду телепередач родиною Анни?

qr.orioncentr.com.ua/qXqNT

Задача 5 Сплав золота зі сріблом містить 120 г срібла. Після того як його сплавили зі 100 г чистого золота, відсотковий вміст золота у сплаві збільшився на 20 %. Скільки грамів золота містив початковий сплав?

Розв'язання Складаємо таблицю 40.

Таблиця 40

	Маса сплаву (у грамах)	**Маса золота (у грамах)**	**Вміст золота у сплаві (у відсотках)**
Було	$x + 120$	x	$\frac{x}{x+120} \cdot 100\%$
Стало	$x + 220$	$x + 100$	$\frac{x+100}{x+220} \cdot 100\%$

Дізнайтеся більше

Існують різні способи вираження кількісного складу розчинів.

Масова частка — відношення маси розчиненої речовини до маси розчину.

Масову частку у відсотках називають *масовим відсотком* (маса речовини в грамах у 100 г розчину, позначають % м/м).

Молярна концентрація — відношення кількості розчиненої речовини до об'єму розчину. Традиційна одиниця вимірювання в хімії — моль/л.

Об'ємна частка — відношення об'єму розчиненої речовини до об'єму розчину. Здебільшого використовується для сумішей рідин або для сумішей газів. Це безрозмірнісна величина. Її часто виражають у відсотках, рідше в частках одиниці.

929°. Знайдіть число b, що становить n відсотків числа a.

930°. Скільки відсотків число a становить від числа b?

931°. На скільки відсотків число a більше за число b?

932°. Потрібно відремонтувати дві ділянки траси. Першого тижня відремонтували 75 % першої ділянки і 40 % другої ділянки. Загалом відремонтували 19 км. Знайдіть довжини цих ділянок, якщо всього потрібно відремонтувати 30 км. Яке з рівнянь відповідає умові задачі, якщо через x позначити довжину першої ділянки?

qr.orioncentr.com.ua/OQxnn

937°. Після зниження ціни на 15 % сукня стала коштувати 2125 грн. Знайдіть ціну сукні до знижки.

938°. Фірма платить рекламному агентству 5 % вартості замовлення. На яку суму агент повинен взяти замовлення, щоб заробити 1000 грн?

939°. На склад привезли 96 мішків цукру, 75 % із них відвантажили в магазин і в кондитерський цех. Скільки мішків цукру потрапило в кондитерський цех, якщо в магазин завезли на 38 мішків більше?

940°. У магазин завезли 800 кг картоплі, 60 % цієї картоплі продали за два дні. Скільки кілограмів картоплі продали за перший день, якщо за другий день продали на 50 кг менше?

2) $(2{,}7-2{,}9)\cdot(-4{,}5)$ від $9{,}6\cdot\frac{5}{16}+9{,}06-(-3{,}4)^2$?

947°. Є два сплави міді й цинку. Відсотковий вміст цинку в першому сплаві дорівнює 20 %, а в другому — 40 %. Переплавили 2 кг першого сплаву і 6 кг другого сплаву. Визначте відсотковий вміст цинку в отриманому сплаві.

qr.orioncentr.com.ua/yFAit

948°. Змішали 300 г 60-відсоткового розчину кислоти з 200 г 80-відсоткового розчину кислоти. Визначте концентрацію отриманого розчину.

лась на 20 %. Загалом у двох гуртках стало займатися 56 дітей. Скільки дітей займалося в кожному гуртку на початку року?

955. 5 кг грибів містять 80 % води. Скільки кілограмів води потрібно з них випарувати, щоб гриби містили 20 % води?

956. 6 кг сплаву міді з оловом містять 24 % міді. Скільки кілограмів міді треба додати до нього, щоб отриманий сплав містив 40 % міді?

957. 30 г розчину містить 15 % солі. Скільки грамів 75-відсоткового розчину солі потрібно додати до цього розчину, щоб отримати 50-відсотковий розчин солі?

в спортивних секціях. Скільки всього відсотків учнів школи займаються у спортивних секціях, якщо дівчат і хлопців у школі однакова кількість?

966*. У спортивній секції займаються 12 % усіх хлопчиків, що навчаються в школі, і 8 % усіх дівчаток. Скільки всього відсотків учнів школи відвідують цю спортивну секцію, якщо кількість хлопчиків становить $\frac{3}{5}$ усіх учнів школи?

967*. Є два сплави золота зі сріблом. У першому сплаві вміст цих металів відноситься як 2 : 3, у другому — як 3 : 7. Скільки кілограмів кожного сплаву потрібно

1 Мода вибірки

Ситуація. Богдан виписав свої бали за тему «Квадратні рівняння»:

9, 8, 10, 10, 9, 10,10, 8, 7, 9.





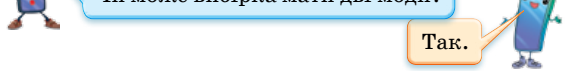
Як допомогти Богданові визначити підсумкову оцінку за тему?

Пригадаймо.



Набір числових даних, що виписав Богдан, називають *вибіркою*.

Упорядковану вибірку: 7, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10 — називають *варіаційним рядом*.



Наприклад, ряд 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7 має дві моди — числа 5 і 7: $Mo_1 = 5$ і $Mo_2 = 7$.

Мода використовується не тільки для числових даних. Наприклад, якщо опитати учнів про їхній улюблений предмет, то модою буде той предмет, який учні назвуть найчастіше.

Задача 1 Серед учнівства 8 класу провели опитування, щоб дізнатися, скільки приблизно годин за день вони витрачають на виконання домашнього завдання. Отримали такий ряд чисел: 1, 4, 2, 1, 1, 3, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 0, 2, 2, 3, 2, 0. Знайдіть середнє значення і моду отриманих даних. Проаналізуйте отримані дані.

Таку таблицю називають *частотною*.

Запам'ятайте!

Частотою елемента **називають число, яке показує, скільки разів даний елемент трапляється у вибірці.**

Також для аналізу даних доцільно застосовувати діаграми.

Запам'ятайте!

Діаграма **— це графічне зображення, що наочно показує співвідношення будь-яких величин.**

Наприклад, *стовпчасту діаграму* до задачі 1 наведено на малюнку 52, а *кругову діаграму* — на малюнку 53.

тестова робота з 10 завдань. Кількість правильних відповідей, що дав кожний із 145 учасників та учасниць, наведено в частотній таблиці (табл. 42). Знайдіть пропущене значення частоти.

Таблиця 42

Кількість правильних відповідей	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота	3	8	7	12	15		21	18	13	9	6

Розв'язання Частота — це кількість дітей, які дали певну кількість правильних відповідей. Сума всіх частот дорівнює загальній кількості учасників та учасниць олімпіади. Тому 5 правильних відповідей дали:

$145 - (3 + 8 + 7 + 12 + 15 + 21 + 18 + 13 + 9 + 6) = 28$ (дітей).

2. Середній вік учасників табору дорівнює:

$$\frac{9\cdot 13+20\cdot 14+36\cdot 15+27\cdot 16+12\cdot 17}{104}=15{,}125\approx 15 \text{ (років)}.$$

3. $Mo = 15$. Отже, в таборі найбільше було дітей віком 15 років.

Дізнайтеся більше

Мода — показник, який широко використовується в статистиці. Найчастіше моду застосовують під час вивчення попиту, наприклад, коли треба з'ясувати, якого розміру футболок треба пошити більше чи які нові маршрути автобусів потрібно відкривати тощо. Попередньо вивчається попит і виявляється мода — величина, що зустрічається найчастіше.

2. Які з тверджень є правильними:

$1 \in R$; $-13 \in Z$; $\sqrt{7} \in Q$; $2{,}3 \in Z$; $\sqrt{9} \in N$; $0 \in Z$?

Розв'яжіть задачі

970°. Наведіть приклад вибірки, мода якої дорівнює 10.

