

ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ. ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ



Підготувала:

вчителька математики

Сівченко А. М.

КОМБІНАТОРИКА – ЦЕ



розділ математики, в якому вивчаються питання про те, скільки різних комбінацій, що відповідають тим чи іншим умовам можна скласти із заданих об'єктів.

ДОВІДКА



Термін «комбінаторика» ввів німецький математик **Готфрід Вільгельм Лейбніц** (1646–1716) у своїй праці «Міркування про комбінаторне мистецтво», яка вийшла друком у 1666 р.



Готфрід Вільгельм Лейбніц

Комбінаторика використовується в **хімії** для вивчення різних можливих типів зв'язків атомів у молекулах; у **біології**, наприклад у процесі знаходження послідовностей амінокислот у білкових сполуках; у **кібернетиці** при розв'язуванні задач кодування тощо.

КОМБІНАТОРИКА



це змогу відповісти на запитання:

- Скількома способами учні вашого класу можуть стати один за одним у черзі до їдальні?
- Скількома способами можна вибрати у вашому класі старосту та його заступника?
- Скількома способами можуть бути оцінки з алгебри у вашому класі?

І не тільки...

СХЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ



ВИБІР ПРАВИЛА

Правила **СУМИ**

Правила **ДОБУТКУ**

ПРАВИЛО СУМИ



Якщо елемент
A можна вибрати ***t*** способами, а
елемент **B** – ***n*** способами,
то **A** **або** **B** можна
вибрати ***(t+n)*** способами.

ЗАДАЧА 1.



-
- **Ірина вирішила купити *або* морозиво, *або* тістечко. У магазині морозиво було трьох видів, а тістечка – п'яти видів.**
 - **Скількома способами Іринка може вибрати *або* одне морозиво, *або* одне тістечко?**

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Одне морозиво можна вибрати 3 способами, а одне тістечко — 5 способами.**

**Оскільки Іринка обирає
або морозиво, або тістечко,
то всього в неї $3 + 5 = 8$ (способів).**

Відповідь: 8 способів.

ЗАДАЧА 2.



- У ящику є 10 білих, 7 чорних і 3 червоні кульки.
 - Скількома способами можна вибрати:
 - 1) або одну чорну кульку, або одну білу кульку;
 - 2) або одну чорну кульку, або одну червону кульку?

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **1. Білу кульку можна вибрати 10 способами, а чорну кульку — 7 способами.**

Оскільки треба вибрати або чорну кульку, або білу кульку, то це можна зробити

$$7 + 10 = 17 \text{ (способами).}$$

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **2. Чорну кульку можна вибрати 7 способами, а червону кульку — 3 способами.**
- **Оскільки треба вибрати **або** чорну кульку, **або** червону кульку, то це можна зробити $7 + 3 = 10$ (способами).**
- **Відповідь: 1) 17 способами, 2) 10 способом.**

ПРАВИЛО ДОБУТКУ



Якщо елемент **A** можна вибрати ***m*** способами, а елемент **B** можна вибрати ***n*** способами, то **A i B** можна вибрати ***(m·n)*** способами.

ЗАДАЧА 3.



-
- Саша вирішив у вихідний відвідати спочатку одну із двох виставок, **а потім** подивитися один із чотирьох кінофільмів.
 - Скількома способами Саша може спланувати свій вихідний?

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Виставку можна вибрати 2 способами, а кінофільм — 4 способами.**
Якщо Саша спочатку відвідає першу виставку, то кінофільм він може обрати одним із чотирьох способів, тобто має 4 варіанти планування свого вихідного.
- **Якщо ж Саша спочатку відвідає другу виставку, то кінофільм він зможе обрати також одним із чотирьох способів. У цьому разі Саша матиме також 4 варіанти планування свого вихідного.**
 - **Загалом у нього $2 \cdot 4 = 8$ (способів) планування вихідного.**

Відповідь: 8 способами.

№21.3. °



-
- **Тетянка має п'ять суконь і три пари черевичків.**
 - **Скільки варіантів вибрати вбрання є в Тетянки?**

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Сукню Тетянка може вибрати 3 способами, а одну пару черевичок — 5 способами.**

Оскільки тетянка обирає *i* сукню, *i* черевички, то всього в неї

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ (способів).}$$

Відповідь: 15 способів.

САМОСТІЙНЕ ВИКОНАННЯ



✓ №21.4. °

✓ №21.7. °

ЗАДАЧА 4.



-
- **Скількома способами можна скласти у школі розклад уроків на один день із семи різних навчальних предметів?**

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **На перший урок** можна поставити один із семи навчальних предметів, **на другий** – один із шести предметів, **на третій** – один з п'яти і т. д.
- **Отже, маємо $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! = 5040$ способів, щоб скласти розклад.**
 - **Відповідь: 5040 способи.**

ДОВІДКА



▪ У математиці добуток усіх натуральних чисел від одиниці до n включно, позначають $n!$ і називають **факторіалом натурального числа n** :

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

▪ Наприклад: $1! = 1$, $2! = 1 \cdot 2$, $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$.