971°. Чи правильно, що середнє значення вибірки — це:
1) середнє арифметичне всіх значень вибірки;
2) значення вибірки, яке трапляється найчастіше;
3) число, яке «ділить» вибірку на дві рівні частини?

972°. Чи правильно, що мода вибірки — це:
1) середнє арифметичне всіх значень вибірки;
2) значення вибірки, яке трапляється найчастіше;
3) число, яке «ділить» вибірку на дві рівні частини?

За цими даними знайдіть: 1) середнє значення; 2) моду.

978°. У таблиці 44 наведено дані про кількість очок, вибитих спортсменом за 5 пострілів по мішені.

Таблиця 44

Номер пострілу	1	2	3	4	5
Кількість очок	9	10	8	6	9

За цими даними знайдіть: 1) середню кількість очок у серії пострілів; 2) моду цих даних.

979°. За якого значення x середнє арифметичне ряду чисел 11,5; 12,4; 13,8; 14; x дорівнює 12,8?

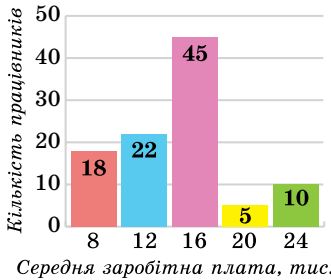
980°. За якого значення x середнє арифметичне ряду чисел 8,5; 2,6; 3,5; 4,8; x дорівнює 5,2?

985°. На телеканалі «Суспільне Черкаси» провели дослідження щодо розподілу ефірного часу між різними типами програм. Було одержано такі дані: новини — 15 %, кінофільми та серіали — 50 %, спортивні програми — 7 %, науково-пізнавальні програми — 3 %, музичні програми — 15 %, дитячі передачі — 10 %. Складіть варіаційний ряд вибірки. Знайдіть середнє значення та моду ряду. Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми.

986°. Режим дня дитини шкільного віку в обов'язковому порядку передбачає на добу: повноцінне харчування — 2 год; навчання — 8 год; фізичні навантаження — 2 год; відпочинок і прогулянки — 3 год; сон — 9 год. Складіть варіаційний ряд вибірки. Знайдіть середнє

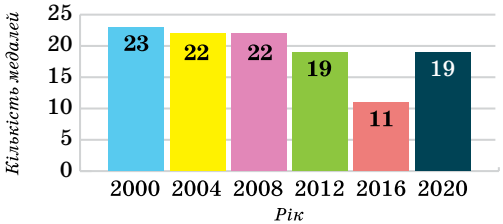
qr.orioncentr.com.ua/F5ii3

ведено дані опитування працівників підприємства щодо їхньої середньої заробітної плати.



Мал. 57

993. На діаграмі (мал. 59) подано інформацію про кількість медалей, що вибороли українські спортсмени на літніх Олімпійських іграх.



Мал. 59

ку ви поставили Миколі?

§ 25. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

1. Правила додавання і множення для комбінаторних задач



qr.orioncentr.com.ua/1qKe5

Ситуація. Учнівство 8-А класу визначало чергових на день. Частина класу була за те, щоб обрати одного чергового, а інша — щоб обрати двох. У класі 13 хлопців і 15 дівчат. Скільки варіантів вони мали розглянути в обох випадках?

$28 \cdot 27 = 756$ способами.

Запам'ятайте!

Правило множення

Якщо деякий елемент A можна вибрати з даної сукупності об'єктів n способами й після кожного такого вибору елемент B можна вибрати m способами, то вибрати і об'єкт A, і об'єкт B можна $n \cdot m$ способами.

Задача 1 У команді легкоатлетів України 6 спортсменів. Скількома способами тренер може скласти команду для участі в чемпіонаті Європи з легкої атлетики з естафетного бігу 4 х 100?



Як зміниться результат цієї задачі, якщо додати умову, що всі цифри числа — різні?

Поміркуємо.



Задача 3 Скількома способами можна скласти трицифрове число із цифр 0, 2, 5, 7 за умови, що цифри в числі є різними?

Розв'язання

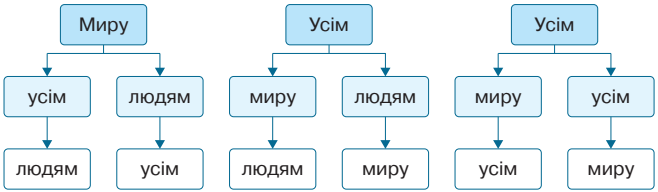
Першою цифрою шуканого числа може бути або цифра 2, або цифра 5, або цифра 7, тобто маємо три варіанти.

Другою цифрою шуканого числа може бути або 0, або одна з двох інших цифр, що залишилися, тобто три варіанти.

Задача 4 Скільки існує наборів комбінування слів *миру*, *усім*, *людям*?

Розв'язання

Спосіб 1. Складемо дерево можливих варіантів (мал. 60).



Мал. 60

Отже, можна утворити $3125 + 2500 = 5625$ чисел.

Дізнайтеся більше

Для кодування таємної інформації та її дешифрування потрібні знання комбінаторики, тому для розв'язування цих проблем залучали математиків. Першим дешифрувальником був **Франсуа Вієт** (1540–1603) — творець алгебраїчних формул та алгебраїчної символіки, «батько алгебри». Відомо, наприклад, що він любив розгадувати зашифровані листи. Під час війни Франції з Іспанією всі таємні листи іспанців вільно читали французи. Як не намагалися іспанські шифрувальники заплутати шифр, Вієт щоразу успішно розгадував його. Іспанці думали, що французам допомагає сам диявол, і навіть зверталися до Папи Римського з проханням знищити цю диявольську силу. Використовував математичні методи під час вивчення

998°. Для якого правила комбінаторики справедливе твердження: «Якщо елемент a можна вибрати n способами, а елемент b — m способами, то пару a і b можна обрати $m \cdot n$ способами»?

999°. Якщо елемент a можна вибрати n способами, а елемент b — m способами, то скількома способами можна обрати елемент a або b?

1000°. Екскурсоводка запропонувала дітям відвідати або один із восьми музеїв, або один із чотирьох парків. Скількома способами це можна зробити?

1001°. Екскурсоводка запропонувала дітям відвідати один із восьми музеїв і один із чотирьох парків. Скількома способами це можна зробити?

2) цифри в числі можуть повторюватися?

1008°. Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр 3, 4, 5, якщо:
1) усі цифри числа — різні;
2) цифри в числі можуть повторюватися?

1009°. Скільки існує:
1) двоцифрових чисел;
2) двоцифрових чисел, цифри яких різні;
3) двоцифрових чисел, сума цифр яких більша за число 16;
4) двоцифрових чисел, добуток цифр яких менший від числа 3?

qr.orioncentr.com.ua/YEU9i

1) розпочинається цифрою 6; 2) непарних;
3) розпочинається із 46; 4) не розпочинається цифрою 8?

1018. Із цифр 1, 3, 4, 7 склали всі можливі чотирицифрові числа без повторення цифр. Скільки серед них таких, запис яких:
1) розпочинається цифрою 7;
2) парних;
3) розпочинається із 13;
4) не розпочинається цифрою 1?

1019. Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 0, 5, якщо цифри числа різні й число є:
1) парним; 2) кратним числу 5; 3) кратним числу 10?

1027. Скільки різних трикутників можна утворити з відрізків завдовжки 4 см, 5 см і 6 см? Скільки серед них рівносторонніх, рівнобедрених і різносторонніх трикутників?

1028. Сума цифр натурального числа є парним числом. Скільки таких двоцифрових чисел існує?

1029*. Скільки чисел, менших від 10^4, можна скласти із цифр 2, 5, 7?

1030*. Номер квитка складається із чотирьох цифр і може починатися з нуля. Знайдіть кількість щасливих квитків, якщо щасливим вважається квиток, номер якого має вигляд $\overline{abba}$ (числа a і b різні).

§ 26. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

1. Основні поняття теорії ймовірностей

Ситуація. Оксана й Сашко часто грають у гру «Монополія». Їм потрібно кидати шестигранний кубик, щоб визначити кількість кроків на ігровому полі.



qr.orioncentr.com.ua/9ciDC



Чи можливо Сашкові забезпечити собі виграшне випадання очок на кубику?

Ні.



до контрольної роботи	правильно
Учитель виставляє оцінки в журнал	Учитель виставив учневі оцінку «13 балів» за 12-бальною системою оцінювання

Серед наведених прикладів є достовірні й неможливі події. Пригадаємо означення.

Запам'ятайте!

Подію, яка в результаті даного випробування неодмінно станеться, називають *достовірною*.

грального кубика випало непарне число очок». Які елементарні події є сприятливими для настання події A?

Розв'язання У результаті одного підкидання грального кубика із шести елементарних подій відбудеться лише одна подія: або поява 1, або поява 2, або поява 3, або поява 4, або поява 5, або поява 6. Усього шість *рівноможливих* подій. А *сприятливими* буде кожна з трьох подій: або поява 1, або поява 3, або поява 5.



Яка ймовірність того, що під час підкидання грального кубика випаде непарна кількість очок?



$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$



Ймовірність події може набувати значень лише від 0 до 1.

Задача 2 Із цифр 2, 5, 7 випадковим чином утворили трицифрове число з різними цифрами. Яка ймовірність того, що воно є:

1) парним; 2) непарним?

Розв'язання

1. Подія A — «утворили парне трицифрове число з різними цифрами». Усього із цих цифр можна утворити трицифрових чисел $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, а саме: 257, 275, 527, 572, 725, 752. Тобто $n = 6$. Із них парних чисел — 2, тобто $m = 2$.

Ймовірність події A: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

роботи із запропонованих раніше учням семи рівнянь і п'яти задач. Яка ймовірність написати самостійну на найвищий бал, якщо учень знає, як розв'язувати 5 рівнянь і 3 задачі з цього переліку?

Розв'язання

Подія «A» — «написати самостійну роботу на найвищий бал».

Із семи рівнянь і п'яти задач учитель всього склав $7 \cdot 5 = 35$ варіантів. Тобто $n = 35$.

Учень знає, як розв'язувати 5 рівнянь і 3 задачі, тобто $5 \cdot 3 = 15$ варіантів, $m = 15$.

Отже, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$.

Пригадайте головне

1. Що таке подія?
2. Яку подію називають достовірною? А неможливою?
3. Які події називають несумісними? А рівноможливими?
4. Що таке ймовірність події? Як її знайти?
5. Яких значень може набувати ймовірність події?

Усне тренування

1. Обчисліть:

1) $3^{-8} : 3^2$; 2) $2^{-4} \cdot 2^2$; 3) $3^{-8} : 3^2 - 3^{-6}$; 4) $2^{-4} \cdot 2^2 + 4^{-1}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 2)(x + 2) = 0$; 2) $(x - 7)^2 = 0$; 3) $x^2 + 10x = 0$.

2) це число менше від десяти;
3) це число містить однакові цифри;
4) це число має дільником число 1?

1040°. Запишіть слово «стохастика». Якою є подія:
1) у слові є літера «а»;
2) із букв цього слова можна утворити слово «тест»;
3) із букв цього слова можна скласти інші слова;
4) у слові є голосні букви?

1041°. У класі 15 хлопців і 12 дівчат. Яка ймовірність того, що випадково призначений черговий — хлопець?

1042°. Із 15 атлетів, які були на тренувальних зборах, 9 відібрали на чемпіонат світу. Яка ймовірність того, що навмання обраний спортсмен їде на чемпіонат світу?

1048°. Гральний кубик кидають один раз. Підрахуйте ймовірність події:
1) «випадає 3 очки»;
2) «випадає 5 очок»;
3) «випадає парне число очок»;
4) «випадає число очок, що менше за 3».

qr.orioncentr.com.ua/YtMbC

1049°. Монету підкидають два рази. Яка ймовірність того, що: 1) «герб» випаде два рази; 2) «цифра» випаде хоча б один раз?

1050°. У скриньку помістили картки, занумеровані двоцифровими числами, причому використали всі двоцифрові числа. Яка ймовірність того, що на навмання обраній картці написане:

4) числом, що ділиться на 3?

1054. Із цифр 1, 2, 5 випадковим чином утворили трицифрове число з різними цифрами. Яка ймовірність того, що воно є:
1) парним;
2) числом, що ділиться на 5;
3) числом, меншим за 100;
4) числом, у якого друга цифра 2?

1055. Із цифр 4, 7, 0 випадковим чином утворили трицифрове число. Цифри в числі можуть повторюватись. Яка ймовірність того, що воно є:
1) непарним;
2) числом, що ділиться на 10;
3) числом, більшим за 500?

ють одного учня з 8-А класу і одного учня з 8-Б класу. Яка ймовірність того, що на конференцію підуть старости цих класів, якщо у 8-А класі навчається 25 учнів, а у 8-Б класі — 30 учнів?

1062. До школи мама підготувала Андрійкові 5 різних сорочок і 3 пари штанів. Яка ймовірність того, що, поспішаючи вранці, Андрій одягне свої улюблені сорочку і штани?

1063*. У квадратне рівняння $x^2 + bx + 9 = 0$ випадковим чином підставляють замість коефіцієнта b натуральні числа від 1 до 10. Яка ймовірність того, що отримане квадратне рівняння:
1) має один корінь;
2) має два корені;
3) не має коренів;
4) має хоча б один від'ємний корінь?

2. Як знайти число за його відсотком?
3. Як знайти зміну величини у відсотках?
4. Як знайти відсотковий вміст речовини в розчині?
5. Що називають варіаційним рядом?
6. Як знайти середнє значення вибірки?
7. Як знайти моду вибірки?
8. Які є способи подання даних?
9. Поясніть, які задачі називають комбінаторними.
10. Сформулюйте правило додавання для комбінаторних задач.
11. Сформулюйте правило множення для комбінаторних задач.
12. Що таке подія?
13. Яку подію називають достовірною? А неможливою?
14. Які події називають несумісними? А рівноможливими?
15. Що таке ймовірність події? Як її знайти?
16. Яких значень може набувати ймовірність події?

чином в один із кольорів веселки, причому різні фігури зафарбували в різні кольори. Яка ймовірність того, що круг буде зеленого кольору?

А. $\frac{1}{3}$. **Б.** $\frac{1}{7}$. **В.** $\frac{3}{7}$. **Г.** $\frac{1}{210}$.

4. Скільки двоцифрових чисел, більших за 50, можна скласти із цифр 2, 4, 5, 8, якщо всі цифри в записі числа — різні?

А. 8. **Б.** 6. **В.** 3. **Г.** 2.

5*. До сплаву масою 600 г додали 40 г міді, після чого відсотковий вміст міді у сплаві збільшився на 5 %. Скільки грамів міді містив початковий сплав?

А. 60 г. **Б.** 100 г. **В.** 120 г. **Г.** 160 г.

1) $\frac{2x-1}{2x+1}$; 2) $\frac{3x-1}{3x^2+12x}$; 3) $\frac{x+1}{x^3-1}$?

3. Скоротіть дріб:

1) $\frac{x^2}{x^2-2x}$; 2) $\frac{x^4-x^2}{x^4+x^3}$; 3) $\frac{16-a^2}{4a+a^2}$; 4) $\frac{a^3-27b^3}{a^2+3b+9b^2}$.

4. Скоротіть дріб:

1) $\frac{x^2-1}{x-1}$; 2) $\frac{x^2+4x+4}{2x+4}$; 3) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$; 4) $\frac{x^2-3x-4}{1-x^2}$.

5. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

1) $\frac{1}{x-3}, \frac{1}{3x-9}, \frac{1}{18-6x}$; 3) $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x^2-4}, \frac{1}{x-2}$;

2) $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2+x}; \frac{1}{x+1}$; 4) $\frac{1}{x^2+x+1}, \frac{1}{x^3-1}, \frac{1}{x^2-2x+1}$.