▪ **Зверніть увагу:**

▪ приймають, що $0! = 1$;

▪ факторіал є визначеним тільки для цілих невід'ємних чисел.

ЗАДАЧА 5.



- **Скількома способами можна скласти трицифрове число із цифр 1, 2, 5?**

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Цифра 1** може бути або першою цифрою шуканого числа, або другою, або третьою.

Маємо три способи її розміщення в записі числа.

- Для **цифри 2**, як і для **цифри 5**, маємо також по три способи розміщення в записі числа, оскільки цифри в записі числа можуть повторюватися.
- Отже, одержуємо $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ трицифрових чисел, які можна скласти із заданих цифр.
- Відповідь: 27 способами.

№21.9. °



- **Скільки чотирицифрових чисел, усі цифри яких різні, можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, якщо ці числа мають починатися:**

1) із цифри 4; 2) із запису «23»?

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Цифра 4** має бути першою цифрою шуканого числа (за умовою), то її обираємо лише одним способом.
- Другу цифру можемо обрати трьома способами (бо цифри не мають повторюватися (за умовою), третю цифру можемо обрати двома способами і для четвертої цифри залишається один спосіб.
- Отже, одержуємо $1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ (способів).

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Цифри 2 і 3** мають бути першою та другою відповідно цифрами шуканого числа (за умовою), то їх обираємо лише одним способом.
- Третю цифру можемо обрати двома способами (бо цифри не мають повторюватися (за умовою) і для третьої цифри залишається один спосіб.
- Отже, одержуємо $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$ (способи).
- Відповідь: 1) 6 способів, 2) 2 способи.

САМОСТІЙНЕ ВИКОНАННЯ



✓ № 21.10. •

№21.13.



- ***Монету підкидають 3 рази.
Скільки різних послідовностей
гербів і цифр можна отримати?***

РОЗВ'ЯЗАННЯ



1 ПІДКИДАННЯ



АБО

2 ПІДКИДАННЯ



АБО

3 ПІДКИДАННЯ



АБО

- Отже, при кожному підкиданні монети маємо 2 варіанти – цифра або герб. У результаті можемо отримати $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ послідовностей цифр і гербів можемо отримати.
- Відповідь: 8 послідовностей.

САМОСТІЙНЕ ВИКОНАННЯ



✓ № 21.14. •

№ 21.17. • •



-
- ***Скільки існує парних п'ятицифрових чисел?***

ДОВІДКА



- Для того, щоб число **ділилося на 2**, достатньо щоб його остання цифра ділилася на 2.
Під це правило підпадають всі парні числа.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- **Парними** називаються числа, які діляться націло на 2.

РОЗВ'ЯЗАННЯ



- **Першу** цифру п'ятицифрового числа можна обрати **9** способами.

✓ ~~0~~ 1 2 3 4 5 6 7 8

- Щоб обрати **другу**, третю та четверту цифри маємо **10** способів.

✓ 0 1 2 3 4 5 6 7 8

- Останню цифру можемо обрати **5** способами.

✓ 0 2 4 6 8

- Отже, існує $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 45\ 000$ парних п'ятицифрових чисел.

- Відповідь: 45 000 .

САМОСТІЙНЕ ВИКОНАННЯ



✓ № 21.18. • •

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ



✓ https://www.google.com/search?q=%D0%93%D0%BE%D1%82%D1%84%D1%80%D1%96%D0%B4+%D0%92%D1%96%D0%BB%D1%8C%D0%B3%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BC+%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D1%96%D1%86&rlz=1C1CHWL_mUA736UA736&rsz=AleKk00AIL8SMrev9GSMcC4exidl7d9slg:1585850169213&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwiN24KcgMroAhWawwQBHRyADR4Q_AUoAXoECBkQAw&biw=1366&bih=625#imgre=gL1olsLMqCereM

✓ АЛГЕБРА : ПІДРУЧ. ДЛЯ 9 КЛАСУ ЗАГАЛЬНООСВІТ. НАВЧ. АКЦ. / Н. А. ТАРАСЕНКОВА, І. М. БОГАТИРЬОВА, О. М. КОЛОМІЄЦЬ, З. О. СЕРДЮК. — К. : УОБЦ «ОРІОН», 2017. — 272 с.

✓ АЛГЕБРА : ПІДРУЧ. ДЛЯ 9 КЛ. ЗАГАЛЬНООСВІТ. НАВЧ. ЗАКЛАДІВ / А. Т. МЕРЗЛЯК, В. Б. ПОЛОНСЬКИЙ, М. С. ЯКІР. — Х. : ПІМНАЗІЯ, 2017. — 272 с. : Іл.

✓ <https://drive.google.com/file/d/1DGj67HUFsz0zNSyZaQMTX3ZZFNWEY1QF/view>