і числа a і b мають різні знаки.

12. Вкладник поклав у банк на депозитний рахунок p тис. грн під r % річних із поквартальною капіталізацією відсотків. Складіть вираз, за яким вкладник визначає, скільки коштів буде в нього на рахунку через: 1) 1 рік; 2) 3 роки; 3) n років.

13. Запишіть у вигляді добутку степенів:

1) $\frac{2}{xy}$; 2) $\frac{n}{pm^3}$; 3) $\frac{b^3d^3}{a^2c^2}$; 4) $\frac{5b}{a^4c^5}$; 5) $\frac{t}{xyz}$.

14. Обчисліть:

1) $\frac{2^{-4}}{5}$; 2) $0{,}98^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 3) $\frac{5^{-2}}{5^{-8} \cdot 5^5}$; 4) $\frac{4^{-10} \cdot 4^{12} \cdot 4^{-1}}{4^0 \cdot 4^{-2}}$.

1) $A\,(-2;\,4)$; 2) $B\,(5;\,0{,}2)$; 3) $C\,(-0{,}1;\,6)$; 4) $D\left(\frac{1}{4};2{,}8\right)$.

Розділ 3. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА

qr.orioncentr.com.ua/xQGqj

21. Чи належить графіку функції $y = x^2$ точка:

1) $A\,(1;\,-1)$;
2) $B\,(2;\,4)$;
3) $C\,(-0{,}1;\,0{,}01)$;
4) $D\,(3;\,6)$;
5) $M\,(0{,}5;\,0{,}25)$;
6) $N\,(-1;\,-1)$?

22. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій: 1) $y = x^2$ і $y = 9$; 2) $y = -\frac{1}{x}$ і $y = x^2$.

Скориставшись графіками функцій, знайдіть координати точок їх перетину.

1) $8\sqrt{2}$; 3) $0{,}5\sqrt{3}$; 5) $x\sqrt{x^4}$, якщо x — від'ємне;
2) $0{,}1\sqrt{2}$; 4) $4\sqrt{x}$; 6) $xy^2\sqrt{xy}$, якщо x — додатне.

29. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{0{,}4}$; 2) $\sqrt{2{,}5}$; 3) $\sqrt{a^8}$; 4) $\sqrt{0{,}01y^4}$;
5) $\sqrt{x^2y^2}$, якщо x — від'ємне, y — додатне;
6) $\sqrt{yx^3}$, якщо x — додатне.

30. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 = 81$; 3) $x^2 - 21 = 0$; 5) $(x - 0{,}5)^2 = 1$;
2) $4x^2 = 36$; 4) $x^2 + 17 = 0$; 6) $(x - 8{,}1)^2 + 81 = 0$.

31. Розв'яжіть рівняння:

1) $\sqrt{x} = 6$; 3) $\sqrt{x-1} + 11 = 0$;
2) $\sqrt{x} = 12$; 4) $\sqrt{x-5} = 6$.

1) $x^2+8x-9=0$; 3) $x^2-6x+9=0$;
2) $x^2-6x-7=0$; 4) $x^2+6x+5=0$.

37. Знайдіть корені рівняння:
1) $10x=3x^2+3$; 3) $9x^2+4=12x$;
2) $9y+2=5y^2$; 4) $4y^2=20y-25$.

38. Розв'яжіть квадратне рівняння за теоремою Вієта:
1) $x^2+14x-15=0$; 3) $x^2-6x-40=0$;
2) $x^2-9x-10=0$; 4) $x^2+2x-3=0$.

qr.orioncentr.com.ua/0GCTw

39. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа:
1) 3 і -2; 2) -4 і 1; 3) 3 і $\frac{1}{3}$; 4) -2 і 0.

2) $(y-1)(y+3)=y+3$; 4) $(x+4)(x-2)+4=x$.

47. Розв'яжіть рівняння:
1) $3-\frac{14}{x}=\frac{2}{x-5}$; 3) $\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x}=\frac{3}{20}$;
2) $\frac{10}{x-3}-1=\frac{8}{x}$; 4) $-\frac{1}{x-3}=\frac{1}{x}+1\frac{1}{4}$.

48. Розв'яжіть рівняння:
1) $x^4-26x^2+25=0$; 3) $x^4-40x^2+144=0$;
2) $x^4+x^2-2=0$; 4) $9x^4+8x^2-1=0$.

49. Розв'яжіть рівняння:
1) $\left(x^2-9\right)^2-8\left(x^2-9\right)+7=0$;
2) $(x^2-3)^2+5(x^2-3)-6=0$.

ідіть розміри земельної ділянки.

56. Довжина ділянки землі прямокутної форми в 5 разів більша за її ширину. Коли ширину ділянки збільшили на 9 м, її площа збільшилась у 4 рази. Знайдіть початкові розміри земельної ділянки.

Розділ 5. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

qr.orioncentr.com.ua/irCF1

57. Спортивний костюм коштує 1200 грн. Скільки гривень буде коштувати костюм після знижки на 12,5 %?

58. 250 г сиропу містить 15 % цукру. Скільки грамів води потрібно додати до цього сиропу, щоб отриманий сироп містив 10 % цукру?

2. Знайдіть моду отриманих даних.

64. Результати дослідження зашифрували в частотну таблицю (табл. 2).

Таблиця 2

Елемент	0	1	3	5	6
Частота	8	$2x$	$3x - 1$	6	$x + 5$

Знайдіть x, якщо середнє арифметичне вибірки дорівнює 3.

65. У таблиці 3 наведені дані про середню температуру повітря в Києві за дослідженнями https://pogoda33.ua/. За цими даними складіть стовпчасті діаграми. Обчисліть середню температуру повітря в Києві за рік і моди отриманих даних.

69. Визначте, якими є події: випадковими, неможливими чи достовірними:

1) у результаті підкидання грального кубика випаде кількість очок, більша за 6;

2) завтра буде сніг;

3) з коробки, у якій є 10 білих і чорних кульок, вийняли білу кульку;

4) мій найкращий друг народився 31 квітня;

5) серед натуральних чисел нарахували дев'ять одноцифрових чисел.

70. Аня, Микола й Тетяна розв'язують рівняння на дошці. Яка ймовірність того, що Микола відповідатиме останнім?

5) знайдіть значення виразу $\left(\frac{5a^{-2}}{6b^{-1}}\right)^{-2} \cdot a^{-3}b^{4}$, якщо $a = 0{,}1$ і $b = 5$ — **К**;

6) знайдіть, за якого значення a графік функції $y = \frac{ax}{x-5}$ проходить через точку $A(-1;\ 0{,}5)$... — **И**;

7) укажіть число, яке не входить до ОДЗ змінної виразу $\frac{20+10a+a^2}{a^3-125}$ ... — **А**.

2. Розпочніть виконувати завдання з першого номера. Правильна відповідь укаже номер наступного завдання. Розташуйте відповідні літери в порядку виконаних завдань.

На знімку зображений кафедральний собор пресвятої Діви Марії Апаресідської (Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida). Це одна з найвідоміших сучасних церков у світі і головний католицький храм столиці Бразилії, міста Бразиліа.



Об'єкт 2.

На фото зображено Музей Сумая (Museo Soumaya). Цей музей розташований у місті Мехіко, Мексика.

Крок 3. Виконайте завдання.

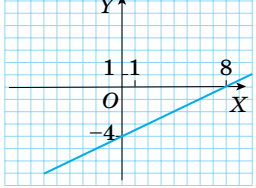
За допомогою сервісу Geogebra знайдіть математичну і комп'ютерну модель для абрису (зовнішнього контуру) будівлі.

Математична складова. Зробіть фото зображення екрана сервісу Geogebra із побудованою гіперболою.

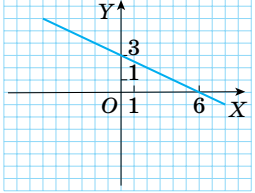
Історична складова. Знайдіть відомості про: початок і кінець будівництва, символіку будівлі, місце її розташування, історичні відомості про місце розташування, цікаві факти з історії будівництва.

Архітектурна складова. Знайдіть відомості про: стиль архітектурної споруди, матеріали, використані у будівлі, труднощі у будівництві, архітектурні особливості споруди.

Крок 6. Оформіть туристичний буклет у вигляді презентації, постера або відео. Презентуйте свій продукт.



Мал. 1



Мал. 2

22. 1) 2; 2) −5; 3) 0,2. **23.** $a = -0{,}6$. **24.** $b = -2$; $a = 5$.

Лінійні рівняння та їх системи

25. 1) 6; 2) будь-яке число; 3) коренів немає; 4) 15. **26.** 1) так; 2) так; 3) так. **27.** 1) (1; 1); 2) (−1; 2); 3) безліч розв'язків; 4) розв'язків немає. **28.** 1) (2; 1); 2) (1; −2); 3) (2; −2); 4) (−4; 2).

5) 1,8. **73.** 1) Не можна визначити; 2) 5; 3) $-\frac{5}{48}$; 4) −0,625. **74.** 1) 0; 2) не можна визначити; 3) −15; 4) $-3\frac{1}{3}$. **75.** 1) 2,8 год; 2) 2 год 40 хв; 3) 2 год 30 хв. **76.** 1) 2,25 см; 2) $2\frac{1}{12}$ см; 3) $2\frac{1}{80}$ см. **77.** $(10 + x) : y$; 1) $\frac{13}{35}$; 2) $\frac{17}{40}$. **78.** 1) 1,6; 2) 6,2; 3) $\frac{32}{75}$. **79.** 1) 5; 2) $-3\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{5}{12}$. **81.** 2) $n \neq 3$ і $n \neq -3$; 3) $n \neq -0{,}5$ і $n \neq 0{,}5$; 5) $n \neq -6$ і $n \neq 0$. **82.** 1) $\frac{5}{9}$; 2) 0,4; 3) 1,3. **83.** 1) $x \neq 2$ і $x \neq 4$; 2) $x \neq 9$ і $x \neq 12$.

3) $y=\begin{cases}3-x, x<3,\\ x-3, x>3.\end{cases}$ **113.** $\frac{x-20}{x-30}$; 1) в $1\frac{1}{7}$ разів.

§ 3. Зведення раціональних дробів до спільного знаменника

115. 1) $\frac{3}{3x}$; 3) $\frac{x}{x^2}$; 5) $\frac{5x^2}{5x^3}$. **116.** 1) $\frac{2}{4a}$; 3) $\frac{a}{2a^2}$; 5) $\frac{5a^2}{10a^3}$. **117.** 1) $\frac{3}{9b}$; 3) $\frac{b}{3b^2}$; 5) $\frac{5b^2}{15b^3}$. **118.** 1) $\frac{2}{2ab}$; $\frac{a}{a^2b}$; $\frac{b}{ab^2}$; $\frac{3a^2}{3a^3b}$; $\frac{-2ab}{-2a^2b^2}$; $\frac{3c}{3abc}$. **119.** 1) $\frac{2}{2(a+b)}$; $\frac{a+b}{(a+b)^2}$; $\frac{3a}{3a(a+b)}$; $\frac{a-b}{a^2-b^2}$. **120.** 1) $\frac{4}{4xy}$; 3) $\frac{y}{xy^2}$; 5) $\frac{6z}{6xyz}$. **121.** 1) $\frac{7}{56}$ і $\frac{8}{56}$; 3) $\frac{3}{6x}$ і $\frac{1}{6x}$. **122.** 1) $\frac{c}{abc}$ і $\frac{b}{abc}$;

7) $-\frac{13a}{d-1}$. **143.** 1) $-\frac{3}{4ab}$; 3) $\frac{9xy}{5ab^2}$; 5) $-\frac{7c}{a+c}$. **144.** 1) $-\frac{1}{5y}$; 3) $\frac{b}{a^2-1}$;

5) $-\frac{2c}{1+a}$. **145.** 1) $\frac{c}{9}$; 3) ac. **146.** 1) 1; 3) 2; 5) 1. **147.** 1) $3-x$; 3) $6-c$;

5) $y+1$; 7) -2; 9) $c+1$. **148.** 1) 1; 3) -1; 5) $\frac{1}{a-8}$. **149.** 1) $\frac{1}{1-a}$, 10;

2) $-\frac{1}{y+2}$, -5. **150.** 1) $\frac{7}{10x}$; 3) $\frac{43}{36c}$; 5) $\frac{11y}{5(y+1)}$; 7) $-\frac{1}{4x}$; 8) $\frac{14}{45c}$;

9) $\frac{6a}{5(x+2)}$. **151.** 1) $\frac{11}{12ab}$; 3) $\frac{13x}{28a^2b}$; 5) $\frac{9y}{5(a-c)}$. **152.** 1) $-\frac{9}{8ab}$;

3) $\frac{56x}{75b^2}$. **153.** 1) $\frac{5}{16y}$; 3) $\frac{14b}{3(a^2+3)}$; 5) $\frac{7c}{12(a-2)}$. **154.** 1) $\frac{5x^2-1}{10x^3}$;

3) $\frac{8x-7}{x(x+5)}$; 5) $\frac{y+3}{3(y+1)}$. **155.** 1) $\frac{6}{9-x^2}$; 3) $\frac{12}{36-c^2}$. **156.** 1) $\frac{1}{1-a^2}$, 1,8;

178. $\frac{100}{x(x+100)}$.

§ 5. Множення раціональних дробів. Піднесення раціонального дробу до степеня з цілим показником

183. 1) $\frac{ax}{40}$; 3) $\frac{ax}{4cy}$; 5) $\frac{6ax}{35by}$; 7) $\frac{ax}{5cy}$; 9) $\frac{8xy}{15b}$; 11) $\frac{2a}{3y}$.

184. 1) $\frac{5y}{3a}$; 3) $\frac{8y}{15bx^2}$. **185.** 1) $\frac{2}{x+1}$; 2) 15; 3) 1; 4) $\frac{4}{1-b}$; 5) $-7{,}5$; 6) $-\frac{2}{3}$. **186.** 1) $\frac{5}{y+3}$; 2) $\frac{5}{9}$. **187.** 1) $\frac{x^2}{8}$; 2) $\frac{30}{y}$; 3) $\frac{12a}{b}$; 4) $-6y$.

188. 1) 11; 2) -2; 3) -5; 4) 12; 5) 2,5; 6) $2a$; 8) $-1{,}5b$. **189.** 1) $\frac{4}{a^2}$;

3) 1; 5) -9. **216.** 1) 9; 2) $\frac{7}{9}$; 3) $-1\frac{2}{3}$. **217.** 1) 0,2; 3) $\frac{3}{4y^3}$; 5) $\frac{x^2}{5}$; 7) $\frac{5}{2x^4}$; 9) $-\frac{3}{7}$; 11) $\frac{1}{14x^2}$. **218.** 1) 9; 2) 3; 3) 16; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $2a^2$. **219.** 1) $\frac{a^2}{4}$; 3) $-\frac{3}{10x}$; 5) -9. **220.** 1) $3a$; 3) $17a$. **221.** 1) a; 3) $8a$. **222.** 1) $2b$; 3) $9b$.

223. $\frac{6v+3}{7v}$. **224.** $\frac{3x}{x+2}$ **225.** 1) $9a$; 2) $16xy$. **226.** 1) $7b^3$; 2) $25xy$.

227. 1) $\frac{2}{ax}$; 2) $\frac{x^7}{3y}$; 3) $\frac{7b}{5a}$ **228.** 1) $\frac{4(y-x)}{x^2}$; 3) $\frac{3d^2(d-c)}{(c+d)^2}$.

229. 1) $\frac{5a^3xy}{b}$; 2) $\frac{x+y}{(x-y)^2}$. **230.** 1) $x^4+x^2y^2+y^4$; 2) $a(a-b)$.

231. 1) $(x^2+y^2)(x-y)$; 2) $\frac{x-y}{(x+y)(a+b)}$. **232.** 1) 1; 2) $(m-n)^2$.

277. 1) 3^3; 2) 3^0; 5) 3^{-2}; 6) 3^{-4}. **281.** 3) $\frac{1}{2^5}$; 5) $\frac{1}{10^9}$; 7) $\frac{1}{21^5}$; 12) $\frac{1}{100^{10}}$. **282.** 1) $\frac{1}{10^3}$; 5) $\frac{1}{20}$; 6) $\frac{1}{25^7}$. **284.** 1) $\frac{1}{a^4}$; 2) $\frac{1}{c^9}$; 3) $\frac{1}{m^{12}}$; 4) $\frac{1}{n^{56}}$; 5) $\frac{1}{b^{80}}$; 6) $\frac{1}{x^{100}}$. **286.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{1}{5}$; 5) $\frac{1}{20}$; 6) $\frac{1}{1000}$. **287.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{100}$; 5) 25; 8) 100. **288.** 1) 3^4; 3) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$. **289.** 1) 5; 2) 2^3; 3) 9^6; 4) 10^8; 5) 27^5. **290.** 1) 1; 3) 1; 5) 1; 8) 1. **291.** 1) 75; 2) $\frac{1}{15}$; 3) -7; 4) 2; 5) 9; 6) 1; 7) 11,1; 8) 14. **292.** 1) 2; 2) 5; 3) 7; 4) -30. **293.** 1) $4^4 > 4^0$; 4) $3^{-4} < 10^0$. **294.** 1) $5^5 > 5^0$; 2) $(-7)^5 < 7^0$; 3) $3^{-5} < \frac{1}{3^{-5}}$ 4) $9^{-6} < 100^0$. **296.** 1) Додатним; 4) від'ємним. **297.** 1) $\frac{9}{25}$; 2) $\frac{4}{25}$; 5) 25; 7) $\frac{25}{36}$; 8) $\frac{25}{36}$.

5) $(zxy)^{-3}$; 6) $\left(\frac{ac}{x}\right)^{-7}$. **339.** 1) 12^{-2}; 2) 12^{-10}; 3) 12^{-4}; 4) 12^{-1}; 5) 12^{-15}; 6) 12^{-4}. **341.** 1) $\frac{1}{64}$; 2) $\frac{1}{64}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) 3. **342.** 1) $2{,}2 \cdot 10$; 5) $9{,}76 \cdot 10^2$; 7) $5 \cdot 10^{-3}$; 10) $3{,}33 \cdot 10^{-1}$; 15) $3{,}35 \cdot 10^8$; 17) $2{,}30002 \cdot 10^2$; 22) $7{,}4 \cdot 10^{-5}$. **343.** 1) $3{,}7 \cdot 10^1$; 2) $1{,}9 \cdot 10^1$; 3) $2{,}07 \cdot 10^2$; 4) $2 \cdot 10^{-2}$; 5) $3{,}8 \cdot 10^{-1}$; 6) $1{,}3005 \cdot 10$; 7) $6{,}5 \cdot 10^{-2}$; 8) $7{,}5 \cdot 10^{-5}$; 9) $9{,}1 \cdot 10^4$; 10) $4{,}82 \cdot 10^{-3}$; 11) $1{,}15 \cdot 10^7$; 12) $4{,}3 \cdot 10^1$; 13) $2{,}7 \cdot 10^{-6}$; 14) $1{,}1 \cdot 10^{-1}$. **345.** 1) $5 \cdot 10^{-7} > 1{,}2 \cdot 10^{-7}$; $6{,}2 \cdot 10^{-7}$, $3{,}8 \cdot 10^{-7}$, $6 \cdot 10^{-14}$; 2) $3{,}1 \cdot 10^4 > 3 \cdot 10^4$; $6{,}1 \cdot 10^4$, $1 \cdot 10^3$, $9{,}3 \cdot 10^8$. **347.** 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^1$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; 5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$; 6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$. **350.** 1) a^{-7n}; 5) a^{-31}.

395. 1) $(y^{-2})^3$; 3) $(a^{-5})^3$; 4) $(2m^{-3}n^2)^3$. **397.** 1) $(x^{-5})(x^{-5})$;

2) $(a^{-1}-b)(a^{-1}+b)$. **399.** 1) $\dfrac{a^3+1}{a^2}$; 2) $\dfrac{2x^2+1}{x}$ **402.** 1) $3a^3c^{-2}$; 2) $0{,}25b^{32}c^{14}$.

403. 1) $a-b$; 4) $-a-2$; 10) $\dfrac{1}{x+1}$. **404.** 1) $a-3$. **405.** 1) $y^{-2}(y^{-6}+y^{-2})$;

4) $y^{-2}(2y^3+4y)$; 6) $y^{-2}(xy^{-7}+9)$. **406.** 1) $a^{-4}(a^{-8}+a^{-6})$; 2) $a^{-4}(a^{-3}-a^7)$;

4) $a^{-4}(7a^{-10}+6a^4)$. **408.** 1) $a(a^3+a^2+a^{-4}+a^{-5})$; 2) $a^3(a+1+a^{-6}+a^{-7})$;

4) $a^{-5}(a^9+a^8+a^2+a)$. **410.** 2) $\dfrac{m^2-n^2}{mn}$; 3) x^{-4}; 4) $\left(\dfrac{n}{m}\right)^2$. **411.** 1) 23;

2) 3; 3) 2. **412.** 1) 7; 2) 83. **414.** 2) $\dfrac{-4}{19}$. **415.** 2) 0,25. **417.** 1) $\dfrac{3}{(x+1)(x+4)}$;

2) $-\dfrac{a^2+b^2}{ab}$.

471.

x	-20	-8	-6	0	6	8	20
y	400	64	36	0	36	64	400

473. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні. **476.** 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) так. **477.** 1) 0; 1; 9; 2) 1, -1; 3, -3; 3) x — будь-яке число; 4) $x \geq 0$. **478.** 1) 1; 4; 9; 2) 0; 2, -2; 3) $x < 0$ і $x > 0$; 4) $x \leq 0$. **481.** 1) $(-3; 9)$ і $(3; 9)$; 2) графіки не перетинаються; 3) $(0; 0)$ і $(1; 1)$. **483.** 1) Не має розв'язків; 2) $(2; 4)$ і $(3; 9)$. **484.** 1) -2 і 2; 2) -4 і 4; 3) 0; 4) не має розв'язків. **485.** 1) -1 і 1; 2) не має розв'язків; 3) -3 і 3. **486.** 1) $(0; 0)$, $(1; 1)$. **491.** 1) -1 і 0; 2) 1 і -3; 3) не має розв'язків.

494. $y = \begin{cases} x^2, \text{ якщо } x \leq -1, \\ 1, \text{ якщо } -1 < x < 1, \\ x^2, \text{ якщо } x \geq 1 \end{cases}$ (мал. 36), $y = \begin{cases} -x, \text{ якщо } x < 0, \\ x^2, \text{ якщо } x \geq 0 \end{cases}$ (мал. 37),

2) $2+\sqrt{2}$; 6) $-1-\sqrt{5}$; 7) 2; 9) 1; 10) -10; 11) -31; 14) -2; 20) $19+4\sqrt{21}$.

544. 1) $3+\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{5}+5$; 4) -1; 5) 4; 6) 10. **546.** 1) -3; 2) -2; 3) 5; 4) 100. **549.** 1) $1\frac{2}{3}$; 5) $1\frac{1}{2}$; 8) $1\frac{3}{4}$. **550.** 1) 3,5; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{2}{7}$; 4) $2\frac{2}{3}$.

551. 1) $4\sqrt{3}<7$; 2) $\sqrt{28}>2\sqrt{6}$; 4) $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$; 11) $\sqrt{1\frac{9}{16}}<\sqrt{2}$.

552. 1) $5\sqrt{2}>7$; 2) $4\sqrt{5}<9$; 3) $4\sqrt{2}=\sqrt{32}$; 7) $\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{0,25}$. **553.** 1) 1 і 2; 2) -3 і -2; 3) 2 і 3. **554.** 1) 1 і 2; 2) -3 і -2; 3) 3 і 4; 4) 4 і 5. **556.** 1) 75; 2) 700; 3) 2; 4) $\frac{11}{25}$. **560.** 1) 0,9; 2) 2,4; 3) 24; 4) 30. **562.** 1) $5-\sqrt{23}$; 2) $2-\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{12}-\sqrt{8}$; 4) $2\sqrt{2}$. **564.** 1) $\sqrt{0,18}$; 2) $-\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{1,5}$. **566.** 1) $0,1\sqrt{5}$; 3) $17\sqrt{0,1}$. **568.** 1) $\sqrt{3}\left(\sqrt{10}-1\right)$; 3) $\sqrt{5}\left(1+\sqrt{5}\right)$;

13) $(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)$; 16) $\left(x-\sqrt{10}\right)\left(x+\sqrt{10}\right)$; 17) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)$.

633. 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}$. **634.** 1) $\sqrt{p}$; 2) $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{a}}$. **636.** 1) $\frac{2}{\sqrt{y}+1}$; 3) 2; 7) $n+\sqrt{7}$.

637. 1) $\sqrt{4x}$; 3) $\sqrt{36a}$; 4) $\sqrt{4x^2y}$; 5) $-\sqrt{4x^2y}$; 8) $-\sqrt{m^4}$; 9) $\sqrt{m^7}$.

638. 1) $\sqrt{25c}$; 2) $-\sqrt{ac^2}$; 3) $\sqrt{2n^2m^2}$; 4) $-\sqrt{3n^2m^2}$. **640.** 1) $y\sqrt{7}$; 2) $-y\sqrt{7}$; 3) $-2ab\sqrt{3}$; 4) $-2ab\sqrt{3}$; 5) $2ab\sqrt{3}$; 6) $2ab\sqrt{3}$. **642.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt{15}}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{x}}{x}$; 5) $\frac{a\sqrt{2b}}{2b}$; 6) $2\sqrt{z}$;

7) $\frac{\sqrt{y-2}}{y-2}$; 8) $\frac{\sqrt{8x+1}}{8x+1}$. **645.** 1) $x=\pm1$; 2) $x=\pm6$; 3) $x=0$; 4) $x=\pm\sqrt{3}$;

7) $x=\pm8$; 9) $x=\pm9$; 10) $x=\pm\sqrt{17}$; 11) не має розв'язків; 12) не має розв'язків; 13) не має розв'язків; 15) не має розв'язків; 16) не має

§ 16. Функція $y = \sqrt{x}$

687.

x	1	1,44	2,25	3,24	6,25	9,61	20,25
y	1	1,2	1,5	1,8	2,5	3,1	4,5

689. 1) Так; 2) так; 3) ні; 4) ні. **691.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) так. **695.** 1) (1; 1); 2) ні; 3) (4; 2); 4) ні. **696.** 1) (1; 1); 2) (0; 0). **697.** 1) (16; 4); 2) графіки не перетинаються. **699.** 1) (4; 2); 2) (1; 1). **701.** 1) $\sqrt{6} > \sqrt{2}$; 2) $\sqrt{2{,}5} < \sqrt{2{,}7}$; 3) $\sqrt{5} > \sqrt{4{,}4}$; 4) $3 = \sqrt{9}$. **710.** 1) $\sqrt{3{,}8}$; 2; $\sqrt{4{,}1}$; $\sqrt{4{,}5}$; 2) $\sqrt{2\frac{2}{5}}$, $\sqrt{2\frac{1}{2}}$, $\sqrt{2\frac{4}{7}}$, $\sqrt{2\frac{3}{4}}$. **712.** 1) 4; 2) 4.

і $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{1}{3}$ і $-\frac{1}{2}$; 8) 1,5 і 1; 9) 2 і 2,5; 10) 0,6 і −0,2; 11) $-1\frac{1}{4}$ і $-2\frac{1}{4}$; 12) 1 і $\frac{3}{4}$; 13) $-2\frac{2}{3}$ і $-2\frac{2}{3}$; 14) 6 і $\frac{1}{3}$; 15) 5 і 0,5; 16) 0,5 і 0,5. **758.** 1) 1 і −2,5; 2) 1 і $-\frac{1}{9}$; 3) 2,5 і −2; 4) $\frac{1}{3}$ і −2; 5) −1 і $-\frac{1}{5}$; 6) 3,5 і 3,5; 7) 3 і −0,5; 8) 1 і 0,5. **759.** 1) $1\frac{1}{3}$ і 1; 2) 1 і $\frac{1}{5}$; 3) 10 і −9; 4) 1 і 0,6; 5) 5 і 1; 6) 1 і $-\frac{2}{3}$; 7) −2 і $\frac{1}{4}$; 8) 3 і $-2\frac{3}{4}$; 9) $1\frac{2}{3}$ і $1\frac{2}{3}$; 10) 9 і 2; 11) 2 і $2\frac{1}{3}$; 12) 2,5 і 2; 13) $\frac{1}{9}$ і $\frac{1}{9}$; 14) $3 \pm \sqrt{6}$; 15) 0 і −5. **760.** 1) 6 і

§ 20. Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники

812. 1) $(x-5)(x+2)$; 2) $(x-6)(x-4)$; 3) $-(x-1)(x-15)$; 4) $(x+3)\times$ $\times(x-5)$; 5) $-(x-1)(x-3)$; 6) $(x+1)(x-7)$; 7) $(x+2)^2$; 8) $-(x-5)^2$. **813.** 1) $(x+1)(x+2)$; 2) $-(x+9)(x-1)$; 3) $(x+3)(x-8)$; 4) $(x+3)^2$. **814.** 1) $(2x-3)(x-1)$; 2) $(5x-1)(x+1)$; 3) $-(3x+7)(x-2)$; 4) $(2x-1)\times$ $\times(3x-1)$; 5) $-(3x-2)^2$; 6) $(3x-5)(x-1)$; 7) $(2x-1)^2$; 8) $-(2x+1)\times$ $\times(x-2)$. **815.** 1) $(3x-1)(x+2)$; 2) $-(2x+5)(x-3)$; 3) $(3x+1)^2$; 4) $-(5x-1)(x-1)$. **816.** 1) $a=-14$; 2) $a=-12$. **817.** 1) $b=14$; 2) $b=-2$. **818.** 1) $\frac{1}{x+1}$; 2) $\frac{2x+1}{6}$; 3) $\frac{4-x}{x-3}$; 4) $\frac{x-8}{x}$; 5) $\frac{x+2}{x-3}$; 6) $\frac{x+8}{9-x}$. **819.** 1) $\frac{4}{x-6}$; 2) $\frac{x}{3x-1}$; 3) $\frac{5x+6}{x+2}$. **820.** 1) мал. 3; 2) мал. 4.

822. 1) 1,8; 2) $-1{,}75$. **823.** 1) 1,4; 2) 3,4. **824.** 1) $\frac{1}{x-5}$; 2) $\frac{1}{x}$. **825.** $-\frac{1}{x+2}$. **826.** ± 10. **827.** 4. **828.** −6. **829.** 1) $(nx-2)(x+1)$; 2) $(x-m-n)(x+n)$. **830.** 1) 20; 2) 5; 3) 38.

§ 21. Рівняння, які зводяться до квадратних

836. 1) -3 і 4; 2) -1 і $-\frac{1}{9}$; 3) 1,5 і -5; 4) 2 і 0,5; 5) 3 і 1,5; 6) 5 і 3. **837.** 1) 5 і 0,5; 2) 2 і -3; 3) 0,5 і 1; 4) 1 і $1\frac{2}{3}$. **838.** 1) 7; 2) 0 і -9; 3) -1 і $1\frac{2}{3}$; 4) -4 і 1. **839.** 1) -7 і 3; 2) -3 і $\frac{1}{3}$. **840.** 1) 2; 2) -3; 3) -2 і -4; 4) -6; 5) 3 і -6; 6) -9; 7) 0,5; 8) 1 і 0,6. **841.** 1) -5; 2) 2.

873. 1) 3 і 15; 2) 5 і 9 або −5 і −9. **878.** 15 і 16. **879.** 11 і 12. **880.** $\frac{3}{4}$ або $\frac{5}{8}$. **881.** $\frac{1}{4}$. **882.** 60 км/год і 80 км/год. **883.** 60 км/год і 90 км/год. **884.** 5 км/год. **885.** 4 км/год. **886.** 10 дет. **887.** 12 дет. **888.** 5 год. **889.** 5 год. **891.** 8 см і 15 см. **892.** 6 см і 8 см. **893.** 5 см, 12 см і 34 см. **894.** 6 см, 9 см і 30 см. **895.** 12 і 13. **896.** 13 і 14. **897.** 12. **898.** 22. **899.** 4 км/год. **900.** 4 км/год. **901.** 30 км/год. **902.** 30 км/год. **903.** 40 км/год. **904.** 21 год 30 хв **905.** 60 км/год. **906.** 15 км/год. **907.** 16 км/год. **908.** 2 км/год. **909.** 5 км/год. **910.** 25 дет. **911.** 7 дет. **912.** 10 л. **913.** 25 л. **914.** 25 м² **915.** 4. **916.** 75 хв. **917.** 30 хв. **918.** 13 см. **919.** 10 см. **920.** 3 м і 4 м. **921.** 15 і 9. **922.** 381 і 705. **923.** 4 і 1. **924.** 8 год. **925.** У 2 рази; 4 л. **926.** 56 с. **927.** 1) 4; 2) 6; 3) одночасно.

ровних, двоцифрових, трицифрових і чотирицифрових. **1030.** 90. **1031.** 1) 24; 2) 47. **1032.** 1) 18; 2) 48. **1033.** 1) 252; 2) 648. **1034.** 1) 6; 2) 9. **1035.** 280.

§ 26. Ймовірність випадкової події

1041. $\frac{5}{9}$. **1042.** $\frac{3}{5}$. **1043.** $\frac{3}{7}$. **1044.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 0. **1045.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) 0. **1046.** 1) $\frac{7}{15}$; 2) 1; 3) 0. **1047.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) 1; 3) 0. **1048.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}$. **1049.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$. **1050.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0; 3) $\frac{1}{10}$; 4) $\frac{1}{10}$. **1051.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{1}{15}$. **1052.** 1) 0,2; 2) 0,2; 3) 0,05. **1053.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 1. **1054.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 0; 4) $\frac{1}{3}$. **1055.** 1) $\frac{1}{3}$;

$(x-1)^2(x^2+x+1)$ $(x-1)^2(x^2+x+1)$ x^2-9 2

2) $-x^2$. **8.** 1) $\frac{1}{4(x-4)}$; 2) $-\frac{(x+y)}{x(x^2+xy+y^2)}$. **9.** 1) -1; 2) $\frac{(b+c+a)^2}{2bc}$.

10. 1) 18; 2) ± 4. **11.** $-\frac{3}{4}$. **12.** 1) $p\left(1+\frac{r}{4}\right)^4$; 2) $p\left(1+\frac{r}{4}\right)^{12}$; 3) $p\left(1+\frac{r}{4}\right)^4$.

13. 1) $2x^{-1}y^{-1}$; 2) $np^{-1}m^{-3}$; 3) $b^3d^3a^{-2}c^{-2}$. **14.** 1) $\frac{1}{80}$; 2) 1,5; 3) 5; 4) 64. **15.** 1) a^{-9}; 2) a^{-21}; 3) a; 4) a^{-21}; 10) 1. **16.** 1) 3^{-3}; 2) 3^{-8}; 3) 3^{-24}. **18.** 1) $9\cdot10^1$; 2) $1{,}12\cdot10^2$; 4) $7\cdot10^{-2}$. **19.** 1) Ні; 2) так; 3) ні. **20.** 1) -8; 2) 1; 3) $-0{,}6$; 4) 0,625.

Розділ 5. Елементи стохастики

57. 1050 грн. **58.** 125 г. **59.** 45 %. **60.** 79 %. **61.** 171,6 см; 182. **62.** 41. **63.** 1) 22; 2) 4. **64.** 3. **66.** 1) 6; 2) 6; 3) 2; 4) 18. **67.** 720. **68.** 720; 120. **70.** $\frac{1}{3}$.

ВІДПОВІДІ ДО ПРОЄКТУ

Крок 1. 1. МЕКСИКА; 2) БРАЗИЛІЯ.
Крок 3. Гіпербола.

гіперболи вітки 116

Дріб десятковий нескінченний неперіодичний 168

– – – періодичний 167

– – скінченний 167

– нескоротний 28

– раціональний 24

дробу скорочення 27

– співмножник 27

Змінної значення допустиме 15

– – недопустиме 15

Область допустимих значень змінної 15

означення степеня з цілим від'ємним показником 79

– – – показником 0 80

Парабола 135

параболи вершина 136

– вітка 200

– вітки 136

підмножина 166

правило ділення раціональних дробів 61

– – коефіцієнти 210

– корінь сторонній 70

– раціональне 68

– рівносильні 69

рівняння-наслідок 70

– $y = \sqrt{x}$ 198

– $y = x^2$ 135

Числа порядок 50

– стандартний вигляд 90

число ірраціональне 168

§ 11. Функція $y = \frac{k}{x}$ 114

Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 2 132

РОЗДІЛ 3. Квадратні корені. Дійсні числа 135
§ 12. Функція $y = x^2$ 135
§ 13. Арифметичний квадратний корінь 145
§ 14. Множина та її елементи. Числові множини 165
§ 15. Перетворення ірраціональних виразів 178
§ 16. Функція $y = \sqrt{x}$ 198
Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 3 209

Навчальне видання

ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна
АКУЛЕНКО Ірина Анатоліївна
ДАНЬКО Олена Анатоліївна
КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна
БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна
СЕРДЮК Зоя Олексіївна

АЛГЕБРА

Підручник для 8 класу
закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Головна редакторка *І. В. Красуцька*
Редакторка *І. В. Луценко*
Головна художниця *І. П. Медведовська*
Технічний редактор *Е. А. Авраменко*
Художня редакторка *К. В. Берсенєва*
Коректорка *Ю. О. Твердохліб*
Комп'ютерна графіка *О. І. Дядика*
Презентації та інтерактивні вправи *І. А. Акуленко*

В оформленні підручника використано фото з вільних джерел мережі «Інтернет»,
фотобанку *Shatterstock*
Бренди та ресурси зображуються лише з освітньою метою
та не є закликом до їх купівлі/відвідування

Формат 60×90 $^{1}/_{16}$. Ум. друк. арк. 22 + 0,25 форзац.
Обл.-вид. арк. 19,8 + 0,35 форзац.

ТОВ «Український освітянський видавничий центр "Оріон"»
Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції»
Серія ДК № 4918 від 17.06.2015 р.

Адреса видавництва: 03061, м. Київ, вул. Миколи Шепелєва, 2

$\left(\sqrt{a}\right) = a$, якщо $a \geq 0$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, якщо $a \geq 0$ і $b \geq 0$

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, якщо $a \geq 0$ і $b > 0$

$\sqrt{a^2} = |a|$, якщо a — будь-яке число

ФОРМУЛА КОРЕНІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac$$

ТЕОРЕМА ВІЄТА

$x^2 + px + q = 0$

$x_1 + x_2 = -p,$

$x_1 \cdot x_2 = q$

2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7	49	242	2401	16807	117649				
8	64	512	4096	32768					
9	81	729	6561	59049					
10	100	1000	10000						